

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO

Juan Leandro Andrés Parra Gálvez

**Abordagem do Problema de *Cutting*
Stock na Indústria Florestal**

Porto Alegre
2014

Juan Leandro Andrés Parra Gálvez

**Abordagem do Problema de *Cutting*
Stock na Indústria Florestal**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Administração.

Orientador:
Prof. Dr. Denis Borenstein

Porto Alegre
2014

CIP - Catalogação na Publicação

Parra Gálvez, Juan Leandro Andrés
Abordagem do problema de Cutting Stock na
Indústria Florestal / Juan Leandro Andrés Parra
Gálvez. -- 2014.
113 f.

Orientador: Denis Borenstein.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, Escola de Administração, Programa de
Pós-Graduação em Administração, Porto Alegre, BR-RS,
2014.

1. Problemas de Cutting Stock. 2. Programação
linear inteira. 3. Padrão de corte "Cant Sawing". I.
Borenstein, Denis, orient. II. Título.

JUAN LEANDRO ANDRÉS PARRA GÁLVEZ

**ABORDAGEM DO PROBLEMA DE *CUTTING STOCK*
NA INDÚSTRIA FLORESTAL**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Administração.

Conceito final

Aprovado em ____ de _____ de ____.

BANCA EXAMINADORA

Orientador – Prof. Denis Borenstein - UFRGS

*Para minha esposa Berenice, filhos Giulia Tainá, Ian Tupac,
e para minha mãe e irmãs.*

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que colaboraram direta e indiretamente neste projeto:

A minha esposa Berenice e aos filhos Giulia Tainá e Ian Tupac, por seu carinho e pelos momentos de paciência nos quais estive tão dedicado a este projeto.

A minha mãe e irmãs que sempre me incentivaram à distancia para prosseguir meus estudos de Doutorado.

Em especial ao meu orientador Dr. Denis Borenstein do programa PPGA, UFRGS, pelo seu apoio na parte humana naqueles momentos não tão bons, pela sua disponibilidade, compreensão, pelas (sempre bastante práticas) sugestões para meu trabalho, e pela oportunidade de trabalhar sob sua orientação.

Ao programa PPGA pela oportunidade de estudar num programa de doutorado no Brasil.

A todos os professores do programa PPGA que participaram em minha formação.

Aos professores Dra. Denise Lindstrom Bandeira do programa PPGA da UFRGS e Dra. Luciana Buriol do Instituto de Informática da UFRGS, que participaram da banca em meu exame de qualificação da área Sistemas de Informação e de Apoio à Decisão.

RESUMO

Em diferentes países a indústria da floresta é considerada um setor estratégico que contribui fortemente na geração de matéria-prima, tributos, geração de empregos e produtos para exportação. Neste setor industrial, o segmento de madeira serrada destaca-se pelos volumes de atividade econômica que movimenta e sua ligação com outros setores econômicos como a construção civil ou a indústria de móveis. A partir da crise econômica dos anos 2008-2009, que atingiu fortemente o mercado de exportação, as empresas de serrado da madeira desses países estão envolvidas em ser mais eficientes no processo de corte da matéria-prima. Estas empresas enfrentam o problema de cortar peças de madeira retangulares regulares, de clientes do mercado interno ou externo, a partir de estoque de toras. A complexidade deste problema que precisa atenção é que o corte na matéria-prima é sobre uma superfície de característica circular utilizando o padrão de corte “*Cant Sawing*”. Este padrão especifica as peças laterais e centrais para o corte desde a superfície de uma tora de madeira. A presente tese apresenta uma formulação matemática para o problema. Dois diferentes métodos de solução foram desenvolvidos para resolução do problema. O primeiro está baseado no método de programação linear inteira, e o segundo em um método de aproximação, que usa a metaheurística “*Simulated Annealing*”. Estes métodos de solução são executados por etapas. Primeiro os padrões de corte são determinados considerando o estoque de matéria-prima e as demandas dos clientes. Na segunda etapa, o processo de otimização é executado para estabelecer os padrões de corte adequados para cada tipo de matéria-prima, os quais deveriam ser utilizados na linha de produção, com o objetivo de diminuir as perdas de madeira no processo de serrado dos produtos retangulares a partir das toras. Os resultados conseguidos mediante os métodos foram comparados com dados reais, com o objetivo de incrementar a eficiência visando diminuir os custos operativos do processo. Dados reais de uma serraria do Rio Grande do Sul foram utilizados para validar o modelo, e em valor diminuiu as perdas em 6,2%, em comparação com o método manual utilizado pela empresa.

ABSTRACT

In several countries the forest industry is considered as a strategic economic sector, which strongly contributes for raw material production, collection of taxes, and for increases on job generation and on the manufacture of products for export. In this industry sector, the sawn timber segment stood out due to its volumes of economic activity as well as due to its relationships with certain sectors, as construction or furniture industries. Since the 2008-2009 global financial crisis, which has strongly struck the export markets, the sawmills have been involved into a search of higher levels of efficiency on the process of sawing the raw material. These companies face the problem of regular sawing rectangular pieces of wood, from their stocks of wood logs for different clients of their respective domestic and export markets. The complexity of this problem, is based on the fact that the cutting process on the raw material is made from a circular surface, using the “*Cant Sawing*” pattern. This pattern defines the lateral and central pieces for cutting from the surface of wood log. The present thesis describes a mathematical formulation for such a problem. Two different solution methods were developed to solve this problem. The first one is based an integer programming based-method, and the second one is an approximation method, which uses the simulated annealing metaheuristic. This solution method is run in stages. First, the sawing patterns are to be determined, considering the available stock of raw material as well as the customer demands. On the second stage, the optimization process is developed in order to achieve the most adequate sawing patterns to each kind of raw material, which are to be used in the production line, with the goal of reducing the losses of wood along the process of sawing the final products. The attained results by using the developed methods were tested with real data, and present values, aiming at increasing the efficiency on reducing the process operational costs process. Real data for a sawmill in Rio Grande do Sul, Brasil were used to validate model, and in value, reduces 6,2% the losses when compared with the manual method used by the company.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABRAF	Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas
AMPL	Modeling Language for Mathematical Programming
AUTOSAW	Simulação de Corte de toras em madeira
CORMA	Corporação Chilena da Madeira
CPLEX	Mathematical Programming Solver
CSP	Problema de Corte de Estoque
CSSP	Problema de Corte Serrado de Estoque
GAMS	The General Algebraic Modeling System
INFOR	Instituto Florestal do Chile
MATLAB	Language of Technical Computing
NP	Tempo Polinomial não Determinístico
PIB	Produto Interno Bruto Nacional
PNL	Programação Não Linear
PL	Programação Linear
PLI	Programação Linear Inteira
SA	Simulated Annealing

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	12
LISTA DE QUADROS E TABELAS	13
1 INTRODUÇÃO	14
2 CONTEXTO DA PESQUISA	17
2.1 CONCEITOS NA ABORDAGEM DE <i>CSP</i>	17
2.2 CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS DO PROCESSO DE CORTE	18
2.3 A IMPORTÂNCIA DA INDÚSTRIA DA FLORESTA	21
2.3.1 O problema de CSP em serrarias	22
3 REVISÃO DA LITERATURA	26
3.1 TRABALHOS CSP UNIDIMENSIONAL E BIDIMENSIONAL	26
3.2 TRABALHOS DE CSP EM SERRARIAS SOBRE SUPERFÍCIE CIRCULAR	32
3.2.1 Análise da literatura	35
4 METODOLOGIA DE PESQUISA	38
4.1 MOTIVAÇÃO	38
4.2 OBJETIVO GERAL	38
4.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	39
4.4 MÉTODO	39
4.4.1 Definição do problema	39
4.4.2 Construção do modelo	41
4.4.3 Análises	42
4.4.4 Implementação dos resultados e atualização do modelo	42
5 DEFINIÇÃO E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	43
5.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	47
5.2 MÉTODOS DE SOLUÇÃO	49
5.2.1 Primeiro método	49
5.2.2 Segundo método	54
6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	60
6.1 RESULTADOS DO PRIMEIRO MÉTODO	60
6.1.1 Exemplos ilustrativos do primeiro método	65
6.1.2 Análise de sensibilidade - Influência da demanda	69
6.1.3 Análise de sensibilidade - Influência da falta de estoque	70
6.1.4 Análise de sensibilidade - Influência da mudança nas penalidades	72
6.2 RESULTADOS COMPUTACIONAIS DO SEGUNDO MÉTODO	74
7 AVALIAÇÃO DA SOLUÇÃO INTEIRA PLI	79
7.1 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO DA PRODUÇÃO	79
7.2 RESULTADOS AVALIAÇÃO DO MÉTODO 1	82

8 CONCLUSÕES	84
REFERÊNCIAS	87
APÊNDICES	93

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Tipos de cortes	20
Figura 2	Desenho de padrões de corte genéricos para serrarias	20
Figura 3	Simulação do padrão de corte " <i>Cant Sawing</i> " guilhotina	25
Figura 4	Desenho de padrões de corte genéricos para serrarias	40
Figura 5	Zonas de corte de peças padrão " <i>Cant Sawing</i> ".	44
Figura 6	Restrição de fronteira	45
Figura 7	Fluxograma do método otimizante	50
Figura 8	Interação função construtora e <i>Simulated Annealing</i>	56
Figura 9	Probabilidade de aceitação de soluções piores por nível de temperatura, para diferentes valores de γ	76

LISTA DE QUADROS E TABELAS

1	Quadro 1 Contribuições dos autores citados problema CSP	30
2	Quadro 2 Contribuições dos autores citados problema CSSP	34
Tabela 1	Resultados método 1 - Corte de 2 laterais por zona	63
Tabela 2	Resultados método 1 - Corte de 3 laterais por zona	64
Tabela 3	Instância 1 de Tabela 1 - Resultados de toras para o corte por tipo	65
Tabela 4	Instância 1 de Tabela 1 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora	66
Tabela 5	Instância 1 de Tabela 1 - Padrões de corte otimizados	67
Tabela 6	Instância 1 de Tabela 2 - Resultados de toras para o corte por tipo	68
Tabela 7	Instância 1 de Tabela 2 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora	68
Tabela 8	Instância 1 de Tabela 2 - Padrões de corte otimizados	69
Tabela 9	Instância 1 - Dados de toras em estoque	70
Tabela 10	Instância 1 - Demanda de laterais e centrais	70
Tabela 11	Instância 1 demanda modificada - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora	70
Tabela 12	Instância 1 - Dados de toras em estoque	70
Tabela 13	Instância 1 - Demanda de laterais e centrais	71
Tabela 14	Instância 1 modificada - Resultados toras para o corte por tipo . .	71
Tabela 15	Instância 1 modificada - Falta de produção	72
Tabela 16	Instância 1 modificada - Resultado número de peças para o corte .	72
Tabela 17	Mudanças nas penalidades	73
Tabela 18	Instância 1 - Resultados de toras para o corte por tipo	73
Tabela 19	Instância 1 modificada - Falta de produção	73
Tabela 20	Instância 1 - Resultado número de peças para o corte	73
Tabela 21	Parâmetros finais SA	75
Tabela 22	Resultados modelo programação inteira - 3 laterais x zona	77
Tabela 23	Porcentagem padrão de produção por largura	81
Tabela 24	Cálculo de metros cúbicos totais de produção por largura	81
Tabela 25	Porcentagem padrão de produção por comprimento	81
Tabela 26	Cálculo de metros cúbicos totais de produção por comprimento . .	81
Tabela 27	Instância 1 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora	82
Tabela 28	Instância 2 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora	82
Tabela 29	Instância 3 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora	82
Tabela 30	Instância 4 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora	82
Tabela 31	Instância 5 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora	83
Tabela 32	Instância 6 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora	83

1 INTRODUÇÃO

O problema de cortar diferentes peças a partir de uma placa ou lâmina, com o objetivo de minimizar as perdas ou maximizar o valor, é conhecido na literatura como o problema CSP (do inglês *Cutting Stock Problem*). O problema CSP está presente em diferentes atividades produtivas, como é o caso de empresas que utilizam como matéria-prima o aço, o couro, o vidro, o papel, as fibras têxteis, ou a madeira. Um dos objetivos para o processo produtivo destas empresas, por exemplo, inclui o de minimizar a perda de material ou o custo dos objetos cortados. Neste cenário, pequenas melhorias que permitam diminuir as perdas de material podem resultar em significativos benefícios para a indústria.

Este problema tem recebido bastante atenção de pesquisadores da área de pesquisa operacional. Wäscher, Haußner e Schumann (2007) apresentam uma excelente revisão da aplicação de modelos matemáticos ao CSP em superfícies retangulares. Vários modelos matemáticos foram desenvolvidos para o problema, em diferentes atividades da produção, utilizando formulações matemáticas, métodos exatos e aplicação de heurísticas específicas ou gerais (GILMORE; GOMORY, 1961; 1963; 1965; HAESSLER, 1971; ADAMOWICZ; ALBANO, 1976; CHRISTOFIDES; WHITLOCK, 1977; ALBANO; OSRINI, 1980; DYCKHOFF, 1981; BEASLEY, 1985; MORABITO; GARCIA, 1998; CARVALHO, 2002; YANASSE; MORABITO, 2006; YANASSE; LAMOSA, 2006).

Entretanto, no caso da indústria da floresta, o problema CSP utiliza uma superfície circular. O problema consiste em cortar (chamado de desdobro ou desdobramento) itens retangulares (denominados peças) a partir de objetos (a matéria-prima) chamados de toras, cuja característica principal é a de possuírem várias seções transversais circulares. Este problema é denominado nesta tese como problema serrado

de toras em estoque (do inglês *Cutting Stock Sawing Problem*) CSSP, sendo um problema específico do processo de corte nas serrarias. Embora este problema seja bastante comum em serrarias, somente na última década tem sido considerado na área de pesquisa operacional (WEINTRAUB et al. 2007).

As serrarias competem nos mercados interno e externo por meio da oferta de um melhor preço para os seus produtos. Desta forma, é imperativo que as mesmas reduzam os custos de produção para gerar vantagens competitivas e possam ser lucrativas no longo prazo. A margem de lucro destas empresas pode ser incrementada, através de um planejamento adequado do processo de corte, o que é feito a partir da matéria-prima utilizada na produção de peças retangulares de madeira.

No processo de desdobro da matéria-prima, as empresas utilizam os denominados esquemas de corte, planos de corte ou também chamados padrões de corte. Estes são diagramas nos quais são detalhadas as peças de madeira que serão cortadas a partir das toras. Em diversas situações, o processo de construção destes diagramas é desenvolvido de maneira manual, baseado na experiência pessoal e, em outras, através de programas de simulação aplicando procedimento de prova e erro (RÖNNQVIST, 2003). Em qualquer situação, o fator relevante a ser considerado para utilizar um determinado diagrama depende do tipo de maquinaria disponível no processo de corte da madeira.

Todoroki e Rönnqvist (2002) apresentaram padrões de corte utilizados em serrarias, chamados “*Live Sawing*”, “*Cant Sawing*”, “*Quarter Sawing*” e “*Grade Sawing*”. Na dissertação de Heinrich (2010) apresenta-se um exemplo de padrão de corte “*Cant Sawing*”, que é amplamente utilizados nas serrarias da Região Sul do Brasil e nas serrarias chilenas. Neste tipo de padrão são cortadas peças de madeira retangulares, chamadas apenas de laterais e centrais. As peças laterais, pela qualidade da madeira, possuem um valor econômico maior do que o das peças centrais. Este corte, caso não otimizado, pode levar a grandes perdas de matéria-prima, gerando ineficiências de mais de 60% (HEINRICH, 2010).

O objetivo geral deste trabalho é o de desenvolver uma formulação matemática para o problema CSSP de corte de toras em serraria utilizando o padrão “*Cant Sawing*”, e o de propor métodos para a solução dos modelos desenvolvidos, envolvendo um método otimizante e um método de solução utilizando uma metaheurís-

tica.

A maior contribuição desta tese é abordar o problema CSSP para serraria em superfície circular, utilizando o padrão de corte “*Cant Sawing*”, com o corte de duas ou três peças laterais atendendo a demanda, amplamente empregado no Brasil, visando minimizar a área total perdida, pela originalidade de uso de penalidades para este tipo de problemas no modelo de programação linear inteira, e com a proposta de resolução em estágios. Primeiro utilizando um algoritmo matemático para gerar todos os planos de corte dada a demanda e estoque de toras disponível. Segundo, pela resolução através do método numérico “*Branch and Bound*” e da metaheurística SA (do inglês “*Simulated Annealing*”).

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 é apresentado o contexto da pesquisa; no Capítulo 3 é apresentada uma revisão da literatura para o problema de CSP em suas variantes unidimensional e bidimensional e sobre superfície circular para empresas de serra de madeiras. O Capítulo 4 descreve a metodologia da pesquisa adotada. O Capítulo 5 contém a definição e formulação matemática, as soluções propostas do método numérico “*Branch and Bound*” e o método heurístico de função construtora em interação com metaheurística “*Simulated Annealing*”. O Capítulo 6 mostra os resultados dos experimentos computacionais para os dois métodos. O Capítulo 7 descreve a avaliação da solução inteira; e, no Capítulo 8, são apresentadas as conclusões, as contribuições do estudo, e sugestões para pesquisas futuras.

2 CONTEXTO DA PESQUISA

Neste capítulo descreve-se conceitos utilizados na abordagem do problema CSP, principais características e a importância da indústria da floresta. Pesquisas de CSP que foram aplicadas a diferentes setores industriais, e em particular o problema de CSP de corte de peças retangulares sob demanda, a partir de toras em estoque, em serrarias.

2.1 CONCEITOS NA ABORDAGEM DE CSP

O problema de corte de peças, a partir de objetos em estoque de maior tamanho, é apresentado na literatura como *Cutting Stock Problem* CSP. O objetivo deste problema é determinar como se deve cortar um conjunto de peças cuja geometria pode ser regular ou irregular, utilizando um conjunto de objetos maiores em estoque cuja geometria também pode ser regular ou irregular, tendo em perspectiva a minimização das perdas de material ou minimização dos custos. Segundo Hopper e Turton (2001), entende-se por forma regular aquela que pode ser descrita por poucos parâmetros. E, contrariamente a estas, as formas irregulares seriam aquelas que apresentam concavidades ou assimetrias.

Existe na prática uma forte relação entre os problemas de corte de peças e os problemas de encaixe. Os problemas de corte poderiam ser descritos pela expressão como cortar objetos grandes em peças de menor tamanho, e os problemas de encaixe poderiam sê-lo pela expressão como utilizar o espaço de um objeto maior encaixando nele peças de menor tamanho. Nos dois casos, se deve tomar decisões a respeito de quais peças se deva ou possa cortar ou encaixar, gerando situações bastante complexas. Garey e Johnson (1979) constataram que este tipo de problema é NP-difícil. Esta afirmação significa que ainda não se conhece um algoritmo matemático que

encontre soluções ótimas num tempo polinomial. Os problemas de corte e encaixe podem ser caracterizados por sua dimensionalidade, que pode ser definida como o mínimo número de dimensões que seria relevante para descrever sua geometria, regularidade ou irregularidade das peças ou objetos. Além disto, dependendo do problema particular e da indústria (de suas necessidades de uso), na prática é possível identificar distintas restrições e objetivos para atingir. No entanto, também podem ser identificadas algumas restrições comuns a estes problemas: o tipo de corte; a restrição da localização dos itens; ou a restrição de superposição. A atividade de corte ou encaixe de objetos é comum a diferentes setores produtivos. Em particular, pode ser observada naqueles onde é preciso desenvolver esta atividade nas etapas iniciais do processo de produção. Por exemplo, o corte unidimensional pode ser analisado em empresas de produção de papel, e o corte bidimensional retangular em empresas de móveis, têxteis e de vidro, ou corte de peças retangulares, a partir de toras em serrarias. Encaixe tridimensional em questões de logística, como o problema da otimização de uso do espaço disponível em um caminhão para o transporte de produtos por via terrestre. Entre as referências clássicas do problema CSP identificamos os estudos de (DANTZIG, 1951; KANTOROVICH; ZALGALLER, 1951; GILMORE; GOMORY, 1961; 1963; 1965; HAESSLER, 1971; ADAMOWICZ; ALBANO, 1976; CHRISTOFIDES; WHITLOCK, 1977; DYCKHOFF, 1981; BEASLEY, 1985; MORABITO; GARCIA, 1998; CARVALHO, 2002; YANASSE; MORABITO, 2006; YANASSE; LAMOSA, 2006; WÄSCHER; HAUßNER; SCHUMANN, 2007).

2.2 CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS DO PROCESSO DE CORTE

Para o processo de corte de objetos maiores, as empresas, em geral, possuem diferentes tipos de tecnologia, que permitem, em maior ou menor grau, a automação completa ou parcial das atividades de produção. Entre os fatores que exercem maior influência sobre o rendimento do processo de corte, podem ser listadas a criação de esquemas de corte, a maquinaria disponível e a manutenção aos equipamentos. Neste contexto, a configuração da maquinaria pode variar, dependendo do propósito da empresa, das características do produto que será fabricado, e do tipo de objeto utilizado no processo de corte (TODOROKI; RÖNNQVIST, 2002; MANESS; ADAMS, 1991; YANASSE; MORABITO, 2006).

O problema de corte com estoque pode ser especificado em até n dimensões. Os valores mais frequentes para n são 1, 2 ou 3 dimensões. Neste contexto, um problema unidimensional ($1D$), pode ser definido como o do corte de peças com um dado comprimento. Para este problema, só é preciso definir as variáveis relativas ao comprimento das peças que resultam do processo de corte. A largura das peças é fixa. As aplicações típicas do problema unidimensional são fáceis de encontrar na indústria do aço ou de rolos de papel. No problema de corte bidimensional ($2D$), o interesse está no corte de peças em duas dimensões, a partir de objetos também de duas dimensões. As características geométricas dos itens podem ser regulares ou irregulares. Neste caso, as aplicações típicas incluem cortes em objetos de vidro, de metal, de cartão ou da madeira. Para o caso do problema tridimensional ($3D$), a preocupação está no encaixe de objetos com características tridimensionais dentro de uma área específica. As aplicações típicas deste tipo de problema são possíveis de encontrar na carga de contêineres e no transporte de produtos. Na prática, não é fácil imaginar situações para n maior do que três. Não obstante, temos problemas de encaixe ($3D$), aos quais pode ser adicionada uma dimensão temporal, considerando a ordem em que os produtos seriam acrescentados ou removidos. Neste caso, o objetivo está centrado em encaixar os produtos, de maneira que sejam mais facilmente acessíveis em cada ponto de entrega.

O problema de corte de peças apresenta duas variações que dependem da tecnologia utilizada. A primeira variação considera que os cortes são efetivados de maneira guilhotina e uma segunda variante é a não guilhotina. No corte guilhotina, as peças são cortadas de lado a lado, de maneira ortogonal, a partir de uma peça obtêm-se duas peças. Pode-se ilustrar, simplificadaamente, o corte tipo guilhotina e um corte não guilhotina numa peça retangular, tal como representado pelo desenho da Figura 1.

Neste contexto, os padrões de corte são a configuração de desenho sobre como cortar peças menores a partir de um objeto maior. A partir da ilustração genérica do conceito de padrões de corte, na Figura 1 são apresentados dois desenhos destes padrões. Segundo Todoroki e Rönnqvist (2002) para cortes em empresas de serra de madeiras, é comum utilizar algum dos padrões genéricos de corte mostrados na Figura 2.

Figura 1 – Tipos de cortes

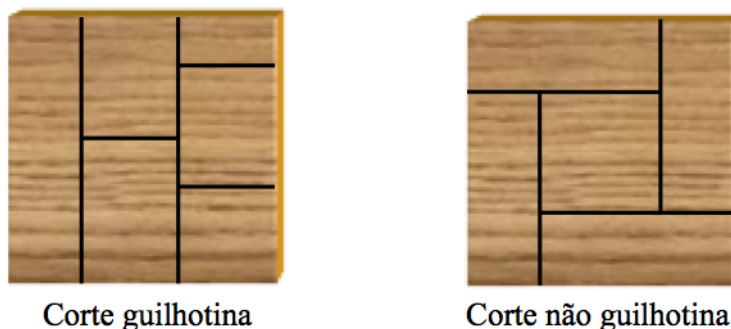
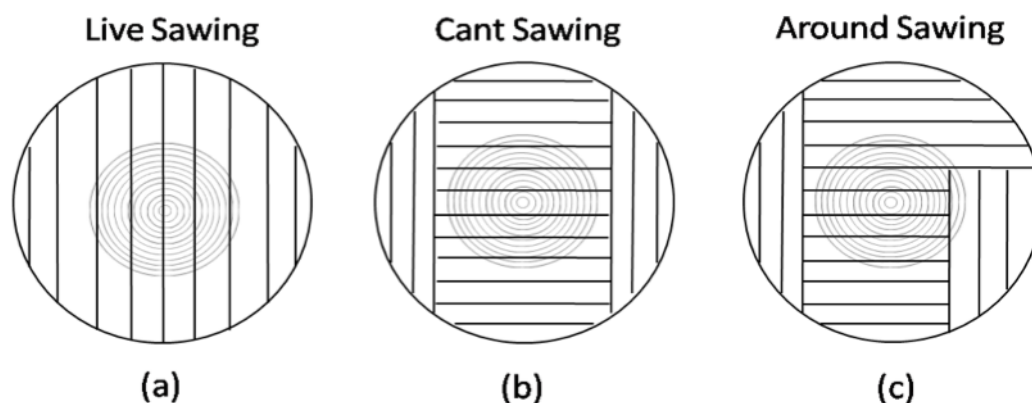


Figura 2 – Desenho de padrões de corte genéricos para serrarias



É possível visualizar, na Figura 2, que os diferentes padrões genéricos se diferenciam pelo desenho de corte das peças de madeira. No padrão de desenho “*Live Sawing*”, o corte se faz no sentido vertical de lado a lado, e é um padrão de alto rendimento. Entretanto, no tipo de corte “*Cant Sawing*”, são realizados cortes dos lados esquerdo e direito do objeto, e corte de peças horizontais, passando pelo centro da tora. Este também é um padrão de alto rendimento. Outro tipo de padrão é o “*Around Sawing*”, que é um tipo de corte especializado. Na sua primeira etapa são feitos cortes paralelos, para depois girar a tora e desdobrar as peças de madeira retangulares. A desvantagem principal do último padrão é o seu baixo rendimento, devido à maior complexidade no corte. Conforme Murara Jr., 2005 apud Heinrich, 2010 as empresas que trabalham com corte programado de peças, a partir de estoque de matéria-prima, obteriam um aumento considerável no rendimento da madeira.

2.3 A IMPORTÂNCIA DA INDÚSTRIA DA FLORESTA

A indústria da floresta é da maior importância para países como o Brasil, o Chile, o Canadá, a Suécia, a Finlândia e a Nova Zelândia. Nesses países, os produtos da floresta são uma fonte importante de divisas provenientes do mercado externo. Neste âmbito, existem diferenças significativas entre os diversos países, referentes às práticas de operações da madeira, como, por exemplo, processos de corte das árvores nas florestas, ou processos de serrado da madeira, níveis organizacionais e marcos reguladores das atividades. Em alguns países, uma empresa pode possuir o monopólio da maior parte do fluxo ao longo de toda a cadeia de suprimentos, enquanto noutros, há empresas que controlam uma parte da cadeia. Com respeito ao marco regulador, este difere significativamente, nos diversos países, em aspectos como planos de coleta, plantações, regras de crescimento e corte (RÖNNQVIST, 2003). Considerando a ampla utilização do corte “*Cant Sawing*” no Brasil e Chile, uma sucinta análise do setor madeireiro será realizada para estes dois países.

Para o Brasil, a indústria da floresta contribui com geração de produtos, tributos, geração de empregos e bem estar para a sociedade. Este setor no país é considerado estratégico no fornecimento de matéria-prima e produtos para a exportação. Segundo dados da Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas (ABRAF, 2012) o valor bruto da produção florestal no ano de 2011 foi de 53,9 bilhões de reais, 4% superior ao do ano de 2010. Dentro desta indústria o segmento de madeira sólida correspondeu a 5,2 bilhões frente a 7,6 bilhões do ano 2010. Entretanto, o segmento moveleiro passou de 8,5 bilhões em 2010 para 10,3 bilhões em 2011. Um aspecto interessante do segmento da madeira mecanicamente processada, como é catalogada a madeira serrada, é sua estrutura de propriedade, que é constituída por um grande número de empresas de pequeno porte com estrutura de produção de tipo familiar. Para este segmento os principais consumidores são a indústria de móveis e da construção civil. Também é destacável o fato que as empresas pertencentes a este segmento tiveram desde o ano 2000 uma diminuição do consumo em relação à produção. Entre os fatores que afetaram as exportações, destacam-se: a valorização do real frente ao dólar/euro, a desaceleração do setor da construção civil no mercado americano, a crescente participação da China, com preços altamente competitivos pelos baixos custos da produção dos chineses. As perdas

do setor basicamente foram recuperadas pela demanda do mercado interno, explicada pelo crescimento da indústria da construção civil e pela política econômica fiscal expansionista do governo, segundo dados da (ABRAF,2012).

No caso do Chile, conforme a Corporação Chilena da Madeira (CORMA), a indústria florestal é um pilar fundamental na economia do Chile, tendo uma participação do 3,1% do PIB. Esta indústria tem um aporte de 130.000 empregos diretos, com um efeito multiplicador que permite gerar um total de 300.000 empregos. É o segundo setor exportador em nível de país e o primeiro baseado num recurso renovável. No ano de 2010, os embarques atingiram o valor de 4,9 bilhões de dólares, com 85% de alto valor agregado, entenda-se como produtos de alta qualidade enviados ao mercado externo. O país dispõe de 15,9 milhões de hectares, florestais aproximadamente um quinto da área total do país, com bosques nativos que representam 85,4% (13,6 milhões de hectares) e plantações com 14,6% (2,3 milhões de hectares), estes valores dizem a importância da atividade florestal do Chile (CORMA, 2013).

O Instituto Chileno Florestal, (INFOR), apresenta informações do ano de 2011. A produção de madeira serrada no Chile registrou um aumento, após a queda do ano de 2009, principalmente afetada pela crise no mercado americano, e também pelo terremoto que atingiu às regiões mais florestais do país. No ano de 2011 neste segmento foram produzidos 6,78 milhões de metros cúbicos e foi um incremento de 16,3% do volume produzido no ano de 2009, mas os valores estão longe do valor histórico de 8,72 milhões conseguido no ano de 2006. Com respeito à matéria-prima, o *pinus radiata* é o motor da indústria de serrado da madeira com uma participação de 95,9% da produção nacional do ano de 2011. As empresas de serrado da madeira no ano de 2011, estavam constituídas por 1018 empresas, deste total 367 serrarias fixas e 651 serrarias não fixas. O número total de empregados nessas atingiu a cifra de 15.650 pessoas.

2.3.1 O problema de CSP em serrarias

As principais características em serrarias se referem ao processo produtivo peculiar diferente de outros setores que utiliza, entre outros, tecnologias, especialização e qualificação do pessoal. Segundo HAYGREEN; BOWYER, 1996; MANESS; ADAMS, 1991; FAALAND; BRIGGS, 1984 neste processo de serra, é possível iden-

tificar as seguintes operações:

- Redução do comprimento: As toras são cortadas em peças de menor tamanho;
- Descascamento: Consiste em remover impurezas aderidas à casca, o que provoca um desgaste excessivo das serras e um maior gasto na manutenção dos dispositivos de uma serraria;
- Corte principal: As toras são conduzidas através de uma mesa de alimentação até a máquina principal, para a operação de corte das peças retangulares já previamente definidas por largura, por comprimento e por espessura;
- Corte secundário: A madeira obtida no corte principal pode precisar de cortes adicionais, tanto em largura quanto em comprimento, com os objetivos de eliminar alguns dos possíveis defeitos ou de dimensionar a madeira de acordo com os diferentes padrões requeridos;
- Classificação: Nesta etapa, a madeira é classificada considerando diferentes critérios, como os de qualidade, usos ou dimensões. Além desta, também é possível classificar a madeira após o tratamento de secado ou os diferentes tratamentos químicos;
- Tratamentos: Após classificação, a madeira deve ser seca em fornos com controle interno de umidade e de temperatura. A atividade de secado melhora a qualidade da madeira e a protege de deformações e de outros efeitos externos. Além destes tratamentos, as peças de madeira podem passar por outros tipos de tratamento químico, proporcionando-lhes outras propriedades diferentes;
- Classificação e empacotamento: Nesta etapa, a madeira é novamente classificada e armazenada, à espera de seu posterior envio para os diferentes pedidos feitos pelos clientes.

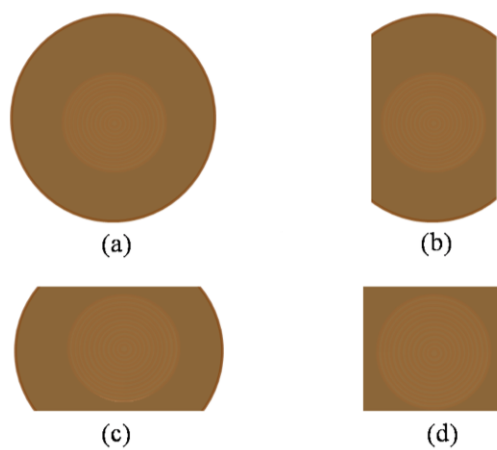
O objetivo principal, na etapa de corte das toras nas serrarias, é o de obter as peças de madeira requeridas, a partir do estoque de toras, com a mínima perda de material e nos graus de qualidade necessários para satisfazer as ordens de produção tanto do mercado interno como do externo. No processo de corte, incrementar o

rendimento é importante, ao ser considerado que, nas serrarias, o custo da matéria-prima é o responsável por, no mínimo, 60% do custo da produção. E é, logicamente, o mais importante item na formulação do custo do produto final. Conforme Lewis et al. (1985), é possível lograr incrementos no rendimento da matéria-prima em serrarias, principalmente, através de dois modos: primeiramente, utilizando a tecnologia adequada nos processos e, mediante o desenvolvimento de sistemas de apoio ao processo de produção. Neste contexto, o processo CSP de serra da madeira pode ser melhorado, através de maior precisão no processo de serrado e de uma otimização nos processos de corte para atingir a demanda dos clientes (REINDERS; HEINDRICK, 1989; HAYGREEN; BOWYER, 1996; MANESS; ADAMS, 1991; FAALAND; BRIGGS, 1984; TODOROKI; RÖNNQVIST, 2002; RÖNNQVIST, 2003). Nesses trabalhos foi identificado um subproblema, que consiste no problema CSP em serrarias que utilizam o padrão de corte “*Cant Sawing*”. Nessas empresas, dependendo de fatores como o tipo de maquinaria disponível no processo de corte, o tipo de matéria-prima, e o mercado a que se destinaram, são cortadas duas ou três peças laterais e uma quantidade variável de peças centrais da superfície da tora. A madeira cortada, a partir das laterais de uma tora, possui um valor econômico maior do que o as peças centrais. Segundo a dissertação de Heinrich (2010) para uma serraria localizada no estado do Rio Grande do Sul, sendo seu mercado destino a indústria de móveis de alta qualidade precisa cortar uma maior quantidade de laterais da tora. Para tanto, no processo de corte a referida empresa possui uma serra Tandem, que é utilizada para realizar o primeiro corte, produzindo duas partes de laterais ou também chamadas de costaneiras e um bloco para peças centrais. Na segunda etapa, as duas partes de laterais são destinadas para as serras horizontais, e o bloco central para uma serra multilâmina.

Na Figura 3 mostra-se a simulação do corte guilhotina para o padrão de corte “*Cant Sawing*”.

Neste padrão, no primeiro corte são desdobradas as peças laterais da parte esquerda e direita da tora, conforme representado na Figura 3(b). Depois o bloco é girado em noventa graus, e são cortadas as peças laterais da parte superior e inferior, conforme mostrado na Figura 3(c). Finalmente, se delimita um retângulo para desdobrar as peças centrais, conforme indicado na Figura 3(d). Depois de realizado

Figura 3 – Simulação do padrão de corte "*Cant Sawing*" guilhotina



o primeiro corte de laterais, tal como mostrado na Figura 3(b), ficou estabelecida a largura máxima das peças lateral superior e inferior, como é possível ser visto na Figura 3(c).

3 REVISÃO DA LITERATURA

Na primeira parte deste capítulo são apresentados dados de alguns trabalhos sobre CSP unidimensional e bidimensional. Posteriormente outros trabalhos, especialmente desenvolvidos para tratar o problema CSP sobre superfícies circulares em serrarias, são discutidos.

3.1 TRABALHOS CSP UNIDIMENSIONAL E BIDIMENSIONAL

Nos inícios da preocupação do problema de CSP (DANTZIG, 1951; KANTOROVICH; ZALGALLER, 1951) apresentaram trabalhos discutindo a relação entre o problema de corte de materiais e a teoria da Programação Linear (PL). Posteriormente Paull (1956), Eisemann (1957) e Vajda (1958) usaram técnicas de programação linear para resolver uma versão do problema de desenho retangular quando devem ser cortados rolos de papel. Contudo, é o artigo publicado por Gilmore e Gomory (1961), no qual o problema de corte unidimensional é resolvido na otimalidade, que impulsionou trabalhos nesta área. Posteriormente os mesmos Gilmore e Gomory (1963) aplicaram a técnica para o problema de corte de papel. Estes autores dão um exemplo da complexidade do problema, ao declarar que, ao se programar o corte de um rolo padrão de papel com 5,08 metros, de acordo com uma demanda de quarenta longitudes diferentes, desde 0,508 metros até 2,032 metros, o número de diferentes e possíveis cortes pode exceder os cem milhões. Neste caso, estes autores formularam uma abordagem para a solução do problema utilizando a programação linear inteira e propuseram a técnica de geração de coluna para a sua resolução. A proposta representou um enorme avanço na resolução dos diferentes problemas de CSP, com uma grande quantidade de padrões de corte. No artigo de Gilmore e Gomory (1965), foram expostos problemas de CSP de alta dimensionalidade, utilizando, em

sua formulação, a técnica de programação linear. No trabalho, eles apresentaram um modelo simples e eficaz para produzir padrões de corte guilhotinados e em 2-estágios. A expressão em 2-estágios significa que no primeiro corte são realizados cortes guilhotinas paralelos; no segundo estágio, as peças são posicionadas uma por uma e, cortes paralelos guilhotina, são desenvolvidos para cada uma das peças do primeiro corte. Posteriormente, Gilmore e Gomory (1966) estudaram o problema da mochila, aplicando-o ao corte da matéria-prima em uma e duas dimensões. Nesse trabalho os autores usaram a técnica de programação dinâmica.

Haessler (1971) identificou que a diminuição das perdas de material não era o único fator que deveria ser considerado ao tentar desenhar um padrão de corte. Pode dar-se o caso de que um padrão de corte ótimo requeira que os operadores frequentemente tenham que preparar a máquina para um novo padrão. Neste caso, poderia ser melhor, em determinadas circunstâncias, um padrão de corte que mesmo com maiores perdas possa ser executado de maneira, que os operadores não tenham que alterar as regulagens nas máquinas que efetuarão as operações de corte. Para a resolução deste problema foi usado um modelo de programação matemática e um procedimento heurístico.

Adamowicz e Albano (1976) abordaram o problema de CSP considerando duas dimensões. O objetivo da discussão deste problema consistia em cortar peças de material considerando a minimização das perdas. Os autores propuseram um método eficiente e que evita um uso excessivo de tempo computacional, utilizando um algoritmo de programação dinâmica para a sua implementação.

Os autores Christofides e Whitlock (1977) apresentaram um algoritmo de procura em árvore para problemas de CSP de duas dimensões, com o fator limitante do número máximo de peças a serem produzidas. Eles também expuseram um procedimento de programação dinâmica e um método baseado em rotinas de transporte para produzir *Upper Bounds*. O resultado dos experimentos indicou que os algoritmos resolvem problemas de CSP de tamanho mediano.

Os trabalhos feitos por Gilmore e Gomory (1961) e por Gilmore e Gomory (1963) foram posteriormente melhorados por Haessler (1980), quando este autor desenvolveu um algoritmo modificado. Usou os mesmos valores de perdas, porém com soluções que apresentam melhores características. E essa característica melhorada não

aumentou significativamente o tempo de execução computacional.

Segundo Albano e Osrini (1980) o problema de corte bidimensional de matéria-prima, com a restrição de corte guilhotina, apenas pode ser resolvido de maneira ótima para problemas de tamanho médio, considerando tempo e complexidade. Nesse trabalho apresentaram um algoritmo heurístico de procura em árvore. A heurística baseia-se em encaixar os retângulos usando uma política chamada “*Bottom Left*”. Foi no artigo de Albano e Osrini (1980) que foi utilizado, pela primeira vez, a expressão Inteligência Artificial (IA) em relação ao problema de corte de material.

Dyckhoff (1981) abordou o problema de CSP de uma dimensão e fez a sua comparação com o modelo clássico de Gilmore e Gomory publicado no ano de 1961. O novo modelo se caracterizava por um uso dinâmico da estrutura de padrões de corte, e também permitiu a representação de diferentes e complexas combinações de corte.

Dois anos depois, Wang (1983) usou um método heurístico diferente do de Christofides e Whitlock (1977), que consistiu em agregar iterativamente retângulos para formar padrões adequados para o corte do tipo guilhotina. Mas, não foi o objetivo deste trabalho encontrar um padrão de corte ótimo.

Dyckhoff e Finke (1992) especificaram aproximadamente 700 trabalhos no campo de corte e encaixe de objetos. Os autores desenvolveram um esquema similar ao apresentado por Dyckhoff, 1990. Algumas edições especiais sobre o problema de corte e encaixe de objetos foram apresentadas por Dyckhoff e Wäscher (1990), Lirow (1992), Martello (1994) e Bischoff e Wäscher (1995).

Holthöfer e Tschöke (1995) apresentaram um algoritmo denominado *Branch and Bound* paralelo para resolver um problema CSP guilhotina de duas dimensões. Para conseguir uma eficiente paralelização do algoritmo, os autores desenvolveram uma estrutura de comunicação especial. Esta estrutura permitiu um balanço de carga distribuído de maneira dinâmica, usando a estratégia de vizinhança.

Dagli e Poshyanonda (1997) propuseram dois métodos para resolver o problema de corte de material, utilizando Redes Neurais Artificiais (*RNA*) e algoritmos genéticos. O primeiro usa precisamente uma *RNA* que é treinada usando o método “*backpropagation*”. O segundo método combina a *RNA* com um Algoritmo Genético (*AG*). Os resultados obtidos mostraram que a diminuição de perda para o método

de *RNA* foi de 7,88%. E que, o método combinado de *RNA* com *AG*, produziu uma diminuição de perda de 3% a 6%.

Morabito e Garcia (1998) apresentaram o problema de determinar o melhor padrão de corte sobre superfície retangular numa indústria de móveis na cidade de Brasília. Os processos de desdobramento da madeira foram feitos numa máquina automática composta por um conjunto de serras circulares. Os autores utilizaram um procedimento particular de geração de colunas de duas etapas. Cada etapa foi modelada como um problema de programação inteira e em sua resolução foram utilizados dois métodos alternativos. O primeiro método foi baseado em programação dinâmica, enquanto o segundo foi uma extensão do procedimento que tinha sido originalmente proposto por Gilmore e Gomory no ano de 1963.

Valério de Carvalho (2002) fez uma revisão de diferentes formulações de programação linear para os *One Dimensional Cutting Stock Problem* e *Bin Packing Problem*. Naquele trabalho foram destacados os modelos de Kantorovich, de Gilmore e Gomory, de Dyckhoff e Stadtler e o poderoso ferramental de relaxamento para problemas lineares chamado de decomposição de *Dantzing-Wolfe*. Um aspecto interessante deste último trabalho está nas relações que foram estabelecidas entre as técnicas de relaxamento e os problemas lineares.

Yanasse e Morabito (2006) apresentaram modelos de Programação Linear Inteira e de Programação Não Linear de duas dimensões para gerar padrões de corte guilhotina que incluem tanto casos exatos quanto não exatos. Os modelos são frequentemente usados pelos pesquisadores e pelos desenvolvedores de soluções computacionais na procura de métodos de soluções mais efetivos por meio da exploração de estruturais especiais, de mecanismos de relaxamento ou de métodos de decomposição. Para provar a efetividade dos modelos eles foram comparados com modelos propostos na literatura e um exemplo atual da indústria de móveis. Os experimentos foram realizados mediante o software de pesquisa operacional GAMS e CPLEX. Os autores destacaram o fato de que o rendimento computacional na procura de soluções depende, de maneira muito significativa, da ferramenta que se utiliza nos experimentos.

O Quadro 1 sumariza as principais contribuições dos artigos revisados ao CSP. Observa-se que várias formulações e métodos de solução foram desenvolvidos, com

ênfase para a utilização de geração de colunas, programação dinâmica e de metas heurísticas para resolver formulações de programação inteira ao problema.

Quadro 1 Contribuições dos autores citados problema CSP

Autores	Contribuição	Problema
Paull (1956); Eisemann (1957) e Vajda (1958)	Técnicas de Programação Linear para resolver uma versão do problema de desenho retangular quando se cortam rolos de papel.	CSP
Gilmore e Gomory (1961)	Método de programação linear que pela primeira vez, resolve de maneira ótima o problema de corte unidimensional	CSP
Gilmore e Gomory (1963)	Problema de corte de rolo de papel utilizando programação linear inteira e propuseram o método de geração de coluna para relaxamento linear do problema.	CSP
Gilmore e Gomory (1965)	Método para resolver o problema de corte bidimensional com restrições	CSP
Gilmore e Gomory (1966)	Problema da mochila aplicado ao corte da matéria-prima em uma e duas dimensões. Neste trabalho usaram técnica de programação dinâmica.	CSP
Haessler (1971)	Modelo de programação matemática e uso de um procedimento heurístico para sua resolução.	CSP
Adamowicz e Albano (1976)	Problema de <i>Cutting Stock</i> de duas dimensões. E utilização de programação dinâmica para sua resolução.	CSP
Christofides e Whitlock (1977)	Algoritmo de procura em árvore para problemas de <i>Cutting Stock</i> de duas dimensões.	CSP

Albano e Osrini (1980)	Algoritmo heurístico de procura em árvore. A heurística baseia-se em encaixar os retângulos usando uma política chamada “ <i>Bottom Left</i> ”	CSP
Wang (1983)	Algoritmo heurístico para agregar iterativamente retângulos para formar padrões adequados para o corte do tipo guilhotina	CSP
Dagli e Poshyanonda (1997)	Métodos para resolver o problema de corte de material, que baseou-se nas Redes Neurais Artificiais (<i>RNA</i>). O primeiro modelo usa precisamente uma <i>RNA</i> , a qual é treinada usando “ <i>Back Propagation</i> ”. O segundo método combina <i>RNA</i> com um Algoritmo Genético (<i>AG</i>)	CSP
Morabito e Garcia (1998)	Problema de determinar o melhor padrão de corte sobre superfície retangular numa indústria de móveis na cidade de Brasília. No problema utilizaram um particular procedimento de geração de colunas de duas etapas. Cada etapa é modelada como um problema de programação inteira e em a resolução foi utilizado dois métodos alternativos. O primeiro método é baseado em programação dinâmica e o segundo é uma extensão do procedimento proposto por Gilmore e Gomory no ano de 1963.	CSP

Carvalho (2002)	Processo de revisão de várias formulações de programação linear para o problema de uma dimensão de <i>Cutting Stock Problem</i> e <i>Bin Packing Problem</i>	CSP
Yanasse e Morabito (2006)	Vários modelos existentes de tipo Linear Inteira (<i>PLE</i>) e não Linear guilhotina para gerar padrões de corte. A importância dos modelos é sua aplicabilidade na indústria de manufatura em diferentes processos de corte; como por exemplo, no processo de desdobro da madeira para móveis.	CSP

3.2 TRABALHOS DE CSP EM SERRARIAS SOBRE SUPERFÍCIE CIRCULAR

A seção anterior apresentou uma revisão do CSP mostrando as formulações e técnicas de solução desenvolvidas para tratar o problema de uma forma mais generalizada. A presente seção apresenta uma revisão do CSP especificamente para corte de toras sobre uma superfície circular.

Faaland e Briggs (1984) desenvolveram um algoritmo de programação dinâmica em duas etapas para o problema de corte de toras. A primeira etapa considera o processo de corte da tora em segmentos chamado de *Bucking*, e a segunda converte os segmentos em peças de madeira. Os autores manifestaram a necessidade de gerar soluções computacionais que apoiassem o processo de corte da madeira, já que os operadores, na linha de produção possuem pouco tempo para tomar boas decisões. No método proposto por estes autores os seguintes pressupostos foram adotados:

- A árvore é dividida em segmentos;
- Considera-se o menor diâmetro de uma tora a partir do comprimento;
- A seção transversal da árvore é considerada circular;
- Não foram consideradas formas irregulares na árvore.

Devido às restrições de pesquisa os autores limitaram o trabalho ao padrão de corte conhecido na literatura como “*Live Sawing Patterns*” mostrado anteriormente na Figura 2(a).

Reinders e Heindrick (1989) abordaram o problema de corte da madeira sobre uma superfície circular. O critério de escolha do padrão de corte é aquele que maximiza o valor da madeira baseando-se numa lista de preços e dimensões dos produtos para o desdobre. O problema geral de transformar troncos de árvores em peças de madeira é considerado por estes autores, como um problema de mochila tridimensional. Desta maneira, eles efetuam uma decomposição do problema em três níveis. O primeiro nível consiste em encontrar posições para cortar a árvore numa quantidade específica de troncos. No segundo nível, os troncos são cortados em peças menores, por meio de cortes longitudinais. No terceiro nível, estas peças são novamente cortadas definindo um problema de mochila unidimensional. A proposta de resolução para o problema é um método composto de três peças interligadas de software de programação dinâmica, que interagem mediante a sua função de avaliação e de acordo com as decisões que devem ser consideradas nas diferentes etapas.

Haberl et al. (1991) apresentaram um modelo de programação matemática para maximizar o benefício no processo de serrado de madeira numa serraria. O problema é formulado como um modelo de programação linear com explícitos bound sobre as variáveis. Na etapa inicial, foi utilizada programação dinâmica para a obtenção de todos os planos de corte factíveis. Posteriormente, foi executado, o método numérico *Branch and Bound* para o processo de otimização dos planos de corte.

Maness e Adams (1991) desenvolveram um método que aborda o problema do corte de árvores e do corte de toras de forma integrada. Estes autores propuseram uma solução que permite a serraria maximizar os seus lucros mediante a programação da produção. Para isto, eles utilizaram três modelos integrados; primeiramente com um modelo para otimizar o padrão de corte. O segundo é dedicado a encontrar a programação de corte ótima para cada árvore. E o terceiro é usado um modelo que agiliza a programação da distribuição de material para os diferentes pontos de manufatura. Os três modelos são integrados dentro de um modelo de programação linear.

Para o mesmo problema de corte de toras Todoroki e Rönnqvist (2002) estudaram um sistema para maximizar os produtos obtidos do corte de toras, satisfazendo as demandas de seus clientes. Na formulação utilizaram o modelo da mochila e, na sua resolução, usaram o método de programação dinâmica. Posteriormente, usaram um programa AUTOSAW para simular o corte das toras. A diferença entre esta proposta e as de outros trabalhos está na atualização dinâmica dos coeficientes da função objetivo durante o processo de otimização.

No Quadro 2 é apresentada uma compilação de algumas das contribuições dos autores citados nesta revisão e que contribuem para o entendimento do problema chamado de *Cutting Stock Sawing Problem*.

Quadro 2 Contribuições dos autores citados problema CSSP

Autores	Contribuição	Problema
Faaland e Briggs (1984)	Modelo de programação dinâmica de duas etapas para o problema de corte de desdobramento da madeira. A primeira etapa considera o processo de desdobramento da tora em segmentos (<i>Bucking</i>) e a segunda etapa converte os segmentos em chapas de madeira.	CSSP
Reinders e Heindrick (1989)	Algoritmo de programação dinâmica de três níveis. O primeiro e segundo nível são modelados como problemas da mochila de uma dimensão e duas dimensões. O terceiro problema consiste no encaixamento de retângulos dentro de um círculo de maneira que a área total é maximizada.	CSSP

Haberl et al. (1991)	Modelo de programação matemática para maximizar o benefício no processo de serrado de madeira numa serraria. Na resolução foram utilizados a técnica de programação dinâmica e o método numérico Branch and Bound	CSSP
Maness e Adams (1991)	Solução que permite a serraria maximizar suas utilidades por meio da programação da produção. Primeiro utilizam um método de otimização dos padrões de corte. Um segundo para encontrar a política de corte ótima da árvore e um terceiro que realiza a distribuição de material para pontos de manufatura. Os três modelos se integram dentro de um modelo de programação linear	CSSP
Todoroki e Rönnqvist (2002)	Programação dinâmica e posteriormente um programa AUTOSAW para simular os cortes das toras	CSSP

3.2.1 Análise da literatura

Os trabalhos na literatura científica de CSP unidimensional ou bidimensional sobre superfície retangular, de Yanasse e Morabito (2007), Morabito e Garcia (1998) e Carvalho (2002) são importantes pela revisão que fazem de modelos não lineares e lineares usados pelos pesquisadores, com o objetivo de pesquisar métodos mais eficientes através da utilização de estruturas especiais, novos mecanismos de relaxamento ou aplicação de métodos de decomposição.

As soluções para problemas de otimização na indústria da floresta diferem de um país para outro e respondem a requerimentos específicos, não sendo necessariamente aplicáveis a outros países em situações similares. Neste sentido, os estudos da literatura para problemas de *Cutting Stock* em serraria são focalizados em situ-

ações com características específicas. Entre estas diferenças tem-se os padrões de corte, o controle da quantidade produzida e o grau de integração do processo de corte da árvore e do corte das toras (RÖNNQVIST, 2003). Por exemplo, nos estudos de Faaland e Briggs (1984) e Todoroki e Rönnqvist (1999) assume-se que os padrões de corte são do tipo “*Live Sawing*”. Neste âmbito, na região sul do Brasil são utilizados geralmente padrões de corte do tipo “*Cant Sawing*”. Para o caso da atividade produzida nos artigos revisados, não se considera explicitamente a quantidade demandada durante o horizonte de programação. Nos trabalhos de Reinders e Hendricks (1989) e Todoroki e Rönnqvist (1999) o objetivo foi maximizar o valor da produção, baseando-se numa lista de preços dos distintos produtos considerando disponibilidade e as características da matéria-prima. No artigo de Maness e Adams (1991) a quantidade produzida pode ser controlada tomando-se como base, as relações entre o preço de venda e o volume máximo esperado (que possa ser vendido a esse preço) para os diferentes produtos. No Brasil, em geral na programação da produção, já se conhece com certeza a quantidade de peças e os tipos de produto que devam ser obtidos a partir das toras. Com respeito ao ponto de horizonte de programação os estudos revisados integram a otimização do corte na floresta, com o processo de corte de toras na serraria. Neste contexto os trabalhos de Faaland e Briggs (1984), Reinders e Hendriks 1989, e Manees e Adams (1991) foram desenvolvidos em dois cenários, o da otimização de processos na floresta e o do corte das toras na serraria.

Para o problema de CSP abordado neste trabalho o padrão de corte é do tipo “*Cant Sawing*”, para cortar duas ou três peças laterais da superfície da tora, conforme descrito na Seção 2.3.1. Com respeito a quantidade demandada de produtos no trabalho aqui apresentado, as ordens de produção de laterais e centrais, num horizonte de programação são explicitamente conhecidas, conforme descrito nos Apêndices E e F. Por último, as toras em estoque estão disponíveis em diferentes dimensões para ser utilizadas no processo de corte, conforme mostrado nos Apêndices E e F, em instâncias de dados. É o primeiro trabalho acadêmico de modelagem matemática para o problema de CSP considerando o padrão “*Cant Sawing*”. A dificuldade de solução deste problema está relacionada a complexidade em termos geométrico de obtenção de peças retangulares a partir de superfícies circulares, e a quantidade de variáveis

envolvidas quando são consideradas as ordens dos clientes e estoque disponível para corte.

4 METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste Capítulo são expostos os elementos que orientaram o desenvolvimento da pesquisa para a tese defendida a partir deste trabalho.

4.1 MOTIVAÇÃO

O problema de CSP ocorre frequentemente em diferentes áreas da produção, sendo uma das preocupações das empresas. Esse problema está fundamentado na utilização racional da matéria-prima, que atinge diretamente os custos de produção. Na revisão da literatura foram revisados vários trabalhos científicos relevantes para o problema de CSP em geral, e especialmente em empresas que trabalham com as atividades de serra de madeiras. Contudo, também foi constatada, que é recorrente nestes trabalhos científicos, a pouca utilização do padrão de corte “*Cant Sawing*” em suas variantes para o corte de duas ou três peças retangulares de cada zona lateral de uma tora (FAALAND; BRINGGS, 1984; MANESS; ADAMS, 1991; REINDERS; HEINDRICK, 1989; HABERL et al., 1991). Portanto, devido à relevância do problema para serrarias especialmente no Brasil e no Chile, e também devido ao fato de que existem poucos trabalhos na literatura científica para aprofundar o conhecimento do corte em serrarias, apresentou-se a oportunidade para desenvolver uma pesquisa sobre o tema.

4.2 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral é desenvolver uma modelagem matemática para o problema de CSP para serrarias, considerando o padrão de corte “*Cant Sawing*”.

4.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos para abordar CSP em serraria são os seguintes:

- Formulações matemáticas do problema CSP para o padrão de corte “*Cant Sawing*”, considerando estoque de matéria-prima, e a demanda de produtos laterais e centrais;
- Implementar um algoritmo para gerar padrões de corte considerando o corte de peças retangulares, a partir de uma tora de área cilíndrica;
- Implementação computacional das formulações matemáticas através do método numérico “*Branch and Bound*”;
- Implementar computacionalmente a metaheurística *Simulated Annealing* em interação com uma função construtora para resolver o problema;
- Verificar as implementações computacionais;
- Realizar experimentos computacionais que comprovem a eficácia e eficiência das abordagens desenvolvidas.

4.4 MÉTODO

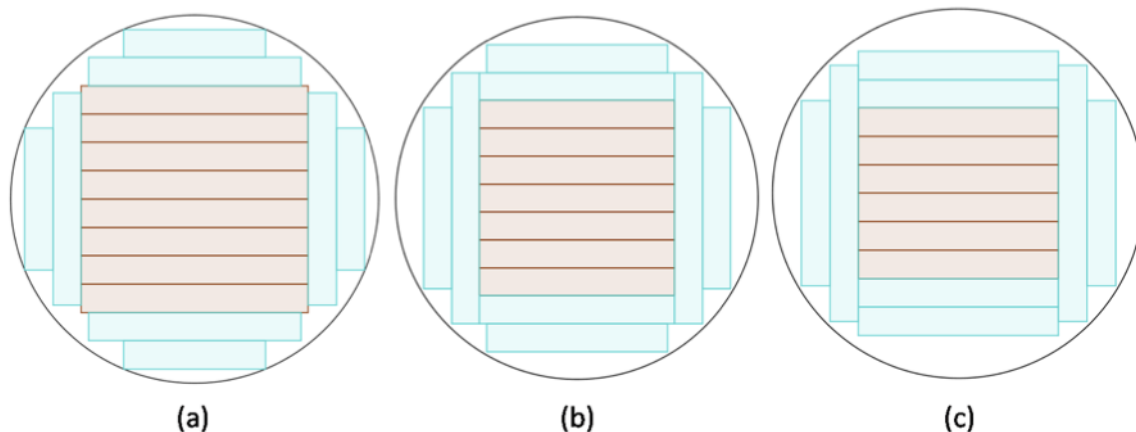
O método, adotado no desenvolvimento desta tese, está fundamentado na metodologia clássica de pesquisa operacional (ARENALES et al., 2007; WINSTON, 1994), o qual descreve-se abaixo.

4.4.1 Definição do problema

Basicamente o problema consistiu em instanciar o clássico problema CSP ao padrão de corte “*Cant Sawing*”, que é de ampla utilização em serrarias brasileiras e chilenas. Esta ampla utilização se origina pelo tipo de equipamento nos processos de corte da matéria-prima nas empresas destes países. A característica principal deste tipo de padrão é sua utilização em serrarias que precisam de um alto rendimento. Na Figura 4 apresenta-se um desenho do padrão de corte “*Cant Sawing*” que foi utilizado neste trabalho.

Nas toras (a), (b) e (c) da Figura 4 podem ser identificadas quatro zonas laterais e uma zona central. Neste caso são cortadas duas peças laterais de cada zona lateral,

Figura 4 – Desenho de padrões de corte genéricos para serrarias



sendo estas últimas identificadas como zonas laterais esquerda, direita, superior e inferior. No máximo oito peças laterais e um número variável de peças centrais são cortadas. Em cada zona lateral é possível encaixar laterais de diferentes largura e espessura. O número variável de peças centrais para encaixar na superfície central depende da altura resultante após o corte das peças laterais citadas acima. Por exemplo na Figura 4 para o padrão de corte em (a) são cortadas oito peças centrais, em (b) são cortadas sete peças centrais e em (c) são cortadas seis peças centrais. Também as empresas se defrontam com a situação do corte de três peças laterais de cada zona. É destacável o fato que no mercado o valor econômico das peças laterais é maior que as peças centrais. No corte de três peças laterais de cada zona pode-se obter, um máximo de doze peças laterais para o desdobro a partir da superfície da tora. Como observado anteriormente a quantidade possível de peças centrais para o corte depende da altura do bloco resultante, após o desdobramento de todas as peças laterais de cada zona.

Nesta etapa do método foram identificados os seguintes elementos do problema:

- Restrições para encaixar peças de madeira de característica regular dentro de uma área de característica circular;
- Qual diâmetro considerar numa tora considerando que possui diferentes superfícies cilíndricas no seu comprimento;
- Entidades - estoque de matéria-prima, demanda de produtos (detalhes descritos nos Apêndices E e F);

- Variáveis de decisão - Quantidade de toras para o corte em cada padrão de corte, demanda com falta de atendimento e excesso de produção de cada produto;
- Parâmetros - ver em detalhe no Capítulo 5;
- Objetivo - minimização das perdas de madeira;
- Restrições - demanda de peças laterais, demanda de peças centrais, estoque de toras.

4.4.2 Construção do modelo

Durante o desenvolvimento deste trabalho foi elaborada uma modelagem matemática para o problema de corte CSP. Devido à complexidade para resolver esta formulação foi realizado um segundo modelo de programação linear inteira considerando o padrão de corte *Cant Sawing*. Este modelo é resolvido por meio de uma decomposição em dois níveis baseado em Goulimis (1990) consistindo das seguintes fases:

1. Desenvolvimento de um algoritmo para definir todas as possíveis maneiras do corte de peças laterais e centrais sob demanda, considerando os diâmetros de tora em estoque.
2. De posse de todos os possíveis planos de corte para os diâmetros de toras, o problema pode ser formulado como um problema de programação linear inteira. Dois métodos de solução foram então aplicados. O primeiro consistiu na aplicação direta do “*Branch and Bound*” para resolver o problema na otimalidade. Este método precisa de recursos computacionais necessários para resolver o problema na otimalidade, em termos de processador e memória RAM, dificultando a sua implementação e utilização na prática. Desta forma um segundo método mediante a aplicação da metaheurística “*Simulated Annealing*” que interage com uma função construtora foi desenvolvido. Embora este método não ofereça a solução ótima, os recursos computacionais requeridos são de menor tamanho.

4.4.3 Análises

Para verificar e validar as implementações vários experimentos foram realizados. De forma sucinta os mesmos podem ser categorizados da seguinte forma:

- Cálculo da solução matemática do método “*Branch and Bound*” e “*Simulated Annealing*” com instâncias criadas para tal efeito e com dados de uma serraria localizada no Rio Grande do Sul, Brasil (Seções 6.1, 6.2);
- Escolha de valores de parâmetros para executar a metaheurística “*Simulated Annealing*”;
- Análise de sensibilidade para a implementação inteira (Seção 6.1.2, Seção 6.1.3 e Seção 6.1.4).

4.4.4 Implementação dos resultados e atualização do modelo

A implementação computacional do modelo foi desenvolvida tendo em vista a possibilidade de assimilação de novas atualizações, bem como, a de outras modificações nas condições de operação nos processos de corte de produtos laterais a partir de toras.

5 DEFINIÇÃO E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

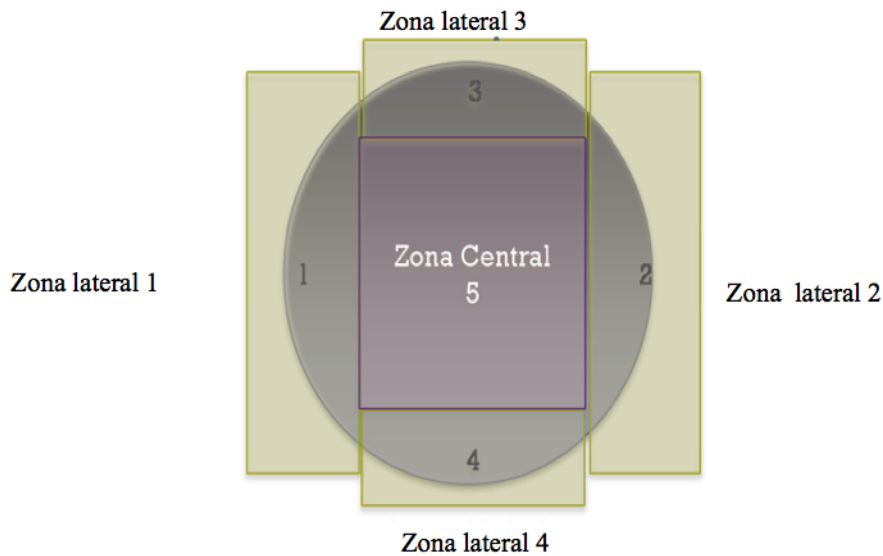
Considere que temos um horizonte de planejamento. Esse período pode ser turno de trabalho (horas), semanas ou meses. Considere também que temos disponível em estoque t tipos de objetos de matéria-prima (toras), de diâmetro d_t e comprimento c_t , cada tipo disponível na quantidade E_t , $t = 1, \dots, T$. No período, itens laterais retangulares definidos pela tupla (l_i, e_i) , onde l_i , $i = 1, \dots, m$ define a largura em uma unidade de medida e e_i , $i = 1, \dots, m$ a espessura do item, devem ser cortados nas quantidades demandadas de d_i . Considere também no mesmo período, o corte de itens centrais retangulares definidos pela tupla (l_j, e_j) de largura l_j , $j = 1, \dots, r$, e espessura e_j , $j = 1, \dots, r$, na quantidade d_j . Considera-se que todas as peças são demandadas com um comprimento fixo padrão.

Definição: Chamamos de padrão de corte, plano de corte ou esquema de corte a maneira como o objeto, neste caso tora em estoque, é cortado para a produção de itens com demanda.

Na Figura 5 do padrão de corte *Cant Sawing* podemos identificar cinco zonas de corte na superfície da tora de característica circular. Ao número de zonas laterais no padrão identificamos com o parâmetro Z . Dada a tecnologia existente, Z assume o valor de 4 para as zonas laterais. O número de peças para o corte, em cada zona lateral se identifica com o parâmetro K , dependendo da matéria-prima utilizada e a maquinaria disponível no processo de corte. O usual em empresas de serrado no Brasil e no Chile é o corte de duas ou três peças laterais em cada zona lateral da tora. O objetivo de enumerar as zonas nessa ordem é para identificar a ordem para o corte no algoritmo de padrões de corte.

Cada padrão de corte a_{pt} *Cant Sawing* de $m + r$ dimensões contém os tipos de peças laterais α_{mt} e o número de peças centrais β_{rt} para o corte.

Figura 5 – Zonas de corte de peças padrão "*Cant Sawing*".



$$a_{pt} = (\alpha_{1t}, \alpha_{2t}, \dots, \alpha_{mt}, \beta_{1t}, \beta_{2t}, \dots, \beta_{rt}) \quad \forall p \in P \quad t = 1, \dots, T$$

Para esta estrutura de padrão, cada $\alpha_{it} \geq 0, i = 1, \dots, m$, é o item i para o corte na tora tipo t . Cada elemento $\beta_{jt} \geq 0, j = 1, \dots, r$ é o número de peças centrais j para o corte na tora tipo t . O parâmetro P é o número total de padrões de corte. Neste caso, se a quantidade de itens a cortar em cada zona lateral fosse três teríamos no máximo doze ($Z * K$) possíveis tipos de itens laterais para o corte no padrão a_{pt} . Para um maior entendimento desta estrutura, apresenta-se dois exemplos de representação de planos de corte *Cant Sawing*. No vetor (1) apresenta-se o corte de duas peças em cada zona lateral e o corte de peças centrais na zona central (ZC). Para este vetor, na zona lateral 1 (ZL1) são cortadas duas peças de largura 6,5 (cm) e 7 (cm) com espessura 2 cm. Na zona lateral 2 (ZL2) são cortadas peças de largura 9 (cm) e 10 (cm) com espessura 2 (cm). Para este mesmo vetor, na zona lateral 3 são cortadas peças de largura 7 (cm) e 12,5 (cm) com espessura 2 (cm). E finalmente na zona lateral 4 são cortadas peças de largura 7 (cm) e 9 (cm) com espessura 2 (cm). Na zona central cortaram-se 5 peças do central tipo 1, 7 peças do central tipo 2, 7 peças do central tipo 3, 9 peças do central tipo 4 e 10 peças centrais de tipo 5. O vetor (1) é um plano de corte factível, se as peças em cada uma das zonas laterais e centrais foram factíveis de corte. Para isto, as larguras e espessuras de cada peça lateral em cada zona devem satisfazer a equação de fronteira especificada em (1). A dimensão de largura de cada uma das peças centrais deste vetor devem satisfazer

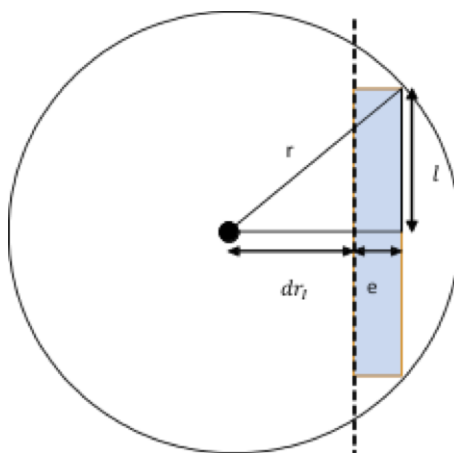
a equação especificada em (3). Entretanto, no vetor (2) mostrase uma estrutura do corte de três peças para cada zona lateral. Neste caso, na zona lateral 1 (ZL1) são cortadas três peças de largura 5 (cm), 7 (cm) e 10 (cm) com espessura 2,5 cm. Na zona lateral 2 (ZL2) são cortadas peças de largura 7 (cm), 10 (cm) e 12,5 (cm) com espessura 2,5 (cm). Para este mesmo vetor, na zona lateral 3 são cortadas três peças de largura 5 (cm), 10 (cm) e 15 (cm) com espessura 2,5 (cm). E finalmente na zona lateral 4 são cortadas três peças de largura 10 (cm), 12,5 (cm) e 15 (cm) com espessura 2,5 (cm). No mesmo vetor (2) cortaram-se 5 peças do central tipo 1, 0 peças do central tipo 2, e 0 peças do central tipo 3. Neste caso, só o central tipo 1 satisfaz a equação especificada em (3).

ZL1		ZL2		ZL3		ZL4		ZC					(1)
(6,5,2)	(7,2)	(9,2)	(10,2)	(7,2)	(12,5,2)	(7,2)	(9,2)	5	7	7	9	10	

ZL1			ZL2			ZL3			ZL4			ZC			(2)
(5,2,5)	(7,2,5)	(10,2,5)	(7,2,5)	(10,2,5)	(12,5,2,5)	(5,2,5)	(10,2,5)	(15,2,5)	(10,2,5)	(12,5,2,5)	(15,2,5)	5	0	0	

A Figura 6 especifica uma peça retangular de demanda para o corte na zona lateral 2. Esta peça de largura l_i e espessura e_i é fatível de corte, sempre e quando se satisfaz a restrição de fronteira, expressada na equação (1) para qualquer tora de diâmetro d_t , $t = 1, \dots, T$

Figura 6 – Restrição de fronteira



$$\left(\frac{l_i}{2}\right)^2 + (e_i + dr_t)^2 \leq \left(\frac{d_t}{2}\right)^2 \quad i = 1, \dots, m \quad , \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

Neste caso dr_2 , na zona lateral 2, é a distância euclidiana desde o centro do círculo até o ponto depois do corte da primeira peça lateral de espessura e_i e largura l_i . Após o corte das K peças laterais da zona 2, a nova distância depois do corte pode ser expressa por:

$$dr_2 = dr_2 - \sum_{k=1}^{K-1} e_k \quad (2)$$

Desta maneira, a largura final após o corte das $K * 2$ peças laterais nas zonas laterais 1 e 2 é representada como segue:

$$dr_{12} = dr_1 + dr_2 \quad (3)$$

Utilizando-se o mesmo raciocínio para o cálculo da altura após o corte das $K * 2$ peças laterais das zonas 3 e 4.

$$dr_{34} = dr_3 + dr_4 \quad (4)$$

O vetor a_{pt} associado a um padrão de corte deve satisfazer a restrição física de capacidade de uma mochila, como é apresentado na equação (5).

$$\sum_{i=1}^m \alpha_{it} Area_i + \sum_{j=1}^r \beta_{jt} Area_j \leq Area_t \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, r \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

Entretanto, para o exemplo da Figura 6 os tipos de peças centrais para o corte devem satisfazer a restrição (6) e a equação (7).

$$l_j \leq dr_{12} \quad j = 1, \dots, r \quad (6)$$

$$\beta_{jt} = dr_{34}/e_j \quad j = 1, \dots, r, \quad t = 1, \dots, T \quad (7)$$

A restrição (6) especifica que a largura l_j do item central j deveria ser menor ou igual à largura dr_{12} , depois do corte dos itens laterais nas zonas 1 e 2. Na equação (7) apresentamos a fórmula matemática para obter para qualquer central j o número de peças centrais $\beta_{jt}, j = 1, \dots, r$. Nesta equação se divide a altura do retângulo que

resulta depois do corte dos itens laterais na zona 1 e 2 pela espessura e_j da peça central j .

5.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O problema CSP para o corte *Cant Sawing* pode ser formulado de forma semelhante ao problema CSP para superfície unidimensional retangular Gilmore e Gomory (1961), incluindo às questões físicas relativas as peças laterais e centrais, e a área de dimensão circular como restrição a possíveis cortes.

Índices:

$i = 1, \dots, m$: número de tipos de itens laterais a serem cortados;

$j = 1, \dots, r$: número de tipos de itens centrais a serem cortados;

Parâmetros:

NT : número de toras disponíveis em estoque;

b_i : demanda do item i , $i = 1, \dots, m$;

b_j : demanda do item j , $j = 1, \dots, r$;

w_i : área da peça lateral retangular tipo i , $i = 1, \dots, m$;

w_j : área da peça central retangular tipo j , $j = 1, \dots, r$;

W_t : área da tora t , $t = 1, \dots, NT$;

Variáveis:

x_t^i : número de itens laterais tipo i na tora t ;

x_t^j : número de itens centrais tipo j na tora t ;

y_t : assume o valor 1 se a tora t é utilizada, 0, caso contrário;

$$\min Z = \sum_{t=1}^{NT} y_t \quad (8)$$

$$\text{st} \quad \sum_{t=1}^{NT} x_t^i = b_i \quad \forall i \quad (9)$$

$$\sum_{t=1}^{NT} x_t^j = b_j \quad \forall j \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i x_t^i + \sum_{j=1}^r w_j x_t^j \leq W_t y_t \quad \forall t \quad (11)$$

$$\sum_{t=1}^{NT} y_t \leq NT \quad (12)$$

$$x_t^i \in N_0, x_t^j \in N_0, y_t \in \{0, 1\} \quad (13)$$

A função objetivo (8) consiste em minimizar o número de toras em estoque no processo de corte dos itens laterais e centrais em demanda. Restrição (9) assegura que a demanda de peças laterais seja atendida no modelo. Restrição (10) garante que a demanda de peças centrais seja satisfeita pelo modelo. Restrição (11) assegura que a área disponível de cada tora t seja respeitada. Restrição (12) garante que a disponibilidade de toras não seja violada. Restrição (13) é uma condição de não negatividade e integralidade das variáveis inteiras, e da variável binária y_t . Embora de fácil entendimento satisfazer as restrições (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), para o corte de peças laterais, centrais a partir de uma tora de superfície circular, e a quantidade de variáveis de decisão x_t^i e x_t^j torna esta formulação impossível de ser resolvida no atual estado da arte dos softwares comerciais, considerando-se o exponencial número de colunas e linhas a serem geradas em instâncias reais. O principal problema desta formulação é sua complexidade exponencial. Além disto, a restrição (11) deve levar em consideração as restrições não-lineares apresentadas nas equações (1) até (7), tornando-o muito mais difícil de resolver que para uma superfície unidimensional retangular. Desta forma, tornou-se necessário o desenvolvimento de métodos de solução que possibilitem este problema ser resolvido em um tempo aceitável, considerando instâncias reais, envolvendo dezenas de itens e seis a sete tipos de diâmetros de toras (ver Apêndices E,F,G).

5.2 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

A estratégia escolhida para resolver o problema foi utilizar dois métodos de solução, quais sejam:

Primeiro Método . Este método decompõe o problema em duas etapas, seguindo a estratégia desenvolvida por Goulimis (1990). Na primeira etapa, utiliza-se um algoritmo matemático para gerar todos os padrões de corte factíveis. Na segunda etapa, com os resultados do algoritmo o problema é formulado como um modelo de programação linear inteira misto e resolvido utilizando-se o método *Branch and Bound*.

Segundo Método . No segundo método, constrói-se uma solução fatível mediante uma estratégia construtiva. Neste caso implementou-se uma função construtora baseando-se no algoritmo de geração de padrões de corte desenvolvido no primeiro método. O objetivo de *Simulated Annealing* é desenvolver o processo de busca de uma solução, o mais perto da otimalidade considerando restrição de tempo e recursos computacionais. O processo de interação entre a função construtora e a metaheurística é dinâmico até que algum critério de parada do algoritmo de SA é atingido.

A seguir, os dois métodos são descritos em detalhes.

5.2.1 Primeiro método

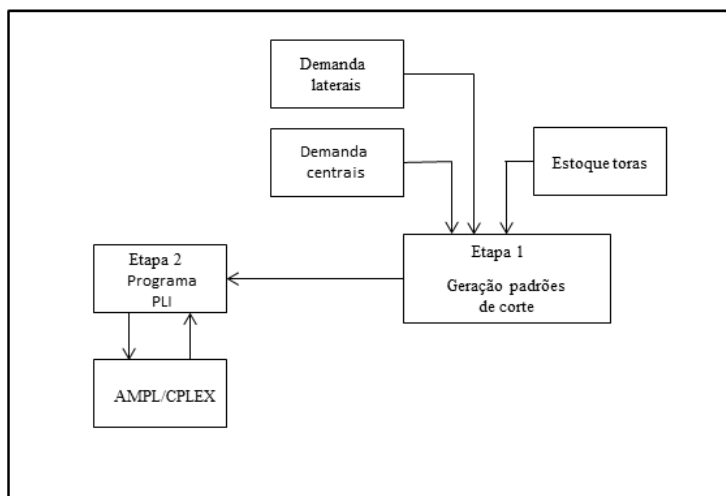
Este método resolve o problema do *cutting stock*, para o padrão *Cant sawing*, considerando a classificação de toras em categorias por diâmetros e as possíveis maneiras de cortar os diferentes tipos de toras em padrões de cortes, resolvendo os problemas apresentados pela formulação (8) - (13). Baseado em GOULIMIS, 1990, a Figura 7 mostra o fluxograma do método utilizado no processo de otimização.

Este método, funciona em duas etapas com o objetivo de determinar todos os padrões de corte que minimizam a perda de matéria-prima no processo de desdobro de itens laterais e centrais a partir de toras em estoque.

Etapa 1: Geração de padrões de corte

Em linhas gerais o primeiro passo determina todos os padrões de corte para o desdobro de peças laterais. O segundo passo consiste em avaliar a viabilidade de

Figura 7 – Fluxograma do método otimizador



corte de cada uma das peças laterais em cada padrão para cada tipo de diâmetro d_i . O terceiro passo consiste em determinar a viabilidade de corte dos itens centrais em cada padrão. Cada um dos passos anteriores é executado para cada tipo de tora em estoque. A seguir são apresentados o algoritmo e pseudocódigo.

Primeiramente no passo 1 deste algoritmo ordena-se os diâmetros das toras de maneira ascendente, e as demandas de peças laterais e centrais lexicograficamente por largura e espessura, também de maneira ascendente. No passo 2, considerando as demandas de peças laterais e centrais utilizou-se o algoritmo (2) para determinar por largura e espessura as combinações de peças para encaixe nas zonas de laterais e centrais no padrão de corte *Cant Sawing* (ver Figura 5). Neste processo, para diminuir o número de padrões de corte factíveis utiliza-se o conhecimento que das K peças possíveis de corte em qualquer zona lateral (ver Figura 5), deve-se satisfazer a condição $l_1 \leq l_2 \leq l_K, l_{K+1} \leq l_{K+2} \leq l_{K+3}, \dots, \leq l_{K*Z}$. A leitura correta desta restrição é de que a largura da peça lateral na posição 1 é menor ou igual à largura da peça lateral na posição 2, e assim sucessivamente. No processo que se inicia no passo 3, avalia-se para cada um dos tipos de diâmetros disponíveis em estoque. O passo 3.1 aplica-se para cada padrão de corte determinado no algoritmo (2). No passo 3.1.1, cada peça em cada zona lateral no vetor de planos de corte deve satisfazer a restrição de fronteira (ver Figura 6). No caso que a peça lateral seja fatível se deve calcular a nova largura a partir do centro do círculo. No passo 3.1.2, se todas as peças laterais forem factíveis para o corte, se deve determinar a altura e a largura do retângulo que ficou na tora, para isto aplicando a equação especificada em (3) e

(4) desta seção. No passo 3.1.3, avalia-se a factibilidade de cortar cada tipo de peça central no padrão de corte. Para isto, primeiro avaliar se a largura de cada tipo de peça central j , $j = 1, \dots, r$, é menor ou igual à largura do retângulo determinado no passo 3.1.2. Se divide a altura do retângulo pela espessura do tipo de peça central. O resultado desta divisão é a quantidade de peças centrais de igual espessura para o corte no padrão. O passo 3.2 guarda os padrões de corte factíveis para cada tipo de diâmetro d_t . Finalmente, o passo 4 determina para cada padrão p , o número de vezes que cada peça lateral i será cortada.

Algorithm 1 Algoritmo geração de padrões de corte

Passo 1 (Início): Ordene os tipos de toras t pelo diâmetro d_i ($i = 1, 2, \dots, T$) em ordem crescente e os tipos de peças laterais e centrais pela largura ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, r$) em ordem crescente.

Passo 2 (Procedimento alocação de peças laterais): Executar algoritmo (2).

Passo 3 (Avaliação padrões de corte factíveis): Para cada tipo de tora t , aplicar o seguinte procedimento:

Passo 3.1 (Avaliar cada padrão de corte): Para cada padrão de corte p da matriz $A_{P,K*Z}$ (obtida pelo algoritmo (2)) aplicar o seguinte processo:

Passo 3.1.1: Para cada zona lateral Z do padrão p aplicar a equação de restrição de fronteira (1). Se peça lateral é factível calcular a nova largura desde o centro do círculo à peça lateral utilizada na equação (2).

Passo 3.1.2: Se todas as peças são factíveis, calcular a altura e largura do retângulo após o corte de todas as peças laterais no padrão p , usando equações (3) e (4).

Passo 3.1.3: Para cada peça central tipo j sob demanda, determinar se a largura da peça central j é menor ou igual que a largura do retângulo que obtêm-se no resultado da equação (6), caso sim dividir a altura do resultado da equação (7) pela espessura da peça central j , depois atualize o número de peças centrais para o corte. Caso contrário, ler o seguinte tipo de peça central.

Passo 3.2 (Atualização de padrões de corte): Atualize cada padrão de corte factível para tora tipo t de diâmetro d_t .

Passo 4 (Processo determinação parâmetros modelo PLI): Determine para cada padrão de corte p na matriz A , $p = 1, \dots, P$, o número de vezes que cada peça lateral i será cortada.

Algorithm 2 Algoritmo alocação de peças laterais

Entradas: Peças laterais sob demanda

Saídas: Matriz $A_{P,K*Z}$ com P padrões de corte

$p \leftarrow 0$

repeat

 Buscar para cada zona lateral Z do padrão *Cant Sawing*, K peças laterais sob demanda, tal que, $l_i \leq l_{i+1} \leq l_K, i = 1, 2, \dots, m$, onde K é o número máximo de peças laterais para o corte em cada zona Z .

 Se uma solução é obtida para as Z zonas, então $p \leftarrow p + 1$, atualize solução encontrada na matriz $A_{p,K*Z}$, A é a matriz de padrões de corte com p filas e $K * Z$ colunas.

until (não mais padrões de corte)

$P \leftarrow p$

Etapa 2: Definição do problema linear inteiro

Uma vez gerados os padrões de corte para cada tipo de matéria-prima em estoque, é possível solucionar o problema como um modelo de programação linear inteira mista. Nesta etapa, os padrões de corte determinados na etapa 1 são utilizados como parâmetros do modelo. Adicionalmente nesta abordagem linear, foram criadas variáveis de decisão, que consideram os casos de excesso e falta de produção para os itens laterais e centrais, evitando que o problema fique inviável, caso alguma demanda não possa ser atendida. O modelo é descrito como se segue.

Índices:

$t = 1, \dots, T$: número de tipos de toras disponíveis em estoque;

$i = 1, \dots, m$: número de tipos de itens laterais a serem cortados;

$j = 1, \dots, r$: número de tipos de itens centrais a serem cortados;

$N(t)$ = conjunto de padrões de corte p para a tora tipo t ;

$p = 1, \dots, |N(t)|$: número de padrões de corte para a tora tipo $t = 1, \dots, T$.

Parâmetros:

v_t : área circular da tora tipo $t, t = 1, \dots, T$;

v_i : área da peça lateral retangular tipo $i, i = 1, \dots, m$;

v_j : área da peça central retangular tipo $j, j = 1, \dots, r$;

d_i : demanda do item $i, i = 1, \dots, m$;

d_j : demanda do item $j, j = 1, \dots, r$;

E_t : disponibilidade em estoque da tora tipo $t, t = 1, \dots, T$;

p_i^f : penalidade de falta de produção do item tipo $i, i = 1, \dots, m$;

p_j^f : penalidade de falta de produção do item tipo j , $j = 1, \dots, r$;

p_i^e : penalidade de excesso de produção do item tipo i , $i = 1, \dots, m$;

p_j^e : penalidade de excesso de produção do item tipo j , $j = 1, \dots, r$;

a_{pit} : número de itens do tipo i no p -ésimo padrão de corte para a tora tipo t ;

a_{pjt} : número de itens do tipo j no p -ésimo padrão de corte para a tora tipo t ;

Variáveis de decisão:

x_{pt} : número de toras tipo t para o corte no padrão p ;

u_i : número de itens com excesso de produção do item tipo i ;

w_j : número de itens com excesso de produção do item tipo j ;

y_i : número de itens com falta de produção do item tipo i ;

z_j : número de itens com falta de produção do item tipo j ;

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^{N(t)} x_{pt} v_t - \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^{N(t)} \sum_{i=1}^m a_{pit} x_{pt} v_i - \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^{N(t)} \sum_{j=1}^r a_{pjt} x_{pt} v_j - \sum_{i=1}^m u_i p_i^e v_i \\ & - \sum_{j=1}^r w_j p_j^e v_j - \sum_{i=1}^m y_i p_i^f v_i - \sum_{j=1}^r z_j p_j^f v_j \end{aligned} \quad (14)$$

st

$$\sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^{N(t)} a_{pit} x_{pt} + y_i - u_i = d_i \quad \forall i \quad (15)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^{N(t)} a_{pjt} x_{pt} + z_j - w_j = d_j \quad \forall j \quad (16)$$

$$\sum_{p=1}^{N(t)} x_{pt} \leq E_t \quad \forall t \quad (17)$$

$$x_{pt} \in N \quad \forall p, t \quad (18)$$

$$u_i, y_i \geq 0 \quad \forall i \quad (19)$$

$$w_j, z_j \geq 0 \quad \forall j \quad (20)$$

A função objetivo neste modelo se caracteriza pela utilização de penalidades para as variáveis de decisão, excesso e falta de produção. Conforme Smith e Coit (1996), na literatura existem dois tipos básicos de funções de penalidades, uma é uma função de penalidade exterior que penaliza soluções infactíveis e outra é uma função de penalidade interior que penaliza soluções factíveis. Neste trabalho de tese, utilizou-se a penalização de soluções factíveis. O método, neste caso, consistiu em

aplicar penalidades constantes nas variáveis excesso e falta de produção permitindo sempre a obtenção de soluções factíveis. Neste sentido, a presença das variáveis y_i e z_j na solução final, com valores diferentes de zero indica a falta de produção de peças laterais e centrais respectivamente. Neste caso, a serraria deverá comprar estoque de matéria-prima. Caso as variáveis u_i ou w_j estejam presentes na solução final com valores diferentes de zero, estoques desnecessários de itens laterais e centrais i e j serão gerados durante a produção, ocasionando possíveis prejuízos à empresa, que não sabe se estes itens serão posteriormente solicitados por um novo pedido de clientes.

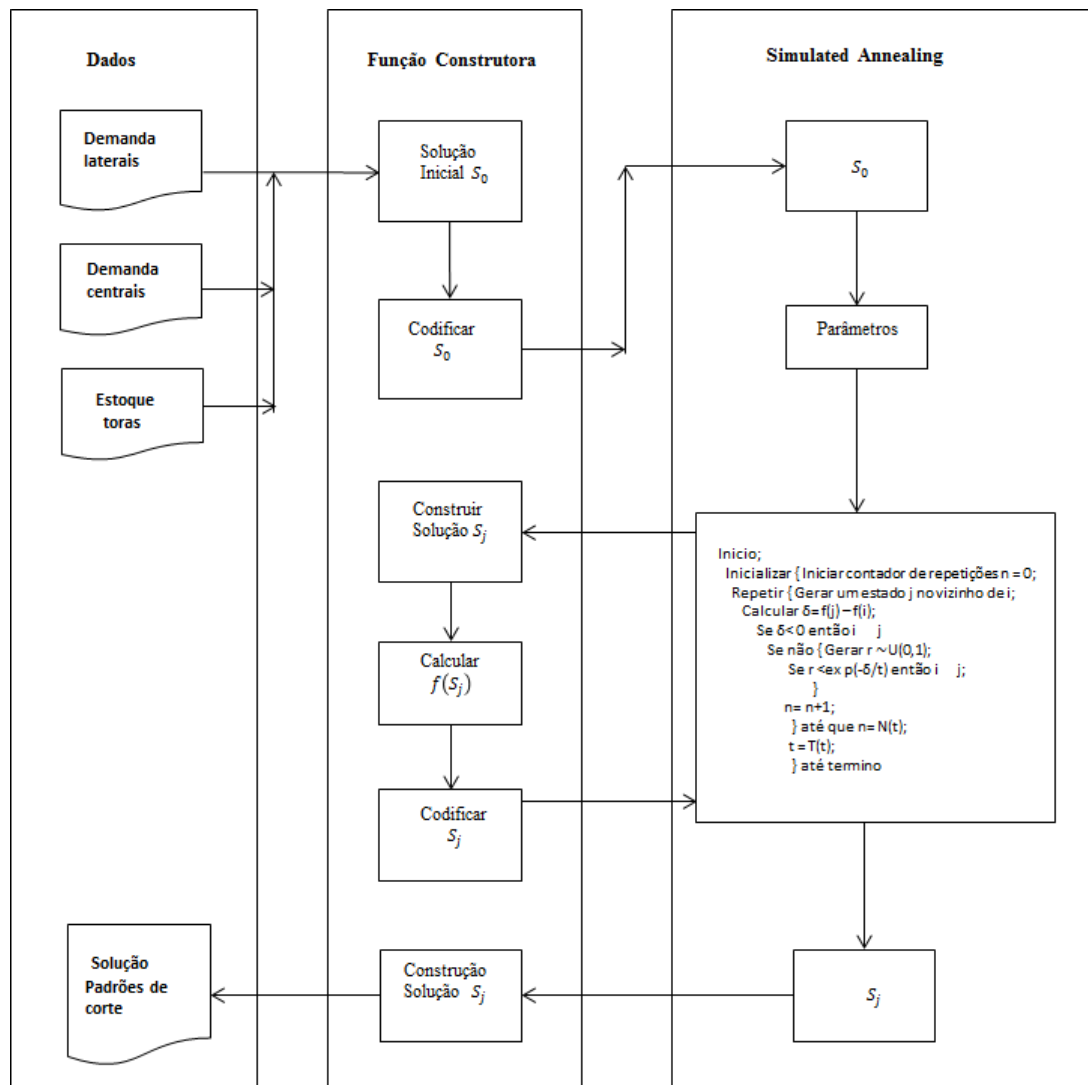
A função objetivo (14) consiste em minimizar as perdas de matéria-prima após o corte dos itens centrais e laterais a partir das toras disponíveis em estoque. As penalidades impostas na função objetivo, traduzem a inconveniência de produzir estoques de itens e a falta de atendimento da demanda por algum item lateral ou central. Também, permitiram uma melhor combinação dos itens, o que faz diminuir a perda de material. Para este modelo, as penalidades na função objetivo p_i^f e p_j^f de falta de produção possuem um maior valor devido à importância de satisfazer a demanda de itens dos clientes. Restrição (15) assegura que a demanda de peças laterais seja atendida no modelo. Restrição (16) garante que a demanda de peças centrais seja satisfeita pelo modelo. Restrição (17) garante que a disponibilidade de toras de cada tamanho em estoque não seja violada. Restrição (18) é uma condição de integralidade da variável de decisão número de toras para o corte, em cada padrão p . Restrições (19) e (20) delimitam a faixa de valores das variáveis de decisão. Neste modelo foi reduzida a complexidade do problema pela determinação de padrões de corte factíveis para cada tipo de tora disponível em estoque, obtidos pelo algoritmo 1. Este modelo é resolvido utilizando-se o método *Branch and Bound* sem nenhuma parametrização especial implementado no software CPLEX. No Apêndice A são especificadas as estruturas dos arquivos de dados criados para implementar o método de solução apresentado.

5.2.2 Segundo método

No segundo método implementou-se uma função construtora em interação com a metaheurística *Simulated Annealing*. Este método foi desenvolvido como uma

alternativa para o método anterior, com a finalidade de obter uma boa solução, com menores recursos de software e hardware. O objetivo da função construtora é criar em cada iteração uma solução fatível composta por um conjunto de planos de corte. O objetivo de SA é minimizar as perdas de matéria-prima no processo de obtenção dos itens a partir das toras em estoque. No Apêndice C apresentamos o algoritmo padrão de *Simulated Annealing*. A Figura 8 mostra o desenho de interação entre a função construtora e *Simulated Annealing*.

Figura 8 – Interação função construtora e *Simulated Annealing*



Na primeira fase desta interação se constrói uma solução fatível composta por padrões, cuja estrutura foi definida no vetor (1) e (2) deste Capítulo. A qualidade da solução é avaliada de acordo com o valor da função objetivo. A representação da solução é definida por um vetor que indica a quantidade de toras para cortar de cada tipo de diâmetro utilizado no processo de serra de madeiras. Este vetor pode ser definido como $S = [S_1, S_2, S_3, \dots, S_T]$, onde S_t é a quantidade de toras de tipo t , que serão utilizadas para satisfazer a demanda de peças laterais e centrais, e T é o número de tipos de diâmetros de toras disponíveis em estoque. Na segunda fase desta interação, a solução é utilizada pelo algoritmo de SA, com o propósito de executar o processo padrão de otimização. Na terceira fase, o algoritmo de SA envia uma nova solicitação à função construtora para elaborar uma nova solução fatível. Este processo de interação continua de maneira dinâmica até os níveis de parada estabelecidos na metaheurística Simulated Annealing.

Algoritmo interação função construtora e SA

Para abordar esta interação foram concebidos dois algoritmos, um para o processo de otimização através da utilização do procedimento padrão da metaheurística SA, tal procedimento padrão é apresentado no Apêndice C. Um segundo algoritmo permite a construção de soluções factíveis. Este algoritmo possui a mesma lógica que o algoritmo de geração de padrões de corte do algoritmo (1). A diferença fundamental encontra-se no fato de que não se geram todos os possíveis padrões de corte, senão em cada iteração com a função construtora, só uma solução fatível, composta por um conjunto de padrões que satisfazem a demanda de itens laterais e centrais. A seguir, descreve-se os algoritmos em detalhes.

Primeiramente, no passo 1 do algoritmo 3 são dispostos em ordem o arquivo de toras em estoque de maneira ascendente pelo diâmetro, e os arquivos de demandas de peças laterais e centrais em ordem ascendente pela dimensão de largura. Também são definidas as variáveis solução inicial, e avaliação da solução inicial. No passo 2, é utilizado o algoritmo 5 para a geração de uma solução inicial fatível. A partir desta solução inicial, no passo 3 se cria uma solução vizinha para ser utilizada na seguinte iteração do algoritmo. No passo 4 é executado o procedimento padrão de otimização da metaheurística SA. O procedimento padrão se inicia desde uma solução inicial, para depois estabelecer uma solução na vizinhança, se esta é

melhor que solução anterior, é trocada como nova solução. Este processo continua até encontrar algum critério de parada, como por exemplo, o nível do parâmetro temperatura de enfreamento de SA. No algoritmo de SA, a maneira de evitar cair num ótimo local é permitir a deslocação para soluções piores. Estes movimentos se fazem de maneira controlada mediante uma função de probabilidades. A partir do passo anterior é executado o algoritmo 5 para elaborar uma nova solução factível. Depois disto voltamos ao passo 3, para iniciar uma nova iteração.

A característica principal do algoritmo 5 é construir em cada iteração com a metaheurística só uma solução factível. Esta solução factível é composta por um conjunto de padrões de corte que permitem suprir a demanda de peças laterais e centrais.

Algorithm 3 Algoritmo interação função construtora e SA

Passo 1 (Início): Ordene os tipos de toras t pelo diâmetro ($t = 1, 2, \dots, T$), em ordem crescente e as peças laterais e centrais ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, r$) pela largura em ordem crescente. Faça $V_c \leftarrow 0$, onde V_c contém as peças laterais e centrais de uma solução factível. Faça $eval(V_c) \leftarrow \infty$, onde $eval(V_c)$ é o resultado de avaliação de uma solução factível.

Passo 2 (Construção solução inicial factível): Executar algoritmo (5). Se solução factível não é encontrada, então parar. Caso contrario, $V_n \leftarrow w_k$. Avaliar solução de vetor V_n . Determine o número de vezes que cada tipo de tora no vetor V_n é cortada, depois armazene o resultado no vetor $Vinz$.

Passo 3 (Gerar solução na vizinhança): Escolher duas posições no vetor $Vinz$, e trocar os valores. Se qualquer valor no vetor $Vinz$ é infactível, então atualize os valores utilizando a matéria-prima disponível em estoque.

Passo 4 (Procedimento algoritmo simulate annealing): Executar algoritmo (4). Se nível de temperatura é menor que nível mínimo, então ir ao Passo 6.

Passo 5 (Construir nova solução factível): Executar algoritmo (5) com vizinhança no vetor $Vinz$. Designar solução factível para vetor V_n . Avaliar solução factível V_n . Ir Passo 3.

Step 6 (Fim): Imprimir a melhor solução de padrões de corte.

Algorithm 4 Algoritmo Simulated Annealing

Entradas: V_n , V_c , $eval(V_n)$, $eval(V_c)$, T (Temperature), $Vinz$

Saídas: A , V_c , $eval(V_c)$, $Vinz$

repeat

Se $eval(V_n) < eval(V_c)$, então $V_c \leftarrow V_n$. Determine o número de vezes que cada tipo de tora no vetor V_c será cortada. Armazene o resultado no vetor $Vinz$, caso contrário, se $\text{random}[0, 1] < e^{(eval(V_n) - eval(V_c))/T}$, então $V_c \leftarrow V_n$. Determine o número de vezes que cada tipo de tora no vetor V_c será cortada e o resultado armazene no vetor $Vinz$.

until (até condição de fim)

Algorithm 5 Algoritmo geração de soluções factíveis

Passo 1 (Início): Faça $j \leftarrow 0$, j é um contador de padrões de corte factíveis.

Passo 2 (Geração soluções factíveis): Se existem peças laterais e centrais sob demanda aplicar o seguinte processo:

Passo 2.1: Escolher tora t com diâmetro d_t .

Passo 2.2: Executar algoritmo (2) para alocar peças laterais. Escolher padrão de corte p desde matriz $A_{P,K*Z}$. Designar o padrão p no vetor v_p , o qual, é utilizado para armazenar os padrões de corte para avaliação.

Passo 2.3 (Avaliar padrões de corte): Para cada padrão de corte no vetor v_p aplicar o seguinte processo:

Passo 2.3.1: Para cada zona lateral Z do padrão p aplicar a equação de restrição de fronteira (1). Se a peça lateral é factível calcular a nova largura desde o centro do círculo à peça lateral utilizada na equação (2).

Passo 2.3.2: Se todas as peças são factíveis calcular com equações (3) e (4), altura e largura do retângulo após o corte de todas as peças laterais no padrão p .

Passo 2.3.3: Para cada peça central tipo j sob demanda. Se largura da peça central j é menor ou igual que largura do retângulo que obteve-se no resultado da equação (6), então dividir a altura do resultado da equação (7) pela espessura da peça central j , depois atualize o número de peças centrais para o corte. Em outro caso, ler o seguinte tipo de peça central.

Passo 2.4 Se padrão de corte v_p é factível, então $j \leftarrow j + 1$, armazenar padrão de vetor v_p em vetor w_j

Passo 3 $K \leftarrow j$. Enviar solução factível do vetor w_j , $k = 1, \dots, K$ para algoritmo (3)

6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Os experimentos computacionais do método 1 e método 2 foram executados com as instâncias de dados apresentadas nos Apêndices E e F. Também nestes experimentos foram consideradas situações de mudanças na demanda e nos parâmetros de operação. Durante o desenvolvimento dos experimentos foi utilizado um servidor Dell Precision T3600, processador Intel Xeon, 2.8 GHz, 16 GB, de quatro núcleos. Este capítulo está organizado de maneira a apresentar detalhadamente os resultados dos métodos *Branch and Bound*, e de *Simulated Annealing*.

6.1 RESULTADOS DO PRIMEIRO MÉTODO

As Tabelas 1 e 2 apresentam os resultados em sua versão inteira e relaxada. Na solução relaxada foi retirada a restrição de as variáveis serem inteiras. Nestas duas tabelas a função objetivo mostra o resultado do cálculo das perdas em m^2 após o corte das peças laterais e centrais a partir de toras em estoque. Para todas as instâncias o método satisfaz completamente a demanda de peças laterais e centrais, e não são gerados excessos de produção nem falta de atendimento. Os dados de entrada da Tabela 1 possuem como característica toras de estoque desde 20 até 30 centímetros de diâmetro de diferentes comprimentos, demanda de peças laterais de doze tipos de largura e cinco para as peças centrais. Outra característica importante nesta tabela é a existência de três grupos de instâncias. As instâncias 1 e 2 possuem pouca demanda de peças laterais e centrais. Instâncias 3 a 8 são todas consideradas como de nível médio, com quantidades significativas de demanda para peças laterais e centrais. Finalmente as instâncias 9 e 10 são consideradas as de tamanho maior. Para todas as instâncias desta tabela foi estabelecido como parâmetro o corte de duas peças laterais em cada zona periférica da tora. O detalhe de cada uma das

instâncias foram especificadas no Apêndice E.

Uma análise da Tabela 1 permite desenvolver as seguintes observações:

- Função objetivo - mostra resultados comparáveis da solução relaxada e inteira;
- Tempo de processamento - para todas as instâncias a solução ótima inteira é obtida pelo CPLEX em, no máximo, 26 minutos, sendo que este valor inclui o tempo para a geração dos padrões de corte. O tempo computacional é considerado apropriado devido ao tamanho das instâncias e à utilização do método *Branch and Bound*;
- Toras utilizadas - apresenta um incremento a partir da quantidade de peças laterais e centrais para o corte, como é possível deduzir dos valores desta Tabela;
- Gap - mostra resultados que demonstram pouco distanciamento da solução inteira e o melhor *lower bound*.

A Tabela 2 apresenta os resultados para uma serraria localizada no Rio Grande do Sul. Neste caso, como é possível observar, a empresa utiliza estoque de toras que variam desde 26 até 36 centímetros de diâmetro. A demanda de peças retangulares laterais é de cinco tipos de largura, sendo um tipo de largura para centrais. Todas as instâncias são consideradas de grande porte pela quantidade de peças laterais para o corte. Por meio de parâmetros foi estabelecido o corte de três peças laterais para cada zona periférica da tora. As características das instâncias desta tabela foram especificadas no Apêndice F.

Uma análise da Tabela 2 permite realizar as seguintes observações:

- Função objetivo - contém resultados bastante similares para todas as instâncias e é possível determinar que, devido ao maior diâmetro das toras utilizadas, é maior o aproveitamento da superfície da tora para o corte;
- Tempo de processamento - para todas as instâncias a solução ótima é obtida pelo CPLEX em menos de 23 minutos, sendo que este valor inclui o tempo para a geração dos planos de corte. Este tempo de processamento pode ser considerado satisfatório, levando em consideração o tamanho das instâncias e o método utilizado para resolver o problema;

- Toras utilizadas - este valor apresenta um incremento que varia em função da quantidade da demanda de peças laterais e centrais, como se pode deduzir dos valores da Tabela;
- Gap - mostra resultados que demonstram distanciamento mínimo entre a solução inteira e o melhor *lower bound*.

Entretanto, um aspecto interessante de observar nos resultados apresentados nas Tabelas 1 e 2 é a complexidade dos dados da demanda de laterais e centrais, que afeta o tempo de processamento. Por exemplo, na Tabela 1 cada instância possui doze tipos de laterais diferentes, e cinco tipos de centrais, neste caso, aumenta a combinatória de peças para o corte em cada zona lateral do padrão “*Cant Sawing*”. As instâncias da Tabela 2, apesar de ser maiores em tamanho, possuem menor complexidade pela menor variedade de tipos de peças laterais e centrais.

Tabela 1 – Resultados método 1 - Corte de 2 laterais por zona

Instâncias	Diâmetros (cm)		Estoque Toras		Tipos Laterais		Tipos Centrais		Demanda laterais		Demanda centrais	
	20 – 30	30 – 40	114	164	12	12	5	5	308	448	308	441
Instância 1	20 – 30	30 – 40	114	164	12	12	5	5	308	448	308	441
Instância 2	20 – 30	30 – 40	164	216	12	12	5	5	624	888	539	819
Instância 3	20 – 30	30 – 40	216	319	12	12	5	5	888	1588	1421	2268
Instância 4	20 – 30	30 – 40	319	567	12	12	5	5	1588	2288	2562	4165
Instância 5	20 – 30	30 – 40	567	840	12	12	5	5	2288	2882	4851	5915
Instância 6	20 – 30	30 – 40	840	1027	12	12	5	5	2882	4464	4851	5915
Instância 7	20 – 30	30 – 40	1027	1606	12	12	5	5	4464	5460	4851	5915
Instância 8	20 – 30	30 – 40	1606	1447	12	12	5	5	5460	6622	4851	5915
Instância 9	20 – 30	30 – 40	1447	1776	12	12	5	5	6622			
Instância 10	20 – 30	30 – 40	1776		12	12	5	5				

Instâncias	Solução relaxada				Método 1				% var. Gap	
	Função objetivo	Tempo (s)	Toras utilizadas	Função objetivo	Tempo (s)	Toras utilizadas	Função objetivo	Tempo (s)		Toras utilizadas
Instância 1	0, 62564	28, 09578	40, 559	0, 65259	1479, 782	41	0, 65259	1479, 782	41	4, 3076%
Instância 2	0, 80202	26, 31737	57, 875	0, 83659	1510, 164	59	0, 83659	1510, 164	59	4, 3104%
Instância 3	1, 15582	25, 88057	86, 513	1, 18485	1538, 395	87	1, 18485	1538, 395	87	2, 5116%
Instância 4	1, 58368	26, 08337	117, 876	1, 62381	1480, 59	119	1, 62381	1480, 59	119	2, 5340%
Instância 5	2, 77304	27, 42498	214, 174	2, 80583	1506, 85	214	2, 80583	1506, 85	214	1, 1825%
Instância 6	4, 02235	27, 83057	292, 968	4, 05335	1497, 576	293	4, 05335	1497, 576	293	0, 7707%
Instância 7	5, 03808	28, 26738	389, 112	5, 06792	1452, 86	390	5, 06792	1452, 86	390	0, 5923%
Instância 8	7, 78096	28, 36098	585, 476	7, 79929	1519, 56	586	7, 79929	1519, 56	586	0, 2356%
Instância 9	9, 69586	24, 81975	740, 701	9, 71432	1368, 019	741	9, 71432	1368, 019	741	0, 1904%
Instância 10	11, 4703	24, 94456	891, 205	11, 5054	1482, 099	892	11, 5054	1482, 099	892	0, 3060%

Tabela 2 – Resultados método 1 - Corte de 3 laterais por zona

Instâncias	Diâmetros (cm)	Estoque Toras	Tipos Laterais	Tipos Centrais	Demanda laterais	Demanda centrais
Instância 1	26 – 36	2310	5	1	4900	940
Instância 2	26 – 36	2310	5	1	5500	840
Instância 3	26 – 36	2310	5	1	5160	1200
Instância 4	26 – 36	2310	5	1	5600	960
Instância 5	26 – 36	2310	5	1	6305	1300

Instâncias	Solução relaxada			Método 1			% var. Gap
	Função objetivo	Tempo (s)	Toras utilizadas	Função objetivo	Tempo (s)	Toras utilizadas	
Instância 1	11, 7417	4, 52402	408, 333	11, 7725	1290, 905	409	0, 2623%
Instância 2	14, 1849	5, 83443	480, 8	14, 2034	1366, 218	481	0, 1304%
Instância 3	11, 6286	4, 49282	446, 788	11, 6628	1144, 68	448	0, 2941%
Instância 4	17, 4097	4, 30562	544, 842	17, 4429	1139, 225	546	0, 1907%
Instância 5	16, 4206	4, 16522	555, 481	16, 4513	1272, 083	555	0, 1870%

6.1.1 Exemplos ilustrativos do primeiro método

O cálculo das perdas baseou-se em função da superfície cortada de peças laterais e centrais, a partir da superfície utilizada nas toras em estoque.

As Tabelas 3, 4 e 5 apresentam resultados para a instância 1 da Tabela 1. Tabela 3 exibe informação do número de toras que serão utilizadas no processo de corte, para os diferentes tipos de diâmetros disponíveis em estoque. Por exemplo, a linha 1 da Tabela 3 mostra que para o padrão 2211 serão cortadas 5 toras do tipo 2, que equivale ao diâmetro de 22 centímetros. Para esta instância, o método determina 21 padrões de corte que minimizam a perda de madeira e satisfazem completamente a demanda de peças laterais e centrais.

Tabela 3 – Instância 1 de Tabela 1 - Resultados de toras para o corte por tipo

Padrão	Toras para cortar	Diâmetro
2211	5	22
2972	1	24
3077	1	24
3586	2	26
4041	2	26
4272	2	26
4337	3	26
4917	2	28
5141	2	28
5151	1	28
5194	2	28
5299	1	28
5344	1	28
5473	3	28
5615	2	30
6262	1	30
6263	6	30
6305	1	30
6584	1	30
6594	1	30
6599	1	30

A Tabela 4 fornece informações mais detalhadas sobre as perdas de matéria-prima após o corte das peças laterais e centrais, bem como informações sobre a quantidade de toras que devam ser utilizadas para cada diâmetro. Os resultados desta tabela demonstram que pelas características da demanda a maior perda é obtida na utilização de matéria-prima de menor diâmetro. A explicação desta maior perda é a ausência do corte de peças centrais, na superfície da tora, para o diâmetro

de 22 centímetros.

Tabela 4 – Instância 1 de Tabela 1 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora

Diâmetro	Toras para cortar	Superfície Toras	Superfície utilizada	Perdas (%)
22	5	0,19	0,08	57,89
24	2	0,0904	0,074	18,14
26	9	0,4779	0,355	25,72
28	12	0,7392	0,5602	24,22
30	13	0,9191	0,6944	24,45

Finalmente, na Tabela 5 mostra-se todos os planos de corte como resultado do processo de minimização. Como foi especificado anteriormente, para as instâncias da Tabela 1, foi estabelecido o corte de duas peças de madeira em cada zona lateral. Consequentemente, o número máximo de peças para o corte em cada padrão da Tabela 5 não é superior a oito tipos de laterais. Em cada padrão é estabelecido o corte de peças centrais, a partir das relações estabelecidas no Capítulo 5. Neste âmbito, no padrão 2211 não é factível o corte de peças centrais. Entretanto, no padrão 4917 é possível o corte de 9 peças centrais de tipo 2.

Tabela 5 – Instância 1 de Tabela 1 - Padrões de corte otimizados

Padrão	Peças laterais												Peças centrais				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5
2211	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0
2972	4	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	7	0	0	0
3077	0	0	4	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	7	0	0	0
3586	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	8	0	0	0	0
4041	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	7	0	0	0	0
4272	0	0	0	0	4	0	0	4	0	0	0	0	0	7	0	0	0
4337	0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	0	0	0	7	0	0	0
4917	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	9	0	0	0
5141	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	2	9	0	0	0	0
5151	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	8	0	0	0	0
5194	4	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	9	0
5299	0	0	4	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	9	0
5344	0	0	0	4	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	9	0
5473	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	8	0	0
5615	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	9
6262	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	0	10	0	0	0
6263	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	2	0	0	10	0	0
6305	4	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	10
6584	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	9	0
6594	0	0	0	0	0	0	0	4	0	4	0	0	0	0	0	9	0
6599	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	4	0	0	0	0	9	0

As tabelas 6, 7 e 8 mostram resultados da execução do método utilizando a instância 1 da Tabela 2. Neste caso, para esta instância é estabelecido o corte de três peças laterais em cada zona lateral. Por conseguinte, considerando o número de zonas laterais no padrão *Cant Sawing*, o número máximo de laterais para o corte será de doze tipos de peças. A Tabela 6 exhibe o número de toras de cada tipo que deve ser utilizado no processo de corte.

A Tabela 7 mostra o porcentagem de perdas após o corte das peças laterais e centrais sob demanda. Neste caso, observa-se, em média, uma perda de 40,23% para o conjunto de padrões de corte escolhidos pelo processo de otimização. Esta maior perda é explicada pelas características da demanda e pela ausência de corte de peças centrais no diâmetro de tora de 26 centímetros.

Para complementar a informação proporcionada anteriormente apresenta-se na Tabela 8 os planos de corte detalhados contendo o número de peças laterais e centrais para cada corte. Como é possível observar nesta instância, para cada plano de corte corta-se, no máximo, uma dúzia de peças laterais e apenas um tipo de peça central.

Tabela 6 – Instância 1 de Tabela 2 - Resultados de toras para o corte por tipo

Padrão	Toras para cortar	diâmetro
26	43	26
31	1	26
32	154	26
41	1	26
46	1	26
98	91	28
101	46	28
111	15	28
116	1	28
230	2	32
236	12	32
300	42	34

Tabela 7 – Instância 1 de Tabela 2 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora

Diâmetros	Toras para cortar	Superfície Toras	Superfície utilizada	Perdas (%)
26	200	10,62	4,17125	60,72%
28	153	9,4248	5,60500	40,53%
32	14	1,1256	0,80500	28,48%
34	42	3,8136	2,62500	31,17%

Por exemplo, para o padrão de corte 46 são desdobradas quatro peças laterais de tipo 2, duas peças laterais de tipo 3, e duas peças laterais de tipo 4, ou seja, são cortadas oito peças laterais de um máximo de 12. Entretanto, no padrão 230 corta-se doze peças laterais, quatro peças laterais de tipo 2 e oito peças laterais de tipo 5. Para este mesmo padrão, determina-se a viabilidade de corte de oito peças centrais de tipo 1.

Tabela 8 – Instância 1 de Tabela 2 - Padrões de corte otimizados

Padrão	Laterais					Centrais
	1	2	3	4	5	1
26	12	0	0	0	0	0
31	4	8	0	0	0	0
32	4	4	4	0	0	0
41	0	12	0	0	0	0
46	0	4	2	2	0	0
98	4	0	0	8	0	6
101	0	12	0	0	0	0
111	0	0	12	0	0	0
116	0	0	4	0	4	0
230	0	4	0	0	8	8
236	0	0	4	0	8	7
300	0	0	0	0	12	7

Para estes dois exemplos, a maior perda é ocasionada pelas características da demanda e pela ausência de corte de peças centrais em determinados padrões de corte. Igualmente é destacável o baixo número de planos de corte gerados pelo método para as duas instâncias, como foi exibido nas Tabelas 5 e 8 desta seção. O efeito prático desta situação numa serraria de alto rendimento é o pouco tempo de *setup* para troca de planos de corte.

6.1.2 Análise de sensibilidade - Influência da demanda

De maneira a ilustrar os efeitos de modificações nas demandas foi realizado um teste adicional na instância 1 da Tabela 1. Este teste consistiu em diminuir o estoque disponível para determinados tipos de toras, aumentando ou diminuindo a quantidade de demanda de peças laterais ou centrais.

Tabelas 9 e 10 apresentam dados da instância 1 da Tabela 1, e das modificações na demanda de peças laterais. Na Tabela 9 foram modificados dois valores em estoque no diâmetro 28, reduzindo de 16 para 8 toras e no diâmetro 30, reduzindo de 23 para 10 toras. A Tabela 11 apresenta os novos resultados da função objetivo. O método utilizou o estoque completo de toras de maior diâmetro, a saber, de 26, 28 e 30 centímetros. Neste caso, a perda é maior no diâmetro de 22 centímetros. Este fato é explicado pela ausência de corte de peças centrais nas seis toras utilizadas no diâmetro de 22 centímetros.

Tabela 9 – Instância 1 - Dados de toras em estoque

Diâmetros	Toras em estoque	Toras em estoque modificado
20	28	28
22	13	13
24	21	21
26	13	13
28	16	8
30	23	10

Tabela 10 – Instância 1 - Demanda de laterais e centrais

Demanda de peças laterais				Demanda de peças centrais		
Espessura	Largura	Demanda	Demanda modificada	Espessura	Largura	Demanda
2	6,5	32	32	2	12	56
2	7	18	24	2	14	77
2	9	24	24	2	16	84
2	10	22	22	2	18	63
2	12	22	22	2	20	28
2	12,5	12	12			
2	13	14	14			
2	14	90	90			
2	15	4	10			
2	17	12	12			
2	18	10	10			
2	20	48	48			

Tabela 11 – Instância 1 demanda modificada - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora

Diâmetro	Toras para cortar	Superfície Toras	Superfície utilizada	Perdas (%)
22	6	0,228	0,0352	84,56%
24	8	0,3616	0,2856	21,02%
26	13	0,6903	0,5226	24,29%
28	8	0,4928	0,3862	21,63%
30	10	0,707	0,4996	29,34%

6.1.3 Análise de sensibilidade - Influência da falta de estoque

Para mostrar os efeitos da falta de estoque no método duas novas instâncias foram executadas. Na primeira, são cortadas duas peças laterais e, na segunda, o corte de três peças laterais em cada zona lateral do padrão *Cant Sawing*.

Tabelas 12 e 13 exibem os dados da instância 1 da Tabela 1 e as modificações no estoque de toras disponível.

Tabela 12 – Instância 1 - Dados de toras em estoque

Diâmetro	Toras em estoque	Toras em estoque modificado
20	28	5
22	13	5
24	21	2
26	13	7
28	16	10
30	23	9

Tabela 13 – Instância 1 - Demanda de laterais e centrais

Demanda de peças laterais				Demanda de peças centrais		
Espessura	Largura	Demanda	Demanda modificada	Espessura	Largura	Demanda
2	6,5	32	32	2	12	56
2	7	18	24	2	14	77
2	9	24	24	2	16	84
2	10	22	22	2	18	63
2	12	22	22	2	20	28
2	12,5	12	12			
2	13	14	14			
2	14	90	90			
2	15	4	10			
2	17	12	12			
2	18	10	10			
2	20	48	48			

Após execução do método, mostra-se os resultados nas Tabelas 14, 15 e 16. Na Tabela 14 são mostrados os diâmetros e o número de toras para o corte em cada plano de corte. A partir dos resultados da Tabela 15, é possível concluir que a falta de peças laterais e centrais é explicado pela não disponibilidade de matéria-prima em estoque. Todo o estoque disponível foi utilizado para atender a demanda de itens.

Tabela 14 – Instância 1 modificada - Resultados toras para o corte por tipo

Padrão	Diâmetro	Toras para cortar
794	20	3
837	20	2
2211	22	5
2476	24	1
3146	24	1
4041	26	2
4272	26	2
4307	26	1
4337	26	2
5141	28	2
5473	28	7
5478	28	1
5624	30	2
5625	30	3
6218	30	1
6257	30	2
6594	30	1

Tabela 16 apresenta o resultado de multiplicar as peças laterais e centrais pela quantidade de toras para o corte, como está especificado na Tabela 14. A Tabela 16 mostra o impacto que se origina pela falta de matéria-prima em estoque. Neste caso, a falta de produção atingiu três tipos de laterais de 1, 4 e 12, e os cinco tipos de centrais. Claramente, o método priorizou o corte de peças laterais sobre as centrais devido aos maiores fatores de penalidades.

Tabela 15 – Instância 1 modificada - Falta de produção

Falta de peças para atendimento	Tipo de peça lateral	Tipo de peça central
25	1	
2	4	
9	12	
18		1
22		2
11		3
38		4
4		5

Tabela 16 – Instância 1 modificada - Resultado número de peças para o corte

Padrão	Peças laterais												Peças centrais				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5
794	0	12	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
837	0	0	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2211	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0
2476	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3146	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0
4041	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	4	14	0	0	0	0
4272	0	0	0	0	8	0	0	8	0	0	0	0	0	14	0	0	0
4307	0	0	0	0	0	4	0	4	0	0	0	0	0	7	0	0	0
4337	0	0	0	0	0	0	8	8	0	0	0	0	0	14	0	0	0
5141	2	2	2	2	0	0	0	0	0	2	2	4	18	0	0	0	0
5473	0	0	0	0	0	0	0	56	0	0	0	0	0	0	56	0	0
5478	0	0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	0	0	0	8	0	0
5624	0	2	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	16	0
5625	0	3	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	24
6218	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	9	0	0
6257	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	2	4	0	20	0	0	0
6594	0	0	0	0	0	0	0	4	0	4	0	0	0	0	0	9	0
<i>Soma</i>	7	24	24	20	22	12	14	90	10	12	10	39	38	55	73	25	24
<i>Demanda</i>	32	24	24	22	22	12	14	90	10	12	10	48	56	77	84	63	28
<i>Falta</i>	25	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	9	18	22	11	38	4

6.1.4 Análise de sensibilidade - Influência da mudança nas penalidades

Tabela 17 exibe os novos valores de penalidades. A partir destas novas penalidades é executado o método com os dados da instância 1, Tabela 2 (ver Apêndice F). Os resultados são mostrados nas Tabelas 18, 19 e 20.

Para estas situações, o método gerou falta de atendimento em três tipos de peças laterais. O método deu preferência ao corte de produtos centrais pelas penalidades maiores estabelecidas para este tipo de produto. Esta situação para uma serraria que privilegie a venda de produtos laterais sobre os centrais prejudicaria os lucros,

Tabela 17 – Mudanças nas penalidades

Penalidade	Descrição	Penalidade inicial	Nova penalidade
p_i^e	Excesso de produção laterais	99999	2
p_i^f	Falta de atendimento laterais	999999	2
p_j^e	Excesso de produção centrais	500	9999
p_j^f	Falta de atendimento centrais	50000	9999

Tabela 18 – Instância 1 - Resultados de toras para o corte por tipo

Padrão	Toras para cortar	Diâmetro
32	1	26
35	100	26
41	99	26
98	91	28
230	2	32
236	11	32
300	43	34

Tabela 19 – Instância 1 modificada - Falta de produção

Falta de peças para atendimento	Tipo de peça lateral
732	1
2	3
2	4

Tabela 20 – Instância 1 - Resultado número de peças para o corte

Padrão	Laterais					Centrais
	1	2	3	4	5	1
32	4	4	4	0	0	0
35	400	0	800	0	0	0
41	0	1188	0	0	0	0
98	364	0	0	728	0	546
230	0	8	0	0	16	16
236	0	0	44	0	88	77
300	0	0	0	0	516	301
<i>Soma</i>	768	1200	848	728	620	940
<i>Demanda</i>	1500	1200	850	730	620	940
<i>Falta</i>	732		2	2		

imagem e viabilidade no curto e longo prazo.

Estes exemplos mostraram que o método 1 consegue absorver mudanças nas demandas, mudanças de falta de estoque de toras e mudanças nas penalidades oferecendo resultados de forma eficiente e efetiva. Pode-se concluir que, a utilização de planos de corte planejados, em conjunto com as toras classificadas por diâmetro, aumenta o rendimento no uso da matéria-prima no processo de corte de itens.

6.2 RESULTADOS COMPUTACIONAIS DO SEGUNDO MÉTODO

Na implementação do algoritmo de *Simulated Annealing* é preciso considerar decisões de tipo gerais e decisões específicas, para qualquer problema a ser resolvido utilizando a metaheurística SA (MICHALEWICZ; FOGEL, 2002). As decisões gerais se referem principalmente à forma de controlar a temperatura, e incluem a função da temperatura, o valor inicial, o valor final, a quantidade de iterações para cada nível de temperatura, e os critérios de término do algoritmo. As decisões específicas compreendem a definição do espaço de solução, a vizinhança de uma solução, a função objetivo e por último, a estratégia para obtenção da solução inicial.

As seguintes decisões gerais foram consideradas:

- Parâmetros de temperatura inicial e final foram definidos experimentalmente;
- A função de temperatura utilizada neste trabalho é comumente usada na literatura: $T(t) = \alpha * t$, neste caso $\alpha : 0 < \alpha < 1$, t : Temperatura;
- Para Dowsland (1993), é recomendável usar números altos de α , entre 0,8 e 0,99;
- A quantidade de iterações para cada nível de temperatura é fixada a partir dos resultados dos experimentos;
- O critério de término do algoritmo é definido de maneira que se consiga alcançar a temperatura final estabelecida por parâmetro.

No caso de decisões específicas, os seguintes elementos foram considerados: o espaço de solução é definido por todos os planos de corte factíveis estabelecidos no algoritmo 1 do Capítulo 5. Para a representação da solução no método 2 é definido um vetor, que define a quantidade de toras para cortar para cada tipo de diâmetro. Cada solução é definida por um vetor $S = [S_1, S_2, S_3, \dots, S_T]$, onde S_t é a quantidade de toras de tipo t , que serão utilizadas para satisfazer a demanda de peças laterais e centrais, e T , o número de tipos de diâmetros de toras disponíveis em estoque. A partir desta representação, a vizinhança de uma solução fatível é definida a partir de cada vetor S , trocando de maneira aleatória duas posições do vetor. Nesta troca pode acontecer que um vizinho seja infatível, para o qual, a solução é reparada

utilizando as toras disponíveis em estoque para os diferentes tipos de diâmetros. A função objetivo para este método é definida de maneira equivalente à função (14) estabelecida no Capítulo 5, etapa 2. Finalmente a solução inicial para este método foi gerada a partir das demandas de laterais e centrais utilizando o algoritmo disposto no Capítulo 5.

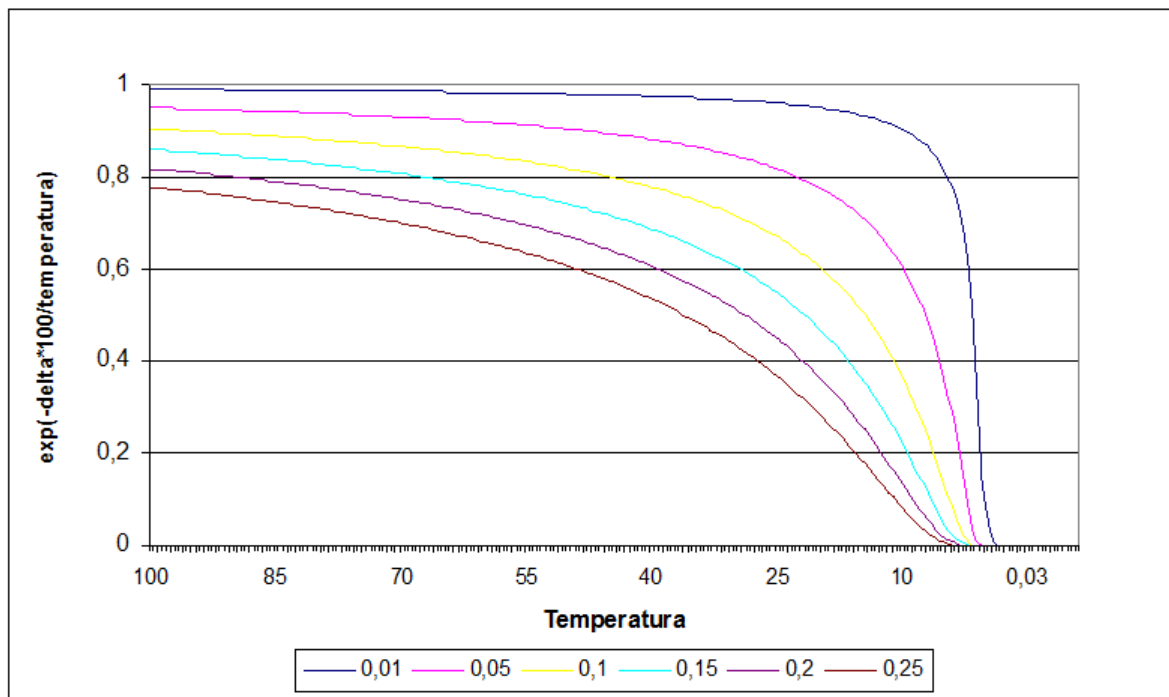
Para analisar o rendimento do método 2 optou-se pela utilização das instâncias da serraria localizada na região Sul do Brasil. Neste âmbito, a primeira atividade desenvolvida foi realizar experimentos para estabelecer os parâmetros de tipo gerais mediante o uso da instância 1 da Tabela 2. Neste caso foram desenvolvidos oito experimentos com oito corridas cada um deles. Os resultados destes experimentos são apresentados no Apêndice D.

Conforme Dowsland (1993) boas soluções são obtidas com valores de parâmetros de nível baixo. Desta forma decidiu-se fixar o valor deste parâmetro em 10, em razão que, nesta implementação de SA e para as instancias da Tabela 2 de Apêndice D, os melhores resultados sucedem com temperaturas baixas. Considerando o comportamento com temperaturas altas a probabilidade de aceitar soluções piores é também alta (ver algoritmo 4). A Figura 9 apresenta curvas de probabilidades de aceitação de soluções para diferentes níveis de temperatura. Para esta figura, o eixo horizontal mostra os diferentes níveis de temperatura inicial, e o eixo vertical a probabilidade de aceitação de uma solução pior para diferentes valores de perdas, cada valor de perda está representado por uma cor diferente. A partir dos resultados conseguidos na definição de parâmetros do método 2 em Apêndice D é recomendável, neste caso, utilizar temperaturas baixas, significa designar um valor baixo para a temperatura inicial, e principalmente para a temperatura final. A título de exemplo, fixar a temperatura inicial em 10 significa que para esse nível de temperatura, de aceitar uma solução pior com uma perda de 10% (por exemplo, de uma perda de 30%, para uma perda de 20%) é de 36,8% aproximadamente. O ideal durante o decorrer da busca é que a probabilidade de aceitar as soluções piores diminua, o qual, consegue-se ao fixar temperatura inicial e final baixa.

Tabela 21 – Parâmetros finais SA

Temperatura inicial	Alpha	Temperatura Final	Número de iterações por temperatura
10	0,98	0,05	100

Figura 9 – Probabilidade de aceitação de soluções piores por nível de temperatura, para diferentes valores de γ



Com respeito ao parâmetro número de iterações por nível de temperatura, eventualmente se precisariam de diferentes valores dependendo do problema a ser resolvido. Considerando que para Tabela 2 de Apêndice D todas as instâncias são de alta complexidade resolvesse provar um valor inferior a 10 e um valor maior que 100. Neste caso, o melhor rendimento é conseguido com 100 iterações. Portanto, nesta oportunidade se tivéssemos que escolher um critério para definir um valor, seria melhor escolher aquele que gera os melhores resultados. É assim que se estabelece o número de iterações em 100. A Tabela 21 mostra os valores finais para cada parâmetro, os quais foram utilizados com o método 2 para todas as instâncias da Tabela 2.

Os resultados da execução do método 2 são exibidos na Tabela 22.

Tabela 22 – Resultados modelo programação inteira - 3 laterais x zona

Instâncias	Diâmetros (cm)	Estoque		Tipos		Tipos		Demanda laterais	Demanda centrais
		Toras	Laterais	Laterais	Centrais				
Instância 1	26 – 36	2310	5	5	1	1	4900	940	
Instância 2	26 – 36	2310	5	5	1	1	5500	840	
Instância 3	26 – 36	2310	5	5	1	1	5160	1200	
Instância 4	26 – 36	2310	5	5	1	1	5600	960	
Instância 5	26 – 36	2310	5	5	1	1	6305	1300	

Instâncias	Método 1		Método 2		% var. Gap
	Função objetivo	Tempo (s)	F.O Média	Tempo (s)	
Instância 1	11, 7725	1290, 905	15, 0233	920, 7843	27, 61%
Instância 2	14, 2034	1366, 218	18, 0394	950, 2885	27, 00%
Instância 3	11, 6628	1144, 68	14, 5387	987, 643	24, 66%
Instância 4	17, 4429	1139, 225	21, 4533	980, 5785	22, 99%
Instância 5	16, 4513	1272, 083	20, 8664	1020, 632	26, 84%

Os valores da função objetivo da Tabela 22 que se exibem na coluna metaheurística SA são valores médios de oito corridas e o *GAP* calculado com o valor da função objetivo do método 1. Para cada uma das corridas o algoritmo de *Simulated Annealing* não conseguiu superar as soluções da função objetivo do método 1. Neste ponto, o algoritmo do método 1 demonstra mais eficácia na obtenção dos resultados que o algoritmo SA, que em média entrega perdas de 25,82% da otimalidade, após o corte de peças laterais e centrais a partir de toras em estoque. O menor tempo de execução é explicado pela estratégia de divisão e conquista que utiliza o algoritmo de *Branch and Bound*, embora este algoritmo resolva grandes instâncias e proporcione boas soluções na otimalidade, a boa performance não está garantida.

Para a implementação de SA cada vez que se executam instâncias com características específicas, tais como, alta, média, ou baixa demanda de peças laterais ou centrais, deve-se primeiro desenvolver experimentos, que permitam estabelecer os parâmetros adequados para executar as instâncias de dados num ambiente de produtividade. Este fato quer dizer que uma determinada configuração de parâmetros, só é de utilidade para um determinado grupo de instâncias com características bem específicas. É assim que, quando mudam as características das instâncias de demanda, seria recomendável na utilização deste método, desenvolver novos experimentos, com o objetivo de estabelecer outros parâmetros, para uma nova realidade de demanda de peças laterais e centrais. Portanto, em um ambiente de corte de toras de alta produtividade, que precise de respostas rápidas de planos de corte, este método possui a desvantagem anteriormente exposta. Além da característica de ser um algoritmo que deve ser executado várias vezes para calcular uma média de rendimento.

7 AVALIAÇÃO DA SOLUÇÃO INTEIRA PLI

Este capítulo tem como objetivo avaliar os resultados da solução inteira, nele se comparam os rendimentos do processo de corte de toras de uma serraria localizada no estado Rio Grande do Sul, com os rendimentos conseguidos pelo método 1 após o corte de itens laterais e centrais a partir de toras em estoque. Neste caso foi escolhido o método 1, pelos melhores resultados em termos de perdas. É apresentado também o procedimento que a serraria utiliza para estabelecer a quantidade de madeira que será cortada, a partir de um pedido de produtos dos clientes.

7.1 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO DA PRODUÇÃO

A serraria possui reserva própria de floresta, com mais de 6000 hectares, com predomínio de madeira de *Eucalyptus Grandis*, basicamente pelas características de crescimento rápido, alta produtividade e adaptação às condições de clima no Sul do Brasil. A madeira, após concretizado o processo de corte e limpeza, é transportada até o lugar de armazenagem da serraria. Neste ponto as toras de diferentes diâmetros comumente de 26 até 36 centímetros são armazenadas, para logo ser processadas sem uma classificação de corte por diâmetro.

O processo de vendas de produtos na serraria começa no mesmo instante em que a empresa recebe um pedido de produtos por parte de um ou mais clientes. Neste momento, o departamento de produção analisa a viabilidade de produzir os produtos sob demanda. Normalmente, a produção pergunta ao departamento de vendas a quantidade de metros cúbicos, e tipos de produtos incluídos na venda. A explicação deste fato encontra-se na maquinaria disponível na serraria para o corte de peças laterais e centrais. Na prática, a maquinaria que se utiliza no desdobro de peças pode serrar várias larguras, a partir de controles programáveis. Considerando

a maquinaria disponível e visando melhorar o rendimento no processo de desdobro, a serraria criou porcentagens padrões para larguras e comprimentos de produtos, com o propósito de estabelecer a quantidade de madeira que se geraria a partir de um pedido de produtos.

Para ilustrar o processo de corte das toras será utilizado o seguinte exemplo: **Considere que a empresa recebeu um pedido de produção de clientes de 300 metros cúbicos (m^3) de madeira, de itens laterais de 2,5 centímetros (cm) de espessura, e 10 centímetros (cm) de largura.**

Para o corte deste pedido de produção a empresa produzirá um total de 997,6721 m^3 de madeira serrada. A serraria sempre corta as mesmas proporções das diferentes larguras apresentadas na Tabela 23. Os excessos de madeira são estocados para futuras vendas, mas devido à diminuição de demanda do mercado interno, comumente se negocia com o cliente a venda de toda a madeira gerada pelo pedido. Neste caso, o cliente deve comprar os 997,6721 m^3 de madeira serrada. Desta maneira se está evitando gerar estoque em excesso na serraria. No caso de chegar vários pedidos de produtos ao mesmo tempo, o procedimento de negociação com os clientes é o mesmo. Esta estratégia, tem obtido sucesso pela grande demanda de produtos na serraria, principalmente na construção civil. Porém no longo prazo esta estratégia pode levar a estocar matéria-prima e produtos finais em demasia, bem como, a afetar sua rentabilidade, pois está vendendo produtos a um preço inferior ao mercado.

Considerando a porcentagens da Tabela 23, apresenta-se na Tabela 24 os metros cúbicos totais a ser produzidos para cada tipo de largura. Da mesma maneira que a dimensão de largura a empresa utiliza porcentagens padrões de corte por comprimento de produto. Tabela 25 mostra as porcentagens de corte por comprimento considerando 100 m^3 de matéria-prima. A partir da Tabela 25, a Tabela 26 exhibe o total de metros cúbicos a cortar para cada comprimento de produto. Para este pedido a empresa utilizou aproximadamente 80% para o corte de itens laterais e aproximadamente 20% para o corte de itens centrais. Também é preciso considerar que o corte de peças centrais, para todos os comprimentos, é de dois centímetros de espessura, três metros de comprimento, e dez centímetros de largura.

Tabela 23 – Porcentagem padrão de produção por largura

Largura (cm)	Porcentagem	m^3
5	2,79%	2,79
7,5	19,08%	19,08
10	30,07%	30,07
12,5	27,21%	27,21
15	20,85%	20,85
	100,0%	

Tabela 24 – Cálculo de metros cúbicos totais de produção por largura

Largura (cm)	Porcentagem	m^3 de produção
5	2,79%	27,83505
7,5	19,08%	190,3558
10	30,07%	300
12,5	27,21%	271,4666
15	20,85%	208,0146
	<i>Total</i>	997,6721

Tabela 25 – Porcentagem padrão de produção por comprimento

Comprimento (m)	Porcentagem	m^3
1,5	0,10%	0,1
1,8	0,55%	0,55
2,1	1,31%	1,31
2,4	4,09%	4,09
2,7	6,12%	6,12
3	87,83%	87,83
	100,0%	

Tabela 26 – Cálculo de metros cúbicos totais de produção por comprimento

Comprimento (m)	Porcentagem	m^3 de produção
1,5	0,10%	0,997672
1,8	0,55%	5,487197
2,1	1,31%	13,0695
2,4	4,09%	40,80479
2,7	6,12%	61,05753
3	87,83%	876,2554
	<i>Total</i>	997,6721

A origem deste procedimento na empresa se remonta à experiência de pessoal nos rendimentos da matéria-prima, e na maquinaria disponível para o processo de desdobro das toras. Heinrich (2010) exibia para o período de 2008 um rendimento médio de 41% no processo de corte de peças retangulares laterais e centrais, e um

59% da tora vai para resíduo (casca, cavaco e serragem). O rendimento mais baixo foi de 37%, durante o mês de maio de 2008. Além destes rendimentos também é preciso considerar os custos de estoque de produzir mais produtos que a demanda, e os custos associados de manutenção da maquinaria de corte. Entretanto, tendo em vista a quantidade de metros cúbicos de madeira nas Tabelas 24 e 26 construiu-se as instâncias de dados para executar o método 1, com o propósito de confrontar os rendimentos da matéria-prima. As características das instâncias são explicitadas no Apêndice G.

7.2 RESULTADOS AVALIAÇÃO DO MÉTODO 1

Esta seção mostra os resultados do método 1, com as instâncias geradas a partir do pedido de venda da seção anterior. Neste processo de avaliação foram utilizadas três dimensões: comprimento, largura e espessura. A partir destas dimensões foi calculado o volume (m^3) das toras utilizadas e o volume (m^3) das peças laterais e centrais cortadas para atender o mesmo pedido de venda.

Tabela 27 – Instância 1 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora

Diâmetros	Toras para corte	Volume toras	Volume peças	Perdas (%)
26	27	4,51440	1,0011	77,82%

Tabela 28 – Instância 2 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora

Diâmetros	Toras para corte	Volume toras	Volume peças	Perdas (%)
26	116	19,39520	5,124	73,58%
28	4	0,77560	0,36	53,58%

Tabela 29 – Instância 3 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora

Diâmetros	Toras para corte	Volume toras	Volume peças	Perdas (%)
26	225	37,62000	11,59499	69,18%
28	15	2,91000	1,48506	48,97%

Tabela 30 – Instância 4 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora

Diâmetros	Toras para corte	Volume toras	Volume peças	Perdas (%)
26	586	97,97920	34,539	64,75%
28	58	11,25200	6,264	44,33%

Tabela 31 – Instância 5 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora

Diâmetros	Toras para corte	Volume toras	Volume peças	Perdas (%)
26	749	125,23280	49,861002	60,19%
28	88	17,07200	10,296352	39,69%
32	1	0,25330	0,15	40,78%
34	4	1,14400	0,654	42,83%

Tabela 32 – Instância 6 - Porcentagem de perdas por diâmetro de tora

Diâmetros	Toras para corte	Volume toras	Volume peças	Perdas (%)
26	1200	200,64000	81,00	59,63%
28	1300	252,20000	119,23875	52,72%
30	1500	334,05000	211,50000	36,69%
32	1600	405,28000	211,20000	47,89%
34	1800	514,80000	290,271	43,61%
36	640	205,18400	106,56	48,07%

As Tabelas 27 a 32 mostram as perdas geradas após o corte das peças laterais e centrais para cada uma das instâncias do pedido de vendas. A maior perda de madeira é causada nas peças laterais com menor comprimento, como mostra a Tabela 27. Para este caso, a empresa não consegue desdobrar duas peças laterais de 1,5 metros de comprimento desde uma tora de 3,15 metros, só se consegue o corte de uma peça lateral de 1,5 metros, a diferença de madeira é casca, cavaco ou serragem. Entretanto, a menor perda para o pedido é produzida na instância 5, em média de 41,81%. Além disso é possível constatar que devido às características da demanda de produtos laterais e centrais, a utilização de toras de diâmetros maiores gera menor perda de madeira.

Para este pedido de vendas a utilização do método 1 produziu maior rendimento da matéria-prima no processo de corte de peças laterais e centrais, a partir de toras em estoque. É possível constatar que para o corte de $997,6721 m^3$ deste pedido, a perda média de madeira depois do corte é de 56,81%, por conseguinte, um rendimento de 43,20%. Considerando os rendimentos de corte que foram apresentados no trabalho de dissertação de Heinrich (2010) é possível concluir que a utilização de planos de corte programados permitem aumentar o rendimento da matéria-prima, em 6,2%.

8 CONCLUSÕES

O problema CSP do corte de peças retangulares a partir de toras é um problema de alta complexidade, principalmente para determinar quais peças de madeira devem ser desdobradas, de maneira a minimizar as perdas de matéria-prima. Na revisão da literatura é enfatizado que este problema é *NP-difícil*, especialmente pela alta combinatória para o corte de produtos retangulares a partir de toras com superfície de característica circular.

Além da dificuldade de trabalhar sobre uma superfície circular tem-se o problema dos diferentes diâmetros da matéria-prima que usualmente as serrarias utilizam, assim como, as diferentes larguras das peças laterais e centrais, que nem sempre são as mais adequadas para minimizar as perdas da madeira. Também foi constatado durante as visitas à serraria no Rio Grande do Sul, que há outros fatores que atingem o processo de corte de toras, que se referem às características do processo produtivo, às diferentes tecnologias existentes no desdobro da madeira e a qualificação do pessoal que trabalha no processo de corte da madeira. Embora estes fatores não tenham sido trabalhados nesta tese, é preciso dizer que também podem ser considerados no processo de diminuição dos custos de produção em uma serraria.

No que se refere ao comportamento dos métodos de solução o método 1 claramente resolve o problema de maneira ótima. O método 2, embora mais eficiente, proporciona soluções, em média com 25,82% da otimalidade. Com respeito à avaliação do método 1 ficou demonstrado através da experimentação realizada na utilização de padrões para o processo de corte de toras em uma serraria do Rio Grande do Sul, que este método entrega melhores resultados que o procedimento de proporções fixas para larguras e comprimentos criado pela empresa para o processo de corte da toras no padrão *Cant Sawing*.

As serrarias competem nos mercados interno e externo por meio da oferta de um melhor preço para os seus produtos. A margem de lucro destas empresas pode ser incrementada, através de um planejamento adequado dos planos de corte a ser utilizados no padrão de corte *Cant Sawing*, o que é feito a partir da matéria-prima usada na produção de peças retangulares de madeira.

Um limitante da formulação, como foi apresentado na Seção 5.1, está na obtenção dos parâmetros das variáveis de decisão do modelo de programação linear inteiro. Para superar esta limitante foram desenvolvidos algoritmos que permitem calcular os parâmetros para cada um dos tipos de diâmetros em estoque considerando neste cálculo a demanda de peças laterais e centrais. Outra limitante importante para este problema é a aplicação de métodos numéricos eficientes para a resolução de grandes problemas de programação inteira num tempo razoável, já que, devido ao seu tamanho, se utiliza um tempo considerável de processamento e com uma grande exigência de memória de computador. Também, temos a dificuldade de gerar vizinhanças boas derivada da característica geométrica do problema, o que dificulta a procura de um ótimo global. Outros aprimoramentos envolveriam o aumento dos tipos de produtos possíveis de corte sob o padrão “*Cant Sawing*”, a incorporação de tempos de *setup* e os custos para cada um dos tipos de produtos a desdobrar a partir da matéria-prima.

Contudo, na contribuição desta tese podem destacar-se, as duas formulações matemáticas para o problema CSP considerando o padrão “*Cant Sawing*”. Primeiro a formulação do problema, de maneira análoga ao problema CSP para superfície unidimensional retangular Gilmore e Gomory, 1961. Segundo a proposta do modelo de programação linear inteira, com a utilização de penalidades para garantir a sua solução para quaisquer situações de estoque de matéria-prima e pedidos dos clientes.

Para o aperfeiçoamento do modelo proposto nesta tese, em um trabalho futuro, seria interessante solucionar o problema com o uso do método CG (*Column generation*). Este método matemático permitiria gerar soluções sem a prévia de todos os padrões de corte, e portanto acelerando a obtenção de uma solução muito boa. Um subproblema interessante para resolver em pesquisas futuras seria abordar o problema de corte de estoque multiperíodo para uma serraria, que consiste basicamente em resolver, a cada período, em um horizonte de planejamento finito, um

problema de corte de estoque, para atender a uma demanda de peças nos diversos períodos do horizonte de planejamento. Para este problema, a questão de *setup* da maquinaria assume um papel relevante, introduzindo complexidade adicional à formulação do problema e ao desenvolvimento de um método eficiente e eficaz de solução.

REFERÊNCIAS

ABRAF. Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas. **Anuário estatístico da ABRAF.2012**. Disponível em: <<http://www.abraflor.org.br/estatisticas/ABRAF12/ABRAF12-BR.pdf>>. Acesso em: 26 jul. de 2013.

ADAMOWICZ, M.; ALBANO, A. A solution of the rectangular cutting stock problem. **IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics**, v. 6, p. 302-310, 1976.

ALBANO, A.; OSRINI, O. A heuristic solution of the rectangular cutting stock problem. **The Computer Journal**, v. 23, p. 338-343, 1980.

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

BEASLEY, J. E. An exact two-dimensional non-guillotine cutting tree search procedure. **Operations Research**, v. 33, p. 49-64, 1985.

BISCHOFF, E. E.; WÄSCHER, G. Editorial: cutting and packing. **European Journal of Operations Research**, v. 84, n. 3, p. 503-505, 1995.

BROOKS, R. L. The dissection of rectangles into squares. **Duke Math. J.** v. 7, p. 312-340, 1940.

CARVALHO, J. M. V. de. LP models for bin packing and cutting stock problem. **European Journal of Operational Research**, v. 141, p. 253-273, 2002.

CHRISTOFIDES, N.; WHITLOCK, C. An algorithm for two-dimensional cutting problems. **Operations Research**, v. 25, p. 30-44, 1977.

CORMA. Corporación Chilena de la Madeira. **CORMA premió a los mejores trabajadores y empresarios florestales de Chile**. 2013. Disponível em: <<http://www.corma.cl>>. Acesso em: 28 jul. 2013.

DAGLI, C. H.; POSHYANONDA, P. New approaches to nesting rectangular patterns. **Journal of Intelligent Manufacturing**, v. 8, n. 3, p. 177-190, 1997.

DAGLI, C. H.; TATOGLU, M. Y. An approach to two-dimensional cutting stock problem. **International Journal of Production Research**, v. 25, p. 175-190, 1987.

DANTZIG, G. B. **Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities, activity analysis of production allocation**. 13 ed. New York: Cowles Commission Monograph, 1951.

DOWSLAND, K. Simulated annealing. In: REEVES, Colin R. **Modern heuristic techniques for combinatorial problems**. Gran Bretaña: Blackwell Scientific Publications, 1993. p. 20-69.

DYCKHOFF, H. A new linear programming approach to the cutting stock problem. **Operations Research**, v. 29, p. 1092-1104, 1981.

DYCKHOFF, H. A typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 44, p. 145-159, 1990.

DYCKHOFF, H.; FINKE, U. **Cutting and packing in production and distribution**. Germany: Physica-Verlag, 1992.

DYCKHOFF, H.; WÄSCHER, G. Special issue on cutting and packing. **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 2, p. 145-159, 1990.

EISEMANN, D. The trim problem. **Management Science**, v. 3, p. 279-284, 1957.

FAALAND, B.; BRIGGS, D. Log bucking and lumber manufacturing using dynamic programming. **Management Science**, v. 30, n. 2, p. 245-257, 1984.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and intractability: a guide to the theory of np-completeness**, USA: W. H. Freeman and Company, 1979.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting stock problem. **Operations Research**, v. 9, p. 848-859, Nov./Dec. 1961.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. A linear programming approach to the cutting stock problem - Parte II. **Operations Research**, v.11, p. 863-888, Nov./Dec. 1963.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. **Multistage cutting stock problems of two and more dimensions**. New York: Yorktown Heights, 1965.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. The theory and computation of knapsack functions. **Operations Research**, v. 14, p. 1045-1074, 1966.

GOULIMIS, C. Optimal solutions for the cutting stock problem. **European Journal of Operational Research**, v. 44, p. 197-208, 1990.

HABERL, J.; NOWAK, CHR.; STETTNER, H.; STOISER, G.; WOSCHITZ, H. A branch and bound algorithm for solving a fixed charge problem in the profit optimization of sawn timber production. **ZOR - Mathematical Methods of Operations Research**, v. 35, n. 2, p. 151-166, 1991.

HAESSLER, R. W. A heuristic solution to a nonlinear cutting stock problems. **Management Science**, v. 17, n. 12, p. 793-803, 1971.

HAESSLER, R. W. A note on some computational modifications to the gilmore-gomory cutting stock algorithm. **Operations Research**, v. 28, p. 1001-1005, 1980.

HAYGREEN, J. G.; BOWYER, J. L. **Forest products and wood science, an introduction**. Ames: Iowa State University Press, 1996.

HEINRICH, D. **Simulação da produção de madeira serrada**. 2010. 160 f. Dissertação (Mestrado em Administração) - Programa de Pós-Graduação em Administração, Escola de Administração, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

HOLTHÖFER, N.; TSCHÖKE, S. **A new parallel approach to the constrained two-dimensional cutting stock problem, parallel algorithms for irregularly structured problems**. New York: Springer Berlin, 1995. (Proceedings, Lecture Notes in Computer Science n. 980)

HOPPER, E.; TURTON, B. H. A review of the applications of meta- heuristic algorithms to 2D strip packing problems. **Artificial Intelligence Review**, v. 16, n. 4, p. 257-300, 2001.

INFOR. Intituto Florestal. **Producción de madera aserrada sigue senda de recuperación.** 2011. Disponível em: <<http://www.infor.cl/es/component/content/article/124-resumen-noticias/930-produccion-de-madera-aserrada-sigue-senda-de-recuperacion.html>>. Acesso em: 31 ago. 2013.

KANTOROVICH, L. V.; ZALGALLER, V. A. **Optimal calculation for subdivision in the material industry.** Lenzidat: Leningrad, 1951.

LEWIS, D. W. **Sawmill simulation and the best opening face system: a user's guide.** [s.l]: Forest Products Laboratory - USDA Forest Service, 1985. (General Technical Report FPL-48)

LIROW, Y. Cutting stock: geometric resource allocation. **Math. Comput. Mod.**, v. 16, n. 1, 1992.

MANESS, T. C.; ADAMS, D. M. The combined optimization of log bucking and sawing strategies. **Wood and Fiber Science**, v. 23, n. 2, p. 296-314, 1991.

MARTELLO, S. Knapsack, packing and cutting. **INFOR**, v. 32, p. 3-4, 1994.

METROPOLIS, N. A. *et al.* Equation of state calculation by fast computing machines. **Journal of Chem. Phys**, v. 21, p. 1087-1091, 1953.

MICHALEWICZ, Z.; FOGEL, D. B **How to solve it: modern heuristics.** New York: Springer-Verlag, 2002.

MORABITO, R.; GARCIA, V. The cutting stock problem in a hardboard industry: a case study. **Computers and Operations Research**, v. 25, n. 6, p. 469-485, 1998.

PAULL, A. E. Linear programming: a key to optimum newsprint production. **Pulp and Paper Magazine of Canada**, v. 57, p. 85-90, 1956.

REINDERS, M. P.; HENDRIKS, H. B. Lumber production optimization. **European Journal of Operational Research**, v. 42, n. 3, p. 243-253, 1989.

RÖNNQVIST, E. M. Optimization in forestry. **Mathematical Programming**, v. 97, n. 1, p. 267-284, 2003.

SMITH, A.; COIT, D. Penalty Functions. **Section C 5.2 of Handbook of Evolutionary Computation**, 1996.

STIDSEN, T. Column Generation Cutting Stock - A very applied method **Informatics and Mathematical Modeling Technical University of Denmark** Disponível em: <<http://www2.imm.dtu.dk/courses/02717/columngeneration/4columngeneration.pdf>>. Acesso em: 09 sep. de 2013.

SULIMAN, S. M. A. Pattern generating procedure for the cutting stock problem. **International Journal Production Economics**, v. 74, p. 293-301, 2001.

TODOROKI, C.; RÖNNQVIST, E. Combined primary and secondary log break-down optimisation. **Journal of the Operational Research Society**, v. 50, n. 3, p. 219-229, 1999.

TODOROKI, C.; RÖNNQVIST, M. Dynamic control of timber production at a saw-mill with log sawing optimization. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 17, n. 1, p. 79-89, 2002.

VAJDA, S. Trim loss reduction. **Readings in Linear Programming**, v. 21, p. 78-84, 1958.

WANG, P. Y. Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems. **Operations Research**, v. 31, p. 573-586, 1983.

WÄSCHER, G.; HAUßNER H.; SCHUMANN, H. An improved typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 183, p. 1109-1130, 2007.

WEINTRAUB, A.; ROMERO, C.; BJØRNDAL, T.; EPSTEIN, R. **Handbook of operations research in natural resources**. Boston: Springer, 2007. (International Series in Operations Research and Management Science n. 99)

WINSTON, L. W. **Operations research applications and algorithms**. California-Belmont: Duxbury Press, 1994.

YANASSE, H. H.; LAMOSIA, M. P. An integrated cutting stock and sequencing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 171, p. 708-721, 2006.

YANASSE, H. H.; MORABITO, R. Linear models for 1-group two-dimensional guillotine cutting problems. **International Journal of Production Research**, v. 44, n. 17, p. 3471-3491, 2006.

APÊNDICES

APÊNDICE A – ESTRUTURA DE DADOS MÉTODO 1

Estruturas de dados

As principais instâncias de dados utilizadas para este modelo estão caracterizadas como segue:

Estoque de toras:

- Diâmetro da tora (em centímetros);
- Comprimento da tora (em metros);
- Quantidade de toras em estoque (em unidades);
- Superfície unitária da tora em metros quadrados (valor calculado).

Demanda peças laterais:

- Comprimento de peça em (metro);
- Espessura (em centímetros);
- Largura (em centímetros);
- Demanda (em unidades);
- Superfície unitária (em metros quadrados).

Demanda peças centrais:

- Comprimento de peça (em metros);
- Espessura (em centímetros)
- Largura (em centímetros);
- Demanda (em unidades);
- Superfície unitária (em metros quadrados).

Parâmetros do algoritmo:

- Tipos de toras;
- Tipos de laterais;
- Tipos de centrais;
- Máximo de peças laterais para encaixar;

- Máximo de peças laterais por zona;
- Número de zonas laterais;
- Fator de penalidades (quatro fatores).

Toras para corte:

- Número sequencial;
- Número padrão de corte;
- Quantidade de toras.

Padrões de corte:

- Número do padrão de corte;
- Número de peça lateral (número de tipos i de peças laterais);
- Número de peça central (número de tipos j de peças centrais).

As instâncias de entrada foram definidas em Apêndice E e F.

APÊNDICE B – ESTRUTURA DE DADOS MÉTODO 2

Estrutura de dados

O modelo de dados para interagir a função construtora com a meta-heurística *Simulated Annealing* possui as seguintes entidades principais:

Toras:

- Diâmetro da tora (em centímetros);
- Comprimento da tora (em metros);
- Quantidade de toras em estoque (em unidades);
- Superfície unitária da tora (em metros quadrados);
- Quantidades de toras utilizadas (valor calculado);
- Quantidades de toras faltantes (valor calculado).

Demanda de peças laterais:

- Comprimento da peça (em metros);
- Espessura (em centímetros);
- Largura (em centímetros);
- Demanda (em unidades);
- Superfície unitária (em metros quadrados).

Demanda de peças centrais:

- Comprimento de peça (em metros);
- Espessura (em centímetros);
- Largura (em centímetros);
- Demanda (em unidades);
- Superfície unitária (em metros quadrados).

Parâmetros do algoritmo:

- Tipos de toras;

- Tipos de peças laterais;
- Tipos de peças centrais;
- Máximo de peças laterais para o encaixe na área disponível;
- Máximo de peças laterais por zona;
- Número de zonas laterais;
- Fatores de penalidade (quatro fatores).

Parâmetros *Simulated Annealing*:

- Numero de vizinhos;
- Temperatura inicial;
- Valor *alfa*;
- Temperatura de congelamento;
- Quantidade de iterações por nível de temperatura.

Toras para corte:

- Número sequencial;
- Número padrão de corte;
- Quantidade de toras.

Padrões de corte:

- Número do padrão de corte;
- Número de peça lateral (número de tipos *i* de peças laterais);
- Número de peça central (número de tipos *j* de peças centrais).

As instâncias de entrada foram definidas em Apêndice E e F.

APÊNDICE C – METAHEURÍSTICA *SIMULATED ANNEALING*

Algoritmo *Simulated annealing*

A metaheurística *Simulated Annealing* é um método efetivo para resolver uma ampla gama de problemas de otimização combinatória (KIRKPATRICK *et al.*, 2003). Conforme Michalewicz e Fogel (2002) *Simulated Annealing* é uma variante da busca local que permite movimentos ascendentes para evitar cair num ponto ótimo local. A teoria de *Simulated Annealing* foi publicada em (METROPOLIS *et al.*, 1953). Nesta publicação, apresenta-se um algoritmo para simular o resfriamento de um material num banho de calor. Posteriormente, no trabalho de Dowsland (1993), este processo conhecido como *Annealing* foi explicado com maior detalhe. Se um material sólido é aquecido, uma vez ultrapassado o seu ponto de fusão, e sendo ele logo esfriado, até que alcance um estado sólido, as propriedades estruturais do sólido resfriado dependem da taxa de resfriamento. O algoritmo, publicado em Metropolis *et al.* (1953) simula um mudança na energia do sistema, quando este está sujeito a um processo de resfriamento, até que convirja a um novo estado estável e frio.

Conforme Dowsland (1993) o algoritmo de busca local apresentado na Figura 1, se inicia a partir de uma solução inicial, e em sua continuação, é gerada uma solução na vizinhança, Se esta solução for melhor do que a anterior, a solução anterior devera ser substituída pela nova solução. Este processo é repetido iterativamente até que algum critério de parada seja satisfeito. O problema deste algoritmo está em que venha a atingir um ponto ótimo local.

Figura 1 - Algoritmo busca local

```
Inicio;
    Escolher estado inicial  $i \in S_i$ ;
Repetir{
    Gerar um estado  $j$  na vizinhança de  $i$ ;
    Calcular  $\vartheta = f(j) - f(i)$ ;
    Sim  $\vartheta < 0$  então  $i = j$ ;
} até  $f(j) > f(i), \forall j$  na vizinhança de  $i$ ;
Fim;
```

Fonte: Adaptado de Dowsland (1993).

Uma maneira para evitar cair num ponto ótimo local está em que seja permitido, que alguns movimentos sejam deslocados para soluções piores. Este deslocamento deve ser

realizado de maneira controlada, a partir de uma função que diminua a probabilidade de que eles ocorram, quando se avança na busca da solução. A fundamentação deste controle está baseada nos trabalhos sobre termodinâmica estatística. Assim, para dois estados de um sistema, i, j , com energia associada $E(i)$ e $E(j)$, se assume que o sistema muda de um estado i para um estado j , com probabilidade $P = \exp(\vartheta/kt)$, com $\vartheta = E(j) - E(i)$, onde k é a constante de Boltzmann, e t , a temperatura. Quando $\vartheta < 0$, então, teríamos um aumento energético, a probabilidade de aceitar este aumento é dada por P (DOWSLAND, 1993). É possível estabelecer uma relação entre os elementos de um sistema físico e problemas de otimização. Os elementos equivalentes são mostrados no Quadro 1 (MICHALEWICZ; FOGEL, 2002). No Quadro 2 apresenta-se o algoritmo padrão da metaheurística *Simulated Annealing*.

Quadro 1 - Relação entre elementos de sistema físico e problemas de otimização

Sistema Físico	Problemas de Otimização
Estados do sistema	Soluções factíveis
Energia	Custo (função objetivo em termos de minimização)
Mudança de estado	Solução na vizinhança
Temperatura	Parâmetro de controle
Estado congelado	Solução heurística

Quadro 2 - Algoritmo de *Simulated annealing*

```

Início;
  Escolher estado inicial  $i \in S$ ;
  Escolher temperatura inicial  $t = t_0$ ;
  Escolher uma função de temperatura  $T$ ;
  Repetir { Iniciar contador de repetições  $n = 0$ ;
    Repetir { Gerar um estado  $j$  no vizinho de  $i$ ;
      Calcular  $\vartheta = f(j) - f(i)$ ;
      Sim  $\vartheta < 0$  então  $i = j$ 
    Sim não { Gerar  $r \sim U(0,1)$ ;
      Sim  $r < \exp(-\vartheta/t)$  então  $i = j$ ;
    }
     $n = n + 1$ ;
  } até que  $n = N(t)$ ;
   $t = T(t)$ ;
} até condição seja satisfeita;
Fim;
```

APÊNDICE D – ESTABELECIMENTO DE PARÂMETROS SA

Os parâmetros de *Simulated Annealing* considerados nos experimentos foram os seguintes:

- Temperatura inicial;
- Parâmetro da função de temperatura Alpha;
- Temperatura Final;
- Quantidade de iterações para cada nível de temperatura.

Os valores considerados nos parâmetros são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores de parâmetros de *Simulated Annealing*

Experimento	Temperatura inicial	Alpha	Temperatura Final	N. iterações por temperatura
1	300	0,98	0,5	150
2	250	0,95	0,98	200
3	200	0,95	0,08	200
4	150	0,98	0,07	150
5	100	0,98	0,06	100
6	50	0,98	0,05	100
7	10	0,98	0,05	100
8	10	0,98	0,05	10

Considerando que o algoritmo de *Simulated Annealing* não é determinístico, cada experimento da Tabela 1 foi executado oito vezes. Os resultados destes experimentos são mostrados na Tabela 2. Os níveis para cada um dos parâmetros foram escolhidos pelas seguintes razões:

Tabela 2 - Resultados de experimentos fixação de parâmetros

Número vezes	Experimentos - Resultados Função Objetivo							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	18,54674	17,7689	18,2316	17,3356	18,756	17,8842	16,7345	17,3511
2	17,85433	18,1097	19,45213	17,7564	17,2133	17,2211	15,9426	18,2195
3	18,78745	19,5483	18,0456	18,6452	17,1014	18,0967	17,9034	17,0744
4	19,003	16,8954	17,82115	19,5662	18,4541	17,2311	15,0532	15,2844
5	17,29785	18,2742	17,21772	18,021	19,1154	17,6544	14,2421	16,0245
6	17,39765	17,9843	16,89552	18,1187	18,3908	16,0221	13,2185	18,8213
7	18,39075	18,4597	19,22105	16,7742	17,9443	18,6003	15,0428	16,0528

8	19,43897	19,3371	18,4432	16,5521	17,6654	18,153	14,1189	18,6731
Média	18,33959	18,2972	18,165996	17,8462	18,0801	17,6079	15,282	17,1876

- Alpha: Conforme Downslanland (1993), em geral geram-se resultados adequados com valores entre 0,8 e 0,99.
- Temperatura inicial: Para este parâmetro, a escolha foi experimentar com temperaturas baixas e outras maiores para analisar o comportamento do método.
- Temperatura final: Neste caso, escolhesse trabalhar com números entre 0,05 e 0,98.
- Quantidade de iterações por nível de temperatura: Para este parâmetro, se elege um número maior de iterações, para depois diminuir considerando os resultados do método.

Como é apresentado na Tabela 2, o melhor valor na função objetivo foi gerado no experimento número 7. Neste sentido, os resultados da Tabela 2, estão em concordância com o funcionamento do algoritmo de *Simulated Annealing*. O algoritmo SA, com valores altos de temperatura, a probabilidade de aceitar soluções piores durante o funcionamento é também alta. Considerando os resultados destes experimentos decidiu-se executar todas as instâncias, da Tabela 2 do Capítulo 6, com os parâmetros utilizados no experimento 7.

Os valores escolhidos neste caso são os seguintes.

Tabela 3 – Escolha de parâmetros finais

Temperatura inicial	Alpha	Temperatura Final	Quantidade de iterações por temperatura
10	0,98	0,05	100

APÊNDICE E – INSTÂNCIAS DE DADOS PARA CORTE DE 2 LATERAIS X ZONA

Penalidades do modelo.

Penalidade	Descrição	Penalidades
p_i^e	Excesso de Produção laterais	99999
p_i^f	Falta de produção laterais	999999
p_j^e	Excesso de produção centrais	500
p_j^f	Falta de atendimento centrais	50000

1. Instância 1.

Instância 1, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	28
22	4	13
24	4	21
26	4	13
28	4	16
30	4	23

Instância 1, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	32	4	2	12	56
4	2	7	18	4	2	14	77
4	2	9	24	4	2	16	84
4	2	10	22	4	2	18	63
4	2	12	22	4	2	20	28
4	2	12,5	12				
4	2	13	14				
4	2	14	90				
4	2	15	4				
4	2	17	12				
4	2	18	10				
4	2	20	48				

2. Instância 2.

Instância 2, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	36
22	4	18
24	4	31
26	4	29
28	4	29
30	4	21

Instância 2, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	56	4	2	12	98
4	2	7	16	4	2	14	105
4	2	9	36	4	2	16	126
4	2	10	44	4	2	18	56
4	2	12	30	4	2	20	56
4	2	12,5	16				
4	2	13	30				
4	2	14	114				
4	2	15	8				
4	2	17	22				
4	2	18	22				
4	2	20	54				

3. Instância 3.

Instância 3, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	16
22	4	31
24	4	49
26	4	42
28	4	39
30	4	39

Instância 3, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	24	4	2	12	77
4	2	7	30	4	2	14	112
4	2	9	68	4	2	16	161
4	2	10	62	4	2	18	105
4	2	12	42	4	2	20	84
4	2	12,5	18				
4	2	13	52				
4	2	14	156				
4	2	15	20				
4	2	17	30				
4	2	18	32				
4	2	20	90				

4. Instância 4.

Instância 4, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	52
22	4	34
24	4	85
26	4	44
28	4	60
30	4	44

Instância 4, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	80	4	2	12	112
4	2	7	34	4	2	14	224
4	2	9	82	4	2	16	273
4	2	10	80	4	2	18	119
4	2	12	62	4	2	20	91
4	2	12,5	36				
4	2	13	64				
4	2	14	226				
4	2	15	30				
4	2	17	46				
4	2	18	34				
4	2	20	114				

5. Instância 5.

Instância 5, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	72
22	4	70
24	4	170
26	4	85
28	4	80
30	4	90

Instância 5, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	112	4	2	12	168
4	2	7	70	4	2	14	469
4	2	9	190	4	2	16	371
4	2	10	128	4	2	18	245
4	2	12	104	4	2	20	168
4	2	12,5	50				
4	2	13	148				
4	2	14	374				
4	2	15	82				
4	2	17	62				
4	2	18	66				
4	2	20	202				

6. Instância 6.

Instância 6, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	174
22	4	100
24	4	246
26	4	105
28	4	105
30	4	110

Instância 6, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	272	4	2	12	448
4	2	7	86	4	2	14	735
4	2	9	254	4	2	16	574
4	2	10	164	4	2	18	301
4	2	12	172	4	2	20	210
4	2	12,5	94				
4	2	13	180				
4	2	14	550				
4	2	15	98				
4	2	17	82				
4	2	18	82				
4	2	20	254				

7. Instância 7.

Instância 7, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	121
22	4	164
24	4	280
26	4	159
28	4	136
30	4	167

Instância 7, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	188	4	2	12	427
4	2	7	130	4	2	14	637
4	2	9	356	4	2	16	728
4	2	10	230	4	2	18	455
4	2	12	246	4	2	20	315
4	2	12,5	118				
4	2	13	224				
4	2	14	694				
4	2	15	100				
4	2	17	106				
4	2	18	124				
4	2	20	366				

8. Instância 8.

Instância 8, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	262
22	4	218
24	4	446
26	4	226
28	4	218
30	4	236

Instância 8, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	408	4	2	12	749
4	2	7	184	4	2	14	1225
4	2	9	518	4	2	16	1106
4	2	10	346	4	2	18	644
4	2	12	340	4	2	20	441
4	2	12,5	170				
4	2	13	354				
4	2	14	1082				
4	2	15	178				
4	2	17	170				
4	2	18	176				
4	2	20	538				

9. Instância 9.

Instância 9, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	185
22	4	197
24	4	410
26	4	193
28	4	231
30	4	231

Instância 9, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	384	4	2	12	693
4	2	7	240	4	2	14	1344
4	2	9	624	4	2	16	1470
4	2	10	440	4	2	18	840
4	2	12	414	4	2	20	504
4	2	12,5	210				
4	2	13	416				
4	2	14	1356				
4	2	15	216				
4	2	17	240				
4	2	18	200				
4	2	20	720				

10. Instância 10.

Instância 10, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
20	4	216
22	4	258
24	4	516
26	4	258
28	4	268
30	4	260

Instância 10, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
4	2	6,5	448	4	2	12	889
4	2	7	270	4	2	14	1610
4	2	9	798	4	2	16	1799
4	2	10	546	4	2	18	945
4	2	12	542	4	2	20	672
4	2	12,5	274				
4	2	13	530				
4	2	14	1588				
4	2	15	262				
4	2	17	278				
4	2	18	268				
4	2	20	818				

APÊNDICE F - INSTÂNCIAS DE DADOS PARA CORTE DE 3 LATERAIS X ZONA

Penalidades do modelo.

Penalidade	Descrição	Penalidades
p_i^e	Excesso de Produção laterais	99999
p_i^f	Falta de produção laterais	999999
p_j^e	Excesso de produção centrais	500
p_j^f	Falta de atendimento centrais	50000

1. Instância 1

Instância 1, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	1,8	1200
28	1,8	1240
30	1,8	1300
32	1,8	1400
34	1,8	1600
36	1,8	1570

Instância 1, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
1,8	2,5	5	1500	1,8	2	12,5	940
1,8	2,5	7,5	1200				
1,8	2,5	10	850				
1,8	2,5	12,5	730				
1,8	2,5	15	620				

2. Instância 2

Instância 2, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	2,1	1100
28	2,1	1500
30	2,1	1300
32	2,1	1350
34	2,1	1600
36	2,1	1800

Instância 2, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
2,1	2,5	5	1300	2,1	2	12,5	840
2,1	2,5	7,5	950				
2,1	2,5	10	1600				
2,1	2,5	12,5	950				
2,1	2,5	15	700				

3. Instância 3

Instância 3, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	2,4	1200
28	2,4	1240
30	2,4	1300
32	2,4	1700
34	2,4	1600
36	2,4	1570

Instância 3, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
2,4	2,5	5	930	2,4	2	12,5	1200
2,4	2,5	7,5	1120				
2,4	2,5	10	1140				
2,4	2,5	12,5	1130				
2,4	2,5	15	840				

4. Instância 4

Instância 4, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	2,7	1600
28	2,7	1800
30	2,7	1300
32	2,7	1400
34	2,7	1600
36	2,7	1900

Instância 4, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
2,7	2,5	5	1120	2,7	2	12,5	960
2,7	2,5	7,5	950				
2,7	2,5	10	830				
2,7	2,5	12,5	1400				
2,7	2,5	15	1300				

5. Instância 5

Instância 5, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	3,0	1800
28	3,0	1600
30	3,0	1500
32	3,0	1400
34	3,0	1200
36	3,0	1700

Instância 5, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
3,0	2,5	5	1005	3	2	12,5	1300
3,0	2,5	7,5	1700				
3,0	2,5	10	1040				
3,0	2,5	12,5	1700				
3,0	2,5	15	860				

**APÊNDICE G - INSTÂNCIAS DE DADOS AVALIAÇÃO SOLUÇÃO INTEIRA
CORTE DE 3 LATERAIS X ZONA**

Penalidades do modelo.

Penalidade	Descrição	Penalidades
p_i^e	Excesso de Produção laterais	99999
p_i^f	Falta de produção laterais	999999
p_j^e	Excesso de produção centrais	500
p_j^f	Falta de atendimento centrais	50000

1. Instância 1

Instância 1, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	3,15	1200
28	3,15	1300
30	3,15	1500
32	3,15	1600
34	3,15	1800
36	3,15	1700

Instância 1, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
1,5	2,5	5	85	3	2	10	27
1,5	2,5	7,5	57				
1,5	2,5	10	53				
1,5	2,5	12,5	34				
1,5	2,5	15	28				

2. Instância 2

Instância 2, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	3,15	1200
28	3,15	1300
30	3,15	1500
32	3,15	1600
34	3,15	1800
36	3,15	1700

Instância 2, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
1,8	2,5	5	390	3	2	10	146
1,8	2,5	7,5	260				
1,8	2,5	10	244				
1,8	2,5	12,5	156				
1,8	2,5	15	130				

3. Instância 3

Instância 3, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	3,15	1200
28	3,15	1300
30	3,15	1500
32	3,15	1600
34	3,15	1800
36	3,15	1700

Instância 3, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
2,1	2,5	5	797	3	2	10	349
2,1	2,5	7,5	531				
2,1	2,5	10	498				
2,1	2,5	12,5	319				
2,1	2,5	15	266				

4. Instância 4

Instância 4, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	3,15	1200
28	3,15	1300
30	3,15	1500
32	3,15	1600
34	3,15	1800
36	3,15	1700

Instância 4, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
2,4	2,5	5	2176	3	2	10	1088
2,4	2,5	7,5	1451				
2,4	2,5	10	1360				
2,4	2,5	12,5	871				
2,4	2,5	15	725				

5. Instância 5

Instância 5, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	3,15	1200
28	3,15	1300
30	3,15	1500
32	3,15	1600
34	3,15	1800
36	3,15	1700

Instância 5, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
2,7	2,5	5	2890	3	2	10	1626
2,7	2,5	7,5	1927				
2,7	2,5	10	1806				
2,7	2,5	12,5	1156				
2,7	2,5	15	963				

6. Instância 6

Instância 6, Dados de toras em estoque

Diâmetros	Comprimento	Toras em estoque
26	3,15	1200
28	3,15	1300
30	3,15	1500
32	3,15	1600
34	3,15	1800
36	3,15	1700

Instância 6, Demanda de laterais e centrais

Demanda peças laterais				Demanda peças centrais			
Comprimento(m)	Espessura	Largura	Demanda	Comprimento	Espessura	Largura	Demanda
3	2,5	5	770	3	2	10	20023
3	2,5	7,5	23628				
3	2,5	10	36765				
3	2,5	12,5	21098				
3	2,5	15	13062				