

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Caroline Furlanetto Pradella

**VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS: ESTUDO DE EDIFICAÇÃO
COMERCIAL EM GARIBALDI/RS**

Porto Alegre
dezembro 2013

CAROLINE FURLANETTO PRADELLA

**VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS: ESTUDO DE EDIFICAÇÃO
COMERCIAL EM GARIBALDI/RS**

Projeto de Pesquisa do Trabalho de Diplomação a ser apresentado
ao Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos
requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

Orientador: Roberto Domingo Rios

Porto Alegre
dezembro 2013

CAROLINE FURLANETTO PRADELLA

**VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS: ESTUDO DE EDIFICAÇÃO
COMERCIAL EM GARIBALDI/RS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, dezembro de 2013

Prof. Roberto Domingo Rios
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Profa. Virgínia Maria Rosito D'Ávila Bessa (UFRGS)
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Rubem Clécio Schwingel (UFRGS)
Me. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho a meus pais, Ciro e Leonice.

AGRADECIMENTOS

Agradeço acima de tudo à minha família, pela força e compreensão nos momentos de ausência, especialmente à minha avó, pela fé depositada.

Ao Prof. Dr. Roberto Domingo Rios, pela disponibilidade, paciência e ensinamentos durante o desenvolvimento deste trabalho.

À Procálculo Engenharia de Estruturas LTDA. por permitir a utilização do *software* da empresa e principalmente ao Eng^o Paulo G. M. Rosat, pelas críticas construtivas.

Ao Eng^o Fabrício Bagatini Cachuço, pelas horas de auxílio junto ao computador.

Aos meus colegas, companheiros durante esses anos de graduação.

Nas grandes batalhas da vida, o primeiro passo é o desejo
de vencer.

Mahatma Gandhi

RESUMO

Estruturas mais leves e econômicas vem sendo cada vez mais procuradas. Essa tendência só é viabilizada pelo crescente avanço da Engenharia de Materiais e pelo aprimoramento de programas que preveem o comportamento das estruturas mediante diferentes solicitações, tanto estáticas quanto dinâmicas. Contudo, a redução da rigidez destas estruturas acaba por torná-las mais suscetíveis à vibrações indesejadas. Usualmente, a influência das cargas dinâmicas somente é verificada em estruturas como estádios e pontes de grandes vãos livres, para os quais os riscos de ruptura por falta de sua análise são grandes. Entretanto, este trabalho atenta para os níveis de conforto transmitidos em situações de serviço, que assim como a ruptura, podem inviabilizar o uso de determinada estrutura. A edificação tomada como base para este trabalho se destina ao setor alimentício e está situada em Garibaldi, Rio Grande do Sul. Foi avaliado seu comportamento frente aos efeitos causados pela incidência do vento, movimentação de pessoas (funcionários e clientes) e ao uso de maquinário específico. O dimensionamento da estrutura foi feito com base na NBR 6118, através do programa de cálculo Eberick e as frequências naturais de vibração da estrutura foram obtidas através do *software* SAP 2000, que utiliza em sua modelagem, o método dos elementos finitos. Através de cálculos de deslocamentos e determinação de acelerações para a estrutura como um todo e para partes dela, pode-se verificar que a ela atende aos critérios de conforto estabelecidos por normas nacionais e estrangeiras.

Palavras-chave: Vibrações Induzidas pelo Vento em Estruturas. Vibrações Induzidas por Maquinário em Estruturas. Vibrações Induzidas por Pessoas em Estruturas. Níveis de conforto para vibrações

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Etapas da pesquisa	17
Figura 2 – Período de vibração	19
Figura 3 – Carregamentos periódicos e não periódicos	20
Figura 4 – Sistema massa-mola-amortecedor	24
Figura 5 – Sistema massa-mola não amortecido	25
Figura 6 – Efeitos dinâmicos causados pelo vento	27
Figura 7 – Ação dinâmica do vento	31
Figura 8 – Níveis de velocidade efetivas para operação de diferentes tipos de máquinas	33
Figura 9 – Função do carregamento durante o caminhar	34
Figura 10 – Sistema de coordenadas para vibrações mecânicas em seres humanos	38
Figura 11 – Limite de aceleração longitudinal (a_z) como função da frequência e tempo de exposição para nível reduzido de eficiência (fadiga)	39
Figura 12 – Locação da junta de dilatação	42
Figura 13 – Parâmetros adotados para o cálculo do vento	47
Figura 14 – Direções do vento	49
Figura 15 – Modelo 3D do pórtico	49
Figura 16 – Diagrama de deslocamentos da viga V315	50
Figura 17 – Deformações para lajes de 20 cm do 3º pavimento	51
Figura 18 – 1º modo de vibração (lado esquerdo)	53
Figura 19 – Lajes analisadas	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Amortecimento dos materiais	22
Tabela 2 – Faixas típicas de respostas estruturais para várias fontes de vibração	26
Tabela 3 – Parâmetros para a determinação dos efeitos dinâmicos	30
Tabela 4 – Expoente p e parâmetro b	30
Tabela 5 – Percepção humana para vibrações harmônicas	37
Tabela 6 – Frequência crítica para vibração causada por pessoas	40
Tabela 7 – Frequência dos equipamentos	43
Tabela 8 – Propriedades do concreto	44
Tabela 9 – Propriedades do aço	44
Tabela 10 – Valores das ações permanentes	45
Tabela 11 – Valores das ações acidentais	46
Tabela 12 – Parâmetro S_2 e forças estáticas do vento	47
Tabela 13 – Combinação das ações	48
Tabela 14 – Valores de gama-Z	51
Tabela 15 – Modos de vibração	53
Tabela 16 – Pressões e forças devido à parcela flutuante do vento	54
Tabela 17 – Cálculo para a Laje L302	58
Tabela 18 – Cálculo para a Laje L320	58
Tabela 19 – Cálculo para a Laje L330	59
Tabela 20 – Cálculo para a Laje L331	59

LISTA DE SÍMBOLOS

ζ – razão de amortecimento crítico (adimensional)

ζ_e – amortecimento estrutural (adimensional)

ζ_n – amortecimento não estrutural (adimensional)

ζ_m – amortecimento intrínseco dos materiais (adimensional)

ζ_s – energia dissipada pelo solo (adimensional)

ζ_{aer} – amortecimento aerodinâmico (adimensional)

m – massa (kg)

\ddot{x} – aceleração da massa (m^2/s)

\dot{x} – velocidade da massa (m/s)

k – coeficiente de rigidez da mola (N/m)

f – força externa aplicada (N)

V_{mp} – velocidade média de projeto (m/s)

V_o – velocidade básica do vento (m/s)

S_1 – fator topográfico (adimensional)

S_2 – fator baseado em conceitos probabilísticos (adimensional)

b – parâmetro que depende da categoria de rugosidade do terreno (adimensional)

z – altura sobre o terreno (m)

z_r – altura de referência (igual a 10 m)

p – expoente que depende da categoria de rugosidade do terreno (adimensional)

h – altura da edificação acima do nível do terreno (m)

γ – forma modal (adimensional)

ξ – coeficiente de amplificação dinâmica (adimensional)

f – frequência (Hz)

α – fator de carga dinâmica (adimensional)

f_0 – frequência natural (Hz)

f_{crit} – frequência crítica (Hz)

$D_{\text{capa laje}}$ – rigidez conferida pela capa da laje (N.cm)

E_{cs} – módulo de elasticidade secante do concreto (MPa)

h_f – altura da capa da laje (cm)

ν – coeficiente de Poisson para o concreto (0,2)

D_{nervura} – rigidez conferida nervura (N.cm)

h_l – altura total da laje (cm)

μ – coeficiente (adimensional)

l_{ox} – comprimento da nervura na direção x (cm)

l_{oy} – comprimento da nervura na direção y (cm)

S_x – medida eixo a eixo de nervura na direção x (cm)

S_y – medida eixo a eixo de nervura na direção y (cm)

h_{equiv} – altura de laje maciça que equivale à laje nervurada (cm)

u_{est} – deslocamento gerado pela carga estática (cm)

β – relação entre a frequência de excitação e a frequência de vibração livre (adimensional)

C_a – coeficiente de arrasto (adimensional);

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 DIRETRIZES DA PESQUISA	15
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	15
2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA	15
2.2.1 Objetivo Principal	15
2.2.2 Objetivo Secundário	15
2.3 PREMISSA	16
2.4 DELIMITAÇÕES	16
2.5 LIMITAÇÕES	16
2.6 DELINEAMENTO	16
3 VIBRAÇÕES	19
3.1 CONCEITOS BÁSICOS	19
3.1.1 Vibrações livres e forçadas	19
3.1.2 Vibrações lineares e não lineares	21
3.2 AMORTECIMENTO MECÂNICO	21
3.3 GRAUS DE LIBERDADE	23
3.1.2 Sistemas com um grau de liberdade	23
3.1.2 Sistemas com vários graus de liberdade	25
4 FORÇAS DINÂMICAS	26
4.1 AÇÃO DINÂMICA DO VENTO	27
4.2 USO DE EQUIPAMENTOS	32
4.3 MOVIMENTAÇÃO HUMANA	34
5 CRITÉRIOS DE CONFORTO E DESEMPENHO	36
5.1 <i>INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION</i> – ISO 2631	38
5.2 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR 6118	39
6 ANÁLISE DA EDIFICAÇÃO	41
6.1 DESCRIÇÃO DA EDIFICAÇÃO	41
6.2 PRINCIPAIS EQUIPAMENTOS GERADORES DE VIBRAÇÃO	43
6.3 LANÇAMENTO DO EDIFÍCIO NO EBERICK	44
6.3.1 Propriedades dos materiais	44
6.3.2 Determinação das ações	45
6.3.3 Combinações das ações	48
6.3.4 Modelo de Análise	49

6.3.5 Dimensionamento dos elementos	50
6.3.6 Verificação da estabilidade global	51
6.4 MODELAGEM DO EDIFÍCIO NO SAP 2000	52
6.4.1 Estrutura em vibração livre	52
6.4.2 Análise para incidência do vento	54
6.4.3 Análise para maquinário e movimentação humana	55
7 CONCLUSÃO	60
REFERÊNCIAS	61
APÊNDICE A	63
APÊNDICE B	65
ANEXO A	68

1 INTRODUÇÃO

A Engenharia Estrutural está sendo cada vez mais exigida visto que corriqueiramente projetistas se deparam com formas arquitetônicas antes pouco usuais. Edifícios mais funcionais e esbeltos são pré-requisitos para quem quer se inserir no mercado e ser competitivo.

Os edifícios que antigamente eram robustos, hoje são deixados de lado por vários motivos. O primeiro diz respeito ao avanço tecnológico que gerou materiais mais eficientes e resistentes, permitindo assim uma diminuição na seção dos elementos estruturais, além de programas de análise que garantem maior confiabilidade aos resultados. Grandes vãos entre pilares geram espaços mais flexíveis de serem modificados a qualquer momento por opção do usuário. Além disso, seções menores demandam menos material, são executadas mais rapidamente e com menor requerimento de mão de obra, gerando grande economia em sua construção.

Porém, apesar de ser vantajosa econômica e esteticamente, a esbeltez conferida às atuais edificações carrega consigo alguns problemas estruturais por vezes negligenciados ou até mesmo desconhecidos pelos projetistas. Quando se trata de vibrações, o estado limite de serviço pode ser atingido muito antes do estado limite último.

Os estados limites de serviço estão relacionados à durabilidade, aparência e ao conforto do usuário ao utilizar a edificação. A presença de fissuras, flechas excessivas em vigas e lajes, vibrações excessivas são exemplos de verificações que devem ser feitas e por vezes restringem o uso de determinada edificação. Este trabalho aborda com um bom grau de profundidade o estado limite de vibrações excessivas. Tendo em vista a pouca abrangência das normas brasileiras quanto ao conforto, foram buscadas normas internacionais que tratam do assunto.

A estrutura analisada foi um centro de autosserviços com foco no setor alimentício, projetada para ser construída na cidade de Garibaldi, Rio Grande do Sul. A análise dinâmica desta edificação se restringiu aos efeitos causados pelo vento, movimentação humana e do maquinário utilizado na realização das atividades as quais se destina o empreendimento. Sua frequência natural (propriedade diretamente relacionada à massa e rigidez) pode ser

encontrada através de métodos simplificados e com o auxílio do *software* de cálculo estrutural SAP 2000, que se baseia no método dos elementos finitos.

O presente trabalho está dividido em sete capítulos, sendo o primeiro apenas uma breve introdução ao tema abordado. O capítulo 2 trata das diretrizes da pesquisa, sendo indicadas, entre outros itens, as limitações e os objetivos. O capítulo 3 apresenta uma descrição do que é vibração e sua classificação. Dentro do capítulo 4, são abordadas as diferentes fontes excitadoras capazes de interferir no desempenho do edifício estudado. O capítulo 5 trata da normativa utilizada para avaliar os efeitos causados pela vibração sobre o edifício e enquanto no capítulo 6, são apresentados os comparativos entre os valores de referência frutos da revisão bibliográfica e a análise dinâmica feita. Por fim, tem-se o capítulo 7, onde são feitas as conclusões e considerações finais acerca dos resultados obtidos.

2 DIRETRIZES DA PESQUISA

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa do trabalho é: a edificação comercial a ser construída em Garibaldi/RS, dimensionada pela NBR 6118, é rígida o suficiente para suportar os efeitos dinâmicos decorrentes da incidência do vento, uso de equipamentos e movimentação humana, segundo critérios de conforto do usuário e comportamento em serviço?

2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários e são descritos a seguir.

2.2.1 Objetivo Principal

O objetivo principal do trabalho é a verificação do comportamento dinâmico de uma edificação comercial a ser construída no município de Garibaldi/RS, frente aos efeitos provocados pelo vento, uso de equipamentos e movimentação humana, segundo critérios de conforto e desempenho em serviço.

2.2.2 Objetivo secundário

O objetivo secundário do trabalho é a apresentação da ordem de grandeza das frequências naturais que estão presentes em um edifício comercial baixo.

2.3 PREMISSA

A ausência de um estudo dos efeitos dinâmicos em edifícios resulta, muitas vezes, em estruturas que se apresentam deficientes em relação ao conforto de seus usuários.

2.4 DELIMITAÇÕES

O trabalho delimita-se a analisar uma edificação comercial com foco no setor alimentício na cidade de Garibaldi, Rio Grande do Sul.

2.5 LIMITAÇÕES

São limitações do trabalho:

- a) devido a ainda não terem sido realizadas sondagens no local de construção do edifício, adotou-se engastes rígidos como elementos de fundação;
- b) foram utilizadas lajes, vigas e pilares de concreto armado moldados *in loco*;
- c) foi utilizado o Eberick, como único software de cálculo no auxílio ao dimensionamento da estrutura e o SAP 2000 para a análise modal;
- d) a relação de equipamentos geradores de vibração foi obtida junto a um supermercado de mesmo porte do estudado;
- e) foram analisadas somente vibrações causadas pela movimentação humana, equipamentos e incidência do vento;
- f) a análise de cada fonte excitadora foi feita separadamente, ou seja, não foi considerada a combinação das oscilações.

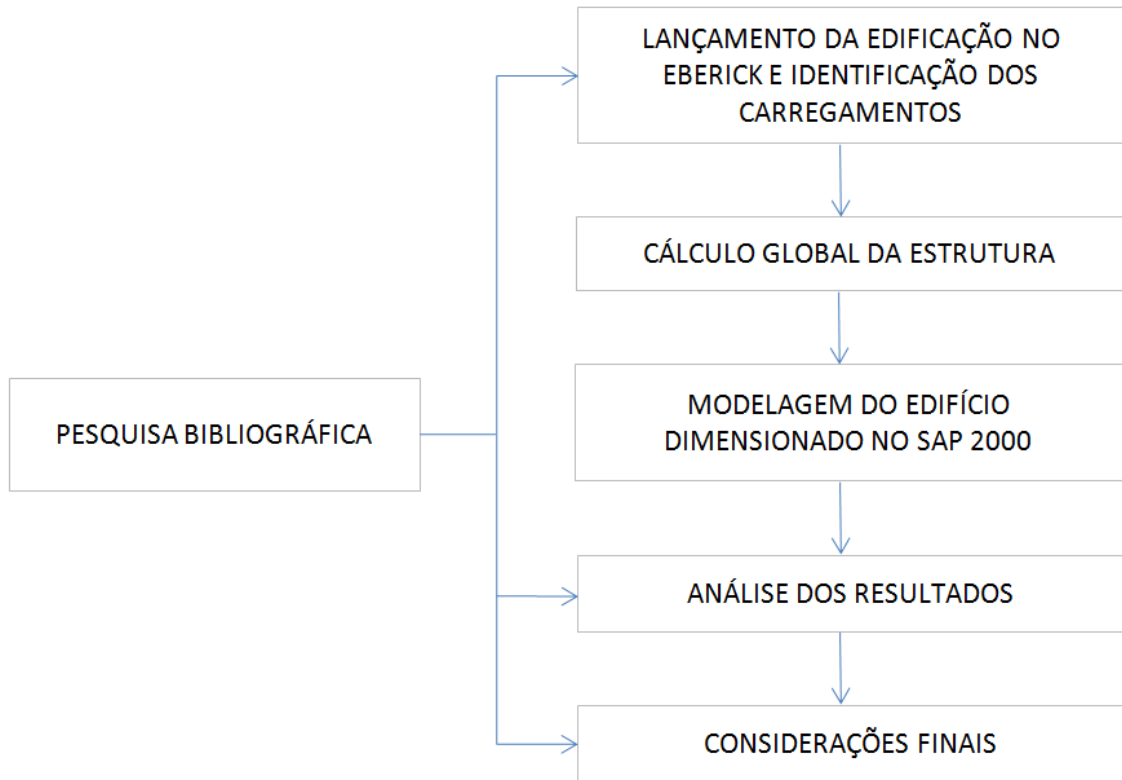
2.6 DELINEAMENTO

O trabalho foi realizado através das etapas apresentadas a seguir, e que foram esquematizadas através da figura 1:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) lançamento da edificação no Eberick e identificação dos carregamentos;
- c) cálculo global da estrutura;
- d) modelagem do edifício no SAP 2000;

- e) análise dos resultados;
- f) considerações finais.

Figura 1—Etapas da pesquisa



(fonte: elaborada pela autora)

A primeira etapa do trabalho consistiu na pesquisa bibliográfica. A partir de livros e normas técnicas, dissertações e trabalhos de conclusão foi coletada toda informação necessária para responder à questão de pesquisa deste trabalho de conclusão. Esta etapa foi desenvolvida ao longo de todo período de elaboração do projeto, com maior enfoque nos primeiros meses.

Na segunda etapa, foi feito o lançamento do edifício no *software* de cálculo Eberick (ALTOQI, 2013), sobre o *layout* estabelecido pelo projeto arquitetônico. Em paralelo a isso, foram atribuídos os carregamentos acidentais recomendados por norma específica, bem como carregamentos permanentes provenientes de alvenarias, revestimentos de piso e forro.

Com todo o prédio lançado, entrou-se na etapa de refinamento, no qual os elementos foram redimensionados de acordo com os resultados que apresentaram, ou seja, elementos que não se mostraram resistentes o suficiente para suportar seu carregamento tiveram sua seção

aumentada, e os que estavam robustos demais, tiveram sua seção diminuída. O critério básico para o dimensionamento foi o atendimento aos estados limites últimos e de serviço.

Com os elementos já dimensionados, foi feita a modelagem do edifício no SAP 2000 (COMPUTERS AND STRUCTURES INCORPORATION, 2005). Nesta etapa as frequências naturais de vibração do edifício foram encontradas para serem comparadas aos valores de referência indicados pela pesquisa bibliográfica, permitindo assim afirmar se o edifício é rígido o suficiente para suportar as vibrações causadas pelo vento, equipamentos e movimentação humana ou não.

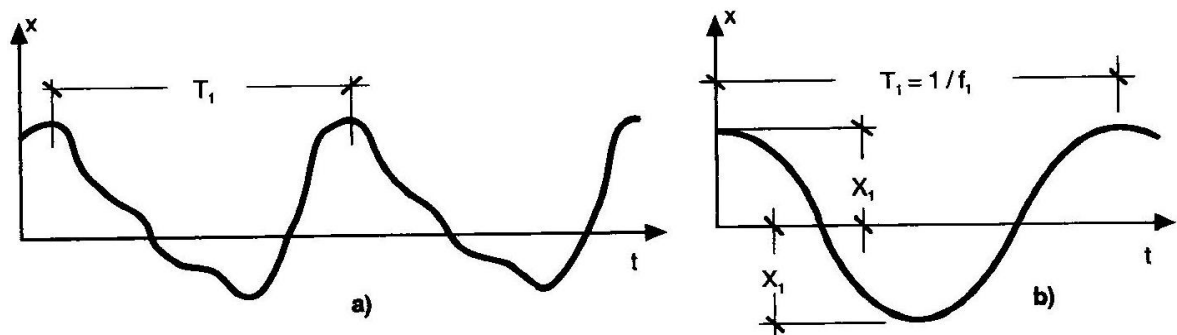
3 VIBRAÇÕES

Neste capítulo, são apresentados os conceitos básicos sobre vibrações e sua classificação. Além disso, do ponto de vista estrutural, são abordadas as implicações dos tipos de amortecimento e uma introdução à formulação utilizada na resolução de problemas.

3.1 CONCEITOS BÁSICOS

Para Claeysen et al. (2004, p. 11), toda a matéria, sendo sólida, líquida ou até mesmo gasosa pode vibrar, ou seja, oscilar em torno de um ponto de equilíbrio. Já segundo Blessmann (2005, p. 13), vibração é o movimento que ocorre em todo corpo que possui massa e elasticidade e se repete a cada intervalo definido de tempo, apresentando características específicas como deslocamento (X_1) e período (T_1), conforme apresentado nas figuras 2a e 2b.

Figura 2 – Período de vibração



(fonte: BLESSMANN, 2005, p. 13)

Vibrações ainda podem ser classificadas segundo sua natureza e fonte de excitação, conforme itens a seguir.

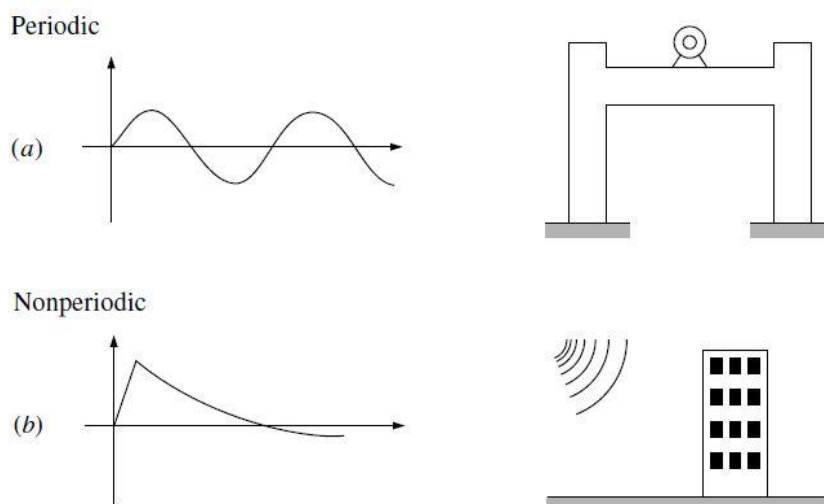
3.1.1 Vibrações livres e forçadas

Hibbeler (2005, p. 496) afirma que vibrações livres são aquelas mantidas por forças restauradoras gravitacionais ou elásticas, enquanto as vibrações forçadas são produzidas por

forças externas ao sistema em vibração. Sobre vibrações forçadas, Claeysen et al. (2004, p. 14) ainda distingue a fonte excitadora como harmônica, periódica, impulsiva ou transitória.

Nas figuras 3a e 3b, Clough e Penzien (2003, p. 2-3, tradução nossa) mostram exemplos de carregamentos periódicos e não periódicos. Os carregamentos periódicos apresentam a mesma variação no tempo durante um grande número de ciclos. O mais simples deles pode ser exemplificado pela variação senoidal, também chamada de harmônica simples, e é encontrado em máquinas (figura 3a). Já na figura 3b, uma explosão caracteriza um carregamento não periódico de curta duração.

Figura 3 – Carregamentos periódicos e não periódicos



(fonte: adaptada de CLOUGH; PIENZEN, 2003, p. 3)

Quando em vibração livre, um sistema oscila em uma ou mais de suas frequências naturais. Em vibração forçada, a oscilação ocorrerá na mesma frequência da fonte excitadora, desde que esta seja harmônica. Caso a frequência da fonte coincida com alguma das frequências naturais do sistema, ocorrerá o fenômeno da ressonância, que nada mais é que a ampliação progressiva das amplitudes das oscilações, tendo seu valor máximo dependendo do amortecimento do sistema (BLESSMANN, 2005, p. 16).

3.1.2 Vibrações lineares e não lineares

Claeyssen et al. (2004, p. 12) indicam que a natureza das vibrações é essencialmente não linear, porém em alguns casos podem ser aproximadas por descrições lineares. Colocam ainda que, um sistema é dito linear, quando a solução é aditiva, ou seja, a resposta encontrada para um conjunto de variáveis é igual à soma das respostas para o mesmo conjunto de variáveis, e homogênea, quando através da multiplicação de uma variável por uma constante, tem-se a resposta multiplicada por essa mesma constante. Blessmann (2005, p. 16) chama a aditividade das vibrações lineares de superposição.

3.2 AMORTECIMENTO MECÂNICO

Um sistema estrutural em vibração dissipa energia, e a força de amortecimento associada a essa dissipação é bastante complexa por depender de diversos fatores. Alguns estão relacionados às características do sistema construtivo, como os materiais utilizados, as tensões envolvidas, a amplitude das oscilações, a existência de elementos não estruturais como paredes, pisos e móveis, e o estado de fissuração da estrutura. Visto que casos reais apresentam equações diferenciais muito complexas, na prática, utiliza-se um amortecimento hipotético, de tratamento matemático simplificado e com erros toleráveis, chamado de amortecimento viscoso (BLESSMANN, 2005, p. 261). A força produzida por esse tipo de amortecimento é proporcional à velocidade da massa em vibração e é ela que entrará no cálculo de vibração em sistemas amortecidos conforme trata o item a seguir (BLESSMANN, 2005, p. 16).

O amortecimento mecânico total de uma construção, onde ζ é a razão de amortecimento crítico, pode ser composto por três parcelas conforme apresenta a fórmula 1. As características intrínsecas do material (ζ_m) e o atrito entre os componentes da estrutura formam a primeira parcela (ζ_e), a segunda é formada pelos elementos não estruturais (ζ_n) e por fim o a terceira é causada pela dissipação da energia pelo solo de fundação (ζ_s) (BLESSMANN, 2005, p. 262):

$$\zeta = \zeta_e + \zeta_n + \zeta_s \quad (\text{fórmula 1})$$

Onde:

ζ_e = amortecimento da estrutura resistente (adimensional);

ζ_n = amortecimento não estrutural (adimensional);

ζ_s = energia dissipada pelo solo de fundação (adimensional).

Mahrenholtz e Bachmann (1991, p. 179, tradução nossa) afirmam que a primeira contribuição do amortecimento sempre existirá, porém a segunda e a terceira podem ser grandes, pequenas ou até mesmo nem existirem dependendo do tipo e proposta da estrutura.

O amortecimento aerodinâmico (ζ_{aer}) não está expresso na fórmula 1, por se tratar de um fenômeno que tipicamente acontece em estruturas leves e flexíveis. Exemplo disso são pilares de viadutos e estrados de pontes (BLESSMANN, 2005, p. 260).

Para estruturas monolíticas, como as de aço soldadas e concreto armado, a parcela dominante do amortecimento é o amortecimento intrínseco dos materiais (ζ_m), que faz parte do amortecimento estrutural (BLESSMANN, 2005, p. 263). A tabela 1 apresenta seus valores típicos.

Tabela 1 – Amortecimento intrínseco dos materiais

Material	ζ_m
Concreto armado:	
- pequenas tensões (praticamente não fissurado)	0,007 - 0,010
- médias tensões (completamente fissurado)	0,010 - 0,040
- altas tensões (completamente fissurado), sem escoamento da armadura	0,005 - 0,008
Concreto protendido (não fissurado)	0,004 - 0,007
Concreto parcialmente protendido (levemente fissurado)	0,008 - 0,012
Composto	0,002 - 0,003
Aço	0,001 - 0,002

(fonte: MAHRENHOLTZ; BACHMANN, 1991, p. 178, tradução nossa)

3.3 GRAUS DE LIBERDADE

O número de graus de liberdade de um sistema diz respeito às coordenadas independentes necessárias para defini-lo, ou seja, descrever seu movimento. Quando em vibração livre, com vários graus de liberdade, o movimento periódico é complexo, porém a vibração pode acontecer também em movimentos harmônicos simples, chamados modos principais ou fundamentais de vibração (BLESSMANN, 2005, p. 16). Os itens a seguir dão uma breve descrição da formulação de sistemas com um ou vários graus de liberdade.

3.3.1 Sistemas com um grau de liberdade

Para sistemas em vibração forçada, com amortecimento e apenas um grau de liberdade (figura 4), Claeysen et al. (2004, p. 17) e Blessmann (2005, p. 18) apresentam a fórmula 2:

$$m \times \ddot{x} + c \times \dot{x} + k \times x = f(t) \quad (\text{fórmula 2})$$

Onde:

m = massa (kg);

\ddot{x} = aceleração da massa (m/s^2);

c = amortecimento (adimensional);

\dot{x} = velocidade da massa (m/s);

k = rigidez da mola (N/m);

x = deslocamento em relação à posição de equilíbrio (m);

f = força externa aplicada (N).

Para sistemas em vibração livre sem amortecimento (figura 5), a força f iguala-se à zero, assim como o valor da constante c . Zerando estes valores chega-se à fórmula 3:

$$m \times \ddot{x} + k \times x = 0 \quad (\text{fórmula 3})$$

Onde:

\ddot{x} = aceleração da massa (m/s^2);

k = rigidez da mola (adimensional);

x = deslocamento em relação à posição de equilíbrio (m).

Através de inúmeras deduções e artifícios matemáticos que não cabem a este trabalho, Veloza (2009, p. 9) chega à fórmula 4, que permite calcular a frequência natural de uma estrutura qualquer em termos de sua massa e rigidez. Ainda salienta que a frequência é independente da amplitude do movimento.

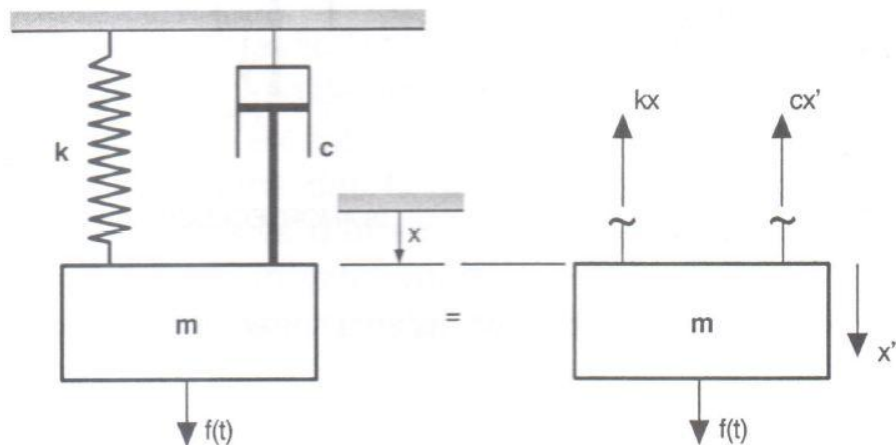
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (\text{fórmula 4})$$

Onde:

K = constante de mola equivalente;

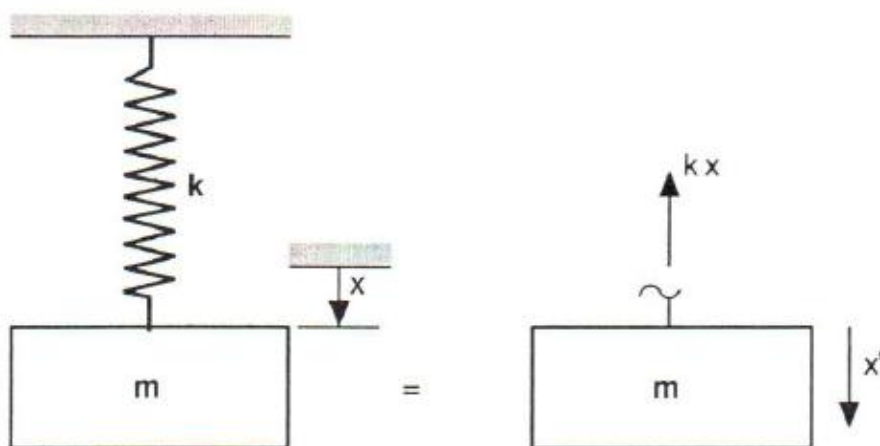
m = massa do sistema.

Figura 4 – Sistema massa-mola-amortecedor



(fonte: BLESSMANN, 2005, p. 18)

Figura 5 – Sistema massa-mola não amortecido



(fonte: BLESSMANN, 2005, p. 19)

3.3.2 Sistemas com vários graus de liberdade

Como dito anteriormente, o número de coordenadas independentes de um sistema em vibração é igual ao seu número de graus de liberdade. Além disso, Blessmann (2005, p. 30) afirma que este número também se iguala ao número de frequências naturais de um sistema em vibração livre, e sob determinadas condições, será também o número de modos normais (ou principais) de vibração. Sua formulação se assemelha à obtida para um grau de liberdade, porém, se utiliza de notação matricial. Lalanne et al. (1983, p. 65, tradução nossa) aconselham para sistemas com elevado número de graus de liberdade, que se utilize o método dos elementos finitos, pois a notação matricial não prevê um bom resultado no comportamento vibratório.

4 FORÇAS DINÂMICAS

Assunção (2009, p. 28) apresenta na tabela 2, faixas de frequência de diferentes fontes excitadoras e grandezas adotadas na sua medição. Neste capítulo somente são descritas as forças dinâmicas mais prováveis de virem a acometer o edifício estudado. São elas: ação dos ventos, atividade humana e uso de maquinário interno.

Tabela 2 – Faixas típicas de respostas estruturais para várias fontes de vibração

Fonte de Vibração	Faixa de frequência (Hz)	Faixa de amplitude (μm)	Faixa de velocidade (mm/s)	Faixa de aceleração (m/s^2)	Característica da vibração	Sugestão da grandeza a ser medida
Tráfego (rodoviário e ferroviário - transmissão pelo solo)	1 a 80	1 a 200	0,2 a 50	0,02 a 1	contínua ou transiente	velocidade
Explosões (transmitidas pelo solo)	1 a 300	100 a 2500	0,2 a 500	0,02 a 50	transiente	velocidade
Cravação de estacas	1 a 100	10 a 50	0,2 a 50	0,02 a 2	transiente	velocidade
Maquinário externo (transmissão pelo solo)	1 a 300	10 a 1000	0,2 a 50	0,02 a 1	contínua ou transiente	velocidade ou aceleração
Acústica (tráfego e maquinário externo)	10 a 250	1 a 1100	0,2 a 30	0,02 a 1	contínua	velocidade ou aceleração
Maquinário interno	1 a 1000	1 a 100	0,2 a 30	0,02 a 1	velocidade ou aceleração	velocidade ou aceleração
Atividades humanas de impacto	0,1 a 100	100 a 500	0,2 a 20	0,02 a 0,2	transiente	velocidade ou aceleração
Atividades humanas dirigidas	0,1 a 12	100 a 5000	0,2 a 5	0,02 a 0,2	transiente	velocidade ou aceleração
Terremotos	0,1 a 30	10 a 10^5	0,2 a 400	0,02 a 20	transiente	velocidade ou aceleração
Vento	0,1 a 100	10 a 10^5	-	-	transiente	aceleração

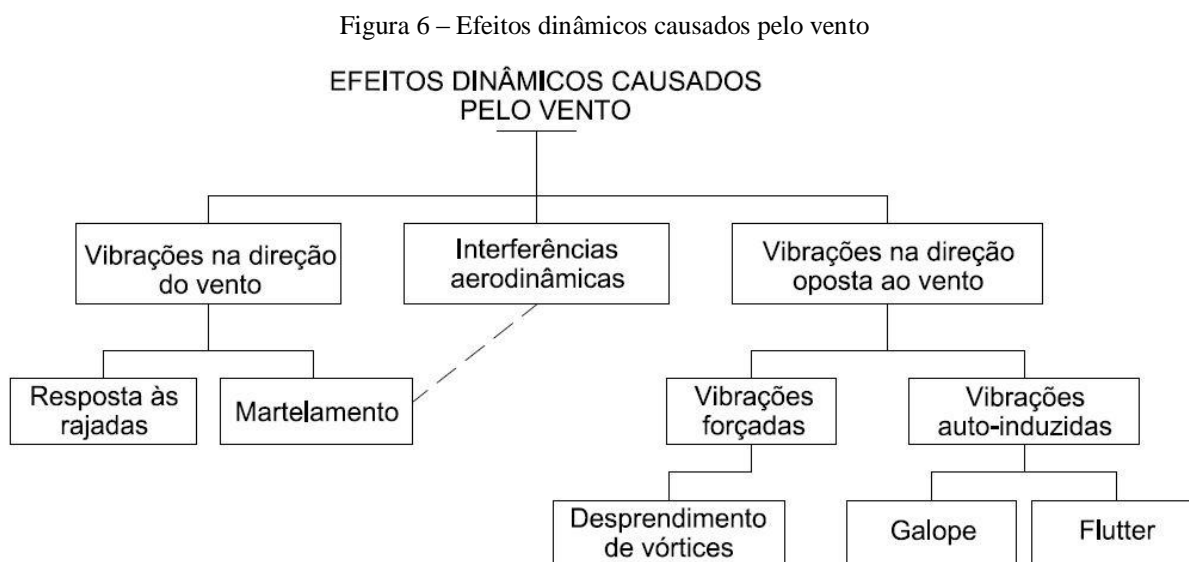
(fonte: INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION¹, 1990 apud ASSUNÇÃO, 2009, p. 28)

¹ INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 4866**: mechanical vibration and shock – vibration of buildings – guidelines for the measurement of vibrations and evaluation of their effects on buildings. Geneva, 1990.

4.1 AÇÃO DINÂMICA DO VENTO

Basicamente, o que origina os ventos naturais é o aquecimento não uniforme da atmosfera terrestre. Esse aquecimento acontece principalmente pela irradiação da energia solar antes absorvida pela crosta, sob a forma de calor (BLESSMANN, 1995, p. 19).

Adaptada de Hirsch e Bachmann (1991b, p. 209, tradução nossa), a figura 6 mostra uma possível classificação dos efeitos dinâmicos do vento sobre as estruturas. Entretanto, somente o efeito das rajadas é abordado neste trabalho, tendo em vista que os outros efeitos não se aplicam à estrutura estudada.



(fonte: adaptada de HIRSCH; BACHMANN, 1991b, p. 209, tradução nossa)

No campo da Engenharia Estrutural, Blessmann (1995, p. 19) afirma que é de interesse conhecer a velocidade média do vento e as flutuações em torno desta média. Tais flutuações instantâneas são chamadas de rajadas e são quase exclusivamente formadas pela agitação mecânica do ar (turbulência), com a formação de um número grande de turbilhões. Miguel (2003, p. 7) continua este pensamento expondo que:

A velocidade média do vento é responsável pela ação estática e as rajadas, dependendo da energia cinética e de como essa energia se distribui pelas diversas frequências, pela ação dinâmica. A resposta da estrutura depende muito mais da energia contida em uma sequência de rajadas do que da intensidade de uma única rajada.

As rajadas de vento originadas dos turbilhões ocorrem em uma sequência aleatória de frequências e intensidades. Rajadas mais fortes duram pouco tempo, da ordem de frações de segundos. Blessmann (1995, p. 30) indica que "Rajadas de poucos segundos são suficientes para causar pressões plenamente desenvolvidas em pequenas edificações [...], porém será necessária uma rajada de maior duração para a pressão correspondente desenvolver-se em toda a edificação, se ela não for muito pequena.". Ainda conclui que grandes edificações estão sujeitas a forças de vento por unidade de área menores do que pequenas edificações, tendo em vista que a velocidade de grandes turbilhões diminui nos seus extremos.

A turbulência gerada pelo vento tem uma grande gama de frequências de excitação. Sabendo que uma estrutura oscila somente na presença de carregamentos periódicos que tenham a mesma frequência que sua frequência natural, então somente pequena parte da turbulência causará algum efeito sobre a estrutura (MIGUEL, 2003, p. 11). Segundo a INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION² (1990 apud ASSUNÇÃO, 2009, p. 29), a excitação do vento apresenta energia significativa na faixa de frequência que varia de 0,1 Hz a 10 Hz.

A NBR 6123 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988, p. 33-36) apresenta dois modelos de cálculo para determinar os efeitos dinâmicos devidos à turbulência atmosférica, um simplificado e outro discreto. O modelo simplificado é mostrado a seguir, após serem feitas algumas considerações iniciais, sendo elas:

- a) o vento é composto por duas parcelas, uma é a velocidade média (V_m) e a outra são as flutuações em torno dessa média. Admite-se que a velocidade média (valor constante num intervalo de 10 minutos ou mais) causa efeitos puramente estáticos sobre as estruturas, enquanto as flutuações, oscilações;
- b) a resposta dinâmica total é igual à soma das parcelas obtidas pela resposta da velocidade média e pela resposta flutuante;
- c) a velocidade média de projeto corresponde à velocidade média num tempo de 10 minutos, numa altura de 10 metros acima do solo, com terreno de categoria II, é obtida através da fórmula 5:

² INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 4866: mechanical vibration and shock – vibration of building – guidelines for the measurement of vibrations and evaluation of their effects on buildings. Geneva, 1990.

$$V_{mp} = 0,69 \times V_0 \times S_1 \times S_3 \quad (\text{fórmula 5})$$

Onde:

V_0 = velocidade básica do vento (m/s);

S_1 = fator topográfico (adimensional);

S_3 = fator baseado em conceitos probabilísticos (adimensional);

O modelo simplificado é aplicável quando a seção da estrutura for constante, distribuição uniforme de massa e altura inferior a 150 metros. Considera apenas a contribuição do modo fundamental, já que esta simplificação geralmente conduz a erros menores que 10%. A fórmula 6 apresenta o cálculo do primeiro modo de vibração para uma estrutura:

$$f_0 = \left(\frac{z}{h}\right)^\gamma \quad (\text{fórmula 6})$$

Onde:

z = cota acima do terreno (m);

h = altura da edificação acima do nível do terreno (m);

γ = forma modal (adimensional).

Além dessa fórmula, a referida Norma coloca na tabela 3, outras equações aproximadas que também levam ao cálculo da frequência fundamental, valores aproximados de γ e o coeficiente de amortecimento crítico ζ para algumas estruturas usuais. Definidos estes dados, e juntamente aos parâmetros expressos na tabela 4, referentes à categoria de rugosidade do terreno, pode-se calcular a pressão dinâmica na direção do vento que age em qualquer altura acima do nível do solo, através da fórmula 7:

$$q(z) = 0,613 \times V_{mp}^2 \times b^2 \times \left[\left(\frac{z}{z_r}\right)^{2p} + \left(\frac{h}{z_r}\right)^p \times \left(\frac{z}{h}\right)^\gamma + \frac{1 + 2\gamma}{1 + \gamma + p} \times \xi \right] \quad (\text{fórmula 7})$$

Onde:

V_{mp} = velocidade média de projeto (m/s);

b = parâmetro que depende da categoria de rugosidade do terreno (tabela 4);

z = altura sobre o terreno (m);

z_r = altura de referência (igual a 10 metros);

p = expoente que depende da categoria de rugosidade do terreno (tabela 4);

h = altura da edificação acima do nível do terreno (m);

γ = forma modal (adimensional);

ξ = coeficiente de amplificação dinâmica (adimensional).

Para transformar a pressão dinâmica em uma força estática equivalente, a Norma indica que se deve multiplicá-la pelo seu coeficiente de arrasto e pela largura da edificação. A resultante engloba tanto ações estáticas, quanto ações dinâmicas. Através da figura 7 é possível distinguir a ação da velocidade média, e a ação da turbulência em qualquer altura acima do nível do solo.

Tabela 3 – Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos

Tipo de edificação	γ	ξ	$T_1 = 1/f_1$
Edifícios com estrutura aporticada de concreto, sem cortinas	1,2	0,020	$0,05h + 0,015h$
Edifícios com estrutura de concreto, com cortinas para a absorção de forças horizontais	1,6	0,015	$0,05h + 0,012h$
Torres e chaminés de concreto, seção variável	2,7	0,015	$0,02h$
Torres, mastros e chaminés de concreto, seção uniforme	1,7	0,010	$0,015h$
Edifícios com estrutura de aço soldada	1,2	0,010	$0,029\sqrt{h} - 0,4$
Torres e chaminés de aço, seção uniforme	1,7	0,008	
Estruturas de madeira	-	0,030	

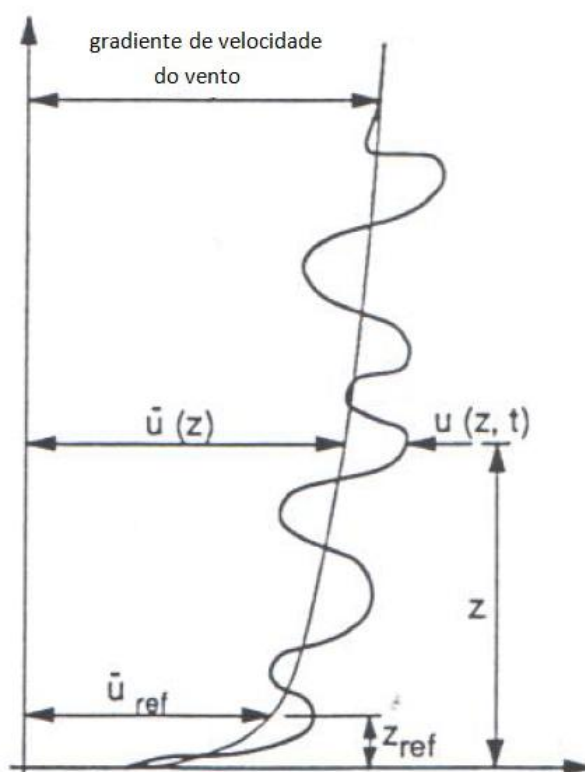
(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988, p. 35)

Tabela 4 – Expoente p e parâmetro b

Categoria de rugosidade	I	II	III	IV	V
p	0,095	0,15	0,185	0,23	0,31
b	1,23	1,00	0,86	0,71	0,50

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988, p. 36)

Figura 7 – Ação dinâmica do vento



(fonte: adaptado de HIRSCH; BACHMANN, 1991b, p. 207)

A quarta coluna da tabela 3 apresenta uma estimativa do valor do período (inverso da frequência) para diferentes estruturas. Salienta-se o primeiro caso, edifício com estrutura aporticada sem cortinas na fórmula 8, tendo em vista que é a definição que mais se aproxima da estrutura estudada:

$$T_1 = 0,05 \times h + 0,015 \times h \quad (\text{fórmula 8})$$

Onde:

h = altura (m).

Para o caso de edificações cujo destino seja a ocupação humana, no quesito conforto, a NBR 6123 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988, p. 36) limita as acelerações da estrutura a no máximo **0,1 m/s²**. Estas acelerações podem ser estimadas a partir da fórmula 9:

$$a_j = 4 \times \pi^2 \times f_j^2 \times u_j^2 \quad (\text{fórmula 9})$$

Onde:

a_j = aceleração no modo de vibração j (m/s²);

f_j = modo de vibração j (Hz);

u_j^2 = deslocamento causado pela parcela flutuante (m).

O índice j dos componentes da fórmula refere-se aos vários modos de vibração. A aceleração é calculada para cada pavimento acima do nível do solo, de acordo com o deslocamento causado somente pela resposta à ação dinâmica, chamada de parcela flutuante.

4.2 USO DE EQUIPAMENTOS

Quando em funcionamento, uma máquina transmite vibrações à superfície onde está instalada. Essas forças dinâmicas dependem do seu funcionamento, estado de manutenção e condições de operação. A instalação de máquinas diretamente sobre o piso de uma edificação, sem nenhuma medida de controle de vibração, deve ser feita de forma mais cuidadosa, já que as ondas são transmitidas para espaços vizinhos (AMMANN et al., 1991, p. 33-34, tradução nossa).

Bachmann e Ammann (1987, p. 56, tradução nossa) colocam que os efeitos que a instalação de um equipamento transmissor de vibração pode causar sobre uma estrutura, podem incluir desde rachaduras em revestimentos, soltura de parafusos, até problemas de fadiga em vigas de aço, com possível colapso. Quanto aos efeitos sobre pessoas que trabalham próximas a essa fonte de excitação, eles citam que podem ser praticamente imperceptíveis variando até atingir níveis perigosos.

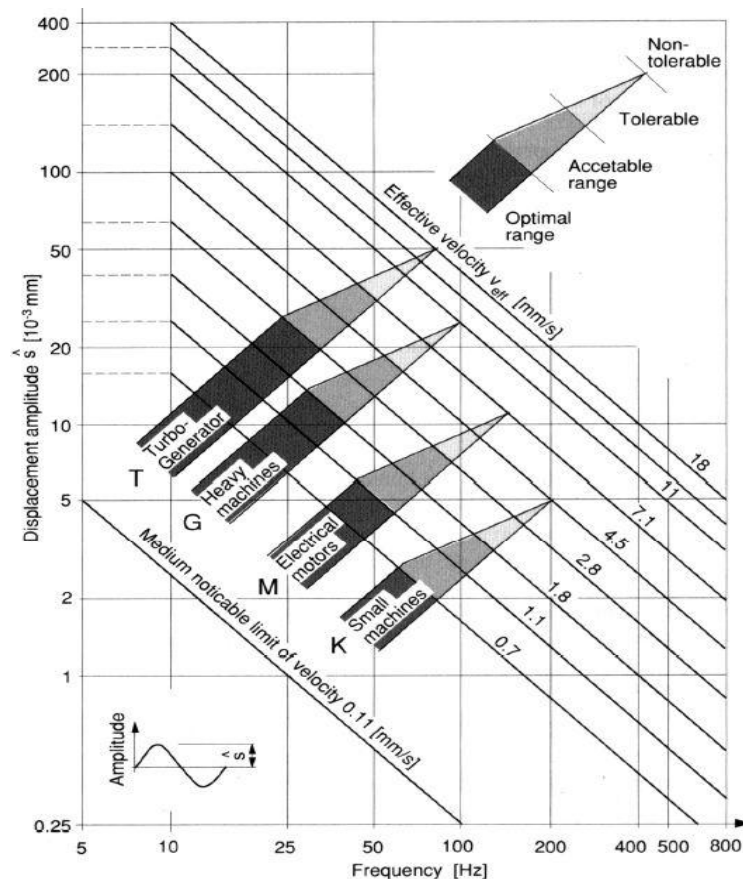
Ammann et al. (1991, p. 34, tradução nossa) classificam as máquinas de acordo com o tipo de movimento das partes que as compõe, sendo elas:

- a) partes rotativas: forças dinâmicas aparecem quando a máquina não está suficientemente balanceada ou se há presença de campo eletromagnético. Como exemplos podem ser citados os ventiladores, máquinas de lavar e tornos.

- b) partes oscilatórias: sempre exercem forças dinâmicas, mas sua amplitude depende da idade e estado de manutenção da máquina. Geradores de energia a diesel são um bom exemplo.
- c) partes impactantes: desenvolvem grandes forças intermitentes. Citam-se prensas de moldagem como exemplo.

Ammann et al. (1991, p. 39-40, tradução nossa) seguem recomendando que a frequência natural da estrutura não coincida com a frequência de operação da máquina. Entretanto, mesmo para o caso de uma estrutura relativamente rígida, sua frequência fundamental provavelmente não ultrapassará 25 ou 30 Hz. A figura 8 apresenta uma classificação de diferentes tipos de equipamentos quanto à amplitude de seu deslocamento, frequência de operação e velocidade efetiva.

Figura 8 – Níveis de velocidade efetivas para operação de diferentes tipos de máquinas



(fonte: VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE³, 1964 apud AMMANN et al., 1991, p. 41)

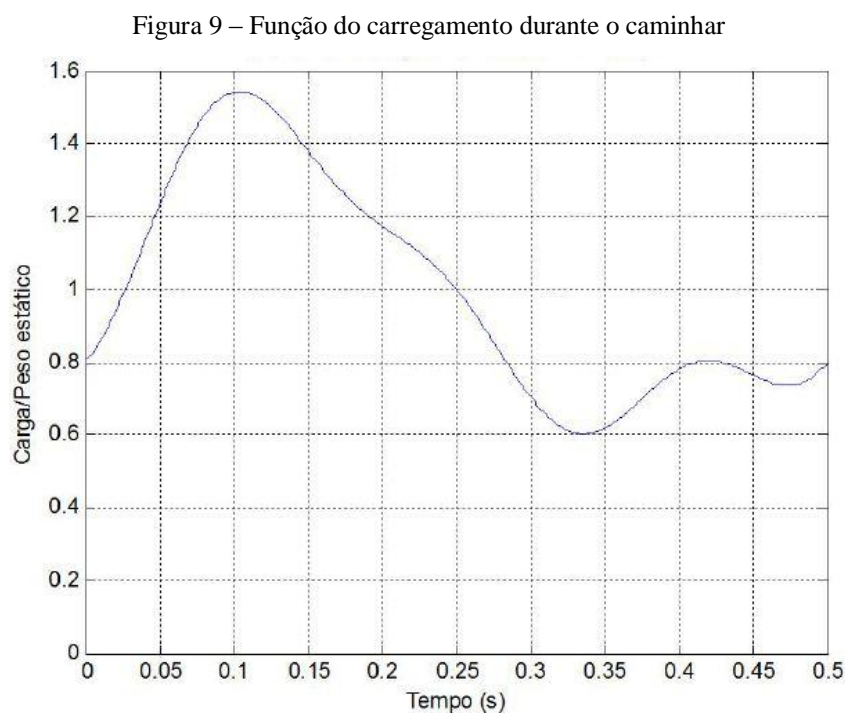
³ VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE. **Richtlinie VDI 2056**: Beurteilungsmassstäbe für mechanische schwingungen von maschinen. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 1964.

4.3 MOVIMENTAÇÃO HUMANA

O movimento humano é suficiente para causar diversos carregamentos dinâmicos. Podem ser classificados como periódicos (caminhar, correr e dançar) ou transientes (pular) (BACHMANN; AMMANN, 1987, p. 6). Sendo a estrutura em estudo um centro comercial, basicamente somente haverá excitação humana vinda da caminhada. Outras formas como pular e correr podem vir a acontecer, mas serão exceção.

As vibrações resultantes desse tipo de ação pode ocasionar sobretensões na estrutura, prejudicando sua integridade em casos extremos, danos não estruturais e desconforto devido às suas altas velocidades ou acelerações. Além disso, pode-se verificar excessivo barulho devido à reverberação (BACHMANN; AMMANN, 1987, p. 7).

Barros (2009, p. 21) modelou o carregamento dinâmico de uma pessoa caminhando para um período e obteve o gráfico mostrado pela figura 9. Esta figura mostra dois picos de força, o primeiro refere-se ao contato do calcanhar no solo e o segundo da ponta do pé. Ele ainda enfatiza o aumento de 50% no carregamento estático, quando comparado ao peso de uma pessoa parada.



(fonte: BARROS, 2009, p.21)

Cada passo dado por uma pessoa exerce forças dinâmicas sobre a estrutura. Na maioria dos casos, a frequência da caminhada das pessoas é de 2 passos por segundo, porém este valor pode variar entre 1,6 e 2,4 (RAINER et al., 1991, p. 11, tradução nossa).

5 CRITÉRIOS DE CONFORTO E DESEMPENHO

Bachmann e Ammann (1987, p. 67, tradução nossa) concluem que chegar a critérios de aceitação para efeitos de máquinas vibratórias e instalações é um problema complexo, porém é ainda mais complexo, quando se trata de atribuir valores aos efeitos psicológicos. Sendo assim, os efeitos provocados por vibrações são divididos em estruturais, fisiológicos e qualidade de produção.

Acerca dos critérios fisiológicos, Pretlove e Rainer (1991, p. 231, tradução nossa) afirmam que o corpo humano é capaz de sentir deslocamentos da ordem de 0,001 mm devido à sua grande sensibilidade. Porém, o desconforto causado dependerá muito da circunstância em que a pessoa se encontra, ou seja, estar sentada numa mesa de escritório é diferente de estar dirigindo um carro. Eles indicam os parâmetros que afetam a sensibilidade humana:

- a) posição (em pé, sentado, deitado);
- b) direção da incidência e, relação à coluna vertebral;
- c) atividade desenvolvida (descanso, caminhada, corrida);
- d) compartilhamento da experiência com outros;
- e) idade e gênero;
- f) período de ocorrência e hora do dia;
- g) o caráter do decaimento da vibração (amortecimento).

Ainda segundo eles, os fatores que determinam a intensidade da percepção são:

- a) deslocamento, velocidade e amplitude de aceleração;
- b) duração da exposição;
- c) frequência de vibração.

É improvável que os ocupantes de um edifício em vibração sofram danos físicos diretos, porém a perda de concentração, irritação, sensação de insegurança estão presentes. São aceitáveis valores de vibração da ordem de 0,5% da aceleração da gravidade (g) para

ocupações regulares de escritórios. Áreas destinadas ao estudo ou descanso exigem valores menores, da ordem de 0,2% da gravidade (RAINER et al., 1991, p. 12, tradução nossa).

Pretlove e Rainer (1991, p. 231, tradução nossa) sintetizam na tabela 5 a opinião de diversos autores quanto aos níveis de sensibilidade. Numa banda de frequências de 1 a 10 Hertz, existe uma proporcionalidade quanto à aceleração e na faixa entre 10 e 100 Hertz, a proporcionalidade existe em relação à velocidade.

Tabela 5 – Percepção humana para vibrações harmônicas

Descrição	Freq. 1 - 10 Hz	Freq. 10 - 100 Hz
	Aceleração (mm/s ²)	Velocidade (mm/s)
apenas perceptível	34	0,5
claramente perceptível	100	1,3
perturbador / desagradável	550	6,8
intolerável	1800	13,8

(fonte: PRETLOVE; RAINER, 1991, p. 231, tradução nossa)

Blessmann (2005, p. 275) salienta que para a percepção humana, empregam-se geralmente períodos de recorrência entre um a dez anos, enquanto para o cálculo da estrutura usa-se o período de cinquenta anos. A análise das condições de conforto de determinada edificação deve ser orientada por normas técnicas específicas que levem em conta o tipo de vibração e suas características dinâmicas. Neste trabalho, além dos valores limite apresentados anteriormente, são apresentados os critérios qualitativos e quantitativos da ISO 2631 (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 1978).

A norma brasileira que trata sobre o dimensionamento de estruturas de concreto é a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003). Ela recomenda que dois tipos de verificações de segurança sejam atendidas, a primeira pelos estados limites últimos (ELU) e a segunda pelos estados limites de serviço (ELS).

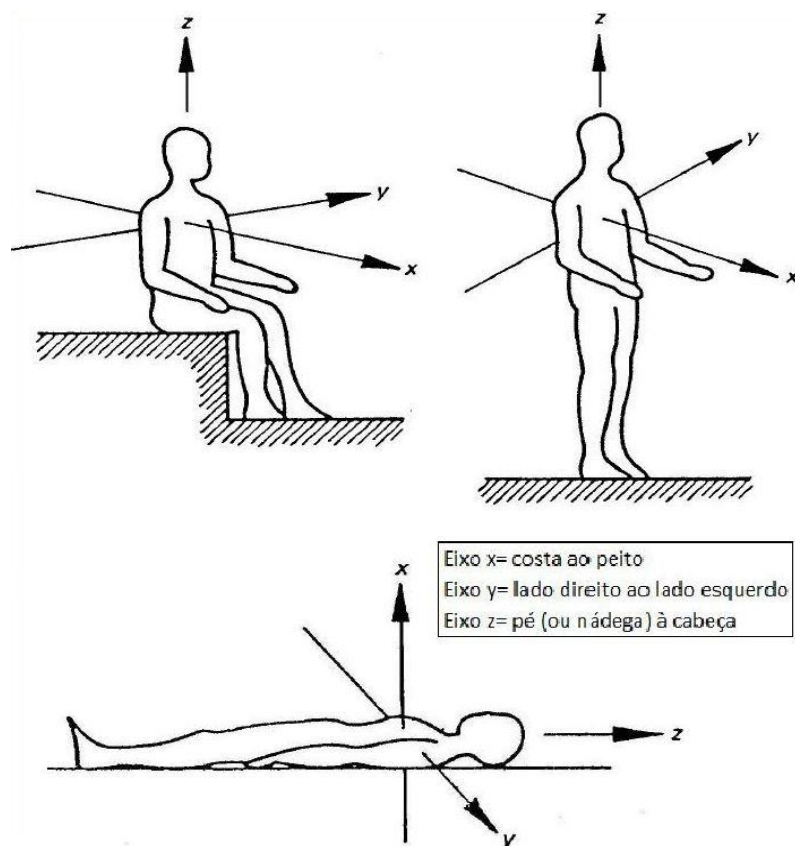
Os ELU estão relacionados ao colapso da estrutura, qualquer paralisação de seu uso originada por ruína total ou parcial. São exemplos deste estado limite a perda de estabilidade e a ruptura ou deformação plástica excessiva dos materiais. Os ELS, como o nome já diz, tratam da utilização da estrutura ao longo de sua vida útil, do conforto que proporciona aos seus usuários. Usualmente são considerados o estado limite de deformações excessivas e o estado

limite de abertura de fissuras (ARAÚJO, 2010a, p. 59-60). Porém, um terceiro estado limite de serviço igualmente importante, diz respeito às vibrações excessivas, e é este que é abordado a seguir.

5.1 INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION – ISO 2631

A ISO 2631 faz parte de um conjunto maior de normas, e serve como um guia para avaliar a exposição do corpo humano à vibrações. Ela fornece valores que permitem ao projetista analisar as condições de conforto dos usuários em relação à estrutura em que se encontram. Para isso, apresenta um sistema de coordenadas para vibrações mecânicas de corpo inteiro em seres humanos (figura 10). Aplica-se a uma amplitude de frequência que varia de 1 a 80 Hz (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 1978, p. 1).

Figura 10 – Sistema de coordenadas para vibrações mecânicas em seres humanos

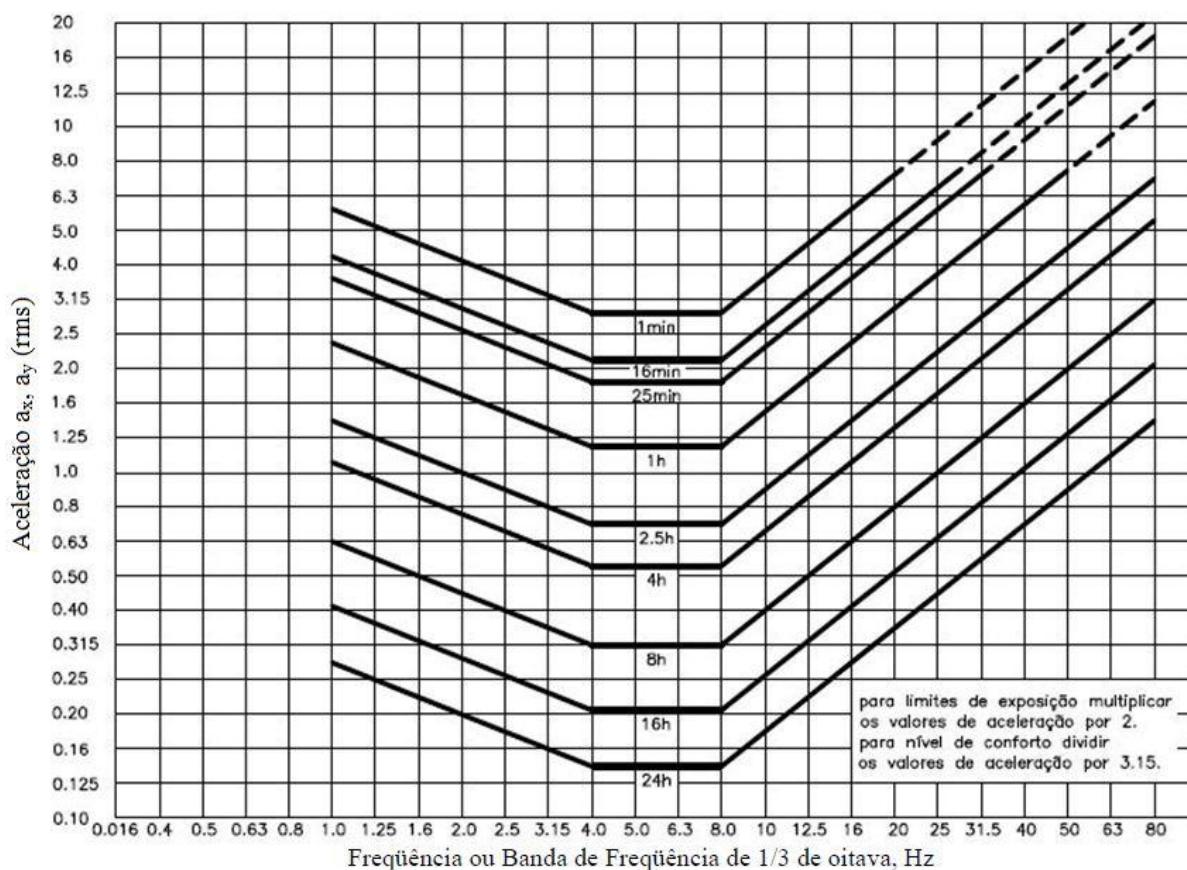


(fonte: INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 1978, p. 4)

Os limites criados por esta Norma estão relacionados a três critérios, sendo eles, nível de conforto reduzido, nível de eficiência reduzida (fadiga) e limite de exposição. A figura 11 mostra o gráfico utilizado no nível de eficiência reduzida.

O nível de conforto reduzido e o nível de eficiência reduzido estão mais aplicados à área de transportes e em zonas com máquinas industriais. Em outras aplicações os valores fornecidos por esses níveis não são efetivos.

Figura 11 – Limite de aceleração longitudinal (a_z) como função da frequência e tempo de exposição para nível reduzido de eficiência (fadiga)



(fonte: adaptado de INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 1978, p. 7)

5.2 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR 6118

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 172), quando trata de deformações excessivas indica que: "As ações dinâmicas podem provocar

estados limites de serviço e estados limites últimos por vibração excessiva ou por fadiga dos materiais.". Buscando manter um nível satisfatório no comportamento das estruturas sujeitas à vibração, a Norma ainda recomenda que a frequência natural da estrutura seja afastada o máximo possível da frequência crítica, que depende da destinação da edificação. Sendo assim, apresenta a fórmula 10:

$$f_0 > 1,2 \times f_{crit} \quad (\text{fórmula 10})$$

Onde:

f_{crit} = frequência crítica (Hz).

Para a mensuração da frequência crítica, a Norma estabelece valores (tabela 6) para alguns casos específicos onde a vibração é originada por pessoas.

Tabela 6 – Frequência crítica para vibração causada por pessoas

Caso	f_{crit} (Hertz)
Ginásio de esportes	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Escritórios	3,0 a 4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,4
Passarelas de pedestres ou ciclistas	1,6 a 4,5

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 173)

6 ANÁLISE DA EDIFICAÇÃO

Este capítulo descreve a edificação comercial estudada em termos das propriedades dos materiais utilizados, ações, combinações de ações, dimensionamento e análise estática do edifício no Eberick (ALTOQI, 2013). Estando o edifício dimensionado, fez-se sua modelagem no SAP 2000 (COMPUTERS AND STRUCTURES INCORPORATION, 2005), onde se pode obter suas frequências naturais de vibração. Estes dois *softwares* foram utilizados de forma a se complementarem, ou seja, enquanto o primeiro apenas fez a análise estática da estrutura, o segundo realizou sua análise dinâmica.

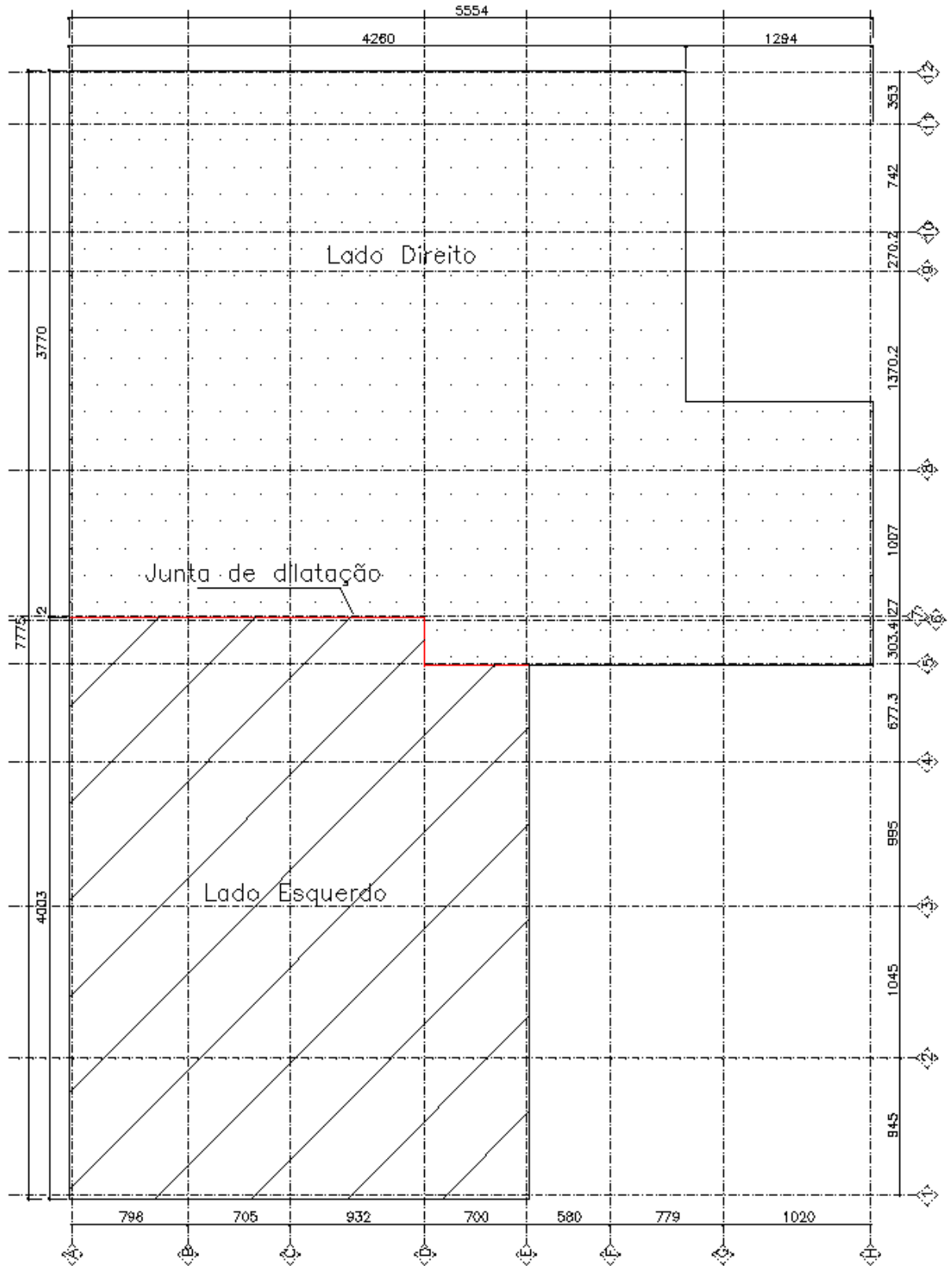
6.1 DESCRIÇÃO DA EDIFICAÇÃO

Este estudo trata de um empreendimento comercial, cujo foco está voltado para o setor alimentício e será implantado no município de Garibaldi, Rio Grande do Sul. Apresenta aproximadamente 2.810 m² de projeção e está dividido em três pavimentos mais um mezanino, totalizando 16,50 metros de altura. Os serviços realizados em cada pavimento são:

- a) pavimento térreo: sala de desossa, recebimento e depósito de mercadorias, central de reciclagens, sala de reservatórios, estacionamento;
- b) segundo pavimento: vestiários feminino e masculino para funcionários, cozinha e refeitório, almoxarifado, depósito de mercadorias, subestação, sala de geradores, condensador do ar condicionado, estacionamento;
- c) terceiro pavimento: áreas de trabalho do açougue e padaria, motores dos freezers, sanitários, lancheria, área de vendas;
- d) mezanino: sala de reservatórios, restaurante, cafeteria, sanitários.

Visto que a maior dimensão em planta do edifício tem 77,75 metros de comprimento, adotou-se uma junta de dilatação que divide o edifício em duas partes aproximadamente de mesma medida, como mostra a figura 12.

Figura 12 – Locação da junta de dilatação



(fonte: elaborada pela autora)

6.2 PRINCIPAIS EQUIPAMENTOS GERADORES DE VIBRAÇÃO

Por se tratar de um supermercado, prevê-se ainda em fase de projeto a instalação de diversos equipamentos. Muitos deles são responsáveis por manter câmaras frigoríficas de congelamento, de resfriamento e ilhas de congelados em funcionamento contínuo. Além disso, tendo em vista que os alimentos mantidos por esses equipamentos são altamente perecíveis em temperatura ambiente, e por se tratar de um empreendimento comercial projetado para um alto fluxo de clientes, se faz necessária a instalação de geradores de energia, caso esta tenha seu fornecimento interrompido pela concessionária. Além dos já citados, a loja ainda será climatizada.

As frequências dos motores são fornecidas em rpm, ou seja rotações por minuto, havendo a necessidade de conversão para Hertz (ciclos por segundo) conforme a fórmula 11. As informações que constam na tabela 7, como marca, potência e frequências dos motores, foram obtidas junto a um grande supermercado de área e características muito próximas ao edifício estudado.

$$f = \frac{f_{rpm}}{60} \quad (\text{fórmula 11})$$

Onde:

f_{rpm} = frequência de funcionamento da máquina (rpm).

Tabela 7 – Frequência dos equipamentos

Finalidade	Marca	Potência (CV)	Frequência (rpm)	Frequência (Hz)
Câmaras de congelados	Tri-Clad	75	1770	29,5
Câmaras de refrigerados	WEG	100	1780	29,7
Ar condicionado	WEG	100	1780	29,7
Gerador de energia	Cummins	535	1800	30

(fonte: elaborada pela autora)

6.3 LANÇAMENTO DA EDIFICAÇÃO NO EBERICK

O lançamento do edifício no *software* de cálculo Eberick (ALTOQI, 2013) iniciou com a definição de diversos parâmetros que foram imprescindíveis para o dimensionamento. Eles estão relacionados aos tipos de materiais disponíveis, ambiente de inserção da obra e imposições do projeto arquitetônico. Além disso, na etapa de dimensionamento foram definidas as dimensões dos elementos e a verificação da estabilidade global da estrutura.

6.3.1 Propriedades dos materiais

Adotou-se como resistência característica do concreto o valor de 30 MPa (classe C-30) e para o aço, 500 MPa (classe CA-50). A classe de agressividade ambiental dentro da qual o edifício está inserido é a II, nomeada como moderada, por se tratar de um ambiente urbano e apresentar um risco pequeno de deterioração da estrutura. Demais propriedades são apresentadas nas tabelas 8 e 9.

Tabela 8 – Propriedades do concreto

Concreto		
Propriedade	Valor	Unidade
Peso	2402	kgf/m ³
Resistência característica	30	Mpa
Módulo de elasticidade	28000	MPa
Coefficiente de Poisson	0,2	-

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 9 – Propriedades do aço

Aço		
Propriedade	Valor	Unidade
Peso	7850	kgf/m ³
Resistência característica	500	Mpa
Módulo de elasticidade	210	Gpa
Coefficiente de Poisson	0,3	-

(fonte: elaborada pela autora)

6.3.2 Determinação das ações

Com base na NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 52), foram consideradas ações permanentes aquelas que são constantes sobre a estrutura durante toda sua vida útil, sendo elas o peso próprio, materiais de revestimento do piso e forro, alvenaria, equipamentos e reservatórios. A tabela 10 apresenta as cargas representativas das ações permanentes. O peso da estrutura metálica que faz a vedação vertical do terceiro pavimento até a cobertura foi estimado considerando-se a área de influência abrangida por cada pilar. Essa carga foi inserida no modelo estrutural na forma de cargas concentradas agindo no eixo dos pilares externos.

Seguindo a normativa citada anteriormente, também foram incorporadas ao dimensionamento as ações que podem sofrer variações em seus valores ao longo do tempo. Os valores das cargas acidentais, considerando o tipo de utilização de cada espaço, foram extraídos da NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 4-5), e estão dispostas na tabela 11.

Tabela 10 – Valores das ações permanentes

Ação	Carga (kgf/m ²)
Peso próprio	variável conforme a dimensão dos elementos, porém, com $\gamma_{concreto\ armado} = 2500\text{ kgf/m}^3$
Revestimento Piso	150
Revestimento Forro	50
Alvenaria de tijolos furados (25 cm)	325

(fonte: elaborada pela autora)

Além das ações variáveis apresentadas anteriormente, cujos valores são tabelados, a carga acidental imposta pelo vento é calculada para cada edificação e varia conforme o local de implantação da edificação e de sua geometria. Os parâmetros adotados tendo como base a NBR 6123 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988) são apresentados na figura 13.

Tabela 11 – Valores das ações acidentais

Local	Carga (kgf/m ²)
Estacionamento e rampas de acesso	300
Sanitários	200
Escadarias e circulação	300
Salas de equipamentos	750
Depósito	500
Lancheria e Bistrô	300
Loja	500

(fonte: elaborada pela autora)

Adotou-se a velocidade básica do vento como sendo 45 m/s, pois na norma não há nenhuma isopleta que passe exatamente pela cidade de Garibaldi. Como a cidade encontra-se na região compreendida entre as isopletas de 40 e 45 m/s, o valor adotado está a favor da segurança. A tabela 12 apresenta os valores de S_2 e as forças dinâmicas que agem em cada pavimento para as direções X e Y. Chegou-se a essas forças aplicando as fórmulas 12, 13 e 14 presentes na NBR 6123 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988, p. 4-5):

$$V_k = V_0 \times S_1 \times S_2 \times S_3 \quad (\text{fórmula 12})$$

$$q = 0,613 \times V_k^2 \quad (\text{fórmula 13})$$

$$F_a = C_a \times q \times A_e \quad (\text{fórmula 14})$$

Onde:

V_k = velocidade característica do vento (m/s);

V_0 = velocidade básica do vento (m/s);

S_1 = fator topográfico (adimensional);

S_2 = fator que considera o efeito combinado da rugosidade do terreno, da variação da velocidade com a altura acima do terreno e das dimensões da edificação (adimensional);

S_3 = fator estatístico (adimensional);
 q = pressão dinâmica do vento (N/m^2);
 C_a = coeficiente de arrasto (adimensional);
 A_e = área frontal efetiva (m^2).

Os valores dos coeficientes de arrasto para as direções X e Y respectivamente valem 0,94 e 1,07. Cabe colocar, que os valores das forças encontrados, foram divididos entre os nós das colunas de cada pavimento de acordo com a área de influência suportada pelo elemento.

Figura 13 – Parâmetros adotados para cálculo do vento

(fonte: adaptada de ALTOQI, 2013)

Tabela 12 – Parâmetro S_2 e forças estáticas do vento

Pavimento	Fachada X (cm)	Fachada Y (cm)	Nível (cm)	S_2	Força X (kgf)	Força Y (kgf)
Cobertura	5555	7775,2	1650	0,85	10985,09	6736,07
Mezanino	5555	7775,2	1250	0,82	21900,54	13429,44
3º Pav.	5555	7775,2	800	0,77	19455,83	11930,34
2º Pav.	5555	7775,2	400	0,69	14747,93	9043,45
Térreo	5555	7775,2	0	0,32	1570,68	969,27

(fonte: elaborada pela autora)

6.3.3 Combinações das ações

Admitiram-se dois tipos de combinações das ações no dimensionamento do edifício sendo elas baseadas no disposto pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 59-62). O primeiro trata das combinações últimas, o segundo das combinações de serviço.

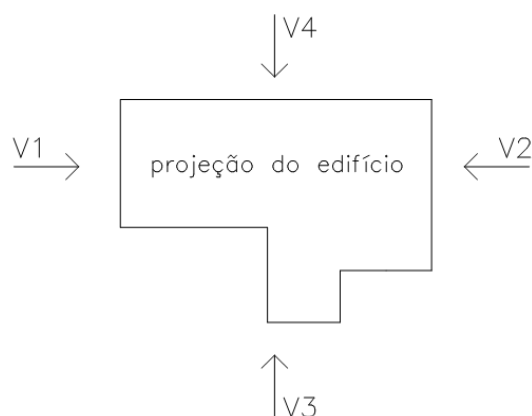
A tabela 13 traz as combinações analisadas no dimensionamento, onde os fatores de ponderação já estão inseridos. Cargas de água (reservatórios de concreto) e solo não estão consideradas pelo fato de não existirem no edifício estudado. Já as forças horizontais devidas ao vento, podem agir em qualquer uma das quatro faces que compõe do prédio, logo, as combinações consideram cada uma em separado. A figura 14 mostra a direção dos ventos V1 a V4.

Tabela 13 – Combinações das ações

Últimas	Combinações	
	Serviço	Construção
1.4G1+1.4G2+1.12Q+1.4V1	G1+G2	1.3G1+1.3G2
1.4G1+1.4G2+1.12Q+1.4V2	G1+G2+0.3V1	1.3G1+1.3G2 +0.96Q
1.4G1+1.4G2+1.12Q+1.4V3	G1+G2+0.3V2	1.3G1+1.3G2 +1.2Q
1.4G1+1.4G2+1.12Q+1.4V4	G1+G2+0.3V3	
1.4G1+1.4G2+1.4Q+0.84V1	G1+G2+0.3V4	
1.4G1+1.4G2+1.4Q+0.84V2	G1+G2+0.6Q+0.3V1	
1.4G1+1.4G2+1.4Q+0.84V3	G1+G2+0.6Q+0.3V2	
1.4G1+1.4G2+1.4Q+0.84V4	G1+G2+0.6Q+0.3V3	
1.4G1+1.4G2++1.4V1	G1+G2+0.6Q+0.3V4	
1.4G1+1.4G2+1.4V2	G1+G2+0.7Q	
1.4G1+1.4G2+1.4V3		
1.4G1+1.4G2+1.4V4		
G1+G2+1.12Q+1.4V1		
G1+G2+1.12Q+1.4V2		
G1+G2+1.12Q+1.4V3		
G1+G2+1.12Q+1.4V4		
G1+G2+1.4Q+0.84V1		
G1+G2+1.4Q+0.84V2		
G1+G2+1.4Q+0.84V3		
G1+G2+1.4Q+0.84V4		
G1+G2+1.4V1		
G1+G2+1.4V2		
G1+G2+1.4V3		
G1+G2+1.4V4		

(fonte: elaborada pela autora)

Figura 14 – Direções do vento

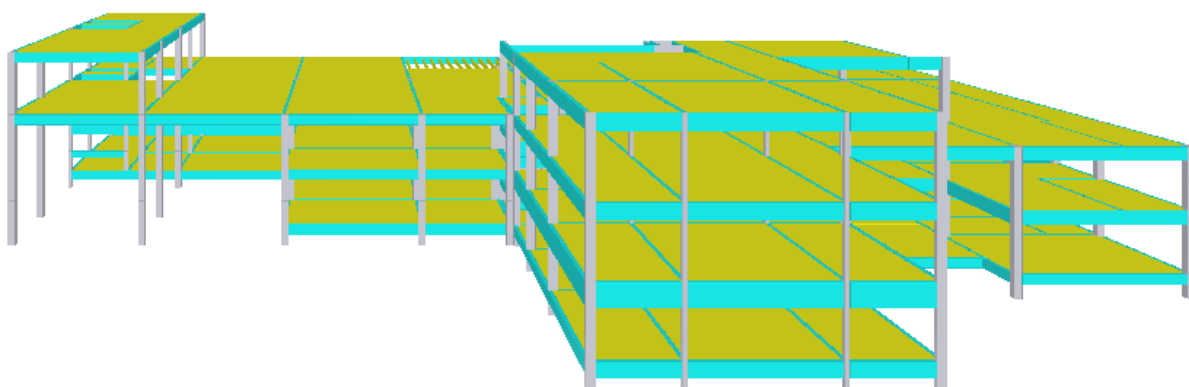


(fonte: elaborada pela autora)

6.3.4 Modelo de análise

A análise foi realizada a partir da criação de um modelo de pórtico espacial, formado por vigas e pilares como mostra a figura 15. Estes elementos foram considerados como lineares e representados por seus eixos longitudinais. A modelagem das lajes maciças seguiu o processo de analogia de grelhas, onde estas foram discretizadas em faixas e representadas como barras planas interconectadas (ALTOQI, 2013). Adotou-se como distanciamento padrão para as barras das lajes maciças, um valor de 25 cm, tendo em vista a limitação do número de barras imposta pelo programa. Para as lajes nervuradas, as barras que formam a grelha foram dispostas de modo a coincidir com cada nervura.

Figura 15 – Modelo 3D do pórtico

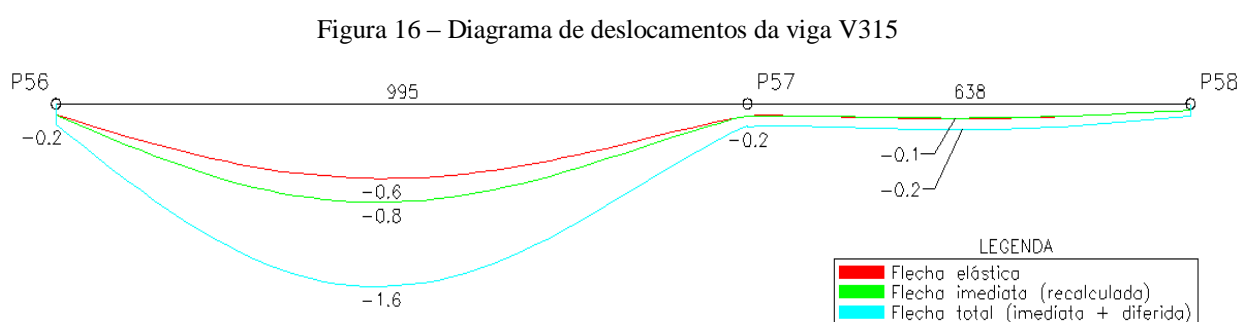


(fonte: elaborada pela autora)

6.3.5 Dimensionamento dos elementos

Inicialmente os elementos foram inseridos no *software* conforme dimensões presentes em plantas baixas e cortes do projeto arquitetônico. Vigas que se faziam necessárias e que não estavam consideradas no arquitetônico, tiveram sua altura inicial determinada através da sugestão dada por Araújo (2009, p. 2), onde a altura da viga seria o equivalente a 10% do comprimento de seu vão livre.

O dimensionamento dos elementos foi feito através dos estados limites últimos, verificando-se se cada elemento resistia aos esforços axiais, cortantes, momentos fletores e torsões aos quais era submetido. Os estados limites de serviço foram utilizados na verificação das flechas apresentadas pelo pórtico. Embasado na NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003), o Eberick (ALTOQI, 2013) subdivide estas flechas em três categorias, sendo elas elásticas, imediatas e diferidas. As flechas elásticas são avaliadas com a seção bruta do concreto (estádio I), ou seja, sem a fissuração do mesmo. As flechas imediatas são obtidas através de uma seção fissurada de rigidez equivalente (estádio II) e as diferidas levam em conta a fluência do concreto sob cargas de longa duração. A figura 16 mostra o diagrama de deslocamentos de uma das vigas do edifício. Estão presentes no apêndice A, somente as deformações apresentadas pelas vigas do 3º pavimento, já que este é o mais solicitado e é onde haverá a maior concentração de pessoas.

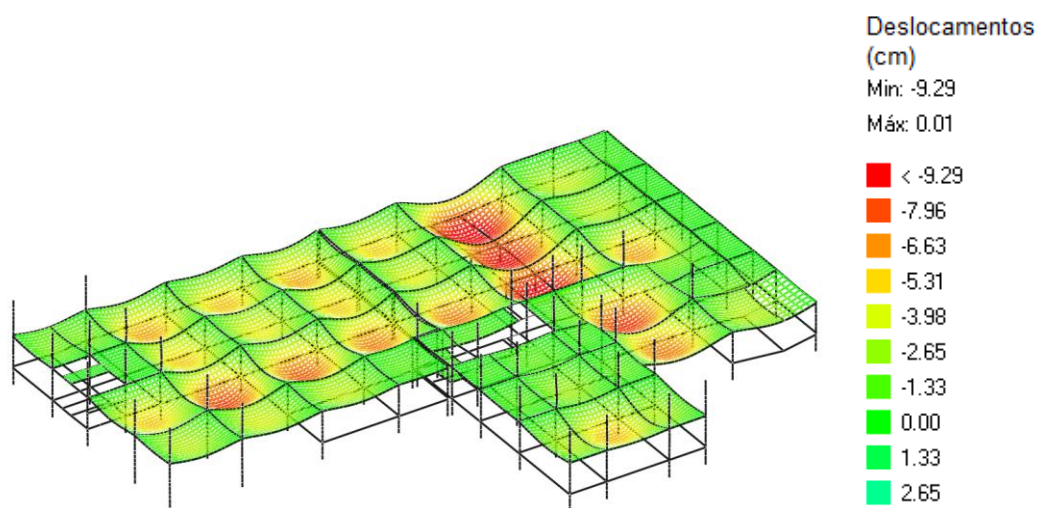


(fonte: elaborada pela autora)

O dimensionamento das lajes seguiu o mesmo critério, arbitrando-se inicialmente lajes maciças de 20 cm de espessura. Apesar desta espessura ter se mostrado suficiente para o dimensionamento pelos ELU, a flecha elástica apresentou valores muito elevados para a maioria das lajes, como pode ser visto na figura 17. A solução então adotada foi a utilização

de lajes nervuradas, que segundo Araújo (2010b, p. 177) garantem menor peso próprio à estrutura, além de serem mais econômicas quando comparadas às maciças, em grandes vãos.

Figura 17 – Deformações para lajes de 20 cm do 3º pavimento



(fonte: elaborada pela autora)

6.3.6 Verificação da estabilidade global

A verificação da estabilidade global da estrutura foi feita através da obtenção do coeficiente Gama Z, que permite avaliar a importância dos efeitos de 2ª ordem. Na tabela 14 estão apresentadas as combinações que geraram os coeficientes mais altos. Pode-se perceber que eles não ultrapassaram o limite recomendado pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 93) que está fixado em 1,1, dispensando assim, a análise dos efeitos de 2ª ordem.

Tabela 14 – Valores de Gama-Z

Combinação	Momento de Tombamento de cálculo (tf.m)		Momento de 2ª ordem de cálculo (tf.m)		Coeficiente Gama-Z	
	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
1.4G1+1.4Q+0.84V1	529.53	917.59	34.95	7.63	1.07	1.01
1.4G1+1.4Q+0.84V2	529.53	917.59	34.95	7.63	1.07	1.01
1.4G1+1.4Q+0.84V3	529.53	917.59	5.42	49.76	1.01	1.06
1.4G1+1.4Q+0.84V4	529.53	917.59	5.43	49.80	1.01	1.06

(fonte: elaborada pela autora)

6.4 MODELAGEM DO EDIFÍCIO NO SAP 2000

Para a modelagem do edifício, utilizou-se o programa SAP 2000 (COMPUTERS AND STRUCTURES INCORPORATION, 2005), versão 10.0.1, que permite analisar diferentes tipos de estruturas estática e dinamicamente. O programa apresenta diversas opções quanto ao tipo de análise, materiais empregados e formas de carregamento. No edifício estudado, vigas e pilares foram inseridos através do elemento *frame*, sendo que para as lajes utilizou-se o elemento *shell-thin*. Visto que ainda não há sondagens no local de execução da obra, foram utilizados engastes rígidos como vinculação para a base dos pilares.

6.4.1 Estrutura em vibração livre

Através da análise de vibração livre, também chamada de análise modal, determinam-se as frequências nas quais o sistema pode vibrar livremente juntamente com suas configurações deformadas, ou seja, seus modos de vibração. Essa análise leva em conta a rigidez da estrutura e sua massa, conforme já descrito no capítulo 1, porém não considera o amortecimento.

Assim como na análise estática; a cobertura metálica também não foi inserida na análise dinâmica. Isso se deve ao fato de que esta estrutura não contribui para o travamento do pórtico. Outra consideração importante é a presença da junta de dilatação, que faz com que ambas as partes da estrutura funcionem de forma independente, gerando assim duas análises de vibração.

Como o terceiro pavimento é o que funcionará como loja, e é aonde está prevista a colocação da maioria dos equipamentos, a análise se restringirá a ele.

Visando determinar o nível de conforto da estrutura, estabeleceu-se um pequeno roteiro:

- a) obter as frequências naturais da estrutura;
- b) definir as frequências das forças excitadoras;
- c) definir o deslocamento gerado pela força excitadora;
- d) calcular as acelerações que esses deslocamentos originam.

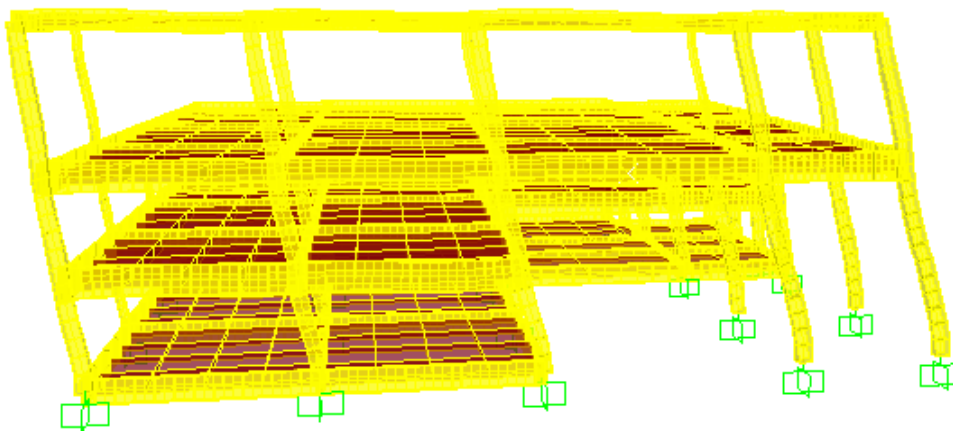
A primeira etapa pode ser cumprida através do modelo criado no SAP 2000 (COMPUTERS AND STRUCTURES INCORPORATION, 2005) de onde foram obtidas as frequências naturais para ambos os lados. Estes valores estão expressos na tabela 15, e foram classificados de acordo com o sentido de seu movimento. A figura 18 mostra o primeiro modo de vibração para o lado esquerdo do edifício.

Tabela 15 – Modos de vibração

Modo de vibração	Lado Esquerdo f (Hz)	Movimento	Lado Direito f (Hz)	Movimento
1	1,87	horizontal	1,96	horizontal
2	1,95		2,08	
3	2,44		2,55	
4	3,31		3,95	
5	3,88		4,34	
6	4,98		4,8	vertical
7	6,29		4,98	
8	7,98		5,11	
9	8,42		5,53	horizontal
10	10,22		5,87	
11	16,77		6,08	vertical
12	24,93		6,36	horizontal

(fonte: elaborada pela autora)

Figura 18 – 1º modo de vibração (lado esquerdo)



(fonte: elaborada pela autora)

6.4.2 Análise para incidência do vento

Para analisar a resposta da estrutura às cargas dinâmicas impostas pelo vento, somente deve ser considerada sua parcela flutuante. Foi tomada a metade esquerda do edifício nesta análise por ele apresentar uma relação de dimensões que indicavam menor rigidez em torno do eixo X. Isso pode ser comprovado através da figura 18, visto que o primeiro modo gerou deslocamentos em torno do eixo de menor rigidez, o eixo X.

Com o objetivo de determinar o deslocamento máximo do terceiro pavimento, calculou-se através da fórmula 7 apresentada anteriormente, a pressão $q(z)$ para cada nível do edifício. As forças resultantes em cada pilar já então multiplicadas pelo coeficiente de arrasto (1,07) e pela área de influência da fachada (tabela 16).

Tabela 16 – Pressões e forças devidas à parcela flutuante do vento

z (m)	q (z) (N/m ²)	Força em cada Pilar (N)				
		P1	P2	P3	P4	P5
0	1065,9	11062,9	22958,4	23266,3	22525,0	9329,3
4	1126,9	23392,9	48618,6	49197,4	47605,7	23634,0
8	1206,1	26601,6	55287,4	55945,5	54132,3	26875,8
12,5	1199,1	26446,8	51369,9	55620,1	53821,3	26719,5
16,5	1190,9	12360,0	25688,5	25994,3	25153,3	12487,5

(fonte: elaborada pela autora)

O maior deslocamento horizontal obtido para este pavimento foi de **1,51cm** no pilar P5 (planta do 3º pavimento no apêndice B), para ventos atuantes no sentido de V4. A aceleração causada pelo primeiro modo de vibração (1,87 Hz), obtida através da fórmula 10 vale **0,0314 m/s²**, não ultrapassando assim o limite de conforto de **0,1m/s²**, estabelecido pela NBR 6123 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1988, p. 36).

Este resultado já era esperado, pois a mesma Norma afirma que edificações com período fundamental igual ou inferior a 1 segundo, já têm os efeitos da parcela flutuante considerados na determinação do intervalo de tempo adotado para o fator S_2 .

6.4.3 Análise para maquinário e movimentação humana

Como nenhum dos modos obtidos está relacionado a lajes fletindo na direção vertical, ou seja, devido às cargas verticais, se fez necessária a análise da frequência natural das lajes isoladamente. Foram escolhidas as lajes onde as máquinas estão instaladas (hachuradas em azul) e dentre as lajes com maior circulação de pessoas (hachuradas em amarelo) foi escolhida a que apresentou maior deformação devido à carga acidental (figura 19). Para se obter as frequências naturais dessas lajes, foi necessário primeiro determinar sua rigidez. Para as lajes nervuradas, Araújo (2010b, p. 182-183) apresenta as fórmulas 15 até 19:

$$D_{capa\ lajes} = \frac{E_{cs} \times h_f^3}{12 \times (1 - \nu^2)} \quad (\text{fórmula 15})$$

$$D_{nervura} = \frac{E_{cs} \times h^3}{12 \times (1 - \nu^2)} \quad (\text{fórmula 16})$$

$$D_g = (1 - \mu) \times D_{nervura} + \mu \times D_{capa\ lajes} \quad (\text{fórmula 17})$$

$$\mu = \frac{l_{ox} \times l_{oy}}{S_x \times S_y} \quad (\text{fórmula 18})$$

$$h_{equiv} = [(1 - \mu) \times h + \mu \times h_f^3]^{\frac{1}{3}} \quad (\text{fórmula 19})$$

Onde:

$D_{\text{capa laje}}$ = rigidez conferida pela capa da laje (N.cm);

E_{cs} = módulo de elasticidade secante do concreto (MPa);

h_f = altura da capa da laje (cm);

ν = coeficiente de Poisson (0,2);

D_{nervura} = rigidez conferida nervura (N.cm);

h_l = altura total da laje (cm);

μ = coeficiente (adimensional);

l_{ox} = comprimento da nervura na direção x (cm);

l_{oy} = comprimento da nervura na direção y (cm);

S_x = medida eixo a eixo de nervura na direção x (cm);

S_y = medida eixo a eixo de nervura na direção y (cm);

h_{equiv} = altura de laje maciça que equivale à laje nervurada (cm).

O anexo A traz um formulário onde é possível calcular as primeiras frequências naturais de lajes, dependendo de sua vinculação ao restante da estrutura e da relação entre suas dimensões⁴. Segundo Clough e Penzien (2003, p. 37-28), é possível obter o deslocamento máximo causado pela carga dinâmica, a partir do deslocamento gerado pela parcela estática da fonte excitadora através da fórmula 20:

$$u_{\text{máx}} = u_{\text{est}} \times [(1 - \beta)^2 + (2 \times \zeta \times \beta)^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{fórmula 20})$$

Onde:

u_{est} = deslocamento gerado pela carga estática (cm);

β = relação entre a frequência de excitação e a frequência de vibração livre (adimensional);

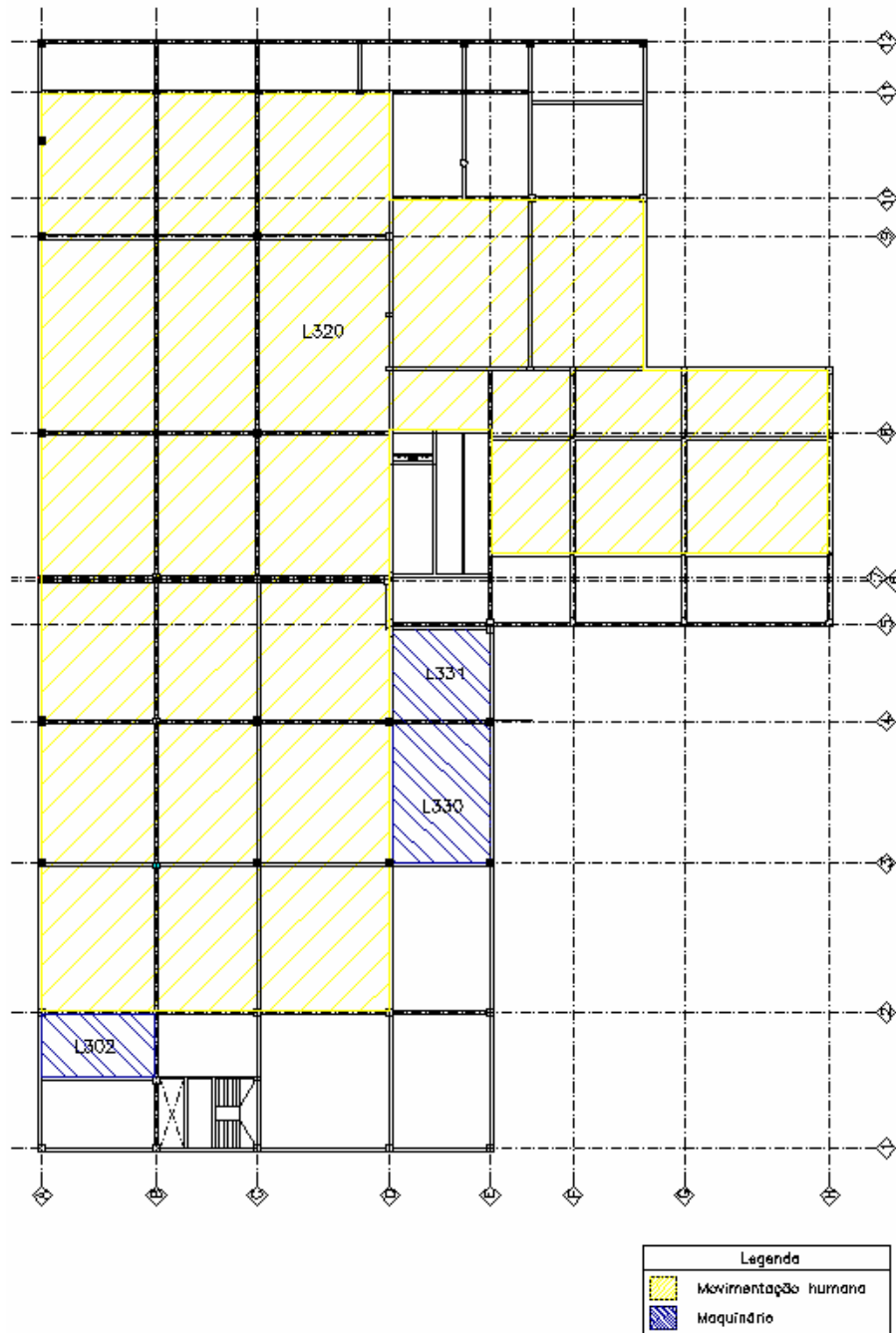
ζ = razão de amortecimento crítico (adimensional);

As tabelas 17, até a tabela 20 apresentam as variáveis utilizadas para estimar o deslocamento máximo e a aceleração das lajes que sofrerão solicitações dinâmicas. Como a laje L320 está localizada no lado direito do edifício, será tomada como frequência natural da laje o valor de 4,80 Hz, que corresponde ao primeiro modo com oscilação vertical apresentado pela estrutura.

⁴ Informação obtida na apostila da disciplina de Vibrações em Estruturas, ministrada pelo professor Marcelo Maia Rocha, no curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, semestre 2012/1.

O valor de amortecimento crítico adotado foi de 0,020, como sugerido na tabela 3, para edifícios de estrutura apertada, sem cortinas. Os deslocamentos estáticos (u_{est}) foram obtidos comparando-se o deslocamento das lajes, com e sem o peso dos excitadores (neste caso, motores ou pessoas) sobre a estrutura. Isso pode ser feito através do *software* de dimensionamento.

Figura 19 – Lajes analisadas



(fonte:elaborada pela autora)

Por se tratarem de forças excitadoras harmônicas, a fórmula 9 que é utilizada para calcular a aceleração devida ao vento, também pode ser utilizada no cálculo das acelerações apresentadas pelas lajes.

Tabela 17 – Cálculos para a Laje L302

Laje L302 - Câmara de Congelamento								
Dados de entrada e Rigidez			Frequência e Aceleração					
$I_{ox} =$	-	$\mu =$	-	$w =$	67,70903	rad/s		
$I_{oy} =$	-	$E_{cs} =$	26071,59374	Mpa	$f_{0} =$	10,77624	Hz	
$h_f =$	20	cm	$D_{capa\ laje} =$	18105273,43	N.cm			
$h =$	-		$D_{nervura} =$	-		$\xi =$	0,02	-
$b_{wx} =$	-		$D_{equiv} =$	-		$\beta =$	2,737505	-
$b_{wy} =$	-							
$S_x =$	-		$h_{equiv} =$	-		$u_{est} =$	0,29	cm
$S_y =$	-		Massa =	650	kgf/m ²	$u_{máx} =$	0,1666	cm
$a =$	4,33	m						
$b =$	7,85	m	$f_{motor} =$	29,5	Hz	$a =$	0,095329	m/s ²

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 18 – Cálculos para a Laje L320

Laje L320 - Loja								
Dados de entrada e Rigidez			Frequência e Aceleração					
$I_{ox} =$	70	cm	$\mu =$	0,719926538	cm	$w =$	-	
$I_{oy} =$	70	cm	$E_{cs} =$	26071,59374	Mpa	$f_{0} =$	4,8	Hz
$h_f =$	9	cm	$D_{capa\ laje} =$	1649843,041	N.cm			
$h =$	64	cm	$D_{nervura} =$	593273599,7	N.cm	$\xi =$	0,02	-
$b_{wx} =$	12,5	cm	$D_{equiv} =$	167347956,7	N.cm	$\beta =$	0,416667	-
$b_{wy} =$	12,5	cm						
$S_x =$	82,5	cm	$h_{equiv} =$	42,0	cm	$u_{est} =$	0,65	cm
$S_y =$	82,5	cm	Massa =	756	kgf/m ²	$u_{máx} =$	1,11	cm
$a =$	9,17	m						
$b =$	14	m	$f_{caminhada} =$	2	Hz	$a =$	0,019591	m/s ²

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 19 – Cálculos para a Laje L330

Laje L330 - Câmara de Resfriados				
Dados de entrada e Rigidez			Frequência e Aceleração	
$I_{ox} =$	70	cm	$\mu =$ 0,719926538 cm	$w =$ 255,3805 rad/s
$I_{oy} =$	70	cm	$E_{cs} =$ 26071,59374 Mpa	$f_{0} =$ 40,64511 Hz
$h_f =$	9	cm	$D_{capa\ laje} =$ 1649843,041 N.cm	
$h =$	64	cm	$D_{nervura} =$ 593273599,7 N.cm	$\xi =$ 0,02 -
$b_{wx} =$	12,5	cm	$D_{equiv} =$ 167347956,7 N.cm	$\beta =$ 0,730715 -
$b_{wy} =$	12,5	cm		
$S_x =$	82,5	cm	$h_{equiv} =$ 42,0 cm	$u_{est} =$ 0,01 cm
$S_y =$	82,5	cm	Massa = 756 kgf/m ²	$u_{máx} =$ 0,0369 cm
$a =$	9,83	m		
$b =$	6,75	m	$f_{motor} =$ 29,7 Hz	$a =$ 0,004746 m/s²

(fonte: elaborada pela autora)

Tabela 20 – Cálculos para a Laje L331

Laje L331 - Câmara de Resfriados				
Dados de entrada e Rigidez			Frequência e Aceleração	
$I_{ox} =$	70	cm	$\mu =$ 0,719926538 cm	$w =$ 309,3031 rad/s
$I_{oy} =$	70	cm	$E_{cs} =$ 26071,59374 Mpa	$f_{0} =$ 49,22716 Hz
$h_f =$	9	cm	$D_{capa\ laje} =$ 1649843,041 N.cm	
$h =$	64	cm	$D_{nervura} =$ 593273599,7 N.cm	$\xi =$ 0,02 -
$b_{wx} =$	12,5	cm	$D_{equiv} =$ 167347956,7 N.cm	$\beta =$ 0,599263 -
$b_{wy} =$	12,5	cm		
$S_x =$	82,5	cm	$h_{equiv} =$ 42,0 cm	$u_{est} =$ 0,02 cm
$S_y =$	82,5	cm	Massa = 756 kgf/m ²	$u_{máx} =$ 0,0498 cm
$a =$	6,25	m		
$b =$	6,75	m	$f_{motor} =$ 29,5 Hz	$a =$ 0,008527 m/s²

(fonte: elaborada pela autora)

7 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo avaliar uma estrutura comercial, dimensionada estaticamente, sob o ponto de vista dinâmico. Tendo em vista o alto fluxo de pessoas que circulariam pelo empreendimento, o conforto que ele proporciona a seus funcionários e usuários se faz de grande importância.

Pelas modelagens e cálculos realizados, obtiveram-se os modos de vibração com os quais a estrutura poderia oscilar. Apesar de partir de frequências baixas, em torno de 1,90 Hz, e comparando-se somente valores, poder-se-ia facilmente concluir que a passada humana, que apresenta frequências em torno de 2 Hz, seria suficiente para excitar a estrutura, ou até mesmo causar o efeito de ressonância. Isso não se comprova, pois os modos de vibração de ambas as partes do edifício apresentaram deslocamentos no sentido horizontal para essa faixa de frequências.

Outro ponto importante percebido foi a pouca abrangência das normas nacionais quanto à análise de vibrações. A fórmula apresentada pela Norma Brasileira de projeto de estruturas de concreto, que apenas compara a frequência natural da estrutura com a frequência de excitação, pode levar a equívocos quando utilizada sem outros critérios de avaliação.

Verificou-se também, que a estrutura estudada é rígida o suficiente para atender aos efeitos dinâmicos aos quais foi exposta, visto que apresentou deslocamentos, e conseqüentemente acelerações para o vento e movimentação humana tão baixas que são classificadas como imperceptíveis por vários autores. A única ressalva que deve ser feita é quanto ao uso de máquinas, pois uma das lajes estudadas (L302) chegou muito próxima ao limite de análise de conforto.

REFERÊNCIAS

- ALTOQI. **AltoQi Eberick tutorial**: projeto estrutural de edificações em concreto armado. Florianópolis, 2013.
- AMMANN, W.; KLEIN, G.; NATKE, H. G.; NUSSBAUMER, H. Machine foundations and supports. In: BACHMANN, H. (Org.). **Vibration problems in structures**: practical guidelines. Lausanne, 1991. p. 33-53. Bulletin d'Information n. 209.
- ARAÚJO, J. M. de. **Projeto estrutural de edifícios de concreto armado**. 2. Ed. Rio Grande, 2009.
- _____. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010a. v. 1.
- _____. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010b. v. 4.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.
- _____. **NBR 6123**: forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- _____. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSUNÇÃO, T. M. R. C. **Considerações sobre efeitos dinâmicos e carregamentos induzidos por fontes de excitação em estruturas industriais**. 2009. 107 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.
- BACHMANN, H.; AMMANN, W. **Vibrations in structures**: induced by man and machines. 3. ed. Zürich: International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.
- BARROS, T. P. de. **Análise dinâmica em passarela sujeita à movimentação humana**. 2009. 60 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.
- BLESSMANN, J. **O vento na engenharia estrutural**. 1.ed. Porto Alegre: Editora da Universidade/UFRGS, 1995.
- _____. **Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento**. 2. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2005.
- CLAEYSSEN, J.; GALLICCHIO, E.; TAMAGNA, A. **Sistemas vibratórios amortecidos**. 1. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2004.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. 3rd ed. Berkeley: Computers & Structures, Inc., 2003.
- COMPUTERS AND STRUCTURES INCORPORATION. **Analysis reference manual for SAP2000®**. Berkeley, 2005.

HIBBELER, R. C. **Dinâmica: mecânica para engenharia**. 10. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2005. v. 2.

HIRSCH, G.; BACHMANN, H. Wind-induced vibrations of structures. In: BACHMANN, H. (Org.). **Vibration problems in structures: practical guidelines**. Lausanne, 1991a. p. 79-85. Bulletin d'Information n. 209.

_____. Dynamic effects from wind. In: BACHMANN, H. (Org.). **Vibration problems in structures: practical guidelines**. Lausanne, 1991b. p. 205-230. Bulletin d'Information n. 209.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 2631: guia para avaliação da exposição humana à vibrações de corpo inteiro**. Geneva, 1978.

LALANNE, M.; BERTHIER, P.; HAGOPIAN, J. der. **Mechanical vibrations for engineers**. Tradução de Frederick C. Nelson. New York: Wiley-Interscience, 1983.

MAHREHOLTZ, O.; BACHMANN, H. Damping. In: BACHMANN, H. (Org.). **Vibration problems in structures: practical guidelines**. Lausanne, 1991. p. 169-180. Bulletin d'Information n. 209.

MIGUEL, L. F. F. **Estudo teórico e experimental de um edifício alto submetido à ação dinâmica do vento**. 2003. 138 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

PRETLOVE, A. J.; RAINER, J. H.; Human response to vibrations. In: BACHMANN, H. (Org.). **Vibration problems in structures: practical guidelines**. Lausanne, 1991. p. 231-235. Bulletin d'Information n. 209.

RAINER, J. H.; BACHMANN, H.; PRETLOVE, A. J. Floors with walking people. In: BACHMANN, H. (Org.). **Vibration problems in structures: practical guidelines**. Lausanne, 1991. p. 11-18. Bulletin d'Information n. 209.

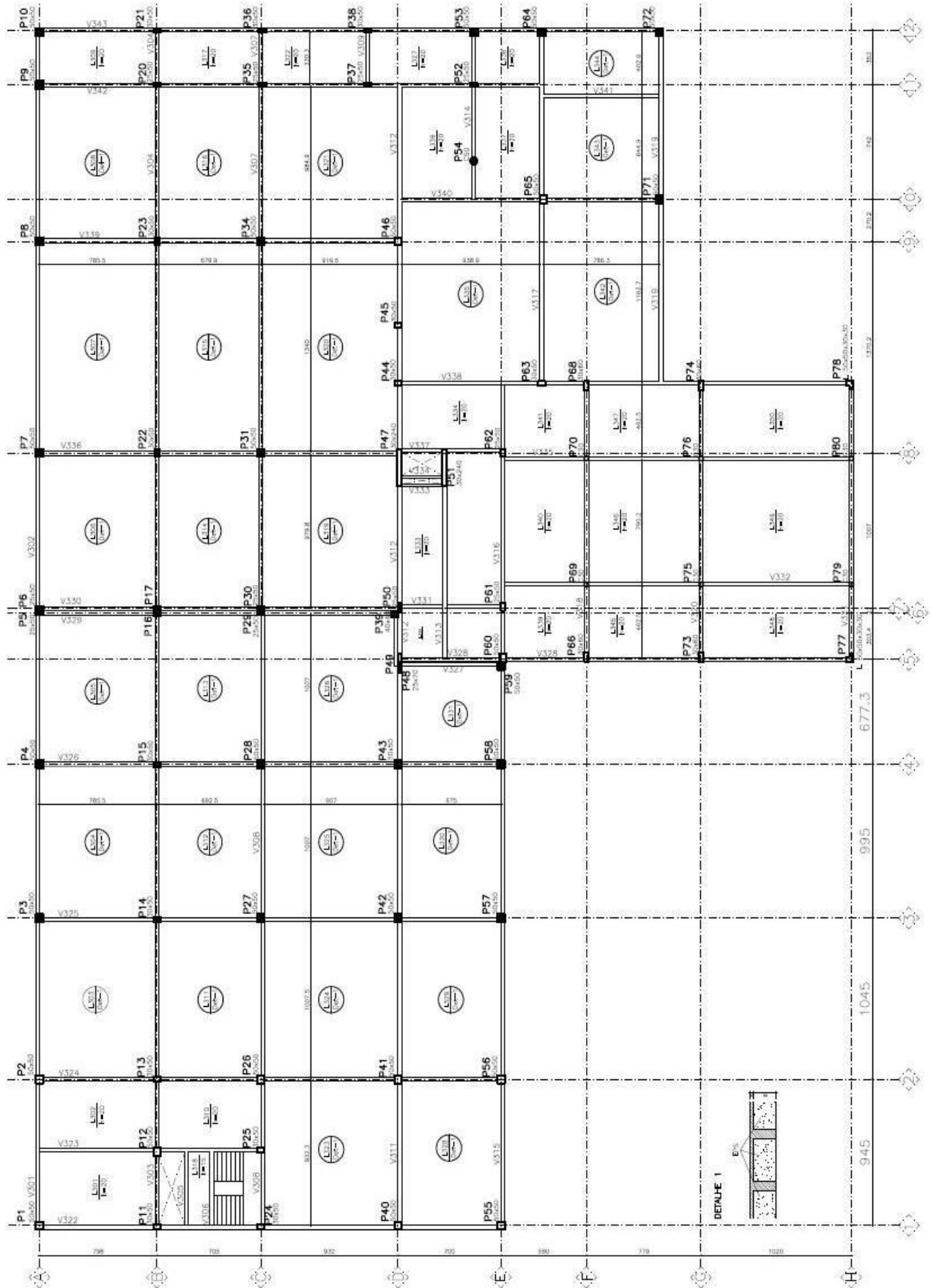
VELOZA, L. T. M. **Análise dinâmica de estruturas, utilizando o software SAP 2000**. 2009. 179 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

**APÊNDICE A – Deformações nas vigas
do 3º pavimento**

Viga	Vão	Deslocamentos (G1+G2+S+0.7Q+A)				
		Elasticos	Imediatos	Imediatos recalculados	Diferidos	Total
V301	1	-0.47	-0.68	-0.84	-0.56	-1.20
	2	-0.46	-0.60	-0.57	-0.44	-1.01
	3	-0.48	-0.61	-0.57	-0.45	-1.01
V302	1	-0.61	-0.96	-0.89	-0.76	-1.64
	2	-1.45	-1.86	-1.45	-1.20	-2.65
	3	-0.03	-0.04	-0.04	-0.04	-0.09
	4	-0.13	-0.12	-0.12	-0.11	-0.23
V303	1	-0.05	-0.05	-0.06	-0.05	-0.11
	2	-1.05	-1.83	-1.84	-1.39	-3.24
	3	-0.89	-1.54	-1.58	-1.19	-2.77
	4	-0.92	-1.57	-1.55	-1.17	-2.72
V304	1	-0.66	-0.71	-0.71	-0.55	-1.26
	2	-2.15	-1.90	-1.90	-1.42	-3.32
	3	-0.69	-0.74	-0.74	-0.64	-1.37
	4	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.06
V305	1	-0.17	-0.19	-0.19	-0.17	-0.35
V306	1	-0.25	-0.27	-0.27	-0.24	-0.50
V307	1	-0.79	-0.90	-0.90	-0.68	-1.58
	2	-2.24	-2.07	-2.07	-1.57	-3.64
	3	-0.53	-0.54	-0.54	-0.47	-1.01
	4	-0.03	-0.03	-0.03	-0.02	-0.05
V308	1	-0.06	-0.05	-0.05	-0.04	-0.09
	2	-0.05	-0.05	-0.05	-0.04	-0.09
	3	-1.03	-1.40	-1.12	-0.84	-1.96
	4	-0.84	-1.15	-0.95	-0.71	-1.66
	5	-1.01	-1.74	-1.70	-1.29	-2.99
V309	1	-0.03	-0.03	-0.03	-0.02	-0.05
V310	1	-0.04	-0.04	-0.04	-0.03	-0.06
V311	1	-0.85	-1.45	-1.47	-1.24	-2.71
	2	-1.01	-1.45	-1.25	-1.00	-2.25
	3	-0.88	-1.28	-1.08	-0.86	-1.94
	4	-0.20	-0.19	-0.21	-0.17	-0.39
V312	1	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.04
	2	-0.29	-0.26	-0.28	-0.22	-0.50
	3	-0.03	-0.02	-0.02	-0.02	-0.05
	4	-0.69	-1.29	-1.25	-0.99	-2.24
V313	1	-0.79	-1.09	-1.33	-1.10	-2.43
V314	1	-0.18	-0.20	-0.19	-0.16	-0.35
	2	-0.03	-0.03	-0.03	-0.02	-0.05
	3	-0.02	-0.02	-0.02	-0.01	-0.03
V315	1	-0.36	-0.30	-0.30	-0.27	-0.57
	2	-0.36	-0.32	-0.32	-0.28	-0.60
	3	-0.31	-0.26	-0.25	-0.23	-0.49
	4	-0.07	-0.07	-0.07	-0.06	-0.13
V316	1	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02
	2	-0.36	-0.36	-0.36	-0.32	-0.68
	3	-0.46	-0.41	-0.42	-0.35	-0.77
V317	1	-1.40	-1.26	-1.26	-1.08	-2.34
	2	-1.39	-1.43	-1.43	-1.22	-2.65
V318	1	-0.05	-0.05	-0.05	-0.04	-0.09
	2	-0.44	-0.51	-0.45	-0.38	-0.82
	3	-0.05	-0.05	-0.05	-0.04	-0.09
V319	1	-0.86	-1.31	-1.47	-1.29	-2.78
	2	-1.05	-1.67	-1.67	-1.48	-3.15
V320	1	-0.07	-0.07	-0.07	-0.06	-0.13
	2	-0.52	-0.64	-0.59	-0.49	-1.08
	3	-0.07	-0.07	-0.07	-0.06	-0.13
V321	1	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.07
	2	-0.26	-0.22	-0.22	-0.19	-0.42
	3	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.06

Viga	Vão	Deslocamentos (G1+G2+S+0.7Q+A)				
		Elasticos	Imediatos	Imediatos recalculados	Diferidos	Total
V322	1	-0.15	-0.13	-0.13	-0.12	-0.25
	2	-0.29	-0.28	-0.28	-0.23	-0.49
	3	-0.04	-0.03	-0.03	-0.03	-0.06
	4	-0.17	-0.14	-0.14	-0.12	-0.27
V323	1	-0.25	-0.27	-0.26	-0.23	-0.49
	2	-0.77	-1.14	-0.90	-0.76	-1.66
V324	1	-0.34	-0.49	-0.51	-0.43	-0.94
	2	-0.79	-1.21	-1.00	-0.80	-1.80
	3	-0.31	-0.41	-0.36	-0.28	-0.64
	4	-0.56	-0.90	-0.84	-0.65	-1.49
V325	1	-0.33	-0.48	-0.48	-0.40	-0.68
	2	-0.68	-1.13	-0.85	-0.65	-1.50
	3	-0.37	-0.56	-0.51	-0.39	-0.90
	4	-0.53	-0.92	-0.95	-0.72	-1.68
V328	1	-0.28	-0.29	-0.34	-0.29	-0.63
	2	-0.78	-1.13	-0.89	-0.68	-1.56
	3	-0.36	-0.54	-0.53	-0.40	-0.93
	4	-0.53	-0.88	-0.91	-0.69	-1.60
V327	1	-0.17	-0.14	-0.14	-0.12	-0.25
	2	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02
V328	1	-0.71	-1.13	-1.01	-0.87	-1.89
	2	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.20
	3	-0.05	-0.04	-0.04	-0.04	-0.08
	4	-0.16	-0.16	-0.16	-0.15	-0.31
V329	1	-0.60	-0.96	-1.10	-0.85	-1.94
	2	-0.26	-0.26	-0.32	-0.25	-0.57
	3	-0.36	-0.42	-0.58	-0.45	-1.03
V330	1	-0.54	-0.55	-0.55	-0.43	-0.98
	2	-0.33	-0.34	-0.34	-0.28	-0.62
V332	1	-1.77	-2.33	-2.30	-1.91	-4.22
	2	-0.32	-0.37	-0.33	-0.28	-0.61
	3	-0.21	-0.19	-0.19	-0.16	-0.36
V333	1	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02
V334	1	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
V335	1	-1.78	-2.29	-2.26	-1.88	-4.14
	2	-0.33	-0.38	-0.35	-0.30	-0.65
	3	-0.16	-0.14	-0.14	-0.12	-0.25
V336	1	-0.65	-0.63	-0.63	-0.48	-1.11
V337	1	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.05
	2	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
V338	1	-0.50	-0.50	-0.50	-0.44	-0.94
	2	-0.31	-0.30	-0.30	-0.27	-0.57
	3	-0.02	-0.03	-0.03	-0.02	-0.05
	4	-0.60	-0.52	-0.52	-0.44	-0.96
V339	1	-0.65	-0.92	-0.65	-0.49	-1.14
V340	1	-0.68	-0.87	-0.81	-0.63	-1.44
V341	1	-1.71	-2.02	-2.02	-1.76	-3.77
V342	1	-1.26	-1.29	-0.92	-0.79	-1.71
	2	-0.18	-0.20	-0.19	-0.16	-0.35
	3	-0.14	-0.13	-0.13	-0.11	-0.25
	4	-0.19	-0.16	-0.16	-0.14	-0.30
	5	-0.35	-0.32	-0.34	-0.29	-0.62
V343	1	-0.14	-0.11	-0.11	-0.10	-0.22
	2	-0.07	-0.06	-0.06	-0.05	-0.10
	3	-0.06	-0.05	-0.05	-0.04	-0.09
	4	-0.05	-0.05	-0.05	-0.04	-0.09
	5	-0.12	-0.10	-0.10	-0.09	-0.19
V303	1	-0.65	-0.92	-0.77	-0.68	-1.45

**APÊNDICE B – Planta baixa do
terceiro pavimento**



Vigas	
Nome	Seção (cm)
V301	25x100
V302	25x100
V303	25x80
V304	25x90
V305	20x80
V306	25x80
V307	25x90
V308	25x80
V309	25x90
V310	25x75
V311	25x80
V312	25x90
V313	25x80
V314	25x90
V315	25x100
V316	25x90
V317	25x90
V318	30x90
V319	25x100
V320	30x90
V321	30x100
V322	25x100
V323	25x80
V324	25x80
V325	25x80
V326	25x80
V327	25x80
V328	25x90
V329	25x80
V330	25x90
V331	25x60
V332	25x80
V333	15x80
V334	15x80
V335	25x80
V336	30x90
V337	20x80
V338	25x100
V339	30x90
V340	25x90
V341	25x80
V342	25x90
V343	25x100

Lajes				
Nome	Tipo	Altura (cm)	Nível (cm)	Sobrecarga (kgf/m ²)
L301	Maciça	20	800	450
L302	Maciça	20	800	450
L303	Nervurada	64	800	650
L304	Nervurada	64	800	650
L305	Nervurada	64	800	650
L306	Nervurada	64	800	650
L307	Nervurada	64	800	650
L308	Nervurada	64	800	450
L309	Maciça	20	800	300
L310	Maciça	20	800	450
L311	Nervurada	64	800	650
L312	Nervurada	64	800	650
L313	Nervurada	64	800	650
L314	Nervurada	64	800	650
L315	Nervurada	64	800	650
L316	Nervurada	64	800	450
L317	Maciça	20	800	300
L318	Maciça	15	800	450
L319	Nervurada	64	800	650
L320	Nervurada	64	800	650
L321	Nervurada	64	800	450
L322	Maciça	20	800	300
L323	Nervurada	64	800	450
L324	Nervurada	64	800	650
L325	Nervurada	64	800	650
L326	Nervurada	64	800	650
L327	Maciça	20	800	300
L328	Nervurada	64	800	450
L329	Nervurada	64	800	450
L330	Nervurada	64	800	450
L331	Nervurada	64	800	450
L332	Maciça	20	800	450
L333	Maciça	20	800	450
L334	Maciça	20	800	450
L335	Nervurada	64	800	450
L336	Maciça	20	800	450
L337	Maciça	20	800	450
L338	Maciça	20	800	300
L339	Maciça	20	800	450
L340	Maciça	20	800	450
L341	Maciça	20	800	450
L342	Nervurada	64	800	450
L343	Nervurada	64	800	450
L344	Nervurada	64	800	450
L345	Maciça	20	800	450
L346	Maciça	20	800	450
L347	Maciça	20	800	450
L348	Maciça	20	800	450
L349	Maciça	20	800	450
L350	Maciça	20	800	450

**ANEXO A – Tabela para cálculo de
frequências naturais em lajes**

Tabela 2.2: Eigenfrequenzen von Rechteck- und Kreisplatten nach [11]

ω = Kreisfrequenz

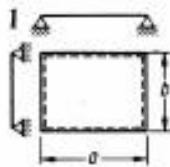
$$D = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)} \text{ Plattensteifigkeit}$$

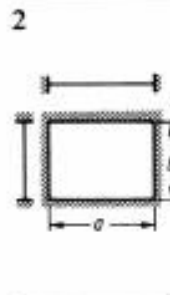
m = Masse / Flächeneinheit

bei Kreisplatten:

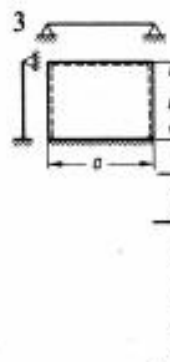
j = Anzahl der Knotenkreise (o. Rand)

i = Anzahl der Knotendurchmesser


1  $\omega_{ij} = \pi^2 \left(\frac{i^2}{a^2} + \frac{j^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{m}}$
 $i, j = 1, 2, 3, \dots$

2  $\omega_1 = \frac{\alpha_1}{b^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$

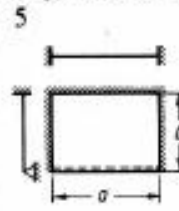
b/a	α_1	α_2	α_3
1,00	36,0	73,8	109
1,50	27,0	67,6	81,6
2,00	24,5	65,4	72,7
3,00	23,2	64,0	67,0

3  $\omega_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{b^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$

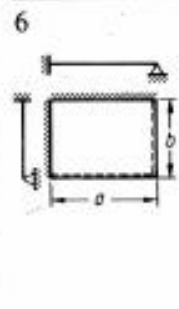
a/b	α_{11}	α_{21}	α_{12}	α_{22}
1	23,7	51,7	58,7	86,12
1,5	18,9	-	-	-
2	17,3	-	-	-
3	16,2	-	-	-

4  $\omega_{ij} = \frac{\alpha_{ij}}{b^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$

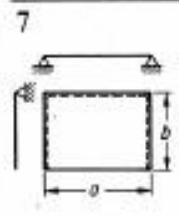
a/b	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{21}
0,5	54,4	94,6	154,8	170,3
1,0	28,9	69,2	129,1	54,8
1,5	25,0	64,9	124,5	35,1
2,0	23,8	63,4	123,0	28,9

5  $\omega_1 = \frac{\alpha_1}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$

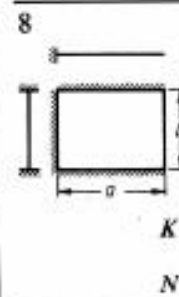
a/b	α_1
0	22,4
0,5	24,5
1	31,8
2	73,1

6  $\omega_1 = \frac{\alpha_1}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$

a/b	α_1
0,0	15,5
0,33	16,7
0,4	17,2
0,5	18,2
0,67	20,4
1,0	27,1
1,5	45,0

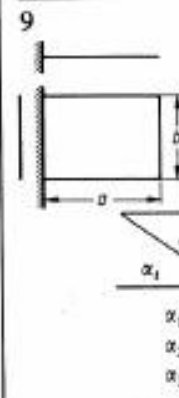
7  $\omega_1 = \frac{\alpha_{11}}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$

a/b	α_{11}
1,0	12,9
1,5	17,2
2,0	23,2
2,2	26,2

8  $\omega_1 = \frac{\pi^2}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m}} \cdot \sqrt{\frac{K}{N}}$

$$K = 0,0468 + 0,340 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1,814 \left(\frac{a}{b} \right)^4$$

$$N = 0,340$$

9  $\omega_1 = \frac{\alpha_1}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m}}$

a/b	0,5	1,0	2,0	4,0
α_1	3,48	3,45	3,41	3,37
α_2	9,99	21,1	21,3	21,1
α_3	21,7	27,0	59,7	59,8