

---

## PENSE E RESPONDA! (RESPOSTA DO N° ANTERIOR)

---

Como medir a excentricidade da órbita da Terra?

A excentricidade da órbita da Terra pode ser obtida através da razão entre a distância máxima e a distância mínima entre a Terra e o Sol. Um modo simples de inferir a excentricidade da órbita da Terra é observando a variação do diâmetro aparente do Sol. Como o raio do Sol deve ser constante, seu semidiâmetro angular (que é o ângulo subtendido pelo Sol, identificado por  $\alpha$  na Fig.1) depende apenas da distância Terra-Sol.



Fig. 1- Relação entre semidiâmetro angular e raio do Sol.

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{raio do Sol}}{\text{distância Terra - Sol}}$$

A órbita da Terra mantém sua orientação no espaço, de modo que o perihélio (mínima distância ao Sol) ocorre sempre na mesma época, em 3 ou 4 de janeiro, e o afélio (máxima distância) em 3 ou 4 de julho. O semidiâmetro angular do Sol é máximo no perihélio, valendo  $\alpha = 16'17,5'' = 977,5''$ , e mínimo no afélio, com  $\alpha = 15'45,4'' = 945,4''$ . Como o ângulo é muito pequeno podemos aproximar o valor do seno pelo valor do arco em radianos, e a relação entre os diâmetros angulares no afélio e no perihélio será inversamente proporcional à razão R entre as distâncias:

$$\frac{\alpha_{\text{perihélio}}}{\alpha_{\text{afélio}}} = \frac{D_{\text{afélio}}}{D_{\text{perihélio}}} = R.$$

Essa razão é independente do tamanho da órbita e nos permite calcular a excentricidade  $e$ . A demonstração baseia-se apenas na 1ª lei de Kepler e nas propriedades da elipse, que relembremos usando a Fig. 2. Obteremos a excentricidade  $e$  através da razão entre a distância Centro-Foco, CF e o semi-eixo maior,  $a$ . Para qualquer ponto da elipse a soma das distâncias desse ponto a cada um dos focos é constante e vale  $2a$ .

No ponto B a distância aos focos (BF ou BF') é igual e vale a. Examinando o triângulo FBC é fácil obter a fórmula  $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ , onde b é o semi-eixo menor.

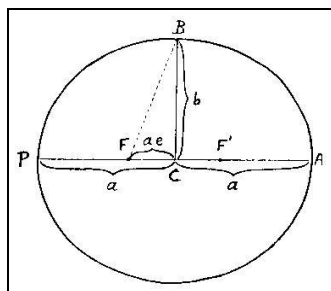


Fig. 2

Note que o Sol não fica no centro C, mas no foco F (lei de Kepler) e que  $CF = ae$ . A maior distância será com a Terra em A (afélio) e vale:

$$AF = a + ae = a(1 + e).$$

A menor distância será com a Terra em P (perihélio):

$$PF = a - ae = a(1 - e).$$

Logo a razão R entre a maior e a menor distância, será:

$$R = \frac{D_{\text{afélio}}}{D_{\text{perihélio}}} = \frac{1 + e}{1 - e}.$$

Como  $R = \alpha_{\text{perihélio}} / \alpha_{\text{afélio}}$ , basta substituir os valores numéricos para achar  $e = 0,0167$ , mesmo sem saber o tamanho da órbita (a), que é a distância média da Terra ao Sol. A medida do semidiâmetro do Sol tem que ser muito precisa para se obter a excentricidade, mas é muito mais difícil medir a distância ao Sol com precisão equivalente.

Pense em outro método para se obter a excentricidade da órbita da Terra observando o Sol e usando a segunda lei de Kepler (lei das áreas) para relacionar as velocidades no afélio e no perihélio. Ele está demonstrado depois.

#### Nota 1

**Não olhe o Sol diretamente:** o único método seguro é por projeção. Pode-se construir uma câmara escura adaptando um pedaço de papel alumínio à menor face de

uma caixa e nele fazendo um pequeno furo. Uma abertura lateral permitirá ver a imagem do Sol projetada no fundo da caixa. Detalhes de construção usando lentes estão no CCEF, v. 3, n. 1, p. 45-50, abr. 1986. Se tiver acesso a um instrumento, projete a imagem do Sol em uma folha de papel e acerte o foco ajustando a distância. Como o Sol está se aproximando de seu máximo de atividade é possível divisar as manchas solares, que se deslocam dia a dia, mostrando sua rotação.

#### Nota 2

Na Fig.2,  $FA / FP = 2$ , logo  $e = 0,33$ . Os planetas de órbita mais excêntrica são Plutão ( $e = 0,25$ ), Mercúrio ( $0,21$ ) e Saturno ( $0,06$ ), logo a excentricidade representada na Fig.2 é maior que a da órbita de qualquer dos planetas. Como a órbita da Terra é quase circular, as estações do ano não ocorrem por efeito da excentricidade, mas devido à inclinação do eixo de rotação do planeta em relação ao plano da órbita. A orientação da órbita da Terra é tal que a excentricidade intensifica as estações no Hemisfério Sul e as ameniza no Norte, mas o efeito da distribuição desigual dos continentes é mais importante e as estações no Hemisfério Sul acabam sendo mais amenas devido à maior cobertura de água neste hemisfério.

A excentricidade da órbita da Terra varia (em uma escala de centenas de milhares de anos) devido à influência dos outros planetas, principalmente Júpiter e Vênus. A Fig. 3 ilustra a variação prevista.

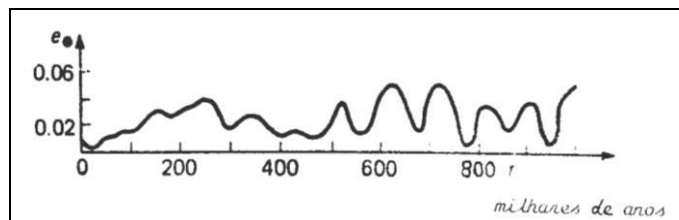


Fig. 3- Mudanças na excentricidade da órbita da Terra calculada para o próximo milhão de anos. (Figura de "Our Planet, the Earth", de A.V. Byalko, editorial Mir, 1987, onde os efeitos climáticos da variação da excentricidade e da orientação do eixo de rotação da Terra são discutidos).

**O segundo método** de inferir a excentricidade da órbita da Terra é observando o ângulo que o Sol se desloca entre as constelações ao longo do ano porque ele corresponde ao ângulo que a Terra se desloca em sua órbita em torno do Sol. Assim, se a Terra se deslocar de B para B' (Fig. 4) por um ângulo B com centro em F, no Sol, isso

corresponderia ao deslocamento aparente do Sol em relação às estrelas pelo mesmo ângulo  $\beta$ .

Pela 2ª lei de Kepler, a área varrida pelo planeta em iguais intervalos de tempo (medida em relação ao Sol) é constante para qualquer ponto da órbita, ou seja, sendo igual o intervalo de tempo necessário para o planeta percorrer de A a A' e de B a B', então as áreas AA'F e BB'F serão iguais.

Para intervalos de tempo muito pequenos  $\Delta t$ , o arco percorrido pode ser substituído pelo segmento tangente ao ponto, de tamanho  $v\Delta t$ , onde  $v$  é a velocidade linear. Como no afélio e no perihélio a tangente é normal ao raio vetor,  $R$ , temos, igualando as áreas AA'F e PP'F:

$$v_{afélio} R_{afélio} \Delta t = v_{perihélio} R_{perihélio} \Delta t.$$

Relacionando a velocidade linear com a velocidade angular ( $v = \omega R$ ) e substituindo os valores correspondentes no afélio e no perihélio:

$$R_{afélio} = a(1+e) \quad ; \quad R_{perihélio} = a(1-e)$$

$$\omega_{afélio} a^2 (1+e)^2 \Delta t = \omega_{perihélio} a^2 (1-e)^2 \Delta t .$$

Logo, a razão entre as velocidades angulares do Sol no perihélio e no afélio nos permite obter  $e$  através da fórmula

$$\frac{\omega_{afélio}}{\omega_{perihélio}} = \frac{(1-e)^2}{(1+e)^2} .$$

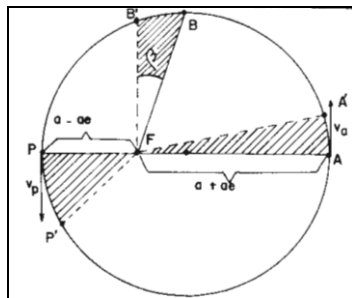


Fig. 4- Relação entre velocidades no perihélio e afélio. O Sol fica no foco F.

(Sílvia Helena Becker Livi, Depto. de Astronomia, Instituto de Física, UFRGS)