

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ISRAEL MATTE

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SENSORES DE TEMPERATURA EM UMA
ESCOLA TÉCNICA DO RIO GRANDE DO SUL**

PORTO ALEGRE

2013

ISRAEL MATTÉ

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SENSORES DE TEMPERATURA EM UMA
ESCOLA TÉCNICA DO RIO GRANDE DO SUL**

Dissertação de mestrado apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana

PORTO ALEGRE

2013

ISRAEL MATTÉ

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SENSORES DE TEMPERATURA EM UMA
ESCOLA TÉCNICA DO RIO GRANDE DO SUL**

Banca Examinadora

Profª. Dra. Maria Paula Gonçalves Fachin (IM-UFRGS)

Prof. Dr. Francisco Egger Moellwald (FACED-UFRGS)

Profª. Dra. Vanilde Bisognin (IM-UNIFRA)

Porto Alegre, março de 2013

Dedico este trabalho a meus primeiros mestres, meus pais, Heleno e Jesuema, por estarem sempre me apoiado incondicionalmente e por colocarem em primeiro lugar a educação de seus filhos, partindo do pensamento de que a educação é a maior riqueza que podem nos deixar. Muito Obrigado.

“É na educação dos filhos que se revelam as virtudes dos pais”

Coelho Neto

Agradecimentos

A minha esposa, Ana Ester, pela compreensão, incentivo e paciência durante o desenvolvimento desta dissertação.

A minha sogra, Maria do Carmo, pelo incentivo e pelas velinhas e meu sogro, Professor Henry, pelas explicações, correções de rumo do trabalho, pelo incremento de ideias e também pelo incentivo.

A minha irmã e meu cunhado, pela felicidade que me proporcionaram através de minha afilhada Ariadne.

Aos meus colegas, Josy Rocha, Melissa Meier e Fernando Miragem, pelos momentos de estudo, pelo apoio, pelo companheirismo e troca de conhecimentos nas disciplinas, e claro, pelos momentos de descontração. Valeu.

A minha orientadora, Marilaine de Fraga Sant'Ana, pelo auxílio para que eu conseguisse concluir esta dissertação.

Aos professores do mestrado, por repartirem comigo seus conhecimentos e me mostrarem a importância destes conhecimentos.

À turma 141 – 2011/2 do CTM – Caxias do Sul, pela permissão para podermos aplicar e registrar as atividades neste trabalho descritas e pela parceria, pois juntos, conseguimos trilhar o caminho em busca do conhecimento.

*“Lute com determinação, abrace a vida com paixão,
perca com classe e vença com ousadia, porque o mundo
pertence a quem se atreve e a vida é muito para ser
insignificante”*

Charlie Chaplin

RESUMO

No presente trabalho, foi desenvolvida uma situação de aprendizagem envolvendo a Modelagem Matemática aplicada a uma atividade experimental, a partir de dados coletados relacionados a sensores de temperatura em uma escola técnica. Esta atividade possui uma abordagem interdisciplinar numa perspectiva teórico-prática, a qual envolve conteúdos de Eletricidade, Física e Matemática, através de uma organização curricular flexível, caracterizando a ruptura do currículo linear que se percebe na escola tradicional. Nesta atividade de modelagem, têm-se como objetivos específicos oferecer condições para que os alunos percebam a importância da coleta e do tratamento de dados e, com isso, passem a identificar a simbologia utilizada no estudo dos circuitos eletrônicos. Que também compreendam e utilizem as principais leis da eletricidade na análise da atividade e na resolução de problemas e empreguem os conhecimentos de Matemática para descrever e interpretar os resultados da atividade. O referencial teórico baseia-se na Modelagem Matemática de Barbosa, Burak e Biembengut & Hein e na proposta de Cenários para Investigação de Skovsmose. Além dos objetivos específicos, há a intenção de criar um ambiente de discussão que favoreça e incentive a participação dos alunos na construção do conhecimento.

Palavras chaves: Modelagem Matemática. Cenários para Investigação. Interdisciplinaridade Sensores de temperatura. Funções.

ABSTRACT

In this paper, we develop a learning situation involving mathematical modeling applied to an activity from collected experimental data involving temperature sensors in a technical school. This activity has an interdisciplinary approach in a theoretical - practice perspective engaging contents of Electricity, Physics and Mathematics through a flexible curriculum, featuring the disruption of linear curriculum that is perceived in the traditional school. In this modeling activity we have specific objectives, provide conditions so that students understand the importance of collecting and processing data and thereby identify the symbology used in the study of electronic circuits, understand and use the major laws of electricity in activity analysis and problem solving and also employ the knowledge of mathematics to describe and interpret the results of the activity. The theoretical framework is based on mathematical modeling by Barbosa, and Burak Biembengut & Hein and the proposed Scenarios for Research by Skovsmose. In addition to the specific objectives, we intend to create an environment that encourages discussion and student participation in the construction of knowledge.

Keywords: Mathematical Modeling. Scenarios For Research. Interdisciplinarity. Temperature Sensors. Functions.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Quadro dos diferentes tipos de Ambientes de Aprendizagem.....	44
Quadro 2: Matriz curricular do Curso Técnico em Mecatrônica.....	66
Quadro 3: Materiais necessários para as três aulas	78

LISTA DE TABELA

Tabela 1: Envolvimento de professor e aluno em cada caso no processo de Modelagem.	50
---	----

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Termorresistência Pt100	58
Figura 2: Curva resistência em função da temperatura do sensor Pt100.....	58
Figura 3: Montagem de isolamento mineral	60
Figura 4: Termistor NTC.....	61
Figura 5: Termistores PTC	61
Figura 6: Curva da Resistência em função da temperatura dos sensores PTC e NTC e de um resistor comum	62
Figura 7: Curva de variação do valor da resistência elétrica em função da temperatura para termistores PTC.....	62
Figura 8: Sensores NTC de 1k Ω , 5k Ω e 10k Ω respectivamente.....	79
Figura 9: Sensores com capa epóxi e sem capa epóxi.....	80
Figura 10: Sensores soldados aos fios condutores.....	80
Figura 11: Multímetro modelo ICEL Manaus IK-1000 e seus elementos	81
Figura 12: Display do Multímetro no momento em que a escala utilizada para aferir a resistência elétrica é menor que a resistência do sensor.....	83
Figura 13: Em destaque as escalas de resistência elétrica do multímetro	84
Figura 14: Diferença entre o sensor de 10k Ω (com capa epóxi preta) e o sensor de 5k Ω (sem capa epóxi) em que seus terminais foram enrolados	85
Figura 15: Sensores no circuito com isolamento do espaguete termoretrátil	86
Figura 16: Não há diferença entre as garras jacaré preta ou vermelha.....	87
Figura 17: Montagem do circuito contendo os termistores NTC (sensores).....	88
Figura 18: Material utilizado para encapsulamento do Pt100.....	89
Figura 19: Montagem do circuito contendo o sensor Pt100.....	89
Figura 20: Montagem do processo de coleta de dados.....	93
Figura 21: Sistema com termômetro colocado diagonalmente no copo.....	96
Figura 22: Termômetro no centro do copo e sensor no fundo do mesmo.....	97
Figura 23: Sensor NTC enrolado ao termômetro	105
Figura 24: Sensor Pt100 fixado ao termômetro.....	107
Figura 25: Valores de temperatura colocados em ordem decrescente no eixo x.....	111
Figura 26 : Erro de colocação de valores no eixo das ordenadas	112
Figura 27: Gráfico com erro no eixo das abscissas e das ordenadas respectivamente.....	113
Figura 28: Gráfico de sensor de 10k Ω e 1k Ω respectivamente.....	114

Figura 29: Gráfico Pt100	116
Figura 30: Tabelas referentes a sensores com resistência nominal de 10k Ω	119
Figura 31: Cálculo do valor da constante k o sensor NTC de 1k Ω	124
Figura 32: Cálculos do valor da constante k o sensor NTC de 5k Ω	125
Figura 33: Cálculos do valor da constante k o sensor NTC de 10k Ω	125
Figura 34: gráfico referente a sensor NTC de 1k Ω	127
Figura 35: Cálculos e tabelas referentes a sensor NTC de 1k Ω	127
Figura 36: Gráfico referente a sensor NTC de 5k Ω	128
Figura 37: Cálculos e tabelas referentes a sensor NTC de 5k Ω	129
Figura 38: Gráfico referente a sensor NTC de 10k Ω	130
Figura 39: Cálculos e tabelas referentes a sensor NTC de 5k Ω	131
Figura 40: Na parte 1, utilizaram-se dois pares ordenados próximos, na parte 2, dois pares ordenados distantes.....	133
Figura 41: Reta parte 1 descartada e reta da parte 2 validada	134
Figura 42: Modelos resultantes do sensor Pt100	135
Figura 43: Cálculos para encontrar coeficiente linear e coeficiente angular.....	137

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1 MUDANÇA DE PARADIGMA	18
1.1 ESTRATÉGIAS DE ENSINO NA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL	21
2 MODELAGEM MATEMÁTICA	38
2.1 DEFINIÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	41
2.2 MODELOS MATEMÁTICOS	52
3 SENSORES DE TEMPERATURA	57
3.1 SENSORES RESISTIVOS	57
3.1.1 Termorresistências	57
3.1.1.1 Termorresistências Pt100	58
3.1.2 Termistores	60
3.2 ARGUMENTOS	63
4 PRÁTICA NA ESCOLA TÉCNICA	64
4.1 DESCRIÇÃO DO CURSO	64
4.2 CARACTERIZAÇÃO DA TURMA E DO ESPAÇO.....	67
4.3 AULAS DE RETOMADA DE CONTEÚDOS	68
4.3.1 Análise das três primeiras aulas de retomada de conteúdos	68
4.4 OBJETIVOS GERAIS	70
4.5 PENSANDO SOBRE A ATIVIDADE	72
4.6 PRIMEIRA AULA	74
4.6.1 O convite aos alunos	74
4.6.2 A importância dos materiais de uso geral no processo de aprendizagem	77
4.6.3 Montagem do circuito com os sensores NTC e primeiros testes de resistência elétrica	79
4.6.4 Circuito do sensor Pt100	88
4.6.5 Primeiras noções de comportamento dos sensores com circuitos completos	89
4.6.6 Breve explicação sobre modelos matemáticos aos alunos	90
4.6.7 Primeira coleta de dados	91

4.6.8	Análise da primeira aula.....	100
4.7	SEGUNDA AULA.....	102
4.7.1	Continuando a coleta de dados	102
4.7.2	Construção de gráficos.....	109
4.7.3	Análise das atividades	116
4.8	TERCEIRA AULA	118
4.8.1	Funções do sensor NTC	118
4.8.2	Funções do sensor Pt100	131
4.8.3	Análise das atividades	138
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	141
5.1	NOVAS PERSPECTIVAS.....	144
	REFERÊNCIAS	145
	APÊNDICE A - ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES.....	148
	ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO	159

INTRODUÇÃO

A elaboração do presente trabalho está fundamentada na necessidade de se adotar uma mudança paradigmática na docência da matemática em uma instituição de Ensino Técnico de Nível Médio. Tal necessidade advém do fato de que, a partir da metade do ano de 2009, na Escola Técnica em que trabalho desde o segundo semestre de 2006, começou a ser implementada uma reformulação total no currículo do Curso Técnico em Automação Industrial. Tal reformulação iniciou-se com a mudança no nome do curso, o qual passou a se chamar Técnico em Mecatrônica, passando pela grade curricular, pelo nome de disciplinas, que se tornaram, a partir de então, unidades curriculares, o número de horas/aula do curso, os conteúdos formativos, os conhecimentos e habilidades a serem desenvolvidas, além da necessidade de se buscar uma maior interdisciplinaridade. A implantação deste novo currículo ocorreu de fato no segundo semestre de 2011.

Pelo currículo anterior, a grade curricular previa, no primeiro módulo do curso, as disciplinas de Física I, Cálculo I e Eletricidade Básica. Para cada uma destas disciplinas, eram previstas 80 horas-aula. Naquela concepção, era previsto basicamente o que Skovsmose (2000) chama de “paradigma do exercício”. Tais exercícios tinham origem em livros didáticos, os quais a escola fornecia para os alunos, e em livros didáticos utilizados em escolas de ensino médio, e esses eram utilizados como referências bibliográficas.

Dentro da nova perspectiva do curso, as três disciplinas foram transformadas em apenas uma, que passou a se chamar de Unidade Curricular de Fundamentos da Eletrotécnica. Na nova disciplina, as 240 horas-aulas foram reduzidas para 140 horas-aula, permanecendo no primeiro módulo do curso, o qual passou a ser chamado de módulo básico.

O objetivo principal desta nova unidade curricular é favorecer, através de fundamentos da eletrotécnica, a construção de uma base consistente que possibilite o desenvolvimento das futuras competências profissionais.

Os conteúdos formativos das três disciplinas, com alguns enxugamentos¹, continuam sendo abordados na unidade curricular, só que de uma forma aplicada a conhecimentos práticos que os alunos deverão adquirir neste módulo básico, de forma interdisciplinar, e em aulas contextualizadas. Além dos conteúdos formativos, neste módulo básico os professores devem desenvolver e cobrar capacidades sociais, organizativas e metodológicas, pois, muito mais que uma sala de aula este espaço de trabalho deve reproduzir grande parte das

¹ Alguns conteúdos que faziam parte das disciplinas de Cálculo I, Física e Eletricidade foram retirados do programa no momento da composição da nova unidade curricular de Fundamentos de Eletrotécnica.

competências necessárias aos discentes, a fim dar início a sua vida profissional, já que o impacto tecnológico na vida de cada indivíduo irá exigir competências que vão além de saber ligar e desligar uma máquina.

Diante desta nova perspectiva de curso, procurei lembrar disciplinas que faziam parte de minha graduação de Licenciatura em Matemática, na UFRGS e, dentro desta busca, lembrava-me de ter trabalhado uma cadeira que se chamava Matemática Aplicada em 2002-1, com a Professora Doutora Vera Clotilde Carneiro. Na oportunidade, tratamos de aplicações em matemática financeira, análise combinatória, oferta e demanda de produtos, dinâmica populacional, decomposição de substâncias radiativas, entre outras. Recordando tais aplicações, conseguimos ter noção do que precisaríamos implantar à nova unidade curricular.

Além desta base, fui buscar informações com colegas da parte técnica da escola.

A escola conta com professores licenciados em Matemática e em Português e instrutores da parte técnica como engenheiros elétricos e mecânicos de produção. Depois de muito interagir com esses colegas instrutores, foi considerada a ideia de trabalhar com diversos tipos de sensores, entre eles, os sensores de temperatura, que são de fácil obtenção e manuseio e seriam muito utilizados durante o curso.

Partimos, então, para pesquisas em livros, internet e principalmente acesso ao conhecimento técnico de colegas e optamos pelos sensores de temperatura, os quais atenderiam a parte do conteúdo matemático proposto para a unidade curricular sem perder o foco na utilidade destes para a vida profissional dos alunos, além de proporcionarem um vasto campo para a interdisciplinaridade.

A partir daí, foi se amadurecendo a ideia de trabalhar com a matemática aplicada a sensores. Fizemos vários testes com os mesmos, a fim de encontrar a melhor forma de observar a variação de suas resistências elétricas e medi-las, sem pôr em risco nossa integridade física e a de nossos alunos, pois estávamos entrando no campo da eletricidade, o qual requer muitos cuidados. Além disso, buscamos, nos vários sensores disponíveis no mercado, os que tinham comportamento físico semelhante aos conteúdos matemáticos propostos na grade de conteúdos formativos. Por este motivo, dentro das possibilidades de sensores existentes, escolhemos os termistores NTC e as termorresistências Pt100.

Diante dos vários testes feitos a fim de coletar a variação dos valores de resistência, decidimos utilizar água quente e gelo para fazer variar a resistência elétrica dos sensores em função da temperatura da água. Pelos testes feitos, a água e o gelo não influenciam nas características originais do sensor.

A busca recém descrita, de acordo com Oliveira (2010), está associada à tensão da escolha do tema, pois buscávamos, por meio de pesquisas e conversas, um tema central que vinculasse os conteúdos das três disciplinas (Matemática, Física e Eletricidade) a elementos da realidade de nossos alunos. Como podemos notar, desde a escolha do tema até a implantação, levamos um tempo de mais ou menos dois anos.

Como o novo currículo iria ser implantado no ano de 2011, foi feita a primeira prática em sala de aula no primeiro semestre do ano de 2010, com todas as cinco turmas com as quais trabalhava. Utilizei somente uma aula em cada turma, da disciplina de Cálculo I, trabalhando apenas como complemento à matéria. Nesta aplicação, os alunos apenas fizeram a medição dos sensores e construíram os respectivos gráficos com os dados coletados.

Neste mesmo ano, ingressei no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, na busca de alternativas para poder incrementar minhas aulas, pois estávamos muito apreensivos, em função de ter que integrar as três matérias em uma só, tendo a redução de 100 horas/aula e continuar praticamente com o mesmo conteúdo programático.

No primeiro semestre das aulas do Programa, não surgiu nenhuma ideia nova que pudesse revolucionar nosso fazer pedagógico. Ao iniciar o segundo semestre do curso, no primeiro encontro com a Professora Doutora Marilaine de Fraga Sant'Ana, foi apresentada aos participantes do Programa a aplicabilidade da Modelagem Matemática e seus conceitos, tendo a professora feito uma abordagem sobre autores que escreviam sobre esta aplicabilidade, as vantagens de utilizá-la em uma aula de Matemática e, conforme a professora ia apresentando esta metodologia, fui montando mentalmente uma forma de construir um novo paradigma em minhas aulas no qual eu utilizasse a Modelagem Matemática como base para uma nova contextualização, buscando a interdisciplinaridade exigida.

A partir deste primeiro contato com a Modelagem Matemática, comecei a pesquisar os autores, aos quais a professora havia se referido em aula e a me interessar pelo assunto. Após algumas leituras de autores relacionados pela professora, como Barbosa (2001b) e Bassanezi (2002), e de autores pesquisados na rede mundial de computadores, como Burak (1992) e Biembengut e Hein (2000), acabei me interessando mais pela Modelagem Matemática e adotando nas aulas de fundamentos de eletrotécnica os seus conceitos e fundamentos.

Além destes pesquisadores, que já possuem um vasto material produzido a partir de suas concepções sobre Modelagem Matemática aplicada à sala de aula, busquei em leituras de Scheller (2009) e Civiero (2009) subsídios para auxiliarem na definição de nossas atividades,

visto que ambos os trabalhos trazem experiências de aplicações desenvolvidas com Modelagem Matemática em cursos técnicos.

Scheller (2009) utilizou a concepção de Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem com educandos da EAFRS (Escola Agrotécnica Federal do Rio Grande do Sul) que foram convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações surgidas no Ensino Técnico em Agropecuária. Apoiada em Modelagem e na Teoria Sócio-histórica de Vygotski, Scheller (2009) desenvolveu seu trabalho buscando interagir disciplinas do Ensino Técnico, com a pretensão de apresentar a análise do trabalho de Modelagem Matemática proporcionado por um espaço destinado para a iniciação à pesquisa básica em Nível Médio e teve como objetivo investigar e analisar a Modelagem Matemática como ambiente de ensino-aprendizagem.

Civiero (2009) buscou em seu trabalho a integração entre o material produzido pelos alunos e os conteúdos matemáticos a serem trabalhados, trazendo, através de uma possibilidade educacional, uma maior reflexão para esses conteúdos de forma a conduzir o aluno a uma apreensão qualitativa do conhecimento matemático como sujeito da experiência e aberto a sua própria transformação, visando, com isso, uma transposição didática reflexiva. Ela desenvolveu sua pesquisa a partir de materiais decorrentes de pesquisas realizadas no Projeto de Iniciação Científica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense, perguntando-se se é possível construir cenários de investigação para aulas de Matemática a partir de tais materiais.

No presente projeto, embasado nos pesquisadores e trabalhos citados acima, apresentamos de que maneira fizemos uso da Modelagem Matemática, vista como um ambiente de aprendizagem para aplicação dos conceitos matemáticos de: funções de primeiro grau; sistemas lineares; logaritmos; funções exponenciais; prefixos do Sistema Internacional de Unidades. Aos conceitos de matemática foram agregados conceitos de eletricidade como: resistência elétrica, sensores de temperatura, além da utilização de equipamentos de medição como multímetro e termômetro, de forma interdisciplinar, buscando formar competências em nossos alunos, através de muito diálogo e questionamentos e, principalmente, através da participação ativa deles em todos os momentos da atividade.

A partir desta concepção, o presente trabalho foi estruturado da seguinte forma:

O primeiro capítulo apresenta a prática por mim exercida através da metodologia do ensino da Matemática no paradigma do exercício até então utilizado durante todas as aulas e a perspectiva de mudança, em que se aborda a flexibilização da educação profissional, a qual implica romper o uso tradicional de espaços e tempos, e incorporar metodologias e processos

de avaliação que deem aos alunos condições para traçar, de forma autônoma, seus próprios percursos de aprendizagem.

O segundo capítulo apresenta o referencial teórico pesquisado para a elaboração e aplicação deste trabalho. Apresenta também algumas definições de modelos matemáticos.

O terceiro capítulo apresenta as características, as aplicações e os conhecimentos necessários sobre sensores de temperatura utilizados ao longo deste trabalho.

O quarto capítulo apresenta a estruturação das aulas com a utilização prática de sensores de temperatura, mostrando atividades desenvolvidas, a participação dos discentes e a análise das atividades e resultados obtidos em todos os encontros. O áudio das aulas foi gravado na íntegra diante da prévia autorização dos alunos e de seus responsáveis, criando assim, um rico material para análise e compilação neste capítulo.

Finalmente, no capítulo cinco, apresentamos as considerações finais do trabalho, bem como algumas práticas futuras.

Neste trabalho originou-se um roteiro para aplicação das atividades, para futura utilização de colegas que almejem trabalhar com Modelagem Matemática e sensores de temperatura, seja em uma escola técnica ou escola regular. Tal roteiro está apresentado no apêndice A deste trabalho.

1 MUDANÇA DE PARADIGMA

Ao longo desta última década, em que vivi como professor de Ensino Fundamental, Médio, Técnico e também como professor em curso de Pré-vestibular, tive a oportunidade de sentir e conviver com a possibilidade de transformar minha atuação e a de meus alunos em relação à educação matemática.

Na maior parte das aulas que ministrei nesse período, ocorreu uma fragmentação do conteúdo, bem aparente, a qual consistia, em uma primeira parte, de explicações e exposições de conceitos com resolução de alguns tipos de exercícios como exemplo. Já na segunda parte da aula os alunos é que resolviam os exercícios selecionados nos livros didáticos, com técnicas passadas aos alunos, de forma mecânica e acrítica, como um conhecimento pronto e acabado.

Com muita frequência, considerava a Matemática uma ciência deslocada do mundo real dos alunos, sempre tendo a constante preocupação com o cumprimento do conteúdo previsto para a série/ano, além de sofrer cobranças por parte de colegas mais experientes, pela direção da escola, pelos próprios alunos e pelos pais, cuja preocupação, via de regra, se relaciona aos conteúdos para o vestibular. Ou seja, as aulas não fugiam daquelas praticadas em um contexto mundial. Conforme as observações feitas em diversas salas de aula em escolas inglesas, a educação matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício:

[...] a aula de matemática é dividida em duas partes: primeiro o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e, depois, os alunos trabalham com exercícios selecionados [...] há desde o tipo de aula em que o professor ocupa a maior parte do tempo com exposição até aquela em que o aluno fica a maior parte do tempo envolvido com resolução de exercícios [...] o livro didático representa as condições tradicionais da prática da sala de aula (COTTON apud SKOVMOSE, 2000, p. 1).

Em outras palavras, as aulas de Matemática praticadas durante o meu fazer pedagógico, até então, tinham relação com o relato de Cotton (SKOVMOSE, 2000). O conteúdo era desenvolvido de maneira monótona e desinteressante, principalmente, pelo fato de que os assuntos abordados eram muito distantes da realidade dos alunos. Isso fazia com que, muitas vezes, ficassem em segundo plano assuntos que poderiam deixá-los mais motivados com relação à disciplina.

Diante disso, observei que a maioria dos alunos estuda Matemática apenas por ser uma imposição escolar e por constar no currículo. O resultado desse processo é um expressivo número de reprovações. O que também tem sido uma constante preocupação minha e

provavelmente da maioria dos professores de matemática é o desempenho escolar de nossos alunos. Em muitos casos nos desdobramos para tentar algo diferente na luta por amenizar as dificuldades costumeiras nas aulas de Matemática. Porém, ao não encontrar sentido no que está sendo abordado pelo professor, o aluno tem uma reação contrária ao conteúdo e passa a questionar: “Para que serve isso?”, “Por que devo estudar isso, professor?”, “Qual a utilidade disso para minha vida?”.

Com base em autores que tratam sobre Educação Matemática, como D’Ambrosio, (1997) e Fiorentini e Lorenzato (2006), observa-se que uma importante causa do fracasso do ensino de Matemática está no fato de que o conteúdo escolar é repassado aos alunos de forma desconectada da realidade, resultando a eles dificuldades de apropriação dos conceitos, que são abstratos e muito afastados do que o estudante está acostumado em sua vida cotidiana.

Essas pesquisas nos auxiliam a compreender como o aluno pensa e se relaciona com a Matemática. Estimulam, portanto, nossa reflexão de forma a desmistificar e tornar mais acessível o conteúdo exposto a eles, devendo, com isso, utilizar o conhecimento do cotidiano conectando à teoria e à prática no processo de ensinar.

Werneck (2002, p. 13) aponta nessa direção:

[...] ensinamos demais e os alunos aprendem de menos e cada vez menos! Aprendem menos porque os assuntos são a cada dia mais desinteressantes, mais desligados da realidade dos fatos e os objetivos mais distantes da realidade da vida dos adolescentes.

Compartilhando de ideias semelhantes, D’Ambrosio (1997, p. 09) refere-se à Educação, afirmando que:

A educação ainda se mantém naquele estilo velho; ainda se mantém com aquele paradigma que se estabeleceu no tempo de Newton, segundo o qual para aprender é necessário que seja ensinado e que ensino tem como consequência aprendizagem. E esse paradigma que coloca ensino ocasionando aprendizagem é obviamente alguma coisa que está superada. Sabemos que a educação se dá de muitas formas e não em consequência direta do ensino, e que, igualmente o ensino se faz de muitas formas que não daquele estilo tradicional “professor e aluno”, “um expositor e aquele que está assistindo”, mas atinge dimensões até impossíveis de se imaginar.

Neste sentido, cabe a nós o papel de dialogar com nossos educandos, tornando-nos presentes em suas descobertas, participando efetivamente de suas realizações e dificuldades, não apenas como transmissores de conteúdos. Deve-se ter em mente que aprender não é simplesmente estocar informações, mas, através de transformações, reestruturar-nos em relação ao mundo.

A maneira como é abordado o conteúdo reflete na forma como o aluno estuda e em barreiras de aprendizagem que ele cria em relação à Matemática. Isto é, os alunos veem a matemática como um emaranhado de regras que não têm utilidade alguma, a não ser para resolver os problemas propostos pelo professor, sem perceber a lógica e a sequencialidade que existe entre os diversos assuntos abordados.

De um modo geral, nós, professores de matemática, somos profissionais práticos e diretos, que fomos “preparados” para ensinar e, assim viemos exercendo nossa função ao longo do tempo, ministrando aulas, expondo o conteúdo, aplicando e corrigindo exercícios e provas. Geralmente atuamos na transmissão de informações e definições, demonstrando alguns teoremas e fórmulas acerca de conteúdos pré-definidos. Muitas vezes nos achando os supra-sumos das escolas, por sermos professores da matéria mais temida da escola.

Ignora-se, no entanto, a necessidade de levar em conta os conhecimentos adquiridos pelos alunos em seu cotidiano como ponto de partida para abordar e estudar os novos assuntos e, também, a importância da interação social na criação de novos saberes. Com isso, mantém-se a imagem de que o saber matemático é um conhecimento muito difícil de ser alcançado e para alguns, até mesmo, inacessível.

Ensinar matemática de forma isolada das demais áreas de conhecimento, explorar conteúdos apenas como pré-requisitos de outros conteúdos matemáticos não contribui para a formação integral do aluno. O que muito se observa em nossas escolas, são professores que escolhem um livro didático – geralmente oferecido pelo governo - e o seguem no decorrer do ano letivo, sem muitas vezes tê-lo analisado a fim de saber que assuntos deverão ser priorizados de acordo com o plano de ensino da escola.

Skovsmose (2000) ressalta:

[...] os exercícios são formulados por autoridades externas à sala de aula. Isso significa que a justificativa da relevância dos exercícios não é parte da aula de matemática em si mesma. Além disso a premissa central do paradigma do exercício é que existe somente uma resposta correta (SKOVSMOSE, 2000, p. 66).

Seguindo apenas as formas de abordagens de conteúdos e exercícios que estão nos livros didáticos, faz com que, por exemplo, alunos que morem em meios rurais, ou comunidades indígenas, tenham que calcular o ângulo de elevação de uma escada rolante, sem saber ao menos o que seria tal escada rolante.

Métodos como esses foram suficiente para um sistema de educação pautado na visão reprodutora e mecanicista, condizente com o paradigma de produção em massa, próprio da

sociedade industrial. Hoje, o descompasso entre as características de um novo paradigma e as características da escola baseada no século passado vem se tornando cada vez mais visível. Os meios de produção e de serviço estão mudando. Neste novo paradigma, os sistemas de informação tornam-se cada vez mais rápidos e abrangentes, e o dinamismo e esta rapidez da informação requerem uma nova forma de pensar a educação, a aprendizagem e o conhecimento.

Levando-se em conta os conhecimentos e experiências adquiridos pelo aluno no seu cotidiano, podemos transformar a sala de aula em um ambiente no qual esses conhecimentos serão enriquecidos pelo contato com seus colegas e professores, através de conversas formais e informais, discussões e reflexões de seus pontos de vista acerca das resoluções de situações-problemas que lhes serão apresentadas.

Segundo Barbosa (2001), a aquisição dos conhecimentos matemáticos se dá no momento em que os alunos relatam suas experiências, exploram materiais, delineiam e modelam suas representações mentais conseguindo com isso transformar essas vivências em linguagem matemática. Sendo assim, chega-se à conclusão de que é preciso rever, reconstruir, renovar e transformar nossa prática pedagógica. Os assuntos que abordamos em sala de aula são muitas vezes distantes da realidade de nossos estudantes e tornam, frequentemente, as aulas monótonas e sem sentido. Tal postura vem de encontro à visão de educação questionadora, construtiva e reflexiva, da qual partilhamos, e que é embasada em Barbosa (2001, 2004) e Skovsmose (2000).

A seguir apresentamos estratégias de ensino que irão delinear nossas ações a fim de que aconteçam tais mudanças em nossas aulas.

1.1 ESTRATÉGIAS DE ENSINO NA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL

Vivemos num processo de transformação em que as novas orientações curriculares propõem um ensino de Matemática preocupado com o desenvolvimento de competências para o exercício da cidadania. Não se justifica ensinar apenas para o vestibular, mesmo porque nem todos os alunos da educação básica conseguem ou têm interesse em chegar a um vestibular. Neste sentido, as novas concepções demandadas pela moderna gestão empresarial, as necessidades criadas pela explosão tecnológica e o novo enfoque dado ao conhecimento, que hoje pode ser considerado um instrumento gerador de competitividades e produtividade organizacional, têm alterado de forma significativa o contexto do processo do trabalho, repercutindo diretamente no mundo da educação, especialmente na educação profissional que,

nos últimos anos, tem sido objeto de discussão voltada para a análise e avaliação de sua estrutura e funcionamento.

Trata-se de desenvolver uma metodologia capaz de traduzir para o mundo da educação as competências profissionais demandadas pelo mundo do trabalho. Para tanto, é de domínio comum que, hoje, a formação do trabalhador não deve ser apenas regulada por tarefas relativas a postos de trabalho. O mundo do trabalho exige cada vez mais um profissional que domine não apenas o conteúdo técnico específico da sua atividade, mas que detenha capacidade crítica, autonomia para gerir o seu próprio trabalho, habilidades para atuar em equipe e solucionar criativamente situações desafiadoras em sua área profissional.

O desenvolvimento de tais competências supõe a adoção de uma metodologia centrada no sujeito que aprende, criando condições e situações desafiadoras para construir o seu próprio conhecimento, na interação com o meio, através de experiências concretas, numa relação teórico-prática, a qual lhe permite apropriar-se não só do conteúdo, mas, a partir dele, aprender a aprender.

A possibilidade de integrar teoria e prática proporciona ao aluno vivenciar situações e experiências reais, similares ao ambiente empresarial, possibilitando a aplicação dos conhecimentos que estão sendo construídos ao longo do curso, constituindo-se, assim, em uma verdadeira prática profissional orientada pelos docentes.

Assim sendo, este plano de trabalho é realizado através de planejamentos integrados, em sintonia com a organização e o sistema de avaliação, de modo a atender as exigências de relacionamento, ordenação e integração entre as unidades curriculares. O planejamento integrado se estrutura a partir de situações de aprendizagem que possuem características problematizadoras e contextualizadas, desafiando os alunos a mobilizarem diferentes capacidades, conhecimentos, habilidades e atitudes, na busca dos resultados esperados. As situações de aprendizagem são apresentadas com dificuldades crescentes, culminando com o desenvolvimento conjunto das competências estabelecidas no perfil profissional de conclusão.

Através de uma situação de aprendizagem, tem-se a possibilidade de fazer circular o máximo de informações e explorar diferentes estratégias de ensino, como desenvolvimentos de projetos, estudos de caso, pesquisas e gestão de situações-problema. As estratégias de ensino devem ter caráter mobilizador e integrador de saberes, uma vez que há dois eixos organizadores, que são as competências específicas (capacidades técnicas) e de gestão (sociais, organizativas e metodológicas) que, inseridas em um contexto desafiador e significativo, despertam o interesse do aluno e estimulam a sua participação nas vivências coletivas e nas aprendizagens profissionais significativas. Os educandos, através das

estratégias de ensino utilizadas, são desafiados a colocar em ação tudo o que sabem e pensam e a solucionar problemas, tomando decisões em relação aos desafios propostos.

A ideia central da proposta pedagógica desenvolvida é que, desde o primeiro dia de aula do componente curricular Fundamentos de Eletrotécnica, os alunos estejam em contato com modelos matemáticos de fenômenos ou componentes eletro-eletrônicos aplicáveis em suas vidas profissionais. O estudo e a análise destes modelos e de suas soluções acompanham o desenvolvimento da disciplina, de forma que os conteúdos e conceitos matemáticos centrais da ementa sejam relacionados com esta análise. Mais ainda, sempre que possível, a análise do modelo serve como ponto de partida para a discussão dos conteúdos matemáticos do componente curricular.

A introdução de novos equipamentos de base microeletrônica e a automação elevam o nível de complexidade das operações, modificando substancialmente os requisitos para o desempenho profissional. Atualmente, faz-se necessário que os trabalhadores sejam dotados de uma sólida formação geral, maior raciocínio teórico-abstrato e lógico-matemático, além de uma compreensão global do processo produtivo.

Além disso, a produção tende a tornar-se flexível em termos dos produtos, processos e tecnologias, a fim de responder às exigências conjunturais do mercado e às estratégias de competitividade das empresas. Com isso, a ideia de postos de trabalho fixos e ocupações estáveis, ligadas a tarefas permanentes, cede lugar à unificação e maior versatilidade das atividades e à rotação dos profissionais por diferentes “postos de trabalho”.

Superando o modelo da linha de montagem e do isolamento dos trabalhadores em suas tarefas específicas, os novos modelos organizativos e de gestão da produção enfatizam a cooperação e a interação, a descentralização da tomada de decisões e a maior responsabilidade em relação à qualidade. Em meio a esse cenário, o trabalhador deve ser capaz de comunicar-se satisfatoriamente (na linguagem oral e escrita), trabalhar em equipe, decidir com autonomia, pensar estrategicamente, interpretar e lidar com situações novas, resolver problemas, avaliar resultados e operar com padrões de qualidade e de desempenho.

É necessário, portanto, migrar do enfoque da qualificação concebida como transmissão ordenada e sistemática de habilidades, destrezas manuais e conhecimentos voltados para o desempenho de tarefas prescritas em postos de trabalho específicos para uma abordagem mais ampla, que propicie a competência e favoreça a polivalência.

Entende-se por competência a capacidade de o trabalhador mobilizar os conhecimentos, habilidades e atitudes necessárias para alcançar os resultados pretendidos em um determinado contexto profissional, segundo padrões de qualidade e produtividade.

Implica, pois, a capacidade de agir, intervir e decidir em situações nem sempre previstas, mobilizando o máximo de saberes e conhecimentos para dominar situações concretas de trabalho, transpondo experiências adquiridas de um contexto para outro.

E, por polivalência, entende-se ser o atributo de um profissional possuidor de competências que lhe permitam superar os limites de uma ocupação ou campo circunscrito de trabalho, para transitar por outros campos ou ocupações da mesma área profissional ou de áreas afins. Supõe que o profissional tenha adquirido competências transferíveis, ancoradas em bases científicas e tecnológicas, e que tenha uma perspectiva evolutiva de sua formação, seja pela ampliação, seja pelo enriquecimento e transformação de seu trabalho. Permite ao profissional transcender a fragmentação das tarefas e compreender o processo global de produção, possibilitando-lhe, inclusive, influir em sua transformação.

Portanto, a educação profissional deve se pautar na flexibilidade e na perspectiva da educação continuada, favorecendo, mediante a modularização, a construção progressiva da competência e da polivalência.

Uma educação profissional sintonizada com os novos cenários do mundo do trabalho, pautada pelas noções de competência e polivalência deve, portanto, propiciar progressivamente ao trabalhador o domínio consistente dos fundamentos técnicos e científicos de sua área profissional, o desenvolvimento de capacidades relativas à cooperação, comunicação, autonomia e criatividade, com condições de transitar por um leque mais amplo de atividades profissionais afins.

Por meio de uma educação profissional que conjugue a aquisição de competências básicas, específicas e de gestão, atenta ao contexto social brasileiro e à nova realidade do mundo do trabalho, pretende-se preparar os profissionais para compreender as bases gerais técnicas, científicas e socioeconômicas da produção, em seu conjunto, analisar e planejar estratégias, responder a situações novas e exercitar um trabalho cooperativo e autônomo.

Com isso, o desenho curricular deve possibilitar o desenvolvimento das competências estabelecidas no perfil profissional à luz de uma proposta de educação profissional delineada com o objetivo de formar o trabalhador-cidadão, capaz de atuar de forma participativa, crítica e criativa, com mobilidade e flexibilidade, na vida profissional e social.

A educação profissional, historicamente tida como educação de menor categoria, muitas vezes por assumir caráter meramente assistencialista, outras, por cumprir linearmente ajustamentos para suprir necessidade de mão-de-obra, ganhou destaque na atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, Lei Federal nº. 9.394/96, que lhe reservou

um capítulo especial, conferindo-lhe status anteriormente não contemplado e função estratégica para o desenvolvimento do país.

Preconiza a LDB que a educação profissional, “integrada às diferentes formas de educação, ao trabalho, à ciência e à tecnologia, conduz ao permanente desenvolvimento de aptidões para a vida produtiva”. (BRASIL, 1996). Considerada como relevante na nova ordem econômica mundial, deve responder às demandas de um mundo do trabalho cada vez mais mutante, complexo e competitivo. A formação profissional, anteriormente voltada para a ocupação de postos de trabalhos fixos, envolvendo a execução de atividades pré-definidas de cunho puramente operacional ou técnico, vem passando, desde então, por profundas transformações.

Os documentos que regulamentam a LDB e normatizam a educação profissional apontam possibilidades para a construção de práticas inovadoras mais condizentes com os avanços tecnológicos e as novas formas de produção e de relações sociais, colocando-a em um patamar capaz de enfrentar os desafios emergentes. As disposições do Decreto Federal nº 5.154/04, ao mesmo tempo em que regulamentam e orientam a educação profissional, conferem às instituições educacionais possibilidades para a conquista de novos rumos e de uma nova identidade para essa modalidade de ensino. Concorrem para tanto as seguintes definições:

- a) organização da educação profissional por áreas profissionais;
- b) articulação da educação profissional com a educação básica;
- c) oferta de cursos visando à composição de diferentes itinerários formativos, propiciando agregação crescente de competências profissionais; e
- d) possibilidade de estruturação de cursos em etapas com terminalidade, incluindo saídas intermediárias que permitam a certificação de qualificação para o trabalho.

As Diretrizes Curriculares para a Educação Profissional de Nível Médio (BRASIL, 1999) também indicam as necessidades de mudança, ao declararem os seguintes princípios específicos:

- a) competências para a laboralidade: entendida como a capacidade do profissional para agir eficazmente diante do inesperado e do inabitual, superar a experiência acumulada e transformada em hábito, e liberar a criatividade e a atuação transformadora;
- b) flexibilidade: libera as escolas dos currículos padronizados, de modo que possam planejar seus cursos em consonância com a realidade do mundo do trabalho,

permitindo a busca de formas integradoras de tratamentos dos estudos nos diferentes campos;

- c) interdisciplinaridade: prevê o tratamento não segmentado, integrando saberes de diferentes áreas do conhecimento em uma mesma unidade de estudos. a interdisciplinaridade propicia, com mais adequação, a constituição de competências, uma vez que estas envolvem a mobilização e a articulação desses múltiplos saberes;
- d) contextualização: permite a adequação efetiva da oferta às reais demandas das pessoas, do mercado e da sociedade, a qual deve ocorrer, também, no próprio processo de aprendizagem, aproveitando relações entre conteúdos e contextos, e dando significado ao que é aprendido;
- e) atualização permanente dos cursos e currículos: significa que a escola deve considerar as demandas locais e regionais, as mudanças nos sistemas produtivos e nas exigências ocupacionais; e
- f) autonomia escolar: propicia à comunidade escolar a autonomia para construir sua proposta pedagógica.

Constata-se, no arcabouço legal, o esforço no sentido da mudança e da libertação de esquemas uniformizadores e padronizados. As limitações que se materializavam em formatações de oferta extremamente rígidas são substituídas por possibilidades de se criar uma educação profissional renovada e dinâmica.

Há espaço para as instituições educacionais ousarem com responsabilidade na oferta de seus cursos, planejando-os com autonomia, flexibilizando seus currículos, constituindo novos espaços de aprendizagem, organizando o tempo de diferentes formas, de modo a atender às necessidades de seus alunos, e adotarem metodologias ativas e diversificadas, bem como possibilidades de avaliação que concorram para a formação de profissionais mais autônomos e com iniciativa empreendedora.

Na educação profissional técnica de nível médio e nas graduações tecnológicas, registra-se a confluência de competências que permitem diferentes arranjos para composição de percursos diversificados, admitindo o aproveitamento de experiências anteriormente adquiridas e propiciando certificações intermediárias, sempre na perspectiva de itinerários formativos a serem percorridos ao longo da vida laboral.

Destaca o Parecer CNE/CEB nº 16/99 que:

[...] as novas formas de organização e de gestão modificaram estruturalmente o mundo do trabalho. Um novo cenário econômico e produtivo se estabeleceu com o emprego de tecnologias complexas agregadas à produção e à prestação de serviços e pela crescente internacionalização das relações econômicas. Em consequência, passou-se a requerer sólida base de educação geral para todos os trabalhadores; educação profissional básica aos não qualificados; qualificação profissional de técnicos; e educação continuada, para atualização, aperfeiçoamento, especialização e requalificação de trabalhadores. (BRASIL, 1999)

Para atender às exigências de mudança na educação profissional, no entanto, é necessário que se tenha um posicionamento dialético acerca das transformações em curso e suas demandas, superando a visão de que a educação profissional cumpre somente atender às necessidades do mercado de trabalho.

Evocar as transformações do mundo do trabalho é também conceber o papel transformador da educação profissional, pois, afinal,

[...] não é possível discutirmos a educação profissional sem remetermo-nos à relação tão delicada entre educação e trabalho, considerando que esta deve estar estreitamente ligada à laboralidade, entendida nos Referenciais Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico como componente da dimensão produtiva da vida social e, portanto, da cidadania e a um projeto de sociedade, pois ambos se constituem em desafio para o enfrentamento de um tempo globalizado e de rápidas transformações tecnológicas, cuja ordem da produtividade e competitividade se coloca como imperativa (MERCADANTE, 2004, p. 75).

Os Referenciais Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico (BRASIL, 2000) reforçam a posição estratégica da educação profissional, para que os cidadãos tenham acesso às conquistas científicas e tecnológicas da sociedade. Destacam a necessidade de os profissionais compreenderem o processo produtivo de forma global, como a apreensão do saber tecnológico, a valorização da cultura do trabalho e a mobilização dos valores necessários à tomada de decisões.

Esta nova era pressupõe uma imensa oportunidade de disseminar democraticamente as informações, utilizá-las para gerar conhecimentos que conduzam a uma sociedade mais justa. Sendo assim, pressupõe-se que é necessário dar continuidade aos estudos e, ao mesmo tempo, repassar o aprendido para a sociedade.

O trabalhador passa, nesse contexto, a ser requerido não apenas para aplicar técnicas e tecnologias, mas também para criar novos campos de atuação, para reinterpretá-las criticamente em função das exigências e demandas da sociedade. O leque de perspectivas e de decisões torna-se, deste modo, bastante amplo, pois cria possibilidades de conquista pela aprendizagem no trabalho e pelo trabalho.

O trabalho e a educação integram-se, assim, na construção da sociedade do conhecimento, alimentando-se mutuamente e requerendo dos trabalhadores competências profissionais mais complexas necessárias não somente para a realização das atividades especializadas, mas também para o atendimento às novas formas de gestão e organização do trabalho.

Flexibilizar a educação profissional implica promover cursos ofertados de variadas formas, rompendo com o uso tradicional de espaços e tempos, e incorporando metodologias e processos de avaliação que deem aos alunos condições para traçar, de forma autônoma, seus próprios percursos de aprendizagem.

Por sua vez, o currículo, por muito tempo, foi concebido como uma estrutura formal e estática, pautada em orientações específicas, com foco nos objetivos e resultados a serem atingidos.

Moreira e Silva (1994) destacam que:

A ideia de currículo esteve ligada à intenção de se “planejar cientificamente” as atividades pedagógicas e controlá-las de modo a evitar que o comportamento e o pensamento do aluno se desviassem de metas e padrões pré-definidos (MOREIRA e SILVA, 1994, p. 9).

Assim desenvolvido, tornou-se instrumento de controle social dotado de ordem, racionalidade e eficiência, concebido e executado de acordo com métodos e técnicas pretendidamente precisos.

Este paradigma de currículo, calcado na racionalidade técnica importada da administração científica implantada nos sistemas de produção manufatureira, vigorou por muito tempo no cenário geral da educação. Influenciou forte e igualmente a concepção de currículo na educação profissional, orientando-a para a preparação de indivíduos no desempenho de funções definidas em uma situação também definida, e por conteúdos baseados em uma análise das funções específicas a serem desempenhadas e na situação, também específica, na qual devem ser realizadas (DOMINGUES, 1988, p. 58).

Esta concepção, que se dispõe em um formato básico e introduz passos sequenciais rígidos, parte, no entanto, de pressupostos falsos: primeiro, afirmando que os alunos aprendem da mesma forma e no mesmo tempo, ao ignorar as diferenças individuais; segundo, que os conteúdos selecionados são neutros e representam verdades imutáveis, ao desprezar a ideia de que o conhecimento é construído socialmente.

As estruturas curriculares representadas pelas grades disciplinares ilustram bem esta concepção. A própria ideia de “grade” já induz à rigidez contida neste modelo.

O paradigma atual, ao contrário, coloca o currículo como:

[...] um conjunto de situações-meio, organizado de acordo com uma concepção criativa, local e particular, voltado para a geração de competências, estas sim estabelecidas para cada área profissional (BRASIL, 2000, p. 7).

Muda-se, assim, a ótica dos currículos organizados por disciplinas e seus conteúdos pré-definidos para uma organização por competências. “A ênfase anterior aos conteúdos do ensino transfere-se para as competências a serem construídas pelo sujeito que aprende” (BRASIL, 2000, p. 8).

A organização curricular por competência, na medida em que se contrapõe aos modelos que têm as disciplinas como elementos centrais, exige a capacidade de reinventar o processo escolar, superando modelos tradicionais de currículos centrados somente nos conteúdos.

A abordagem por competências leva a fazer menos coisas, a dedicar-se a um pequeno número de situações fortes e fecundas, que produzem aprendizados e giram em torno de importantes conhecimentos. Isso obriga a abrir mão de boa parte dos conteúdos tidos, ainda hoje, como indispensáveis. [...] O ideal seria dedicar mais tempo a um pequeno número de situações complexas do que abordar um grande número de assuntos que devem ser percorridos rapidamente, para virar a última página do manual, no último dia do ano letivo (PERRENOUD, 1999, p. 64).

No caso da educação profissional, competência é entendida como “a capacidade de mobilizar, articular e colocar em ação valores, conhecimentos e habilidades necessários para o desempenho eficiente e eficaz de atividades requeridas pela natureza do trabalho” (BRASIL, 1999, p. 23).

As competências enquanto ações e operações mentais articulam os conhecimentos (o “saber”, as informações articuladas operatoricamente), as habilidades (psicomotoras, ou seja, o “saber fazer” elaborado cognitivamente e socioafetivamente) e os valores, as atitudes (o “saber ser”, as predisposições para decisões e ações, construídas a partir de referenciais estéticos, políticos e éticos) constituídos de forma articulada e mobilizados em realizações profissionais com padrões de qualidade requeridos, normal ou distintivamente, das produções de uma área profissional (BRASIL, 2000, p. 10).

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Médio e de Nível Técnico, indicadas, respectivamente, no Parecer CNE/CEB nº16/99 (BRASIL,1999) e na Resolução CNE/CEB nº 04/99 (BRASIL, 1999b) destacam que as competências requeridas pela educação profissional, que configuram os perfis profissionais e, conseqüentemente, os currículos, são:

- a) competências básicas, constituídas no ensino fundamental e médio;
- b) competências profissionais gerais, comuns aos técnicos de cada área; e
- c) competências profissionais específicas de cada qualificação ou habilitação.

A organização da educação profissional por áreas passa a ser o caminho que deve levar à constituição de competências gerais que permitam a navegabilidade do profissional pelos diferentes segmentos e também as condições para que possa acompanhar e responder às mudanças dos processos produtivos.

As áreas de trabalho, seus contextos e interfaces e os desafios que se colocam para os profissionais que nelas atuam alimentam a composição de currículos elaborados a partir da análise dos processos produtivos e da identificação de competências que constituem um dado perfil profissional.

Os currículos passam, então, a ser desenhados a partir da definição das competências que compõem o referido perfil, e passam a ser considerados como a organização de um conjunto de conhecimentos, habilidades, valores e atitudes, articulados e integrados entre si, que visam promover a formação do profissional em sua acepção mais ampla.

Uma alternativa de flexibilização destacada para a educação profissional, operacionalmente mais adequada e funcional, é a estruturação curricular em módulos. Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais:

A modularização dos cursos deverá proporcionar maior flexibilidade às instituições de educação profissional e contribuir para a ampliação e agilização do atendimento das necessidades dos trabalhadores, das empresas e da sociedade. Cursos, programas e currículos poderão ser permanentemente estruturados, renovados e atualizados, segundo as emergentes e mutáveis demandas do mundo do trabalho. Possibilitarão o atendimento das necessidades dos trabalhadores na construção de seus itinerários individuais, que os conduzam a níveis mais elevados de competência para o trabalho (BRASIL, 1999, p. 14).

Entende-se por módulo um conjunto didático-pedagógico sistematicamente organizado para o desenvolvimento de competências profissionais significativas. São módulos com terminalidade aqueles que correspondem a qualificações que permitem ao indivíduo algum tipo de exercício profissional. São módulos sem terminalidade aqueles oferecidos como preparatórios para os demais, que qualificam profissionalmente.

A organização curricular modular concorre para a flexibilização, pois permite:

- a) ampliar e agilizar o atendimento das necessidades dos trabalhadores, das empresas e da sociedade;

- b) atender às necessidades dos alunos de modo que possam construir e ampliar seus itinerários formativos;
- c) facilitar a permanente atualização, renovação e reestruturação dos cursos, de acordo com as demandas do mundo do trabalho; e
- d) estimular alternativas diferenciadas de educação continuada, de modo a permitir saídas e reingressos no sistema tanto por via de cursos de qualificação como pelo aproveitamento de estudos e competências para prosseguimento da formação.

A possibilidade de certificação de competências desponta como estratégia integradora entre educação e trabalho, na medida em que permite às instituições educacionais reconhecer competências adquiridas em situações diversas especialmente de trabalho, e na medida em que estimula a continuidade de estudos pelos trabalhadores e valoriza seu aprendizado ao longo da vida, bem como lhes permite a agregação de novas competências ou o seu aprimoramento.

O parecer do CNE/CEB nº 16/99 (BRASIL, 1999) destaca a necessidade de transformar os ambientes escolares, caracterizados como auditórios da informação em laboratórios da aprendizagem, o que leva à reflexão sobre a necessidade de se alterar a concepção do que vem a ser espaço pedagógico. Para refletir sobre esta questão, é preciso romper com o conceito restrito de sala de aula enquanto espaço físico. Masetto (2001, p. 85) contribui com essa discussão quando afirma que:

Sala de aula é espaço e tempo no qual e durante o qual os sujeitos de um processo de aprendizagem (professor e alunos) se encontram para juntos realizarem uma série de ações (na verdade, interações), como, por exemplo, ler, estudar, discutir e debater, ouvir o professor, consultar e trabalhar na biblioteca, redigir trabalhos, participar de conferências de especialistas, entrevistá-los, fazer perguntas, solucionar dúvidas, orientar trabalhos de investigação e pesquisa, desenvolver diferentes formas de expressão e comunicação, realizar oficinas e trabalhos de campo.

De acordo com esta concepção, sala de aula é qualquer lugar onde possam ser desenvolvidas situações de aprendizagem planejadas que propiciem o desenvolvimento de competências profissionais. E aula, nesta concepção, é entendida como situação de vivência, possibilitada por atividades pedagogicamente planejadas e orientadas para promover as aprendizagens, em espaços diversificados.

O *locus* da aprendizagem, portanto, não é unicamente o espaço físico de sala de aula, mas, igualmente, os diferentes espaços intra-escolares, como oficinas, laboratórios, bibliotecas, áreas livres e de convivências, auditórios etc., bem como espaços que extrapolam os muros da instituição de ensino. Locais extraescolares são, assim, espaços de aprendizagem

que devem ser considerados pelos docentes em sua ação pedagógica, especialmente o local de trabalho e locais de vivência socioprofissional. Podem ser espaços concretos ou até virtuais, reais ou simulados, desde que permitam a contextualização dos conteúdos favorecendo a construção de aprendizagens significativas para o aluno.

A contextualização pode ser promovida, aproveitando-se as relações entre conteúdos e contextos, sobretudo viabilizadas por metodologias que integrem a vivência e a prática profissional ao longo do curso. Os contextos de trabalho são aqueles que efetivamente contribuem para a constituição das competências profissionais, considerando que estas se concretizam na ação.

A educação profissional deve oferecer os contextos nos quais as competências são exercidas, tanto em situações rotineiras como naquelas inusitadas, que exigem respostas novas para a solução de problemas. E os espaços reais de trabalho são, para isso, extremamente fecundos para a constituição de competências e podem ser explorados por meio de parcerias que favoreçam essa aproximação.

Nesse sentido, podem ser programados estágios, trabalhos de campo, vivências, visitas técnicas, atividades de observação e intervenção, desenvolvimento de projetos, entre outras realizadas nas empresas e sob orientação dos docentes, que também podem contar com a colaboração dos profissionais que nelas atuam, para dar maior sentido de realidade às situações de aprendizagem vividas pelos alunos.

As atividades simuladas, realizadas em laboratórios ou oficinas, também contribuem para as aprendizagens, na medida em que reproduzem situações de trabalho e colocam os alunos diante de problemas e desafios inerentes à profissão.

Para flexibilizar o tempo, é preciso também romper com os paradigmas tradicionais do ensino sacramentados sobre cargas horárias diárias, semanais, mensais, anuais. A orientação que dividiu o currículo em disciplinas estanques dividiu o tempo com a mesma rigidez. Criou, inclusive, um tempo próprio para atividades de ensino, denominado hora-aula e subvertendo assim, a própria rigidez temporal já estabelecida pelos padrões universais de medida de tempo.

O tempo de aprendizagem pode ser qualquer tempo que possibilite o pleno desenvolvimento do aluno. É importante lembrar que, na educação profissional, não há indicação de períodos letivos (mês, bimestre, trimestre, semestre ou ano), mas carga horária mínima por área profissional, 800, 1.000 ou 1.200 horas, conforme resolução CNE/CEB nº 04/99 (BRASIL, 1999b), a ser oferecida pela escola e cumprida pelo aluno. Fica, portanto, desnecessário organizar um calendário baseado no ano letivo escolar tradicional, uma vez

que, em qualquer parte do ano civil, pode ser iniciado ou terminado um curso, dependendo do atendimento ao interesse de aprendizagem dos alunos.

Os tempos de cumprimento daquela carga horária mínima podem ser diferentes para cada aluno, conforme seu ritmo e disponibilidades, conforme a complexidade das atividades propostas, a concretização de projetos ou, ainda, conforme aproveitamento de experiências e conhecimentos adquiridos anteriormente. Em resumo, o curso deve ter a carga horária determinada, porém, o percurso de cada aluno vai depender dele próprio.

No que diz respeito à flexibilização de metodologias na educação profissional, é importante destacar duas abordagens que contribuem para a tomada de decisões relacionadas à prática pedagógica: uma diz respeito à forma em que os adultos aprendem e outra sobre a ideia do trabalho por competências.

Compreender como se dá a aprendizagem de jovens e adultos para aqueles que atuam na educação profissional é essencial, posto que estes representam grande parte da clientela desta modalidade de ensino e, também, que o ensino e a aprendizagem para esta população têm suas especificidades. É preciso considerar que este alunado já possui uma trajetória, com experiências que devem ser consideradas e integradas nos processos de aprendizagem. Além disso, para que possam construir significado com os conteúdos a serem ensinados, é preciso que estes tenham aplicabilidade e os ajudem a resolver problemas reais com os quais podem se defrontar, sejam esses problemas já enfrentados ou inusitados.

As metodologias que abarcam o pressuposto de que adultos “aprendem fazendo” são fecundas para a promoção dos aprendizados na educação profissional, quando a clientela possui experiências profissionais anteriores. O mesmo se aplica aos jovens que já vivenciam experiências no trabalho ou mesmo àqueles que estão se preparando para o exercício profissional, pois o sentido do trabalho é que dá significado às suas aprendizagens profissionais.

Tais peculiaridades podem ser também encontradas quando se atenta para os pressupostos que sustentam a ideia do trabalho por competências. É importante, prioritariamente, reconhecer que a competência é formada pela prática, construída em situações concretas, com conteúdos, contextos e riscos identificados pelos alunos. Segundo Perrenoud (1999), para desenvolver competências, os alunos devem ser colocados em situações problemáticas e desafiadoras,

[...] em situações que o obriguem a alcançar uma meta, a resolver problemas, a tomar decisões [...] o exercício constante é indispensável, é preciso confrontar-se com dificuldades específicas, bem dosadas, para aprender a superá-las. [...] O

aprendizado por problemas, desenvolvido em certas profissões profissionalizantes [...] supõe “simplesmente” que os estudantes sejam colocados em situações de identificação e resolução de problemas, construídos pelos professores de maneira a encorajar uma progressão na assimilação dos conhecimentos e na construção das competências. O trabalho sobre os problemas abertos [...] insiste em problemas com enunciados curtos, que não induzem nem o método, nem a solução. Esta última não é encontrada pela aplicação metódica do bom logaritmo ou pelo uso impensado dos últimos procedimentos ensinados. Os alunos devem procurar a solução, construí-la, o que evidentemente supõe que a tarefa proposta esteja em sua zona de desenvolvimento próxima e que possa apoiar-se em uma certa familiaridade com o campo conceitual implicado (PERRENOUD, 1999, p. 39-57).

Para o desenvolvimento de um modelo de ensino orientado por competências, é necessário transpor algumas barreiras, e a primeira delas é desprender-se dos conteúdos fixos e desprovidos de contexto, organizados em disciplinas, descoladas de desafios significativos para os alunos. A lógica das competências, portanto, se contrapõe aos modelos centrados em conteúdos.

A educação profissional pautada nas competências pressupõe a adoção de metodologias centradas no sujeito que aprende, e ancoradas no planejamento sistemático de estratégias pedagógicas que se constituam em desafios e requeiram a mobilização de recursos intelectuais.

Para Perrenoud (1998, p. 4),

A mobilização exerce-se em situações complexas, que obrigam a pessoa a estabelecer o problema antes de resolvê-lo, a determinar os conhecimentos pertinentes, a reorganizá-los em função da situação, a extrapolar ou preencher as lacunas. Entre conhecer a noção de juros e compreender a evolução da taxa hipotecária, há uma grande diferença. Os exercícios escolares clássicos permitem a consolidação da noção e dos algoritmos de cálculo. Eles não trabalham a transferência. Para ir nesse sentido, seria necessário colocar-se em situações complexas, como obrigações hipotecárias, empréstimos, leasing. Não adianta colocar essas palavras nos dados de um problema de matemática para que essas noções sejam compreendidas, ainda menos para que a mobilização dos conhecimentos seja exercida. Entre saber o que é um vírus e proteger-se conscientemente das doenças virais, a diferença não é menor. Do mesmo modo que entre conhecer as leis da física e construir uma barca, fazer um modelo reduzido voar, isolar uma casa ou instalar corretamente um interruptor.

Reforçando esta ideia, Machado (2002, p. 146) destaca que a competência está sempre associada à mobilização de saberes. Não representa um conhecimento acumulado, mas é expressa na ação, na capacidade de se recorrer ao que se sabe para a realização do que se deseja. “Todo o conhecimento do mundo ‘não vale um tostão furado’ se não estiver a serviço da inteligência”.

Outras características inerentes ao trabalhado por competência, como a interdisciplinaridade e a contextualização, também são ressaltadas pelo autor, quando destaca

que a ideia de competência vai além da ideia da interdisciplinaridade como integração entre disciplinas, contrapondo-se definitivamente à fragmentação disciplinar, na medida em que privilegia a rede de significações que emerge de um dado contexto. Contextualizar, por sua vez, é estratégia fundamental para a construção de significações, pois, “sem uma narrativa, a vida não tem significado” (MACHADO, 2002, p. 150).

A partir desta noção, o desenvolvimento de competências necessariamente implica a participação ativa dos sujeitos em situações concretas e torna, portanto, imprescindível que se pense na flexibilização dos caminhos para a sua consecução. Daí a necessidade de se criar uma gama variada de estratégias, as quais deem aos alunos oportunidades diferenciadas.

No planejamento para a educação profissional, pensar em competências implica necessariamente a inclusão de estratégias de aprendizagem que considerem ações relacionadas com os processos de trabalho, nos quais são colocados os sujeitos que aprendem.

Os Referenciais Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico reafirmam esta ideia quando destacam que:

Os programas de educação profissional, com currículos dirigidos para competências requeridas pelo contexto de uma determinada área profissional, caracterizam-se por um conjunto significativo de problemas e projetos, reais ou simulados, propostos aos participantes e que desencadeiem ações resolutivas, incluídas as de pesquisa e estudo de conteúdos ou de bases tecnológica de suporte (BRASIL, 2000, p. 26).

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Ensino Médio destacam que:

O ensino deve contextualizar competências, visando significativamente à ação profissional. Daí que a prática se configura não com situações ou momentos distintos do curso, mas como uma metodologia de ensino que contextualiza e põe em ação o aprendizado. (BRASIL, 1999)

Ao participar de um projeto, o aluno se vê envolvido em uma experiência educativa aberta, cujo processo de construção de competências está integrado às práticas vividas. Tais competências são construídas em estreita relação com os contextos em que são utilizadas, integrando os aspectos cognitivos, emocionais e sociais presentes no processo de trabalho.

Tal projeto se constitui, assim, como caminho metodológico, pois se pauta em princípios que consideram a aprendizagem como:

O resultado do processo de desequilíbrio-equilíbrio (“processo de equilibração”). [...] Entre a condição de desequilíbrio e a satisfação da necessidade por ele provocada, há uma intensa atividade do indivíduo (processos de assimilação-

acomodação) da qual resulta a ampliação dos recursos de entendimento (esquemas), [...] (ROSA, 2000, p. 38).

Em outras palavras:

O caminho da aprendizagem começa com uma dificuldade (problema) e com a necessidade de resolvê-la. Da percepção das insuficiências de respostas do próprio sujeito, desencadeia-se um movimento de busca de novas soluções (conflito cognitivo) no mundo externo. A partir daí, entra em ação uma série de operações mentais que visam voltar ao estado de equilíbrio (conhecimento), nas quais hipóteses são formuladas, testadas e revisadas tantas vezes quanto necessárias (ROSA, 2000, p. 42).

As situações de aprendizagem planejadas para subsidiar o desenvolvimento de projetos devem considerar um conjunto de estratégias que coloquem o aluno como sujeito do processo de construção das competências. São bem-vindas, portanto, atividades que envolvam resolução de problemas, estudos de casos, jogos e vivências, pesquisas, discussões em grupo e apresentações plenárias, trabalhos de campo, visitas técnicas, dentre outras propostas ativas que objetivem estimular a atividade do aluno, exigindo que busque e selecione informações relevantes, que opine, que tome decisões e que desenvolva sua autonomia para responder aos desafios inerentes à natureza do trabalho em uma dada área profissional.

A realização de atividades em grupo e a criação de espaços para a convivência plural e para o compartilhamento de ideias devem ser estimuladas, de modo a gerar processos de construção colaborativa das competências. A convivência social, com iguais oportunidades para pessoas diferentes, o repúdio ao preconceito de qualquer espécie e a responsabilidade socioambiental devem ser encarados como valores inerentes ao desenvolvimento dos projetos.

Nesta ótica, o trabalho docente já não se encontra vinculado ao ensinar, tal como tradicionalmente esteve, mas ao planejamento e à mediação de estratégias que promovam aprendizagens significativas. Porém, esforços devem ser direcionados para a formação de docentes, para que possam atuar de acordo com os princípios que orientam o trabalho por competências e que comungam com a proposta de aprendizagem com autonomia, aqui entendida como a capacidade de mobilizar recursos para a resolução de problemas.

No que diz respeito à flexibilização nos processos de avaliação, esta pode ser entendida a partir dos princípios que regem a proposição formativa, a qual leva em conta os aspectos de autoavaliação do aprendiz, na medida em que considera as especificidades do processo de desenvolvimento do aluno, e permite, pois, abordagens individualizadas. Na avaliação formativa são valorizados aspectos importantes do processo de ensino-aprendizagem, por meio de um acompanhamento contínuo e diferenciado, que engloba a

aprendizagem dos alunos de forma plena e permite ao docente aprimorar continuamente o seu plano de ensino. A avaliação formativa preocupa-se antes com o processo do que com os resultados, pois coloca o aluno como sujeito ativo e permite diferenciar o ensino.

A avaliação formativa facilita priorizar a construção de itinerários pessoais de formação, o que favorece a flexibilização do ensino. Conforme destaca Perrenoud (2007, p.3), em entrevista sobre avaliação formativa,

A avaliação formativa está a serviço da regulamentação de processos de aprendizado, assim como a intervenção educativa e o dispositivo de ensino-aprendizado. Uma parte dessa regulamentação pode estar relacionada com o conjunto de uma classe de alunos: quando o professor diminui o ritmo, revisa uma matéria mal compreendida ou adota um outro método para abordar um assunto, está baseando-se numa avaliação das dificuldades de aprendizado de uma proporção considerável de seus alunos. Seria melhor, no entanto, que a regulamentação fosse individualizada tanto quanto possível, pois todos os alunos não encontram as mesmas dificuldades.

Esta avaliação pressupõe a introdução de mecanismos para a autoavaliação. A definição conjunta de critérios, em que se envolvem alunos e docentes, dá sustentação aos processos de autoavaliação, já que o aluno torna-se sujeito ativo e responsável pelo seu próprio desenvolvimento. Na educação profissional, à avaliação formativa devem ser associados princípios de avaliação de competências. A avaliação de competências pressupõe o acompanhamento sistemático e individualizado dos alunos para que se promova a regulação das aprendizagens, para tanto, devemos incluir no processo, mecanismos de observação e *feedback* constante.

Para se avaliar por competências, devem-se considerar situações concretas que exijam a mobilização e a articulação dos recursos construídos pelo aluno. A avaliação deve considerar manifestações observáveis do comportamento, que indicam que o aluno sabe fazer e também considera valores relacionados com a ética, a qualidade e a capacidade de conviver.

Por isso, necessita-se de formas de organização e principalmente práticas pedagógicas flexíveis, não rígidas e convencionais. Deve-se, portanto, planejar e oferecer diversificados e flexíveis espaços, ambientes, situações e métodos de aprendizagem, de modo a propiciar a prática cotidiana de autonomia e de iniciativa, bem como instigar a descoberta, a inovação e a criatividade, tornando-se um efetivo suporte para a sustentabilidade e competitividade da indústria brasileira e para a formação e empregabilidade dos trabalhadores.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

O documento oficial das Orientações Curriculares para o Ensino Médio, publicado pela Secretaria de Educação Básica do Ministério da Educação, tem mencionado a inserção da modelagem na sala de aula (BRASIL, 2006). Nele, a Modelagem Matemática é compreendida como a “habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

Utilizando essa metodologia, há condições suficientes para que sejam trazidos para a sala de aula temas do cotidiano dos alunos, com problemas voltados a sua realidade, dando-lhes a oportunidade de indagações concretas na busca da construção de seus conhecimentos.

Ante uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento (BRASIL, 2006, p. 84-85).

Assim, tem-se a possibilidade de tornar a sala de aula um ambiente que propicie a construção do saber e auxilie no desenvolvimento de um pensamento crítico e reflexivo, conforme apontam as orientações do MEC para subsidiar o desenvolvimento do modelo de educação profissional. Preconizado pela legislação educacional, o desenvolvimento de competências pelo aluno supõe a adoção de metodologias centradas no sujeito que aprende, ancorando-se em planejamentos sistemáticos das atividades pedagógicas pelos docentes, em termos de atividades, desafios ou projetos para o exercício das competências pretendidas.

Considerando que o desenvolvimento de competências implica a participação ativa do sujeito na construção do conhecimento, o desenho curricular deve apontar claramente os objetivos desejados, porém, flexibilizando os caminhos para a sua execução, deixando de ter um caráter totalmente prescritivo e estático. Passa a ser, portanto, um currículo que permite utilizar estratégias pedagógicas variadas e adequadas às diferentes situações e estilos de aprendizagem.

De maneira geral, busca-se o trabalho com situações reais, não matemáticas, em sala de aula, e o uso de conceitos e resultados matemáticos para discutir e resolver problemas

pertinentes a essa situação real. Utiliza-se, para isso, uma modelagem fundamentada numa educação matemática crítica, procurando levantar discussões sobre o papel da matemática na sociedade, em que modelos matemáticos são usados na tomada de decisões e também para configurar situações reais.

A complexidade da ação pedagógica envolve diversos interesses, sentimentos, objetivos e conceitos, e requer de todos os agentes nela envolvidos, sejam eles professores, mentores e articuladores do ambiente de aprendizagem, os quais se deparam constantemente com circunstâncias nas quais têm de se posicionar, direcionar, investigar e envolver. Essa complexidade se intensifica em ambientes de Modelagem Matemática, que também exige dos professores a ação de levar em conta o currículo e o conhecimento que os alunos precisam construir, além de fazer inferências na direção moderada ao trabalho dos alunos, pois, nessa perspectiva, eles são autores na construção do próprio conhecimento.

Barbosa (2001b) salienta que a implementação da Modelagem Matemática em sala de aula demanda uma grande mudança na postura do professor, que precisa ser mais reflexiva, e no currículo escolar, que precisa ser flexível.

Para Barbosa (2001b):

A formação de professores em relação à Modelagem deve transcender as vivências matemáticas com estas abordagens. Não basta os professores terem experiências com Modelagem, é necessário igualmente envolvê-los no conhecimento associado às questões curriculares, didáticas e cognitivas da Modelagem na sala de aula, os quais só tem sentido na própria prática (BARBOSA, 2001b, p. 14).

Neste sentido, além de produzir conhecimentos sobre a Modelagem, é necessário desenvolver ações que permitam incorporá-la à prática. Nessas ações, precisa-se ter a oportunidade de vivenciar situações didáticas de modelagem com a finalidade de promover um ensino reflexivo, analisar e refletir sobre as possibilidades desta no ensino e aprendizagem para a Educação Técnica.

Barbosa (2004) apresenta resultados de pesquisas que mostram que os educadores, apesar de considerarem o trabalho com modelagem uma experiência positiva, sentem-se inseguros quanto à sua implementação na escola. Para Barbosa, esta postura é resultante da seguinte formação: por não terem vivenciado atividades educativas na perspectiva da modelagem, acabam por manter a prática tradicional.

A prática docente, segundo Caldeira (2007), também é determinada pela concepção epistemológica acerca do conhecimento matemático, e a adoção da Modelagem Matemática como prática pedagógica exige considerar matemática como um conhecimento historicamente

construído e como uma ferramenta capaz de auxiliar na compreensão do mundo e na tomada de decisões em situações reais. Tais pressupostos atendem ao objetivo central do processo de ensino e aprendizagem – a formação geral do estudante – e determinam que a ação pedagógica proporcione aos alunos situações que lhes permitam refletir sobre suas relações sociais e culturais e assumir papel ativo na construção do seu conhecimento. O fio condutor do processo de ensino-aprendizagem deve ser a pesquisa.

Seguindo por esta perspectiva, Barbosa (2001) sugere uma visão crítica e social de Modelagem Matemática, em que “as atividades de Modelagem Matemática são consideradas como oportunidade para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea” (BARBOSA, 2001, p. 4). Tal proposta destaca o papel do professor em ajudar o aluno a considerar a dimensão do conhecimento reflexivo, transição que não é natural para ele.

Oliveira e Barbosa (2007) analisam a experiência de um professor iniciante que desenvolve um projeto em um ambiente de modelagem matemática e discutem como ele conduz a implementação do projeto. O professor propôs a atividade de forma excessivamente estruturada, seguiu apontando os caminhos a serem percorridos pelos alunos e, conseqüentemente, limitando as possibilidades de reflexão e inferência dos alunos na situação problematizada. Tal estratégia, conforme conclusão dos pesquisadores, dissolveu algumas características do ambiente de modelagem: o estímulo à indagação, à formulação de hipóteses e à investigação, pois o professor adotou um estilo de comunicação fechada, conduziu direta e excessivamente as ações dos alunos, perdeu a oportunidade de fomentar discussões e não propiciou a participação ativa dos alunos na construção dos conhecimentos.

Oliveira e Barbosa (2007), ao analisarem a participação de professores no desenvolvimento das estratégias dos alunos, consideraram que a intervenção pedagógica de forma direta pode reduzir as possibilidades de os alunos construir o conhecimento, o discurso do professor pode acabar formatando as ações dos alunos e, assim, dissolvendo características do ambiente de Modelagem Matemática pautada nas noções de indagação.

Barbosa (2001) propõe que o professor explore os diferentes caminhos que surgirem de acordo com as estratégias empreendidas pelos alunos. E apresenta dois aspectos que considera fundamentais para que as atividades em sala de aula sejam consideradas atividades de Modelagem:

As atividades devem construir problemas para os alunos, [...] eles não devem possuir esquemas prévios para abordá-las, terão que demandar certo esforço intelectual.

As atividades devem se sustentar no mundo-vida das pessoas, evoluindo dados empíricos reais (BARBOSA, 2004, p. 4).

Sendo assim, ao se planejar uma atividade de Modelagem, deve-se, além de levar em conta esses aspectos, dar relevância aos aspectos referentes às questões curriculares, instrumentais, operacionais etc.. Contudo, adotar esta perspectiva pedagógica demanda um embasamento teórico que dê sustentação em situações nas quais o professor assumirá um novo papel. No entanto, somente com a prática é que este novo papel irá se consolidar.

2.1 DEFINIÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática tem-se constituído ao longo das últimas décadas numa das tendências metodológicas mais estudadas, visando à melhoria do ensino de Matemática em Escolas de Educação Básica. Vários autores e pesquisadores, profissionais da educação matemática e matemáticos profissionais (ou da matemática pura e aplicada) têm tratado a Modelagem Matemática a partir de distintos pontos de vista.

Parte-se, então, da ideia de Modelagem Matemática vista como ambiente de aprendizagem, sendo este último entendido como a totalidade das condições de ensino, sejam elas físicas ou psicológicas, de acordo com Skovsmose (2000).

Diante do exposto, percebe-se que não é obrigatória a construção de modelos matemáticos formais, mas é valorizada a totalidade das atividades desenvolvidas e das discussões ocorridas ao longo do processo no desenvolvimento do ambiente, as quais oportunizam a aprendizagem, tanto de saberes matemáticos quanto de outros saberes que constituem a Modelagem Matemática. Mesmo assim, optou-se, neste trabalho pela construção e análise de modelos.

Na compreensão das situações cotidianas, em geral, as pessoas organizam as informações criando estruturas mentais próprias de acordo com cada realidade. Naturalmente, criam-se modelos para interpretar os diversos tipos de fenômenos.

A partir de diferentes estímulos, em diferentes momentos, o indivíduo pode ativar partes distintas de sua imagem de conceitos. Por exemplo, quando ouve a palavra *função*, lembra-se de um gráfico, de uma tabela, de uma expressão específica, de uma situação de modelagem construída, etc. Acredita-se que a Modelagem Matemática pode proporcionar a criação de imagens conceituais ricas, as quais podem contribuir para a aprendizagem de novos conceitos de forma significativa. As múltiplas representações que a construção de modelos

proporciona permitem que os estudantes, em diferentes momentos, possam evocá-las e assim possibilitam que novos conceitos sejam aprendidos.

A Modelagem Matemática no Brasil está fortemente relacionada à ideia de projetos de ensino, baseando-se no contexto sócio-cultural dos estudantes e partindo dos seus próprios interesses (BARBOSA, 2001b). De acordo com Bassanezi (2002), ela pode ser vista tanto como método de pesquisa no ambiente da Matemática Aplicada, quanto como estratégia de ensino-aprendizagem na Educação Matemática. No primeiro sentido, Bassanezi destaca a relevância da modelagem como instrumento de pesquisa no sentido de estimular novas ideias e técnicas experimentais, apresentar resultados diferentes dos previstos preliminarmente, permitir previsões, facilitar a compreensão da realidade e fornecer uma linguagem comum, contribuindo para o entrosamento interdisciplinar.

Na visão de Bassanezi (2002, p. 24):

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação dos modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Nessa perspectiva, a modelagem é uma ferramenta importante, que fornece aproximações da realidade.

A Modelagem Matemática aplicada à Educação Matemática sofre influências do projeto educacional brasileiro, que busca a educação para o trabalho e a cidadania, sugerindo abordagens como as adotadas pela modelagem. As diretrizes desse projeto estão registradas nos PCNs (BRASIL, 2002).

Por Modelagem Matemática, Barbosa (2001) afirma que

[...] trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da Matemática sem procedimentos fixados previamente com possibilidades diversas de encaminhamentos. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvam a atividade (BARBOSA, 2001, p. 9).

Um olhar sobre o processo de Modelagem Matemática com múltiplas representações e questionamentos contribui para a aprendizagem de novos conceitos. A utilização de diferentes registros de representação de determinado objeto matemático e a coordenação adequada entre estes registros representa uma oportunidade de o aluno compreender o objeto matemático como um todo.

Desta maneira, o ambiente de modelagem é caracterizado pelo fato de a situação abordada ter referência com a realidade profissional do aluno, o que pode favorecer a utilização, na sala de aula, de conhecimentos construídos em outros ambientes sociais. Estes ambientes passam a ser um problema para os estudantes, caso não possuam estratégias previamente estabelecidas para representar a situação. Assim, devem-se potencializar reflexões sobre a presença da matemática no seu cotidiano, pois é necessário educar criticamente as pessoas através da matemática e não simplesmente informá-las matematicamente (BARBOSA, 2001). Mas, para poder potencializar essas reflexões, os alunos devem ser cativados a participar de tal cenário, seja através de situações já presenciadas por eles ou situações que farão parte de suas realidades.

Barbosa (2001, p. 6) afirma que a Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Porém este convite pode ou não ser aceito pelos alunos. O envolvimento dos alunos pode depender do ambiente de aprendizagem organizado pelo professor e este envolvimento com o ambiente de aprendizagem somente ocorre quando os alunos se encontram com o ambiente proposto. O convite que faz referência à indagação e à investigação é parte fundamental da atividade. Segundo Paulo Freire (1998), o caminho da educação é a indagação. (BARBOSA, 2001).

O que o professor deveria ensinar – porque ele próprio deveria sabê-lo – seria antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de pergunta é que se deve sair em busca de respostas e não o contrário (FREIRE e FAUNDEZ apud BARBOSA, 2001, p. 6).

Porém, Barbosa (2001) propõe uma abrangência maior para a indagação:

A indagação não se limita a explicação do problema, mas uma atitude que permeia o processo de resolução. Se tomarmos um ponto de vista sócio-crítico, a indagação ultrapassa a formulação ou a compreensão de um problema, integrando os conhecimentos de matemática, de modelagem e reflexivo (BARBOSA, 2001, p. 6).

Ainda, de acordo com Barbosa (2001), a busca, a seleção, a organização e a manipulação de informações, chamadas de investigação, é o caminho que se deve percorrer para fazer a indagação.

Pode-se dizer que Modelagem é uma investigação matemática, pois ela se dá por meio de conceitos, ideias e algoritmos desta disciplina. Porém, deve-se distinguir das investigações matemáticas que tratam de situações formuladas em termos da matemática pura sem referências a outras áreas de conhecimento (BARBOSA, 2001, p. 7).

Para Skovsmose (2000), o ambiente de aprendizagem que pode sustentar um trabalho de investigação é chamado de “cenário para investigação” e se diferencia, conforme observações feitas em diversas escolas, da educação matemática tradicional que se enquadra no paradigma do exercício.

Para Skovsmose (2000), de uma forma geral, as aulas de matemática que se dividem em dois momentos - no primeiro, o professor apresenta os conceitos e as técnicas para resolver exercícios e, no segundo, os alunos resolvem os exercícios que são apresentados, muitas vezes, reproduzindo os argumentos utilizados pelo professor – são aulas da educação matemática tradicional e se enquadram no paradigma do exercício. Segundo o autor, o paradigma do exercício traz uma matemática que serve somente para a sala de aula, visto que, dos exercícios, espera-se que tenham apenas uma resposta correta. Este tipo de aula vem sendo um contraponto a uma aula com abordagens de investigação.

Skovsmose (2000) define também três tipos de referências em que a educação matemática é ministrada em sala de aula: a primeira refere-se à matemática pura; a segunda é abordada com exemplos que se referem à realidade, mas não apresentam valores reais, são de uma realidade produzida; e, finalmente, a terceira, que é baseada em situações da realidade.

[...] muitos esforços tem sidos realizados para clarificar a noção de significado em termos de referências. Esses esforços têm inspirado educadores matemáticos a discutirem significado no tocante a referências possíveis dos conceitos matemáticos. [...] em minha interpretação, as referências também incluem os motivos das acções; em outras palavras, incluem o contexto para localizar o objectivo de uma acção; (realizada pelo aluno na sala de aula de matemática). [...] diferentes tipos de referências são possíveis. Primeiro, questões e actividades matemáticas podem se referir à matemática e somente à ela. Segundo, é possível se referir a uma semi-realidade; não se trata de uma realidade que “de facto” observamos, mas uma realidade construída [...]. Finalmente, alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situações da vida real (SKOVSMOSE, 2000, p. 74).

Com base na distinção entre os três tipos de referência e a distinção entre os dois paradigmas de práticas de ensino de matemática em sala de aula, o autor propõe um novo cenário para o ensino de matemática, que se utiliza de uma abordagem investigativa, como mostra o quadro abaixo com os seis tipos diferentes de ambientes de aprendizagem.

	Exercícios	Cenários para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Quadro 1: Quadro dos diferentes tipos de Ambientes de Aprendizagem.

Fonte: (SKOVSMOSE, 2000, p. 75)

No ambiente (1), as atividades são apenas relacionadas à própria matemática, como por exemplo, somar três monômios com partes literais diferentes. No ambiente (3), o professor apresenta uma atividade que simula a realidade como, por exemplo: Joãozinho, 10 anos de idade, foi à feira para sua mãe e comprou 10kg de maçã, 15 kg de tomate e 12 kg de cenoura. Quantos quilos Joãozinho terá que carregar? Neste exemplo, é mostrada uma situação artificial, pois provavelmente não tenha sido feita uma investigação empírica ao se formular o problema. Sendo assim, este problema refere-se a uma semi-realidade. No ambiente (5), as atividades têm referência à realidade, como, por exemplo, pedir para os alunos calcularem o quanto gastariam para comprar 10kg de maçã, 15kg de tomate e 12kg de cenoura, informando o preço real do quilograma de cada produto.

Segundo Skovsmose (2000), os ambientes (1), (3) e (5) são constituídos por situações definidas pelo paradigma do exercício. Nessas situações, não há preocupação em debater formas de resolução, há apenas um método para tal e existe somente uma resposta correta. Nos três ambientes, o professor é o responsável por propor o tema e formular as questões, é o professor quem define os objetivos, as referências utilizadas e os métodos de resolução da atividade.

As aulas tradicionais de Matemática, em geral, estão voltadas para o paradigma do exercício e se enquadram nos ambientes (1) e (3). Para Skovsmose (2000), a prática de exercícios também é importante para a aprendizagem de Matemática e tais exercícios podem ser usados como um meio de fixar algumas experiências. Porém, não deve se limitar à aplicação de fórmulas e reprodução de algoritmos, mas proporcionar aos alunos atividades que gerem indagações, pesquisas, sondagens, análises, reflexões. A estas associam-se, os ambientes de aprendizagem (2), (4) e (6), definidos por Skovsmose (2000) como cenários para investigação, nos quais é feito o convite aos alunos a formularem questões e procurarem explicações.

O ambiente (2) é caracterizado por atividades que se referem à matemática pura, porém, propondo debater o tema com os alunos e preocupando-se em propor situações que viabilizem investigações por parte dos estudantes, como, por exemplo, quando o professor propõe que determinados monômios são lados de figuras geométricas e questiona seus alunos quanto ao perímetro de um retângulo ou um triângulo retângulo e depois os questiona quanto ao perímetro de um quadrado ou de um triângulo equilátero ou de um hexágono. Há diferença entre estes perímetros? Diferenciam-se apenas pelo número de lados? Estas questões proporcionam momentos de reflexão sobre a atividade.

Assim como o ambiente (2), os ambientes (4) e (6) acontecem num cenário para investigação, apenas com mudanças nas referências que são a semi-realidade e a realidade, respectivamente. Porém, a postura de questionamentos do professor frente aos alunos permanece, assim como os diversos caminhos acerca da atividade proposta.

Porém, segundo Skovsmose (2000), a educação matemática deve mover-se entre os diferentes ambientes, de acordo com o andamento das atividades, não desconsiderando um ou outro. Juntos, professores e alunos devem achar o caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem.

De forma geral, uma atividade de Modelagem Matemática compreende alguns procedimentos. Primeiramente, é preciso compreender a situação problema que se pretende estudar, organizando todas as informações obtidas em relação à ela; a seguir, o que se tem a fazer é levantar as hipóteses e procurar analisá-las; na sequência, torna-se necessário definir todas as variáveis essenciais envolvidas no problema em questão, cujas relações conduzem ao problema matemático que se precisa resolver e, finalmente, as possíveis soluções encontradas poderão ser avaliadas.

Em defesa da utilização da Modelagem como alternativa metodológica no ensino e aprendizagem da matemática, há alguns argumentos apresentados por Blum (apud BASSANEZI, 2002, p. 36-37). São eles:

- Argumento formativo: por meio de aplicações matemáticas e resoluções de problemas se desenvolvem capacidades e atitudes críticas, criativas e explorativas;
- Argumento de competência crítica: os estudantes são preparados para viverem como cidadãos autônomos, e logo, atuantes na sociedade, formando suas próprias opiniões;
- Argumento de utilidade: o aluno se sentirá mais preparado para utilizar a Matemática como ferramenta para a resolução de problemas em diversas situações e áreas;
- Argumento intrínseco: considera que, assim como a resolução de problemas, a inclusão da modelagem e aplicações fornece ao estudante um quadro rico para entender e interpretar a própria matemática e todas as suas facetas;
- Argumento aprendizagem: garante que os processos aplicativos facilitem ao estudante procurar, descobrir, perguntar e compreender melhor.

Estes argumentos apresentam motivos bastante convincentes para uma possível inserção da Modelagem nos currículos escolares.

Barbosa (2003) também apresenta argumentos para a inclusão da modelagem no currículo:

- Motivação: os alunos sentir-se-iam estimulados para o estudo de matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola;

- Facilitação da aprendizagem: os alunos teriam mais facilidade em compreender as ideias matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos;
- Preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas: os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar matemática em diversas situações, o que é desejável para moverem-se no dia a dia e no mundo do trabalho;
- Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração: os alunos desenvolveriam habilidades gerais de investigação;
- Compreensão do papel sócio-cultural da matemática: os alunos analisariam como a matemática é usada nas práticas sociais (BARBOSA, 2003, p. 67).

A partir das colocações feitas por Barbosa (2003), nas quais a participação ativa do discente é fundamentada através de argumentos consistentes, nota-se que atividades de Modelagem Matemática podem fazer a diferença no ensino e aprendizagem dos alunos e na prática educacional.

Nas atividades de resolução de problemas encontrados nos livros didáticos baseados no paradigma do exemplo proposto e da repetição de exercícios similares ao exemplo, vê-se que os objetivos são bem definidos, exigindo do aprendiz, muitas vezes, apenas a aplicação de uma única linha de raciocínio apresentada em aula. De forma geral, o problema é fabricado de modo artificial e não oriundo de uma situação real, além de ter solução única que independe do meio. Atividades como essa fortalecem a ideia errada de que a atividade científica produz resultados exatos e desperdiçam a oportunidade de analisar os erros inerentes aos processos de construção da resposta.

Modelar matematicamente, por si só, sugere aproximação ou busca pela melhor solução. Além disso, é importante que o aluno participe da coleta dos dados da atividade experimental, pois, nessa fase, ele fará as construções que indicarão os caminhos a serem seguidos na obtenção de um modelo. Essas informações podem vir da constatação de padrões de repetição ou tendências de crescimento ou decréscimo de determinado parâmetro.

Pode-se afirmar, porém, que cada aluno com sua maneira própria de pensar, ver, sentir e reagir, vivencia a aula de forma singular, concluindo-se, assim, que as aulas devem ser elaboradas a partir das concepções dos alunos, através do diálogo e da avaliação contínua, aproximando, aos poucos, os conhecimentos que os alunos trazem, frutos da sabedoria popular, com os conhecimentos científicos que se deseja trabalhar.

Alguns pesquisadores propõem ações concretas para a implementação da Modelagem Matemática em sala de aula. De acordo com Bassanezi (2002), quando se pressupõe analisar um fato ou situação real cientificamente, substituindo uma visão ingênua por uma postura crítica e mais abrangente, deve-se usar uma linguagem que facilite e racionalize o pensamento. A Modelagem Matemática vem ao encontro desta necessidade, tanto como ambiente de aprendizagem quanto como processo de obtenção de modelos para as

situações reais, fazendo uso da linguagem matemática. Esse processo, em geral, tem início com a identificação de um problema para o qual se deseja obter a solução, dentro de uma situação mais ampla. Cabe aqui salientar que identificar qual é o problema e quais são as informações relevantes dentro da situação-problema nem sempre é uma tarefa fácil. Dirimida a dúvida e definidas as diferenças entre os dois conceitos, é aplicada a modelagem propriamente dita, distinguindo condições e fatos importantes e traduzindo-os para a linguagem matemática, criando-se assim um modelo. A seguir, de acordo com as técnicas necessárias, parte-se para a resolução da situação-problema e posterior validação da solução encontrada.

Burak (1992) também propõe algumas etapas para tal implementação:

- 1) Escolha do tema: o processo de Modelagem tem início com a escolha do tema, a partir de um rol de títulos levantados pelos próprios participantes. A princípio, o tema pode ou não ter ligação com a matemática e pode ser ou estar relacionado a diversos assuntos.
- 2) Fase exploratória: definidos os temas e os grupos, tem início a fase exploratória, que consiste em um contato mais estreito - visitas, coleta de dados sobre o tema escolhido, revistas, jornais, entrevistas – dos membros de determinado grupo com o tema escolhido.
- 3) Formulação do problema ou especificação do interesse: um problema deve, inicialmente, ser formulado de forma clara em linguagem corrente ou natural, o que exige uma visão muito precisa da situação estudada.
- 4) A construção do Modelo (equacionamento do problema): a tradução do problema em linguagem matemática e as relações estabelecidas entre as variáveis intervenientes no problema constituem o modelo.
- 5) Validação do Modelo: consiste em checar a formulação, as equações, os gráficos ou a planta baixa com a situação inicial e verificar se o modelo apresenta características gerais da situação inicial.
- 6) Reformulação do Modelo: reorienta a relação entre as variáveis envolvidas.
- 7) Interpretação dos resultados: o resultado obtido pela resolução do modelo não deve ser aceito de imediato. Torna-se necessária a sua interpretação, pois, muitas vezes, o resultado satisfaz a sentença matemática, mas não satisfaz o problema. (BURAK, 1992, p. 178-180).

Ainda em relação à implementação da Modelagem Matemática em sala de aula, Biembengut e Hein (2000) sugerem três etapas: a Interação, a Matematização e o Modelo Matemático:

Na etapa da Interação, os autores sugerem que seja feita uma breve apresentação sobre o tema escolhido pelo professor ou pelos alunos, com o qual estes precisam se familiarizar. Em seguida, faz-se um levantamento de questões, utilizando-se exemplos do dia a dia. Nesse momento, o professor deve intervir, procurando incentivar a participação dos alunos nas discussões.

Na etapa da Matematização, as questões a serem investigadas são formuladas e a atividade proposta. A partir deste momento, busca-se resolvê-las; a situação problema é traduzida para a linguagem matemática em termos de modelos: seja uma tabela, um gráfico, uma equação ou outra forma de representação que responda às questões propostas. Nesta etapa, são classificadas as informações em relevantes ou não relevantes; decide-se quais os fatores a serem perseguidos, quais as constantes envolvidas, quais as variáveis relevantes, quais os símbolos apropriados a estas variáveis. É aqui que se formula um problema e se estrutura este problema segundo um modelo matemático que conduza o raciocínio até a solução do mesmo.

Para atingir o objetivo, além de muita criatividade e perseverança, é necessário interpretar e decidir pelo conteúdo matemático que melhor se adapte à análise dos dados. Nesse processo, o professor é o orientador e pode desenvolver os conteúdos necessários para a efetivação do trabalho, pois quanto mais conhecimentos matemáticos os alunos possuem, mais fácil será a elaboração do modelo. Os autores consideram que a exposição de exemplos análogos pode ajudar nessa tarefa, proporcionando uma visão mais clara sobre o assunto, suprimindo deficiências e preenchendo possíveis lacunas quanto aos conceitos envolvidos.

Na última etapa, a do Modelo Matemático, o modelo encontrado deve ser avaliado quanto à validade e à importância, o que ocorre na análise dos resultados obtidos. Se o modelo atender às expectativas iniciais, esta etapa está finalizada. A ação pedagógica deve provocar discussões sobre os modelos construídos e o processo empreendido e incentivar a comunicação dos resultados.

As sugestões apresentadas por Biembengut e Hein (2000) podem contribuir para alicerçar o embasamento teórico do professor com o objetivo de adotar a Modelagem Matemática. Por outro lado, não levam em consideração a dinâmica que um ambiente dessa natureza impõe ao professor, pois, em situações abertas, nem sempre é possível prever as reações dos alunos nem as ações que serão empreendidas por eles no desenvolvimento do processo, o que exige uma postura flexível e dinâmica do condutor desse processo e uma preparação consistente do professor.

Diversos autores têm argumentado pela plausibilidade de utilizar Modelagem Matemática no ensino de matemática, como alternativa ao chamado método tradicional de ensino. Barbosa (2001, p. 8) coloca que o ambiente de ensino e de aprendizagem da Modelagem Matemática pode se configurar através de três níveis de possibilidades, os quais o autor denominou de Casos 1, 2 e 3, sem limites claros, que ilustram a materialização da modelagem em sala de aula. Estes Casos, Modalidades ou Níveis representam as diferentes

possibilidades que os professores têm para organizar a Modelagem em sala de aula, na qual professor e aluno assumem tarefas diferentes.

Os três casos ilustram a maleabilidade da Modelagem em diferentes cenários escolares. O esquema abaixo ilustra esses três níveis de possibilidades.

Tabela 1: Envolvimento de professor e aluno em cada caso no processo de Modelagem.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema	professor	Professor	professor /aluno
Simplificação	professor	professor /aluno	professor /aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor /aluno	professor /aluno
Resolução	professor /aluno	professor /aluno	professor /aluno

Fonte: (BARBOSA, 2001, p. 9)

Caso 1: Trata-se da problematização de algum episódio real: A partir das informações qualitativas e quantitativas apresentadas no texto da situação, o aluno desenvolve a resolução do problema proposto.

O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

Caso 2: Trata-se da apresentação de um problema aplicado: Os dados são coletados pelos próprios alunos durante o processo de investigação.

O professor traz para a sala de aula um problema proveniente do cotidiano ou de outro componente curricular, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias a sua resolução

Caso 3: Tema gerador: Os alunos coletam informações qualitativas e quantitativas, formulam e solucionam o problema.

A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema.

Este último caso pode ser caracterizado como trabalho por projetos, em que se escolhe um tema de interesse para ser investigado por meio da matemática. Esses casos apresentam flexibilidade em relação ao tempo escolar e a maneira de implementar modelagem nos contextos escolares. Logo, do Caso 1 para o Caso 3, os alunos assumem uma presença mais ativa no desenvolvimento das atividades, tendo participação na elaboração dos problemas.

O caso a ser utilizado em nossa pesquisa e que será descrito posteriormente trata-se do caso de Modelagem 2, em que, a partir de um tema não-matemático proposto pelo

professor, este e seus alunos são responsáveis pela simplificação, coleta de informações, formulação do problema e resolução.

Neste, como nos outros dois casos, o professor é apenas um mediador do conhecimento no processo de aprendizagem. Para Freire (1972 apud SKOVSMOSE, 2000, p. 17):

Através do diálogo, o professor-dos-estudantes e os estudantes-do-professor se desfazem e um novo termo emerge; professor-estudante com estudantes-professores. O professor não é mais meramente o o-que-ensina, mas alguém a quem também se ensina no diálogo com os estudantes, os quais, por sua vez, enquanto estão ensinando, também aprendem. Eles se tornam conjuntamente responsáveis por um processo no qual todos crescem.

Ainda que os casos não sejam prescritivos, já que representam a idealização de um conjunto de práticas correntes na comunidade, conforme ressalta o autor, podem-se vislumbrar a partir deles várias formas de se organizar e de se mediar atividades de Modelagem Matemática, ou várias possibilidades para sua utilização. São caminhos/opções por meio dos quais podemos implantar e desenvolver o processo de Modelagem de forma gradativa nas aulas de Matemática, fazendo variar em número e em grau as atividades que competem a cada um – professor e alunos – de acordo com as possibilidades e as limitações oferecidas pelo contexto escolar e com o grau de amadurecimento do professor frente à Modelagem Matemática.

Considera-se, então, modelagem como um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a solucionar matematicamente problemas não apenas matemáticos, mas também resolver situações com referência as suas futuras realidades profissionais, as quais possuam potencialidades de gerar reflexões sobre a presença da matemática em suas vidas profissionais. Assim, uma atividade de modelagem pode tornar a matemática mais interessante, levando os envolvidos por tal atividade a incorporar conceitos e compreender estruturas matemáticas de forma mais significativa.

Espera-se que através do trabalho em grupo, da resolução de situações problema, das pesquisas teóricas ou de campo, com o auxílio do diálogo diuturno, da modelação matemática e situações contextualizadas, se encontre um vasto campo que propiciará a aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos. Nesse contexto, a Modelagem Matemática poderá desempenhar um papel mais importante do que a simples aprendizagem de conteúdos específicos, participando da formação do aluno como cidadão crítico.

2.2 MODELOS MATEMÁTICOS

A modelagem no âmbito da Educação Matemática é vista como uma abordagem pedagógica que pode trazer inúmeras contribuições para a aprendizagem dos alunos, entre elas, trabalhar com temas de seu interesse, contribuindo para o desenvolvimento de uma visão útil da Matemática. Diversas pesquisas já foram desenvolvidas nesta área, por autores como: Borba, Meneghetti, Hermini (1997); Barbosa (2001b); Barbosa, Caldeira, Araújo (2007), analisando aspectos distintos vinculados a este tema.

São variados os modos como a modelagem é definida por diferentes autores na literatura, delineando um conjunto de perspectivas mais abrangente dessa tendência. Algumas das variações encontradas referem-se: à ênfase dada à elaboração e validação do modelo; a quem se destina a escolha do tema (professor ou alunos); e à presença ou não do viés da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2001). Entretanto, apesar destas variações, uma ideia central permeia todas as perspectivas em modelagem matemática: estudar uma situação do mundo externo à Matemática, através da elaboração e validação de um modelo matemático que a represente. Este processo é descrito por alguns autores por meio de modelos ou esquemas, contendo os passos percorridos para a realização do objetivo.

Observando-se um pouco a história da ciência, percebem-se constantemente construções de representações matemáticas no desenvolvimento de conhecimentos que descrevem alguns aspectos da natureza ou fenômenos físico, biológico ou social. Tais representações matemáticas são amplamente utilizadas em muitos campos de atuação, como: Matemática, Economia, Física, Química, Biologia, Astronomia, Engenharias, Psicologia, Comunicação, Demografia, etc. Em diversos problemas práticos, utilizam-se modelos matemáticos para solucioná-los e, mesmo que sejam situações muito diferentes, utilizamos abordagens e filosofias subjacentes iguais ou semelhantes.

Em conteúdos de matérias mais específicas, como a Matemática e a Física, com as quais trabalhamos, é comum o uso de equações matemáticas para dar sustentação à compreensão de conceitos ou fenômenos, seja para fazer previsões e inferências ou auxiliar na explicação do professor. Devido a essa generalização na aplicação de representações matemáticas durante o processo de ensino de tais disciplinas, as equações muitas vezes são apresentadas aos alunos de forma estanque ou estática, restando aos discentes somente memorizá-las sem encontrar sentido ou dar significado para suas aplicações.

As equações matemáticas de um modelo não proporcionam a própria explicação científica do processo, mas simplesmente interpretam as hipóteses de um ponto de vista

quantitativo, dando-nos as condições de deduzir consequências e mostram-nos onde estão os detalhes que deverão ser aceitos ou recusados.

Na visão de Modelagem Matemática, um processo se inicia pela observação de um fenômeno – que pode ser físico, químico, biológico, social, econômico, psicológico, entre outros –, seguido de sua materialização e, posteriormente, obtenção ou não de um modelo matemático. Ao observar tal fenômeno, é comum que se levantem alguns problemas ou perguntas científicas (BASSANEZI, 2002, p. 28) sobre o seu funcionamento, com o intuito de obter maior compreensão. A partir dessas perguntas, são geradas hipóteses a serem pesquisadas e, como produto dessa pesquisa, têm-se os dados que podem ser organizados em um modelo matemático (um modelo matemático pode ser composto por: uma tabela, um gráfico, uma função, entre outros).

Ao analisar esse modelo, devemos ser capazes de fazer previsões ou inferir tendências a respeito do fenômeno em observação. Além disto, pode ser que seja preciso melhorar o modelo matemático para que esteja adequado às nossas análises e observações, levando em conta a interdisciplinaridade exigida para o perfeito entendimento do fenômeno que gerará a modelagem.

Ante uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento (BRASIL, 2006, p. 39).

Conceitualmente, um modelo matemático ou simplesmente um modelo pode ser apresentado como uma representação de um sistema real, o que significa que um modelo deve representar um sistema e a forma como ocorrem as modificações do mesmo. Um modelo é normalmente uma simplificação de uma situação do mundo real ou alguma forma convencional de trabalhar com este mundo, mas, as características essenciais desta situação devem aparecer no modelo, de modo que o seu comportamento seja igual ou semelhante àquele do sistema modelado.

O termo *modelo* possui, necessariamente, a função de possibilitar explicações, inferências, deduções, predições, tomadas de decisões. Um modelo matemático consiste em

um conjunto de equações que representam de uma forma quantitativa as hipóteses que foram usadas na construção do modelo, as quais se apóiam sobre o sistema real. Tais equações são resolvidas em função de alguns valores conhecidos ou previstos pelo modelo real e podem ser testadas através da comparação entre os dados conhecidos ou previstos e as medidas realizadas no mundo real.

De acordo com Bassanezi (2002) e Biembengut e Hein (2000), a modelagem matemática pode ser entendida como um conjunto de procedimentos realizados para entender um problema da realidade, através de uma descrição matemática aproximada, a qual é conhecida como modelo.

Primeiramente, é preciso analisar e investigar o problema, buscando dados e informações a seu respeito, identificando os seus aspectos relevantes. O segundo passo é verificar com quais variáveis se irá trabalhar e idealizar hipóteses e simplificações. Esta é a etapa da abstração e criação do modelo. Em seguida o modelo é resolvido e validado matematicamente. Os resultados obtidos devem ser analisados em relação ao problema real, pois, desse modo, será possível saber se o modelo criado traduz bem a dinâmica do problema. Se necessário, são feitos ajustes e o processo de validação é refeito. Tendo um bom modelo em mãos, podem-se usar os resultados obtidos para tomar decisões (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Para Bassanezi (2002, p. 24), um modelo será eficiente, a partir do momento em que nos conscientizarmos de que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, de que estamos elaborando representações de um sistema ou parte dele. Argumenta ainda que, ao se procurar refletir sobre uma parte da realidade, na tentativa de explicar, de entender ou de agir sobre ela, o processo comum é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo.

Ainda para Bassanezi (1999, p. 12):

Um modelo matemático é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno – este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual ou até mesmo um outro modelo matemático. A aceitação de um modelo, por sua vez, depende essencialmente dos fatores que condicionam o modelador, ou seja, dos objetivos e recursos disponíveis do sujeito que se propõe a construir/elaborar o modelo. Nesta perspectiva, um modelo complexo pode ser motivo de orgulho para um matemático e inadequado para o pesquisador que vai aplicá-lo. Muitas vezes, as necessidades imediatas de um pesquisador são atendidas por um modelo parcial e simples, o qual não comporta todas as variáveis que possam influenciar na dinâmica do fenômeno estudado.

A descrição do processo de criação de um modelo, feita acima, corresponde à prática dos pesquisadores na área de Matemática Aplicada. De forma similar, podemos implementar tal processo na escola e as diferenças estão essencialmente na complexidade dos conceitos e técnicas matemáticas a serem usadas. Neste caso, o processo passa a ser visto como uma proposta pedagógica, e aí pode estar vinculada a diferentes perspectivas (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Para Bassanezi (2002, p. 16), por exemplo, “a modelagem consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.”

A noção de modelagem sugerida por Borba (1999) é a que se caracteriza por ser bem definida quanto à escolha do tema e por ser mais flexível com relação ao modelo. Para este autor, a modelagem matemática no âmbito da sala de aula é uma concepção pedagógica, na qual, grupos de alunos escolhem um tema ou problema para ser investigado e, com auxílio do professor, desenvolvem tal investigação, que, muitas vezes, envolve aspectos matemáticos relacionados com o tema. Dessa forma, o problema estudado não é só do professor. (BORBA, 1999, p. 26)

Aqui é enfatizado o papel do professor, o qual é considerado importante no desenvolvimento do processo. Além disso, percebe-se a possibilidade de o tema ou problema a ser estudado poder não ter relação com a Matemática. Para BORBA (1999), isto não é contraditório, já que o objetivo principal ao se trabalhar com modelagem é compreender fatos.

Já Barbosa, Caldeira e Araujo (2007, p. 161) conceituam Modelagem Matemática como “um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade.” Neste caso, a ênfase está no fato de os alunos terem de desenvolver uma pesquisa, uma investigação, não necessariamente, tendo que chegar a um modelo.

As definições de modelo também variam de um autor para outro. Por exemplo, Bassanezi (2002), Biembengut e Hein (2000) concordam que um modelo matemático “é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto de estudo” (BASSANEZI, 2002, p. 20). Já, Barbosa, Caldeira e Araujo (2007, p. 161) chamam de modelo matemático “qualquer representação matemática da situação em estudo”, no intuito de sinalizar que um modelo não precisa ser composto exclusivamente por equações ou inequações que representem relações entre variáveis.

Para Stewart (2001):

Um modelo matemático é uma descrição matemática (frequentemente por meio de uma função ou de uma equação) de um fenômeno do mundo real, tal como o tamanho de uma população, a demanda de um produto, a velocidade de um objeto caindo (...). O propósito do modelo é entender e talvez fazer previsões sobre um comportamento futuro (STEWART, 2001, p. 24-25).

Ao falar sobre modelos, Stewart (2001) ressalta que um modelo matemático não será necessariamente uma representação fidedigna de uma situação física, mas uma idealização de tal modelo, mantendo-se as características originais da situação.

Um bom modelo simplifica a realidade o bastante para permitir cálculos matemáticos, mantendo, porém, uma precisão suficiente para conclusões aplicáveis. É importante entender as limitações do modelo (STEWART, 2001, p. 25).

De modo comum, as perspectivas mencionadas anteriormente deixam livre a questão de escolha do tema, ou seja, no processo de modelagem, a escolha do assunto com o qual irá se trabalhar pode ser feita pelo professor, pelos alunos, ou em conjunto (alunos e professor). Cada uma delas tem suas vantagens e desvantagens. Segundo Biembengut e Hein (2000), quando os alunos escolhem o tema, por exemplo, em geral sentem-se mais envolvidos na realização do trabalho. Porém, pode ocorrer de o tema não permitir o trabalho com os conteúdos matemáticos que estão em foco ou ser muito complexo, aumentando a carga de trabalho do professor.

Com relação ao modelo, sua definição varia de um autor para outro, como vimos anteriormente. Modelo pode ser encarado de um ponto de vista rigoroso (símbolos e relações matemáticas) ou de um ponto de vista informal. De qualquer modo, em geral, os autores comungam a ideia de que, em um processo de ensino-aprendizagem que utiliza a modelagem matemática, o mais importante não é a determinação de um modelo matemático preciso, mas sim, o processo de investigação realizado para criá-lo. É durante a investigação do problema que surgem as questões matemáticas envolvidas no fenômeno e também a possibilidade de relacioná-las com as outras áreas do conhecimento que permeiam o problema estudado.

3 SENSORES DE TEMPERATURA

A partir da decisão de trabalhar conceitos matemáticos, físicos e de eletricidade com base em sensores resistivos de temperatura, buscamos informações técnicas, composição, funções e as aplicações cotidianas que mais utilizam tais sensores. Até então, tínhamos informações de que o comportamento elétrico desses sensores nos favorecia para a aplicação dos conceitos matemáticos que devemos desenvolver durante o curso, porém, fomos buscar informações em livros e na internet para conseguir o embasamento teórico necessário para a utilização de tais sensores em nossa atividade. O embasamento teórico para utilização de tais sensores em nossa atividade está de acordo com Thomazini & Albuquerque (2009).

3.1 SENSORES RESISTIVOS

São dispositivos, cuja resistência elétrica varia com a temperatura. Podem ser classificados em termorresistências e termistores, dependendo do seu comportamento elétrico. Nas termorresistências, a resistência varia quase que linearmente com a variação da temperatura, enquanto que, nos termistores, a variação da resistência é não linear e pode ser direta ou inversamente proporcional à variação da temperatura.

3.1.1 Termorresistências

As termorresistências, bulbos de resistência ou RTD (Resistive Temperature Detectors) são sensores de temperatura, cujo princípio de funcionamento baseia-se na variação de resistência elétrica do elemento condutor em função da temperatura. Os métodos de utilização de resistência para medição de temperatura iniciaram-se por volta de 1835, com Faraday, porém, só a partir de 1925 houve condições para utilização em processos industriais. Seu elemento sensor consiste em uma resistência em forma de fio de platina (Pt) de alta pureza, níquel (Ni) ou cobre (Cu), encapsulada num bulbo de cerâmica ou de vidro.

Esses sensores de temperatura são muito utilizados na indústria por suas condições de alta estabilidade mecânica e térmica, resistência à contaminação, baixo índice de desvio pelo envelhecimento e tempo de uso, além de possuir uma larga faixa de trabalho e permitir ligações a longa distância. As termorresistências mais utilizadas são Pt100, Pt1000, Ni100 e Ni1000. A termorresistência que melhor representa a grande maioria das aplicações na indústria é a Pt100 (Figura 1).

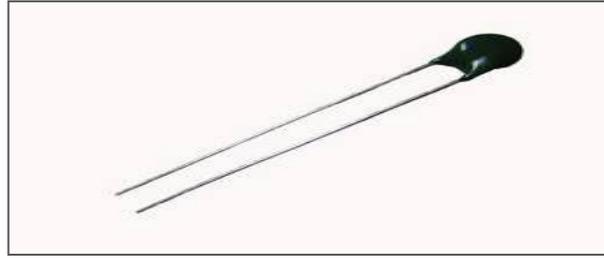


Figura 1: Termorresistência Pt100
Fonte: www.thermistor.com

A platina é o material mais utilizado na fabricação de termorresistências, por apresentar uma relação quase linear entre resistência e temperatura na faixa de -180°C a 650°C , como mostra a Figura 2. O cobre também apresenta uma relação quase linear entre essas grandezas, mas se oxida facilmente e o limite superior de temperatura é de aproximadamente 150°C , por isso, não é utilizado em larga escala.

3.1.1.1 Termorresistências Pt100

Convencionou-se chamá-la de Pt100, pois tem sua curva padronizada conforme a norma DIN-IEC 751 – 1985 e possui como característica uma resistência de 100Ω (ohms) a 0°C . (Figura 2).

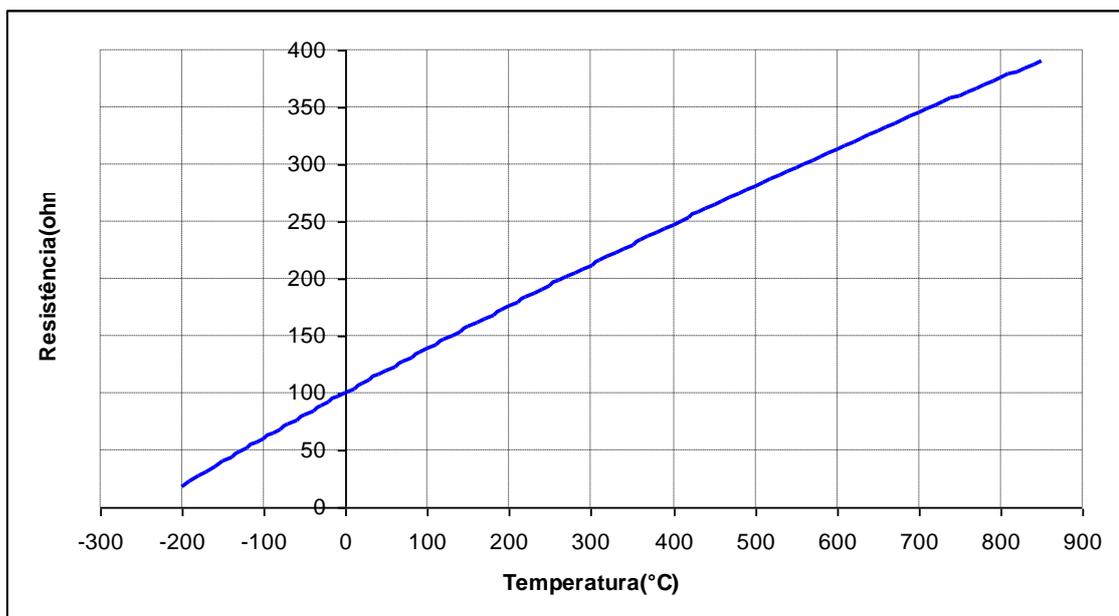


Figura 2: Curva resistência em função da temperatura do sensor Pt100
Fonte: www.thermistor.com

A variação de resistência com a temperatura chama-se coeficiente de temperatura (α) e é especificada como a média da variação entre 0 e 100°C, conforme equação:

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{100 \cdot R_0}$$

Em que:

R_{100} = Resistência a 100°C

R_0 = Resistência a zero °C

Um valor típico de alfa (α), para $R_{100} = 138,50\Omega$ é de $0,385 \Omega/^\circ\text{C}$ conforme norma IEC 60751 – 1995.

As termorresistências Pt100 são as mais utilizadas industrialmente, devido a sua grande estabilidade, sua larga faixa de utilização e alta precisão. Devido à alta estabilidade das termorresistências de platina, elas são utilizadas como padrão de temperatura na faixa de -270°C a $+660^\circ\text{C}$.

A estabilidade é um fator de grande importância na indústria, pois é a capacidade de o sensor manter e repetir suas características (resistência a temperatura), dentro da faixa especificada de operação. Outro fator importante num sensor Pt100 é sua capacidade de ser repetitivo, que é a característica de confiabilidade das termorresistências. Essa capacidade deve ser medida com leitura de temperaturas consecutivas, verificando-se a variação encontrada quando da medição novamente na mesma temperatura.

O tempo de resposta é importante em aplicações, cuja temperatura do meio em que se realiza a medição está sujeita a mudanças bruscas. Considera-se constante de tempo como tempo necessário para o sensor reagir a uma mudança de temperatura e atingir 63,2% da variação de temperatura.

Para medições industriais, a resistência de medição é instalada em um tubo especial, o qual é montado em um suporte próprio de instalação (Figura 3). Nessa montagem, tem-se o sensor envolto em um tubo metálico (bainha de inox) com uma extremidade fechada e preenchidos todos os espaços com óxido de magnésio, permitindo uma boa troca térmica e protegendo o sensor de choques mecânicos. A ligação do bulbo é feita com fios de cobre, prata ou níquel isolados entre si, sendo a extremidade aberta selada com resina epóxi, vedando o sensor do ambiente em que vai atuar. Este tipo de montagem permite a redução do diâmetro, não limita o comprimento, apresenta rápida velocidade de resposta e dá maior flexibilidade, permitindo dobras e curvas do cabo que antes eram impossíveis, podendo ser utilizada em locais de difícil acesso.

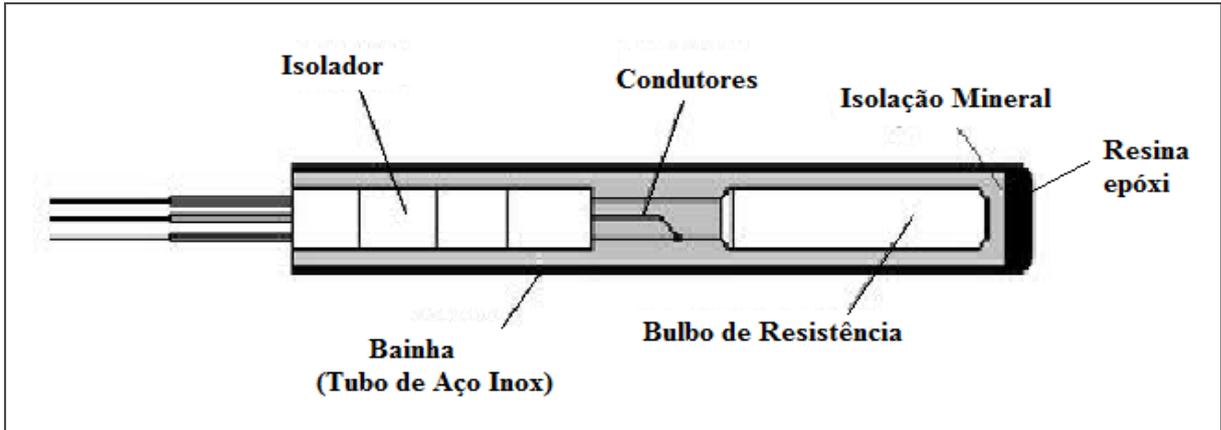


Figura 3: Montagem de isolamento mineral
 Fonte: www.amperesautomation.hd1.com.br

As termorresistências Pt100 são utilizadas principalmente em: equipamentos médicos e hospitalares; máquinas industriais; ar condicionado ventilação – aquecimento; fornos industriais e equipamentos para gastronomia; indústria automotiva; controle de processos industriais; autoclaves, estufas e esterilizadores; equipamentos científicos e biotecnologia.

3.1.2 Termistores

São dispositivos fabricados com materiais semicondutores, cuja resistência elétrica é muito sensível às variações de temperatura e, por isso, são utilizados na construção de sensores de temperatura. São compostos de fios de liga metálica acoplados ao material semicondutor e protegidos por epóxi ou vidro.

Os termistores são classificados de acordo com a forma com que reagem as variações de temperatura em termistores NTC e PTC. Os termistores de NTC (Negative Temperature Coefficient) (Figura 4), são extremamente sensíveis à variação de temperatura, de modo que o coeficiente de variação da resistência elétrica em relação à temperatura é negativo. Em outras palavras, a resistência é inversamente proporcional à temperatura. Nesse tipo de dispositivo, a resistência elétrica cai exponencialmente com o aumento da temperatura (Figura 6). Para converter esta relação entre as duas grandezas para uma aproximação linear, geralmente é utilizada uma Ponte de Wheatstone ou amplificador. Pode funcionar no intervalo de temperatura de -269°C a 400°C mas, em geral, o limite inferior aplicado é de -60°C . Esse tipo de termistor é muito usado por causa do baixo custo. Pode ser utilizado no controle de temperatura e detectores de nível de líquidos.



Figura 4: Termistor NTC
Fonte: www.thermistor.com

Os termistores de PTC (Positive Temperature Coefficient) (Figura 5) apresentam um coeficiente positivo de variação da resistência elétrica em função da temperatura, o que indica que a sua resistência aumenta exponencialmente quando a temperatura se eleva (Figura 6). Para uma mesma faixa de temperaturas, apresenta uma variação de resistência elétrica maior do que um termistor NTC, mas atua numa faixa restrita de temperaturas. São utilizados principalmente como sensores de proteção de motores e transformadores.



Figura 5: Termistores PTC
Fonte: <http://www.thermik.de>

As curvas exibidas na figura 6 mostram o comportamento da resistência elétrica em relação à temperatura para os dois tipos de termistores. Ambos apresentam um comportamento exponencial, mas, enquanto o termistor PTC (curva em vermelho) cresce com a temperatura, o termistor NTC (curva em verde) decresce. A linha azul mostra o comportamento de um resistor comum, que não é um termistor, e que, por ter um coeficiente de temperatura próximo de zero, faz com que a resistência se mantenha constante.

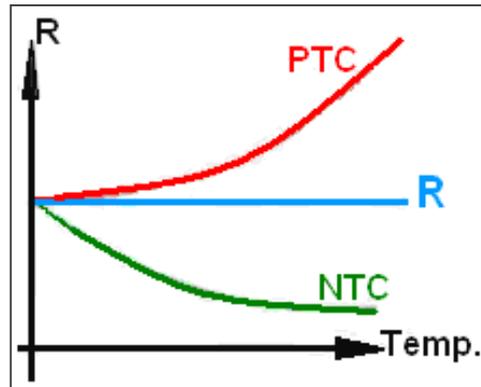


Figura 6: Curva da Resistência em função da temperatura dos sensores PTC e NTC e de um resistor comum
 Fonte: <http://www.thermik.de>

A Figura 7 mostra a variação do valor da resistência em função da temperatura para um termistor do tipo PTC. Para temperaturas inferiores a T_{\min} , o coeficiente é negativo, mas, ao atingir essa temperatura, o coeficiente torna-se positivo e, então, pequenos aumentos de T provocam grandes variações em R . Esse comportamento se mantém até que seja atingida a temperatura T_{\max} , a partir da qual o comportamento se inverte novamente e o coeficiente volta a ser negativo. Os termistores PTC trabalham entre as temperaturas mínima e máxima. Se a temperatura superar o valor máximo, a resistência começa a cair e, em consequência, a corrente aumenta, podendo destruir o dispositivo.

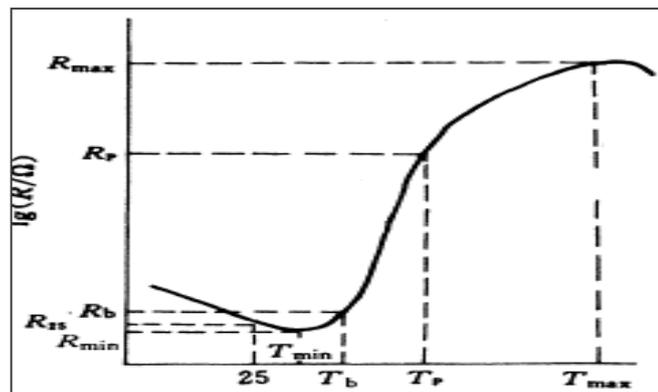


Figura 7: Curva de variação do valor da resistência elétrica em função da temperatura para termistores PTC
 Fonte: <http://www.thermik.de>

A gama de utilização dos termistores é vasta, abrangendo desde aplicações de entretenimento até profissionais: Na área química: calorimetria, regulação de níveis de líquidos e medição da condutividade térmica de gases; Na área da física: medição de vácuo, medição de vazão de gases e líquidos e radiometria; Na área médica: termômetros; Na área veicular: medição de temperatura de água e óleo e monitorização de gases de exaustão; Projetos elétricos: operação de atraso em relés, compensação de variação de temperatura e

medição de potência e micro-ondas; Sistema de detecção e alarmes contra incêndio: os sensores de termo-velocimétricos de alguns detectores de temperatura de sistemas de alarmes prediais utilizam os termistores com elementos sensitivos.

3.2 ARGUMENTOS

Contando com tais informações, percebemos que os sensores que nos seriam úteis, devido ao seu comportamento elétrico, são as termorresistências Pt100 e os termistores NTC.

As termorresistências Pt100 serão empregadas em nossa atividade por apresentarem um comportamento aparentemente linear, e, com elas, poderemos utilizar conceitos de funções de primeiro grau e sistemas lineares.

Os termistores NTC serão utilizados pelo fato de apresentarem um comportamento não linear; a curva característica deste sensor assemelha-se ao comportamento de uma curva exponencial decrescente. Sendo assim, pode-se utilizar com tal sensor conceitos de logaritmos, equações e funções exponenciais.

Em ambos os sensores, além dos conceitos matemáticos citados acima, vislumbramos a possibilidade de aplicação de conceitos referentes à Física e à Eletricidade.

Não será utilizado o termistor PTC, pelo fato deste apresentar uma curva característica que não nos favorece em termos de aplicação de conceitos matemáticos. Como mostra a figura 6, a curva de seu comportamento elétrico não se aplica a conceitos matemáticos constantes na grade de conteúdos do curso. Porém, ele será citado e suas características serão expostas, pois, certamente, no decorrer do curso, será utilizado em futuros projetos.

4 PRÁTICA NA ESCOLA TÉCNICA

4.1 DESCRIÇÃO DO CURSO

A partir da fundamentação teórica de Modelagem Matemática e de modelos matemáticos, foi desenvolvida uma metodologia, descrita no plano de ensino da Unidade Curricular do Módulo Básico de Fundamentos da Eletrotécnica em uma instituição de Ensino Técnico do Estado do Rio Grande do Sul. De acordo com a organização curricular proposta pela instituição a partir deste plano se implementou esta metodologia na disciplina Fundamentos de Eletrotécnica. Esta organização curricular está descrita como segue:

O Curso Técnico em Mecatrônica está estruturado em 4 (quatro) módulos: 1 (um) básico, 1 (um) introdutório e 2 (dois) módulos específicos, num total de 1.360 horas, acompanhado de Estágio Obrigatório, de 340 horas, perfazendo um total de 1.700 horas.

Os **Módulos Básico e Introdutório** contemplam todas as unidades de competências e são integrados por unidades curriculares para desenvolvimento das competências básicas, num total de 680 horas.

- Unidades Curriculares do **Módulo Básico** – Fundamentos da Comunicação, Fundamentos da Eletrotécnica e Fundamentos da Mecânica;
- Unidades Curriculares do **Módulo Introdutório** – Acionamento de Dispositivos Atuadores e Processamento de Sinais.

Os módulos específicos são integrados por unidades curriculares referentes às competências específicas. Foram denominados de:

- **Módulo Específico I** – Gestão da Manutenção, Manutenção de Máquinas e Equipamentos, Implementação de Máquinas e Equipamentos, e Processos de Usinagem;
- **Módulo Específico II** – Desenvolvimento de Sistemas Automatizados, Sistemas Automatizados de Produção, e Sistemas Lógicos Programáveis.

O **Módulo Básico**, através das Unidades Curriculares de “*Fundamentos da comunicação*”, “*Fundamentos da Eletrotécnica*” e “*Fundamentos da Mecânica*”, contempla as unidades de competências 01, 02 e 03, propiciando o desenvolvimento dos fundamentos técnicos e científicos mais básicos e transversais, num total de 340 horas e é pré-requisito para o Módulo Introdutório.

O **Módulo Introdutório**, através das Unidades Curriculares de “*Acionamento de Dispositivos Atuadores*” e “*Processamento de Sinais*”, contempla, igualmente, as unidades de competências 01, 02 e 03, propiciando o desenvolvimento dos fundamentos técnicos e científicos mais diretamente relacionados às competências técnicas, favorecendo a construção de uma base consistente e uma visão ampla dos processos contemplados nos módulos específicos. Totaliza 340 horas e é pré-requisito para o Módulo Específico I.

O **Módulo Específico I**, constituído pelas Unidades Curriculares de “*Manutenção de Máquinas e Equipamentos*”, “*Gestão da Manutenção*”, “*Processos de Usinagem*” e “*Implementação de Máquinas e Equipamentos*”, contempla as unidades de competências 01 e 02, propiciando o desenvolvimento das competências específicas do módulo, num total de 340 horas. Possui caráter de terminalidade e certificação, correspondente à qualificação profissional técnica de “*Mantenedor de Sistemas Integrados de Manufatura*”. É pré-requisito para o Módulo Específico II.

O **Módulo Específico II**, constituído pelas Unidades Curriculares de “*Desenvolvimento de Sistemas Automatizados*”, “*Sistemas Automatizados de Produção*” e “*Sistemas Lógicos Programáveis*”, contempla a unidade de competência 03, propiciando o desenvolvimento das competências específicas do módulo, num total de 340 horas.

Estágio Obrigatório - O estágio, que é obrigatório à obtenção do diploma de Técnico em Mecatrônica, poderá ser cumprido de forma concomitante com o Módulo Específico II, ou após a conclusão do mesmo. Terá duração de 340 horas, devendo ser planejado, orientado, executado e avaliado pela escola, uma vez que cumpre o papel de complementar o processo de aprendizagem. Ao aluno que concluir os módulos Básico, Introdutório, Específico I e Específico II, além do Estágio Obrigatório, será conferido o certificado de “Técnico de em Mecatrônica”. A seguir, a Matriz Curricular com os módulos, as unidades curriculares previstos e as respectivas cargas horárias.

Módulos	Denominação	Unidades Curriculares ou Componentes Curriculares	Carga Horária	Carga Horária Módulo
Módulo Básico	Fundamentos técnicos e científicos	• Fundamentos da comunicação	100h	340h
		• Fundamentos da eletrotécnica	140h	
		• Fundamentos da Mecânica	100h	
Módulo Introdutório	Fundamentos técnicos e científicos	• Acionamento de Dispositivos Atuadores	160h	340h
		• Processamento de sinais	180h	
Específico I	Implementação e Manutenção de máquinas e equipamentos automatizados de manufatura.	• Gestão da Manutenção	34h	340h
		• Manutenção de Máquinas e Equipamentos	68h	
		• Implementação de Máquinas e Equipamentos	136h	
		• Processos de Usinagem	102h	
Específico II	Desenvolvimento de máquinas, equipamentos e sistemas automatizados de manufatura.	• Desenvolvimento de Sistemas Automatizados	80h	340h
		• Sistemas Automatizados de Produção	140h	
		• Sistemas Lógicos Programáveis	120h	

Quadro 2: Matriz curricular do Curso Técnico em Mecatrônica

Fonte: Plano de curso – Formulário do aluno

A carga horária da fase escolar totaliza 1.360 horas, em atendimento ao Catálogo Nacional de Cursos Técnicos.

A unidade curricular trabalhada, Fundamentos de Eletrotécnica, por ser parte do Módulo Básico do curso, torna-se o primeiro contato que os alunos têm com a instituição, e são as primeiras aulas do curso, nas quais, além de serem passados os conhecimentos fundamentais necessários para o ingresso na carreira de técnico em mecatrônica, torna-se necessário também disseminar os princípios, metas e os valores que eles devem apresentar, os quais não são impostos pelos professores, mas são características que as indústrias buscam em seus profissionais.

O Curso Técnico em Mecatrônica está concebido na perspectiva do desenvolvimento de competências que favorecem e privilegiam a integração e a aplicação dos conhecimentos em diferentes contextos e processos que caracterizam a ocupação, numa perspectiva interdisciplinar, favorecendo a construção de capacidades que permitem ao trabalhador intervir e agir em situações nem sempre pré-estabelecidas.

A fim de se alcançar tais competências e almejando aulas menos cansativas e mais produtivas, os alunos foram convidados a participar de uma atividade de Modelagem Matemática, que busca combinar saberes específicos da futura profissão com os saberes de

Matemática indicados para o curso que frequentam. Este tipo de abordagem é importante, principalmente por se tratar de um curso técnico no qual os alunos ainda não estão acostumados a desenvolver atividades práticas. Eles buscam a escola muito mais pelo fato de estarem interessados em conhecimentos específicos referentes à sua futura área de atuação do que em conhecimentos de formação do currículo tradicional.

4.2 CARACTERIZAÇÃO DA TURMA E DO ESPAÇO

A situação de aprendizagem que aqui relatamos foi desenvolvida com alunos do primeiro módulo do Curso Técnico em Mecatrônica, no Componente Curricular de Fundamentos da Eletrotécnica, em uma Escola Técnica situada em Caxias do Sul – pudemos desenvolver a atividade e utilizar documentos necessários para elaboração da mesma, porém não pudemos vincular o nome da escola a esta dissertação. A Unidade Curricular tem duração de um semestre com 140 horas-aula.

Para esta situação de aprendizagem, foram previstas 24 horas-aula e espera-se englobar, além dos conhecimentos dos componentes curriculares de Cálculo, Física e Eletricidade Básica, capacidades sociais, organizativas e metodológicas. O período de aplicação foi de 5 de agosto de 2011 a 9 de setembro de 2011, com quatro períodos semanais de 55 minutos, todos em uma mesma tarde, no caso, as tardes de sexta-feira.

O espaço para a aplicação das atividades não nos favorecia muito, pois não se dispunha de laboratórios específicos para os componentes curriculares do módulo básico. Por se tratar de uma nova filosofia de curso, o espaço físico ainda não foi implementado para tal. Foram dispostos, então, apenas uma sala de aula, com quadro branco, 50 mesas e 50 cadeiras, um projetor multimídia, uma caixa de som amplificada e uma televisão de LED 50". E ainda houve o agravante de a sala possuir apenas duas tomadas 220V utilizáveis, o que acabou limitando muito o uso de componentes elétricos durante a experimentação.

A turma era formada por 42 alunos, dos quais 39 meninos e apenas 3 meninas. Esta se apresentava bastante homogênea em termos de aprendizagem devido ao fato de todos os alunos virem de uma mesma Escola Estadual do Município de Flores da Cunha – parceria firmada entre a Escola e a prefeitura deste Município.

Para o ingresso no Curso Técnico, os alunos realizam uma prova contendo 30 questões de múltipla escolha com assuntos referentes às matérias Matemática e Português do plano curricular do Ensino Fundamental. A faixa etária predominante na turma é de 16 a 18 anos. Os alunos que ingressam no curso têm como pré-requisito estar cursando o segundo ou

terceiro ano do Ensino Médio. Mas, apenas um estudante cursava o terceiro ano do ensino médio, o restante cursava o segundo ano.

4.3 AULAS DE RETOMADA DE CONTEÚDOS

Para se iniciarem as atividades, foram ministradas 12 horas-aula, (primeira, segunda e terceira semanas), de revisão de conteúdos sobre as propriedades de equações exponenciais e de logaritmos, funções de primeiro grau, exponenciais e logarítmicas, sistemas lineares e prefixos do Sistema Internacional de Unidades (SI), além de exercícios envolvendo tais conteúdos com propriedades, nomenclaturas e conceitos elétricos. Nestas aulas de revisão de conteúdos, foram colocadas aos alunos as propriedades matemáticas que cabem a cada conteúdo. Estes conteúdos teoricamente já foram estudados no primeiro ano do ensino médio, porém, os exemplos e os exercícios utilizados foram previamente testados, com valores reais, com o intuito de que os discentes começassem a se acostumar com as nomenclaturas, unidades e grandezas que iriam ser utilizadas durante todo o curso e até mesmo para que tivessem noção de quantidades, como por exemplo: Uma fonte de tensão que gera 9V de intensidade é nociva à saúde, ou seja, pode causar um choque elétrico? A corrente de $15 \mu A$ consumida por um Led é muito alta ou muito baixa?

Biembengut e Hein (2000) consideram que a exposição de exemplos e exercícios análogos pode ajudar na elaboração de um Modelo Matemático, proporcionando uma visão mais clara sobre o assunto, suprimindo deficiências e preenchendo possíveis lacunas quanto aos conceitos envolvidos.

Com exemplos e exercícios aplicados à futura realidade profissional dos estudantes, iniciou-se a caminhada rumo à ambientação ao curso e às habilidades que terão que desenvolver durante todo o trabalho.

4.3.1 Análise das três primeiras aulas de retomada de conteúdos

Estas três primeiras aulas foram dominadas por explicações de alguns conteúdos, considerados essenciais para o desenvolvimento das atividades de investigação que seriam propostas para as próximas aulas.

Segundo indicam os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2006), o aprendizado de fenômenos elétricos deveria ser tratado desde cedo. Porém, constatou-se, através de conversas com os alunos e através do Plano Político-Pedagógico da

escola em que estudavam, que as abordagens de fenômenos elétricos, modelos de condução elétrica para condutores e isolantes, natureza eletromagnética de fenômenos, sistemas resistivos, entre outras abordagens que dizem respeito à eletricidade, são realizadas apenas no terceiro ano do ensino médio.

Por se tratar de uma turma de alunos que, em sua grande maioria, estava cursando o segundo ano do ensino médio, estes discentes relatavam que já haviam ouvido falar ou lido em alguma revista, artigo ou até mesmo em recibos de contas de energia elétrica, sobre unidades elétricas como kWh (quilo watt hora), V (volts), W (watt), Ω (ohm), A (Ampère), entre outras unidades de medida. Porém, até então, não haviam tido explicações mais detalhadas de que grandeza física estes símbolos representam, e onde e como podem explorar, reparar ou medir estas grandezas.

Os exercícios e exemplos foram propostos de acordo com o “paradigma do exercício” no ambiente de aprendizagem (5), no qual, de acordo com Skovsmose (2000), propõem-se exercícios com “referência à realidade”, mesmo esta não sendo uma realidade com que os alunos estivessem acostumados. Porém, está realidade condiz com seu futuro profissional.

Todos os exercícios e exemplos propostos foram previamente testados, correspondendo com a realidade que seria trabalhada durante as aulas e também durante o decorrer do curso. Sendo assim, as atividades vindas da realidade, oferecem a condição de comunicação entre professor e alunos, dando sentido a questionamentos sobre informações contidas nos mesmos (SKOVSMOSE, 2000).

As atividades propostas têm objetivo de iniciar a familiarização com uma linguagem própria de grandezas físicas, pois, no processo de construção deste projeto, o reconhecimento da existência da mesma e o seu uso correto constituem uma competência necessária. Expressar-se corretamente na linguagem física requer: identificar as grandezas físicas que correspondem às situações dadas, sendo capaz de distinguir, por exemplo, tensão elétrica de corrente elétrica; saber empregar símbolos fazendo o uso deles quando necessário; saber relatar e organizar os dados de uma experiência.

Além dos conhecimentos físicos, também foram buscadas nestas atividades algumas competências matemáticas, como a possibilidade de compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas, a fim de que os alunos pudessem tirar conclusões e fazer argumentações.

Buscou-se também, nestas atividades, que os alunos pudessem: aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os em atividades cotidianas;

utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão de conceitos matemáticos; estabelecer conexões entre os diferentes temas matemáticos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas.

O objetivo destes exercícios era estabelecer algumas conexões internas à própria matemática, através do conceito de função, além de descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos o comportamento de certos fenômenos, tanto da nova realidade profissional dos alunos, como de outras áreas de conhecimento, como Economia, Química, Física, Eletricidade, entre outras.

Em relação aos conhecimentos matemáticos, houve grandes dificuldades em relação às propriedades dos logaritmos, funções logarítmicas e funções exponenciais, pois, segundo relatado nos questionários respondidos pelos alunos no primeiro dia de aula do curso, os mesmos não haviam visto tais conteúdos. Principalmente por esta razão é que se optou por tais aulas antes de se iniciarem as atividades práticas.

4.4 OBJETIVO GERAL

O objetivo maior deste projeto é favorecer, através dos fundamentos de eletroeletrônica aplicáveis aos sistemas automatizados de manufatura, a construção de uma base consistente que possibilite o desenvolvimento das competências profissionais do Técnico em Mecatrônica.

Por se tratar das primeiras aulas experimentais, em Fundamentos da Eletrotécnica que os alunos participaram dentro desta Escola, observaram-se não só suas capacidades técnicas (reconhecer fundamentos de eletricidade básica, aplicáveis aos sistemas automatizados de manufatura; identificar a simbologia padrão em circuitos eletrônicos; utilizar adequadamente os instrumentos de medição, neste caso multímetro e o termômetro; empregar de forma consistente as principais leis da eletricidade, tanto para entender o funcionamento de equipamentos, quanto para resolver problemas; interpretar representações gráficas, aplicáveis aos sistemas automatizados de manufatura; reconhecer as características básicas dos sensores de temperatura resistivos, bem como obter e comparar os seus parâmetros experimentalmente), mas também suas capacidades sociais (demonstrar atitudes éticas nas ações e nas relações interpessoais; demonstrar postura de conciliação nas situações de conflito), organizativas (participar de grupos de trabalho, apresentando sugestões e respeitando as opiniões dos demais integrantes; organizar e transmitir, com clareza, dados e informações técnicas; integrar os princípios de qualidade às atividades sob sua

responsabilidade; integrar às suas práticas as orientações recebidas quanto aos procedimentos técnicos e de segurança no ambiente de trabalho; ter cuidado com ferramentas e instrumentos colocados a sua disposição) e metodológicas (apresentar diferentes alternativas de solução nas situações propostas; demonstrar organização nos próprios materiais e no desenvolvimento das atividades; demonstrar iniciativa no desenvolvimento das atividades sob a sua responsabilidade).

Na perspectiva da Modelagem Matemática, objetivou-se que os alunos fossem capazes de construir e interpretar gráficos, detectar taxas de variação, analisar crescimentos e decrescimentos de medidas, interpretar funções de primeiro grau, logarítmicas e exponenciais com base nas suas propriedades, e construir modelos matemáticos aproximados, que conseguissem descrever o funcionamento dos sensores de temperaturas e permitissem a obtenção de seus parâmetros, além de chegar aos objetivos propostos por Biembengut (2000, p. 23):

O trabalho de Modelagem tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos. (...) Espera-se por meio da Modelagem:

- Incentivar a pesquisa;
- Promover a habilidade em formular e resolver problemas;
- Lidar com tema de interesse;
- Construir modelos matemáticos para cada tipo de sensor;
- Aplicar o conteúdo matemático curricular; e
- Desenvolver a criatividade.

Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática permite realizar previsões e tomar decisões. É eficiente a partir do momento em que se tem consciência de que se está trabalhando sobre uma representação da situação real ou parte dela e não com a própria situação real. O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem requer uma transição do problema original para uma representação matemática formal, o modelo matemático.

Para Skovsmose (2000), em uma atividade de Modelagem Matemática, ocorre a transição entre linguagens diferentes. A primeira transição é a da linguagem natural para a linguagem sistemática, que ocorre quando uma situação da realidade é transformada em informação. A segunda é a transição da linguagem sistemática em linguagem matemática, que ocorre quando as informações são transformadas, por meio de hipóteses simplificadas, em um modelo matemático.

Nesse contexto, o objetivo é poder envolver os alunos em situações ricas em registros, de forma a propiciar a eles a possibilidade de utilizar diferentes referências para a compreensão de situações.

4.5 PENSANDO SOBRE A ATIVIDADE

O trabalho com Modelagem Matemática tem de oferecer atividades que sejam entendidas pelos alunos e pelos professores como válidas para serem executadas. Conseqüentemente centramo-nos em problemas essenciais para a atuação profissional dos alunos. Tal fato sublinha a importância da escolha de tópicos que lidem com problemas, fundamentalmente na área eletroeletrônica.

Os problemas deveriam basear-se em alguns tópicos nos quais não se encontre uma solução imediata para a dúvida; que, neles, os alunos compreendam o conteúdo matemático em questão e encontrem uma aplicabilidade para o mesmo, tornando o ensino mais atraente; que além do conteúdo matemático, se consiga integrar conhecimentos de áreas como a física e a eletricidade; que seja importante para a vida profissional do aluno; que, neles, o aluno desenvolva, além das habilidades cognitivas, habilidades sociais, organizacionais e metodológicas; e que chame o aluno à investigação e à experimentação, o que Skovsmose (2000) chama de “cenário para investigação”.

A Modelagem Matemática proporciona aos alunos a oportunidade de se envolverem profundamente no estudo, porém, este método pode ser bastante vagaroso. Este fato enfatiza um dos critérios importantes na escolha do tópico principal, ou seja, a relevância do conteúdo de aprendizagem visando facilitar a utilização posterior do conhecimento adquirido.

A formulação da situação é, muitas vezes, vista como o ponto mais difícil da aprendizagem baseada na resolução de problemas, porém, esta tem importância fundamental nesse processo, como bem destacou Einstein.

A mera formulação de problema é muito mais importante que a solução, que poderá ser simplesmente uma questão de habilidade matemática ou experimental. Levantar novas questões, novas possibilidades, ou considerar problemas antigos sob um novo ângulo requer imaginação criativa e marca avanços reais na ciência (Albert Einstein).

O processo de formulação de problemas é complexo e pode, de início, parecer vago aos alunos e a muitos professores. Para encontrar uma forma de implementar o processo, torna-se importante imaginar uma espécie de espaço em que se possa explorar, definir e

delimitar o problema que se quer resolver. Muitas vezes, formular um problema em termos matemáticos é sempre o estágio mais árduo da modelagem. Nesta fase, levou-se em conta no processo para formulação de um problema: pesquisar os aspectos contraditórios do tópico, desenvolver os diferentes aspectos do problema e prever uma conclusão, porém, dificilmente ter-se-ão todas as situações sobre controle.

Uma Modelagem Matemática eficiente permite analisar e explicar um problema e tomar decisões sobre o mesmo. Para a formulação do problema, deve-se ter cuidado para que os alunos conheçam a simbologia utilizada, os parâmetros convenientes. Assim, a atividade pode tornar a matemática envolvida no problema mais interessante para o aluno, levando-o a incorporar conceitos e compreender estruturas matemáticas de forma significativa.

Neste sentido, mostra-se importante que os envolvidos na atividade estejam familiarizados com os procedimentos utilizados na modelagem, tais como a escolha do tema, o levantamento de hipóteses e o processo de simplificação de algumas informações, bem como a validação dos resultados encontrados.

A partir dos dados coletados de resistência elétrica em função da temperatura, referentes aos sensores Pt100 e NTC, foi proposto aos alunos que construíssem modelos matemáticos (tabelas, gráficos e funções, nesta ordem), referentes a cada tipo de sensor. Ao se chegar às funções, foram feitas as validações através da substituição de valores de temperatura pré-definidos na coleta, nas respectivas funções, a fim de se verificar se o modelo de função utilizado é válido ou não para tal experimento.

É importante deixar claro que o objetivo destas aulas não é o de obter valores precisos, mesmo porque, quando se trabalha com dispositivos baseados em resistência elétrica, como são os sensores, trabalha-se com percentuais de tolerância. Ver-se-á, à medida que for desenvolvido o trabalho, que não há nenhum sensor apresentando medidas iguais de resistência. Isso se deve ao fato de que é impossível fabricar um sensor com extrema precisão, pois a resistência depende de vários fatores, e o principal deles é o tipo de material utilizado (resistividade dos elementos químicos) e as dimensões.

Para o caso de equipamentos de muita precisão, são utilizados resistores de alta precisão, por exemplo, com tolerância de 2%, 1%, 0,5%,..., porém, quanto maior a precisão, maior o custo. Para relacionar a temperatura à resistência, o sensor NTC não é tão preciso, tem tolerância maior que 10%, mas é muito barato e também muito utilizado nas indústrias.

Então, o objetivo principal desta atividade é mostrar aos alunos alguns tipos de sensores que podem ser utilizados num futuro próximo, além de, principalmente, fazer com que o aprendiz entenda o funcionamento dos sensores e seu comportamento em relação à

dependência à temperatura e ainda, mostrar as relações entre esses comportamentos, utilizando os conceitos matemáticos citados anteriormente.

4.6 PRIMEIRA AULA

4.6.1 O convite aos alunos

Antes de se fazer o convite para a atividade de Modelagem Matemática a partir da utilização de sensores, fomos dialogando com os alunos sobre: algumas considerações técnicas dos sensores; o que são sensores; quais os tipos de sensores conhecidos; quais os tipos de sensores utilizados durante o curso; quais são suas aplicações na vida cotidiana; e porque utilizar um sensor.

Neste momento, estávamos na etapa de interação, de acordo com Biembengut e Hein (2000), na qual é feita uma breve exposição sobre o tema escolhido.

Iniciaram-se as interações colocando-se que uma infinidade de equipamentos eletrônicos depende da utilização de sensores. Poderia ser citada simplesmente uma chave liga-desliga até transdutores especiais que convertem alguma grandeza física numa grandeza elétrica, como, por exemplo, a tensão. Esses sensores servem para informar um circuito eletrônico a respeito de um evento que ocorra externamente, sobre o qual deva atuar, ou a partir do qual deve comandar uma determinada ação.

Equipamentos mais simples podem usar apenas um sensor, mas um robô, uma máquina industrial ou um equipamento médico complexo podem empregar muitos sensores de diferentes tipos.

Como exemplos de sensores utilizados em equipamentos mais simples, os discentes, já se familiarizando com o assunto, mencionaram alguns exemplos que observam no seu dia a dia: os sensores de presença, que são encontrados em corredores de prédios para o acendimento das lâmpadas e acionamento de alarmes, os quais se encontram também nos corredores da Escola e nos banheiros. Estes sensores são chamados de sensores infravermelhos passivos e são importantes elementos na detecção de invasão e intrusões em um ambiente. Porém, diferentemente do que acreditava a maioria da turma, eles não são sensores de movimento e sim sensores de variação de temperatura, e são calibrados para a temperatura do corpo humano. Eles são chamados infravermelhos passivos, porque somente captam variações de irradiação de luz infravermelha (variações de temperatura) no ambiente. Todos os objetos emitem certa quantidade de luz infravermelha, portanto, uma mudança

repentina no ambiente, como por exemplo: a entrada de uma pessoa alterará essa quantidade de luz infravermelha, causando um alarme.

Outro sensor de presença que observam na Escola é o sensor que aciona água no mictório do banheiro masculino. Também nos banheiros, observam outro sensor de presença no dispensador de papel-toalha, quando se aproximam as mãos do aparelho. Na entrada de Shoppings ou até mesmo na entrada da Escola, a abertura e o fechamento das portas também são causadas por sensores de presença.

Observam também sensores de luminosidade nos postes de iluminação pública; as fotocélulas que, na medida em que o sol vai se pondo, fazem com que as lâmpadas acendam-se automaticamente. Os alunos observam inclusive que essas fotocélulas são colocadas em posições tais que a luminosidade criada pela lâmpada não interfira no seu acionamento e a expressão utilizada pelo aluno foi: “a fotocélula deve ficar escondida”. O sensor fotoelétrico destina-se a converter um sinal luminoso em um sinal elétrico que possa ser processado por um circuito eletrônico.

Outro sensor que foi observado pelos alunos foi o de velocidade, como as lombadas eletrônicas, os pardais e os radares. Não tocaram no assunto dos velocímetros dos automóveis, porém, foi exposto a eles que, para que se saiba a velocidade que está sendo trafegada, existe um sensor, que é capaz de medir a velocidade das rodas e a transmitir ao velocímetro.

Conforme foi se comentando sobre o assunto, os alunos foram percebendo que seu cotidiano está rodeado por sensores, porém, eles nunca tinham parado para pensar sobre o assunto, além de nunca terem sido questionados a este respeito.

Esses diálogos sobre sensores ocorreram de forma simples e objetiva, sem a utilização de muitos termos técnicos, para que os alunos pudessem entender e familiarizar-se com o tema, além de tomar gosto pelo assunto. Além do mais, foram colocados como exemplo apenas alguns tipos básicos de sensores, mas deixando claro que existem muitos outros tipos de sensores e que, ao longo do curso, eles iriam conhecer o seu funcionamento, além de aplicar esses sensores em futuros projetos durante os quatro semestres do curso. Ao fim da explicação, ainda foram expostos alguns tipos de sensores com seus princípios de funcionamento.

Com os exemplos de sensores citados pelos alunos, não se chegou aos tipos de sensores que iriam ser utilizados. Porém, com este debate inicial, ficou mais fácil fazer o convite para a modelagem do funcionamento do tipo de sensor que seria utilizado durante a situação de aprendizagem, pois os alunos já tinham uma noção inicial sobre um sensor.

O convite foi iniciado com o seguinte questionamento: Todos sabem que o condicionador de ar tem como principal objetivo deixar ambientes com temperaturas agradáveis, criando uma sensação de conforto térmico (aquecendo ou refrigerando) e, até mesmo, que em determinados ambientes o seu uso é indispensável como, por exemplo: CPDs, Laboratórios farmacêuticos, Hospitais, entre outros?

A resposta imediata de todos os alunos foi um sonoro “SIM”.

Continuou-se, então, com uma explicação do princípio de funcionamento dos condicionadores de ar, que se dá pela troca de temperatura do ambiente, através da passagem do ar pela serpentina do evaporador que, por contato, sofre queda ou aumento de temperatura, dependendo do ciclo utilizado, baixando a umidade relativa do ar.

Tomando por base a colocação descrita no parágrafo anterior, questionou-se novamente: Em um dia de frio, como hoje, (a temperatura ambiente em Caxias do Sul naquela tarde era de 8°C), um aparelho de ar condicionado como o instalado na sala de aula fica “mandando calor” de forma constante durante as quatro horas de aula?

Naquele momento, a turma ficou em dúvida, pois alguns diziam que sim, outros diziam que não, e a sala de aula transformou-se num fórum de debates. Os discentes queriam expor seus argumentos a respeito do modelo analisado, porém de forma desordenada.

Passada a fase de argumentação, na qual a empolgação foi geral, foi dada sequência à explicação técnica de que, quando alcançada a temperatura desejada, o condicionador de ar, através de um sensor térmico ligado a um circuito, faz a leitura de temperatura no evaporador, e que este, por sua vez, desliga o compressor, fazendo com que o equipamento mantenha a temperatura. No caso de qualquer variação na temperatura estipulada, o mecanismo do condicionador de ar aciona novamente o compressor, que é responsável pela circulação do gás refrigerante dentro do sistema.

Após a explicação, os alunos reavaliaram suas posições, surgindo até a constatação de caráter auditivo, a qual foi traduzida pelo registro de que “é, realmente, tem horas em que o aparelho não faz tanto barulho”.

Assim, foi explicado que o funcionamento do aparelho de ar condicionado é bem semelhante ao funcionamento de uma geladeira, pois um sensor de temperatura ligado ao termostato mantém a temperatura interna da geladeira constante.

Além das aplicações descritas acima, os sensores de temperatura são utilizados em vários outros equipamentos como, estufas, geradores de energia, máquinas industriais, esterilizadores, veículos automotores, entre outros.

Devidos à sua importância de utilização e aos seus comportamentos físicos, é que foram escolhidos inicialmente dois tipos de sensores de temperatura para serem analisados: a termorresistência Pt100 e o termistor NTC, os quais são referidos durante a maior parte do processo apenas como sensores.

Finalizando esta parte de familiarização com sensores, explicamos que, ao longo de todo o curso, os alunos iriam conhecer inúmeros tipos de sensores, entre os quais o sensor de sinal digital, botão de comando (liga e desliga equipamentos), chave de nível (detecta se o nível de um reservatório está acima ou abaixo de uma referência), sensor indutivo de proximidade (detecta presença de objetos metálicos), pressostato (detecta se a pressão de um vaso está acima ou abaixo de uma referência), potenciômetro (detecta deslocamento de conjuntos mecânicos).

4.6.2 A importância dos materiais de uso geral no processo de aprendizagem

Como o processo de aprendizagem através de modelagem e modelos matemáticos, de acordo com Bassanezi (2002), requer uma interação com a realidade, é necessário que haja um envolvimento com materiais de uso diário, os quais deveriam ser trazidos pelos discentes. Por isso, para o trabalho realizado na quarta, quinta e sexta semanas de aula, foi solicitado, em tempo hábil, ao fim da terceira semana, a aquisição de parte de uma lista de materiais para estruturar a situação de aprendizagem. Solicitou-se também que, antes da aquisição de tais materiais, os alunos deveriam se organizar em trios, conforme afinidades, para a realização das atividades propostas.

A organização em trios deveu-se à colocação das classes em sala de aula e também para não sobrecarregar os grupos no momento das medições, pois ficou definido que cada componente do grupo teria de ter uma tabela do sensor NTC.

É válido mencionar que os trabalhos de Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak (1992), são desenvolvidos em grupos de três a quatro participantes. Dessa maneira, ainda segundo o autor, o trabalho em grupo favorece a aprendizagem, a socialização, a interação e também promove discussões na busca da superação das dificuldades individuais.

Ao todo, foram formados 15 grupos: 12 trios e 3 duplas. As três duplas foram formadas por dois trios que chegaram a ser formados, porém, não chegaram a consenso de afinidades.

Ao longo do trabalho, os grupos foram referidos com a letra maiúscula G e os números cardinais de 1 a 15, ficando então grupo 1 – G1, grupo 2 – G2 e assim

sucessivamente. As duplas são os grupos: G10, G11 e G12. A fim de preservar a identidade dos componentes, utilizou-se a combinação da letra C com os números 1, 2 e 3, formando então C1 para o componente 1, C2 para componente 2 e C3 para componente 3.

No projeto proposto, a lista de materiais utilizados por cada grupo, para a realização da atividade foi composta pelos seguintes itens:

3 termistores tipo NTC de 10k Ω , 5k Ω e 1k Ω *
1 termoresistência do tipo PT-100*
2 multímetros digitais
2 metros de fio condutor 5mm
30 cm de espaguete termo-retrátil
1 estanhador doméstico juntamente com 2 metros de estanho **
6 garras jacaré de eletricidade, com dentes, com isolamento, de 7cm
1 termômetro de mercúrio com capacidade de leitura de no mínimo 100°C **
1 “rabo quente” de 600W a 1000w, (aquecedor de água portátil) **
1 pote vazio com capacidade de 2 litros
5 copos descartáveis de 200ml
3 kg de gelo em cubos
1 toalha de tamanho mínimo 40cm X 80cm
5 folhas de papel quadriculado
1 Óculos de segurança Epi para cada componente do grupo ***
1 par de luvas de segurança por componente do grupo ***

Quadro 3: Materiais necessários para as três aulas²

Fonte: Elaborada pelo autor

Além de régua, calculadora e caderno, que são materiais utilizados diariamente em aula.

Ainda dentro da proposta do projeto no qual se pretende que os alunos desenvolvam competências e interações, foi incentivada a iniciativa dos alunos para que eles, a fim de baratear a aquisição dos materiais como termistores NTC, do fio condutor, da capa termo retrátil e das garras jacaré, fizessem cinco orçamentos em eletrônicas da cidade, com o objetivo de adquirir estes produtos em uma só loja. Devido à quantidade adquirida, esta iniciativa acabou resultando em uma economia de pouco mais que 25% no custo final dos produtos, o que serviu como exemplo de ação prática.

²* Ao longo do trabalho chamar-se-ão de sensores os termistores tipo NTC e as termorresistências Pt100.

** Fornecidos pela Escola para realização das tarefas.

*** Fornecido pela Escola para utilização durante todo o curso.

4.6.3 Montagem do circuito com os sensores NTC e primeiros testes de resistência elétrica

Para se iniciarem os trabalhos com os sensores, explicou-se aos alunos que, durante a realização dessa situação de aprendizagem, os sensores teriam que ser mergulhados em água quente, e que durante este mergulho, os mesmos deveriam estar ligados às pontas de prova do multímetro para se observar e coletar seus valores de resistência. Porém, como os terminais de sinal dos sensores eram muito curtos, não seria possível acoplar as pontas de prova do multímetro aos sensores e deixá-los mergulhados na água. Assim, para poder coletar tais medidas, foi sugerido aos alunos que soldassem as duas pontas dos sensores a fios condutores de mais ou menos 25cm de comprimento e 5mm de espessura, a fim de alongar as pontas dos sensores.



Figura 8: Sensores NTC de 1k Ω , 5k Ω e 10k Ω respectivamente
Fonte: Arquivos do autor

Para realizar a solda, foi feita uma intervenção de como proceder. Havia alguns alunos que já tinham feito este tipo de solda em outras ocasiões e foram os que se prontificaram a iniciar os trabalhos, enquanto que outros foram observando como fazer e conseguiram realizá-la tranquilamente.

O detalhe foi a não utilização do material de segurança. Apesar de terem sido orientados anteriormente (no primeiro dia de aula, é realizada aos alunos uma palestra sobre equipamentos de proteção e primeiros socorros) no sentido de que deveriam utilizar luvas e óculos de proteção, cinco alunos não os estavam utilizando. Porém, quando foram chamados à atenção para o fato, prontamente começaram a utilizá-los. Entende-se que, por ser esta a primeira atividade prática, os alunos ainda não estavam totalmente habituados com as normas de segurança.

Foi sugerido aos alunos que, para se proceder a soldagem no sensor de $5k\Omega$, eles enrolassem as ponteiros do mesmo, a fim de não danificar o sensor, pois ele não se encontrava protegido por uma capa epóxi como os sensores de $1k\Omega$ e $10k\Omega$.

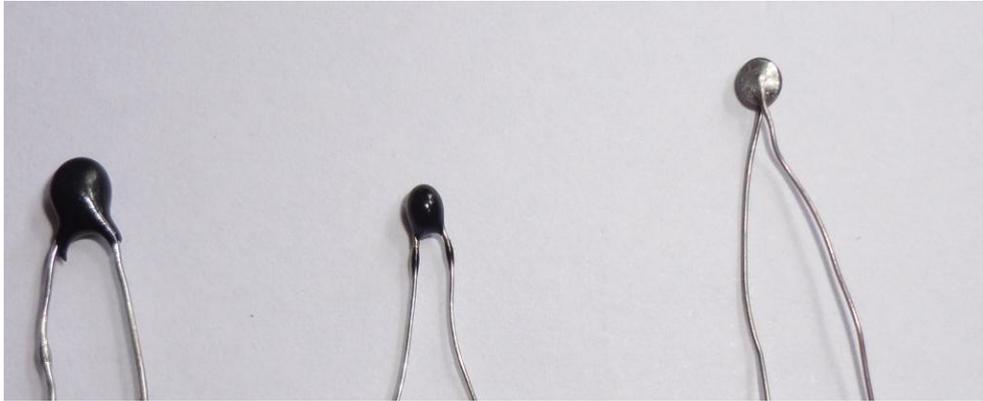


Figura 9: Sensores com capa epóxi e sem capa epóxi
Fonte: Arquivos do autor

Esta atividade levou um tempo considerável, uma hora, visto que, como foi citado anteriormente, tinha-se à disposição apenas duas tomadas 220V e, como era norma da escola, não se poderia utilizar T (plugue três saídas) nas tomadas porque isto poderia causar uma sobrecarga elétrica e as consequências não seriam nada agradáveis. Assim, o trabalho ficou restrito a essas duas tomadas. Se o número de tomadas fosse suficiente, estima-se que não se levaria mais do que meia hora para a realização da atividade.

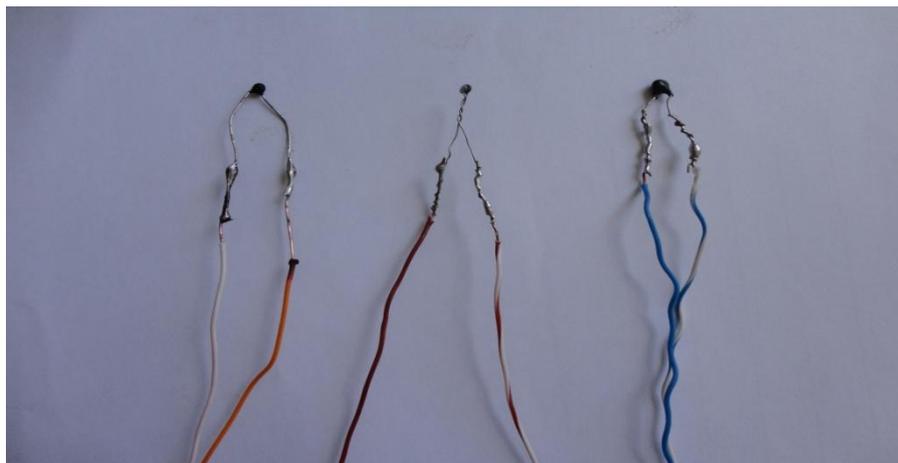


Figura 10: Sensores soldados aos fios condutores
Fonte: Arquivos do autor

Depois de realizada a solda, foi solicitado aos alunos que medissem a resistência de seus sensores e, como já era esperado, vieram as perguntas: Qual é a unidade de resistência elétrica? Onde acoplar no multímetro os pinos banana preto e o pino banana vermelho?



Figura 11: Multímetro modelo ICCEL Manaus IK-1000 e seus elementos
Fonte: Arquivos do autor

Diante destas perguntas, com o auxílio do projetor multimídia, iniciou-se a explicação de quais as grandezas físicas poderiam se medir com o multímetro, as quais eram a corrente elétrica, a tensão elétrica e a resistência elétrica; os tipos de correntes e tensão: contínua e alternada. Também foi demonstrado detalhadamente em quais bornes do multímetro se poderia conectar os pinos banana, já que em seus multímetros havia três bornes de conexão e apenas dois pinos banana. Citou-se também que a medição da resistência elétrica deve ser efetuada preferencialmente fora do circuito, ou quando este não tiver corrente elétrica a circular, pois foi colocado ainda que, ao se medir a corrente elétrica em um circuito, as pontas de prova devem ser colocadas em série com o circuito, e, ao se medir a tensão elétrica, as pontas de prova devem ser colocadas em paralelo com o circuito. Também foram citadas as funções da chave seletora de funções, que é o botão que gira 360° no centro do multímetro.

Ao iniciar o curso, é sugerido um modelo/marca de multímetro digital, que é de fácil aquisição em eletrônicas de Caxias do Sul, além de ser um dos mais baratos no mercado. Indicou-se a marca e o modelo, pois, se não todos, a maior parte dos alunos está tendo seu primeiro contato com um multímetro, e, se todos tivessem o mesmo modelo, facilitaria, tanto a explicação quanto a assimilação por parte dos alunos. A utilização inicial deste multímetro

é apenas didática e, na maioria das vezes, ele será danificado pelo fato de os alunos utilizarem escalas erradas durante medições de tensão ou corrente. É bastante comum, na maioria das vezes por desatenção, os alunos tentarem medir tensão em escalas de resistência ou corrente e aí danificarem o equipamento.

Nesse processo, os conceitos vão sendo sistematizados à medida que forem necessários ao desenvolvimento da atividade. Esta perspectiva está de acordo com Biembengut e Hein (2000) e com a proposta de intervenção de Skovsmose (2000), que considera a sala de aula como um ambiente de aprendizagem, na qual a intervenção do professor se dá com questionamentos como: o que acontece se...? Por que isso...? (SKOVSMOSE, 2000, p. 71)

Ao voltarem para a medição dos sensores, restava a dúvida de praticamente toda a turma: Qual é a melhor escala de resistência elétrica que se deve utilizar no multímetro?

Minha resposta foi: Qual foi a resistência informada a vocês na compra dos sensores? E a resposta dos alunos foi que eles pediram um sensor de $1\text{k}\Omega$, um de $5\text{k}\Omega$ e um de $10\text{k}\Omega$, mas, visualmente eles não conseguiam identificar qual era qual. Foi falado, então, a eles: menos mal, pois vocês devem prestar atenção ao fato de que, nas eletrônicas, inúmeras vezes, o vendedor diz que o sensor é de uma determinada resistência, quando, na realidade, o sensor é de outra resistência.

Para terem certeza de tal, devem medir sua resistência elétrica. Não devem ter medo, pois medir a resistência não danifica o multímetro nem há qualquer risco se vocês não utilizarem a escala correta, desde que este sensor não esteja ligado a uma fonte de tensão, pois, como já falado anteriormente, nunca se deve medir a resistência elétrica em equipamentos ligados a fontes de tensão.

Ainda mostrando certa preocupação com a utilização do multímetro, alguns grupos iniciaram a medição, utilizando a escala de 200Ω para os sensores que *a priori* seriam de $1\text{k}\Omega$, $5\text{k}\Omega$ e $10\text{k}\Omega$ e o *display* do multímetro mostrava 1___, (conforme figura 12), aí falavam: Professor, achamos que o nosso multímetro está estragado.



Figura 12: Display do Multímetro no momento em que a escala utilizada para aferir a resistência elétrica é menor que a resistência do sensor
 Fonte: Arquivos do autor

Tal comentário foi respondido prontamente com uma pergunta: Que valor de resistência elétrica vocês pediram na compra destes sensores? E os alunos já diziam: Ah, sim, foi de $1\text{k}\Omega$ ou $5\text{k}\Omega$,... e, logo mudavam a escala da chave seletora para escalas maiores e abriam um sorriso, pois tinham conseguido medir a resistência do sensor. Os grupos que iniciaram a medição com escala de 2000Ω tiveram este problema apenas com o sensor de $10\text{k}\Omega$.

Três grupos fizeram todas as medições com a escala de $2000\text{k}\Omega$ e anotaram as medidas 011, 005 e 001, pois era desta maneira que aparecia no visor do multímetro. Ao questioná-los, queria-se saber que medidas eram estas que encontraram. Nos três grupos, falaram que eram de $11\text{k}\Omega$, $5\text{k}\Omega$ e $1\text{k}\Omega$. Foram ótimas as respostas, porém, questionados novamente, sugerindo que tentassem mudar para a escala de $200\text{k}\Omega$, eles abriam o sorriso, vendo que tinham uma precisão maior. O exemplo de um dos grupos foi $11,3\text{k}\Omega$, $5,4\text{k}\Omega$ e $1,2\text{k}\Omega$. Depois, foi sugerido para que mudassem para a escala de $20\text{k}\Omega$. Então ficavam realizados, pois tinham uma precisão de duas casas decimais na medida e o exemplo deste mesmo grupo foi $11,34\text{k}\Omega$, $5,41\text{k}\Omega$ e $1,22\text{k}\Omega$.



Figura 13: Em destaque as escalas de resistência elétrica do multímetro
Fonte: Arquivo do autor

O comentário geral para a turma sobre as medições de resistência foi: Cabe a vocês identificarem a escala correta na medida de qualquer grandeza, seja de tensão, corrente ou resistência, pois se pode medir uma resistência de 124Ω , utilizando a escala de $20k\Omega$, mas a precisão da leitura será prejudicada. Então, basta mudar a chave seletora para escalas menores e observar que a cada mudança, apresentam-se valores de maior precisão e, neste caso, a melhor escala é a de 200Ω , que é a menor escala que o multímetro oferece, na qual se tem uma precisão melhor, de uma casa decimal. Para clarificar esta ideia, foi sugerido a todos os grupos que tentassem medir as resistências de cada sensor, utilizando as cinco escalas de resistência, da maior, $2000k\Omega$, para a menor, 200Ω , e assim poderem comparar as diferenças de uma escala para outra.

Ao medirem as resistências dos sensores, os alunos estavam familiarizando-se com os multímetros, pois de nada adiantaria ter exposto todas as funções do multímetro – tempo de mais ou menos quarenta minutos – se os alunos não tivessem este contato com os mesmos e se eles não sentissem as dificuldades que estavam sentindo. Um equipamento que antes era um “bicho de sete cabeças” começava a ter sentido.

Ainda assim, na medição do sensor de $5k\Omega$, os grupos não estavam conseguindo encontrar medida de resistência, pois o visor do multímetro mostrava 0.00, ou seja, nenhuma resistência. De imediato, foram induzidos a observar o que estava acontecendo de diferente

com aquele sensor que não apresentava medida, e ainda foi feita a seguinte pergunta: Será que este sensor não tem resistência? Será que vocês estão utilizando a escala correta?

Porém, nenhum grupo conseguiu observar o que havia de “estranho” com tal sensor.



Figura 14: Diferença entre o sensor de $10k\Omega$ (com capa epóxi preta) e o sensor de $5k\Omega$ (sem capa epóxi) em que seus terminais foram enrolados

Fonte: Arquivos do autor

O que estava acontecendo de “estranho” com o sensor de $5k\Omega$ era que, ao iniciarem a montagem dos sensores, este se apresentava sem a capa de proteção, o que o deixava muito sensível, uma vez que, ao ser manuseado, seus terminais de sinal poderiam desprender-se, inutilizando-o. Por conta disto, foi sugerido que os alunos enrolassem os terminais entre si, com mais ou menos duas voltas, figura 14, assim não correndo o risco de danificar o sensor.

O que estava acontecendo com os sensores que não apresentavam medição de resistência no multímetro era que os terminais de sinal estavam em curto-circuito, ou seja, sem o devido isolamento, os terminais estavam encostados provocando o curto. Este curto-circuito entre os terminais de sinal fez com que o multímetro não apresentasse resistência para o sensor, pois, durante o curto, a resistência no fio é desprezível. Assim, após terem desenrolado os terminais de sinal, conseguiram as medidas de resistência do sensor de $5k\Omega$.

A partir daí, foi feita a explicação da razão da próxima etapa do trabalho, que é o isolamento da junção dos terminais de sinal dos sensores aos fios condutores, através de espaguete termo retráteis. Como o próprio nome sugere, os espaguetes termo retráteis estreitam seu diâmetro ao serem submetidos a altas temperaturas.

Inseriu-se o fio condutor no pedaço de mais ou menos 5cm de espaguete, conforme o tamanho da solda, até que o espaguete encostasse no sensor. Colocou-se um espaguete em cada fio condutor. Foi utilizado um isqueiro para executar o isolamento. Bastou passar o fogo do isqueiro duas ou três vezes sob o espaguete e estava pronto o isolamento. O espaguete

termo retrátil tem a mesma função da fita isolante de eletricidade, porém, não foi utilizada a fita isolante, pois a parte onde foi colocado o espaguete iria ficar submersa em água.

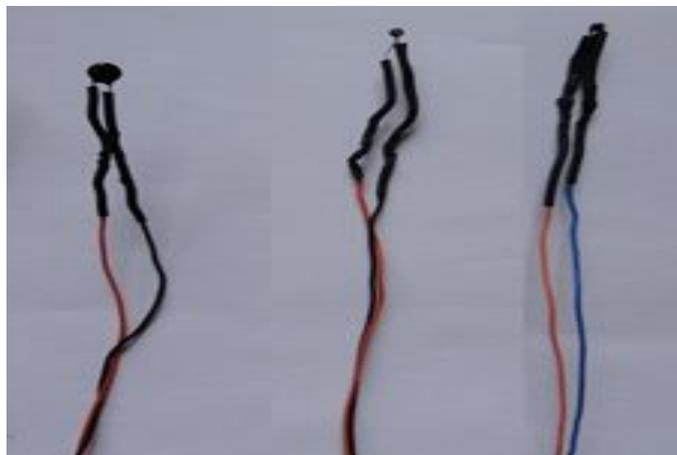


Figura 15: Sensores no circuito com isolamento do espaguete termoretrátil
Fonte: Arquivos do autor

Anteriormente, ao realizarem as medições de resistência, os alunos prendiam as pontas de prova do multímetro aos terminais de sinal dos sensores, utilizando os dedos polegar e indicador. Isto se tornava muito incômodo, pois, se tivessem que realizar esta tarefa individualmente, ela seria quase que inviável, já que estariam utilizando as duas mãos somente para pressionar as pontas de prova aos terminais de sinal e não teriam como mudar a chave seletora do multímetro para verificar qual a melhor escala para medir as resistências dos sensores.

Assim, a próxima sugestão foi acoplar as garras jacaré de eletricidade com dentes na extremidade oposta do sensor, no fio condutor. Com isso, poderiam conectar as pontas de prova do multímetro aos terminais de sinal dos sensores com maior facilidade.

Ao juntarem o fio condutor às garras, os alunos questionaram:

Em qual lado do circuito devemos acoplar a garra preta ou a garra vermelha? Tem diferença entre suas cores?



Figura 16: Não há diferença entre as garras jacaré preta ou vermelha
Fonte: Arquivos do autor

Comentário: Vocês devem tirar as capas das garras de todas as seis e colocar em um “montinho” as garras e, em outro “montinho”, as capas. Há alguma diferença entre as garras?

A resposta, seguida de outra pergunta foi: Não. Mas, porque quando compramos são de cores diferentes, então?

Resposta: Neste caso, não terá diferença alguma, pois se irão medir apenas os valores de resistência dos sensores. Entretanto, ainda este semestre, vocês trabalharão com mensuração de corrente elétrica e tensão elétrica em circuitos de corrente contínua ou alternada, e aí constatarão que aparecerá no display do multímetro, no lado esquerdo, um sinal negativo, indicando a inversão de polaridade. Se a polaridade estiver correta, não aparecerá sinal algum. Mas isso ficará para mais adiante.

Solicitamos, então, que os alunos inserissem as garras de volta às capas e, após, efetuassem a junção da garra ao fio condutor. Foi salientado que, inicialmente, fizessem a junção em apenas um sensor, pois era importante observar como estava sendo feita e se haveria algum problema.

A colocação das capas causou alguns problemas na construção, pois elas possuem um lado com diâmetro menor do que o outro. O lado mais fino fica na parte de junção da garra com o fio condutor e o lado mais grosso, na junção da garra com a ponta de prova do multímetro, por isso, ela devia ser inserida longitudinalmente no fio condutor, antes deste ser preso à garra, porém, não foi o que ocorreu. Apenas dois grupos perceberam que isso devia ser feito.

Outro problema ocorreu na junção do fio condutor à garra, em três grupos, G3, G5 e G10. Os componentes não perceberam que, para haver o contato entre a garra e o fio, este deveria ser desencapado na parte de conexão com a garra.

Durante a constatação destes problemas da junção do fio condutor com a garra, não foram expostos individualmente para os grupos seus equívocos. Com a finalização da construção do primeiro sensor, foi sugerido que levantassem seus protótipos para todos poderem observá-los. Outra sugestão foi que tentassem colocar as capas das garras e que também medissem as resistências de seus sensores.

Conforme constatado anteriormente, a maior parte dos grupos não conseguiu inserir as capas às garras e três grupos não conseguiram averiguar o valor de resistência do sensor. Diante disto, foi mencionado para toda a turma o que havia ocorrido: àqueles que não conseguiam colocar a capa na garra jacaré, foi solicitado o exemplo de dois grupos, G1 e G8, que haviam inserido a capa corretamente e, aos três grupos que não haviam desencapado os fios, explicou-se o que havia ocorrido. Desta forma, aparando estas inconformidades, todos os grupos conseguiram finalizar a construção de seus circuitos.

A Figura 17 mostra a montagem feita com os sensores, a fim de coletar seus valores de resistência.

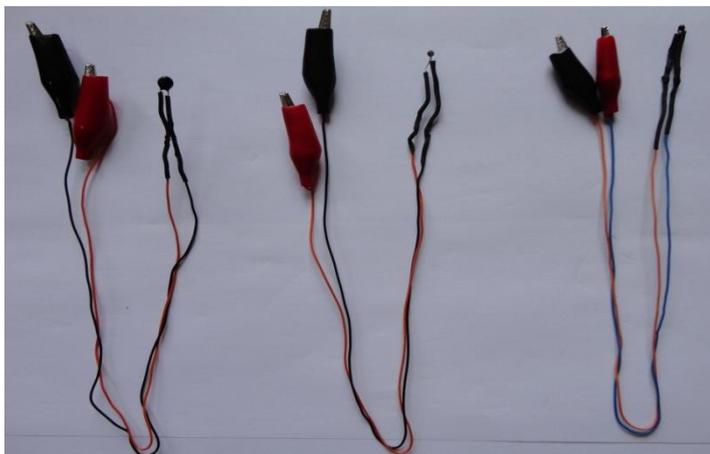


Figura 17: Montagem do circuito contendo os termistores NTC (sensores)
Fonte: Arquivos do autor

4.6.4 Circuito do sensor Pt100

Como se pôde acompanhar até então, os circuitos contendo os termistores NTC foram confeccionados e também todo material adquirido pelos alunos. Já o circuito contendo a termorresistência Pt100 foi emprestado aos alunos, pois seu custo está em aproximadamente R\$ 40,00 e se tornaria muito caro para os estudantes adquirirem. Já os circuitos com os termistores NTC custaram em média R\$ 1,00.

Estes sensores Pt100, antes de serem emprestados aos alunos, passaram por processo semelhante de construção dos sensores NTC. No entanto, a fim de protegê-los e serem utilizados por outros alunos nos semestres seguintes, foram encapsulados em um tubo de vidro de 50 mm de comprimento por 10 mm de diâmetro e envoltos por areia fina antes de serem fechados com resina epóxi.

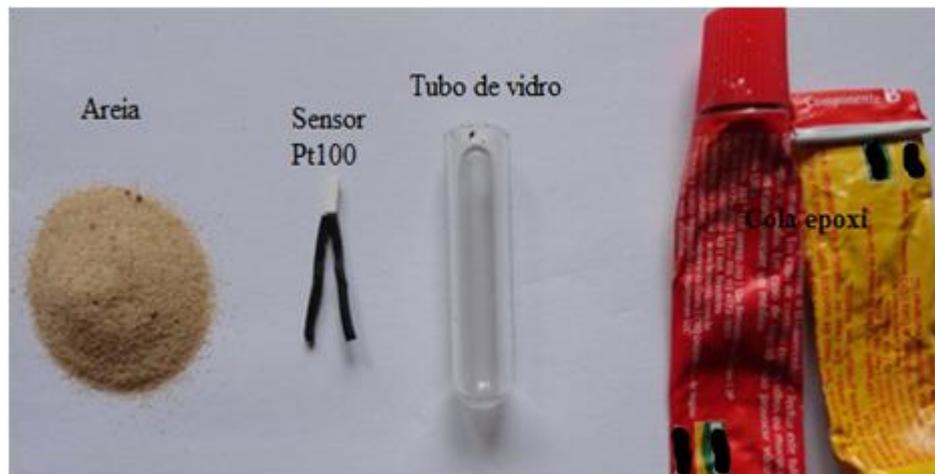


Figura 18: Material utilizado para encapsulamento do Pt100
Fonte: Arquivos do autor

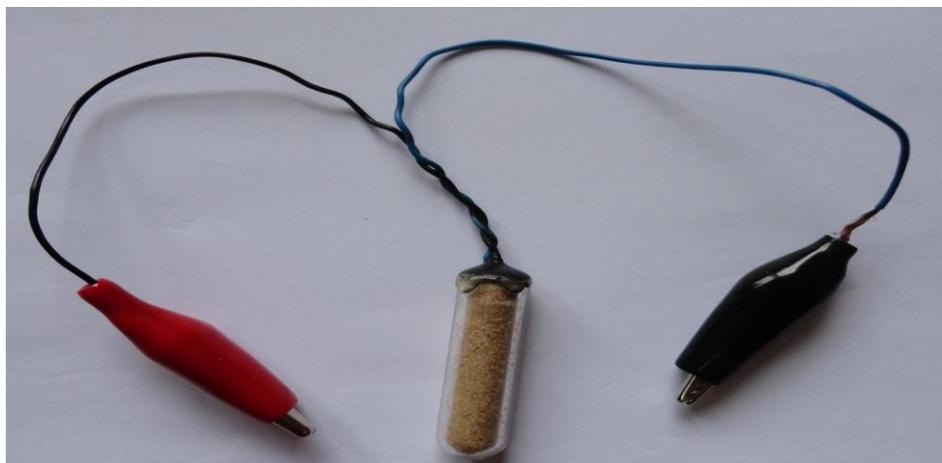


Figura 19: Montagem do circuito contendo o sensor Pt100
Fonte: Arquivos do autor

4.6.5 Primeiras noções de comportamento dos sensores com circuitos completos

Com a parte de montagem dos circuitos contendo os sensores finalizada, foi sugerido aos alunos que prendessem as garras de um dos sensores às pontas de prova do multímetro e girassem a chave seletora do mesmo até constatarem a melhor escala de resistência para a medição do mesmo. Feito isso, sugeriu-se que comprimissem o sensor com os dedos

indicador e polegar, a fim de observarem o que acontecia com os valores de resistência apresentados no *display* do multímetro.

Esta tarefa foi facilitada por se tratar de um dia frio. Como comentado anteriormente, fazia em torno de 8°C em Caxias do Sul e os sensores, à temperatura ambiente, apresentavam-se com resistências razoavelmente altas, no caso dos sensores NTC, mas a compressão dos sensores entre os dedos acarretava no aumento da temperatura no sensor e fazia com que a resistência variasse, no caso, diminuía seu valor.

Nos sensores NTC, os alunos puderam observar que o aumento da temperatura no sensor acarretava na redução da resistência. Já nos sensores Pt100, o aumento da temperatura acarretava o aumento da resistência.

As colocações mais comentadas pelos alunos foram que, além da diferença de que em um tipo de sensor a resistência diminui e em outro a resistência aumenta, no sensor que a resistência diminui, ela diminui bastante, isto é, tem uma grande amplitude. Já no sensor em que a resistência aumenta, ela aumenta pouco, ou seja, tem pouca amplitude.

Outra colocação, esta feita por um componente do G1, foi que ao se pressionar com os dois dedos o sensor NTC, a fim de aquecê-lo, sua resistência variava imediatamente. Já, ao se aquecer o Pt100, além de sua resistência aumentar pouco, demorou um pouco mais para iniciar este processo de elevação, portanto, não foi imediato. Ainda segundo a colocação do aluno, isso se deve ao fato de o sensor não estar em contato direto com a mão.

Comentário: “Certamente, sua colocação está correta, pois, para chegar o calor ao sensor, primeiramente, este deve aquecer a areia. Assim sendo, leva um pouco mais de tempo para acontecer o aquecimento. Há que dar atenção especial a este fato no momento da coleta de valores, a ambientação do circuito e a temperatura a que estará exposto.”

4.6.6 Breve explicação sobre modelos matemáticos aos alunos

Com os alunos tendo uma ligeira noção da reação dos sensores frente a mudanças de temperatura, iniciaram-se as medições necessárias para a atividade.

Foi exposto, com base nas medições que seriam feitas, o objetivo de encontrar modelos matemáticos para cada sensor, a partir dos quais poderá se observar qual o comportamento de sua resistência quando submetido a variações de temperatura e, também, fazer algumas predições, quando submetidos a temperaturas inalcançáveis em tal experiência.

Logo veio a pergunta de C1 do G1: “Mas o que são estes Modelos Matemáticos? São equações tipo, $y=2x+3$?”

Resposta: Sim, só que na realidade não é uma equação, e sim uma função, mas será “uma coisa” parecida com isso que se tentará encontrar ao final deste estudo. Claro que se vocês se lembrarem das aulas de revisão, vão ver que não eram utilizadas as letras x e y para representar as funções, mas, sim, outras letras como a letra t, para representar tempo, a letra i para representar corrente elétrica, a letra L para representar a dilatação linear dos sólidos, ou a letra V para representar a tensão elétrica, entre outras. Assim, poderão se utilizar as letras R, para simbolizar resistência elétrica e a letra T, para simbolizar temperatura.

Voltando à pergunta, a partir da coleta de valores de resistência e temperatura que será feita com sensores, surgirão dados que, pelos moldes pensados, deverão ser organizados primeiramente em uma tabela, e esta organização resultará em um modelo matemático. Logo, modelos matemáticos podem ser: uma tabela, um gráfico, uma função, entre outros. O propósito do modelo é entender e talvez fazer previsões sobre um comportamento futuro. Um exemplo de utilização de um modelo pode ser que: não se consiga, nessa experiência, chegar a uma temperatura de 200°C. No entanto, através de um modelo matemático que, no caso, será a função, há como se conseguir fazer uma previsão aproximada de qual será a resistência elétrica do sensor a esta temperatura, e mais, caso sejam calculados através da função mais alguns pares de valores de resistência e temperatura, pode-se saber como será a continuidade do gráfico.

Trabalhar-se-á inicialmente com a construção da tabela, para posteriormente construir o gráfico e, finalmente, chegar à função. Após se chegar à função, será feito o caminho inverso: a partir da função, será construída uma tabela e, posteriormente, sobre o gráfico inicial, será construído um novo gráfico com esses dados calculados a partir da função. Lembrando que o objetivo é conhecer o comportamento dos sensores através de medições e aplicações de conceitos matemáticos.

4.6.7 Primeira coleta de dados

O primeiro modelo construído foi uma tabela para cada um dos sensores com as grandezas resistência elétrica e temperatura. Para a confecção desta tabela, foi solicitado aos alunos que cada grupo escolhesse um dos sensores NTC para a coleta de dados.

Para a construção deste primeiro modelo matemático, sugeriu-se aos alunos que, conforme a lista de materiais, eles trouxessem um pote de capacidade média de dois litros, copos descartáveis de 200 ml, gelo em cubos. A preparação desse experimento consiste em colocar um copo descartável no centro do pote e, ao redor do copo, completar com gelo.

Com o auxílio do aquecedor de água portátil, foram aquecidos em torno de 5 litros de água até a temperatura aproximada de 80°C. Aqueceu-se a água a ser utilizada por todos os grupos. O aquecimento ficou a cargo dos alunos.

A utilização do aquecedor requer alguns cuidados. Assim, foram relatados aos alunos os cuidados que devem ter antes de utilizá-lo: Deixar o recipiente em que a água for aquecida em local firme e seguro; utilizar recipientes de vidro, louça ou alumínio para o aquecimento; não utilizar recipientes plásticos; colocar a parte metálica do aquecedor verticalmente na água; o nível da água deve estar acima da parte redonda do aquecedor, nunca ligar o aquecedor fora da água; quando a água estiver aquecida, primeiramente, desconectar o cabo quente da tomada da rede elétrica e depois retirar o aquecedor do recipiente, mas, sempre tendo cuidado, pois o aquecedor elétrico ainda está quente, sendo que o ideal é ter outro recipiente com água fria para colocá-lo após o uso, a fim de resfriá-lo.

A água aquecida foi posteriormente colocada nos copos plásticos descartáveis que estavam imersos em gelo no pote com capacidade de 2 litros.

Optou-se pela utilização de água quente e gelo, por estes serem produtos de fácil obtenção e manuseio, porém, sempre dando atenção às normas de segurança do trabalho. Assim, o aluno que manejasse a água quente deveria estar utilizando as luvas de proteção.

Antes da montagem do processo de medição, foi solicitado aos grupos que ferrassem os tampos das mesas com as toalhas, solicitadas na lista de materiais, a fim de não molharem as classes, já que por fora do pote com o gelo, ocorreria condensação do ar e, sem as toalhas, suas classes e seus espaços de trabalho ficariam parecendo um pântano.

Submergiram-se na água quente do copo o sensor e o termômetro de mercúrio. O sensor estava conectado às pontas de prova do multímetro.

Como cada grupo escolheu o sensor que achasse melhor, os alunos já estavam com a chave seletora do multímetro localizada na melhor escala para tal sensor. A figura 20 mostra a montagem do processo.



Figura 20: Montagem do processo de coleta de dados
Fonte: Arquivos do autor

Foi solicitado aos alunos que, inicialmente, utilizassem uma folha de caderno para anotarem os valores de resistência e temperatura. Explicamos que, com esses valores de resistência e temperatura, eles teriam que posteriormente construir novos modelos matemáticos, os quais no caso seriam os gráficos e as funções de cada sensor.

Para a realização das medições do primeiro sensor, foram feitas apenas as observações citadas acima. Com isso surgiram muitas perguntas, entre elas: “de quantos em quantos graus devemos anotar os valores?” “Devemos anotar os valores de temperatura a cada $1\text{k}\Omega$ de resistência que o sensor variar?” “Qual deve ser a primeira temperatura que devemos anotar?” “Devemos chegar até que valor final de temperatura?” “Devemos chegar até que valor final de resistência?” “Quantos pares de valores tem que ter nossa tabela?” “O termômetro e o sensor devem ficar durante todo o tempo dentro da água?” “Precisamos chegar até a temperatura 0°C ?” “O que acontece se, durante a coleta, se tirar o sensor de dentro do copo?”

Num primeiro momento, as respostas eram muito vagas, do tipo: “Vocês decidem de quantos em quantos graus devem anotar os valores de resistência e temperatura.”; “Vocês podem escolher a grandeza que deve reger a coleta de dados de seu sensor.”; “A primeira temperatura pode ser a maior que o termômetro mostrar.”; “Vocês podem escolher quantos pontos devem coletar.”; “Se julgarem importante, podem tentar chegar à temperatura de

0°C.”; “Se tirar o sensor do copo durante o processo, o multímetro mostrará a resistência do sensor à temperatura ambiente.”

Diante apenas destas colocações, os alunos iniciaram as medições, porém, pareciam estar inseguros no que estavam fazendo. Do ponto de vista do professor, tal atitude é normal para quem está participando pela primeira vez de uma atividade prática. Segundo um questionário aplicado à turma no primeiro dia de aula, nenhum aluno da turma havia trabalhado com atividades práticas na escola, anteriormente, a não ser com algumas experiências feitas pelo professor de Física, nas quais eles eram meros espectadores. Então, mesmo com certa insegurança, tiveram a iniciativa para executar as medições necessárias.

No grupo G1, estavam os alunos que pareciam mais engajados com a causa. Construíram a tabela com espaçamentos de um em um grau, de 72°C até 0°C, mas perceberam que tiveram um enorme trabalho, pois, ao ser utilizado um termômetro que não era digital, a visualização exata do mercúrio do termômetro em cada grau tornava-se uma tarefa quase impossível, pois, além de o valor da resistência apresentada no multímetro não estagnar, ele continuava crescendo incessantemente, não sendo possível visualizar o seu valor exato.

Os grupos G2, G3, G4, G5, G6 e G7 optaram pela criação da tabela a partir dos valores de resistência. Foram anotando valores de um em um ohm. Os grupos G2, G3 e G4 escolheram os sensores de 5kΩ, o grupo G5, o sensor de 10kΩ, e os grupos G6 e G7, o sensor de 1kΩ. Ao escolherem como base valores inteiros de resistência, tiveram grande dificuldade na obtenção dos devidos valores de temperatura, pois, segundo suas falas, quando o multímetro marcava os valores inteiros de resistência, o mercúrio do termômetro nunca estava em um valor inteiro de temperatura. Aí anotavam um valor aproximado para esta.

Referimo-nos aqui a valores inteiros de resistência como sendo os valores de 1kΩ, 2kΩ, 3kΩ e assim sucessivamente.

Mesmo com as dificuldades encontradas na obtenção dos valores de temperatura, os grupos G2, G3 e G4 conseguiram elaborar a tabela com 15 pares de valores (resistência e temperatura). O grupo G5 conseguiu compor sua tabela com 25 pares de valores. Tinham valores suficientes em suas tabelas para conseguir, posteriormente, construir um gráfico e observar facilmente o comportamento do sensor. Porém, os grupos G6 e G7 não tiveram a mesma sorte, pois, utilizando a tática de anotar apenas os valores de temperatura quando apareciam apenas valores inteiros de resistência, conseguiram coletar apenas três pares de valores. Provavelmente, estes grupos fixaram valores de resistência em função de conhecerem ou de estarem mais habituados com o multímetro do que com o termômetro.

Os sete grupos optaram por coletar os valores até chegarem à temperatura 0°C. Na realidade, em função dos murmurinhos em sala de aula antes de iniciarem as medições, todos os grupos coletaram dados até chegarem à temperatura 0°C, pois um pouco em função da insegurança que estavam sentindo, um pouco em função da parte intuitiva que trazem em suas bagagens, a temperatura 0°C é como um porto seguro para a maioria deles. Tinham a intuição de que, em alguma das medidas, deveria aparecer o valor zero, e assim o conceberam com a temperatura, já que os valores de resistência estavam se elevando.

Os grupos G8, G9, G10 e G11 tomaram por base os valores de temperatura. Foram marcando valores aleatoriamente, sem manter um padrão. Por exemplo, o G9 evidenciou valores de resistência nas temperaturas: 62°C, 55°C, 44°C, 25°C, 10°C e 0°C.

Já os grupos G12, G13, G14 e G15 tomaram como base os valores de temperatura e utilizaram um critério para as marcações. Os grupos G12, G13, G14 estabeleceram como referência valores de cinco em cinco graus, e o G15, valores de 10 em 10 graus.

Durante as medições, vários grupos questionaram, referindo-se a alguns “saltos” que o multímetro apresentava em relação aos valores de resistência. Aproveitando o “gancho”, foi questionado se, durante estes saltos, os alunos percebiam um comportamento estranho no termômetro, do tipo, a temperatura parou de baixar ou decaía mais rapidamente. As respostas de grande parte da turma eram que apenas notavam o comportamento estranho no multímetro, já, no termômetro não haviam prestado muita atenção, pois estavam mais preocupados com as grandes variações do multímetro. Apenas dois alunos integrantes do G1, C1 e C2 comentaram que, ao ocorrer este salto, a temperatura mostrada no termômetro aumentou em mais ou menos 8°C.

Diante de tal comentário, inicialmente, não houve resposta, nada ocorreu. Porém, observando melhor as estratégias para a coleta de dados, percebeu-se que, em todos os grupos, foram colocados os termômetros com a ponta de mercúrio encostada no fundo do copo e, na borda oposta, o apoiavam, ficando diagonalmente colocado no copo.

Evidentemente, a água que estava mais próxima as laterais do copo estava mais fria que a do centro do copo, pois a transferência de calor, enquanto a água estava parada se dava de fora para dentro.



Figura 21: Sistema com termômetro colocado diagonalmente no copo
Fonte: Arquivos do autor

Os termômetros ficavam nesta posição até a temperatura da água chegar a mais ou menos 30°C . Abaixo deste valor, os números ficavam submersos na água e os alunos não conseguiam mais visualizar perfeitamente as marcações. Tinham que erguer o termômetro para tal, o que ocasionava uma troca brusca de temperatura, pois, próximo às paredes do copo, a água estava mais fria que no centro do mesmo. Este deslocamento do termômetro dentro do copo resultou na propagação do calor da água quente por correntes frias e quentes que, ao subir e descer dentro do copo. Tal deslocamento realizou esta distribuição do calor, levando a água a ter uma temperatura quase que homogênea dentro do copo neste momento. Esta mudança foi notada de forma modesta no termômetro, porém, muito mais notória, por ser digital, no multímetro.

Durante a mudança de lugar do termômetro dentro do copo, somente este era deslocado, enquanto o sensor permanecia no mesmo lugar. A homogeneidade da água se dava somente neste momento. Após, com a água do copo parada novamente, a disparidade entre as temperaturas a que estavam submetidos o termômetro e o sensor tornava-se elevada novamente, pois se pôde perceber que o sensor era colocado no copo, de forma que ficasse no

fundo do mesmo, enquanto o termômetro, a partir dos 30°C ou 25°C, ficava no centro do copo.



Figura 22: Termômetro no centro do copo e sensor no fundo do mesmo
Fonte: Arquivos do autor

Porém, estas deduções não ocorreram de imediato. Por isso, teve-se que, quando questionados, apenas colocar aos alunos que se iria analisar posteriormente com a turma o porquê destes saltos de valores de resistência. Por sorte, essas análises com a turma ficaram para a aula seguinte, portanto, dentro de uma semana se poderia refletir e analisar os porquês.

Como se pôde observar durante esta primeira coleta de dados, foram apresentados vários perfis de tabelas, desde tabelas mais elaboradas, com muitos valores, até tabelas com apenas três valores. Deparou-se, portanto, com extremos. Porém, em todos os modelos, os alunos já conseguiam visualizar algumas características dos sensores com que estavam trabalhando, por exemplo: à medida que a temperatura diminui o valor de resistência do sensor aumenta, e este aumento não é regular, pois, em temperaturas menores, a variação da resistência elétrica é maior. Também ficaram muito incomodados com o salto de resistência elétrica no sensor próximo à temperatura de 30°C.

Ao terminarem as medições do primeiro sensor, foram transmitidas a toda turma as dificuldades e facilidades que se pôde observar durante esta fase. Foram enumeradas praticamente todas as observações:

Em relação ao G1, foi colocado que construir uma tabela com tantos pontos nem sempre se torna eficaz, pois, além da coleta ser muito extenuante, pode-se incorrer em vários erros na apreciação dos valores de temperatura. Porém, este foi o único grupo que percebeu que houve um aumento significativo na temperatura no momento do salto na resistência.

Para os grupos G2, G3, G4, G5, G6 e G7, foi exposto que os mesmos tiveram grande dificuldade em averiguar os valores de temperatura, visto que tomaram como valores fixos os valores inteiros de resistência, e, no momento de verificar o valor de temperatura para determinada resistência tiveram que “chutar” valores aproximados para as temperaturas, uma vez que os termômetros que dispunham marcavam apenas de um em um grau. E, no tocante aos grupos G6 e G7, a situação foi pior, pois conseguiram apenas três pares de valores.

Aos grupos G8 ao G15, foi relatado que os mesmos tomaram como base valores fixos de temperatura, para anotarem os respectivos valores de resistência, apenas com a diferença de que alguns grupos adotaram escalas fixas para estes valores de temperatura, como de cinco em cinco graus, e outros tomaram valores aleatórios para as marcações.

Foi explicado que os grupos que tomaram como base escalas fixas para uma das grandezas, seja de resistência ou de temperatura, teriam maior facilidade para comparar o que acontecia com a variação da grandeza não fixada, pois, mantendo o padrão em uma delas, bastava observar o que ocorria com a outra grandeza.

Ao final da apreciação das medições feitas pelos alunos, uma ocorrência que chamou bastante atenção e que foi exposta à turma durante as colocações diz respeito ao último valor de temperatura anotado em suas tabelas. Até mesmo os grupos que fixaram valores de resistência, no momento em que chegaram à temperatura de 0°C, anotaram o valor da resistência, mesmo este não sendo um valor inteiro. Alguns grupos anotaram este par de valores ao lado da tabela, outros na sequência da mesma, mas, na realidade, todos tinham o par com temperatura 0°C.

Quando questionados sobre tal fato, de imediato ficaram em silêncio, mostrando certa desconfiança, até que:

O C1 do G1 expôs que seria de onde o gráfico que construiriam iria começar. O C2 do G10 colocou que “fomos até zero, pois era o menor valor de temperatura que podemos encontrar”. O C2 do G5 expressou que: “era o valor que a professora da escola mandava nós começarmos os gráficos, apesar de que uma vez, nós fazíamos uma tabelinha com - 2, - 1, 0, 1 e 2 ”. O C3 do G6 expressou a opinião do grupo: “paramos porque paramos, não sabemos explicar muito bem o porquê, achamos que os gráficos que construímos na escola partem sempre de zero... Ou não?”

Foram interessantes as colocações dos alunos, já se referindo aos gráficos, porém foi colocado novamente que a dúvida não se referia a gráficos e sim ao valor de temperatura 0°C , porque parar nele?

Então o C1 do G1 manifestou-se novamente: “paramos na temperatura 0°C por ser a menor temperatura que a água pode atingir no estado líquido, e com o sistema que estávamos trabalhando, não seria possível transformar a água em gelo, assim paramos em zero grau.” Após a colocação do colega toda turma concordou e aplaudiu, dizendo: boa C1, boa.

Houve concordância com sua resposta, porém indagou-se: A temperatura 0°C é a menor temperatura possível, não existe valores menores de temperatura? No contexto do sistema que foi montado não se tem como achar valores menores de temperatura?

O C1 do G1 respondeu: “Até temos, se colocarmos o termômetro fora do copo de água, entre os gelos, certamente o termômetro nos mostrará valores de temperatura menores que zero, mas é que o senhor nos disse para colocar dentro da água e não entre os cubos de gelo.”

Respondemos: “Certo, foi dito para colocarem o termômetro e o sensor dentro da água, porém, não foi falado para vocês não colocarem os dois no gelo.”

Sendo assim, foi solicitado que mergulhassem o sensor e o termômetro no gelo, a fim de observarem que os sensores podem ter valores de resistência a temperaturas negativas e, mais do que isso, remover este paradigma que tinham formado, de que os gráficos devem partir de zero, ou, que não poderiam ter valores negativos de temperatura.

Aproveitando o momento, foi explicado que os sensores NTC podem funcionar em sistemas aplicados a temperaturas que variam no intervalo de -269°C a 400°C , porém, na maior parte dos casos é aplicado um limite inferior de -60°C , segundo informações do fabricante.

Com a colocação do termômetro e do sensor entre os cubos de gelo, foi solicitado que os alunos anotassem os pares de valores, seguindo os princípios originais das tabelas em cada grupo. Conseguiram observar temperaturas mínimas de -3°C , -4°C , e conseqüentemente, os respectivos valores de resistência. Com isso, desmistificamos a ideia inicial de que a temperatura mínima que poderia ser considerada era 0°C . Esta desmistificação continuará com a construção dos gráficos e nos cálculos de predições através das funções.

A última colocação da aula foi para que os alunos pudessem pensar sobre o porquê de as medidas de resistência próximo aos 25°C , 30°C não continuarem aumentando, como vinha ocorrendo durante todo o processo e darem um salto, voltando a valores menores de resistência.

Ao final da aula, pelo fato de a escola trabalhar com três turnos de aula, faltando 10 minutos, os alunos são responsáveis pela limpeza das classes, da sala de aula e da organização da sala, como se estivessem em seus postos de trabalho, deixando seus espaços limpos para o próximo trabalhador.

4.6.8 Análise da primeira aula

Esta não foi a primeira aula de Modelagem Matemática somente para os alunos desta turma, mas também minha primeira aula trabalhando com este tipo de ambiente, no qual buscaram-se na Modelagem Matemática alternativas de ensino que facilitassem a compreensão e a utilização da matemática na realidade de nossos alunos.

Mesmo sendo minha primeira aula com este ambiente de trabalho, foi muito interessante, produtivo e atendeu às expectativas. Foi uma aula com diálogos muito proveitosos, pois, durante esses diálogos, eram dirimidas muitas dúvidas. Houve uma maciça participação dos alunos nestes diálogos. Alunos que não haviam sequer conversado conosco durante as três primeiras semanas de aula, participaram dos debates e tiraram suas dúvidas em voz alta ou até individualmente. O comportamento, os cuidados com seus materiais e materiais da escola, a ordem no momento de colocar suas dúvidas, tanto individuais quanto dos grupos, o respeito às opiniões dos colegas foram exemplares.

Em relação aos materiais, todos os grupos apresentaram tudo o que foi solicitado, sendo que, em cada grupo, houve uma divisão de utensílios a serem trazidos por cada componente. Todos estavam receosos pelo pouco tempo dado para aquisição dos materiais elétricos (uma semana), além de haver alguns componentes que até então não faziam parte de seus cotidianos.

Ainda em relação aos materiais solicitados, considerou-se ótima a iniciativa dos alunos em adquirir alguns itens da lista em sociedade. Houve uma organização perfeita, em que estipularam prazos para os orçamentos e aquisição e tudo saiu da forma que organizaram.

Observou-se que, dentro dos grupos, os alunos que tinham dúvidas mais pontuais – por exemplo: qual a unidade de medida de resistência? – tentavam saná-las com seus colegas, e, não obtendo resposta convincente, dirigiam-se a nós.

Em relação às etapas descritas por Burak (1992), nesta primeira aula foi escolhido o tema a ser pesquisado, formulado o problema de interesse e passou-se à fase exploratória através da coleta de dados.

Tomando por base algumas referências, salientou-se que foi desenvolvido, nesta primeira aula, o que Skovsmose (2000) define como cenário para investigação, pois, neste cenário, os alunos foram convidados a formular questões e buscar explicações. E este convite foi aceito pelos alunos na sua totalidade. Estavam muito ansiosos para a chegada desta primeira aula e, segundo relatos ao final da aula, esta foi muito mais produtiva e interessante do que achavam que poderia ser.

Foi citado apenas um relato do C2 do G5, em uma conversa informal – naquele momento de final de aula em que os alunos se reúnem ao redor da mesa do professor, para “jogar conversa fora” – que se julga expressar o pensamento de vários alunos, visto da concordância de seus colegas durante o relato: “Eu achava que nunca uma aula de matemática ou física poderia ser assim, tão legal e tão dinâmica, pois aprendemos a soldar, trabalhar com termômetro, trabalhar com multímetro que, para mim, até ontem era um bicho de sete cabeças, coletar dados para uma tabela, achava que essas tabelas eram sempre de valores calculados, e, além de parecer que há pouco entramos na sala e já está na hora de ir embora. Nunca falei tanto e tirei tantas dúvidas em uma aula. Na escola, para mim, matemática é a aula que mais demora, fico contando os minutos para sair.”

Depoimentos como este dão a certeza de que os alunos aceitaram nosso convite de participação no cenário de investigação. Com este processo de exploração sendo assumido pelos alunos, passamos a constituir um novo ambiente de aprendizagem.

O ambiente de aprendizagem criado na aula faz referências a situações da realidade, pois, ao contrário das três primeiras aulas, que eram baseadas no paradigma do exercício, nesta, criou-se um cenário para investigação. Foram utilizados materiais que serão de uso cotidiano na vida profissional destes alunos, e, em relação a estes materiais, houve inúmeros questionamentos nossos aos discentes e vice-versa.

Tanto durante a montagem do circuito, como nos momento de medição, foram utilizadas indagações como: “O que acontece se...?” “Como podemos...?” “Por que...?” fazendo com que os alunos refletissem sobre tais indagações, assumindo nas atividades o processo de exploração e de explicação. Com isso, de acordo com Skovsmose (2000), constitui-se um novo ambiente de aprendizagem. Foi desenvolvido nesta aula um ambiente de aprendizagem do tipo (6) que, segundo Skovsmose (2000), refere-se a um cenário para investigação com referências à realidade.

Ao se utilizarem sensores de temperatura para esta atividade, estava-se propondo um trabalho com componentes da área da eletricidade, as quais foram buscadas nas medidas de grandezas físicas. Assim, foi proposto nesta aula também um ambiente de modelagem que,

segundo Barbosa (2001), proporcionou aos alunos um ambiente de aprendizagem, no qual são convidados a indagar e/ou investigar, por meio de matemática, situações procedentes de outras áreas do conhecimento que, no caso deste trabalho, são as áreas da Física e da Eletricidade.

Analisando os casos propostos por Barbosa (2001), o ambiente de aprendizagem que se propôs se enquadra no Caso 2, pois o problema escolhido faz referência à realidade e foi proposto pelo professor, cabendo aos alunos a coleta de dados necessários para a simplificação do mesmo.

Na primeira fase de simplificação do problema, que se irá chamar de fase da coleta de dados, os alunos notaram que havia uma falha em seu experimento, quando chegavam próximos à temperatura de 30°C, conforme relatado anteriormente. Neste momento, surgiram muitas indagações quanto ao que estava acontecendo com seus experimentos. Estas indagações provocaram-nos, o que Oliveira (2010) chama de tensão das situações inesperadas, pois, pelas medições que tinham sido feitas anteriormente na fase do planejamento da tarefa, não havia ocorrido o tal salto no valor de resistência. Tinha-se estabelecido uma sequência para as atividades, prevendo algumas tensões, mas esta foi totalmente inesperada, tirando todos totalmente da zona de conforto e os colocando na zona de risco.

Tanto que, para poder ter noção do que estava acontecendo, teve-se que olhar para a sala de aula de uma forma mais abrangente, reparar que este fenômeno estava ocorrendo com todos os grupos, que todos os grupos estavam procedendo às medições da mesma forma. Conforme relatado, conseguiu-se perceber a causa deste fenômeno ainda durante a aula, mas o debate com os alunos ficou para a aula seguinte e foi solicitado para que refletissem sobre o acontecimento.

4.7 SEGUNDA AULA

4.7.1 Continuando a coleta de dados

Na segunda aula, todos os 42 alunos estavam presentes e continuou-se o trabalho na mesma sala de aula, com a diferença que, neste dia, a temperatura ambiente estava próxima dos 18°C, portanto, um clima bem mais agradável que na semana anterior.

Os objetivos desta aula eram que todos os grupos tivessem coletado os dados de resistência elétrica e temperatura referentes aos sensores NTC e Pt100 a fim de

confeccionarem os primeiros modelos matemáticos, que seriam compostos por tabelas. Além do mais, esperava-se que chegassem à conclusão de quais eram a variável dependente e a variável independente, a fim de construir os gráficos referentes aos sensores NTC e Pt100.

Iniciou-se a aula, solicitando-se aos alunos se haviam refletido sobre a questão colocada na aula da semana anterior, referente ao salto de resistência ocorrido durante as medições. Após alguns comentários entre os componentes de mesmo grupo, o C2 do G5 pediu permissão e colocou que: “em casa, fiquei pensando e, no sábado à tarde, até montei o experimento novamente e percebi que quando tirei o termômetro do fundo do copo, próximo aos 25°C, e o ergui, a temperatura no termômetro passou a marcar entre 34°, 35°C. Acho que isso aconteceu porque o termômetro estava perto demais do gelo e, quando ergui, deixei a base do termômetro longe do gelo, mais para o meio do copo e a água estava mais quente. Aí, coloquei a água para esquentar novamente, coloquei no copo e, sem mexer muito na água, deixava a base do termômetro um pouco no fundo do copo, depois erguia até o meio. Repeti umas 10 vezes este processo e notei que, nos primeiros movimentos, chegava a ter variações maiores que vinte graus de temperatura entre o fundo do copo, próximo do gelo e o meio do copo, distante do gelo. Só não usei o sensor, pois ficou com meu colega C1e também não anotei nada.”

Os alunos C1 e C2, do G1, que são vizinhos de rua, relataram que também realizaram novamente o experimento, só que utilizando o sensor e o termômetro. Fala do aluno C2: “quando fizemos de novo a experiência lá em casa, igual a do colega C2, do G5, percebemos a mesma coisa que nosso colega em relação à temperatura, só que como nós tínhamos o sensor, conseguimos ver que a resistência variava mais que variou em aula. Se, ao invés de deixar o sensor parado dentro do copo, fizemos ele andar junto com o termômetro, parece que o display do multímetro fica maluco, aumentando e diminuindo rapidamente o valor da resistência.”

Partindo dos dois relatos, foi questionado ao restante da turma se mais alguém havia refletido sobre o assunto, surgindo os seguintes comentários:

O C3 do G7: “nós até íamos realizar novamente o experimento, em uma noite desta semana, mas na segunda-feira de manhã, já sabíamos os resultados dos colegas do G1 e do G5, que comentaram *com nós* (sic) em aula e aí nem fizemos. Até discutimos em aula com a professora de física, se era possível, e aí ela nos explicou mais ou menos sobre uma tal de transferência de calor e disse que é uma das nossas próximas matéria de física.”

O aluno C1 do G10 disse: “na nossa turma também comentamos com a professora de física e ela nos explicou a mesma coisa, disse que já tinha falado sobre o assunto com a outra turma que, no caso, é a turma deles”.

Passados os comentários com os alunos, foi colocado para eles o momento de tensão vivido na aula anterior. Foi relatado, também, que no momento em que estavam realizando as medidas, não nos ocorreu o que estava acontecendo, pois se levou certo tempo para perceber o que ocorreria. Porém, chegou-se à conclusão, que foi a mesma que eles tinham chegado ao longo da semana. Então, foi explicado o que ocorria se deixasse o termômetro no fundo ou no meio do copo. Para não restar dúvidas, foi solicitado que montassem o mesmo processo, com gelo e água quente e ficassem trocando as posições do termômetro e do sensor a cada 15 ou 20 segundos, sem a necessidade de fazer qualquer anotação, só para fins de observação.

Esclarecida a dúvida, indagou-se se algum deles tinha uma solução para o problema, pois se percebeu o problema, mas não se havia pensado se existia alguma solução. O aluno C1 do G10 falou: “É só nós *deixar* (sic) o termômetro no meio do copo.” Então foi indagado: “E o sensor pode ficar no fundo do copo?” Ele disse: “acho que não, ou que sim, nem pensei.” Indagou-se o aluno novamente: “Se o sensor ficar no fundo do copo, vai estar na mesma temperatura do termômetro?” A turma em peso respondeu: “Não, tem que estar junto com o termômetro.” “Então, agora surgiu outra dúvida, será que vocês vão conseguir segurar o termômetro e o sensor no centro do copo, sem mexer, não vai doer a mão de vocês se ficar parada na mesma posição?”. A turma respondeu: “vai doer sim, não vamos aguentar”. Então vamos ver se temos outra solução. O C3, do G1 disse: “se ficássemos mexendo sempre a água com o termômetro ou com o sensor, ela não ficaria com a mesma temperatura?” A turma foi questionada: “O que vocês acham da ideia? A água ficará com uma temperatura homogênea ou não?” Depois de alguns cochichos, vários alunos responderam que achavam uma boa ideia. Declaramos que também achávamos uma boa ideia, pois mexendo a água, certamente, se manteria a temperatura constante em todo copo, e salientamos, ainda, que seria possível enrolar o sensor no termômetro, a fim de que a temperatura apurada nos dois fosse exatamente a mesma.

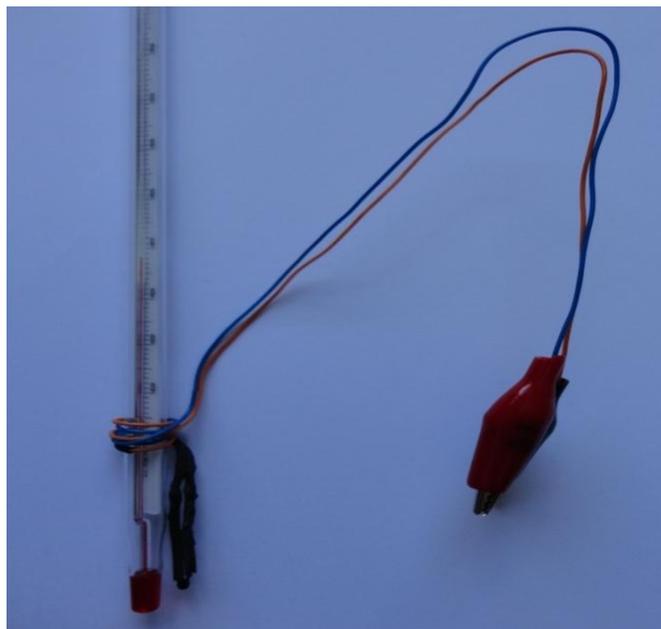


Figura 23: Sensor NTC enrolado ao termômetro
Fonte: Arquivo do autor

Outra questão, já comentada na aula anterior, mas não resolvida, referiu-se à dificuldade que alguns grupos, G6 e G7, tiveram em coletar os dados do sensor de $1k\Omega$, pois, para este sensor, obtiveram apenas três pares de valores, uma vez que optaram, conforme relatado na aula anterior, por anotar apenas os valores de temperatura quando havia valores inteiros de resistência. Esta dificuldade fora sentida também pelos grupos G2, G3, G4 e G5 ao coletarem dados deste sensor, além da dificuldade em apurar o valor correto de temperatura para os valores fixos de resistência, conforme relatado por eles na aula anterior.

Ao se colocar a situação aos alunos, todos os grupos que adotaram esta estratégia foram unânimes em afirmar que estariam mudando de estratégia, que entre os integrantes de cada grupo já haviam entrado em consenso e iriam adotar como grandeza de referência a temperatura. E ainda, decidiram utilizar intervalos fixos de temperatura de cinco em cinco graus.

Os componentes do G1 também informaram que estavam abandonando a coleta de um em um grau e adotando intervalos de cinco em cinco graus, assim como os grupos G8, G9, G10 e G11 também adotariam estes intervalos fixos de temperatura. Os integrantes do G15, percebendo que seriam os únicos a utilizar intervalos de 10 em 10 graus, falaram que também adotariam intervalos de 5 em 5 graus.

Percebemos que, provavelmente, o que tínhamos exposto na aula anterior: “Foi explicado que os grupos, os quais tomaram como base escalas fixas para uma das grandezas, seja de resistência ou de temperatura, teriam maior facilidade em comparar o que acontecia

com a variação da grandeza não fixada”, referente às constatações, durante as medições, influenciam muito nesta troca de estratégia. Esta foi uma tentativa de reorganizar a aula, mas percebemos que esta reorganização fez com que todos os grupos utilizassem o mesmo método de coleta.

Conforme o solicitado inicialmente, ainda restavam duas medições com os sensores NTC e mais uma medição com o sensor Pt100. Grande parte dos grupos refez as medições do primeiro sensor em decorrência dos critérios utilizados. Novamente foram feitas as colocações referentes às normas de segurança do trabalho, pois alguns alunos ainda não estavam acostumados com tais procedimentos. Eles realizaram a coleta dos outros dois sensores NTC que faltava, sem grandes dificuldades, utilizando os procedimentos expostos anteriormente. Após as medições com os sensores NTC, foram emprestados os circuitos contendo os sensores Pt100 para a coleta de seus valores de resistência em função das temperaturas.

Na aula anterior, havia sido explicado que, em função do preço destes sensores, optou-se pela escola adquiri-los, a fim de serem utilizados por alunos de turmas subsequentes de primeiro módulo. Por isso, os sensores recebem uma proteção especial.

Na entrega dos sensores, a turma foi questionada: “Há alguma diferença, além do nome, destes sensores para os sensores NTC?; Se há diferença, qual é?; É só uma diferença ou tem mais diferenças?; Por que será que se chama Pt100?”

Após os questionamentos, ao se passar pelos grupos, notou-se que a primeira preocupação que tiveram foi a de acoplar as garras jacaré do circuito às pontas de prova do multímetro, a fim de encontrar a melhor escala no multímetro para medição da resistência do sensor. Logo vieram as primeiras observações em voz alta para todos os colegas escutarem: O C1 do G5 observou que: “o valor da resistência deste sensor é bem baixo, chegando a 107Ω . Varia de vez em quando para 108Ω . Tá certo?” O C3 do G1 “Nós chegamos a $107,6\Omega$.” O C1 do G2 “É, nós chegamos a $106,9\Omega$.”

Todos os grupos concordaram com estas exposições. Ao se questionar quais os grupos que haviam visualizado valores parecidos com os do G5, valores sem casa decimal, apenas dois grupos concordaram, o G11 e o G15; os outros grupos acharam valores parecidos com os do G1 e G2. Questionados novamente, somente os grupos 5, 11 e 15, em relação a qual escala do multímetro estavam utilizando, os três grupos responderam que era a escala de 2000Ω . Indagou-se, então, se achavam que esta seria a melhor escala para tal medição, e o C1, do G5 falou: “acho que não, pois agora mudamos e estamos usando a escala de 200Ω , e o valor da resistência mostrado no display fica parado em $107,5\Omega$.” O C1, do G2 proferiu: “se

nós usarmos a escala 2000Ω , obteremos valores inteiros de resistência e, se usarmos a escala 200Ω , veremos valores com uma casa decimal. É isso professor?”

“Exatamente isso, mas como se quer sempre a escala que fornece medidas mais precisas, utiliza-se a escala de 200Ω ,” respondemos.

Com as escalas do multímetro em 200Ω , os grupos iniciaram as medições com os sensores Pt100. Tiveram o cuidado de manter próximos, a cápsula contendo o sensor e o termômetro. Alguns grupos utilizaram fita isolante para deixá-los grudados.

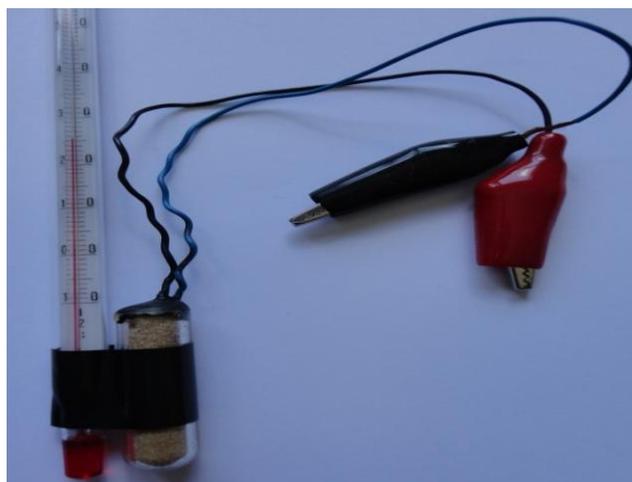


Figura 24: Sensor Pt100 fixado ao termômetro
Fonte: Arquivo do autor

No início das medições com o sensor Pt100, os alunos observaram que, na primeira e até na segunda medidas coletadas, à proporção que a temperatura diminuía os valores de resistência aumentavam. Depois disso, à medida que a temperatura da água continuava diminuindo, os valores da resistência do sensor também começaram a diminuir.

Para as medições com o sensor Pt100, os alunos não tiveram grandes dificuldades, inclusive conseguiram fazer relatos bem mais precisos sobre o comportamento do sensor frente às mudanças de temperatura relativamente aos relatos anteriores.

Os alunos do G9, que na primeira medição com o sensor NTC não haviam utilizado intervalos fixos de temperatura para compor a tabela, relataram que: “com os intervalos fixos de temperatura, no sensor Pt100 fica fácil de identificar que a cada 5°C que a temperatura diminui, a resistência diminui em média 2Ω .”

Os alunos do G1 constataram e relataram para a turma, na pessoa do C1, que: “provavelmente este sensor tem como gráfico uma reta, pois a variação da resistência foi bem como os colegas do G9 falaram: variava entre $1,8\Omega$ e $2,1\Omega$, não saía desta média a cada 5°C ”.

O aluno C2 do G2 proferiu as constatações feitas pelo grupo: “respondendo às perguntas que o senhor fez anteriormente, há muitas mudanças, sim, do Pt100 em relação ao NTC: primeiro, a escala utilizada no multímetro; segundo, no início, as medidas de resistência aumentam um pouco, depois, diminuem sempre; terceiro, conforme diminui a temperatura, diminui a resistência. No sensor NTC era a temperatura diminuindo e a resistência aumentando; quarto, a variação de resistência é praticamente constante; quinto e último, também achamos que isso vai dar uma reta. Tá bom?” Risos da turma. “só não sabemos por que este sensor é chamado de Pt100”

Em resposta: “ótimas respostas C2, muito boas constatações. Todos concordam com os relatos e profecias dos colegas do G2?” A turma respondeu: “sim” “e alguém tem ideia de porque o nome do sensor é Pt100?” A turma respondeu “não” “Então, por enquanto, ninguém sabe porque se chama Pt100.”

Porém, indagou-se sobre a segunda mudança constatada pelos colegas do G2. “Todos perceberam que inicialmente, com a temperatura de 75°C ou 70°C, nas primeiras coletas, a resistência elétrica do sensor aumentou um pouco e nas temperaturas menores, a resistência elétrica do sensor passou a diminuir?” Todos afirmaram que sim. “Mas, será que, caso se conseguisse coletar os valores de resistência com a temperatura da água em 90°C e, à medida que fosse diminuindo esta temperatura, os valores de resistência iriam aumentar até chegar aos 75°C ou 70°C, ou não? Se isso ocorrer, o gráfico para este sensor não será uma reta.”

Após esta indagação, novamente murmurinhos entre os integrantes dos grupos para tentar chegar a uma conclusão, mas a dúvida pairava no ar. Os alunos ficaram discutindo entre eles por mais ou menos cinco minutos, porém, não houve conclusão sobre o fato.

Diante disso, foi exposto que: “a água está aí, o gelo também, assim como o circuito contendo o sensor, o termômetro. Tem-se que dirimir esta dúvida. Ponham a água a ferver e se vê o que se sucede.” Falou-se que não precisavam ir até zero grau como anteriormente. Chegando até 60°C estava bom, pois já tinham as medidas para as temperaturas menores.

Ao ferver a água, chegou-se a 92°C, temperatura maior que aquela que haviam utilizado na medição anterior. Ao colocarem o sensor e o termômetro no copo com a água quente, ocorreu novamente o fenômeno. Na primeira e segunda medição, a resistência elétrica aumenta e depois começa a diminuir. Ao chegarem aos 70°C, 65°C, os valores de resistência eram os mesmos que haviam coletado na primeira medição.

O aluno C1, do G1 falou que era o que ele tinha constatado na aula anterior, quando tentaram aquecer o sensor entre as mãos; que levou um tempo (em torno de 10 segundos) para que o calor da mão chegasse até o sensor.

A partir da fala do colega e também suas percepções refazendo as medições, acabaram concluindo o que havia ocorrido. O problema estava na ambientação do sensor à temperatura da água. Devido ao encapsulamento do sensor, o calor da água levava um tempo para entrar em equilíbrio térmico com a areia e, conseqüentemente, com o sensor. Estando em equilíbrio, passava a apresentar os valores reais de resistência. Tanto que, quando estavam passando pelas temperaturas de 80°C, 75°C, os valores de resistência do sensor apresentavam a mesma variação que haviam observado anteriormente, que era em torno de 2Ω .

Com isso, concluiu-se a primeira e mais trabalhosa etapa desta atividade, que foi a da coleta de dados, os quais formam o primeiro modelo matemático que se estava buscando, no caso, as tabelas com medidas de resistência elétrica e temperaturas referentes aos sensores NTC de 1k Ω , 5k Ω e 10k Ω e do sensor Pt100. Modelos estes que irão municiar as próximas duas etapas na busca de novos modelos matemáticos, que são os gráficos e as funções referentes a cada sensor.

4.7.2 Construção de gráficos

Para esta etapa, foi solicitado que cada grupo trouxesse folhas de papel quadriculado para a confecção dos gráficos. À maior parte dos grupos, por ser composta por trios, foi solicitado inicialmente, que cada integrante ficasse responsável pela construção do gráfico de um dos sensores NTC, deixando o gráfico do sensor Pt100 para depois. O objetivo com esta solicitação foi observar a produção individual de cada aluno, pois, além da produção em grupo, que pelas observações feitas até então estava ótima, pretendia-se observar o desenvolvimento do trabalho individual de cada aluno, frente ao desafio de ser responsável por uma parte do trabalho que, além de pertencer à sua avaliação, pertencia à avaliação do grupo num todo, de toda equipe, pois, em uma empresa, o trabalhador deve, além de mostrar suas capacidades técnicas de trabalho em cooperação, mostrar suas capacidades técnicas individuais.

Foi solicitado que, pelo fato de terem mais folhas de papel quadriculado que iriam utilizar, cada gráfico deveria ser construído em uma folha diferente, pois, após a construção, iria se utilizar a mesma folha para alguns cálculos. Ao iniciarem os gráficos, surgiram as primeiras dúvidas: C1, do G2: “Quais valores irão no eixo x e quais vão no eixo y?”; C2, do G9: “Resistência vai no eixo y e temperatura no eixo x, ou é ao contrário?”

Durante as medições e até o momento, não se havia referido a pares ordenados, justamente para que, ao construírem os gráficos, tivessem que refletir sobre qual é a variável

dependente e qual é a independente. Julga-se este um conceito muito importante, que estará presente em todas as aulas. Visto que se trabalhará sempre com variáveis aplicadas à realidade, serão utilizadas letras distintas de x e y em geral.

Neste conceito, apenas foram relacionadas variáveis dependentes e independentes aos valores x e y , pelo fato de que os alunos trazem esta ideia da escola regular, e facilita sua explicação e, principalmente, assimilação por parte dos alunos.

Assim, foi relatado à turma: “É importante que se lembrassem da definição de função que foi passada no primeiro dia de aula. Todos devem ter anotado isso, porém, esta definição será reforçada: o conceito de função, juntamente com sua representação gráfica, é certamente um dos mais importantes da Matemática. Ele está presente sempre que se relacionam duas grandezas variáveis. Estas duas grandezas variáveis são denominadas de variável dependente e variável independente e estão relacionadas à variável y e à variável x , respectivamente. Sendo assim, basta vocês definirem quem é a variável dependente e quem é a variável independente. Lembrem-se, o y sempre depende do x .” (compilação feita pelo autor, a partir de vários autores de livros didáticos)

Depois desta definição, indagou-se: “E aí, qual grandeza estará no eixo y e qual grandeza estará no eixo x ?” Depois de algumas conversas entre eles, o C2, do G1 falou: “Achamos que a resistência deve estar no eixo y , pois a resistência elétrica do sensor variava para mais ou para menos à medida que a temperatura diminuía, fazendo assim, a resistência depender da temperatura.” O C1, do G5 concordou com a colocação do colega e argumentou ainda mais: “... e achamos que a temperatura não pode ser a variável dependente, pois se a gente colocava ou não o sensor dentro do copo, a temperatura continuava diminuindo, independentemente, de ter o sensor ou não. A temperatura da água dependia, sim, da quantidade de gelo que havia ao redor do copo para diminuir mais rapidamente.”

Foi explicado, então, que até o momento não se tinha feito referência a pares ordenados, justamente para que chegassem a esta conclusão, e que haveria muitas outras situações, diante das quais também teriam que decidir sobre a relação de dependência entre as variáveis.

Perguntamos se todos concordavam com as colocações dos colegas e obteve-se uma resposta positiva. Continuando a construção, após definir a relação entre as variáveis, notou-se que havia alguma dificuldade, agora em relação à colocação dos valores nos eixos.

O C3, do G4 iniciou a colocação dos valores de temperatura, a partir de 75°C , próximo ao ponto de intersecção dos eixos, sem pensar que o valor mais próximo de zero que ele havia coletado era 5°C . Simplesmente, inverteu a ordem numérica, segundo ele, utilizando

a ordem de temperatura que foi coletada. Os dados de resistência estavam colocados corretamente, conforme mostra a figura abaixo.

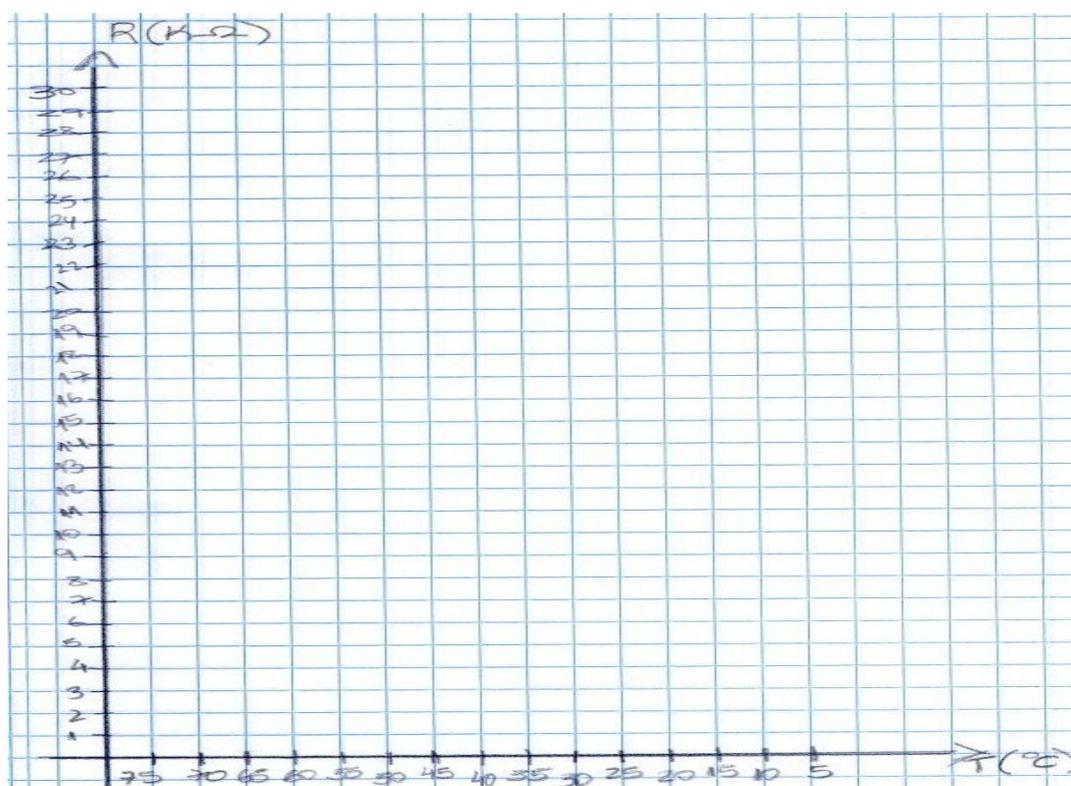


Figura 25: Valores de temperatura colocados em ordem decrescente no eixo x
Fonte: Trabalho do aluno C3 do G4

Houve também 5 alunos (C1 e C2, do G6; C1, do G10; C1 e C2, do G15) com dificuldade na colocação dos valores de resistência no eixo y, pois utilizaram cada quadradinho do papel quadriculado para colocação de um dos valores que haviam coletado, sem utilizar parâmetro algum nesta colocação de valores. Assim, por exemplo, de 0 a 10000Ω utilizaram 14 quadradinhos e de 10000 a 20000Ω utilizaram 3 quadradinhos, conforme figura abaixo.

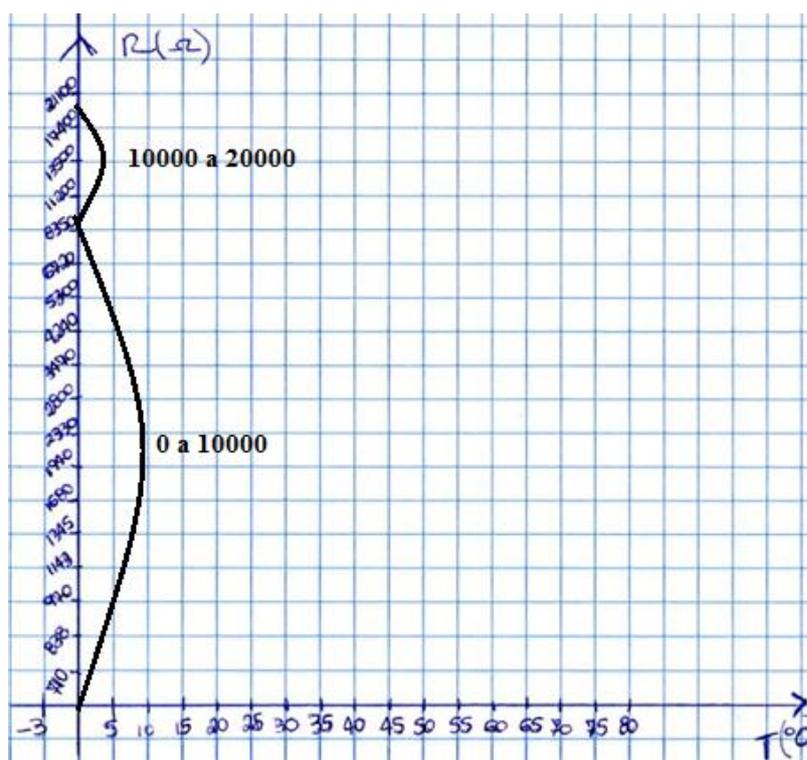


Figura 26 : Erro de colocação de valores no eixo das ordenadas
Fonte: Trabalho do aluno C2 do G15

Ao se analisarem as colocações dos valores de resistência no eixo das ordenadas, uma prática constante que se observou na construção dos gráficos foi a utilização do prefixo k (quilo – 10^3) e do prefixo h (hecto – 10^2) do Sistema Internacional de Unidades para identificar que todos os valores do eixo estavam multiplicados por mil ou por cem, respectivamente. Mesmo os alunos que haviam coletado valores sem a utilização do prefixo, na passagem destes valores para o gráfico, o utilizaram. Assim, utilizavam $k\Omega$ ou $h\Omega$ como unidade de medida para o eixo da resistência elétrica no gráfico.

Os prefixos do Sistema Internacional de Unidades seriam muito utilizados durante todo o curso. No primeiro dia da aula, os alunos receberam uma tabela com estes prefixos e instruções de como utilizá-la, com exemplos das principais transformações, pois, quando se trata de resistência elétrica, que é o caso neste trabalho, utiliza-se muito o prefixo k (quilo), visto que se encontra até na escala de resistência do multímetro. Ao se tratar de tensão elétrica, utiliza-se, frequentemente, o prefixo m (mili) e quando se trata de corrente elétrica, utilizam-se, constantemente, os prefixos m (mili) e μ (micro).

Voltando às observações dos equívocos na colocação dos valores nos eixos do plano cartesiano, deixou-se que terminassem a construção dos gráficos e, ao final da atividade, perante a turma e sem citar nomes, foram enumeradas as boas práticas e os equívocos observados nas construções, a fim de que todos pudessem refletir e tirar conclusões. Os

alunos que haviam se equivocado puderam refazer seus gráficos como tarefa de casa, para tê-los de forma correta e poderem seguir com as análises sobre os gráficos na aula seguinte.

Nas figuras abaixo, mostra-se como ficaram os gráficos dos alunos C3, do G4, que obteve uma curva crescente, e C2, do G15 que, assim como os outros colegas que cometeram o mesmo equivoco, obteve uma reta decrescente. Tais alunos, na medida em que se foi conversando com a turma, notaram seus equívocos e estavam a ponto de amassar seus gráficos, mas, foi falado para que não os destruíssem, a fim de comparar com os novos gráficos.

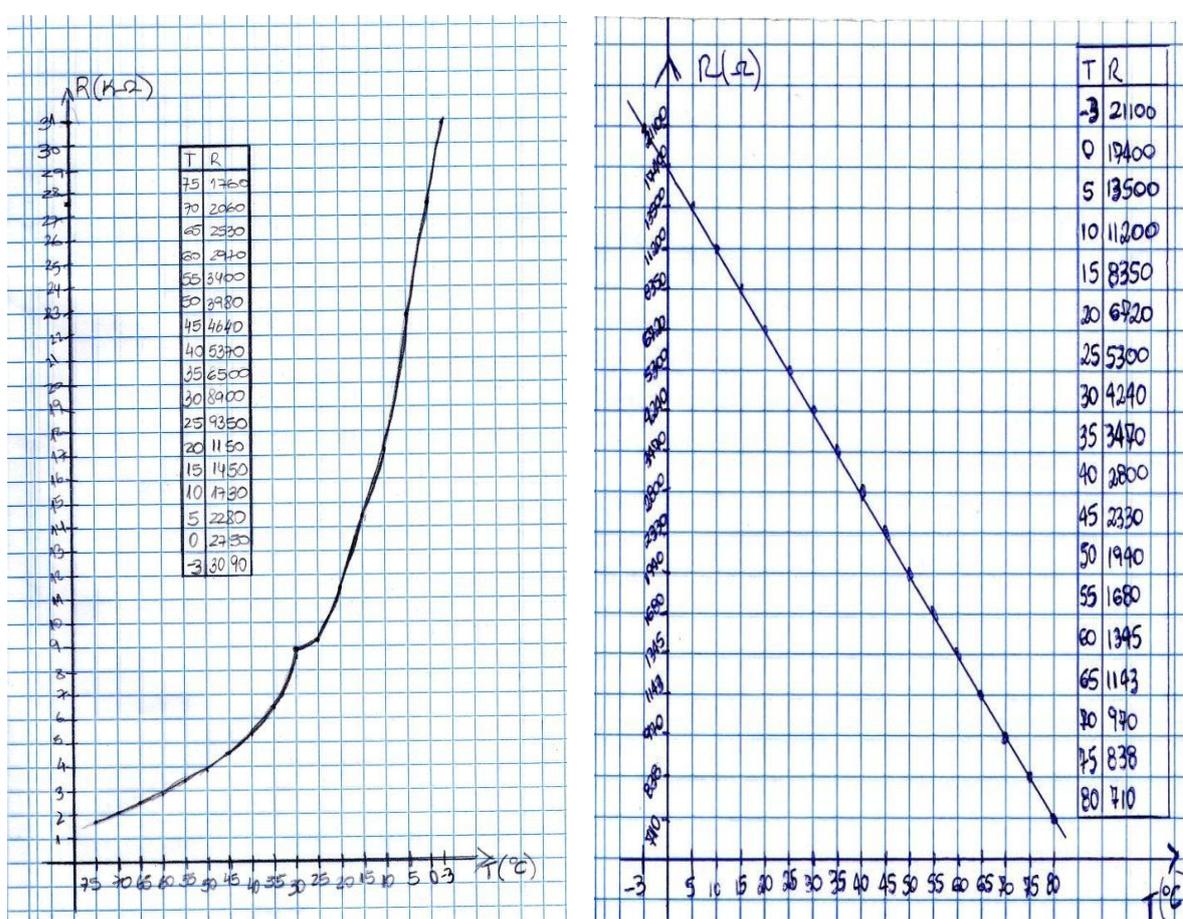


Figura 27: Gráfico com erro no eixo das abscissas e das ordenadas respectivamente

Fonte: Trabalho C3, do G4 e C2, do G15

Ainda durante a construção dos gráficos, vários alunos questionaram sobre algumas distorções que a linhas do gráfico sofria, em decorrência de algum ponto que não seguia o padrão da curva. Utilizaram-se dois dos vários exemplos parecidos que ocorreram na sala; O gráfico do C2, do G2, referente ao sensor de 10k Ω e o do C1, do G3, referente ao sensor de 1k Ω . Tal distorção pode ser observada também com o gráfico do aluno C3, do G4 figura 27, mesmo este tendo usado os valores de temperatura em ordem contrária.

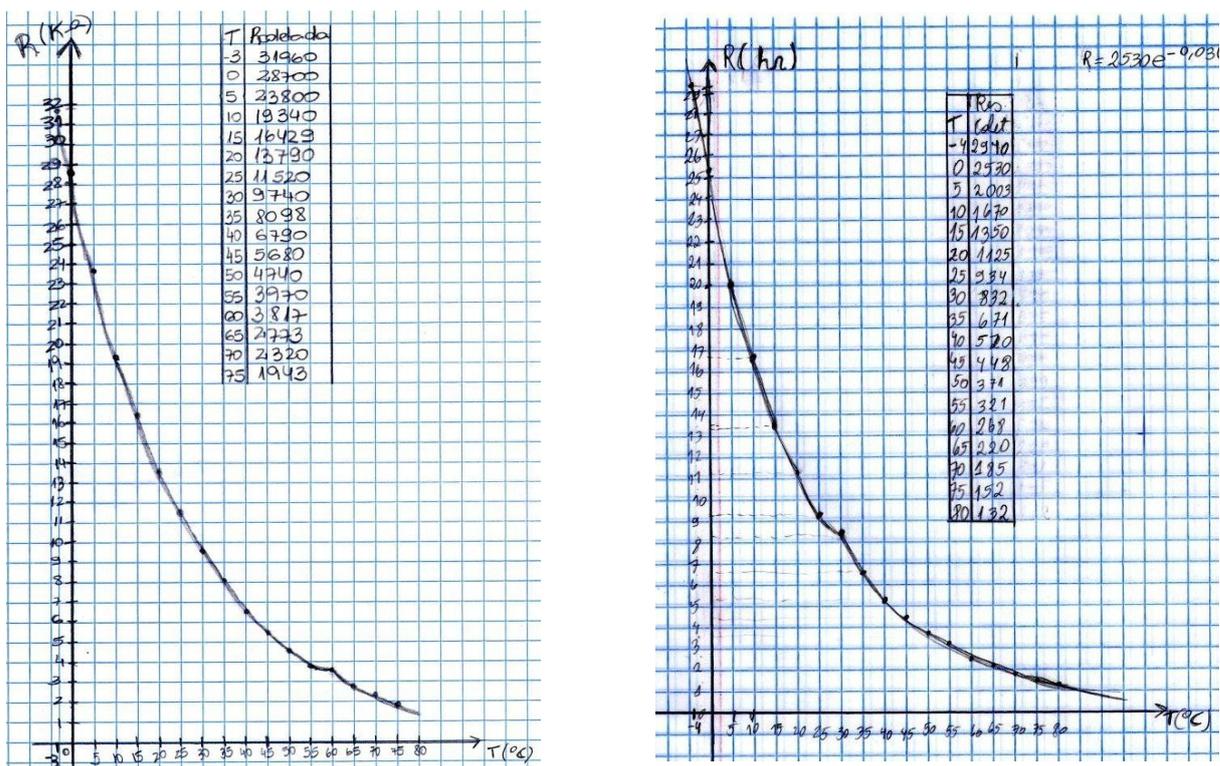


Figura 28: Gráfico de sensor de $10k\Omega$ e $1k\Omega$ respectivamente
 Fonte: Trabalho do aluno C2, do G2 e aluno C1, do G3

O aluno C2, do G2 questionou: “Professor, meu gráfico estava saindo tão bem, mas quando chegou em $60^{\circ}C$, olha o que aconteceu, pode isso?” No momento, foi respondido ao aluno C2 e aos outros que estavam enfrentando o mesmo problema que podia acontecer, sim, mas que isso seria discutido com toda a turma, uma vez que vários alunos estavam com o mesmo problema.

Em discussão com a turma, questionou-se se teriam alguma hipótese para as distorções que as curvas do gráfico apresentavam em alguns pares ordenados, em função, principalmente, dos valores de resistência.

O aluno C1, do G1 falou: “Será que não é porque tinha horas que a gente cansava de ficar mexendo a água, e dava umas paradas, ou talvez porque nós encostávamos o sensor no copo?”

Resposta: “Quando se está trabalhando com dados coletados, podem-se ter alguns contratempos como, por exemplo, os mencionados. Certamente estas distorções podem ter ocorrido pelos motivos que o colega colocou. Porém, neste caso, com o sensor NTC, no momento em que estavam confeccionando o primeiro modelo matemático, a tabela, não se deram conta do ocorrido e foi preciso chegar ao gráfico para observar tais distorções. No entanto, quando estavam coletando os valores do sensor Pt100, também ocorreram distorções, conforme discutido anteriormente, o sensor teve um período de ambientação, porém, vocês

notaram facilmente que havia alguns valores que não estavam de acordo com o que esperavam”.

Explicamos também que se deve ter sempre em vista que podem ocorrer algumas distorções em dados coletados, e que isto vai depender muito da postura frente ao experimento. Porém, deve-se extrair do processo de medida os valores que melhor o representam e, ainda, observar que há um limite de erro dentro do qual deve estar compreendido o valor real. No caso destas distorções, nota-se facilmente que não fazem parte do contexto, logo, podem ser descartadas, mas não ignoradas, pois, durante o processo de coleta, certamente houve algum contratempo que em próximos processos podem ser minimizados.

Sendo assim, explicou-se que pode se representar tais distorções nos gráficos, mas tendo a consciência de que são apenas alguns equívocos que ocorreram diante da coleta de dados e não representam, portanto, a real situação.

Na construção do gráfico referente ao sensor Pt100, após expostas, discutidas e elucidadas as dificuldades que os alunos tiveram em construir os gráficos do sensor NTC, restou apenas uma dúvida em relação à colocação dos valores de resistência no eixo das ordenadas, pelo fato de os valores coletados estarem entre 97Ω e 130Ω . O aluno C1, do G5 questionou: “Podemos deixar uns cinco quadradinhos no eixo y, sem valor próximos ao eixo x e depois numerá-los de um em um com 98, 99, 100,...? Já o aluno C1, do G10 perguntou: “Podemos fazer 20 quadradinhos de zero até 100 e mais 20 quadradinhos de 100 a 200, né? Só que vai ficar muito ruim para colocar os valores de resistência no eixo, pois vamos ter que colocar todos os valores em seis quadradinhos, praticamente.”

A preocupação do aluno C1, do G10 justifica-se pelo fato de que, no sensor NTC, não havia sido observada esta questão de escalas no eixo y. Assim, explicou-se que sua fala estava totalmente correta, e poderia ser feito como havia falado, porém, iria ter mais dificuldades, como já havia observado. Por isso, se quisesse utilizar o método colocado pelo colega C1, do G5, também estaria correto e facilitaria a construção do mesmo.

Na construção deste gráfico, conforme haviam falado anteriormente, todos os grupos chegaram a uma disposição de pontos que se assemelham a uma reta. Essa disposição se deve ao fato de que houve variações de $1,7$ até $2,3\Omega$ a cada 5°C , não formando, assim, todos os pontos colineares. A figura 29 mostra o gráfico do G1, que apresentou variações entre $1,9\Omega$ e $2,1\Omega$ e foi a coleta de valores que teve menor índice de variação. Mesmo tendo as referidas variações, os alunos tinham a noção de que estes valores estavam dentro desta reta imaginária que passava por estes pontos não colineares.

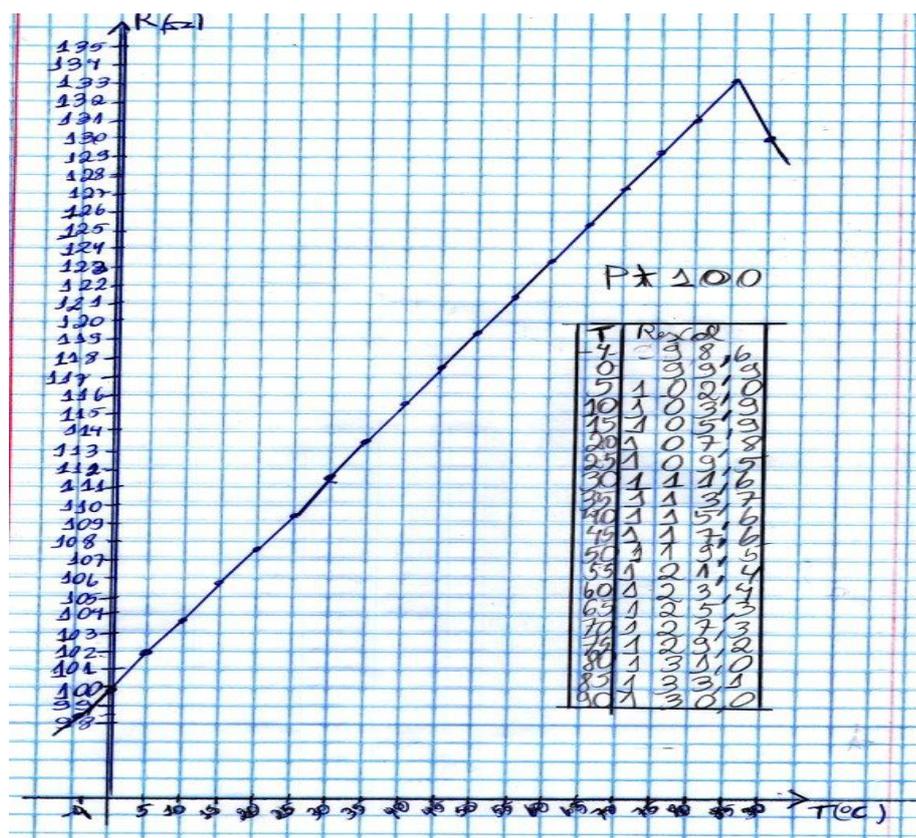


Figura 29: Gráfico Pt100

Fonte: Trabalho do grupo G1

Todos os grupos conseguiram terminar seus gráficos. Com isso, a parte da construção dos gráficos estava concluída, assim como a segunda aula. Para a aula seguinte, foi solicitado que trouxessem os gráficos juntamente com as tabelas, para que se pudessem encontrar as funções referentes a cada sensor, tentar validá-las e fazer previsões a partir destas funções. Também foi solicitado aos alunos que revisassem os conteúdos e exercícios vistos nas três primeiras aulas, a fim de lembrarem as propriedades vistas, pois estas seriam úteis para a construção dos próximos modelos.

4.7.3 Análise das atividades

Ao se analisar e comentar as medições com os alunos, na aula 1, acho que se forçou um pouco “a barra” ao se colocar que a análise dos dados seria facilitada se fossem tomados intervalos fixos de temperatura. Porém, esta tentativa de reorganização surtiu efeito, pois todos os grupos tomaram por base os valores de temperatura com intervalos fixos. Segundo Skovsmose (2000), através da reorganização das atividades, o professor pode conduzir todos os alunos a terem os mesmos objetos, porém tendo a consciência de que muitas oportunidades

de aprendizagem serão perdidas. Eu estava ciente das perdas, porém, trabalhando com uma turma tão numerosa quanto esta, achei que algumas reorganizações deveriam ser feitas, a fim de alcançar os objetivos propostos e conseguir dar conta das situações em estudo. Pelos relatos de Skovsmose (2000), a tarefa é tornar possível que alunos e professores sejam capazes de intervir dentro da zona de risco, tornando esta atividade uma prática produtiva e não uma experiência ameaçadora.

Por se tratar de minhas primeiras aulas com Modelagem Matemática em um cenário para investigação, ainda tenho a ideia de que o controle das aulas e das ações deve estar na mão do professor e, provavelmente, por este motivo é que tive tal atitude.

No momento em que os alunos falavam que a resistência do sensor Pt100 era bem baixa, notava-se que a ambientação com o multímetro estava sendo muito eficiente, pois haviam percebido o quanto cada escala de resistência comportava, visto que nos sensores NTC haviam trabalhado somente com escalas maiores, além de terem a noção de quantidade em relação ao prefixo k (quilo).

Na semana que antecedeu a segunda aula, havia de minha parte o que Oliveira (2010) chama de tensão da participação dos alunos, pois foi feito, ao final da primeira aula, um questionamento para reflexão dos alunos, e havia muitas dúvidas se os alunos voltariam com argumentos para tal questionamento. Ao iniciar esta segunda aula, a tensão foi anulada, pois, além de refletir e debater sobre o assunto, alguns alunos refizeram o experimento em casa, com o objetivo de tirar novas conclusões sobre o fato, e outros alunos só não o refizeram, por terem debatido sobre o assunto com os colegas que haviam refeito o experimento. As exposições feitas pelos alunos me deixaram feliz, pois percebi o engajamento deles em relação à proposta de atividade. Esta prática nunca havia sido percebida em minhas práticas pedagógicas anteriores e está relacionada a Barbosa (2001a), quando afirma que no ensino tradicional as situações do dia a dia propostas para os alunos são idealizadas para que sejam diretamente abordadas por ideias e algoritmos, diferentemente do ambiente de modelagem, quando os alunos se encontram em um ambiente de investigação. Esta prática também confere com Skovsmose (2000), quando afirma que movimentar-se do paradigma do exercício em direção aos cenários de investigação pode contribuir para o abandono das autoridades da sala de aula de matemática tradicional e levar os alunos a agirem em seus processos de aprendizagem.

Nesta aula, os alunos buscaram ainda pares de resistência e temperatura através da coleta de dados, após discutiram qual das variáveis – temperatura ou resistência – seria a variável dependente e qual seria a independente. Selecionaram os símbolos apropriados para

estas variáveis e construíram novos modelos com elas. Encontrou-se nesta etapa o que, segundo Biembengut e Hein (2000), chama-se de matematização, que é a etapa em que se dá a tradução da situação-problema para a linguagem matemática.

Em relação aos ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000), continuou-se no ambiente (6), visto que, ao contrário de uma aula tradicional, trabalhou-se com materiais diversificados, e procurando, sempre, fazer questionamentos aos alunos, a fim de torná-los responsáveis pelo processo de ensino-aprendizagem.

Em relação às etapas de implementação, sugeridas por Burak (1992), desenvolveu-se nesta aula, num primeiro momento, a fase exploratória, ainda com a coleta de dados sobre o tema escolhido e, no segundo momento, a etapa da construção de modelos, na qual se traduziu o problema para a linguagem matemática, a partir da definição da relação entre as variáveis envolvidas e da construção dos gráficos.

4.8 TERCEIRA AULA

4.8.1 Funções do sensor NTC

Na terceira aula, novamente todos os 42 alunos estavam presentes com os materiais que tinham sido solicitados na aula anterior, além de, novamente, a aula ministrada na semana anterior ter sido assunto durante a semana entre os alunos na escola regular de Ensino Médio.

Por meio dos dados de resistência elétrica e temperatura, coletados dos sensores NTC e Pt100 e dos gráficos construídos na aula anterior, um dos objetivos desta terceira e última aula era gerar uma função matemática para cada sensor e validá-la. Essa validação se daria, aplicando alguns valores de temperatura na função encontrada e comparando os respectivos valores de resistência com os valores coletados. Outro objetivo era mostrar aos alunos que havia diferença entre os valores coletados e os valores calculados, além de mostrar que existem diferenças entre exercícios feitos em uma aula tradicional e exercícios em uma aula prática. Para se chegar às funções, foram utilizados conceitos de funções de primeiro grau, sistemas lineares, equações e funções exponenciais, e logaritmos.

Pelo fato de os alunos serem oriundos da mesma escola regular, e de alguns estudarem até nas mesmas turmas, houve, durante a semana, troca de informações entre integrantes de grupos diferentes. Mostraram entre si, seus gráficos, suas tabelas e perceberam que, mesmo tendo coletado dados de sensores com resistência nominal igual, por exemplo, ao

sensor NTC de $10\text{k}\Omega$, nenhuma tabela ou gráfico continha valores iguais e que, além disso, obtiveram medidas de resistência que, para a mesma temperatura, variavam em até 3000Ω .

T	R	T	R	T	R
2°	22 K	0°	26000 Ω	0°C	28,7 Ω
5°	19,6 K	5°	20900 Ω	5°C	22,7 Ω
10°	16,2 K	10°	13320 Ω	10°C	18,54 Ω
15°	13,6 K	15°	12970 Ω	15°C	15,53 Ω
20°	11,5 K	20°	11300 Ω	20°C	13,00 Ω
25°	9,2 K	25°	9620 Ω	25°C	9,95 Ω
30°	8,4 K	30°	7300 Ω	30°C	8,35 Ω
35°	7,4 K	35°	6350 Ω	35°C	6,80 Ω
40°	6,3 K	40°	5330 Ω	40°C	5,70 Ω
45°	5,6 K	45°	4440 Ω	45°C	4,75 Ω
50°	5,0 K	50°	3710 Ω	50°C	4,15 Ω
55°	4,4 K	55°	3200 Ω	55°C	3,45 Ω
60°	4,0 K	60°	2780 Ω	60°C	2,95 Ω
65°	3,6 K	65°	2450 Ω	65°C	2,50 Ω
70°	3,3 K	70°	2050 Ω	70°C	2,14 Ω
75°	3,0 K	75°	1770 Ω	75°C	1,87 Ω
80°	2,8 K	80°	1560 Ω	80°C	1,65 Ω
85°	1,2 K	85°	1490 Ω		

↓
OBS: em
K Ω

Figura 30: Tabelas referentes a sensores com resistência nominal de $10\text{k}\Omega$
Fonte: Trabalho dos grupos G2, G5 e G10

A figura mostra, por exemplo, na temperatura de 5°C , entre a primeira e a terceira tabela, uma diferença de 3100Ω ou $3,1\text{k}\Omega$. Este fato ocorria somente nos sensores NTC. Nos sensores Pt100, haviam coletado valores bem próximos, com diferença apenas nas casas decimais dos valores como, por exemplo, para a temperatura de 15°C : o G5 coletou $106,4\Omega$, enquanto que o G1 e o G8 coletaram $105,9\Omega$, e esta diferença não os incomodava.

Por esse motivo, ao se iniciar a aula, os alunos nos fizeram inúmeros questionamentos, pois estavam muito incomodados, achando que, por se tratar de sensores de mesma resistência nominal teriam que ter os mesmos valores de resistência elétrica para temperaturas iguais.

O aluno C1, do G6 questionou: “Por que, para o sensor de $5\text{k}\Omega$, por exemplo, na temperatura de 20°C , temos diferença de praticamente 800Ω de resistência em relação à medida coletada pelos colegas do G5? Se formos ver as medidas do sensor de $10\text{k}\Omega$, a diferença é de 1500Ω ? Não deveria ser a medida bem próxima como as do Pt100?”

O C1, do G1 falou: “Nós também fomos comparar nossas tabelas com a de outros grupos e achamos algumas medidas mais parecidas com a nossa, porém, nenhuma igual, e muitas bem diferentes. Estas diferenças iam se acentuando, à medida que as temperaturas iam diminuindo. Pelo menos os gráficos, deixando de lado os valores, estão com comportamentos bem parecidos, todos decrescentes”.

Assim como estes, vários outros relatos mostram que comparações feitas entre as tabelas não tinham valores iguais. Vários questionamentos sobre quais tabelas estavam certas ou se havia alguma que estava correta foram feitos.

A fim de acalmá-los, foi solicitado que, com o auxílio do multímetro, cada grupo obtivesse o valor da resistência do sensor de $10\text{k}\Omega$, porém, explicou-se que este valor de resistência que coletariam seria a temperatura ambiente da sala de aula, a qual, neste dia, era em torno de 20°C .

Após observarem qual o valor da resistência, foi solicitado que eles expressassem em voz alta este valor. O objetivo era mostrar que, mesmo o sensor tendo resistência nominal de $10\text{k}\Omega$, nenhum dos valores de resistência coletado pelos grupos seria igual e, durante a fala dos alunos, foi-se colocando, para aqueles que haviam comparado as tabelas entre si, o porquê de tanta diferença nas tabelas. Durante a fala dos alunos, apareceram desde valores de $10,1\text{k}\Omega$ até $12,9\text{k}\Omega$, para o sensor com resistência nominal de $10\text{k}\Omega$.

Após estes relatos, foi explicado que este valor de resistência, o qual é chamado de resistência nominal de $10\text{k}\Omega$, é o mínimo previsto pelo fabricante para tal sensor à temperatura ambiente de 25°C . Explicou-se ainda que existem apenas parâmetros mínimos para a resistência, porém, não há parâmetros para valores máximos. Houve ainda outra explicação de que isto é comum, quando se trabalha com todos os tipos de componentes elétricos resistivos, pois estes apresentam em suas especificações técnicas sempre valores mínimos, não restringindo, entretanto, valores para suas variações.

Após as explicações, os alunos mostraram-se mais tranquilos, percebendo que não havia tabelas ou gráficos errados, e se conseguiu, então, prosseguir com a aula normalmente. Assim, segundo Skovsmose (2000), o pressuposto de que existe uma e somente uma resposta correta não faz mais sentido, pois essas diferenças que os alunos visualizaram nos gráficos e tabelas acentuar-se-ão na busca pelas respectivas funções, pois os coeficientes angular e linear das funções do sensor Pt100 assim como constante k do sensor NTC terão valores próximos encontrados pelos grupos, porém diferentes.

Para iniciar a obtenção das funções correspondentes a cada um dos sensores, foi solicitado aos grupos que observassem os gráficos construídos, referentes aos sensores Pt100 e NTC, a fim de que verificassem se o comportamento desses gráficos seria parecido com o comportamento de algum gráfico que haviam construído anteriormente.

Indagou-se, primeiramente, sobre o comportamento matemático do sensor Pt100.

Todos foram unânimes em dizer que o gráfico construído a partir das medidas coletadas do sensor Pt100 referia-se a uma reta. Segundo relato do C1, do G1: “Sim,

professor, a gente já notava que ia ser uma reta, ainda na coleta de dados, na construção da tabela, não precisava nem fazer o gráfico e ainda, esta reta é crescente.”

Confirmamos que realmente o sensor tem comportamento de função de primeiro grau e que seu gráfico seria uma reta crescente.

Indagou-se, posteriormente, sobre o sensor NTC. A unanimidade não existiu. Muitos ficaram inicialmente calados, sem resposta. Alguns relatos:

C1, do G1: “Pelas revisões que fiz naquele material das três primeiras semanas de aula, acho que se trata de gráficos de função exponencial”.

C2, do G5: “Também olhei na matéria que o senhor passou e acho que estes gráficos são de funções exponenciais decrescentes”.

C1, do G8: “Parece com a curva de exemplos de desintegração radiativa, tendendo a zero”.

Conforme relatado anteriormente, os alunos não haviam visto este conteúdo antes de ingressarem no curso e até por isso alguns tiveram um pouco de receio em falar sobre tais conceitos.

Foi confirmado que os sensores NTC têm comportamento semelhante a funções exponenciais decrescentes. Foi solicitado, então, que eles buscassem em seus materiais novamente o conteúdo das aulas de revisão, a fim de que todos pudessem ter a certeza do que se estava falando.

Após os relatos de colegas, as observações feitas em seus materiais e da confirmação acima descrita, todos se sentiram mais à vontade, e até alunos que haviam ficado calados animaram-se a comentar as observações empíricas. Entre vários outros comentários, citamos alguns:

C3, do G4: “Vai ser aqui que vamos ter que aplicar logaritmos então?”

C2, do G10: “Menos mal que podemos usar a calculadora”.

C1, do G15: “Mas não parece ser tão difícil logaritmos (*sic*), é só saber a hora de usar, lembro que é quando chegamos à forma $N = b^x$ ”.

C3, do G3: “É, só usamos quando tivermos que achar o valor de x , se tivermos que achar o N e o valor de b , não usamos logaritmo”.

A ideia inicial era começar com a obtenção da função referente ao sensor Pt100, por se julgarem os conceitos de funções de primeiro grau mais acessíveis, mas, pela participação e empolgação mostradas pelos alunos em utilizar logaritmos, mudaram-se os planos, iniciando-se pela busca das funções exponenciais referentes ao sensor NTC.

Durante as aulas de revisão de conteúdos, haviam sido trabalhado modelos algébricos que descrevem alguns tipos de curvas de função exponencial. Relacionava-se a forma algébrica da função exponencial a modelos de gráficos correspondentes. Alguns exemplos utilizados foram:

Crescimento populacional: $N(t) = N_0 e^{kt}$, onde: $N(t)$ é o número de indivíduos em certa população no instante t ; N_0 é o número de habitantes tomado como inicial; a constante de Euler com seis dígitos decimais $e=2,718281$ (por utilizarem a calculadora, os alunos utilizam a constante e da mesma); k é a constante que varia com a espécie da população.

Desintegração radiativa: o modelo de função é parecido com o modelo de crescimento populacional, com a diferença que o sinal diante da constante de decaimento k é negativo, ficando assim: $N(t) = N_0 e^{-kt}$

Além desses modelos, foram mostrados outros com translações verticais, translações horizontais, que não se enquadram neste estudo com sensores NTC. Os modelos descritos no parágrafo anterior serão trabalhados em atividades futuras, a partir da sétima aula.

Em relação a logaritmos, apresentamos seu conceito e a aplicação teórica desta ferramenta. Para facilitar o entendimento por parte dos alunos, foi feita a seguinte comparação: “a fórmula de Bhaskara está para as equações de segundo grau assim como os logaritmos estão para as equações exponenciais”. Explicou-se que, assim como as equações de segundo grau devem estar na forma $ax^2 + bx + c = 0$, com a , b e c pertencentes aos números reais e $a \neq 0$, para poderem ser resolvidas através da fórmula de Bháskara, as equações exponenciais, para serem resolvidas por meio de logaritmos, devem estar na forma $N = b^x$, com N e b números reais positivos e $b \neq 1$.

Quando há referência a logaritmos, estamos nos referindo a logaritmo natural ou logaritmo neperiano (\ln), que tem por base o número irracional e . Relatou-se também, na revisão, sobre o logaritmo decimal, mas este assunto não seria o utilizado durante o curso.

Ressaltamos que estas explicações com detalhes sobre tais conceitos e aplicações tinham sido feitas nas três primeiras aulas, aulas que, segundo Skovsmose (2000), foram ministradas sob o paradigma do exercício, enquadradas no ambiente de aprendizagem (5), através de exercícios e exemplos com referência à realidade.

Continuando com a obtenção da função exponencial referente ao sensor NTC, apenas foi salientado que seria utilizado, conforme a colocação do aluno C1, do G8, o modelo de função exponencial $N(t) = N_0 e^{-kt}$. Foi exposto também aos alunos que o sinal negativo

poderia ou não ser utilizado na obtenção da constante k , visto que, no momento de utilizar tal constante na função, o sinal de k tornar-se-ia negativo.

Com isso, surgiram as primeiras afirmações/questionamentos:

C1, do G1: “Vamos utilizar este modelo, mas podemos, ao invés de usar a letra N , trocar pela letra R , representando resistência elétrica, e a letra t minúscula trocar pela letra T maiúscula, indicando temperatura?”

Resposta: “Sim.”

C2, do G5: “Utilizamos este modelo com o valor da constante k negativa por se tratar de uma exponencial decrescente, né?”

Resposta: “O que você acha?” C2, do G5: “Acho que sim, pois em uma função exponencial deste tipo, o sinal de k vai indicar se ela é crescente ou decrescente e é parecido com o que o senhor explicou na revisão sobre $\frac{1}{e^x}$.” Resposta: “Exatamente o mesmo princípio”.

C2, do G2: “Podemos utilizar como R_0 , o valor da resistência na temperatura de zero grau?” Resposta: “Sim.”

Após responder a estes e outros questionamentos, explicou-se que existem modelos de equações fornecidos pelos fabricantes dos termistores NTC, como $R = R_0 \cdot e^{k\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$. Porém, com o modelo utilizado para descrever o comportamento do sensor, $R(T) = R_0 e^{-kT}$, está-se buscando uma simplificação, fazendo com que apareçam as características essenciais, de modo que seu comportamento seja igual ou semelhante àquele do sistema modelado. Para Biembengut e Hein (2000), um modelo matemático retrata, de forma simples, aspectos de uma situação que se analisou.

Utilizando este modelo, para poder chegar às funções correspondentes a cada sensor, inicialmente os alunos tiveram que calcular o valor da constante k para cada sensor.

Mesmo tratando-se de sensores com resistências nominais diferentes, o valor da constante k calculado esteve no intervalo (0,035; 0,040). Ver-se-á, mais adiante, que a validação do modelo se deu perfeitamente, com os valores calculados pelos alunos através dos parâmetros utilizados.

Para calcular o valor da constante k , os alunos tiveram que utilizar o conceito de logaritmo aplicado às equações exponenciais, formuladas a partir dos dados coletados, referentes aos valores de resistência elétrica em função da temperatura. Solicitou-se que, para fins de cálculo, utilizassem cinco dígitos decimais para o valor de k , arredondando neste dígito. Alguns alunos utilizaram arredondamento no quarto dígito decimal.

Ao iniciar o curso, é solicitado que todos tenham uma calculadora científica para ser utilizada nas aulas. Solicitou-se inicialmente um único modelo de calculadora, a fim de facilitar essa explicação em relação às teclas que seriam utilizadas para que se pudessem realizar os cálculos. Porém, como estes alunos já utilizam calculadora científica na escola regular, houve em sala de aula um sortimento de tipos de calculadoras.

Portanto, o fato de todos terem suas calculadoras facilitaria em termos do uso de logaritmos, pois os alunos não precisariam utilizar as propriedades, apenas transformação de equação exponencial para logaritmo. Mesmo assim, explicou-se a propriedade *mudança de base*, caso algum aluno quisesse utilizar logaritmo decimal.

Observa-se, nas figuras abaixo, como procederam na busca pelo valor da constante k :

The figure shows three separate handwritten calculations on grid paper, all aimed at finding the constant k for a $1k\Omega$ NTC sensor. The equations used are variations of the Steinhart-Hart equation: $R = R_0 \cdot e^{-k/T}$.

Top Left Calculation:

$$1k\Omega$$

$$123 = 2400 \cdot e^{-k/80}$$

$$e^{-k/80} = 0,05375$$

$$-80k = -2,4234$$

$$k = +0,03694$$

Top Right Calculation:

$$1k\Omega$$

$$R = R_0 \cdot e^{-k/T}$$

$$125 = 2850 \cdot e^{-k/85}$$

$$\frac{125}{2850} = e^{-85k}$$

$$0,0449 = e^{-85k}$$

$$\ln 0,0449 = -85k$$

$$-3,1030 = -85k$$

$$k = +0,0365$$

Bottom Center Calculation:

$$R = R_0 \cdot e^{-k/T}$$

$$132 = 2530 \cdot e^{-k/80}$$

$$-2,953 = -80k$$

$$k = -0,0369$$

Figura 31: Cálculo do valor da constante k o sensor NTC de $1k\Omega$
Fonte: Trabalho dos grupos G2 e G5 e G7

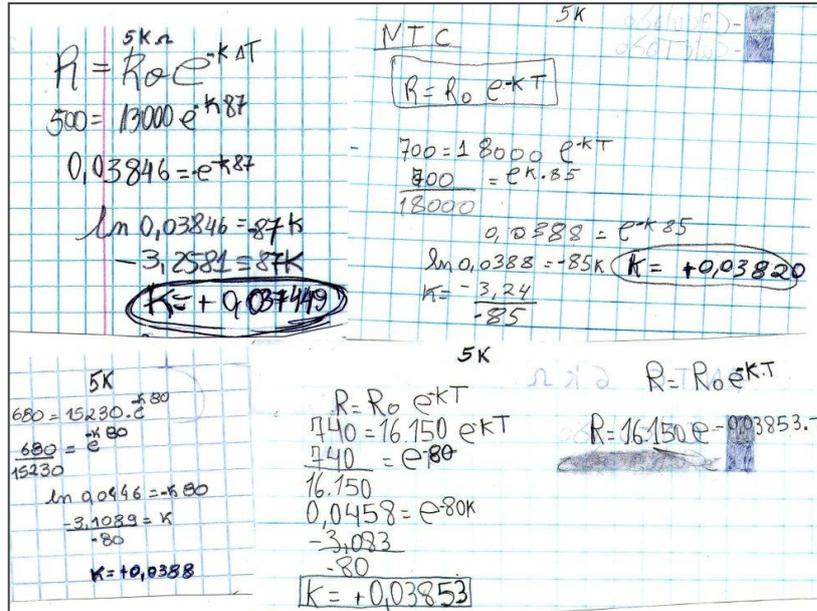


Figura 32: Cálculos do valor da constante k o sensor NTC de $5k\Omega$
 Fonte: Trabalhos dos grupos G1, G2, G6 e G9

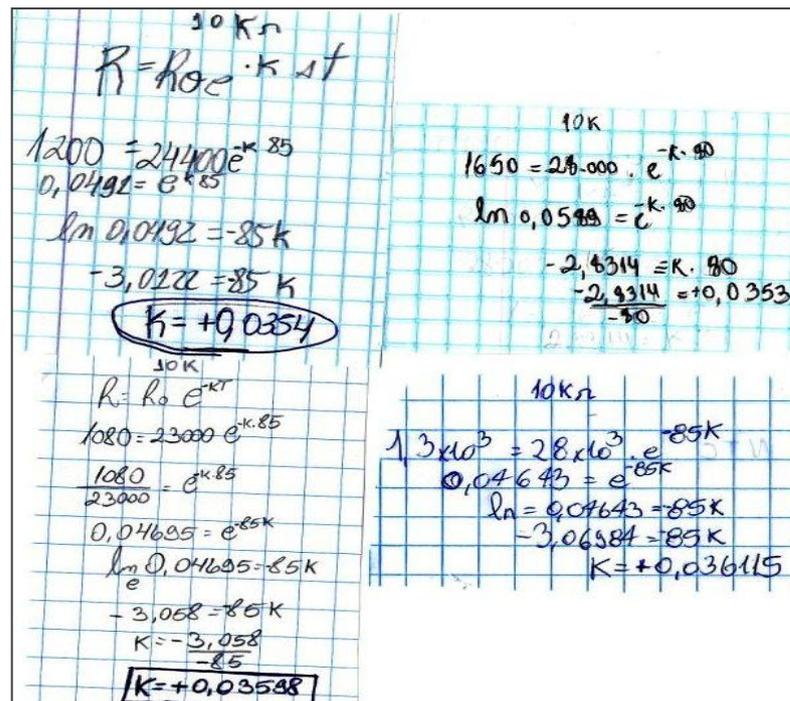


Figura 33: Cálculos do valor da constante k o sensor NTC de $10k\Omega$
 Fonte: Trabalhos dos grupos G8, G11, G14 e G5

Os alunos não tiveram dificuldades em calcular o valor da constante. Apenas alguns grupos levaram um pouco mais de tempo que outros. Esta diferença de tempo não passou de cinco minutos, mas foi suficiente para os mais “apressadinhos” irem à busca da validação, mesmo que inconscientemente, das funções que haviam acabado de encontrar, como mostram os seguintes relatos:

C1, do G1: “Minha função para o sensor de $10\text{k}\Omega$ está certa”. Questionamento: “Porque você acha que está certa?” - C1, do G1: “Porque já substituí quatro valores de temperatura na função, só na calculadora, e encontrei praticamente o valor de resistência que tinha no gráfico, dá diferença de no máximo 150Ω .” C2 do G5: “Acho que a minha também tá certa(*sic*), fiz a função do sensor de $1\text{k}\Omega$ e já testei cinco valores, e a maior diferença é de 19Ω ”.

Após os questionamentos dos colegas, não foi necessário fazer a solicitação para que validassem as funções encontradas, uma vez que esta tenha se tornado uma prática automática e todos os alunos partiram para o teste de suas funções. Estavam ansiosos para ver se tinham feito o cálculo da constante corretamente.

Em poucos minutos, todos haviam testado seu modelo e supostamente verificado que este modelo, esta função encontrada satisfazia seus objetivos. Foi solicitado que fizessem o registro dessas medidas que estavam calculando a partir da fórmula, em forma de uma nova tabela. Essa nova tabela deveria conter no mínimo cinco valores, para que posteriormente, com esses valores, construíssem um novo gráfico, agora com as medidas calculadas.

Antes de fazer este registro, explicou-se que, intuitivamente, no momento em que calculavam a diferença entre o valor de resistência calculado e o valor de resistência coletado, para um mesmo valor de temperatura, estavam calculando o valor do erro absoluto. Explicou-se também que existe uma fórmula que é: *erro absoluto* = $|\text{valor calculado} - \text{valor coletado}|$.

Assim sendo, nessa nova tabela foi solicitado que utilizassem uma coluna com os valores de temperatura escolhidos (no mínimo 5), uma com os valores de resistência calculados através da função e uma coluna com erro absoluto.

A seguir será mostrado apenas o conjunto – tabelas, gráficos e cálculos -, para se chegar à função de apenas um sensor de um dos grupos, visto que os resultados obtidos foram bem semelhantes em todos os grupos.

A figura 34 mostra o gráfico referente ao sensor NTC de $1\text{k}\Omega$. Nele, pode-se observar que a curva referente aos dados coletados, meio que se confunde com a curva dos dados calculados através da fórmula. Na figura 35, ao se calcular o erro absoluto, a maior diferença calculada entre os valores de resistência para o mesmo valor de temperatura foi de 77Ω .

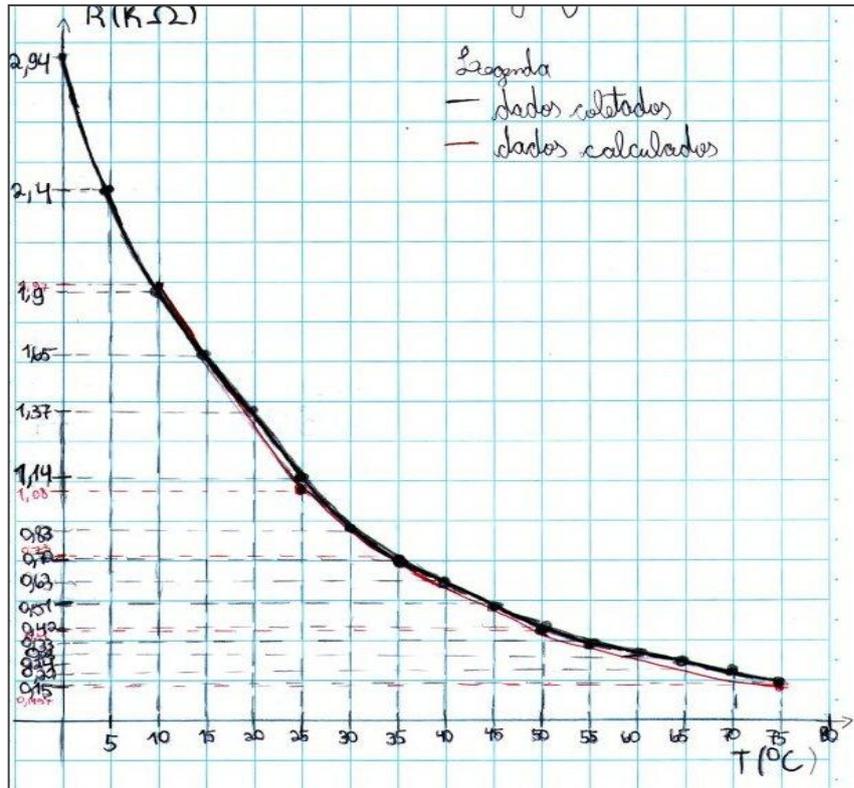


Figura 34: gráfico referente a sensor NTC de 1kΩ
 Fonte: trabalho do grupo G4

Fórmula:			Temperatura (°C)	
$0,15 = 2,94 e^{-75/K}$			80	
$0,0510 = e^{-75/K}$			75	0,15 KΩ
$\ln 0,0510 = -75/K$			70	0,21 KΩ
$-2,9755 = -75/K$		$R = 2,94 e^{-0,0397T}$	65	0,24 KΩ
$K = 0,0397$			60	0,28 KΩ
			55	0,33 KΩ
			50	0,40 KΩ
			45	0,57 KΩ
			40	0,63 KΩ
			35	0,72 KΩ
			30	0,83 KΩ
			25	1,14 KΩ
			20	1,37 KΩ
			15	1,65 KΩ
			10	1,90 KΩ
			5	2,40 KΩ
			0	2,94 KΩ

Tabela		
T(°C)	$R = 2,94 e^{-0,0397T}$ (KΩ)	valor produto
10	1,9767	0,0767
25	1,0897	0,0503
35	0,7326	0,0126
50	0,4039	0,0161
75	0,1497	0,0003

Figura 35: Cálculos e tabelas referentes a sensor NTC de 1kΩ
 Fonte: Trabalho do grupo G4

As tabelas apresentadas pelo grupo deixam a desejar, visto que na coluna onde aparece o valor do erro absoluto não é apresentada a unidade de medida e, na coluna ao lado da temperatura, não aparece o cabeçalho para tais dados.

Quando os alunos iniciaram a construção das tabelas, assim como a construção dos gráficos, explicou-se que, em tais representações, tais tabelas e gráficos deveriam estar providos de um título referente ao assunto tratado e um cabeçalho referente a cada coluna, e ainda que a unidade de medida de cada coluna poderia aparecer tanto no cabeçalho como no corpo da tabela.

Porém, ressaltou-se que durante as construções os alunos não tinham sido mais cobrados por tais detalhes, pois a maior preocupação era em relação aos cálculos, e não se soube dosar a atenção nesses detalhes, deixando assim, um pouco de lado a parte estética, que é muito importante para a leitura e a compreensão dos modelos.

Na figura 36, está representada a construção do gráfico do sensor NTC de $5k\Omega$, feita pelo grupo G12.

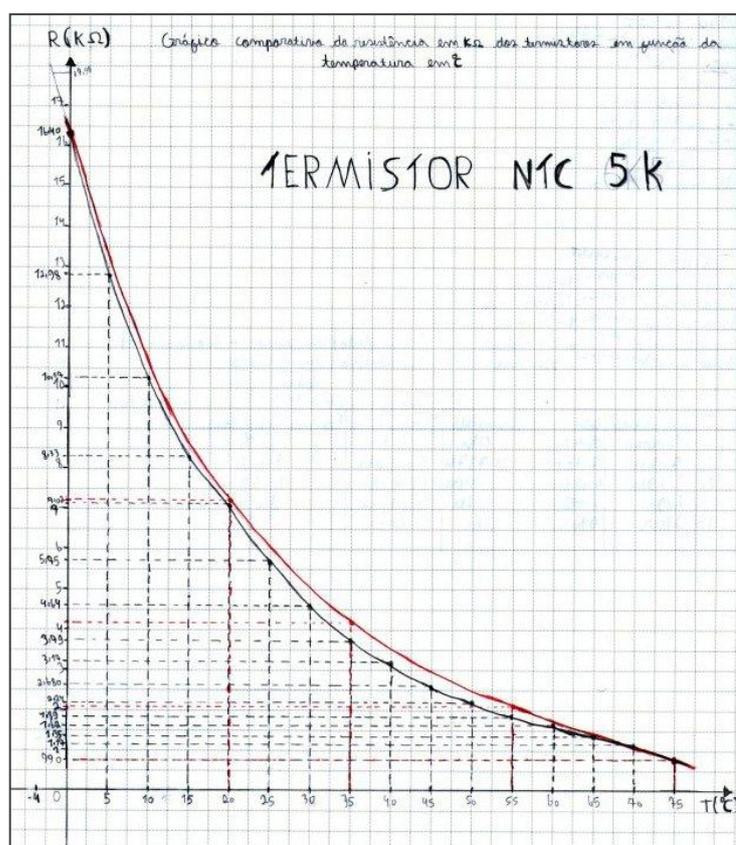


Figura 36: Gráfico referente a sensor NTC de $5k\Omega$

Fonte: Trabalho do grupo G12

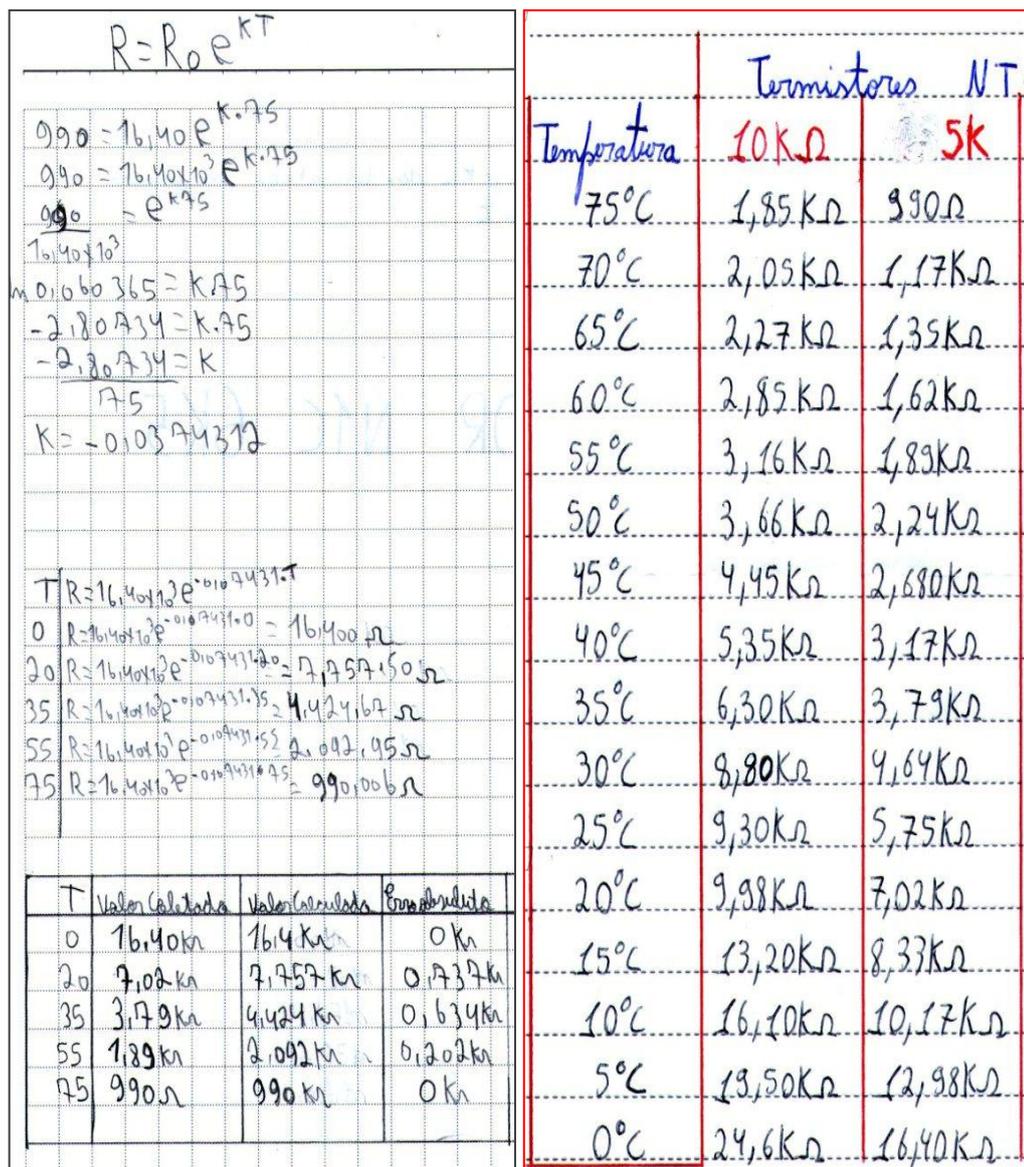


Figura 37: Cálculos e tabelas referentes a sensor NTC de 5k Ω

Fonte: Trabalho do grupo G12

Nas figuras 36 e 37, percebe-se que o grupo teve maior cuidado com a colocação de títulos, tanto no gráfico como nas tabelas, além de ter utilizado unidades de medidas em todos os valores. Este grupo calculou como maior erro absoluto 737 Ω . Como se pode perceber, a curva referente aos dados calculados não ficou tão rente à curva dos dados coletados, mas teve comportamento semelhante à curva original. Pode-se perceber também que os grupos estão utilizando a fórmula $R(T) = R_0 e^{kT}$, com o a constante k positiva e, como havia sido comentado anteriormente, ao final do cálculo, ele torna-se negativo.

A figura 38 está representando o gráfico do sensor NTC de 10k Ω , construído pelo grupo G6. Nele, os alunos optaram por colocar os pares ordenados sobre os pontos da curva, devido à falta de espaço no eixo das ordenadas.

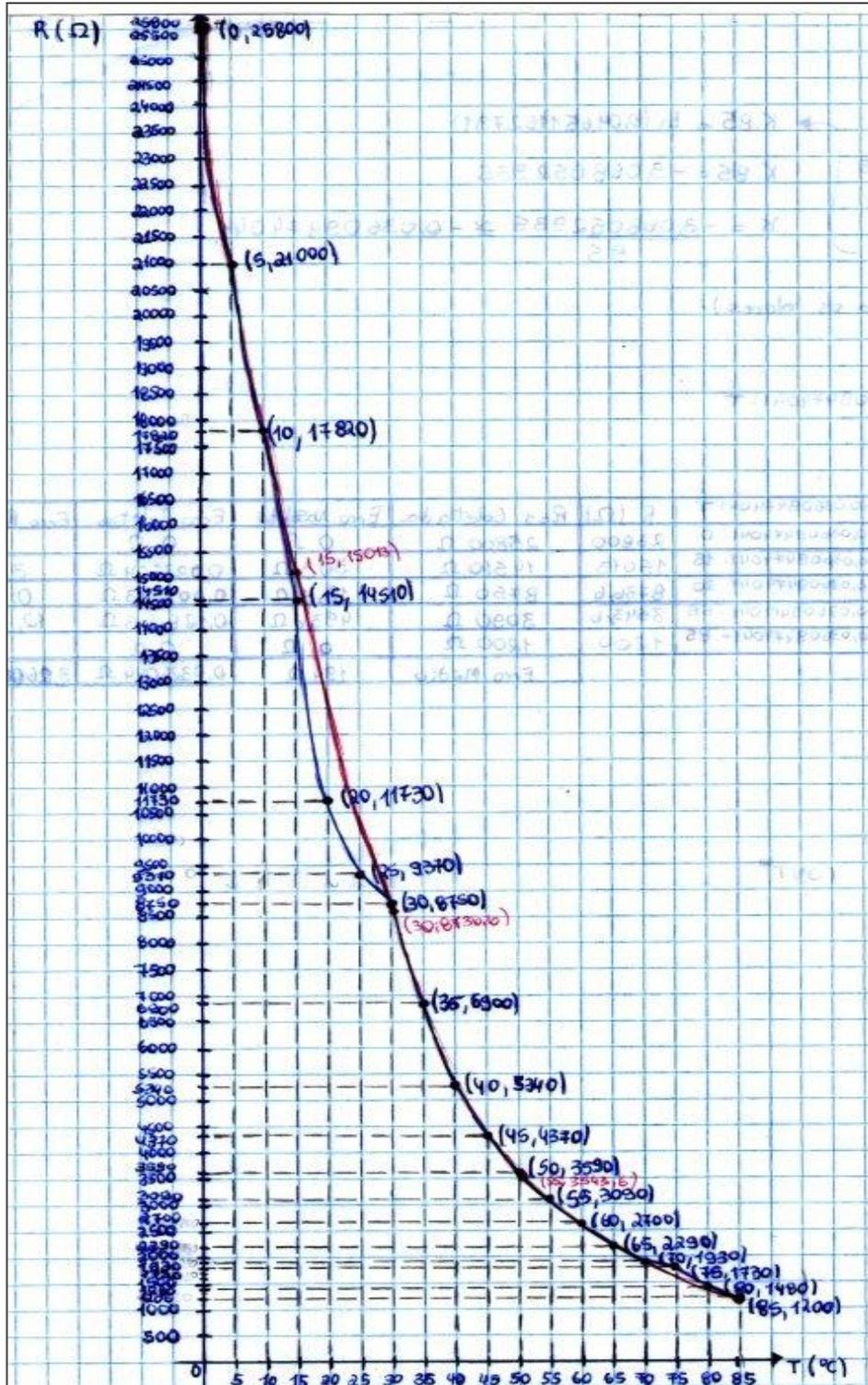


Figura 38: Gráfico referente a sensor NTC de $10\text{k}\Omega$

Fonte: Trabalho do grupo G6

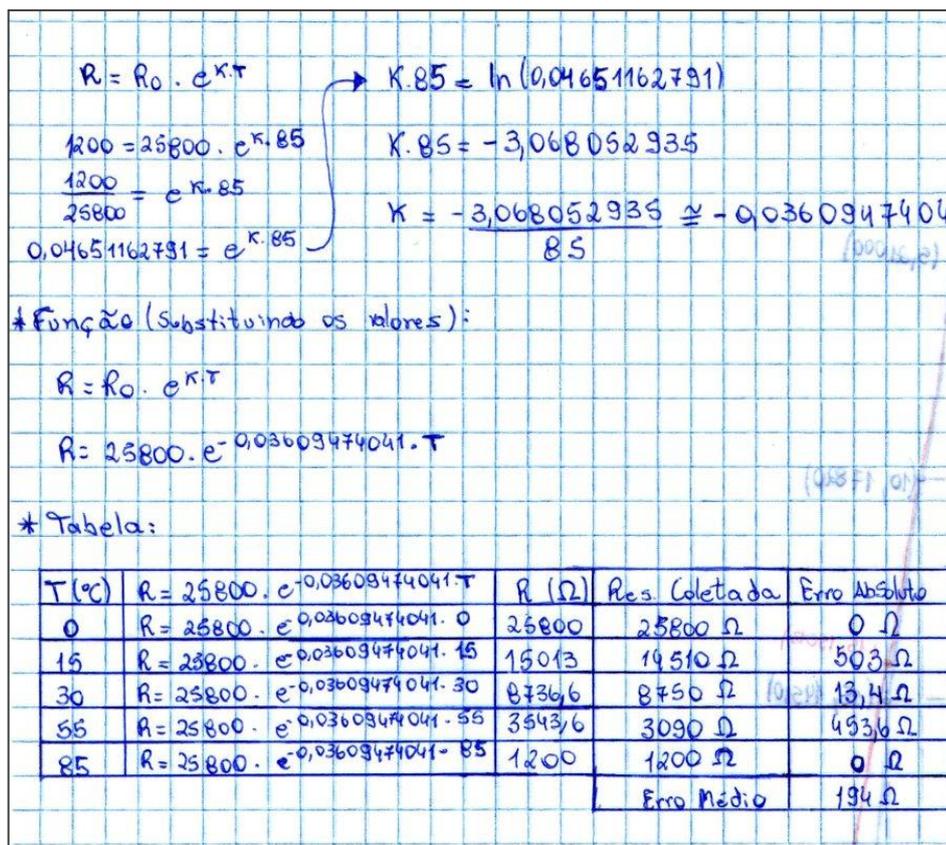


Figura 39: Cálculos e tabelas referentes a sensor NTC de 5kΩ

Fonte: Trabalho do grupo G12

Observando este trabalho da figura 39, percebe-se que este grupo foi mais detalhista, tanto nos cálculos quanto nas tabelas. Preocuparam-se em mostrar de onde haviam calculado tais valores, além de utilizarem corretamente os cabeçalhos da tabela e as respectivas unidades de medida.

Finalizada a parte referente aos sensores NTC, utilizaram-se os mesmos procedimentos de construção e validação para o sensor Pt100, agora, utilizando-se conceitos de função de primeiro grau.

4.8.2 Funções do sensor Pt100

As funções referentes ao sensor Pt100, conforme já relatado pelos alunos, referem a uma reta, uma função de primeiro grau.

Nas semanas referentes à revisão de conteúdos, ao trabalhar com problemas para os quais se tinha construído o gráfico, precisava-se encontrar a função de primeiro grau que gerou tal gráfico. Então, trabalhou-se exclusivamente com sistemas lineares na busca dos coeficientes angular e linear. Tem-se a consciência de que se poderia ter feito esta busca

através da fórmula do coeficiente angular ou de outra forma, porém, no conteúdo programático consta que precisa se trabalhar com sistemas lineares, utilizando método da adição e da substituição. Assim, nada melhor que calcular o coeficiente angular através de sistemas lineares.

Certamente, foi explicado o significado do coeficiente angular no gráfico, referindo-se a ele como taxa de variação, assim como o ponto que intercepta o eixo das ordenadas como sendo o coeficiente linear ou termo independente da função.

Porém, quando eram apresentados os gráficos de retas para calcular suas funções, os pares ordenados eram pontos colineares. No cálculo da função referente ao gráfico construído a partir de valores de resistência elétrica e temperatura, coletados no experimento do sensor Pt100, os pares ordenados pareciam ser colineares. No entanto, apresentam certo descompasso nesta linearidade (figura 41).

Esse fato poderia trazer algum prejuízo no cálculo dos coeficientes, visto que, se os alunos utilizassem dois pontos próximos e se o segmento determinado por eles não estivesse aparentemente paralelos à reta construída com os valores coletados do sensor Pt100, poderiam achar um coeficiente angular referente a uma inclinação totalmente distinta.

Foi o que aconteceu como G11, pois eles utilizaram para a montagem do sistema linear os pares ordenados (2, 101) e (5; 102,7) e obtiveram como coeficiente angular 0,56666 e como coeficiente linear 99,8668. Quando utilizaram dois pontos mais distantes pertencentes a esta linha imaginária ideal, encontraram coeficiente angular 0,385 e coeficiente linear 101,25.

Veja nas figuras 40 e 43, os cálculos que os alunos fizeram para chegar aos coeficientes.

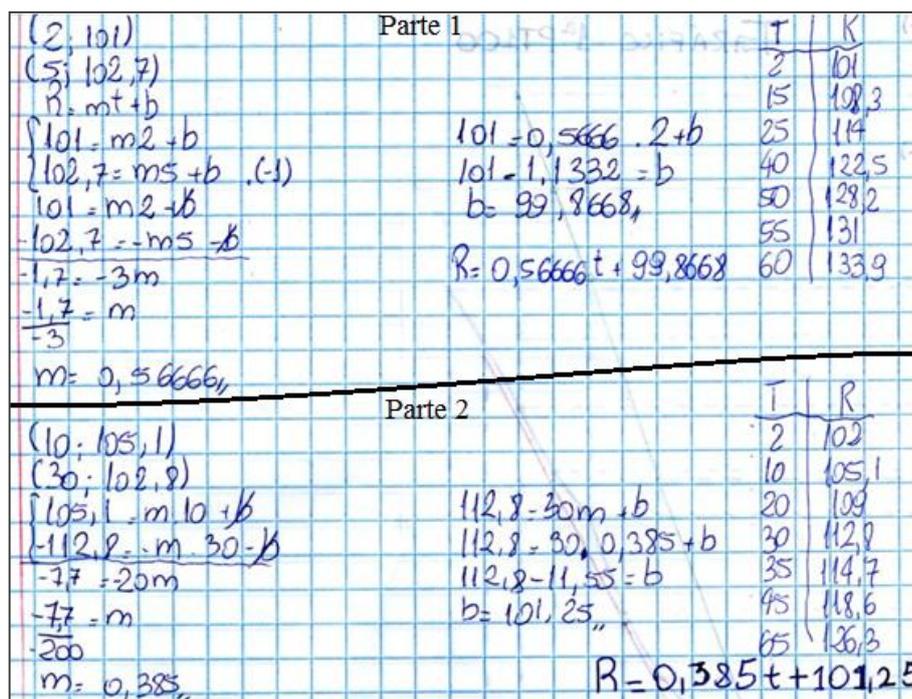


Figura 40: Na parte 1, utilizaram-se dois pares ordenados próximos, na parte 2, dois pares ordenados distantes
 Fonte: Trabalho do G11

No momento de validar as funções, construindo um novo gráfico sobre o inicial, a surpresa: ao utilizarem os pares ordenados da parte 1 da figura 40, verificaram que a inclinação da nova reta era muito maior do que a inclinação da reta original (reta que aproxima os dados coletados). Porém, não desistiram, calcularam uma nova função com outros dois valores e construíram outra reta com os dados calculados na parte 2 da figura 40 e, com estes valores, encontraram uma reta com uma inclinação bem próxima da inclinação da reta original. Tão logo acabaram de traçar as retas, chamaram e expuseram que a função a ser utilizada seria a da parte dois, pois tinham chegado à conclusão de que o coeficiente angular calculado na parte 1 era muito maior que o coeficiente angular da reta original, o que, conforme apresentado na figura 41, não as tornavam retas paralelas, muito menos coincidentes.

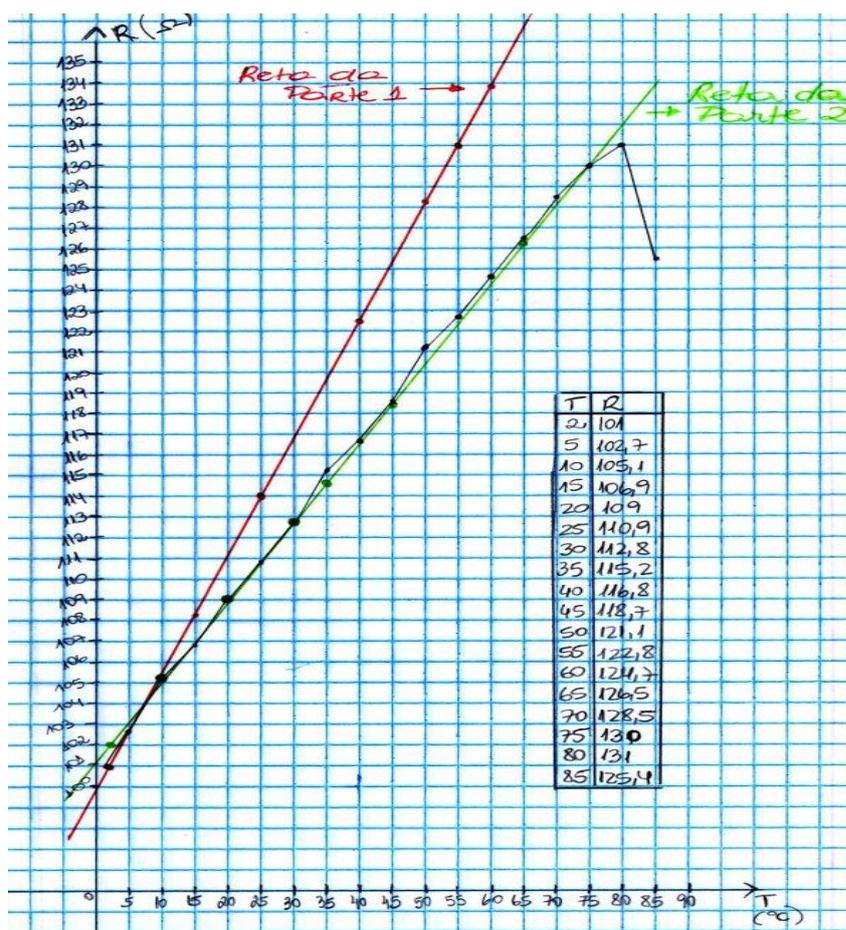


Figura 41: Reta parte 1 descartada e reta da parte 2 validada

Fonte: Trabalho G11

Essa conclusão em relação ao coeficiente angular foi muito relevante, pois se percebeu que o conceito passado em relação a coeficiente angular havia sido assimilado pelo grupo.

Outros grupos, ao calcularem os coeficientes, na primeira tentativa conseguiram encontrar valores satisfatórios, tanto para coeficiente linear quanto para coeficiente angular. Foi o caso do G7. Citou-se o caso deste grupo pelo fato de que, no momento em que havia terminado de colocar os pares ordenados no plano cartesiano, o C1, deste grupo, fez a seguinte colocação: “Professor, a nossa reta com valores calculados quase nem aparece, pois os valores calculados na função são praticamente os mesmos pontos que coletamos. Tudo bem?” Resposta: Sim, estavam realmente muito semelhantes as duas retas. O aluno continuou a explanação: “Agora, eu gostaria de saber se a resposta de uma das perguntas que o senhor fez na aula passada sobre o nome do sensor ser Pt100 tem a ver com ele ter coeficiente linear de 100Ω a 0°C ?” Os dois colegas do grupo ficaram “boquiabertos.” Resposta: Sim. Justamente por este fato é que seu nome recebe 100, e concluiu-se perguntando: “Porque do Pt?” O aluno respondeu que iria pensar.

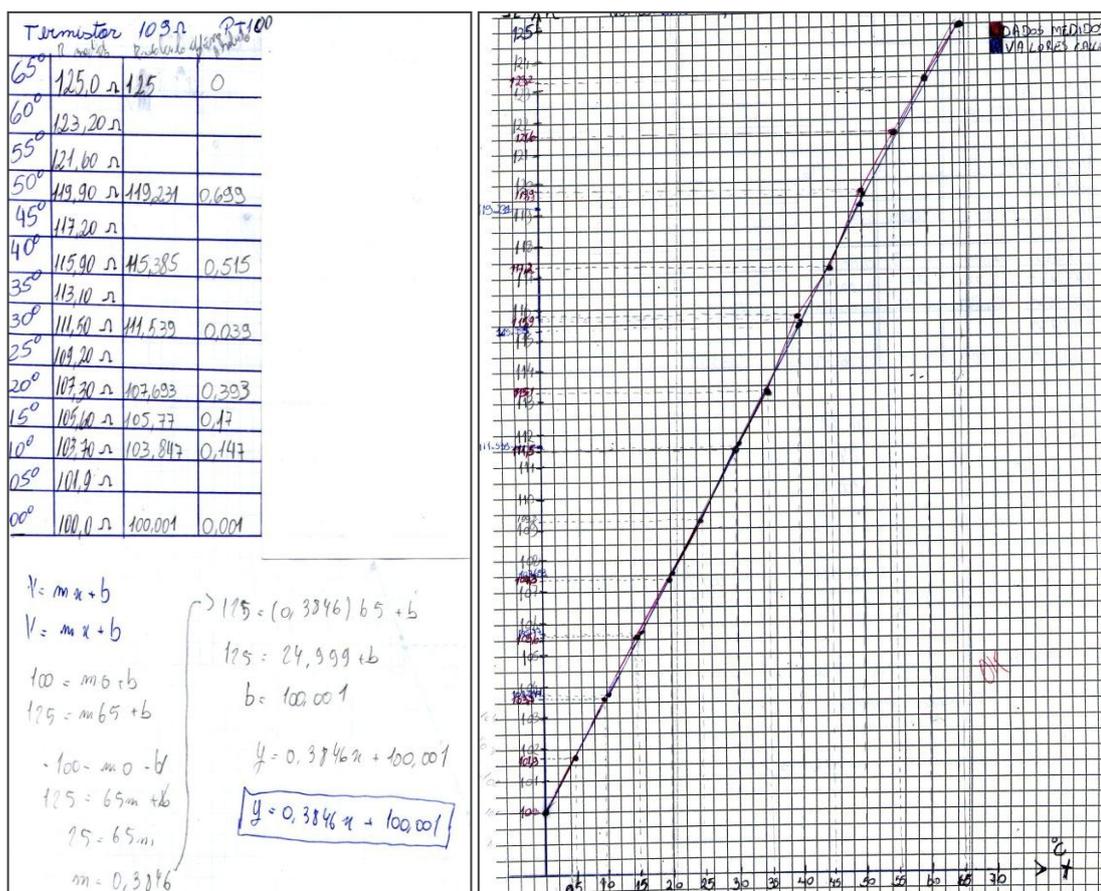


Figura 42: Modelos resultantes do sensor Pt100

Fonte: Trabalho do grupo G7

Ao terminar a parte de construção e validação dos modelos dos sensores NTC e Pt100, tentou-se sintetizar com a turma o que havia sido feito com tais sensores.

Inicia-se com a fala: “Vamos recapitular o que fizemos nestas últimas três aulas. Alguém lembra qual era a proposta inicial?”

Falou-se que cada aluno poderia fazer apenas um comentário para haver espaço para mais colegas falarem, senão corria-se o risco de apenas um ou dois falarem, e isso, nem tanto pela timidez, mas mais pela rapidez.

C1, do G1: “Reconhecer o comportamento físico dos sensores quando submetidos a variações de temperatura.”

Professor: “E aí, quem consegue relatar sobre tais comportamentos?”

C2, do G3: “Os sensores Pt100 têm comportamento linear e os sensores NTC têm comportamento exponencial”.

Professor: “Só isso em relação ao comportamento?”

C2, do G5: “Pt100 é linear crescente, ou seja, à medida que a temperatura aumenta, aumenta também o valor da resistência elétrica e o NTC é exponencial decrescente, ou seja, à medida que aumenta a temperatura diminui a resistência elétrica”.

Professor: O que mais podemos falar sobre os sensores?

C2, do G10: “Que eles variam sua resistência em função da temperatura, por isso, são chamados de sensores térmicos”.

C1, do G7: “O sensor Pt100 é mais preciso que o sensor NTC”.

C3, do G6: “Os sensores são utilizados em vários tipos de equipamentos”.

C3, do G4: “Vivemos rodeados de sensores. Aqui na escola, então, nem se fala, até no banheiro tem sensor para todo lado”.

C1, do G8: “Serão muito úteis em nossos futuros projetos”.

C3, do G7: “O sensor Pt100 recebe este nome pelo fato de a resistência ser de 100Ω à temperatura de 0°C ”.

Neste momento, houve uma pausa para as averiguações dos alunos e explicou-se a colocação do aluno, pois o G7 havia chegado a esta conclusão, mas os outros grupos não, tanto que, no momento da colocação do colega, todos ficaram desconfiados e foram em busca de tal valor em seus gráficos e tabelas.

Explicou-se que realmente o nome Pt100 advém do tipo de material que é constituído e do valor da resistência a 0°C . Logo, o C2, do G7 falou: “Então, o constituinte principal do sensor é a platina?” Resposta: Sim, o sensor Pt100 recebe este nome em função de ser constituído por platina, que, na Tabela Periódica de Elementos Químicos, tem como símbolo Pt, e a 0°C fornece uma resistência elétrica de 100Ω , por isso, chama-se Pt100.

C2, do G6: “Mas então, deveríamos ter achado como coeficiente linear o valor de 100Ω ?”

Resposta: “Teoricamente sim, mas este é o valor ideal. Entretanto, se vocês lembrarem, não se trabalhou com valores exatos quando se tratava de componentes resistivos. Por esse motivo é que, quando estavam coletando e calculando, a maior parte de vocês não chegou a 100Ω , mas sim, a valores bem próximos. E tem mais, segundo o manual dos fabricantes, o valor do coeficiente angular deve ser 0,385, e ainda, o modelo de referência proposto pelos fabricante é $R = 0,385T + 100$.” Neste momento, procuraram seus cálculos, a fim de averiguar se tinham calculado valores próximos a estes mencionados.

A figura a seguir mostra os cálculos realizados por alguns grupos, a fim de encontrar os respectivos coeficientes.

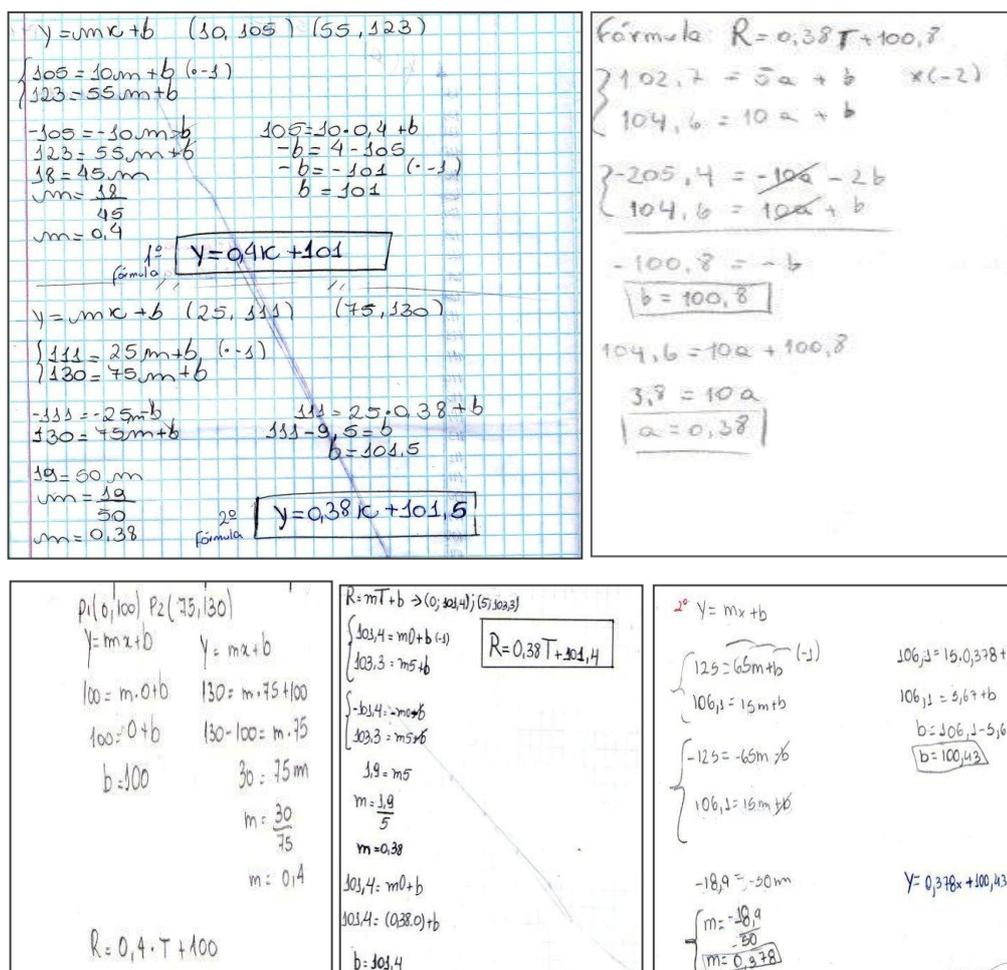


Figura 43: Cálculos para encontrar coeficiente linear e coeficiente angular
Fonte: Trabalhos dos grupos: G6, G5, G3, G1 e G10

Vários grupos ficaram felizes, pois perceberam que chegaram bem próximo aos coeficientes dados como ideais. Quando não chegavam próximo a estes valores, como foi o caso do G11, ao validarem a função, percebiam que esta correspondia a uma reta com inclinação totalmente diferente da reta formada pelos valores calculados.

Voltando aos questionamentos, explicou-se que, diferentemente do sensor Pt100, os sensores NTC não apresentam valores de referência, apresentam apenas, conforme relatado anteriormente, algumas fórmulas para cálculo de tais valores.

Professor: O que mais vocês têm para nos falar sobre nossas atividades?

C2, do G12: “Que aprendemos a trabalhar com multímetro, principalmente, medir resistência e trabalhar com termômetro”.

C1, do G10: “Que aprendemos a calcular incógnitas de equações exponenciais através de logaritmos”.

C1, do G6: “Eu consegui ver uma utilização na prática para sistemas lineares e entendi o significado do nome taxa de variação dado para o coeficiente angular”.

Ao calcularem o valor do coeficiente angular, foi pedido que retornassem ao gráfico do sensor Pt100, para que visualizassem como achar este valor no gráfico. Explicou-se que, para cada um grau que aumentava a temperatura, o coeficiente angular poderia ser percebido no eixo da resistência elétrica.

C2, do G2: “Bem, para sintetizar mesmo, acho que trabalhamos com problemas que nós criamos” Questionamento: “como assim?”

“Sim, nós coletamos os valores para construir uma tabela. Depois de criarmos a tabela, construímos um gráfico, depois de construir o gráfico, tivemos que ver que tipo de função seria e tivemos que calcular a função. Depois de construir a função, criamos outra tabela e, a partir desta tabela, um novo gráfico. Praticamente, tivemos que fazer tudo. O senhor só disse onde queria que nós chegássemos. Assim é fácil ser professor”. Gargalhada e palmas de toda a turma.

Diante deste comentário, só me restou uma alternativa: Comunicá-los de que no fim do mês repartiria meu salário com eles... risos.

Após o momento de descontração, falou-se: “Na realidade, este foi sempre o objetivo principal com a atividade. Tentou-se criar aqui, com a participação de vocês, um novo ambiente de aprendizagem chamado de um cenário para investigação, no qual vocês são responsáveis por todo processo e os professores são apenas mediadores”.

Para finalizar, foi falado: “Acho que, por esta se tratar da primeira atividade prática que vocês participam ativamente, vocês se comportaram muito bem, trabalharam exemplarmente, souberam ouvir as dúvidas e até as críticas de colegas, cuidaram bem de seus materiais e dos materiais da escola, utilizaram corretamente os itens de segurança, souberam se organizar em grupos e todos os grupos tinham os materiais solicitados, utilizaram corretamente a simbologia padrão, interpretaram tabelas, gráficos e funções, reconheceram as características básicas dos sensores de temperatura, conseguiram encontrar parâmetros de comparação e, acima de tudo, demonstraram iniciativa no desenvolvimento das atividades propostas.”

4.8.3 Análise das atividades

As observações feitas inicialmente pelos alunos em relação às diferenças entre os valores das tabelas foram de grande valia, pois não se tinha pensado em alertá-los sobre tais diferenças, mesmo porque não se é especialista em eletricidade básica e se estava mais preocupado com a parte matemática do processo. Mesmo assim, como o objetivo era deixá-

los o mais familiarizados possível com componentes e processos que vivenciaram durante o curso, produziu-se um ótimo debate.

Diante da discussão feita em torno das variações dos valores das tabelas, percebe-se o quanto estão acostumados a achar uma só resposta para determinada atividade. Este comportamento advém do paradigma do exercício. Nesses exercícios existe uma e somente uma resposta correta, todas as outras respostas estão erradas e não existe espaço para um meio certo, ou mais ou menos certo. Com essa mentalidade que trazem da escola tradicional é que buscaram respostas ao questionar sobre tais valores. Não admitiam que as tabelas de todos os colegas pudessem estar certas. Por se tratarem de conceitos que traziam em suas bagagens, não se quis excluí-los ou eliminá-los imediatamente, mas, através de novos questionamentos, conseguimos convencê-los de que não existia somente uma resposta correta. Poderiam existir inúmeras respostas corretas como de fato existiam.

Esta atividade proposta, mantendo-se no ambiente de aprendizagem (6), com referência à realidade, proporcionou aos alunos a possibilidade de tornar possíveis produções de diferentes significados a mesma, e não somente o conceito pelo conceito, como estão habituados a ter em aulas tradicionais. Barbosa (2003) ressalta ainda que os alunos, na maior parte das vezes, solucionam problemas que não fazem parte de suas realidades, portanto, deve-se, mais que informar matematicamente, educar criticamente através da matemática.

Atividades como as que foram trabalhadas com os alunos nessas três aulas, quando coletaram valores para construção de modelos matemáticos como as tabelas e, posteriormente, os gráficos, foram importantes, pois, para coletarem tais valores, precisaram antes saber como utilizar equipamentos que fornecessem estes valores a eles; de posse de tais valores, organizados em modelos, precisaram analisar tais modelos para visualizar que os mesmos referiam-se a funções de primeiro grau e funções exponenciais, além de discutirem sobre a relação de dependência entre as variáveis. Após tais decisões, através de cálculos matemáticos, encontraram os valores de coeficientes para formar as funções referentes a cada sensor e, após validá-las, conseguiram reprimir as autoridades que exercem seu poder no paradigma do exercício. Através de atividades como estas, não se necessita mais do auxílio do livro didático para passar exercícios aos alunos. Segundo Skovsmose (2000), com isso, a reflexão crítica sobre matemática e modelagem matemática ganha um novo significado.

Na realização das atividades, definiu-se no início da primeira aula que o objetivo era conhecer o comportamento dos sensores com investigações através de modelos matemáticos. A partir dali, os alunos foram os responsáveis por tais investigações e pela coleta de

informações necessárias para a devida resolução, caracterizando, assim, segundo Barbosa (2001a), um caso 2 de Modelagem Matemática.

A partir de tais investigações e dos depoimentos feitos pelos alunos durante as aulas, nota-se claramente que os cinco argumentos propostos por Barbosa (2003) para a inclusão da modelagem no currículo estavam presentes nesse ambiente de aprendizagem. São eles: motivação; facilitação da aprendizagem; preparação para utilização da matemática em diferentes áreas; desenvolvimento de habilidades gerais de exploração; e compreensão do papel sócio cultural da matemática. Tais características eram percebidas na forma de os alunos agirem e interagirem durante essas aulas.

Constata-se que, em alguns relatos, os alunos, se utilizavam de uma linguagem que, matematicamente, pode não ser a mais correta, porém, estavam empregando uma linguagem mais simples, a fim de facilitar e racionalizar seus pensamentos. Com isso, segundo Bassanezi (2002), substituíam uma visão ingênua por uma postura crítica e abrangente.

Em relação à implementação da Modelagem Matemática em sala de aula proposta por Burak (1992), nesta terceira aula, iniciou-se com a construção do modelo que, no caso, foram as funções referentes a cada sensor. Após, chegou-se à fase da validação através da construção de novos gráficos, a partir das funções. E, em alguns casos, como o ocorrido com o sensor Pt100, a reformulação do modelo, cujo objetivo era o de encontrar o modelo que tivesse um coeficiente de variação mais próximo do ideal e, por último, no diálogo com os alunos, a interpretação dos resultados.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso trabalho surgiu a partir da mudança de currículo, no qual houve a necessidade de mesclar três disciplinas em uma só, mantendo praticamente os mesmos conteúdos, porém, diminuindo a carga horária de 240 horas/aula para 140 horas/aula. Além disso, a nova filosofia do curso propunha que as aulas tivessem uma flexibilização no formato e nas metodologias educacionais desenvolvidas pelos docentes.

Este desafio nos exigiu superar paradigmas que caracterizam o ensino tradicional e que ainda sobreviviam em nossas práticas até então. Foi nos proposto que criássemos ações educacionais flexíveis, quanto ao desenho do currículo, aos tempos de aprendizado, às situações de aprendizagem e, principalmente, com referência às metodologias frente às exigências impostas pelas transformações em curso, decorrentes das inovações tecnológicas, das novas organizações de produção e de um mercado altamente mutante, competitivo e sem fronteiras

Para tais mudanças, conseguimos buscar novas estratégias pedagógicas, formas e metodologias de ministrar nossas aulas e, para que pudéssemos pô-las em prática, a organização curricular flexível foi de extrema importância. O novo paradigma curricular proposto para o curso nos possibilitou uma abordagem de currículo flexível e aberto, no qual, embora houvesse conteúdos matemáticos curriculares necessários ao desenvolvimento de competências que correspondem ao perfil profissional, a flexibilidade do currículo nos permitiu fazer diferentes arranjos a fim de propiciar aos alunos condições necessárias para a construção de seus próprios percursos profissionais.

Durante as aulas aqui relatadas e analisadas, percebemos que podemos utilizar outras maneiras de ensinar matemática que não somente aquelas do paradigma do exercício a partir do livro didático. Percebemos que novas estratégias pedagógicas são fundamentais para a aprendizagem da Matemática e, entre estas estratégias, destacamos e utilizamos a Modelagem Matemática.

Através desta estratégia pedagógica, percebemos que pudemos proporcionar grande motivação e participação e, em consequência, um maior envolvimento dos alunos com as atividades propostas, facilitando com isso o processo de ensino-aprendizagem. A Modelagem Matemática apresentou-se como uma estratégia pedagógica que nos possibilitou estabelecer a associação entre o conteúdo programático e a aplicação real, relacionando-os com o mundo do trabalho. Portanto, a Modelagem Matemática no ensino pode ser um dos caminhos que

levam os alunos a despertar maior interesse, ampliar o conhecimento e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir (BASSANEZI, 2002).

Com o desenvolvimento das atividades a partir da Modelagem Matemática, foi possível perceber que alcançamos os objetivos propostos por Biembengut (2000), pois, através destas: houve o incentivo à pesquisa, tanto do tema proposto como de possíveis dúvidas ocorridas no decorrer da atividade; foram criadas condições que promovessem a habilidade em formular e resolver problemas, conforme citado no relato do aluno C2, do G2, ao final da terceira aula, o qual colocou que eles criavam e resolviam os problemas de forma autônoma; os alunos estavam sendo inseridos no curso através de assuntos pertinentes ao seu futuro profissional; foram abordados diversos conteúdos matemáticos curriculares, interligando estes a conteúdos das áreas de eletricidade e física; e, através da liberdade de questionamento e desenvolvimento das tarefas, oportunizou-se a exposição de sua criatividade e poderes argumentativos.

Percebemos que, em função das atividades desenvolvidas, criou-se uma relação entre a Matemática e a Física ensinada na escola regular e os conteúdos do curso técnico, haja vista alguns exemplos, como os questionamentos feitos à professora da escola regular sobre transferência de calor, além da ligação entre os conteúdos de funções vistos na escola e os trabalhados em nossas atividades.

Durante as atividades, percebia-se que havia também comentários referentes a alguns conceitos que haviam sido vistos em aula da escola regular, porém, até então, os alunos não encontravam aplicações para tais conceitos: “este sistema é aquele do ano passado com a professora T...”; “este coeficiente de variação é o que a professora T... falava que mudava no y a cada unidade que variava o x, assim fica fácil”. Diante destes comentários, deu para perceber que antes destas atividades serem desenvolvidas nesta experiência, os alunos não haviam participado de qualquer intervenção prática significativa que os levassem à construção desses conceitos a partir de interações, diálogos e debates com seus pares e com o professor. Esta interação via Modelagem Matemática passou a ser possível, como coloca Biembengut e Hein (2000), que a Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece [o significado prático], ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar matematicamente.

As atividades com Modelagem Matemática nos permitiram ampliar o conhecimento dos alunos sobre funções, já que propiciaram o envolvimento deles com questões que dizem respeito ao seu cotidiano profissional, favorecendo a sua imersão em discussões que

extrapolam a Matemática e contribuem, ainda que prematuramente, para o envolvimento com conceitos que vão acompanhá-los pela sua vida no ambiente de trabalho.

Percebemos, em nossas atividades, uma perspectiva de ruptura do currículo linear com o qual estávamos acostumados, no qual se abordava o conceito de função, passavam-se alguns exemplos de gráficos a partir de algumas funções e construía-se gráficos. Nas atividades que propomos durante este trabalho, os alunos foram responsáveis pela construção de circuitos, a partir da qual tiveram que apropriar-se de conhecimentos de física e eletricidade para poderem construir tabelas. De posse das tabelas feitas através de alguns conhecimentos matemáticos, os alunos construíram gráficos e, a partir de diversos conhecimentos matemáticos, conseguiram chegar às funções. Esta perspectiva nos mostra uma nova possibilidade de pensar o ensino e a aprendizagem de uma forma muito mais ampla, em relação àquela a que estávamos acostumados, pois engloba não apenas uma área do conhecimento, mas várias áreas, contribuindo assim para que alunos e até professores venham a ter pensamentos mais complexo e desafiadores.

Todas as atividades foram desenvolvidas em grupo. Algumas em cooperação mútua; outras, individualmente, mas todas faziam parte de um produto final correspondente ao grupo. Percebeu-se durante o desenrolar das atividades que os alunos participaram ativamente do grupo de trabalho, apresentando sugestões e respeitando opiniões, demonstrando responsabilidade na execução das tarefas que a cada componente eram delegadas, abordando informações técnicas com clareza e utilizando unidades de medida corretamente, e demonstrando atitudes éticas em suas ações e relações interpessoais. Ao realizarem as atividades em grupo, percebemos que, através do diálogo entre os componentes, os mesmos puderam expor suas hipóteses, sanar dúvidas individuais, além de confrontar ideias distintas. Percebeu-se fortemente o caráter colaborativo que uma atividade realizada em grupo requer, além do auxílio que um aluno pode prestar ao outro.

Ressaltamos que neste trabalho apresentamos apenas 24 horas de aulas num total de 140 horas. Estas atividades que apresentamos fizeram parte do primeiro semestre de implantação da nova filosofia do nosso Curso Técnico. As outras 116 horas também foram implementadas a partir de processos que envolvem modelagem em termos de relações entre a matemática e o mundo real. Citamos algumas destas atividades: a aplicação de funções trigonométricas, ondas e movimentos cíclicos aplicados a osciloscópios digitais; conhecimentos de funções exponenciais e logaritmos aplicados à carga e à descarga de capacitores em um circuito RC (resistor e capacitor ligados em série), entre outras. Tais atividades agregaram conhecimentos da Matemática, Física e Eletricidade de forma

interdisciplinar, aplicada e não linear, fazendo com que os alunos usem procedimentos matemáticos e físicos já estudados e sejam estimulados a questionamentos na busca de novos conhecimentos.

Concluimos, então, que é possível tornar flexível o currículo de um curso técnico, integrando conhecimentos de Matemática, Física e Eletricidade, com o auxílio da Modelagem Matemática, a fim de promover aulas mais dinâmicas, mais produtivas e menos cansativas.

5.1 NOVAS PERSPECTIVAS

Destacamos, também, que nosso componente curricular foi agraciado com uma nova sala, a qual contém 20 bancadas que são utilizadas por três alunos cada uma. Cada bancada contém seis tomadas 220 volts, um computador, um osciloscópio, uma fonte de alimentação de 560W. Nesta sala, a montagem do circuito está levando em torno de 25 minutos. Ganhamos, portanto, bastante tempo em relação à nossa primeira implementação, na qual não contávamos com a estrutura necessária para tal atividade.

Por contarmos com computador, integramos nossa atividade com conhecimentos em internet, na qual os alunos podem pesquisar os tipos de sensores, suas funções, suas aplicações, características; em editor de texto, no qual os alunos são convidados a apresentar relatórios de cada aula; e planilha eletrônica, na qual, ao final das atividades, através dos dados coletados, podem construir tabelas e, a partir destas estruturar os gráficos e as funções correspondentes, podendo comparar com as que modelaram inicialmente.

Por fim, destacamos que as propostas aqui apresentadas de forma alguma constituem um material inalterável, tanto que em novas aplicações, como ressaltamos anteriormente, estas atividades já foram implementadas e podem ser adaptadas à realidade de escolas de ensino médio regular.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre modelagem matemática.** Zetetiké. São Paulo, v. 7, n. 11, p. 67-85, jan./jun, 1999.

_____. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001a. 1 CD ROM.

_____. **Modelagem matemática: concepção e experiências de futuros professores.** Rio Claro: [s.l.]. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro, 2001b.

_____. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2003, Piracicaba. **Anais...** Piracicaba: UNIMEP, 2003.

_____. A “contextualização” e a modelagem na educação matemática do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004. Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. 1 CD- ROM.

BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A.; ARAUJO, J. (Org.). Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. Cap. 10, p. 161-174.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002, 389p.

_____. **Modelagem Matemática** – Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. Biomatemática, Campinas, n. 9, p. 9-22, 1999. Disponível em: <<http://www.ime.unicamp.br/~biomat/revistas.htm>>. Acesso em: 12 de set. 2010.

BIEMBENGUT, M, S; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** 3 ed. São Paulo: Contexto, 2000, 127p.

BORBA, M. C. Calculadoras gráficas no Brasil. In: FAINGUELERNT, E. K.; GOTTLIEB, F. C. (orgs.) **Calculadoras Gráficas e Educação Matemática.** Rio de Janeiro: Art Bureau, 1999. p. 15-34.

BORBA, M. C., MENEGHETTI, R. C. G., HERMINI, H. A. Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. Revista de Educação Matemática, São José do Rio Preto, n.3, 1997. p. 63-70.

BRASIL. MEC. Lei Ordinária nº 9.394/96. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, 23 de dezembro de 1996. Seção 1, p. 27. 833.

_____. **Parecer CNE/CEB nº 16/99:** Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Médio. Brasília, 5 out. 1999. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf_legislacao/tecnico/legisla_tecnico_parecer1699.pdf>. Acesso em: 25 de jul. 2011.

_____. **Referenciais curriculares nacionais para a educação profissional de nível técnico.** Cadernos de Introdução. Brasília, 2000.

_____. Resolução CNE/CEB nº 04/99. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico. Brasília, 7 out. 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf_legislacao/tecnico/legisla_tecnico_resol0499.pdf>. Acesso em: 25 de jul. 2011.

_____. Orientações curriculares para o Ensino Médio – Ciência da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o ensino médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Vol. 2. Brasília, 2006.

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino e aprendizagem. 1992. 460f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

CALDEIRA, A. Modelagem matemática e formação de professores: o que isto tem a ver com as licenciaturas? In: COFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 5, Ouro Preto, MG. **Anais...** Ouro Preto, MG: UFOP/UFMG, 2007. p. 69-81. 1 CD-ROM.

CIVIERO, P. A. G. **Transposição didática reflexiva:** Um olhar voltado para a prática pedagógica. Porto Alegre. 2009. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática), Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A era da consciência:** aula magna do primeiro curso de pós-graduação em ciências e valores humanos no Brasil. São Paulo: Fundação Petrópolis, 1997.

DOMINGUES, J. L. **O cotidiano da escola de 1º grau:** o sonho e a realidade. São Paulo: PUCSP, 1988. (Coleção Teses Universitárias)

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática:** Percursos Teóricos e Metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

MACHADO, N. J. Sobre a ideia de competência. In: PERRENOUD, P. **As competências para ensinar no século XXI.** Porto Alegre: Artmed, 2002.

MASETTO, M. T. Atividades pedagógicas no cotidiano da sala de aula universitária: reflexões e sugestões práticas. In: CASTANHO, S.; CASTANHO, M. E. **Temas e textos em metodologia de ensino superior.** São Paulo: Papirus, 2001.

MEC. SEMTEC. **Educação profissional:** referenciais curriculares nacionais da educação profissional de nível técnico. Brasília, 2000.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais/PCN:** Ensino Médio. Brasília, 1999.

MERCADANTE, M. S. **Profissionalidade docente na educação profissional técnica de nível médio**. Dissertação (Mestrado), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

MOREIRA, A. Fl.; SILVA, T.T. **Currículo, cultura e sociedade**. São Paulo: Cortez, 1994.

OLIVEIRA, M. L. C. de; BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: os alunos e a participação do professor as suas estratégias**. In: COFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 5, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007. 1 CD-ROM.

OLIVEIRA, A. M. P. **Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos professores**. Salvador. 2010. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências), Universidade Estadual de Feira de Santana, Universidade Federal da Bahia, Bahia, 2010.

PAIVA, D.V.; CARVALHO, J. P. 1998. **Curso de reciclagem para professores de matemática**. **Revista presença pedagógica: um desafio para o Brasil**, 4(21): 39-47.

PERRENOUD, P. Construir competências é virar as costas aos saberes? **Résonance Mensuel de L'École Valaisanne**, n. 3, Dossier ET compétences, nov. 1998.

_____. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: Artmed, 1999.

_____. Entrevista. **Revista Formação**, vol. 2, p. 6–11, 2007. Disponível em: <<http://pt.scribd.com/doc/1388130/Entrevista-a-Philippe-Perrenoud>>. Acesso em: 05 de abr. 2010.

ROSA, S. S. **Construtivismo e mudança**. São Paulo: Cortez, 2000.

SHELLER, M. **Modelagem Matemática na iniciação científica: contribuições para o ensino médio técnico**. 2009. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática), Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, ano 13, n. 14, p. 66–91, 2000.

_____. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas, SP: Papirus, 2001. 160p. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

STEWART, James. **Cálculo**. 4. ed. Vol. 1. São Paulo: Pioneira, 2001.

THOMAZINI, Daniel; ALBUQUERQUE, Pedro Urbano Braga de. **Sensores Industriais: Fundamentos e Aplicações**. 6. ed. São Paulo: Érica, 2009.

APÊNDICE A - ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Neste apêndice apresentamos um roteiro para a aplicação de conceitos matemáticos referentes a funções de primeiro grau, funções exponenciais, logaritmos, sistemas lineares e prefixos do sistema internacional de unidades.

Este roteiro está dividido em sete momentos, dos quais o primeiro refere-se à revisão de conceitos matemáticos através de exercícios aplicados à Física e à Eletricidade. O segundo momento refere-se ao convite para Modelagem e explicação dos objetivos com a atividade. O terceiro momento refere-se à construção dos circuitos contendo os sensores e primeiras medições com multímetro. O quarto momento refere-se à coleta de dados de resistência em função das respectivas temperaturas. O quinto momento refere-se à definição de dependência entre as variáveis, construção dos gráficos em papel quadriculado. O sexto momento é o reconhecimento do tipo de função a que se refere cada gráfico e cálculos para obtenção das funções. No sétimo e último momento, através das funções obtidas, parte-se para a validação das mesmas e cálculo de predições.

Primeiro momento: Revisão de conceitos matemáticos.

Tempo estimado: 12 horas-aula

Justificativa:

Estas primeiras aulas podem ser consideradas de retomada de alguns conteúdos relacionados aos conhecimentos matemáticos que utilizaremos ao longo da atividade.

Objetivos:

As atividades propostas têm objetivo de iniciar a familiarização com uma linguagem própria de grandezas físicas. Também buscamos nestas atividades algumas competências matemáticas como a possibilidade de compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas a fim de que os alunos possam tirar conclusões e fazer argumentações.

Atividades:

No início da atividade o professor pode explicar que serão feitas atividades que servirão para rever alguns conceitos matemáticos – sobre as propriedades de equações exponenciais e dos logaritmos, funções de primeiro grau, exponenciais e logarítmicas,

sistemas lineares, e prefixos do Sistema Internacional de Unidades (SI) – aplicados a exemplos e exercícios que contenham conteúdos de física e de eletricidade.

Pode-se explicar que a atividade a ser feita, a partir do próximo momento, utilizará sensores de temperatura

Colocam-se as explicações necessárias a cada conceito matemático utilizando exemplos de aplicações reais.

Esta etapa pode não ser utilizada, dependendo de como o professor sente que sua turma está em relação a tais conteúdos.

Seguem alguns exercícios que foram utilizados em nossas aulas. Estes exercícios foram criados através de medições ou de fórmulas com coeficientes reais.

1) Suponha que a resistência R (em ohms) de um capacitor varie linearmente com a temperatura T (em $^{\circ}\text{C}$). Sabe-se que $R = 123,4$ ohms quando $T = 20^{\circ}\text{C}$ e que $R = 133,9$ ohms quando $T = 45^{\circ}\text{C}$.

- Determine uma equação para resistência em função da temperatura.
- Se a resistência for 130 ohms, qual é a temperatura correspondente?
- Qual será a resistência do capacitor quando submetido a uma temperatura de 95°C ?

2) Uma barra de latão tem comprimento de 0,0875 metros à temperatura de 60°C e de 0,0897 metros à temperatura de 80°C .

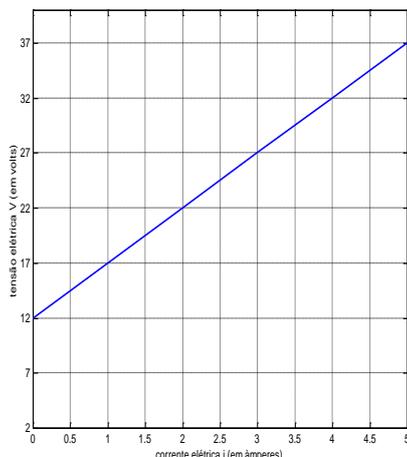
- Escreva uma fórmula para a função linear que relaciona o comprimento L da barra em função da temperatura T ;
- No contexto desse problema, o que expressa o valor do coeficiente m ?
- Construa o gráfico dessa função;
- Calcule $L(10)$ e $L(40)$.

3) Os dados abaixo definem a relação linear entre a tensão de saída (V_s), expressa em volts (V), de um gerador e a corrente elétrica i , expressa em Amperes A.

V_s (V)	i (A)
14,24	200×10^{-3}
12,01	300×10^{-3}
7,55	500×10^{-3}

- Construa o gráfico da tensão V_s em função da corrente i
- Determine a expressão correspondente a esse gráfico.
- Usando a fórmula que você determinou calcule a tensão de saída para uma corrente de 400 mA.

4) A figura abaixo apresenta a curva característica de um motor elétrico.



- Determine a taxa de variação da tensão V em função da corrente i ;
- Determine uma fórmula que relacione essas duas variáveis;
- Calcule a tensão quando o motor tiver uma corrente de 4,5 A;
- Calcule a corrente para uma tensão de 25 volts;

5) Um termômetro de resistência determina a temperatura ao medir a resistência de um filamento, que varia com a temperatura. Suponha que a resistência R em ohms varie linearmente com a temperatura T em $^{\circ}\text{C}$, que $R = 123,4$ ohms quando $T = 20^{\circ}\text{C}$ e que $R = 133,9$ ohms quando $T = 45^{\circ}\text{C}$. Determine uma equação para R em função de T , calcule R quando $T = 60^{\circ}\text{C}$ e calcule T para $R = 128,5$ ohms.

6) A amplificação ou ganho de um amplificador transistorizado pode depender da temperatura. O ganho para um certo amplificador à temperatura ambiente (20°C) é de 30 enquanto a 55°C é de 35,2. Qual seria o ganho a 30° se dependesse linearmente da temperatura, numa faixa limitada?

7) Em um circuito RL simples a corrente elétrica i , em função do tempo t é dada por $i(t) = 0,5e^{-125t}$.

- Qual é o valor da corrente nos instantes $t = 0,02\text{s}$ e $t = 0,03\text{s}$?
- Faça o esboço do gráfico dessa função.

8) A corrente elétrica fornecida a um capacitor é dada por $i(t) = \frac{V}{R} \cdot e^{-Rt/C}$. Dado que $V = 300$ volts, $R = 1500$ ohms e $C = 3 \times 10^{-6}$ farads, substitua esses valores na expressão e simplifique o que for possível. Com isso você vai obter a expressão da corrente em função do tempo para esse problema. Após, calcule o valor da corrente nos instantes $t = 0$, $t = 50\text{s}$, $t = 100\text{s}$, $t = 150\text{s}$ e $t = 200\text{s}$. Com esses resultados faça um esboço do gráfico dessa função.

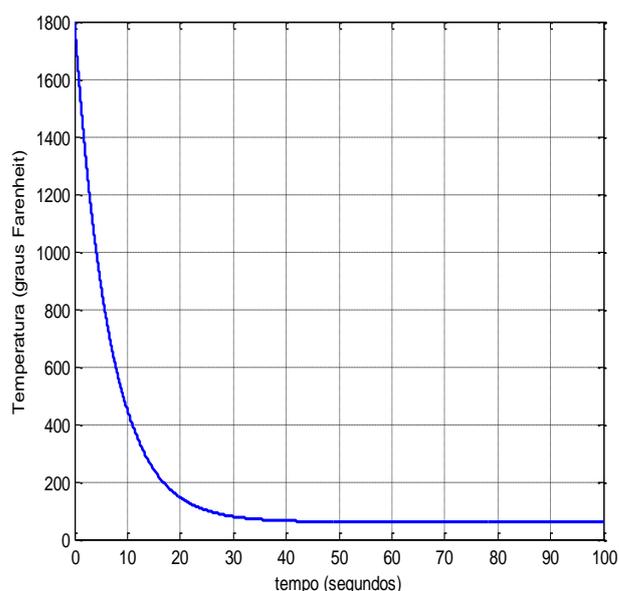
9) O número N de decibéis e a potência I de um som medida em watts por centímetros quadrados estão relacionados pela fórmula $I = 10^{-16} \cdot 10^{\frac{N}{10}}$. Calcule o número de decibéis correspondente a um som provocado por uma prensa hidráulica em pleno funcionamento, cuja potência é estimada em 10^{-8} watts por centímetro quadrado.

10) No acidente nuclear de Chernobyl ocorreu vazamento para a atmosfera de vários radioisótopos, inclusive o estrôncio 90, um dos mais nocivos ao ser humano e ao ambiente. A quantidade Q (em kg) de estrôncio em função do tempo t (em anos), pode ser obtida pela fórmula $Q = Q_0 e^{kt}$, onde Q_0 indica a quantidade inicial.

a) Supondo a quantidade inicial 10 kg e sabendo que o estrôncio tem meia-vida de 28 anos (isto é, demora 28 anos para perder metade de sua massa inicial), calcule o valor de da constante k .

b) Daqui a 100 anos, quanto estrôncio ainda estará presente na atmosfera?

11) Quando uma barra de aço fundido a uma temperatura de 1800°F é colocada em um recipiente com água a 60°F , a temperatura da barra, após t segundos é dada por $T = 60(1 + 29e^{-0,15t})$.



a) Qual a temperatura da barra após 20, 40 e 60 segundos?

b) A temperatura é crescente ou decrescente, ao longo do tempo?

c) A temperatura varia mais de 0 a 10 segundos ou de 10 a 20 segundos?

d) Em que instante a temperatura da barra é 200°F ?

12) A expressão da corrente elétrica i (mA) em função do tempo t (s), para um circuito elétrico RL, é dada por $i(t) = i_0 e^{-kt}$.

a) Dado que em $t = 3$ segundos temos $i = 2,3$ mA e que o valor de $k = 0,14$, calcule o valor de i_0 .

b) Construa o gráfico desta função

c) Calcule a corrente no instante $t = 1,5$ segundos

13) A expressão $V(t) = 0,125e^{-kt}$ descreve a tensão V (em volts) em um capacitor em função do tempo t (em segundos).

a) Dado que em $t = 2$ segundos temos $V = 0,10$ volts, calcule o valor de k .

b) Construa o gráfico desta função

Os exercícios e exemplos foram propostos de acordo com o “paradigma do exercício” no ambiente de aprendizagem (5), de acordo com Skovsmose (2000). Exercícios com referência à realidade, os quais serviram como base para familiarização dos alunos com referência a nomenclatura, simbologia e conceitos matemáticos.

Segundo momento: Convite para Modelagem e explicação dos objetivos com a atividade.

Tempo estimado: 1 hora-aula

Justificativa:

Para iniciarmos bem a atividade em um ambiente de Modelagem Matemática, os alunos devem sentir-se incentivados acerca do assunto a ser trabalhado.

Objetivos:

Apresentar a atividade de Modelagem Matemática em um cenário para investigação, mostrando aos alunos que eles são os agentes de seus conhecimentos.

Convidá-los para a atividade, mostrando que será trabalhada com elementos que estão presentes no seu dia a dia.

Atividades:

No início deste momento o professor apresenta alguns exemplos do cotidiano em que são utilizados vários tipos de sensores, pedindo auxílio aos alunos para que também citem exemplos e deem características de como acham que estes sensores funcionam. Através deste

diálogo, os alunos vão observando que os sensores fazem parte de suas vidas sem que, muitas vezes, eles percebam esta presença. Com a familiarização da turma com sensores, se até o momento o grupo não citou exemplos com sensores de temperatura, o professor deve citar exemplos destes sensores, a fim de convidá-los a trabalhar com os mesmos.

Durante o convite, o professor deve explicar que os objetivos da atividade são de coletar dados referentes à resistência e à temperatura dos sensores de temperatura do tipo NTC e Pt100, para que com estes sejam construídos modelos matemáticos como tabelas, gráficos e funções.

Terceiro momento: Construção dos circuitos contendo os sensores e primeiras medições com multímetro.

Material necessário por grupo:

- 3 termistores tipo NTC de 10k Ω , 5k Ω e 1k Ω ou de outras resistências.
- 1 termoresistência do tipo PT-100
- 2 multímetros digitais
- 2 metros de fio condutor 5mm
- 30 cm de espaguete termo-retrátil
- 1 estanhador doméstico juntamente com 2 metros de estanho
- 6 garras jacaré de eletricidade, com dentes, com isolamento, de 7cm
- 1 Óculos de segurança Epi para cada componente do grupo
- 1 par de luvas de segurança por componente do grupo

Tempo estimado: 2 horas-aula

Justificativa:

Os alunos têm seu primeiro contato com os componentes elétricos, equipamento de solda como o estanhador doméstico e equipamentos de medição como o multímetro. Trabalhando com atividades práticas os alunos sentem-se mais incentivados. Na prática do trabalho em grupo deve-se atentar para as regras de convivência, cordialidade e demonstração de sabedoria durante as negociações e discussões.

Objetivos:

Montagem dos circuitos contendo os sensores. Realizar as primeiras medições de resistência dos sensores. Iniciar a familiarização dos alunos com o uso do multímetro digital.

Atividades:

O professor deve propor a divisão da turma em grupos de três componentes cada. É importante ressaltar que se o professor formar grupos maiores deve solicitar que os mesmos tenham tantos termistores NTC quantos componentes houver, a fim de que cada componente possa, posteriormente, apresentar suas habilidades conceituais.

Antes da montagem do circuito, solicita-se aos alunos que façam a medição da resistência de cada sensor e explica-se que aquela resistência refere-se à temperatura ambiente. Provavelmente, se os alunos nunca trabalharam com o multímetro digital, o professor deverá explicar o funcionamento do aparelho.

Para coletar as medidas com os sensores solicita-se aos alunos que soldem as duas pontas dos fios condutores de 25 cm de comprimento. A solda deve ser isolada utilizando sobre ela um pedaço de capa termo-retrátil. Nas extremidades opostas dos fios condutores solda-se os jacarés de eletricidade, um em cada ponta. Com isso prolongou-se as pontas dos sensores a fim de serem colocados posteriormente dentro da água e coletar seus valores de resistência.

Após a montagem do circuito sugere-se que acoplem um circuito por vez, às pontas de prova do multímetro e comprimam os sensores com os dedos indicador e polegar, a fim de observarem o que acontece com os valores de resistência apresentados no *display* do multímetro. Os alunos deverão procurar a melhor escala para tal medição e se não for a melhor escala o professor deve questionar.

Quarto momento: coleta de dados de resistência em função das respectivas temperaturas

Material necessário por grupo:

Circuito contendo os sensores

1 multímetro digital

1 “rabo quente” de 600W a 1000w, (aquecedor de água portátil)

1 termômetro de mercúrio com capacidade de leitura de no mínimo 100°C

1 pote vazio com capacidade de 2 litros

5 copos descartáveis de 200ml

3 kg de gelo em cubos

1 toalha de tamanho mínimo 40cm X 80cm

Tempo estimado: 3 horas-aula

Justificativa:

Os alunos construirão tabelas, a partir de valores que irão coletar no experimento, as quais lhes fornecerão subsídios para construção de gráficos e funções. Com isso, estarão obtendo valores que não aqueles de livros didáticos, mas sim alcançados através de seus esforços e experiências.

Objetivos:

Coletar valores de resistência dos circuitos contendo os sensores referentes a determinadas temperaturas. Continuar a familiarização dos alunos com o uso do multímetro digital. Organizar os valores coletados em tabelas a fim de analisá-los. Observar o trabalho dos grupos, que será fundamental para o bom andamento das medições. Oferecer condições para que o aluno identifique a simbologia padrão em circuitos eletrônicos, utilize adequadamente o multímetro e empregue de forma consciente as principais leis da eletricidade tanto para entender o funcionamento de equipamentos quanto para resolver problemas.

Atividades:

Com o auxílio do aquecedor de água portátil, deve-se aquecer água suficiente para toda a turma até uma temperatura de aproximadamente 80°C. Essa água aquecida é posteriormente colocada em um copo plástico descartável que deve ser imerso no centro do pote de capacidade de 2 litros, e ao seu redor deve-se colocar os cubos de gelo, a fim de que a água quente esfrie mais rapidamente.

Para iniciar as medições acoplam-se os jacarés do circuito dos sensores às pontas de prova do multímetro a fim de coletarmos os valores da resistência do sensor em função da temperatura que será indicada no termômetro. O termômetro e o sensor devem ser mergulhados no copo com água quente. Para que os alunos possam registrar os valores da resistência e temperatura deve-se aconselhar que o façam em uma folha de caderno.

O procedimento deve ser repetido tantas vezes quantos forem os sensores que os grupos possuírem.

Pode-se estipular quantos pontos deverá ter esta tabela e também se deverão coletar valores em intervalos fixos ou deixá-los escolher. Porém, se todos utilizarem os mesmos intervalos os dados para análise serão mais relevantes.

Relatar aos alunos o quanto são importantes as informações contidas nas tabelas. Ressaltar que estas devem conter um título geral bem como um título em cada coluna, a fim de que qualquer pessoa consiga obter as informações necessárias da mesma

Quinto momento: Definição de dependência entre as variáveis, construção dos gráficos em papel quadriculado.

Material necessário por grupo:

Tabelas referentes à coleta de dados de resistência em função da temperatura.

5 folhas de papel quadriculado

Uma régua cada componente

Tempo estimado: 2 horas-aula

Justificativa:

Os alunos construirão gráficos, a partir de valores que coletaram e organizaram em tabelas. Em toda sala de aula, não existem tabelas com valores idênticos, porém todos chegarão aos mesmos objetivos. Para a construção dos mesmos deverão decidir primeiramente a relação existente entre as variáveis, quem depende de quem.

Objetivos:

Observar se os alunos estão demonstrando e aplicando seus conhecimentos matemáticos até então desenvolvidos. Analisar se os alunos são capazes de: promover habilidades em resolver problemas; elaborar um modelo matemático, o gráfico, para a problematização proposta; esboçar corretamente os dados coletados em um gráfico; compreender o conteúdo em questão; analisar os dados coletados, desenvolvendo um olhar crítico.

Atividades:

Neste momento deve ser feita a construção dos gráficos com os dados coletados no experimento. Até o momento não se menciona qual é a variável independente e qual a variável dependente, a fim de que os alunos reflitam sobre o assunto ao iniciarem tal construção. Solicita-se que cada componente construa um gráfico referente ao sensor NTC. O objetivo desta solicitação é observar a produção individual de cada aluno, bem como observar seus conhecimentos matemáticos. Para a construção do gráfico do sensor Pt100, sugere-se que o grupo escolha um componente.

Sexto momento: Reconhecimento do tipo de função a que se refere cada gráfico e cálculos para obtenção das funções.

Material necessário por grupo:

Tabelas referentes à coleta de dados de resistência em função da temperatura.

Gráficos construídos em papel quadriculado referentes a cada sensor.

Tempo estimado: 1,5 horas-aula

Justificativa:

Os alunos calcularão, a partir de valores que organizaram em tabelas e em gráficos, os parâmetros referentes a cada sensor, porém para chegar a tais parâmetros terão que visualmente utilizar seus conhecimentos matemáticos para identificar a que funções estudadas anteriormente seus gráficos se assemelham. Os alunos perceberão que mesmo tendo tabelas e gráficos com valores diferentes, chegarão a parâmetros bem semelhantes.

Objetivos:

Observar se os alunos estão demonstrando e aplicando seus conhecimentos matemáticos. Analisar se os alunos são capazes de: promover habilidades em resolver problemas; elaborar um modelo matemático, uma função, para a problematização proposta; compreender o conteúdo em questão; analisar os dados coletados, desenvolvendo um olhar crítico.

Atividades:

Neste momento é de suma importância que os alunos identifiquem visualmente a que tipo de função os gráficos que construíram com os valores coletado se assemelha. Deve-se instigá-los a estas reflexões.

De posse desta conclusão, os alunos devem observar e proceder os cálculos a fim de que cheguem às referidas funções.

Vale lembrar que ao calcular a função do sensor Pt100, os alunos utilizarão conceitos referentes a funções de primeiro grau e sistemas lineares. Se o professor não necessitar que seu aluno utilize sistemas lineares, pode trabalhar unicamente com o conceito ou a fórmula do coeficiente angular. Para chegar às funções do sensor NTC, os alunos buscarão conceitos de equações e funções exponenciais e de logaritmos.

Sétimo momento: Validação das funções e cálculo de predições.

Material necessário por grupo:

Tabelas referentes à coleta de dados de resistência em função da temperatura.

Gráficos construídos em papel quadriculado referentes a cada sensor.

Funções referentes a cada sensor

Tempo estimado: 2,5 horas-aula

Justificativa:

Após validar as funções, os alunos poderão fazer predições através das mesmas.

Objetivos:

Observar se os alunos estão demonstrando e aplicando seus conhecimentos matemáticos. Analisar se os alunos são capazes de: promover habilidades em resolver problemas; elaborar um modelo matemático para a problematização proposta; esboçar corretamente os dados calculados em um gráfico; compreender o conteúdo em questão; analisar os dados calculados comparando-os com os dados coletados, desenvolvendo um olhar crítico.

Atividades:

A partir das funções calculadas, os alunos devem validá-las através da construção de novas tabelas, com aproximadamente cinco pontos, e após, verificar se estes pontos mantêm o mesmo comportamento relativo aos pontos coletados, desenhando um novo gráfico, com estes valores calculados, sobre o gráfico construído com os valores coletados. Os alunos podem também calcular de quanto é o erro absoluto entre os pontos coletados e os pontos calculados.

De posse das funções, e após validá-las, os alunos podem fazer predições de como seriam os valores de resistência com temperaturas maiores ou menores do que as que conseguimos coletar. Podem também estipular valores de resistência e verificar em que temperaturas estes valores irão ocorrer.

ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma 141, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Modelagem Matemática e sensores de temperatura na escola técnica**, desenvolvida pelo pesquisador e professor Israel Matté. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pela Prof^a. Dr.^a Marilaine de Fraga Sant'Ana do Instituto de Matemática da UFRGS.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são de investigar a percepção dos alunos da matemática presente no estudo com sensores de temperatura, os quais terão grande valia para sua vida profissional.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela letra C indicando componente e a letra G indicando o grupo ao qual pertencem. A numeração dos grupos e de cada componente será combinada posteriormente com os alunos.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio da participação em aula, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Estou ciente também que o áudio destas aulas será gravado, a fim de fornecer subsídios ao professor / pesquisador para análises posteriores.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, poderei contatar o pesquisador / professor através da Escola.

Caxias do Sul, ____ de _____ de _____.

Assinatura do pesquisador

Assinatura da Orientadora da pesquisa

Assinatura do Responsável