

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

DIEGO FONTOURA LIMA

O ENSINO DE MATEMÁTICA ESCOLAR SOB UMA PERSPECTIVA CRÍTICA

Porto Alegre

2012

DIEGO FONTOURA LIMA

O ENSINO DE MATEMÁTICA ESCOLAR SOB UMA PERSPECTIVA CRÍTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao curso de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre
2012

DIEGO FONTOURA LIMA

O ENSINO DE MATEMÁTICA ESCOLAR SOB UMA PERSPECTIVA CRÍTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

BANCA EXAMINADORA

(Profa. Dra. Leandra Anversa Fioreze)
INSTITUTO DE MATEMÁTICA - UFRGS

(Prof. Me. Luiz Davi Mazzei)
COLÉGIO DE APLICAÇÃO - UFRGS

(Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso)
INSTITUTO DE MATEMÁTICA - UFRGS

Porto Alegre
2012

*"Que a felicidade não dependa do tempo, nem da paisagem, nem da sorte, nem do dinheiro.
Que ela possa vir com toda simplicidade, de dentro para fora, de cada um para todos."
(Carlos Drummond de Andrade)*

“Imagine que cada ser é um pensamento da Natureza...
Você já parou para pensar que lindo pensamento ela teve quando criou você?”

Dedico este trabalho a todos vocês, seres deste Universo!

AGRADECIMENTOS

Apesar de, muito provavelmente, esta parte do trabalho estar entre as que costumam ser uma das primeiras a serem lidas, a mesma foi a última a ser escrita, e uma das mais trabalhosas...

Quando me dei conta de que gostaria de agradecer, no espaço destinado aos "Agradecimentos", percebi que havia tanto por falar... Dizer 'muito obrigado' pelo simples fato de se existir e estar vivo; contar que agradeço por cada ser que, um dia, cruzou o meu caminho; exprimir o que não se pode por meio de palavras a tantas e tantas pessoas... Confesso que tudo isso gerou alguma dúvida em mim, quanto a uma certa 'obrigação', que é a de retribuir, nem que seja um milionésimo, por tudo o que sempre tive na minha vida.

Sendo assim, começarei agradecendo a você, caro Prof. Marcus, por ter sido o meu orientador, não somente nos últimos meses, mas durante todo o percurso acadêmico. À Professora Leandra e ao Professor Luiz, pessoas de enorme sabedoria e humildade, que aceitaram o convite para integrar a Banca Examinadora deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Ao meu grande e nobre colega, e ex-parceiro de trabalho, Bruno, sem o qual este 'projeto de análise' não seria possível. Não posso esquecer de uma série de outros professores que, embora não estejam referenciados aqui, certamente foram decisivos na sua contribuição à minha formação como discente nesta bela, magnífica e excelente Universidade.

De uma maneira muito especial, tenho de agradecer a toda minha inestimável família, a qual sempre foi uma das principais bases, um dos pilares fundamentais para o meu desenvolvimento enquanto pessoa e ser humano. Não posso prometer muita coisa; mas, uma delas, acredito ser capaz de cumprir: Guardá-los-ei no cantinho mais precioso e especial do meu coração!

Com extremo amor e carinho, agradeço a todos os meus amigos e amigas, aos quais tenho uma imensa admiração e devoção. Tanto é assim que não me arriscarei a citá-los, por dois motivos, basicamente: primeiro, que estaria correndo o risco de, por algum descuido, esquecer de alguém (algo a que eu não me perdoaria...); segundo, tenho de admitir que, caso resolvesse citar todas as pessoas que me são queridas, esta seção acabaria virando praticamente apenas em nomes, tamanha a quantidade de pessoas que precisaria agradecer. Então, evitarei de citar qualquer nome, porque realmente não preciso! No entanto, posso garantir que, com certeza, se você for um destes que "classifico" como 'amigo' ou 'amiga', ver-se-á refletido nestas linhas, nestas palavras... Lembro de cada um de vocês... Aqueles da época de infância; depois os do Colégio; Faculdade; assim como aqueles que conheci em outros tempos, quer seja jogando futebol em um dia qualquer, ou em uma ensolarada manhã de Primavera, com pássaros a voar pelos céus alegres e por entre nuvens engraçadas, enquanto entoavam harmoniosas sinfonias e canções de liberdade e de paz...

Ainda, há aquelas pessoas que encontrei poucas vezes (ou mesmo, uma única vez na vida!), mas que me deixaram um abraço terno e apertado, um beijo meigo e suave, um olhar de esperança ou um resplandecente sorriso... Em outro nível, não poderia me esquecer dos animais, árvores, plantas e demais seres vivos que cresceram junto comigo... Todos estes seres foram essenciais para que eu me tornasse o que sou hoje!

E, agora, mesmo que as lágrimas relutem em cair, pergunto-lhes: "Quantas pessoas fazem você se sentir único, raro, puro e especial?"

'Quantas pessoas fazem você se sentir extraordinário?'

*Enfim, agradeço a tudo e a todos que tornaram possível a realização deste trabalho!
A todos vocês, o meu 'Muito Obrigado'!*

*Agradeço pelo simples fato de vocês existirem...
Desejo o melhor a cada um de vocês!
E toda a felicidade deste mundo!*

*Transbordando dos melhores sentimentos...
Com inefável carinho...
Do sempre amigo,
Diego*

"E, se um dia pensares em desistir... Deixe de pensar! E apenas siga...
Acredite: o seu coração saberá como lhe guiar..."

"Se alguém está tão cansado que não possa te dar um sorriso, deixa-lhe o teu."
[Provérbio Chinês]

RESUMO

O presente trabalho ilustra a defesa por uma Educação Matemática crítica. Para tanto, realizamos um exame teórico sobre o assunto, assim como uma análise de um conjunto de atividades, em um projeto proposto para estudantes do Ensino Médio de uma Escola Pública. Desenvolvemos um estudo a respeito da utilização do Ensino de Matemática enquanto um dos meios a contribuir ao processo de conscientização e à construção da cidadania dos sujeitos. Considerando a relevância atribuída a tal disciplina ao longo dos séculos, justifica-se que a Matemática não possa se desenvolver alheia à Escola nem ao restante da sociedade. Buscando na teoria Freireana e nas teorias da Educação Matemática crítica, elaboramos a nossa justificação por uma Educação questionadora, na qual a Matemática atuaria como um importante caminho à conscientização dos indivíduos. Paralelamente, analisamos um conjunto de atividades realizadas com alunos do Ensino Médio. Fazendo uso de um material que consta de planos de aula, listas de exercícios, relatórios e fotos, procuramos observar se atingimos os objetivos propostos. Por fim, apontamos aspectos sobre como o Ensino de Matemática Escolar, segundo uma perspectiva crítica, pode concorrer para a formação de cidadãos críticos e conscientes de seu papel social.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica; Conscientização; Método Dialógico; Modelo de Cooperação Investigativa; Ensino Médio.

ABSTRACT

The present work illustrates the defense for a critical Mathematics Education. Thus, we performed a theoretical exam on the subject, as well as an analysis of a set of activities, in a proposed project for High School students of a Public School. We developed a study about the use of the Teaching of Mathematics as a means to contribute to the process of conscientization and to the citizenship construction of subjects. Considering the importance attributed to such discipline over the centuries, it is justified that Mathematics can not develop unconnected to School nor with the rest of society. Seeking in Freirean theory and in the theories of critical Mathematics Education, we prepared our justification for an inquisitive Education, in which the Mathematics would act as an important way for the conscientization of individuals. In parallel, we analyzed a set of activities conducted with High School students. Making use of a material that consists of lesson plans, lists of exercises, reports and photos, we tried to observe if we reached the proposed goals. Finally, we point out aspects about how the Teaching of School Mathematics, according to a critical perspective, can contribute to the formation of critical and aware citizens of their social role.

Key-words: Critical Mathematics Education; Conscientization; Dialogical Method; Model of Investigative Cooperation; High School.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1 A Conscientização por meio do Diálogo	13
2.2 A "Educação Libertadora"	20
2.3 Afinal, o Ensino pode ser <i>Neutro</i> ?	28
2.4 A Reação dos Estudantes	33
2.5 A Matemática segundo uma Perspectiva Crítica	35
3. METODOLOGIA	46
3.1 Uma breve Introdução... O nosso " <i>Cursinho Pré-Vestibular</i> " (CPV)	46
3.2 A Estrutura do Cursinho	47
3.3 Dados da Pesquisa	48
4. ANÁLISE DOS DADOS	51
4.1 CPV - Aula 02: O " <i>Varal dos Números Reais</i> "	51
4.2 CPV - Aula 03: Porcentagem e Proporcionalidade	56
4.3 CPV - Aula 04: Problemas Matemáticos	61
4.4 CPV - Aula 07: Um Problema de Raciocínio Lógico - " <i>Os Chineses e seus Gorros</i> "	70
4.5 CPV - Aula 08: A Lógica e a Análise de Possibilidades	75
4.6 CPV - Aula 14: Entendendo uma 'Definição Matemática'	81
4.7 Trazendo de volta uma Inquietação Infantil... ..	86
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	88
6. REFERÊNCIAS	93
7. ANEXOS	94
7.1 Planos de Aula (Planejamentos)	94
7.1.1 CPV - Aula 02	94
7.1.2 CPV - Aula 03	94
7.1.3 CPV - Aula 04	95
7.1.4 CPV - Aula 07	95
7.1.5 CPV - Aula 08	96
7.1.6 CPV - Aula 14	96
7.2 Atividades Seleccionadas	97
7.2.1 CPV - Aula 02	97
7.2.2 CPV - Aula 03	98
7.2.3 CPV - Aula 04	100
7.2.4 CPV - Aula 07	101
7.2.5 CPV - Aula 08	103

1. INTRODUÇÃO

A Educação, segundo alguns discursos, configura-se como um dos principais pilares para o pleno desenvolvimento de uma nação, seja ele econômico, social ou moralmente, fator preponderante para a constituição de um sujeito como cidadão crítico e consciente de sua participação na sociedade. Sendo assim, parece-nos imprescindível termos possibilidades que propiciem o livre pensar, mas não somente isso! Aliado à ampliação de um pensamento crítico, o Ensino de Matemática tem condições de prestar um importante serviço à construção da cidadania, contribuindo de maneira decisiva ao processo de conscientização e na formação do "ser pensante".

Desta forma, como principal questão norteadora, aquela que servirá de base ao estudo a ser elaborado, teremos a seguinte:

“Podemos utilizar conhecimentos matemáticos para o desenvolvimento de uma Educação Matemática crítica, a serviço da construção da cidadania?”

O desenvolvimento do raciocínio lógico matemático dos alunos poderia ser melhor explorado na escola regular. Isto, acredito, contribuiria para que os discentes também começassem a investigar um lado mais crítico das coisas, iniciando com os questionamentos e os porquês deles decorrentes, tanto na Matemática como na sociedade em geral.

O tratamento da Matemática de maneira mais simplista e simplificada, com "decobas", "macetes" e "fórmulas prontas", não priorizando, muitas vezes, a construção da teoria e suas interligações, termina por prejudicar um estudo que, porventura, pudesse ser visto de modo a tornar o discente mais crítico e consciente enquanto aluno e cidadão. O que é levado em conta, normalmente, não é se um aluno sabe ou não raciocinar criticamente, discutir a sociedade, ou seja, problematizar os seus conflitos e problemas, na tentativa de resolvê-los, em conjunto com o restante da população; mas sim, apenas se ele consegue resolver as questões de uma prova, utilizando adequadamente os algoritmos envolvidos.

Creio que tanto uma quanto a outra alternativa deveriam ser prioridades em uma Educação Matemática que tenta ser crítica e questionadora do mundo e das coisas estabelecidas hoje como naturais. Não se trata de polarizar o Ensino, tratando somente da *técnica* do fazer ou da *filosofia* do pensar... Um ser humano que busque ser "amplamente formado e íntegro", mesmo que isso não seja possível, segundo o nosso ponto de vista, pois ele sempre estará em processo de formação enquanto viver, deveria tentar conciliar estas duas facetas do conhecimento.

Este trabalho foi realizado por meio de um projeto aplicado previamente em uma Escola Estadual da Rede Pública de Ensino do município de Porto Alegre, no estado do Rio Grande do Sul. Recolhendo e analisando o material elaborado e arquivado, procedi, posteriormente, à escrita do texto final do meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). A saber, tal material consta de planos de aula, listas e roteiros, relatórios, fotos, etc., como poderá ser observado durante o desenrolar destas páginas, com a reorganização do material prévio da coleta de dados.

Em linhas gerais, apresentamos, na "Fundamentação Teórica", a nossa base filosófica, sobre a qual apoiamos as nossas principais ideias acerca de uma *Educação Matemática crítica* e sobre as *Teorias de Libertação*. Do ponto de vista da teoria Freireana e das teorias da Educação Matemática crítica, desenvolvemos a defesa por uma 'Educação questionadora'. Na "Metodologia", explicitamos o planejamento das atividades pensadas, em um projeto proposto para estudantes do Ensino Médio. Em "Análise dos Dados", pode-se encontrar a nossa visão a respeito de algumas atividades selecionadas para análise, segundo as nossas perspectivas e bases de pensamento. Por fim, estão as nossas "Considerações Finais", finalizando este trabalho. Além disso, temos as "Referências" e os "Anexos", que estão logo após as conclusões.

Atualmente, tenho muitos questionamentos e indagações a respeito da desvalorização atual do Ensino. Apesar de várias hipóteses, ainda falta a "passagem" que consiga comprovar as teses e as razões do que consideramos um descaso com o Ensino neste país, seja ele público ou privado. Por ora, vamos nos deter aqui! Espero conseguir elucidar, da maneira mais clara possível, as incipientes questões que me instigam e motivam, já apresentadas; ou, ao menos, conduzi-las a novas perguntas inquietantes...

Por tratar-se de um conceito fundamental no contexto desse estudo, apresento a nossa definição do termo "cidadania". A 'cidadania' não é apenas a "qualidade de cidadão", na qual a um indivíduo estariam atribuídos direitos civis e políticos, em um Estado livre. A *cidadania*, para nós, constitui-se em uma participação social efetiva dos sujeitos, em que cada indivíduo possa ter consciência da sua respectiva responsabilidade e importância dentro do contexto de uma sociedade. Ainda, podemos depreender que tal participação necessariamente nos traz uma série de obrigações e deveres, assim como direitos. Entendemos que este termo está diretamente correlacionado a uma Educação crítica, através da qual poder-se-ia ter melhores condições à construção da cidadania e ao desdobramento de um processo de conscientização dos sujeitos, contribuindo, desta maneira, para a formação de cidadãos críticos e conscientes de seu papel social.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apoiando-se, em linhas gerais, nas 'Teorias de Libertação', de Paulo Freire, e nas 'Teorias da Educação Matemática Crítica', de Ole Skovsmose, este trabalho pretende problematizar a Educação segundo uma perspectiva crítica, tentando aliar a Matemática como ferramenta a contribuir para o desenvolvimento de uma Educação Matemática questionadora, a serviço da construção da cidadania das pessoas.

Considerando a Educação uma das bases sócio-histórico-econômica da sociedade contemporânea, não podemos deixar de estar constantemente nos questionando sobre seus princípios, suas ideologias e suas "razões de existir". Com isso, queremos examinar, também, alguns de seus objetivos, de seus propósitos, através da análise de alguns discursos que, atualmente, vemos aplicados a ela.

2.1 A Conscientização por meio do Diálogo

Contrariando o 'bom senso' e a opinião de estudiosos e intelectuais da área, continuamos a depositar tão pouco valor no desenvolvimento de uma Educação que seja realmente formadora de cidadãos críticos e conscientes de sua participação na sociedade. Ou seja, queremos dizer que todos, enquanto vivemos nesta organização estrutural denominada "sociedade", temos direitos, assim como obrigações e deveres a cumprir. O problema, talvez, começa por se instalar quando nos fazem acreditar em "obrigações" e "direitos" que privilegiem determinada camada da população, em detrimento de outros. É um "engano" pelo qual somos subjugados, mesmo sem perceber.

O "engano" a que somos submetidos...

No entanto, esse "engano", essa "ludibriação de consciências" não ocorre de forma escancarada. Dia após dia uma 'pedagogia dominante' coloca nas nossas cabeças que os interesses de alguns são mais importantes do que os de outros. O que acontece é que enfrentamos "[...] a manipulação e a alienação, com elites governantes que são minorias

privilegiadas dominando toda a sociedade. [...] Essas elites vivem nos dizendo que seus interesses particulares são 'interesses nacionais' " (FREIRE; SHOR, 1986, p. 88). E, assim, fazendo-nos crer que uma ou outra medida, seja ela econômica, social ou cultural, tomada em prol dos "interesses da nação", e para um "bem maior", tenha sempre uma justificativa "plausível" e muito "bem intencionada".

Todo esse "engano" a que nos referimos não é algo de tão simples caracterização. Não se trata apenas de esconder a verdade das pessoas, é necessário fazer com que elas acreditem que sua condição, sobre a face deste planeta, é totalmente natural e impossível de ser mudada. Neste caso, é imprescindível que exista uma "dominação de consciências", que impediria aqueles enganados, os "oprimidos", de alcançarem a sua libertação dos opressores. Para buscar essa "libertação", uma pedagogia feita *pele* próprio oprimido, que viesse *dele*, e não algo feito *para* ele, parece se constituir no mais razoável a se fazer.

[...]. Em sociedades cuja dinâmica estrutural conduz à dominação de consciências, "a pedagogia dominante é a pedagogia das classes dominantes". Os métodos da opressão não podem, contraditoriamente, servir à libertação do oprimido. Nessas sociedades, governadas pelos interesses de grupos, classes e nações dominantes, a "educação como prática da liberdade" postula, necessariamente, uma "pedagogia do oprimido". Não pedagogia para ele, mas dele. [...] (FREIRE, 1982, p. 3).

Freire (1982, p. 4) vai mais adiante, afirmando que a pedagogia do oprimido é libertadora de ambos, tanto do oprimido quanto do opressor. Além disso, em virtude da dominação de consciências, a "verdade" do opressor acaba por residir na consciência do oprimido, dificultando a sua própria libertação. Não seria, então, conveniente construirmos "novas verdades"? Mas antes: como as "verdades" que já possuímos nos foram inculcadas na mente? Acho que precisamos dar um passo para trás, a fim de podermos avançar dois mais adiante...

Opressores Vs. Oprimidos?

Encontrando, no sistema educacional, um bom meio para propagar suas ideias e sua dominação, o opressor se aproveita da Escola para ensinar os seus valores. Entretanto, temos de considerar que "a educação reproduz, assim, em seu plano próprio, a estrutura dinâmica e o movimento dialético do processo histórico de produção do homem. Para o homem, produzir-se é conquistar-se, conquistar sua forma humana" (FREIRE, 1982, p. 8). Desta maneira, não

podemos nos esquecer desse 'dinamismo' no processo de constituição do ser humano. E, também importante, lembrar que "ninguém se conscientiza separadamente dos demais. A consciência se constitui como consciência do mundo. Se cada consciência tivesse o seu mundo, as consciências se desencontrariam em mundos diferentes e separados - seriam [...] incomunicáveis" (FREIRE, 1982, p. 9). Isto é, nossa vida, nossa presença aqui não faria sentido sem o "outro". E mais, podemos afirmar que não há mundo sem pessoas! "Admitamos, absurdamente, que todos os homens do mundo morressem, mas ficasse a terra, ficassem as árvores, os pássaros, os animais, os rios, o mar, as estrelas, não seria tudo isto mundo? Não! [...] Faltaria quem dissesse: Isto é *mundo*" (FREIRE, 1982, p. 81). Pois somos nós que, pelo menos até o momento, sabemos ter a 'consciência do mundo': somos seres históricos, diferentemente do restante dos animais.

Se a vida do animal se dá em um *suporte* atemporal, plano, igual, a existência dos homens se dá no mundo que eles recriam e transformam incessantemente. Se, na vida do animal, o aqui não é mais que um "habitat" ao qual ele "contata", na existência dos homens o *aqui* não é somente um espaço físico, mas também um espaço histórico (FREIRE, 1982, p. 105).

Enquanto os animais podem ser considerados seres "sem história", no sentido de que as suas 'tradições' e a sua 'história' não são preservadas pela própria espécie, e que a sua existência depende basicamente de onde eles se encontram, o ser humano se enquadra na categoria de "seres históricos". Temos a 'consciência do mundo'. Além disso, entender o nosso processo de formação histórica pode nos ajudar a visualizar melhor algumas soluções para problemas atuais da nossa sociedade.

A Conscientização por meio do Diálogo

Mas então, como se conscientizar? Quais os meios que nos estão disponíveis? O que, de fato, podemos fazer? Pois bem, um dos principais pontos que Freire (1982) aborda é o diálogo. E, dentro do diálogo, a palavra é fundamental, pois ela "instaura o mundo do homem. A palavra, como comportamento humano, significante do mundo, não designa apenas as coisas, transforma-as; não é só pensamento, é 'práxis' "(FREIRE, 1982, p. 13). A relevância da palavra no contexto educacional se dá a partir do momento que "[...] alfabetizar-se não é aprender a repetir palavras, mas a dizer a sua palavra, criadora de cultura" (FREIRE, 1982, p. 13). A alfabetização funda, cria, pois ela "[...] não é um jogo de palavras, é a consciência reflexiva da cultura, a reconstrução crítica do mundo humano, a abertura de novos caminhos,

o projeto histórico de um mundo comum [...]" (FREIRE, 1982, p. 14). É importante entendermos, aqui, a palavra como "palavra e ação", viva e dinâmica, isto é, "palavra que diz e transforma o mundo" (FREIRE, 1982, p. 15).

A palavra viva é diálogo existencial. Expressa e elabora o mundo, em comunicação e colaboração. O diálogo autêntico - reconhecimento do outro e reconhecimento de si, no outro - é decisão e compromisso de colaborar na construção do mundo comum. Não há consciências vazias; por isto os homens não se humanizam, senão humanizando o mundo (FREIRE, 1982, p. 15).

Desta forma, para termos um diálogo "autêntico e legítimo", precisamos ter a consciência da 'força' e do 'poder' das nossas palavras, o quanto elas podem criar, construir e modificar mundos. Elas podem, inclusive, destruí-los...

[...] O diálogo deve ser entendido como algo que faz parte da própria natureza histórica dos seres humanos. É parte de nosso progresso histórico do caminho para nos tornarmos seres humanos. [...]. O diálogo é o momento em que os humanos se encontram para refletir sobre sua realidade tal como a fazem e re-fazem. [...]. Através do diálogo, refletindo juntos sobre o que sabemos e não sabemos, podemos, a seguir, atuar criticamente para transformar a realidade (FREIRE; SHOR, 1986, p. 64-65).

E assim, dentro do contexto educacional, pensando no diálogo legítimo como a forma principal de comunicação em sala de aula, o que podemos dizer é que "o método dialógico pelo menos opõe-se à lógica da dominação, opõe-se ao currículo dicotomizado e contesta as relações sociais da aprendizagem, que impedem a liberdade e o pensamento crítico" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 87). E mais, "o método dialógico enfatiza o pensamento crítico e a politização, a consciência histórica e a transformação social" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 111). O diálogo favorece a troca de conhecimento e a aprendizagem conjunta de docentes e discentes, oferecendo a esperança de uma trégua entre os alunos e o professor, abrindo as discussões sobre a realidade que envolve a ambos tanto dentro quanto fora dos muros escolares.

Porém, um dos primeiros passos para evitar que as palavras instaurem outros mundos e outras realidades em nosso subconsciente, sem o nosso consentimento, é justamente libertarmos nossas consciências do jugo dos opressores. Neste momento, utilizando, por isso mesmo, *palavras* para falar, pode até parecer que esta seja uma tarefa fácil... Mas, definitivamente, não é! Temos de lutar para podermos ter o direito de também pronunciarmos a nossa palavra!

Em regime de dominação de consciências, em que os que mais trabalham menos podem dizer a sua palavra e em que multidões imensas nem sequer têm condições para trabalhar, os dominadores mantêm o monopólio da palavra, com que mistificam, massificam e dominam. Nessa situação, os dominados, para dizerem a sua palavra, têm que lutar para tomá-la. Aprender a tomá-la dos que a detêm e a recusam aos demais, é um difícil, mas imprescindível aprendizado - é a "pedagogia do oprimido" (FREIRE, 1982, p. 16).

Colocar em prática essa necessidade de tomar a palavra costuma ser mais complicado do que pensamos. Por exemplo, ante qualquer ameaça de perder a sua "liberdade de oprimir", e para assegurar a manutenção do *status quo*, o opressor argumentará contra a conscientização do oprimido, garantindo, da mesma maneira, que a liberdade deste não seja alcançada. É um certo "medo da liberdade" que, nos oprimidos, "tanto pode conduzi-los a pretender ser opressores também, quanto pode mantê-los atados ao *status* de oprimidos [...]" (FREIRE, 1982, p. 34). No entanto, este medo da liberdade também se instala nos opressores, mas de maneira diferente: "Nos oprimidos, o medo da liberdade é o medo de assumi-la. Nos opressores, é o medo de perder a 'liberdade' de oprimir" (FREIRE, 1982, p. 34). Devido a todo este "medo", os opressores não abrem mão de qualquer método e recurso que estiver ao seu alcance para tentar manter essa "liberdade"; inclusive com a criação de "mitos", e com a alienação da população.

A Alienação e os Mitos que são criados

Por isso, não é difícil, para nós, encontrarmos nos jornais, rádios, revistas, grandes veículos de comunicação, enfim, na mídia em geral, programas e discursos que, segundo nosso entendimento, lembram muito uma antiga política já implementada pelo menos uma vez na História: a política do "Pão e Circo". As elites dominadoras da velha Roma já falavam dessa necessidade de dar "pão e circo" às massas para conquistá-las, domá-las, conter a sua rebeldia e ganhar a sua confiança, amaciando-as, com a intenção de assegurar a paz (a "paz" do opressor, obviamente). "Para as elites dominadoras, esta rebeldia, que é ameaça a elas, tem o seu remédio em mais dominação - na repressão feita em nome, inclusive, da liberdade e no estabelecimento da ordem e da paz social. Paz social que, no fundo, não é outra senão a paz privada dos dominadores" (FREIRE, 1982, p. 75). Mas, para que isso se torne possível,

É preciso, contudo, chegar até elas [as massas] para, pela conquista, mantê-las alienadas. Este chegar até elas, na ação da conquista, não pode transformar-se num *ficar com* elas. Esta "aproximação", que não pode ser feita pela comunicação, se faz

pelos "comunicados", pelos "depósitos" dos mitos indispensáveis à manutenção do *status quo* (FREIRE, 1982, p. 163).

Assim, por meio desses "comunicados", são criados "mitos" que permeiam o nosso pensamento, por exemplo, inclusive, naquilo que alguns chamam de "senso comum", sendo extremamente difícil removê-los depois de perfeitamente implantados em nossas cabeças. Só para citar alguns desses mitos, temos:

O mito, por exemplo, de que a ordem opressora é uma ordem de liberdade. De que todos são livres para trabalhar onde queiram. Se não lhes agrada o patrão, podem então deixá-lo e procurar outro emprego. O mito de que esta "ordem" respeita os direitos da pessoa humana e que, portanto, é digna de todo apreço. O mito de que todos, bastando não ser preguiçosos, podem chegar a ser empresários - mais ainda, o mito de que o homem que vende, pelas ruas, gritando: "doce de banana e goiaba" é um empresário tal qual o dono de uma grande fábrica. O mito do direito de todos à educação, quando o número de brasileiros que chegam às escolas primárias do país e o do que nelas conseguem permanecer é chocantemente irrisório. O mito da igualdade de classe, quando o "sabe com quem está falando?" é ainda uma pergunta dos nossos dias. (FREIRE, 1982, p. 163-164).

O mito da Liberdade, Igualdade e... Acrescentaria ainda o mito de que a Lei é igual e vale para todos; que todos podem conseguir chegar a ser o que quiser, a ter o que quiser, por "mérito" próprio (alguns gostam de chamar isso de "meritocracia"); o mito de que todos são iguais, e que não há discriminação por causa de classe, cor ou sexo... Assim, são propostas mistificações, com falsas explicações gerais, como:

[...] que qualquer pessoa pode progredir quanto quiser, se trabalhar suficientemente duro; e se fracassa, a culpa é sua. Falam também que gozamos de liberdade de imprensa, e não tocam na questão dos meios de comunicação de massa, altamente monopolizados e censurados. Somos ensinados a descrever, simplesmente, partes limitadas da sociedade, ou a ver através de visões de conjunto distorcidas e, assim, o contato com a realidade nos é vedado (FREIRE; SHOR, 1986, p. 55).

Dificultar a "visão" das pessoas. Obscurecer os fatos. "Na verdade, o que pretendem os opressores é transformar a mentalidade dos oprimidos e não a situação que os oprime, e isto para que, melhor adaptando-os a esta situação, melhor os domine" (FREIRE, 1982, p. 69). Todos estes, e mais muitos outros mitos que poderiam ser expostos, são colocados, introjetados nas massas oprimidas, constituindo-se garantia básica para a sua conquista e dominação. Além do mais, "de tanto ouvirem de si mesmo que são incapazes, que não sabem nada, que não podem saber, que são enfermos, indolentes, que não produzem em virtude de tudo isto, [os oprimidos] terminam por se convencer de sua 'incapacidade'. Falam de si como os que não sabem e do 'doutor' como o que sabe e a quem devem escutar" (FREIRE, 1982, p.

54). Convencer os oprimidos de sua incapacidade, e adaptá-los ao sistema; afinal, não é uma estratégia tão ruim para quem pretenda continuar a sua dominação, certo?

Assim, 'manter as coisas como estão' é imperativo de uma ordem social que oprime aqueles que tentam pensar diferente. "O *status quo* é apresentado como normativo, neutro e até benevolente" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 78). Nessa situação, "as vantagens da elite ocultam-se por detrás do mito das 'oportunidades iguais', enquanto o idioma da elite é chamado de 'correto' [...]" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 78). A desigualdade passa a ser vista como natural, justa, e até passível de ser justificada pelas diferentes "aptidões" que teriam, naturalmente, os diversos grupos sociais.

Ainda na linha das políticas de "pão e circo", outra que costuma ser bastante fomentada no Brasil é o assistencialismo. Apenas para tocar superficialmente no assunto, temos vários exemplos no nosso país, como bolsa-família, bolsa-escola, auxílio gás, bolsa alimentação... Não quero tirar o mérito de algumas dessas políticas, contudo, vejo que a maioria delas acaba sendo muito mais uma medida paliativa do que um procedimento que deveria ser provisório, e que, a partir do momento que a população pudesse ter condições de não prescindir mais de tais auxílios, então estes seriam suspensos. O que vemos

É que estas formas assistencialistas, como instrumento da manipulação, servem à conquista. Funcionam como anestésico. Distraem as massas populares quanto às causas verdadeiras de seus problemas, bem como quanto à solução concreta destes problemas. Fracionam as massas populares em grupos de indivíduos com a esperança de receber mais (FREIRE, 1982, p. 177).

E assim, vemos presidentes serem aclamados como "pai dos pobres" ou como "salvadores da nação", com slogans de "Brasil: um país de todos", quando, mesmo imbuídos das melhores intenções, não fazem mais do que a sua obrigação, que é servir e representar a população brasileira (aliás, acho que alguns políticos, atualmente, estão invertendo essa ordem...). Temos um passado histórico de passividade perante eventos que deveriam ser de grande representatividade para o país, como, por exemplo, na nossa própria "luta" pela Independência Nacional. Se não fosse pelas guerras napoleônicas, culminando com a vergonhosa fuga da Família Real Portuguesa, em 1808, para o então Brasil Colônia, é bem possível que o processo de Independência tivesse demorado muito mais tempo para ocorrer. Ainda assim, em 1822, quando ele de fato "ocorreu", não foi por meio de uma guerra ou um ideal maior. Literalmente, 'pagamos' pela nossa "independência". E pagamos caro... Deixamos

para trás uma dependência política para entrarmos em uma era de dependência financeira e cultural, principalmente dos países hoje ditos desenvolvidos. Como, então, readquirir a "liberdade" e a "independência", nunca de fato alcançadas?

Liberdade e Independência

Um de nossos pensamentos é considerar que "a liberdade, que é uma conquista, e não uma doação, exige uma permanente busca. Busca permanente que só existe no ato responsável de quem a faz. Ninguém tem liberdade para ser livre: pelo contrário, luta por ela precisamente porque não a tem" (FREIRE, 1982, p. 35). Os conceitos de liberdade de antes (no passado histórico) e os de agora mudaram um pouco; ainda assim, essas palavras parecem ter o seu valor para ambas as épocas. Infelizmente, por não buscarmos 'conquistar' a nossa liberdade, somos manipulados no interior mesmo de nossas consciências, quando deixamos que os valores dos opressores sejam instalados no nosso subconsciente. "Daí, a necessidade que se impõe de superar a situação opressora. Isto implica no reconhecimento crítico, na 'razão' desta situação, para que, através de uma ação transformadora que incida sobre ela, se instaure uma outra, que possibilite aquela busca do ser mais" (FREIRE, 1982, p. 35).

Esta nossa 'independência', superação da situação opressora, não pode provir por meio de uma "doação" que alguma liderança, por mais bem intencionada que seja, faça por nós. "Não podemos esquecer que a libertação dos oprimidos é libertação de homens e não de 'coisas'. Por isto, se não é autolibertação - ninguém se liberta sozinho, também não é libertação de uns feita por outros" (FREIRE, 1982, p. 58). Uma verdadeira transformação de consciências e, conseqüentemente, da futura condição social das pessoas, somente será efetiva quando feita *com* os oprimidos, e não *para* os oprimidos. Sendo assim, a Escola poderia ser um dos meios a se configurar como cenário propício a essa transformação. Bem, pelo menos é o que se esperaria...

2.2 A "Educação Libertadora"

Há décadas, temos um sistema educacional desvalorizado, com profissionais, em geral, mal remunerados face a outros com igual ou menor escolaridade. A sociedade, em virtude de um sistema econômico que prega o lucro e estimula a competição, não reconhece

no "ser pensante" alguém que seja 'produtivo' para o seu mercado. Desta maneira, a Educação se torna apenas um meio de ascender ao mercado de trabalho, e, assim, o melhor caminho parece ser o que "em lugar de comunicar-se, o educador faz 'comunicados' e depósitos que os educandos, meras incidências, recebem pacientemente, memorizam e repetem. Eis aí a concepção 'bancária' da educação, em que a única margem de ação que se oferece aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los" (FREIRE, 1982, p. 66). O que é uma lástima! Pois, com isso, toda a troca de aprendizados entre alunos e professores é perdida. Os alunos não são "tábuas rasas", em branco, nas quais o professor viria esculpir o seu conhecimento, enfiando a teoria e os conceitos dentro de suas cabeças. Não! Nessa visão da Educação, no mínimo distorcida, não há criatividade, não temos transformação, não existem trocas. "Só existe saber na invenção, na reinvenção, na busca inquieta, impaciente, permanente, que os homens fazem do mundo, com o mundo e com os outros" (FREIRE, 1982, p. 66). Aqui, nessa concepção bancária da Educação, o "saber" é conceituado de outra maneira:

Na visão "bancária" da educação, o "saber" é uma doação dos que se julgam sábios aos que julgam nada saber. Doação que se funda numa das manifestações instrumentais da ideologia da opressão - a absolutização da ignorância, que constitui o que chamamos de alienação da ignorância, segundo a qual esta se encontra sempre no outro (FREIRE, 1982, p. 67).

Para contrapor essa visão, temos a "Educação Libertadora", que é "uma perspectiva crítica sobre a escola e a sociedade, o ensino voltado para a transformação social" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 17), a qual implica na "[...] superação da contradição educador-educandos, de tal maneira que se façam ambos, simultaneamente, educadores e educandos" (FREIRE, 1982, p. 67). Pois acreditamos que

A educação que se impõe aos que verdadeiramente se comprometem com a libertação não pode fundar-se numa compreensão dos homens como seres "vazios" a quem o mundo "encha" de conteúdos; não pode basear-se numa consciência espacializada, mecanicistamente compartimentada, mas nos homens como "corpos conscientes" e na consciência como consciência *intencionada* ao mundo. Não pode ser a do depósito de conteúdos, mas a da problematização dos homens em suas relações com o mundo (FREIRE, 1982, p. 77).

A "Educação Libertadora" é uma situação na qual tanto os professores quanto os alunos devem ser os que aprendem, apesar de serem diferentes. Devemos considerar "[...] que tanto os professores como os alunos sejam agentes críticos do ato de conhecer" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 27). Desta maneira, "enquanto dirigente do processo [educativo], o professor

libertador não está fazendo alguma coisa *aos* estudantes, mas *com* os estudantes" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 34). Não se trata de "oferecer" o conhecimento do mestre aos discípulos que nada sabem... Ao contrário, há uma relação de dupla troca entre alunos e professor, a fim de que o ensino se dê junto aos alunos; e não como em uma relação na qual toda a "sabedoria" do mestre pudesse ser simplesmente enfiada nas cabeças deles.

Embora a metáfora da "iluminação" seja recorrente no processo de uma Educação Libertadora, é importante salientar que não são os educadores, propriamente, os "iluminadores". Este é um pensamento que deveria ser evitado. A palavra "iluminação", segundo Freire e Shor (1986, p. 36), está mais no sentido de uma "iluminação da realidade", implicada pela Educação Libertadora. No entanto, os "iluminadores" seriam os dois agentes do processo: os educadores e os educandos juntos. O conhecimento seria, desta forma, construído conjuntamente pelos dois "protagonistas" do evento. Além do mais,

Devemos ser muito, mas muito críticos cada vez que falarmos na educação emancipadora, educação libertadora ou liberadora. Devemos sempre repetir que, com estas expressões, não queremos dizer que, na intimidade de um seminário, estamos transformando as estruturas da sociedade. Isto é, a educação libertadora é uma das coisas que devemos fazer, junto com outras coisas, para transformar a realidade. Devemos evitar que nos interpretem como se estivéssemos pensando que deveríamos *primeiro* educar as pessoas para serem livres, para *depois* podermos transformar a realidade. Não. Devemos, o quanto possível, fazer as duas coisas simultaneamente (FREIRE; SHOR, 1986, p. 102).

Em outras palavras, não devemos esperar que a Educação seja a "salvadora" da Humanidade. Por outro lado, também não devemos ficar de braços cruzados esperando que, um dia, quando as pessoas tivessem consciência de sua condição de oprimidas, então poderíamos realizar a transformação da realidade. Na medida do possível, devemos pensar em uma Educação Libertadora ao mesmo tempo em que pretendemos transformar a realidade. Com a Educação Libertadora, essa mudança se torna mais próxima, por meio do diálogo. É através do diálogo que se opera a superação da condição de oprimido, resultando, até aqui, na criação de um novo termo: "[...] educador-educando com educando-educador" (FREIRE, 1982, p. 78).

Desta maneira, o educador já não é o que apenas educa, mas o que, enquanto educa, é educado, em diálogo com o educando que, ao ser educado, também educa. Ambos, assim, se tornam sujeitos do processo em que crescem juntos e em que os "argumentos de autoridade" já não valem. Em que, par ser-se, funcionalmente, autoridade, se necessita de *estar sendo com* as liberdades e não *contra* elas (FREIRE, 1982, p. 78-79).

Portanto, ninguém educa ninguém! Tampouco ninguém educa a si mesmo. As pessoas se educam entre si, fazendo-se conhecer pelo mundo. "A educação como prática da dominação, que vem [...] mantendo a ingenuidade dos educandos, o que pretende, em seu marco ideológico (nem sempre percebido por muitos dos que a realizam), é indoutriná-los no sentido de sua acomodação ao mundo da opressão" (FREIRE, 1982, p. 76). Para o opressor, nada melhor do que um oprimido acomodado, passivo, desconhecedor de sua condição enquanto explorado e dominado. Uma concepção que seja problematizadora, que questione todas as situações possíveis, deveria considerar o ser humano como ser histórico, inacabado:

A concepção e a prática "bancárias", imobilistas, "fixistas", terminam por desconhecer os homens como seres históricos, enquanto a problematizadora parte exatamente do caráter histórico e da historicidade dos homens. Por isto mesmo é que os reconhece como seres que *estão sendo*, como seres inacabados, inconclusos, *em e com* uma realidade, que sendo histórica também, é igualmente inacabada (FREIRE, 1982, p. 83).

Configura-se, então, um movimento de busca pela humanização do ser humano. Reconhecendo-se como seres inacabados e sempre inconclusos, podemos aspirar a melhores condições, não caindo no engodo dos opressores de acreditar que as coisas 'são assim' porque 'sempre foram assim'. Uma Educação em que "[...] educadores e educandos se fazem sujeitos do seu processo, superando o intelectualismo alienante, superando o autoritarismo do educador 'bancário', supera também a falsa consciência do mundo" (FREIRE, 1982, p. 86). O importante, para isso, é que "[...] os homens se sintam sujeitos de seu pensar, discutindo o seu pensar, na sua própria visão do mundo [...]" (FREIRE, 1982, p. 141). "Pensar o mundo". Discutir. Questionar...

O Questionamento como fator essencial à superação da condição de oprimido

Para a superação da condição de oprimido, é imprescindível o questionamento: "Nenhuma 'ordem' opressora suportaria que os oprimidos todos passassem a dizer: 'Por quê?' " (FREIRE, 1982, p. 87). O poder de um simples "*por quê?*" costuma ser muito maior do que pensamos. Há um ditado dizendo que "não são as respostas que movem o mundo, e sim as perguntas". Perguntas feitas por meio da palavra, através do diálogo. Esta mesma palavra que se apresenta sob duas dimensões: ação e reflexão. Assim, "não há palavra verdadeira que não

seja práxis" (FREIRE, 1982, p. 91), e que não sirva, de alguma maneira, para *pronunciar o mundo...*

A existência, porque humana, não pode ser muda, silenciosa, nem tampouco pode nutrir-se de falsas palavras, mas de palavras verdadeiras, com que os homens transformam o mundo. Existir, humanamente, é *pronunciar* o mundo, é modificá-lo. O mundo *pronunciado*, por sua vez, se volta problematizado aos sujeitos *pronunciantes*, a exigir deles novo *pronunciar* (FREIRE, 1982, p. 92).

Pronunciar as palavras certas... Fazer os questionamentos necessários... Para que não voltemos a uma época em que os estudantes sejam formados apenas para ser operários ou profissionais liberais, deixando a política para os "políticos profissionais", pois não gostariam de se "preocupar" com esses assuntos. A situação atual será muito diferente da que tínhamos antigamente? Quem quer se preocupar com política? O que vemos é que "esses currículos falsamente neutros formam os estudantes para observar as coisas sem julgá-las, ou para ver o mundo do ponto de vista do consenso oficial, para executar ordens sem questioná-las, como se a sociedade existente fosse fixa e perfeita" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 16). Uma sociedade "perfeita"?! Com certeza esse é um termo que não podemos utilizar por aqui...

Do nosso ponto de vista, aquele que é crítico de verdade, no ensino ou em qualquer outro lugar, "[...] examina até mesmo sua própria prática, não se aceitando como pronto e acabado, reinventando-se à medida que reinventa a sociedade" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 36). Tudo é passível de ser colocado ao crivo crítico do exame minucioso. Nada deve escapar ou ser imune à nossa análise das coisas. Questionar é indispensável! Sobretudo no sistema educacional!

A Invasão Cultural

Outro grande problema, quando pensamos em uma Educação Libertadora, é a invasão cultural que fazem os opressores no contexto cultural dos oprimidos. Aqueles impõem a sua visão de mundo a estes, fazendo com que acreditem e vejam até como "bons e aceitáveis" os valores que são pregados tradicionalmente pela sociedade dos opressores, ditando a sua "moral" e seus "bons costumes". Mas isto não é algo que ocorre assim, tão facilmente de ser percebido...

É importante ter sempre claro que faz parte do poder ideológico dominante a inculcação nos dominados da responsabilidade por sua situação. Daí a culpa que sentem eles, em determinado momento de suas relações com o seu contexto e com as classes dominantes por se acharem nesta ou naquela situação desvantajosa. [...] (FREIRE, 1996, p. 92).

Sutilmente, em cada parte que procurarmos, encontraremos bons exemplos de discursos que elevam certos valores em detrimento de outros. E tudo isto contribui para a invasão cultural! Pois há o convencimento da inferioridade dos oprimidos, daqueles que são invadidos.

Assim, somos enganados, mesmo sem perceber, enquanto nossas consciências são sabotadas com os valores que os opressores gostariam que tivéssemos, em um movimento contínuo de alienação. Nesse caso, desmistificar a realidade parece constituir o primeiro passo para a superação dessa condição. Sem medo e sem culpa.

Mas, não vivemos em um mundo parado e estanque. A superação da própria invasão cultural não se fará senão com muita luta e conscientização. As estruturas sociais estão sempre se fazendo e refazendo... "Isto [a dialeticidade *permanência-mudança*] é o que explica que a estrutura social, para *ser*, tenha de *estar sendo* ou, em outras palavras: *estar sendo* é o modo que tem a estrutura social de '*durar*' [...]" (FREIRE, 1982, p. 212). E é precisamente por isso, por essa permanente mudança, que algumas estruturas podem durar mais tempo do que outras.

Na verdade, o que faz que a estrutura seja estrutura social, portanto histórico-social, não é a permanência nem a mudança, tomadas absolutizadas, mas a dialetização de ambas. Em última análise, o que permanece na estrutura social nem é a permanência nem a mudança mas a "duração" da dialeticidade permanência-mudança (FREIRE, 1982, p. 212).

Portanto, um dos primeiros saberes, indispensável a quem tenha a convicção de que a mudança é possível, "é o saber do futuro como problema e não como inexorabilidade. É o saber da História como possibilidade e não como *determinação*. O mundo não é. O mundo está sendo. [...]. Não sou apenas objeto da *História* mas seu sujeito igualmente" (FREIRE, 1996, p. 85). Assim, como *sujeitos da História*, uma História que não é fixa, mas feita também por nós, podemos pensar em construir algo diferente no setor educacional. Começando por entender, quem sabe, o mito da "transferência" de conhecimento.

Ensinar não é 'Transferir Conhecimento'

A "concepção bancária" da Educação talvez seja um dos principais motivadores a que os professores acabem pensando nos alunos apenas como "objetos" nos quais pudessem fazer os "depósitos" de conhecimento. No entanto, há algo de que os educadores, a nosso ver, precisariam se convencer...

É preciso, sobretudo, e aí já vai um destes saberes indispensáveis, que o formando, desde o princípio mesmo de sua experiência formadora, assumindo-se como sujeito também da produção do saber, se convença definitivamente de que ensinar não é *transferir conhecimento*, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção (FREIRE, 1996, p. 24-25).

Criar essas possibilidades em uma "dança" conjunta entre ser docente e ser discente; digamos que ora somos um, ora somos outro, mas somos os dois ao mesmo tempo! É nesse sentido que queremos dizer que

[...] ensinar não é transferir conhecimentos, conteúdos nem *formar* é ação pela qual um sujeito criador dá forma, estilo ou alma a um corpo indeciso e acomodado. Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os conotam, não se reduzem à condição de objeto, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender. Quem ensina, ensina alguma coisa a alguém (FREIRE, 1996, p. 25).

Somos seres inacabados!

E, assim, um educador que se diga "democrático" não pode negar o dever de, na prática docente, reforçar a capacidade crítica do educando, sua curiosidade, seu questionamento... Ensinando e aprendendo! E, também por isso, o ensino dos conteúdos não pode deixar de ser questionador e crítico. Transformar a experiência educativa em puro treinamento técnico é desconsiderar algo que há de maneira fundamentalmente humana no exercício educativo: o seu caráter formador. Então, se você

[...] respeita a natureza do ser humano, o ensino dos conteúdos não pode dar-se alheio à formação moral do educando. Educar é substantivamente formar. [...]. Pensar certo [...] demanda profundidade e não superficialidade na compreensão e na interpretação dos fatos. Supõe a disponibilidade à revisão dos achados, reconhece não apenas a possibilidade de mudar de opção, de apreciação, mas o direito de fazê-lo (FREIRE, 1996, p. 36-37).

Enfim, mudar de opinião não é algo tão ruim! O ruim, talvez, seria se não tivéssemos opiniões para mudar, ou se não nos permitíssemos ver as coisas de outras perspectivas... Estamos sempre aprendendo. De toda maneira, somos seres inacabados! E acho que sempre seremos, na medida em que estamos sempre aprendendo, e, quanto mais aprendemos, parece haver mais coisas ainda por aprender! Ter essa consciência como seres inacabados, ao contrário do que alguns possam afirmar, não deveria ser motivo de temores ou repulsas. Pensar que você sempre pode aprender mais, e melhorar suas capacidades, tanto intelectuais, morais, físicas, etc., não é razão para, no mínimo, ver o ser humano como uma criatura um tanto quanto especial? Talvez não sejamos tão "especiais" quanto alguns filmes de Hollywood gostam de retratar, colocando a Terra como o planeta mais cobiçado do Universo... Entretanto, não podemos negar que, embora aparentemente sejamos insignificantes para o restante do Cosmos, para este pequeno planeta, deste Sistema Solar, somos, sim, muito importantes! Estamos neste mundo, mas não só isso...

A consciência do mundo e a consciência de si como ser inacabado necessariamente inscrevem o ser consciente de sua inconclusão num permanente movimento de busca. Na verdade, seria uma contradição se, inacabado e consciente do inacabamento, o ser humano não se inserisse em tal movimento. É neste sentido que, para mulheres e homens, estar no mundo necessariamente significa estar com o mundo e com os outros. [...] (FREIRE, 1996, p. 64).

Ter a consciência de que estamos *com o mundo e com os outros*... Um passo importante no reconhecimento de obrigações e deveres, assim como direitos. São reflexões que se fazem pertinentes...

A reflexão sobre o que fazemos

É por isso que, no processo educativo, o professor tem uma espécie de "dever". Não só por executar o seu trabalho, e por ter certas "obrigações conteudistas" que fazem parte de sua profissão. Mas porque, querendo ele ou não, sua contribuição na formação dos futuros cidadãos, constituidores de nossa sociedade, faz-se permeando todo o tempo em que os discentes estão nos bancos escolares. Assim,

Ao pensar sobre o dever que tenho, como professor, de respeitar a dignidade do educando, sua autonomia, sua identidade em processo, devo pensar também [...] em como ter uma prática educativa em que aquele respeito, que sei dever ter ao educando, se realize em lugar de ser negado. Isto exige de mim uma reflexão crítica permanente sobre minha prática através da qual vou fazendo a avaliação do meu próprio fazer com os educandos. O ideal é que, cedo ou tarde, se invente uma forma

pela qual os educandos possam participar da avaliação. É que o trabalho do professor é o trabalho do professor com os alunos e não do professor consigo mesmo (FREIRE, 1996, p. 71).

Respeitar os alunos. Preservar uma reflexão crítica. Itens de extrema importância para um professor que pensa no seu trabalho em conjunto com os alunos, e que avalia o seu próprio fazer enquanto professor.

2.3 Afinal, o Ensino pode ser *Neutro*?

A Educação é muito mais do que apenas reprodutora da ideologia dominante...

Mas não é a grande "Salvadora" e transformadora da sociedade!

A nossa constante autocrítica, reflexão sobre o que fazemos, deve estar sempre presente em nosso trabalho, e em nossa vida. Outro saber, do qual não podemos duvidar um momento sequer na nossa prática educativo-crítica, é o de que, como experiência especificamente humana,

[...] a educação é uma forma de intervenção no mundo. Intervenção que além do conhecimento dos conteúdos bem ou mal ensinados e/ou aprendidos implica tanto o esforço de *reprodução* da ideologia dominante quanto o seu *desmascaramento*. Dialética e contraditória, não poderia ser a educação só uma ou só a outra dessas coisas. Nem apenas *reprodutora* nem apenas *desmascaradora* da ideologia dominante (FREIRE, 1996, p. 110-111).

Não faz sentido querermos "demonizar" a Educação apenas como reprodutora da ideologia dominante; assim como não podemos acreditar que ela possa ser a única "salvadora" da sociedade. É importante compreendermos a natureza limitada da Educação. A Educação se relaciona com a sociedade sem ser, apenas, a reprodutora da ideologia dominante; e nem tão somente a principal alavanca de uma transformação social. Um curso é apenas um curso dentro de várias outras possibilidades de cursos, empregos e atividades. A Educação é apenas uma parte da sociedade como um todo. "A educação deveria ser a alavanca da transformação social... Mas ela não pode ser! Não lhe permitirão que seja o que deveria ser. As forças dominantes da sociedade não deixarão que a educação transforme a estrutura política" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 27). É relevante compreendermos que uma importante tarefa da elite dirigente, ou uma das principais tarefas propostas pela classe dominante para a

Educação, ou ainda, uma de suas principais expectativas em relação à Escola é justamente a reprodução da ideologia dominante. No entanto,

A reprodução da ideologia dominante depende do seu poder de obscurecer a realidade. [...] Há outra tarefa no espaço das escolas, que, apesar dos interesses da elite, não depende dela – exatamente a tarefa de *desmistificar* a ideologia dominante. Essa tarefa não pode ser cumprida pelo sistema. Não pode ser cumprida por aqueles que concordam com o sistema. Essa é a tarefa dos educadores favoráveis a um processo libertador. Eles têm que fazer isso através de diferentes tipos de ação educacional [...]. Quem acredita na mudança da realidade tem que realizar a transformação (FREIRE; SHOR, 1986, p. 103).

E, para realizar a transformação da realidade, é preciso entender que não é a Educação que modela a sociedade, mas, ao contrário, a sociedade é que modela a Educação, segundo os interesses daqueles que detêm o poder para tal. Ou, colocado de outra maneira, "[...] a educação não modela a sociedade; antes, porém, é a política global que condiciona o que podemos fazer em educação" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 103). O que, talvez, devêssemos nos dar conta é que a Educação não é, por si só, a alavanca da transformação revolucionária, basicamente porque "o sistema escolar foi criado por forças políticas cujo centro de poder está distante da sala de aula" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 27). Seria ingênuo demais pedir à classe dirigente no poder que pusesse em prática um tipo de Educação que pode atuar contra ela, não é verdade? É claro que isto não nos impede de tentarmos mudar as coisas! Note que "[...] as raízes do problema estão muito além da sala de aula, estão na sociedade e no mundo. Exatamente por isso, o contexto da transformação não é só a sala de aula, mas encontra-se fora dela" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 27). Sendo assim, se o processo educativo for de fato libertador, os estudantes e os professores deverão empreender uma transformação que incluirá o contexto fora da sala de aula também. Esquecer que a Escola faz parte da sociedade, em nossa situação, pode ser um erro fatal...

Não obstante, temos de tomar o cuidado para não acreditarmos cegamente que a Educação é a (única) alavanca para a transformação da sociedade. Caso façamos isso, corremos o risco de, mais cedo ou mais tarde, virarmos céticos e desesperançados com o contexto educacional que encontraremos, normalmente muito difícil de ser mudado. Além disso, uma transformação, por mais simples que seja, em geral exige tempo e um movimento muito forte em direção contrária ao que o sistema das forças dominantes da sociedade costumam nos direcionar. Por isso é importante, desde o início da nossa experiência como professores, estarmos conscientes dos limites da Educação, ou, pelo menos, não esperar que

ela vá realizar a "grande e prometida" transformação social, tão aguardada por gerações e gerações. Não podemos nos esquecer de que, no âmbito escolar, também sofremos a influência dos sistemas ideológicos opressores, talvez ainda mais fortemente do que em outros meios.

A ideologia dominante marca sua presença na sala de aula, em parte tentando convencer o professor de que ele deve ser neutro, a fim de respeitar os alunos. Esse tipo de neutralidade é um falso respeito pelos estudantes. Ao contrário, quanto mais me calo sobre concordar ou não concordar, em respeito aos outros, mais estou deixando a ideologia dominante em paz! (FREIRE; SHOR, 1986, p. 105).

A ideologia do professor "neutro" harmoniza-se com o seu apoio ao *status quo*. Deixar de contestar a desigualdade na sociedade é cooperar para obscurecer a realidade. Isto é,

[...] o professor atua como se a realidade não fosse problemática, nivelando assim a própria percepção que os alunos têm dos problemas de sua cultura. Uma realidade obscura desativa a criatividade das pessoas, mantendo uma cortina diante do que elas precisam ver para iniciar a transformação. Ensino neutro é outro nome para um currículo obscuro (FREIRE; SHOR, 1986, p. 105).

Com o "ensino neutro", iniciar a transformação se torna muito mais difícil. Por estar inserida na sociedade, a Educação não pode ser vista como "neutra", nem como mecanismo exclusivo no intuito de mudá-la, mas apenas como *um dos meios para se atingir a transformação necessária à plena construção da cidadania*, com a devida participação de cidadãos críticos e conscientes de sua participação social. Desenvolver a curiosidade e a criticidade dos alunos deveria ser uma das tarefas mais fundamentais da Escola contemporânea...

Uma das tarefas essenciais da escola, como centro de produção sistemática de conhecimento, é trabalhar criticamente a inteligibilidade das coisas e dos fatos e a sua comunicabilidade. É imprescindível portanto que a escola instigue constantemente a curiosidade do educando em vez de "amaciá-la" ou "domesticá-la". É preciso mostrar ao educando que o uso ingênuo da curiosidade altera a sua capacidade de *achar* e obstaculiza a exatidão do *achado*. É preciso por outro lado e, sobretudo, que o educando vá assumindo o papel de sujeito da produção de sua inteligência do mundo e não apenas o de *recedor* da que lhe seja transferida pelo professor (FREIRE, 1996, p. 140).

Instigar a curiosidade dos alunos; levá-los a questionar as coisas e o mundo; não aceitar tudo o que for dito como "certo, acabado e imutável"; pensar por si próprio... Além disso, a Escola, e o professor também, deveriam tentar fazer com que o educando assumisse o "papel principal" no contexto da Educação, no qual ele seria o 'sujeito da produção' de sua

inteligência, tirando, por isso mesmo, um pouco da responsabilidade do professor como único agente no processo educativo. Não que isso irá "livrar" os professores de obrigações. Na verdade, vemos que o trabalho, em uma aula dialogada, tende a aumentar quanto mais comprometido for o professor com a 'libertação' dos alunos. A Educação deveria ser integradora, integrando estudantes e professores em uma criação e recriação do conhecimento partilhado. No entanto, "o conhecimento, atualmente, é produzido longe das salas de aula, por pesquisadores, acadêmicos, escritores de livros didáticos e comissões oficiais de currículo, mas não é criado e recriado pelos estudantes e pelos professores em sala de aula" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 14). Repensar, recriar, reinventar... São algumas palavras que a Educação parece estar impedida de experimentar no seu amplo sentido...

Com tudo isso, podemos evitar um certo "otimismo ingênuo" no início de nossa jornada, que poderia ser prejudicial à nossa empreitada assumida. Mas então isso significa que deveríamos nos "entregar" e desistir da nossa proposta de "Educação Emancipadora"? Absolutamente não! Mesmo que seja pouco o que podemos fazer hoje, é esse pouco, somado ao pouco de outro colega, que somado ao pouco de mais outros, e outros, e outros... Que se multiplicará e poderá, por fim, realizar alguma coisa! Primeiro, pequenas mudanças, para que, futuramente, as grandes venham naturalmente. E, assim, o processo de transformação se consolide definitivamente.

A Educação é Política!

Todavia, não podemos esquecer de que, "além de um ato de conhecimento, a educação é também um ato político. É por isso que não há pedagogia neutra" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 17). Querendo ou não, não podemos negar esta faceta da Educação. Aquela "velha historinha" de que a Educação deve ser neutra, preocupando-se apenas com o ensino de conteúdos, já não nos enrola mais! Mesmo quando se tenta ser neutro, uma posição é assumida! Invariavelmente.

Esta é uma grande descoberta: a educação é política! Depois de descobrir que também é um político, o professor tem de se perguntar: "Que tipo de política estou fazendo em classe?" Ou seja: "Estou sendo um professor a favor de quem?" Ao se perguntar a favor de quem está educando, o professor também deve perguntar-se contra quem está educando (FREIRE; SHOR, 1986, p. 34).

E o professor que se pergunta a favor de quem e contra quem está educando também deve estar ensinando a favor e contra alguma coisa. Em algum momento, o educador terá que fazer a sua opção: aprofundar-se na política e na pedagogia de oposição, ou cair na passividade daqueles que apenas "cumprem a sua função" dentro do sistema. Por trabalhar a favor de alguma coisa e contra alguma coisa, o professor tem outra grande pergunta a fazer: "Como conciliar minha prática de ensino com minha opção política?" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 34). Pensar e ver a Educação como Política, como fazedora de políticas, é algo que também consideramos fundamental para o desenvolvimento de um cidadão que se pretenda crítico e questionador de sua condição social. Um cidadão que objetiva, portanto, não a transformação de uma 'sociedade dos opressores' para uma "sociedade dos oprimidos". Mas sim, para uma estrutura onde todos, com direitos e deveres a cumprir, tenham reconhecida a sua condição como membros pertencentes da sociedade, sem exceção!

Não há História sem Homens!

Dizer a *palavra verdadeira* equivale a intenção de querer *transformar e pronunciar o mundo*, estabelecendo *novas perguntas...* A realidade social, que não existe por acaso, mas sendo resultado da ação de pessoas, também não se transformará por acaso. Se estas mesmas pessoas é que são produtoras de realidades, então fazer a transformação destas realidades é tarefa de todos. É importante termos a noção de que "através de sua permanente ação transformadora da realidade objetiva, os homens, simultaneamente, criam a história e se fazem seres histórico-sociais" (FREIRE, 1982, p. 108). Assim,

[...] mais do que um ser no mundo, o ser humano se tornou uma Presença no mundo, com o mundo e com os outros. Presença que, reconhecendo a outra presença como um "não-eu" se reconhece como "si própria". Presença que se pensa a si mesma, que se sabe presença, que intervém, que transforma, que fala do que faz mas também do que sonha, que constata, compara, avalia, valora, que decide, que rompe. E é no domínio da decisão, da avaliação, da liberdade, da ruptura, da opção, que se instaura a necessidade da ética e se impõe a responsabilidade. A ética se torna inevitável e sua transgressão possível é um desvalor, jamais uma virtude (FREIRE, 1996, p. 19-20).

Essa "presença no mundo" demonstra a importância de nossas ações, quer seja sobre o meio ambiente ou sobre outras pessoas. Nós fazemos a nossa própria história, constituímos a nossa realidade, em conjunto com os demais, reconhecendo o valor de cada um na formação da sociedade. Desta maneira, "não há realidade histórica [...] que não seja humana. Não há história *sem* homens como não há uma história para os homens, mas uma história de homens

que, feita por eles, também os faz [...]" (FREIRE, 1982, p. 152). Ou seja, "[...] significa reconhecer que somos seres *condicionados* mas não *determinados*. Reconhecer que a História é tempo de possibilidade e não de *determinismo*, que o futuro, permita-se-me reiterar, é *problemático* e não inexorável" (FREIRE, 1996, p. 20-21). Que o futuro é *problemático*, não *inexorável*... Logo, que comecem os questionamentos! E, com eles, possamos iniciar o processo de libertação dos oprimidos.

2.4 A Reação dos Estudantes

Até agora, falamos sobre a Educação, passando pelos seus principais agentes envolvidos (professores e alunos), comentando sobre algumas relações que se estabelecem em nossa sociedade (opressores e oprimidos), apontando o diálogo como principal mecanismo à libertação do ser humano. Porém, o que será que pensam os alunos sobre isso tudo? Como eles veem a Instituição Escola? Que ideia fazem ou têm disso tudo? Em relação a isso, observamos que:

A reação dos estudantes é recusar-se a trabalhar de acordo com o currículo oficial. A pedagogia oficial está motivando os estudantes contra o trabalho intelectual. Essa luta de poder pelo currículo levou as escolas e universidades a um impasse, que vários órgãos oficiais definiram, equivocadamente, como "mediocridade" estudantil. Eu chamo isto de "greve de desempenho" dos estudantes, que se recusam a estudar sob as condições sociais existentes. Não menos importantes nesta equação são o desleixo de muitas escolas, as salas de aula superlotadas e o fato de que o mundo dos negócios não recompensará o esforço nos estudos. São poucas as recompensas que o mercado de trabalho oferece para altos níveis de realização escolar. Os estudantes decidem que é tolice jogar sob regras que não os beneficiam e que foram feitas por outras pessoas (FREIRE; SHOR, 1986, p. 12).

É muito interessante os pontos que este excerto nos traz. Aquilo que chamam de "mediocridade" dos estudantes mais parece um boicote ao estudo sob as condições sociais existentes. As experiências escolares dos alunos não costumam ser muito "didáticas" e animadoras...

Uma dessas experiências é a enorme ausência de liberdade e democracia nas escolas, e a enorme presença de licenciosidade e de autoritarismo. Os professores e administradores impõem aos alunos um currículo oficial, e estes reagem pela resistência. A forma da autoridade e da pedagogia produz a crise, enquanto que se culpa a "mediocridade" dos estudantes pelo fracasso da educação (FREIRE; SHOR, 1986, p. 61).

O aluno vê, ou, pelo menos, pensa ver, que a Escola não lhe trará muitas oportunidades na vida. Mesmo com muito esforço, estudo e dedicação, eles notam que nunca atingirão o patamar de riqueza, glamour e fama de celebridades que são aclamadas pela sociedade e pela grande mídia em geral, como jogadores de futebol, atrizes e atores, grandes empresários, e até mesmo políticos, com todos os infundáveis casos de corrupção que tem assolado o país ultimamente! Assim, sentem-se desmotivados a continuar os estudos que, afinal, "não servirão para nada mesmo".

Como resposta a toda essa situação, a agressão dos estudantes parece se constituir em algo inevitável, na maioria das vezes. Até porque a passividade não costuma ser uma "condição natural" da infância nem da maturidade. É toda uma carga de violência que, mesmo simbólica, vai sobrecarregando qualquer um que esteja sofrendo essa pressão. E, como uma "mola comprimida", chegará um momento em que será atingido o máximo de compressão, obrigando, inevitavelmente, a que toda a energia seja lançada de volta contra quem "comprime" (no caso, oprime). Então, para aliviar um pouco dessa tensão, há os que falam em igualdade de oportunidades, com aqueles discursos inflamados acerca da liberdade social e da suposta democracia em que vivemos...

Existe uma "violência simbólica" na escola e na sociedade, que impõe o silêncio aos alunos. Simbólica, por ser a própria ordem das coisas, e não um castigo físico de fato: um meio ambiente pleno de regras, currículos, testes, punições, requisitos, correções, recuperações e inglês-padrão, que designam as autoridades como responsáveis. Esse meio ambiente é simbolicamente violento, porque se baseia na manipulação – declarando-se democrático, enquanto que, de fato, constrói e reproduz as desigualdades da sociedade (FREIRE; SHOR, 1986, p. 78).

Então, para fazer-se um sistema democrático, no mínimo no quesito educacional, uma das primeiras questões a que nos deveria ser colocada poderia ser: "Como diminuir a distância entre o contexto acadêmico (com suas formalidades e sua linguagem erudita) e a realidade de que vêm os alunos (com o seu 'saber de rua' e a sua linguagem coloquial)?" Realidade esta que deveriam, professores e alunos, conhecer cada vez melhor, na medida em que eles também estão, de certa forma, comprometidos em um processo para mudá-la. Você percebe o quão complexa é essa "simples" pergunta? É necessário muito mais do que políticas sociais para essa "redução de distância"... Uma sociedade que se preze democrática de verdade deveria priorizar o acesso livre à informação e ao conhecimento a todas as pessoas, independentemente de posição social ou condição cultural... Melhor dizendo, tal sociedade seria livre das amarras da alienação, fazendo, com isso, que consciências pudessem aflorar

com mais força de vontade. Diálogos seriam estabelecidos em um veemente movimento de busca das soluções para os problemas sociais. E, assim, poderíamos fazer *algo* se movimentar, e transformar *alguma coisa* de verdade.

2.5 A Matemática segundo uma Perspectiva Crítica

Dentro do contexto educacional, o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático dos alunos poderia, a nosso ver, ser melhor explorado na escola regular. Com isso, pensamos que os discentes poderiam ser instigados a investigar um lado mais crítico das coisas, iniciando com os questionamentos que, porventura, decorreriam tanto da Matemática como da sociedade em geral.

O tratamento da Matemática de um modo mais simples, simplificado, com "decorebas", "macetes" e "fórmulas prontas", não costuma priorizar a construção da teoria e suas interligações, terminando por prejudicar um estudo que poderia servir para que o discente se tornasse mais crítico e consciente enquanto aluno e cidadão. Entretanto, fazer uma Educação Matemática crítica é mais do que dar aos alunos um entendimento dessa "arquitetura lógica" da Matemática.

A Educação Matemática crítica preocupa-se com a maneira como a Matemática em geral influencia nosso ambiente cultural, tecnológico e político e com as finalidades para as quais a competência matemática deve servir. Por essa razão, ela não visa somente a identificar como os alunos, de forma mais eficiente, vêm a saber e a entender os conceitos de, digamos, fração, função e crescimento exponencial. A Educação Matemática crítica está também preocupada com questões como "de que forma a aprendizagem de Matemática pode apoiar o desenvolvimento da cidadania" e "como o indivíduo pode ser *empowered* através da Matemática" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 18).

Nos termos de Freire e Shor (1986, p. 10), a palavra *empowerment* significa: a) dar poder a; b) ativar a potencialidade criativa; c) desenvolver a potencialidade criativa do sujeito; d) dinamizar a potencialidade do sujeito. *Dar poder, desenvolver as potencialidades, ativar a potencialidade criativa...* Segundo as nossas concepções de libertação de consciências, este acaba sendo um termo muito bem aplicado ao nosso estudo. Assim como os autores, e pelos múltiplos sentidos da expressão, manteremos a palavra no original e em grifo.

No Ensino, o que é priorizado, geralmente, não é se um aluno sabe ou não raciocinar criticamente. Discutir a sociedade, problematizar os seus conflitos e problemas em conjunto com o restante da população, na tentativa de resolvê-los, não parece ser um interesse da Escola; mas sim, apenas se os alunos conseguem resolver as questões de uma prova, utilizando adequadamente os algoritmos envolvidos.

Em uma Educação Matemática que tenta ser crítica e questionadora do mundo e das coisas estabelecidas hoje como naturais, tanto uma quanto a outra alternativa deveriam ser prioridades. Não se trata de polarizar o Ensino, tratando somente da *técnica* do fazer ou da *filosofia* do pensar... Desta maneira, um ser humano que buscasse ser "amplamente formado e íntegro", mesmo que, segundo o nosso ponto de vista, isso não seja possível, pois ele sempre estará em processo de formação enquanto viver, deveria tentar conciliar estas duas facetas de como adquirir e aplicar conhecimento.

As qualidades da comunicação na sala de aula

No processo de ensino, há uma ideia que consideramos de vital importância entendermos: "*As qualidades da comunicação na sala de aula influenciam as qualidades da aprendizagem de Matemática*" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 11). Não só de Matemática, como obviamente poderíamos supor. O que queremos dizer, e afirmar, é que as qualidades de comunicação podem ser expressas em termos de relações interpessoais. Muito mais do que uma simples transferência de informação de uma parte a outra, o ato de comunicação em si mesmo tem papel de destaque no processo de aprendizagem.

A comunicação tem um sentido mais profundo do que se percebe à primeira vista. [...]. Aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais. E, por conseguinte, a aprendizagem depende da qualidade do contato das relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes. Em outras palavras, o contexto em que se dá a comunicação afeta a aprendizagem dos envolvidos no processo (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 12).

Assim, por depender da "qualidade" do contato que estabelecemos com as pessoas, podemos dizer, segundo Alro e Skovsmose (2006, p. 12), que algumas "qualidades de comunicação" poderiam ser explicadas justamente em termos de *diálogo*. Mas, nestas circunstâncias, referir-se-ia o termo "diálogo" a certo tipo de "[...] discurso analítico, ou apresentação de argumentos e questionamentos, ou ainda a um processo de obtenção do

conhecimento" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 12), divagando um pouco do sentido que o senso comum costuma atribuir ao termo.

Melhorando, então, a ideia inicial desta seção, podemos dizer que: "*Certas qualidades de comunicação, que tentamos expressar em termos de diálogo, favorecem certas qualidades de aprendizagem de Matemática, a que nós nos referimos como aprendizagem crítica da matemática [...]*" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 19). Desta forma, ressaltamos aquilo que já denominados de diálogo "autêntico e legítimo" como um dos mecanismos para uma Educação Libertadora, e também a uma aprendizagem crítica da Matemática.

Uma possibilidade: a *Cooperação Investigativa*

Ao se conhecer uma perspectiva sobre um conteúdo matemático, os alunos ganham a possibilidade de associar novos significados às suas atividades, quer sejam elas aceitáveis ou não. Podemos, assim, sempre que acharmos necessário, romper com o *paradigma do exercício*, seja por meio da resolução de problemas, proposição de problemas, abordagens temáticas, trabalho com projetos ou qualquer outra metodologia.

Podemos tentar abandonar o paradigma do exercício para entrar em um ambiente de aprendizagem diferente, chamado *cenários para investigação*. Eles são, por natureza, abertos, e podem substituir exercícios. Levando-se em conta essa "natureza aberta" dos cenários para investigação, parece-nos plausível afirmar que eles podem ser um importante aliado ao desenvolvimento de um pensamento crítico e ao questionamento social:

Os alunos podem formular questões e planejar linhas de investigação de forma diversificada. Eles podem participar do processo de investigação. Num cenário para investigação, a fala "O que acontece se...?" deixa de pertencer apenas ao professor e passa a poder ser dita pelo aluno também. E outra fala do professor, "Por que é dessa forma...?", pode desencadear a fala do aluno "Sim, por que é dessa forma...?" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 55-56).

Dentre as maneiras para se pensar em um ambiente de aprendizagem diferente, vamos tentar esclarecer a noção de *Cooperação Investigativa*. Esta é "[...] uma forma particular de interação aluno-professor ao explorarem conjuntamente um cenário de investigação" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 53). Esse modo de cooperação foi denominado de *Modelo de Cooperação Investigativa* (Modelo-CI), de modo que os elementos reunidos no Modelo-CI

são: "*estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 69) [*grifo meu*]. Então, dessa forma, o *Modelo-CI* consiste em um "conjunto de elementos de comunicação, que podem ocorrer de diversas formas e em qualquer ordem" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 118).

Uma característica básica da comunicação prevista no *Modelo-CI* é a escuta ativa, que é chamada assim devido ao ouvinte ter uma 'responsabilidade' bem definida, ou seja, ele não deve "absorver" passivamente as palavras que são emitidas. Nela, é importante tentar entender os fatos e os sentimentos que estão contidos naquilo que se ouve, de modo ativo, para tentar ajudar a quem fala a externar os seus problemas. Em outras palavras: "Escuta ativa significa fazer perguntas e dar apoio não-verbal ao mesmo tempo em que se tenta descobrir o que se passa com o outro. Escuta ativa significa que professor e alunos estabeleceram contato" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 70).

Analisando o Modelo-CI

Considerando os oito elementos reunidos no *Modelo-CI*, "*estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*", pretende-se, agora, dissertar rapidamente sobre cada um deles.

Para que um diálogo investigativo aconteça de fato, o desafio apresentado pelo professor deve estar à altura das habilidades e experiências dos alunos no assunto. Uma tarefa pode ser muito complicada ou muito fácil. Um algoritmo pode ser muito difícil para ser empregado por alunos. "Ser capaz de desafiar nem demais nem de menos parece ser importante para a facilitação da aprendizagem" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 103). Mas, para isso, é necessária uma aproximação, alguma maneira de *estabelecer contato*.

Estabelecer contato, para quem se propõe a participar de uma atividade cooperativa, pode contribuir para criar uma sintonia com o colega e com as perspectivas dele. Assim, *estabelecer contato* é "*estar presente e prestar atenção* ao outro e às suas contribuições, numa relação de *respeito mútuo, responsabilidade e confiança*" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 106). Estabelecer contato envolve "questões investigativas, prestar atenção, [...], confirmação recíproca, apoio mútuo e bom humor" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 117). Podemos pensar o processo de estabelecer contato tanto como uma preparação para a investigação

quanto como uma atitude positiva no relacionamento entre os participantes, durante a cooperação, que os tornaria abertos à investigação.

Perceber significa "descobrir alguma coisa da qual nada se sabia ou não se tinha consciência antes. [...]. Perceber, dentro de um processo de cooperação, significa expor suas próprias perspectivas para o grupo no bojo do processo de comunicação. É um processo de *examinar possibilidades e experimentar coisas*" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 106). Assim, *perceber* acaba valendo-se de "indícios de investigação, curiosidade, questões ampliadoras e elucidativas, aproximação, questões de conferência, exames de possibilidade e questões hipotéticas" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 117). Desse modo, as *questões hipotéticas* podem ser vistas como indicadoras de certo grau de abertura e disposição para *perceber* novas possibilidades. *Perceber* significa aproximar-se de um assunto e insistir nele antes de rejeitá-lo, pensar detidamente sobre ele. Isso acontece, por exemplo, ao se questionar e examinar um algoritmo, mesmo que ele pareça inútil.

Quanto a *reconhecer*, vemos que "examinar perspectivas e ideias que foram percebidas abre caminho para que se *reconheça* uma perspectiva e a faça conhecida por todos os envolvidos na investigação" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 109). Com isso, *reconhecer* envolve "esforço de explicação e justificação e o delineamento de ideias matemáticas" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 117). Assim, pode-se aprofundar a investigação. Em Matemática, algumas vezes, podemos reformular e alterar os cálculos para poder *reconhecer* a natureza do problema, por exemplo.

Posicionar-se pode contribuir para a construção de uma perspectiva comum. *Posicionar-se* significa "dizer o que se pensa e, ao mesmo tempo, estar receptivo à crítica de suas posições e pressupostos" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 112). Nesse sentido, posicionar-se compreende fazer declarações ou apresentar argumentos, com o propósito de investigar conjuntamente um assunto ou uma perspectiva. *Posicionar-se* é crucial para "esgotar as possibilidades das justificações e está intimamente ligado a argumentação e observação" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 117). Dessa maneira, posicionar-se fomenta a investigação. *Posicionar-se* significa levantar ideias e pontos de vistas não como verdades absolutas, mas como algo que pode ser examinado. "Um exame pode levar a reconsideração das perspectivas ou a novas investigações. Defender posições significa propor argumentos em

favor de um ponto de vista, mas não a ponto de bater pé firme a qualquer custo" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 70-71).

Pensar alto significa "expressar pensamentos, ideias e sentimentos durante o processo de investigação" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 113). Expressar o que se passa dentro de si expõe as perspectivas à investigação coletiva, traz à tona o que estamos pensando, facilitando a investigação. *Pensar alto*, frequentemente, "surge na forma de questões hipotéticas e na manifestação de pensamentos e sentimentos" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 117). Essas atitudes costumam ser repetidas muitas vezes por alguns alunos, enquanto tentam resolver problemas ou exercícios que lhes são propostos. Além do mais, algumas questões hipotéticas costumam advir no *pensar alto*, fazendo com que a investigação seja melhor estimulada.

Reformular significa "repetir o que já foi dito com palavras ligeiramente diferentes ou com um tom de voz diferente. Um possível significado para reformular é *parafrasear*, que é dizer as mesmas coisas novamente, procurando focar os termos e as ideias-chave" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 114). *Reformular* pode ocorrer como "parafraseamento, complementação de meias-falas e manutenção do contato" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 117). Assim, *parafrasear* pode ser usado para confirmar o que se ouviu ou como um convite para uma reflexão mais profunda, por exemplo. Dessa maneira, podemos verificar se há um entendimento comum ou divergências que ainda precisariam ser superadas no processo investigativo.

Desafiar significa "tentar levar as coisas para uma outra direção ou questionar conhecimentos ou perspectivas já estabelecidos" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 115). Pode-se *desafiar* por intermédio de "questões hipotéticas, exame de novas possibilidades, elucidação de perspectivas, atingindo, assim, um ponto de inflexão na investigação" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 117). Logo, uma proposta defendida pode ser desafiada, por exemplo, através de questões hipotéticas.

Avaliar pressupõe "apoio, crítica e *feedback* construtivos" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 117). Na *avaliação*, vemos múltiplas formas podendo ser assumidas: correção de erros, crítica negativa, crítica construtiva, conselho, apoio incondicional, elogio ou novo exame. Ainda assim, é uma lista incompleta. Uma avaliação pode ser feita por terceiros ou pelo próprio indivíduo envolvido na atividade. Na avaliação, "os aspectos emocionais e

cognitivos do processo de investigação convivem lado a lado" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 117). *Avaliar* as perspectivas do professor e do aluno faz parte do processo investigativo. O objetivo não é estabelecer uma perspectiva "correta", mas chegar a um propósito comum para o processo de investigação.

Diálogo e Aprendizagem: expandindo definições!

Neste momento, queremos delimitar melhor algumas definições e conceitos, por exemplo, no que tange ao diálogo. De uma certa maneira, podemos dizer que o próprio Modelo-CI é todo ele permeado pelo diálogo. Mas, afinal, o que queremos dizer com diálogo? Basicamente, "entendemos um diálogo como uma conversação que visa à aprendizagem" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 119). Durante o processo de diálogo, as pessoas aprendem a pensar junto. Um diálogo busca "construir novos significados em um processo colaborativo de investigação" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 120). Dialogar, no contexto do diálogo e emancipação de Freire, é "uma forma humilde e respeitosa de cooperar com o outro numa relação de confiança mútua" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 120-121).

Dialogar também preconiza uma disposição para abrir mão de uma perspectiva, nem que seja por um breve instante. Expressar os pressupostos ou perspectivas é uma condição indispensável em qualquer investigação coletiva, mas colocá-los como algo inquestionável significa obstaculizar o diálogo. Abrir mão de pressupostos significa "estar disposto a analisar o que aconteceria *se* os pressupostos não fossem mantidos, mas abrir mão não quer dizer abandonar o pressuposto definitivamente" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 126). Nesse sentido, "abrir mão de pressupostos está intimamente ligado a 'posicionar-se', quando se diz o que se pensa não como uma verdade absoluta, mas como algo que está aberto a exame" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 126).

Qual o papel do professor no diálogo?

Mas e qual o papel do professor no diálogo? Para que um professor participe de um diálogo em sala de aula, ele não pode ter respostas prontas para problemas conhecidos (isso dificultaria o "diálogo legítimo"). Ter curiosidade a respeito do que os alunos fariam (demonstrar interesse) e estar disposto a reconsiderar seus entendimentos e pressupostos

(reavaliar) são requisitos fundamentais para a participação do professor no diálogo. Dessa maneira,

O maior ganho que o professor pode ter é que, ao observar, refletir e expressar sua visão de mundo em um processo cooperativo, ele pode mudar e vir a saber coisas de uma nova forma. Para os alunos, isso significa estarem prontos para abrir seu mundo a exploradores, entrarem em processos momentaneamente incertos e entenderem que não há respostas absolutas para suas questões (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 126-127).

Nesse sentido, vemos o diálogo como um "processo colaborativo de construção de perspectivas" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 127). Nele, podemos extrapolar todos limites, pensando em diversas possibilidades, para o que quer que imaginarmos...

Um diálogo é algo imprevisível. Não há respostas prontas para os problemas que se possam vir a apresentar. Elas surgem através de um "processo compartilhado de curiosa investigação e reflexão coletiva, com o propósito de obter conhecimento" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 128). Por ser imprevisível, significa que o diálogo nos desafia a experimentar novas possibilidades. E, com isso, vêm os riscos que vamos correr ao sondar e experimentar coisas ainda não testadas. O importante é entender que tais "riscos são uma parte intrínseca do diálogo, com suas consequências positivas e negativas" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 130). Para se construir uma perspectiva, muitas vezes, teremos de abrir mão de vários pontos de vista que tínhamos no início, o que mesmo assim não significa, necessariamente, chegarmos a um acordo no fim do diálogo. Entre outras coisas, o professor poderá atuar como um mediador ou mesmo como um participante ativo de um diálogo.

Professor Vs. Alunos?!

Em um diálogo, um participante não pode estar acima do outro. "Um diálogo não pode ser influenciado pelos papéis (e o poder associado a esses papéis) das pessoas que participam do diálogo" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 131). Mas como trazer isso para a sala de aula, onde os processos de ensino e aprendizagem estão visceralmente associados aos papéis de professor e aluno, em uma relação desigual? Pode haver diferenças entre alunos e professores, parecendo, às vezes, que a *igualdade* entre ambas as partes não possa ser estabelecida... No entanto, em um diálogo, devemos justamente observar que

[...] promover a igualdade não significa negar a diversidade e as diferenças. Ser igualitário significa saber lidar com a diversidade e a diferença, e a chave para isso é a justiça. Justiça não tem a ver somente com aspectos emocionais, ela também se refere à forma com que se lida com o conteúdo do diálogo. Por isso, promover a igualdade em um diálogo entre professor e alunos inclui lidar com a diversidade e as diferenças (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 131).

Ainda assim, note que "promover a igualdade" não significa, necessariamente, "promover o acordo". Em uma "conversação visando à aprendizagem", é natural que nem todos cheguem ao mesmo ponto, mesmo em 'igualdade' de condições para se discutir a respeito.

A forma de contato também é importante para que, em uma relação naturalmente desigual (Professor Vs. Alunos), a igualdade seja promovida. Para tanto, pelo menos três características nos parecem essenciais para que uma pessoa favoreça a aprendizagem da outra: coerência, empatia e consideração.

Ser coerente significa ser verdadeiro, sem máscaras nem fachadas. [...]. Empatia significa que o facilitador tenta entender a visão de mundo do interlocutor como se fosse a sua própria. [...]. A terceira condição é a consideração. A fim de que alguém seja capaz de prestar auxílio a outra pessoa, precisa aceitá-la e respeitá-la como pessoa. [...]. É importante para a relação que essas condições facilitadoras sejam experienciadas também pelo outro. Dessa forma, coerência, empatia e consideração podem proporcionar as condições para a promoção da igualdade, mesmo numa relação assimétrica, onde a forma do contato e a comunicação podem facilitar o processo de aprendizagem (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 132-133).

"Como fazer coisas com palavras"

Muitas coisas diferentes podem ser feitas por intermédio da linguagem. Para isso, há o pressuposto básico de que a fala inclui o ato. "Nós não apenas falamos através de palavras e frases, mas agimos também. Participar de um diálogo é também uma forma de ação e produção de significado mediante o uso da linguagem. Dialogar significa agir em cooperação. Pode-se fazer coisas dialogando" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 133).

Segundo o que vimos até aqui, podemos apresentar uma primeira caracterização de diálogo, resumindo o que discutimos a respeito das qualidades do diálogo: "*Dialogar compreende realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade*" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 134). Essas características do diálogo mostram algumas qualidades que foram identificadas idealmente. Já agora, podemos ampliar essa primeira caracterização...

Considerando que os elementos do Modelo-CI, todos eles, são exemplos de atos dialógicos, consequentemente, todos eles envolvem realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade. Logo, chegamos à "segunda caracterização de *um diálogo, ou seja, como um processo envolvendo atos de estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 135).

Feitas essas caracterizações, é importante considerar os cenários para investigação como auxiliares com vista a minimizar certas rotinas escolares e favorecer processos de investigação e diálogo. Mesmo assim, salientamos que "não consideramos o diálogo como uma solução universal para todos os problemas educacionais" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 138). Assim como já discutimos anteriormente, em seções desta mesma "Fundamentação Teórica", estando esse diálogo inserido no contexto educacional, e, por sua vez, lembrando que a Escola faz parte da sociedade, moldando-a e sendo, principalmente, moldada por ela, não podemos ser ingênuos a ponto de acreditar que uma medida puramente no âmbito escolar pudesse mudar e transformar todo esse contexto. Um trabalho em conjunto, em diferentes frentes (Educação Libertadora, conscientização, politização dos indivíduos), é necessário se quisermos pensar em uma efetiva transformação social:

Por um lado, aprender pode estar voltado para um propósito socioeconômico particular. O processo pode ter sido definido em função dos conteúdos e das competências exigidos pela sociedade "produtiva". Nessa linha, perspectivas econômicas ditam a maneira de avaliar o trabalho escolar. Por outro lado, aprender pode significar aprender para a cidadania; e cidadania exige competências que são importantes para uma pessoa participar da vida democrática e para desenvolver a cidadania crítica (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 140).

E, dentre as competências que são importantes para que uma pessoa participe da vida democrática, está a Matemática. A Matemática, em razão de sua estrutura lógica, foi construída com base em muita argumentação, sem nenhuma margem para dogmatismos. Assim, a "Matemática é uma área na qual somente argumentos convincentes conseguem sobreviver e, dessa forma, o pensamento matemático abre as portas para um tipo de raciocínio e de diálogo que caracteriza a democracia" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 140-141). Por estimular o uso de um raciocínio lógico, não aceitar argumentos que não sejam comprovados antes, e ter um caráter questionador em seu cerne, a Matemática poderia contribuir de maneira um pouco mais decisiva nos diálogos que caracterizam, ou ao menos deveriam, a democracia. Mais uma vez, faz-se a ressalva de cuidarmos para não sermos enganados e "acreditarmos nos números" cegamente, ainda mais com dados, tabelas, porcentagens e números sendo

disponibilizados a nós por uma grande mídia manipuladora de opiniões ou por mecanismos de pesquisa nem sempre tão confiáveis assim... Devemos estar sempre questionando! Essa "fé cega" nos números pode acabar se constituindo em uma ameaça ao desenvolvimento da cidadania, particularmente na assim chamada 'Era da Informação' (não necessariamente do conhecimento ou sabedoria!). De modo que,

[...] Estamos de acordo com a proposição de que a relação entre Educação Matemática e democracia é crítica. E se a Educação Matemática deve ser organizada para apoiar ideais democráticos, então se torna essencial rever e refazer todos os aspectos da Educação Matemática. Especificamente, torna-se essencial estudar o que se passa em sala de aula, na medida em que a sala de aula representa uma microsociedade, e não podemos imaginar uma educação para a democracia sem que valores democráticos básicos sejam aplicados de verdade em sala de aula. Isso significa que devemos examinar as relações entre professor e alunos, bem como a natureza do processo investigativo que eles vivenciam (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 142).

Portanto, se a aprendizagem crítica da Matemática deve apoiar o desenvolvimento da cidadania, então o diálogo deveria ter um papel fundamental na sala de aula. Dessa forma, uma teoria crítica da aprendizagem incluiria o diálogo como um conceito básico e naturalmente democrático.

Consideramos que a importância do ensino e da aprendizagem de Matemática dialógicos está associada à relação crítica entre Educação Matemática e democracia. *Ensino e aprendizagem dialógicos são importantes para a prática de sala de aula que apoia uma Educação Matemática para a democracia.* Consideramos que as qualidades de comunicação, associadas ao diálogo, constituem uma fonte de aprendizagem com certas qualidades, a que nós nos referimos como aprendizagem crítica de Matemática (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 142).

Dessa maneira, poder-se-á, finalmente, haver uma Educação constituída como um dos principais pilares para o pleno desenvolvimento de uma nação, fator preponderante para a constituição e organização social com menos desigualdades. Com possibilidades que propiciem o livre pensar, aliado à ampliação de um pensamento crítico, o Ensino de Matemática tem condições de prestar um importante serviço à construção da cidadania, contribuindo de forma decisiva na formação de seres humanos enquanto cidadãos críticos e conscientes de sua participação na sociedade.

3. METODOLOGIA

3.1 Uma breve Introdução... O nosso "*Cursinho Pré-Vestibular*" (CPV)

O que denominamos como “nosso modelo de cursinho” é, na verdade, uma proposta de ‘Cursinho Pré-Vestibular’ sob a perspectiva de integração entre diferentes áreas do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), em uma Escola Estadual da Rede Pública de Ensino do município de Porto Alegre, no estado do Rio Grande do Sul. Neste 'Trabalho de Conclusão de Curso' (TCC), analisamos algumas das atividades desenvolvidas durante o nosso projeto de um Cursinho, na tentativa de estabelecer as conexões pertinentes à teoria estudada no mesmo.

Contextualizando...

Em março de 2010, na cidade de Rio Grande, ocorreu o "1º Encontro Interinstitucional do PIBID", realizado na FURG (Universidade Federal do Rio Grande). Neste encontro, tivemos a oportunidade de trocar experiências com outros grupos PIBID, de outras Universidades do nosso estado, que seguem linhas de trabalho integradas, com práticas multidisciplinares.

Percebemos, naquela oportunidade, que o nosso trabalho, em geral, não era integrado com as diferentes áreas do PIBID da UFRGS. Então, um questionamento se fez necessário: Por que razões não preparamos um trabalho em conjunto com diferentes áreas do PIBID/UFRGS? A partir daí, foi dado o primeiro passo para a combinação com outros grupos PIBID da UFRGS para a criação do nosso *Cursinho Pré-Vestibular*.

Dessa maneira, começamos o primeiro momento de trabalho *integrado* e de conhecimento entre os bolsistas das áreas de Física, de Matemática e de Letras, procurando realizar reuniões periódicas para saber o que estaria sendo trabalhado nas outras áreas. Assim que as aulas do Cursinho fossem se desenvolvendo, estudaríamos sobre a possibilidade de uma integração cada vez mais crescente entre as diferentes áreas. Estas, a princípio, foram as ideias que tivemos, naquele momento.

Sobre a denominação “*Cursinho Pré-Vestibular*” (CPV)

O termo “Pré-Vestibular” foi utilizado para que, de fato, tivéssemos um grupo de alunos dispostos a participar dos encontros, já que se tratava de uma atividade não obrigatória na escola. O termo empregado atraiu vários alunos do Ensino Médio para nossas atividades. Entretanto, isso não significa que não daríamos atenção ao próprio exame vestibular. Durante o CPV, utilizamos questões da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e do Concurso Vestibular da UFRGS. A diferença é que estaríamos privilegiando a “qualidade” do ensino em detrimento da “quantidade”, sem nos preocuparmos com “decorebas”, “macetes” ou “fórmulas prontas” para a memorização da matéria.

Esta “qualidade” refere-se ao tratamento dos conteúdos de forma que os alunos consigam compreendê-los o máximo possível, como algo para a sua própria vida ou, pelo menos, que saibam utilizar os conceitos desenvolvidos em cada atividade. Pensamos isso com o intuito de que os discentes pudessem sair de nossas aulas com algum novo conceito matemático apreendido, e que fossem capazes de utilizar ou perceber, de alguma maneira, a Matemática estudada em relação direta com as suas vidas.

3.2 A Estrutura do Cursinho

O nosso Cursinho Pré-Vestibular possuía, em linhas gerais, as seguintes características:

- Os encontros com os alunos eram semanais (dois encontros de 1h30min, às segundas e quartas-feiras, das 15h30min às 17h);
- Os conceitos trabalhados eram escolhidos baseados nos fundamentos da Matemática (lógica, primeiras demonstrações, História da Matemática, etc.);
- Não possuíamos uma “grade de conteúdos” que teria de ser obrigatoriamente cumprida: os planejamentos ocorriam decorrentes do rendimento aula a aula dos alunos;
- Enfatizávamos conceitos não trabalhados durante as aulas regulares dos alunos;

- Procurávamos desenvolver, também, aplicações da Matemática a situações cotidianas;
- Priorizávamos a qualidade e o aprofundamento nos conceitos trabalhados, mais do que a quantidade de conteúdos.

Para nós, assim como já dito antes, “qualidade” inclui o tratamento dos conteúdos de forma que os alunos consigam compreendê-los o máximo possível, como algo para a vida ou que saibam utilizar os conceitos desenvolvidos em cada proposta, dentro das limitações de cada um. Pensamos isso a fim de que os estudantes pudessem sair de nossas aulas com algum novo conceito matemático compreendido, sendo ele obrigatório ou não no assim chamado "currículo convencional".

3.3 Dados da Pesquisa

Todo o material empírico utilizado para análise, neste trabalho, foi elaborado durante a realização do nosso projeto de CPV. A saber, tal material consta de planos de aula, listas e roteiros, relatórios, fotos, etc., como poderá ser observado durante o desenrolar destas páginas, com a reorganização do material prévio da coleta de dados.

Como foi feita a coleta de dados...

Quando pensamos em uma "estrutura" para o nosso CPV, tivemos algumas ideias postas em prática. Dentre estas, decidimos por realizar uma lista de chamada, a cada aula, para termos um controle mais efetivo da presença dos alunos, e também para sabermos melhor o que se passaria com aqueles que, porventura, viessem a faltar.

O planejamento das aulas dependia do rendimento dos alunos a cada encontro, de modo que, eventualmente, alterávamos o 'Plano de Aula' que havia sido pensado previamente. Se uma aula nos inquietasse de uma maneira diferente, ou caso os alunos demonstrassem não estar muito dispostos a lidar com determinado conteúdo, poderíamos mudar o foco da aula seguinte ou mesmo trocar totalmente a matéria! Desta maneira, queríamos que os próprios alunos nos ajudassem a conduzir o que estudaríamos, sempre pensando neles também como

agentes ativos do ensino, e não apenas como seres passivos à espera do mestre que viesse lhes "iluminar" com o "conhecimento universal de todas coisas".

Assim como elaborávamos Planos de Aulas, junto com alguns deles, tivemos listas de atividades, apresentando exercícios e demais propostas pensadas para aquele dia de aula.

Ao final de cada encontro, sempre realizávamos um "relatório" do dia, uma espécie de "diário de campo", no qual relatávamos as nossas impressões sobre a aula e como transcorreram as atividades desenvolvidas no momento, assim como algumas eventuais falas de alunos durante o processo.

Em parte das aulas, também registramos as atividades por meio de fotografias digitais, para que dispuséssemos desse registro futuramente.

A periodicidade dos encontros

A periodicidade dos encontros com os alunos era de duas vezes na semana: dois encontros de 1h30min, às segundas e quartas-feiras, das 15h30min às 17h. No total, foi de 19 o número de aulas do CPV, realizadas em uma janela de tempo entre 31 de maio de 2010 e 15 de setembro do mesmo ano. Em meados de setembro, depois de, aproximadamente, três meses de CPV, e com 19 aulas contabilizadas, encerramos o nosso projeto de Cursinho. Muitos alunos passaram a trabalhar no turno inverso das aulas regulares; outros, simplesmente deixaram de participar do Cursinho. Por esta diminuição abrupta do público, resolvemos concluir as atividades. Apesar disso, consideramos que, no período de atuação do Cursinho, obtivemos sucesso em relação ao que pretendíamos, com grande aceitação por parte dos alunos que mantiveram uma presença constante.

Os sujeitos analisados na pesquisa

Pois bem, mas quem, afinal, são os sujeitos de nossa análise? Basicamente, os sujeitos foram alunos do Ensino Médio de uma Escola Estadual da Rede Pública de Ensino de Porto Alegre. Havia estudantes dos três anos, mas a maioria era proveniente do terceiro ano do Ensino Médio.

Contudo, teremos de incluir mais dois personagens a ser analisados: o meu colega de curso, já formado atualmente, Bruno Marques Collares, a quem devo muito na realização de todo o CPV; e eu mesmo, na medida em que, junto com o Bruno, fomos nós que organizamos todas as aulas, planejamentos, listas, relatórios, etc., sendo que, agora, poderei olhar o que fizemos com um outro olhar, com outras perspectivas...

Sendo assim, selecionei, dentre as 19 aulas, seis delas que considereei mais interessantes para analisar na nossa pesquisa. Apresento, nos Anexos, os Planos de Aula, relativos a essas aulas, e as listas de atividades (quando houver) de cada uma delas. A partir deste momento, então, poderemos (re)ver um pouco do que foi feito naquela época do CPV.

4. ANÁLISE DOS DADOS

4.1 CPV - Aula 02: O "Varal dos Números Reais"

Na nossa segunda aula do CPV, pretendíamos estender a visão dos números reais através da comparação entre grandezas. Trabalharíamos com conceitos de comparação e mensuração por meio da localização dos números reais na reta real. Para isto, primeiramente foi sugerido aos alunos que colocassem em ordem uma pequena lista de números racionais. No segundo momento, os estudantes montariam o “varal dos números reais” (Figura 1). A atividade consiste no sorteio de cartelas contendo expressões que resultam em um número real qualquer, podendo ser inteiro, racional ou irracional. Este número resultante do sorteio é pendurado com um prendedor, em um barbante estendido, como se fosse um varal. Seguimos uma ordem crescente, da esquerda para a direita, assim como na reta real. Por exemplo: se tivéssemos os números '3' e '4', deveríamos dispô-los do varal de maneira que o '4' ficasse à direita do '3'; além disso, a partir de uma posição pré-estabelecida (arbitrariamente) para o número '0' ("zero"), dever-se-ia colocar o '3' a uma determinada distância do '4', de modo que a distância do '3' para com o '0' fosse três vezes maior (tentando-se, assim, manter uma proporcionalidade nas medidas).



Figura 1: Varal dos Números Reais

Durante uma conversa informal com os alunos, minutos antes de iniciarmos a atividade, notamos que eles se confundiam ao comparar números decimais contendo uma quantidade de dígitos distintos. Por exemplo, para a maioria deles, o número 0,9 era menor do que 0,75, pois “9 é menor que 75”, de acordo com eles. A partir desta constatação, iniciamos, na primeira parte da aula, uma conversa com a turma acerca desta comparação, de como podemos comparar números decimais a partir dos seus dígitos, mais especificamente, sobre a localização destes dígitos, se na casa dos décimos, centésimos e assim por diante. Este momento durou cerca de 10 minutos, e teve continuidade com uma pequena lista de números racionais, os quais eles deveriam ordenar. Os números trabalhados foram os listados a seguir:

$$7; -8; \frac{14}{3}; \frac{13}{2}; -\frac{2}{3}; -1; \frac{1}{3}; -\frac{2}{5}; -\frac{2^4}{3^3}; 0,637; -\sqrt[3]{64}; -1,2; -\sqrt{8+\sqrt{64}}; -5$$

Como possível consequência da recente conversa prévia, todos os alunos, sem exceção, transformaram os números fracionários em números decimais. Acreditamos que eles, ao se apropriarem de uma ferramenta de comparação assumida pelos próprios estudantes como “*mais fácil*”, preferiram simplificar seu trabalho, utilizando este método de comparação decimal, que não é único, mas que foi adotado por eles para que concretizassem a tarefa.

Inclusive, em outros momentos de atuação do PIBID-Matemática na escola, notamos a preferência acentuada dos alunos em comparar números em sua escrita decimal, ao invés de comparar as frações correspondentes. Este fato é certamente provocador, e poderia gerar ricas discussões.

O segundo momento da aula foi dedicado, de fato, ao varal dos números reais. Preferimos colocar para sorteio não somente números, mas também expressões numéricas e equações que resultassem em números reais. Por exemplo, disponibilizamos no saco para sorteio os números -2 e 4; mas também uma expressão envolvendo um triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras (Figura 2), que deveria ser utilizado para se calcular o valor para o lado desconhecido do triângulo. Com esta estratégia, os alunos poderiam descobrir qual número estava sendo pedido, estabelecer conexões entre diferentes matérias e conceitos matemáticos (Geometria, Trigonometria; ângulo, medida dos lados de um triângulo, catetos, hipotenusa) e discutir entre eles a posição do número no varal.

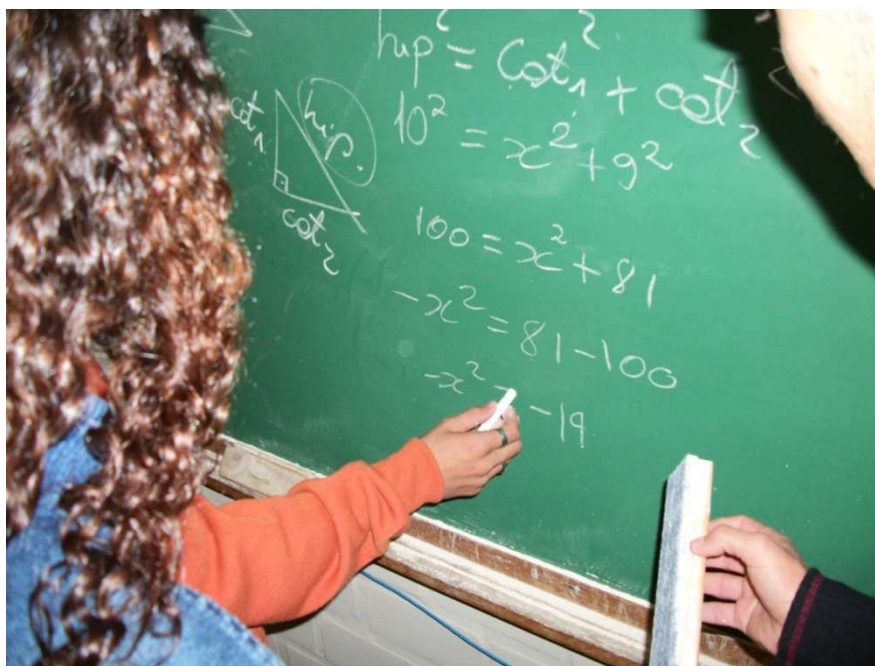


Figura 2: Teorema de Pitágoras

Os alunos foram incitados a utilizar apenas o quadro verde para descobrirem o valor, entre eles, sem precisar do auxílio dos professores. Eles poderiam, juntos em grupo, calcular o valor desconhecido.

Em certo momento, um dos alunos sorteou o símbolo $-\infty$ (“menos infinito”). Perguntamos a ele onde colocaria, e a resposta foi a seguinte: “*Lá na ponta da esquerda*”. Mas, logo replicamos: “*Quer dizer que ali é o local dele?*”, obtendo como resposta: “*Não! Acontece que a corda acabou ali, se ela fosse maior eu colocaria mais para a esquerda ainda!*”. Pareceu-nos, pela resposta dada, que este aluno havia entendido o que significava o símbolo de “menos infinito”. Claro que não podemos ter total certeza acerca disso, mas consideramos, naquela momento, satisfatória a sua resposta. Outro dado importante a ser destacado dessa conversa foi o fato de que o próprio estudante se expressou, ao justificar sua escolha, sendo ouvido também pelos colegas, possibilitando uma troca de experiências entre eles mesmos, na medida em que diálogos foram estabelecidos enquanto se tentava posicionar cada número encontrado.

Em outro sorteio, a expressão calculada resultou no número irracional $\sqrt{19}$ (Figura 3). Ouviu-se, entre os alunos, frases do tipo: “*Não existe!*”; “*Mas não é negativo o número dentro da raiz, a gente aprendeu que não pode ser negativo, então existe a raiz, porque o sinal do 19*

não é negativo!”. Demos mais um tempo para que eles discutissem. Mesmo com isso, não chegavam a um consenso. Neste momento, foi apropriado intervirmos na discussão. Indagamos sobre as raízes quadradas positivas dos números 16 e 25. A frase foi assim proferida por nós: “Qual é a raiz quadrada de 16?”; os alunos responderam, de prontidão, que era 4; em seguida, dissemos: “Qual é o próximo número que tem raiz quadrada inteira positiva?”. Após pensarem, por instantes, uma aluna disse que era o número 25. Depois deste comentário, replicamos: “Certo, vemos que 4 é a raiz quadrada positiva de 16; e que 5 é a raiz quadrada positiva de 25. O que vocês acham que dá a raiz quadrada de 19?”. Eles disseram que deveria ser um número com vírgula, entre 4 e 5, mas não se alongaram nas explicações, pois o tempo da aula havia terminado. Com isto, eles colocaram no varal a cartela na localização que acreditaram ser apropriada para o seu valor (aproximadamente, em uma posição entre 4 e 5).

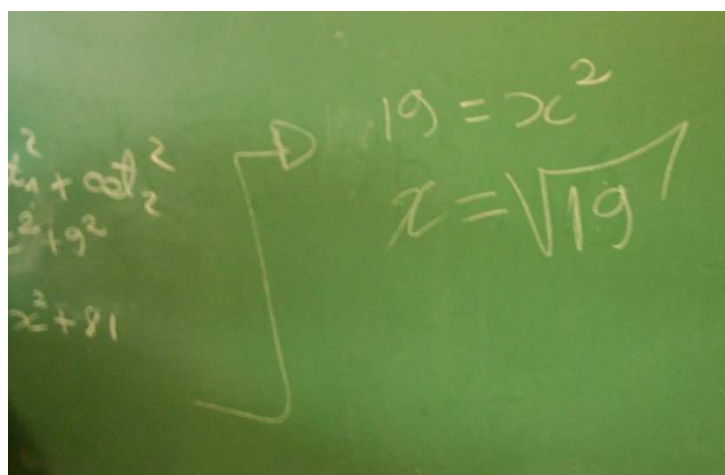


Figura 3: Número Irracional

Esse ponto da aula também foi provocante, pois possibilitou discutir, de forma mais aprofundada com a turma, as noções de aproximação de números irracionais a partir de números racionais, conceitos com os quais os alunos normalmente saem do Ensino Médio sem o entendimento que julgamos ser apropriado.

Houve outras expressões que os alunos resolveram no quadro antes de colocá-las no varal, mas as relatadas aqui foram as que chamaram mais a nossa atenção. Cerca de 10 pontos foram sorteados para o varal. Os alunos, ao final da aula, comentaram: “*Mas como passou rápido essa aula, vocês têm que sempre tentar levar a aula desse jeito, que não cansa!*”. Este

comentário foi um grande motivador para que continuássemos o Cursinho, e também um rico ensinamento para nossas experiências como professores.

Por outro lado, esse é um comentário um tanto quanto interessante, e que, na época, não nos fez pensar sobre uma outra coisa intrigante: Por que as aulas são tão cansativas para os alunos? Será que não há nada que possa lhes chamar a atenção? Deveríamos chamar a atenção deles?! Até certo ponto, acredito ser normal ficarmos cansados após algum tempo de trabalho mental/intelectual. No entanto, o que muitas vezes vemos, em sala de aula, são alunos desmotivados e sem interesse por aprender. A Escola é "chata", e um tédio para eles. Ou será que outros meios, como computadores, videogames e a própria rua, não constituem algo muito mais 'divertido' para esses alunos? O máximo que se consegue, às vezes, são apenas alguns poucos minutos de interesse. Em relação a isto, "gostaria de acentuar que a motivação tem que estar dentro do próprio ato de estudar, dentro do reconhecimento, pelo estudante, da importância que o conhecimento tem para ele" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 12). Se os estudantes não veem maiores motivos para estudar, se a vontade não partir deles, o aprendizado se torna muito mais difícil de se realizar. E não precisava ser assim! A Escola deveria ser um lugar para onde os estudantes fossem com prazer, com vontade, com disposição para aprendizados, para realizar descobertas... Afinal, acreditamos que "[...] ensinar e aprender não podem dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria" (FREIRE, 1996, p. 160). Então, quem está disposto a voltar a aprender?

4.2 CPV - Aula 03: Porcentagem e Proporcionalidade

Nesta aula, planejamos trabalhar com os alunos uma lista contendo questões do Concurso Vestibular UFRGS 2008. Os assuntos de tais questões envolviam porcentagem, expansão decimal de um número real, proporcionalidade (regra de três), notação científica, além de um último desafio extra. Marcaram presença neste encontro apenas dois alunos do grupo inicial. Ficamos sabendo que, na aula anterior, de Física, a turma contava com quatro alunos. Assim, perguntamos: Por que os alunos estão deixando a escola neste intervalo de tempo entre a aula anterior e a nossa? Esse foi um fato que se repetiu algumas vezes, até o término das atividades do CPV.

A lista preparada era composta de duas páginas. Optamos por dar aos alunos apenas a primeira delas, em um primeiro momento. Assim que eles receberam a folha, começaram a tentar resolver as duas questões que nela existiam, relativas à porcentagem. Após alguns minutos, constatamos uma certa dificuldade da parte deles em resolver as questões. Assim, fomos ao quadro para tentar “esboçar” um início de resolução e motivar os alunos a resolver e entender o que estavam fazendo. Faz-se necessário ressaltar que, aparentemente, havia uma grande dificuldade dos alunos com as noções mais básicas de porcentagem. Eles demonstraram dificuldade em dizer quanto seria 25% de R\$ 100,00, por exemplo; até quando questionados sobre 50% de algo, a resposta não vinha de maneira tão natural, demonstrando não terem familiaridade com o conteúdo. Interessante notar que dois alunos do grupo acertariam as duas questões no “chute”, segundo o que eles disseram. Após verem as respostas dessas questões, eles teriam dado um “chute consciente”, com alguma base matemática.

Estimativa Vs. "Chute"

Em relação à porcentagem, não poderíamos nos abster de trabalhar este conteúdo considerando também as estimativas que podem ser feitas. Por exemplo, em uma outra aula, distribuímos aos alunos uma lista contendo problemas de porcentagem. Os alunos não encontraram grandes dificuldades, ao contrário, mostraram-se bem objetivos na hora de resolver os problemas. Porém foram diagnosticados alguns pequenos equívocos na interpretação de alguns números obtidos. Um exemplo foi o de um aluno que calculou “17%

de 1356”, e encontrou um número menor do que 100. Mas um fato nos surpreendeu: a atitude de um colega dele ao ver aquele número como resultado. Sua reação foi a seguinte: “*Vem cá, como é que 17% de um número vai dar um número tão pequeno? 10% é 135,6, então 17% é mais que isso*”. O aluno que havia feito replicou, dizendo: “*É verdade, eu nem tinha percebido isso, vou ter que arrumar. Às vezes eu nem preciso calcular tudo, dá pra ver e ter uma idéia por cima*”. Ou seja, ele, provavelmente, quis se referir ao ato de se “*estimar*” uma resposta razoável. Apesar de ser considerada uma área “*exata*”, a estimativa faz parte da Matemática, no sentido de que podemos conjecturar hipóteses para nos certificarmos de que as nossas suposições ao menos façam o mínimo sentido. Aliás, as pessoas fazem isso com recorrência em suas vidas, pois têm de estar sempre comparando preços, estimando horários/tempos, pensando em possibilidades...

"Pra que vou usar isso na minha vida?"

No entanto, apesar da dificuldade na primeira página, a segunda página da lista foi relativamente mais tranquila para os alunos. Mesmo que houvesse muitos erros, eles conseguiram responder e elaborar uma resposta baseada em conhecimentos anteriores. Pudemos notar, segundo relatos observados, que o grupo nunca havia feito a transformação para a forma de fração de um racional escrito na forma decimal, com período definido e diferente de zero, por exemplo: $0,333... = 0,\bar{3} = \frac{1}{3}$. "Mas como encontrar a fração geradora da dízima periódica?" Isto eles nunca tinham feito! Trabalhamos esta parte com eles, a qual acabou por se tornar um momento bem interessante da aula, no qual conseguimos prender e perceber o interesse deles. Nesse sentido, temos a impressão de que "a intenção da ação está presente na própria ação" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 48). Desta maneira, os alunos não teriam que "encontrar uma razão para aprender antes de se deixarem envolver na aprendizagem. As intenções [de se fazer algo] têm de estar presentes no próprio processo de aprendizagem" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 48). Ou seja, muitas vezes, encontraremos dificuldades em conseguir motivar os alunos o suficiente para que demonstrem interesse por determinado assunto. Mas isto não deveria impedir o seu envolvimento no processo de aprendizagem! Falando assim, parece ser uma coisa simples, talvez até fácil de se constatar, mas não é. Afinal, um aluno pode muito bem pensar: "Por que eu tenho de aprender isso, se nunca vou usar na minha vida mesmo?".

O que acontece é que eles, em geral, não percebem que não é tudo o que aprendemos na Escola que será, de fato, utilizado diretamente na nossa vida. Quem, no futuro, pensa em seguir carreira acadêmica em alguma área das "Exatas", certamente não precisará estar tão familiarizado com as épocas históricas, com os gêneros literários, nem precisará saber o que são os benditos dígrafos! Ainda assim, ter estudado História, Literatura, Português, Geografia, Filosofia, Sociologia, etc., certamente poderá ajudar aquele que precise escrever um texto acadêmico, ou dar um toque mais narrativo-descritivo, ou dissertativo-argumentativo, dependendo de qual seja a proposta do texto a se escrever. E isso que nem mencionamos a importância das línguas estrangeiras na comunicação, na economia, na política, na cultura e na própria Universidade. Por outro lado, quem se decide por uma carreira na área de "Humanas" (quem inventou estes termos, com essa diferenciação?! Afinal, a área das "Exatas" também foi desenvolvida pelos humanos, não é mesmo?) também precisará ter noções de Matemática, Física, Química, Biologia, etc., seja para saber se não foi logrado no seu troco ou para fazer estimativas sobre qual seria a melhor compra a ser realizada, seja ela à vista ou a prazo. Além disso, saber interpretar dados estatísticos, tabelas e gráficos pode ser muito útil para não cairmos em notícias tendenciosas que queiram nos vender. Vou lhes dar um exemplo...

Não acreditar em tudo que nos falam...

Há um tempo, notei que alguns meios de comunicação empregavam maior atenção ao aumento do número de acidentes e mortes no trânsito, em especial, aos que envolviam motos. Então, pude perceber tabelas, gráficos e demais dados sendo disponibilizados para que nos "convencêssemos" de que o número de acidentes com tais veículos realmente havia aumentado em uma proporção muito maior do que aos acidentes apenas com carros. Porém, há um dado que não me lembro de alguma vez ter sido comunicado por essa mídia: o quanto a frota de veículos havia aumentado. Por exemplo, se os acidentes com vítimas de moto dobraram nos últimos 3 anos, mas a frota destes veículos aumentou 5 vezes, será que, proporcionalmente, o número de acidentes com tais veículos realmente aumentou? O que era disponibilizado se restringia apenas a valores absolutos, e é natural que estes tenham se elevado, na medida em que a frota de motos havia crescido muito mais. Se aumentarmos em demasia a frota total de veículos de uma cidade, uma primeira estimativa que se espere é que os acidentes aumentem (além dos engarrafamentos...). Então, qual era o objetivo da mídia, naquela época, em evidenciar apenas os acidentes envolvendo motociclistas? E outra, eu

ficaria assustado de verdade se os acidentes com carros é que fossem sempre os mais violentos. Pois, se uma pessoa dentro de um carro que, teoricamente, teria uma proteção muito maior do que em uma moto consegue sofrer acidentes piores, então acho que teríamos de rever alguns conceitos... De qualquer maneira, é importante questionar os números também, questionar as pessoas, não tornar uma opinião, não importa de onde vier, como algo que devesse ser considerado a mais "pura verdade", que fosse "absoluta", e que o nosso pensamento não pudesse estar imerso em erro. O importante é atentarmos que:

Quem observa o faz de um certo ponto de vista, o que não situa o observador em erro. O erro na verdade não é ter um certo ponto de vista, mas absolutizá-lo e desconhecer que, mesmo do acerto de seu ponto de vista é possível que a razão ética nem sempre esteja com ele (FREIRE, 1996, p. 15-16).

É muito fácil manipular as informações, disponibilizando às pessoas apenas aquilo o que se queira que acreditem. Por isso, desenvolver a criticidade dos alunos não pode ser relegada a um segundo plano dentro do contexto educacional.

Tentando entender a "lógica das coisas"

A questão de notação científica também teve o seu destaque, com algumas perguntas do tipo: "*Um bilionésimo vem de bilhão?*". É precisamente nestas partes da aula que sempre tentávamos fazer com que os alunos estabelecessem alguma lógica, alguma relação entre as coisas. Por exemplo, na Matemática, ainda que consideremos só os conteúdos ditos de Ensino Médio, poderíamos listar uma quantidade bem extensa de fórmulas e resultados, se assim o quisermos. No entanto, se conseguirmos estabelecer as conexões existentes entre os conteúdos, e entre as fórmulas mesmo, veremos que, talvez, apenas uns 10% ou um quinto de tudo aquilo realmente precisará estar bem assimilado por nós (não cheguei a pensar detidamente sobre isso, apenas me permiti fazer uma 'estimativa'). O restante, com um pouco de raciocínio empregado sobre, poderá vir em decorrência dos resultados anteriores. A preocupação com as definições e conceitos é algo que costuma permear qualquer explicação que me seja solicitada por um aluno, muito mais do que uma fórmula ou um método de "como se fazer". Acredito que, com uma base matemática bem constituída, os alunos teriam mais facilidade em estabelecer as ligações e entender melhor a lógica de como uma teoria é construída na Matemática. E isso, por fim, ajudá-los-ia a compreender, desenvolver e aplicar os seus aprendizados em diversos campos do conhecimento.

A última questão da lista era um desafio: “Absurdos Matemáticos”. Este era elaborado por meio de uma pergunta intrigante: “ $2 + 2$ é igual a 5 ???”. Através de alguns “malabarismos algébricos”, as contas realizadas tentavam induzir os alunos a uma possível resposta afirmativa para a sentença anterior, contrariando toda uma vida de estudos da parte deles. “*Mas como?!*”. Bem, havia um “pega-ratão” no meio das operações. Era exatamente isso que eles teriam que se dar conta. Este foi um problema que, infelizmente, acabamos não explorando tanto com os alunos. Ele enfatizava as relações que podemos (ou não) fazer enquanto estamos operando uma equação. O objetivo, aqui, era puramente matemático: avaliar o entendimento dos alunos quanto às operações necessárias à resolução de uma equação qualquer.

Para a próxima aula, o planejado visava manter os assuntos trabalhados nesta. As questões seriam retiradas da OBMEP 2009, desta vez. Possivelmente, retomariamos com dúvidas passadas ou mesmo com correções dos exercícios já feitos pelos alunos.

4.3 CPV - Aula 04: Problemas Matemáticos

O planejado, para esta aula, era continuar trabalhando com os alunos questões sobre posição relativa entre três números racionais, proporcionalidade (regra de três), sistemas lineares e raciocínio lógico. Desta vez, retiramos algumas questões da OBMEP 2009. Ao final da lista (de uma página), encontrava-se um pequeno texto contendo alguns fatos históricos relativos ao número π .

Um pouco mais sobre Currículo...

Neste encontro, seis alunos compareceram: cinco do grupo inicial (todos do 3º ano do Ensino Médio) e uma nova aluna (do 2º ano do Ensino Médio). Soubemos que, na aula anterior de Português, a turma contava com 11 alunos. Sendo assim, perguntamos novamente: Por que os alunos estão deixando a Escola neste intervalo entre a aula anterior e a nossa? Cansados das aulas, de nós ou da Escola? Mais tarde, percebemos que, aparentemente, a chuva afastava os alunos. Sempre que estava chovendo, notamos que menos estudantes compareciam à aula.

Este é um dos assuntos que frequentemente estava nos diálogos do grupo de professores do Cursinho: a pouca presença dos alunos. Mesmo que, porventura, não seja da cultura desses alunos a valorização da Escola, ainda assim nós insistíamos em querer que eles tivessem uma maior presença em nossas aulas. Esse tipo de acontecimento nos fazia até repensar se valia a pena irmos à escola em vésperas de feriado (como o que ocorreu em uma aula).

De qualquer maneira, hoje podemos afirmar: não desistiremos tão facilmente deles! E eles [os alunos], esperamos, um dia entenderão os nossos motivos para sermos, muitas vezes, “chatos”, “rabugentos”, “implicantes”, etc. É que acreditamos no potencial deles, levando-os a sério, sim! Às vezes, temos a impressão de que:

O sistema escolar convenceu muitos estudantes de que a escola não os levava a sério e, por isso, deixaram de ser sérios na escola. Certos estudantes não conseguem superar o desgosto que adquiriram com o trabalho intelectual na escola (FREIRE; SHOR, 1986, p. 22).

E, então, o reflexo é que os alunos acabam não levando a Escola a sério. Além disso, vemos que há tempo os estudantes estão acostumados com uma aprendizagem passiva, o que pode fazer com que alguns deles pensem que não temos o direito de lhes fazer exigências nem críticas. Contudo, uma sala de aula que se diga "libertadora" deve ser exigente, e não permissiva. Exige que você pense sobre as questões, escreva sobre elas, discutindo-as seriamente. Não se pode querer fugir desse papel, como um professor questionador. Por outro lado, temos em mente as metas dos estudantes em relação à formação profissional, com a sua futura inserção no mercado de trabalho.

Tanto o educador tradicional como o libertador não têm direito de desconhecer as metas dos estudantes de receber formação profissional e adquirir credenciamento para o trabalho. Nem podem negar os aspectos técnicos da educação. Há uma necessidade real de especialização técnica, de que a educação, de uma perspectiva tradicional, ou libertadora, deve tratar. Além disso, a necessidade de formação profissional dos estudantes a fim de se qualificar para o trabalho é uma exigência real sobre o educador (FREIRE; SHOR, 1986, p. 47).

No entanto, essa "necessidade de formação profissional" dos estudantes parece, em alguns casos, fazer com que os professores se preocupem demais com apenas o cumprimento do currículo, esquecendo do questionamento social. O educador tradicional e o educador democrático têm ambos de ser competentes na habilidade de educar os estudantes quanto às qualificações que os empregos exigem. Entretanto, enquanto o educador tradicional faz isso com uma ideologia que se preocupa com a preservação da ordem estabelecida, "[...] o educador libertador procurará ser eficiente na formação dos educandos científica e tecnicamente, mas tentará *desvendar* a ideologia envolvida nas *próprias* expectativas dos estudantes" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 47). E, para 'desvendar' as ideologias envolvidas na Educação, nada melhor do que entender e perceber o currículo de outra maneira...

O currículo padrão, o currículo de transferência é uma forma mecânica e autoritária de pensar sobre como organizar um programa, que implica, acima de tudo, numa tremenda falta de confiança na criatividade dos estudantes e na capacidade dos professores! Porque, em última análise, quando certos centros de poder estabelecem o que deve ser feito em classe, sua maneira autoritária nega o exercício da criatividade entre professores e estudantes. O centro, acima de tudo, está comandando e manipulando, à distância, as atividades dos educadores e dos educandos (FREIRE; SHOR, 1986, p. 52).

Esse currículo tradicional, que encontramos no âmbito educacional, costuma ser muito restritivo. Aliás, na maioria das vezes, as disciplinas são organizadas em "grades

curriculares". *Grades* curriculares! O que é isso, uma espécie de prisão?! Até parece ter sido inventado por um carcereiro... Não é à toa que a criatividade e capacidade de estudantes e professores seja subestimada e subdesenvolvida por esses currículos. O que acaba acontecendo é que

[...] eles [estudantes e jovens professores] estão tão acostumados a obedecer a ordens que não sabem como ser responsáveis pela própria formação. Não aprenderam como organizar sua própria leitura da realidade e dos livros, entendendo o que leem criticamente. Por serem dependentes da autoridade para estruturar seu desenvolvimento, automaticamente pensam que a educação libertadora ou dialógica *não* é rigorosa, por exigir deles que participem da própria formação (FREIRE; SHOR, 1986, p. 52).

O currículo, aqui, atua como a "autoridade" a quem os professores e alunos se tornam dependentes. Desta maneira, mesmo quando pensamos em uma Educação Libertadora, questionadora das coisas e do mundo, é difícil de se conseguir que haja um envolvimento deles, participando da própria formação. Ficar "sentado e esperando", apenas obedecendo ordens, é muito mais cômodo e dá menos trabalho do que se tornar um 'ser questionador' que pense e critique a disposição das coisas como não sendo "naturais" e "inquestionáveis". Segundo a forma tradicional de ensino, "a realidade não está aí para ser interpretada ou mudada, mas para ser descrita, observada" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 55). E é este pensamento que temos de mudar!

Não podemos nos esquecer de que "[...] o currículo escolar é também uma invenção social - que, aliás, não tem mais do que quatro séculos de existência. É por isso que qualquer mudança ou reforma curricular é, quase sempre, difícil e envolve tantos conflitos (conceituais, práticos, legais, etc.)" (VEIGA-NETO, 2001, p. 46-47). Deste modo, sendo uma "*invenção social*", temos de ter a noção de que as disciplinas não estiveram sempre organizadas da forma com estão agora!

[...] A distribuição dos conhecimentos em categorias hierarquizadas - as quais denominamos disciplinas - não resulta de alguma propriedade natural desses conhecimentos, alguma propriedade que estaria desde sempre entranhada nos saberes. Ao contrário, o arranjo dos saberes em disciplinas resulta de processos sociais, em que entram em jogo mecanismos complexos de valorações e distribuições simbólicas, legitimação, exclusões, distinções, etc. Em outras palavras, as disciplinas não nascem naturalmente; elas não são descobertas ao longo de um suposto avanço do conhecimento humano. Elas são inventadas; elas servem para que, entre outras coisas, se possam dar sentidos ao mundo (de uma determinada maneira) e para que cada um possa dar um sentido (de pertencimento, identitário) a si próprio. O curioso é que o próprio processo de invenção se dá de maneira a

ocultar o fato de que ele não é natural, isto é, que é um processo de natureza social e, por isso é, até certo ponto, arbitrário (VEIGA-NETO, 2001, p. 46).

Por mais que haja um currículo a ser cumprido (ou conteúdos a serem "vencidos" pelo professor), certas alterações serão muito mais importantes (e pertinentes!) para alguns alunos do que toda uma carga curricular que, talvez, acabe não servindo para praticamente nada em sua vida futura ou mesmo profissional. É claro que não devemos desconsiderar tudo o que foi construído, simplesmente "jogando no lixo" todas as conquistas e mudanças curriculares realizadas até hoje. Antes de qualquer alteração mais radical, uma análise minuciosa e precisa do tema pode se mostrar mais prudente. Não obstante...

Há toda uma divergência de pontos de vista e opiniões que acaba por tornar o currículo um cenário de tantas disputas, brigas e conflitos, sem que isso tenha um fim aparente. Parece-nos que o máximo que podemos tencionar a fazer são concessões estabelecidas por meio de diálogos. Qualquer empreitada para além disso poderá sinalizar em erro ou equívoco da nossa parte. Reconsiderar a tradição, valores antigos e a própria moral!

Quem sabe sermos um pouco "imorais" também, não no sentido de ausência de qualquer valor, mas no sentido de *desconfiança* de toda moral baseada *no absoluto, no universal e na natureza*. A "naturalização" de toda e qualquer teoria como universalmente aceita e válida deveria ser rejeitada e vista com olhos atentos, desconfiados e em constante vigilância! Acabamos acreditando que as coisas "são como são"; 'sempre foram assim'; que não podemos fazer nada para mudá-las; e que não podem ser de outra maneira.

O currículo, com suas intrínsecas *teorias do currículo*, é um plano de grandes disputas, precisamente por envolver questões sobre relações de poder. É ele quem legitima o que um professor poderia ou não trabalhar em sala de aula. É ele quem dita as regras de conduta. É ele quem... Espere um pouco! Mas quem fez/faz o currículo? Ou ele "caiu do céu", como um milagre em que deveríamos acreditar? Por que esse tipo de currículo e não outro? Por que *isso* e não *aquilo*?

Por quê? Por quê? Por quê? Que jamais cessem "os porquês"! Tanto os de grafia junta como os que escrevemos de forma intermitentemente separada!

Acertar é o mesmo que entender?

Os alunos começaram tentando resolver a lista. No primeiro exercício, sobre a posição relativa de racionais na reta numérica, não houve maiores dificuldades, mesmo que os alunos nem sempre acertassem a resposta correta.

Já o segundo item foi bem interessante. Alguns do grupo conseguiram chegar à resposta, mas de uma maneira “irrefletida”, sem pensar no que fizeram ou a razão de aquilo estar ou não certo. Este segundo exercício poderia ser resolvido em duas partes, ou seja, não era algo que eles pudessem fazer “direto”, apenas aplicando um único conhecimento que estivesse em suas mãos. Esta questão envolvia relações de massa e volume. Alterações de áreas provocariam alterações no volume que, por sua vez, influenciariam na massa final. Pudemos perceber certa dificuldade para que os alunos resolvessem essa questão e explicassem ela de modo convincente.

Este segundo problema foi retirado de uma prova da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas). O desafio era o seguinte: *“Um bloco de folhas retangulares de papel pesa 2 kg. Outro bloco do mesmo papel tem o mesmo número de folhas que o primeiro, mas suas folhas têm o dobro do comprimento e o triplo da largura. Qual é o peso do segundo bloco?”*. A maioria deles simplesmente escreveu “**2.2.3**”, realizando uma multiplicação simples, talvez sem perceber o significado desta multiplicação. Isto foi percebido por nós, pois perguntamos a eles, no dia em que realizavam o exercício, o motivo de terem chegado a este produto. Suas respostas eram, basicamente, uma síntese de: *“Ai professor, se tem 2 kg, dobrou o comprimento e triplicou a largura, é só multiplicar 2 por 2, e depois por 3”*; assim, obtiveram a alternativa correta, que resultaria em 12. Por esta razão, escolhemos essa questão para refazê-la com os alunos na aula seguinte. Por exemplo, se a altura também variasse, o problema seria de simples multiplicação direta? E se, ao invés de aumentarmos a altura, aumentássemos o número de folhas (o que, indiretamente, aumentaria a altura), será que o resultado seria similar? Enfim, independentemente da necessidade ou não deles saberem os porquês destes raciocínios, pareceu-nos prudente que esclarecêssemos isso com a turma. A nossa dúvida, naquele momento, havia sido: *“Ok, eles acertaram. Mas será que realmente entenderam?”*. Queríamos evitar, com isso, que eles se preocupassem apenas em acertar as questões, seja da forma que fosse, sem entendê-las de fato.

Sobre o Cálculo Mental

A terceira questão era relativamente simples, com apenas alguma aritmética elementar envolvida (multiplicação, adição, divisão). Foi um exercício interessante para fazer os alunos treinarem o exercício do cálculo mental. Também, ressaltamos maneiras de se efetuar uma multiplicação ou divisão por 5 (multiplica por 10 e divide por 2; ou, multiplica por 2 e divide por 10, respectivamente). Analogamente, podemos fazer uma divisão por 4 ou 8 através de divisões sucessivas por 2, o que é relativamente fácil de se obter por meio de um cálculo mental. Neste ponto, estávamos justamente priorizando o cálculo mental dos alunos. Às vezes, encontramos turmas que estão acostumadas a não fazer cálculo algum de cabeça, utilizando lápis, caneta ou outros meios para esse fim. Há ainda grupos que usam apenas a calculadora! Obviamente, não condenamos o uso desta tecnologia, assim como muitas outras, mas existem momentos em que se deveria exercitar o raciocínio dos alunos para os cálculos mentais também (eles são parte integrante da Matemática!). Caso contrário, praticamente tudo aquilo que já falamos sobre estimativas, por exemplo, acaba perdendo o seu valor.

Diminuindo a distância entre os conceitos e a realidade

A quarta questão foi particularmente interessante. Era uma questão que seria resolvida facilmente com a resolução de um sistema linear de duas equações e duas incógnitas, o qual poderia ser construído pela orientação do problema. Porém, como os números envolvidos nas respostas eram relativamente baixos (entre 05 e 11), o problema permitia que fosse resolvido pelo método da “tentativa e erro”. Desta maneira, foi justamente assim que os alunos resolveram. Interessante notar que, ao afirmarmos que eles haviam resolvido por este método, os mesmos responderam que “não!”. Eles disseram que “fizeram da maneira certa”. Aparentemente, entenderam a nossa afirmativa em algum outro sentido...

Nesta questão, tivemos uma preocupação em começar pela compreensão dos alunos do seu próprio ponto de vista, de como o raciocínio era expresso por eles. Tentamos usar a linguagem de forma concreta, a fim de diminuir a distância entre os conceitos e a realidade.

Precisamos partir das percepções do aluno, sejam eles camponeses em uma atividade educacional informal, operários, ou sejam estudantes universitários, não importa. Temos que partir de seus próprios níveis de percepção da realidade. Então, isso significa que temos que começar a partir da linguagem *deles* e não da *nossa*

linguagem. Porém, partindo de sua linguagem, de seus níveis de percepção e conhecimento da realidade, procuramos, com eles, atingir um nível de compreensão e expressão da realidade muito mais rigoroso (FREIRE; SHOR, 1986, p. 92-93).

Ao partirmos das percepções dos alunos, não queremos nos tornar "simplistas" no tratamento da informação junto a eles. Isso, possivelmente, significaria partir do princípio de que *eles* seriam inferiores a *nós*. Assim, agiríamos como se os alunos fossem incapazes de nos compreender, e não é isso o que pensamos! Temos que ser diferentes...

Temos que ser simples. Simplicidade, porém, não significa caricaturar os alunos como se fossem simplórios. Ser simples é tratar o objeto com seriedade, com radicalismo, com profundidade, mas de forma suficientemente fácil para que seja apreendida pelos outros, cuja experiência intelectual é diferente da nossa (FREIRE; SHOR, 1986, p. 95).

Assim, após tentarmos entender o que os alunos haviam feito, desvendando o seu raciocínio, procuramos ser mais rigorosos. Começamos a resolver o sistema que seria encontrado na questão, mas apenas um dos alunos se mostrou extremamente interessado, permanecendo ao lado dos professores, observando e perguntando avidamente. Os outros pareciam não querer aprender pela maneira dita mais "eficiente", contentando-se pela sua própria. Advertimos a turma que, se estivessemos trabalhando com números, por exemplo, na casa das centenas, a questão poderia se tornar por demais trabalhosa, e que apenas a resolução por meio de um sistema linear de equações se mostraria *rápida e eficiente*. Mesmo com isso, não conseguimos despertar o interesse deles, naquele instante. Eles acreditavam saber como resolver o problema! Acredito que, a partir do momento em que alguém pense realmente saber tudo a respeito de algo, de alguma maneira se torna um pouco resistente a tentar "reaprender" esse algo, ou a vê-lo sob outras perspectivas. Talvez, seja isso o que tenha ocorrido com os alunos, naquela ocasião. Ou então, será que o simples fato de terem chegado à resposta teria feito com que não se preocupassem mais com o problema, querendo apenas passar ao próximo exercício? São alguns questionamentos que, naquela vez, passaram em branco, despercebidos por nós.

O bom de se trabalhar em dupla...

A quinta e última questão era sobre um campeonato de futebol um tanto irreal, temos de admitir. Podemos dizer isso baseado nas regras da competição que eram apresentadas no problema. Ainda assim, ele próprio se constituía em um belo problema de raciocínio lógico,

sendo necessário estabelecer a relação fundamental entre as informações dadas e a pergunta feita.

O bom de se trabalhar em dupla, no caso, o meu colega Bruno e eu, é podermos lançar mão de uma estratégia: dividir a turma, em alguns momentos, para tentarmos atender melhor aos alunos, auxiliando em seu raciocínio. A nossa sala de aula (Figura 4), inclusive, era propícia às ideias que, eventualmente, colocávamos em prática. Com isso, buscamos sempre extrair deles as ferramentas necessárias para chegarmos a uma boa resolução, em cada caso. Avaliamos as perspectivas deles e as nossas, não com o intuito de, necessariamente, estabelecer uma perspectiva "correta", mas de se chegar a um propósito comum nesse processo de investigação:

Isso não quer dizer que "tudo está certo". A questão de que está "certo" ou "errado" não pode prevalecer no processo de investigação. Nessas bases, aluno e professor podem avaliar suas perspectivas e talvez até discutir o que o aluno aprendeu ao receber e responder desafios (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 72).



Figura 4: Sala de Aula do CPV

Desse modo, estreitamos as relações entre professor e alunos, contribuindo mais significativamente na aprendizagens de ambos. Além do mais, acreditamos que "[...]

qualificar a comunicação aluno-professor em termos de cooperação [...] traz novas qualidades ao processo de aprendizagem (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 49). Cooperação que, no trabalho em equipe, traduz-se em maiores aprendizados.

Esse nosso trabalho, em dupla, possibilitava um acompanhamento mais próximo de cada um dos estudantes. Por exemplo, desde as primeiras aulas, percebemos que um dos alunos estava se saindo, em geral, melhor do que os outros para as atividades propostas por nós. Aliás, este foi um aluno muito aplicado, para o qual chegamos a pensar em atividades diversificadas, extras, para que ele não ficasse apenas trabalhando sobre o que era realizado no Cursinho. Fizemos isso devido à possibilidade visível de exploração desse aluno, e também pelo interesse demonstrado, da parte dele. A propósito, isso não significava que não estávamos preocupados com o restante da turma. O que queríamos era somente que eles tivessem a oportunidade de desenvolver as suas capacidades ao máximo. Como fazer isso? Bem, não sabemos ao certo... Mas estávamos tentando!

Por último, tínhamos o texto sobre o número π ("Pi"), trazendo um pouco de 'História da Matemática'. Infelizmente, nesta aula não houve tempo para comentarmos nada a seu respeito, ficando apenas como leitura complementar.

Para a próxima aula, pensávamos em retomar o assunto de porcentagem. No entanto, desta vez faríamos isso de forma mais lenta e gradual, como se fosse a primeira vez que os alunos estivessem vendo esse conteúdo. Este, a princípio, era o nosso intuito, pois temos a impressão de que o grupo apresentava ainda muita dificuldade em porcentagem, o qual julgamos ser um conteúdo de suma importância na Matemática do Ensino Médio (assim como para uma melhor inserção social).

4.4 CPV - Aula 07: Um Problema de Raciocínio Lógico - “Os Chineses e seus Gorros”

Na aula anterior a esta, acabamos não cumprindo com todo o planejamento inicial, pois não executamos a ideia do exercício de raciocínio lógico. Inicialmente, pretendíamos interromper a aula na metade do tempo previsto. No entanto, os minutos avançaram e, sem percebermos, passou-se da hora para realizarmos a atividade. Interessante notar que os alunos, mesmo sabendo que faríamos uma atividade diferente, na segunda metade da aula, não perceberam ou não se importaram em continuar a fazer a lista de exercícios em que estavam trabalhando desde o início do nosso período. Para nós, isto foi um bom sinal, visto que eles se deixaram envolver pela atividade "lista de exercícios", ainda que soubessem que havíamos combinado algo diferente para aquela segunda parte da aula.

Desta maneira, ainda na aula passada, acertamos (novamente) com a turma que pretendíamos realizar uma atividade de 'lógica ao vivo'. Este “ao vivo” se refere à participação dos próprios alunos na montagem da situação que envolvia a lógica. A turma fora avisada, anteriormente, para que trouxesse, cada um, uma touca preta ou não preta (branca, verde, amarela, azul, vermelha, etc.). Seria ilustrado um problema de lógica no qual três pessoas ficariam, cada uma, com uma touca, não podendo falar nem se comunicar com os colegas. Os que vestissem as toucas somente poderiam olhar para os dois de touca em sua frente, e, assim, deveriam descobrir a cor da sua touca. De um total de cinco toucas, três seriam vestidas; as outras duas ficariam de fora, sem ninguém mais vê-las. Com base apenas em argumentos lógicos, eles deveriam descobrir a solução. Essa atividade foi uma descontração, mas, ao mesmo tempo, eles tinham que pensar em como resolver a situação. Tirando os três que vestiram as toucas, os demais colegas formariam um grupo para discutir, tentando encontrar uma solução com base em argumentos lógicos, sem comunicar aos três voluntários quais eram as cores de suas toucas.

Entendemos que problemas que envolvam lógica também podem se constituir em assuntos muito importantes, não só como conteúdos do Ensino Médio, mas como facilitadores na resolução de uma infinidade de outros problemas que, porventura, possam um dia surgir na vida de nossos alunos. Sendo assim, defendemos, também, o uso de tais desafios no contexto escolar.

Após esse primeiro momento, o planejado seria que resolvêssemos uma lista com questões do ENEM 2009, contendo gráficos e tabelas, basicamente.

Assim, nesta aula, retomamos o desafio de lógica não realizado na aula passada. Começamos pelo “recrutamento” de três voluntários para a nossa “encenação teatral” (Figura 5). Após certa resistência para a escolha do terceiro voluntário, uma das alunas se prontificou a nos ajudar. Oralmente, deu-se início, então, ao relato do problema “*Os Chineses e seus Gorros*”, no qual os três voluntários representariam os três chineses da história.



Figura 5: “Os Chineses e seus Gorros”

(Os Chineses e seus Gorros): Três chineses foram condenados à morte. Todavia solicitaram indulto. Este lhes seria concedido, mediante uma condição. Apresentaram-lhes cinco gorros, três brancos e dois pretos e, depois de lhes vendarem os olhos, foi colocado um gorro sobre cada cabeça. Em seguida, tiraram a venda do primeiro, dizendo-lhe: “*Se adivinhares a cor do gorro que tens na cabeça, serás indultado. Podes olhar os de teus dois companheiros, pois, talvez por eles, possas saber a cor do teu, com o que salvarás a tua vida*”. O chinês olhou os gorros dos companheiros, suspirou e depois, sacudindo a cabeça, declarou-se vencido, sendo, em seguida, conduzido ao patíbulo. Depois de retirada a venda do segundo, foi-lhe feita a mesma proposta, podendo olhar, apenas, o gorro do companheiro restante. Também o segundo chinês suspirou e, sacudindo a cabeça, declarou-se impotente para adivinhar. Foi, igualmente, conduzido ao patíbulo. “*Agora é a tua vez*” disseram ao terceiro deles. “*De que cor é o teu gorro?*”, e o homem respondeu “*Branco*”. Era verdade e foi indultado. Como pôde adivinhá-lo? Você, por acaso, saberá explicar? (MADEIRA, 1959, p. 153-154).

Nota: Substituímos os gorros da história original por bonés; também alteramos as denominações das cores para “preto” e “não preto”. Tais alterações não foram uma tentativa

de engodo para que os alunos se confundissem, apenas utilizamos o que tínhamos a nossa disposição.

Ressaltamos, também, que tivemos de fazer uma pequena "adaptação", digamos assim, para que o problema 'desse certo', como ele é de fato conhecido. Caso não fizéssemos isso, e distribuíssemos os 'gorros' aleatoriamente, de qualquer maneira, correríamos o risco de que o primeiro dos alunos tivesse a oportunidade de adivinhar a cor de seu boné, o que não queríamos que ocorresse justo com o primeiro, e sim com o terceiro (isto é, que apenas o terceiro tivesse a chance de descobrir o enigma através de um raciocínio empregado logicamente). Deixaremos a cargo do leitor a resolução do enigma, por isso não revelaremos a "adaptação" realizada, caso contrário, isso poderia ajudar no entendimento do problema, o que, por ora, não é o nosso objetivo. Apenas diremos que colocamos os bonés nas cabeças dos alunos (quando eles estavam de olhos vendados) e conduzimos a sequência da história de modo que fosse o mais próxima possível da original.

Então, na nossa dinâmica da história/encenação, pedimos para que o primeiro 'chinês' abrisse os olhos (na história original, a venda de seus olhos lhe é retirada). Após olhar para os seus outros dois colegas, ele deveria tentar concluir, logicamente, qual seria a cor de seu 'gorro'. Da mesma forma que ele estava pensando sobre o problema, o resto da turma também estava matutando em como poderiam explicar o que estavam vendo.

Aqui, temos uma questão a se pensar: muitas vezes, nos cursos de graduação em Matemática, somos desafiados a provar tudo o que é possível, em quase todas as instâncias, enquanto construímos as teorias que estudamos nos referidos cursos. O que não provamos, definimos como axioma/postulado, uma espécie de "dogma"; uma verdade por si só. No entanto, muitos dos estudantes acabam por se deparar em apuros quando têm de provar coisas do tipo: $(-1).(-1) = 1$. Aí é que surge a dificuldade. Esta é uma das tarefas que podem se tornar das mais difíceis, pois estamos tentando demonstrar o "óbvio", isto é, uma coisa que aprendemos desde bem cedo na Escola, algo que consideramos como tão sabido que não poderia ser provado: *"É assim porque sim! Vale e acabou! É óbvio!"*. Tínhamos isso em mente quando resolvemos que uma parte da turma iria participar ativamente da encenação, sem saber a cor de seus 'gorros', enquanto que o resto poderia ver a cor dos três 'gorros' desde o início do "teatro". Apesar de alguns estarem vendo, desde o começo, a cor dos bonés dos seus três colegas, aqueles que viam tudo deveriam tentar abstrair a situação para poder

'provar' o raciocínio utilizado no problema. Algo como "demonstrar o óbvio", na medida em que, para eles, era 'óbvio' qual a cor dos 'gorros' dos três 'chineses', pois assistiam à cena por inteiro.

Após algum tempo sem conseguir dar uma resposta *logicamente* plausível, o primeiro 'chinês' foi conduzido ao "patíbulo" (ou *cadafalso/forca*: lugar de execução da pena de morte; estrutura usada para a execução por enforcamento). Assim, restavam apenas dois (Figura 6). Repetiu-se a mesma pergunta para o segundo 'chinês': "De que cor é o teu gorro?". Da mesma maneira, este não conseguiu concluir nada. Por fim, chegou a vez do terceiro. Agora, este deveria concluir que o seu 'gorro' era 'branco', explicando o porquê disso logo em seguida. Finalizada esta parte, solicitamos para que a turma inteira pensasse sobre o problema, tentando resolvê-lo.



Figura 6: Um Problema de Raciocínio Lógico

Após passado mais algum tempo, notamos que os alunos não estavam progredindo. Talvez eles não estivessem familiarizados com esse tipo de abstração, tendo de fazer hipóteses e lidar com possibilidades diversas. Depois de uma breve discussão entre os professores (no caso, o meu colega Bruno e eu), decidimos por conduzir os alunos à solução, explicando passo a passo, de maneira que eles acompanhassem o raciocínio e as conclusões parciais. Fizemos isso explicando o que aconteceu na encenação, em detalhes que passaram

despercebidos por eles. Ao término desta atividade, os estudantes pareciam haver gostado bastante do problema. Mas teriam realmente entendido o enigma? Resolvemos que testaríamos os alunos na próxima aula, fazendo com que resolvessem o mesmo problema, só que de maneira escrita.

O aluno como sujeito do processo de ensino

Segundo Alro e Skovsmose (2006, p. 71), com o intuito de auxiliar os alunos a esclarecer as suas próprias perspectivas, o professor pode reformulá-las, para, por exemplo, ter certeza de que entendeu o que os alunos dizem; também é válido o movimento contrário, ou seja, os alunos podem fazer a reformulação para confirmarem o seu entendimento da perspectiva do professor. Esse é um processo em que se busca um entendimento comum sobre o problema, e é justamente o que procurávamos fazer com os alunos, reformulando as ideias deles e as nossas, algumas vezes, na tentativa de chegarmos a uma mesma visão sobre o tema analisado. Buscávamos trazer os estudantes "para dentro" do processo de ensino, transformando-lhes em sujeitos de seu saber. De fato,

[...] nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo. Só assim podemos falar realmente de saber ensinado, em que o objeto ensinado é apreendido na sua razão de ser e, portanto, aprendido pelos educandos (FREIRE, 1996, p. 29).

Auxiliar os estudantes a se transformarem em *sujeitos da construção e reconstrução do saber...* Podemos dizer que este é um dos nossos objetivos. E, a nosso ver, deveria ser também um dos objetivos principais da Educação, junto com a emancipação dos indivíduos e a formação de cidadãos através do desenvolvimento de um pensamento crítico capaz de entender e alterar a sua própria realidade.

Assim, passado este primeiro momento, direcionamos a nossa atenção para uma lista contendo cinco questões do ENEM 2009, com foco na interpretação de tabelas e gráficos. Acertamos que, para a próxima aula, trabalharíamos um pouco mais com questões de raciocínio lógico (inclusive retomando o problema visto hoje). Além disso, faríamos uma “seção tira dúvidas”, para sanar possíveis dúvidas das listas já antes trabalhadas.

4.5 CPV - Aula 08: A Lógica e a Análise de Possibilidades

Esta tarde seria dedicada a duas atividades: durante o primeiro momento, os alunos resolveriam três problemas de raciocínio lógico; a segunda parte da aula seria dedicada a tirarmos dúvidas dos alunos sobre os conceitos vistos até aqui, trabalhados por meio das listas anteriores.

Nesta aula, havia somente seis alunos em aula. Por causa disso, montamos com estes um único grupo, e demos uma pequena folha contendo três problemas de lógica. O primeiro tratava do caso “*Os Chineses e seus Gorros*”, encenado na primeira metade dos períodos da aula passada. De fato, não havíamos deixado eles resolverem o problema, dado que o tempo de duração para que eles resolvessem estava sendo muito longo, e os alunos não progrediam. A solução foi discutida por nós no grande grupo apenas. Nossa intenção, com a escrita deles, foi de retomar o problema, cuja solução já era conhecida pelos alunos (pelo menos, eles já haviam visto uma maneira de como se resolver o problema). Assim, propusemos que eles escrevessem seu raciocínio, ao desvendar o enigma. O mesmo foi proposto com os seguintes dois enigmas de lógica:

(O Caso Belga): É legal para um homem na Bélgica se casar com a irmã de sua viúva? E na Itália? Caso a pergunta fosse para um homem no Brasil, qual seria o seu veredicto? Explique seu raciocínio. (STANGROOM, 2010, p. 81).

(O doutor na ilha deserta): Estão presentes em uma ilha deserta um doutor cirurgião, e três pacientes que necessitam de uma cirurgia para continuarem vivendo. O doutor levou consigo apenas dois pares de luvas, mas tem que realizar três cirurgias. Como ele fará as três cirurgias? (MORICONI, 2010, p. 79).

O segundo enigma (“**O Caso Belga**”) foi resolvido em poucos minutos, por uma das alunas presentes. Quando ela expôs a sua argumentação aos colegas, houve um misto de surpresa e decepção por parte dos que não haviam encontrado a solução. Esta decepção não era pelo fato de terem deixado em branco a questão, mas por entenderem que era uma resposta “*muito idiota*” (palavras de uma aluna), ou então, exclamarem: “*Como é que eu não me liguei nisso, é muito idiota, que cabeçuda mesmo!*”.

Já o terceiro problema (**O doutor na ilha deserta**) encontrou certa resistência, da parte deles, até se achar a sua solução. Duas alunas argumentavam que era “*impossível fazer*

todas as três cirurgias, pois duas luvas a gente usa num paciente e joga fora, e depois uso o outro par, e também joga fora. Agora fico sem luva!". Este fato de jogar fora era o ponto que acabava com a verdadeira solução, pois uma das soluções passa pela utilização da mesma luva mais de uma vez, em cirurgias diferentes. Necessariamente, dois pares de luvas não dariam conta de três cirurgias, se fossem utilizadas e colocadas no lixo, senão pelo seu uso repetido. A única restrição era de que não se poderia contaminar os pacientes com o sangue das cirurgias entre si, e nem que o doutor se contaminasse a si mesmo! De fato, alguma luva precisaria ser repetida para que dois pares dessem conta de três pacientes... Mas como? Esta questão ficou permeando o nosso ambiente de estudo, sem solução completa por um bom tempo.

Aliados à prática de lógica da aula anterior, na qual fizemos uma encenação do que acontecia no problema, pensamos, naquele instante, em uma carta na manga: poderíamos ajudá-los, fornecendo dois pares de luvas e deixando que manipulassem o material (Figura 7). Assim, conseguimos dois pares de luvas de inverno, de lã (não eram de cirurgião!), mas que serviram muito bem para a resolução dos alunos. Alguns minutos depois de testarem diferentes variações, uma aluna perguntou: *"Eu, por acaso, posso virar a luva do avesso?"*, ao que, respondemos: *"Sim, tu até podes, mas não pode te contaminar com o sangue..."*; como réplica instantânea, obtivemos: *"Ok, mas se eu continuar com uma luva que eu tava na primeira cirurgia e colocar essa outra virada do avesso por cima, eu posso fazer isso?"*. Esse foi o "salto" positivo que possibilitou a ela e os seus cinco colegas presentes começarem a entender qual caminho poderiam trilhar para chegar à solução completa. À sua última pergunta, nós apenas acenamos com a cabeça (um sinal de positivo). Com isso, os alunos passaram a conjecturar soluções para esta terceira questão.



Figura 7: As 'luvas' para o problema "O Doutor na Ilha Deserta"

O regresso das alunas

Duas alunas tinham de sair mais cedo, pois estudavam à noite em um curso pré-vestibular pago, e assim o fizeram. A esta altura, o problema estava sendo pensado pelos demais, sendo a sua solução mera questão de tempo. Porém, eis que, cinco minutos depois de saírem, as duas alunas retornaram à sala, sem ar, como se tivessem corrido para voltar. Ao entrar na sala, uma delas brada: *“Sôr, ouve essa, eu acho que resolvi. Tá, eu faço a primeira cirurgia com as duas luvas; tiro uma delas, coloco na outra mão, [virada] do avesso, que daí o sangue fica com o sangue da outra mão [ela quis dizer o sangue da luva]; pego uma luva nova e coloco nessa mão que tá sem, faço a segunda cirurgia; tiro dessa mão e coloco novamente [virada do avesso] na mão com as duas luvas, com o sangue encostando no sangue [da luva]; e, por último, pego a luva que sobrou. Fico com as três numa mão, uma na outra, e faço a terceira cirurgia!”*. Os demais colegas ficaram surpresos. Um deles, ainda disse: *“Que tri! Pior que dá certo!”*. Logo em seguida, as alunas se despediram, pois realmente estavam atrasadas. Elas haviam voltado somente para resolver esta questão, que havia ficado pendente.

O Despertar da Curiosidade...

Aprendendo o significado de um Silêncio ou de um Sorriso!

Este acontecimento foi encarado como muito positivo por nós, pois as duas alunas, mesmo tendo ido embora, continuaram pensando na questão das luvas e das cirurgias após deixarem a sala. Quando elas descobriram a solução, em meio à sua caminhada até a parada de ônibus, voltaram correndo para se certificarem conosco de que elas realmente haviam chegado à solução correta.

Na realidade, elas chegaram a uma das soluções, pois há mais de uma saída para se resolver a questão. De qualquer maneira, pensamos que é um pouco dessa curiosidade, desse inquietamento, que nos ajuda na busca pelo aprendizado. Acreditamos que, "como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não *aprendo nem ensino*" (FREIRE, 1996, p. 95). Despertar essa curiosidade nos alunos (e em nós mesmos!) talvez se constitua na coisa mais difícil de se fazer na Escola; mas é magnífico quando podemos ver que um aprendizado surgiu, depois de tanto esforço! Nesse sentido, "o importante é que a fala seja tomada como um *desafio* a ser desvendado, e *nunca* como um canal de transferência de conhecimento" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 31). Dessa maneira, um "bom professor" é o que consegue, enquanto fala,

[...] trazer o aluno até a intimidade do *movimento* de seu pensamento. Sua aula é assim um desafio e não uma "cantiga de ninar". Seus alunos *cansam*, não *dormem*. Cansam porque acompanham as idas e vindas de seu pensamento, surpreendem suas pausas, suas dúvidas, suas incertezas (FREIRE, 1996, p. 96).

Cansar, após certo tempo de trabalho, seja ele intelectual ou físico, é normal, faz parte da nossa constituição humana. O problema é que estamos vendo alunos "cansados", desmotivados, em aulas que lhes dão sono: são quase legítimas "cantigas de ninar". É aqui que está a questão, como trazer o aluno "para dentro" da aula, fazendo com que ele seja um agente ativo, participativo, que questione e acompanhe as perguntas levantadas pelo professor e/ou pelos colegas. Por isso que "tão importante quanto o ensino dos conteúdos é a minha coerência na classe. A coerência entre o que digo, o que escrevo e o que faço" (FREIRE, 1996, p. 116). No interior dessa coerência, faz-se necessário perceber as entrelinhas de uma sala de aula, dentro de múltiplas relações que estabelecemos com cada aluno...

Precisamos aprender a compreender a significação de um silêncio, ou de um sorriso ou de uma retirada da sala. O tom menos cortês com que foi feita uma pergunta. Afinal, o espaço pedagógico é um *texto* para ser constantemente "lido", interpretado, "escrito" e "reescrito". Neste sentido, quanto mais solidariedade exista entre o educador e educandos no "trato" deste espaço, tanto mais possibilidades de aprendizagem democrática se abrem na escola (FREIRE, 1996, p. 109).

Entretanto, mesmo que, para termos um espaço mais propício à aprendizagem, talvez devêssemos ter todas essas características, não quer dizer que isso seja algo fácil de se fazer. Um professor, assim como qualquer outra pessoa, tem uma vida fora da Escola, com problemas, frustrações, alegrias, dificuldades, tristeza e felicidade. O mais complicado é não se deixar abater pelas "condições externas", fazendo o nosso trabalho, sem "descontar" nos estudantes qualquer mágoa ou ressentimento da vida.

Esse é um "poder" perigoso do professor: o da possibilidade de 'descontar' sua tristeza ou raiva nos alunos. Isso, com certeza, dificultaria a sensibilidade necessária para compreendermos o significado de um *silêncio* ou de um *sorriso*. E isto, sem dúvida, seria trágico para alunos e professores. O que falta nos darmos conta é que o professor não é um "lugar" a que os alunos deversem chegar. O professor, isso sim, caminha junto aos alunos, com eles...

O professor, portanto, não é o ponto final do desenvolvimento que os estudantes devem alcançar. Os estudantes não são uma frota de barcos tentando alcançar o professor que já terminou e os espera na praia. O professor também é um dos barcos da frota (FREIRE; SHOR, 1986, p. 37).

É claro que há muita responsabilidade para o professor nesses "barcos"! Não como uma espécie de "dono dos barcos"... Mas, de outra maneira: liderando a transformação das consciências. Ele é o principal responsável por conduzir o que se vai estudar nos bancos escolares. E, ao fazer escolhas, querendo ou não, mostramos que tipo de política estamos fazendo em sala de aula.

O professor é inevitavelmente responsável por iniciar o processo e dirigir o estudo. A escolha dos objetivos torna impossível a neutralidade. Ao dirigir um curso e pelas relações sociais do discurso em classe, todo professor exprime sua opção política. Escolhemos os livros a ler, as perguntas a serem feitas, o modelo da sala de aula – tudo isso envolve nossa política (FREIRE; SHOR, 1986, p. 97).

E então, você ainda acredita que a Educação pode ser "*neutra*"?!

E, às vezes, o planejamento era alterado...

Nesta aula, duas tratativas ficaram em aberto: uma delas foi o primeiro problema, mesmo que a turma já tivesse visto uma maneira de como se chegar ao raciocínio do chinês que se salvou; a segunda, foi o momento de tira-dúvidas, planejado para o final da aula. Como a aula desenrolou-se basicamente sobre os problemas de raciocínio lógico, não tivemos tempo de fazer a revisão, nem de tirar as dúvidas dos alunos em relação às listas anteriores.

Para a próxima semana, combinamos que iríamos ajudá-los na inscrição do ENEM 2010, além de continuarmos o trabalho com os conceitos do assim denominado por nós "Bloco 2", cuja ênfase estava em gráficos, tabelas e funções elementares (Linear e Quadrática). Também, pensávamos em trabalhar mais a fundo com esta turma conceitos relacionados às Geometrias Plana e Espacial, além das Progressões Aritmética e Geométrica (PA e PG). Ou seja, nossos blocos se resumiam, até o momento, ao estudo de funções elementares, Geometria Plana e Espacial, e sequências numéricas (PA e PG). Outros conteúdos poderiam ser empregados paralelamente ou após estes blocos, de acordo com o desenrolar da turma.

4.6 CPV - Aula 14: Entendendo uma 'Definição Matemática'

O início de nossas atividades, no segundo semestre de 2010, teria como foco central o estudo de Funções. Nesta aula, trabalharíamos relações funcionais e não funcionais entre conjuntos discretos, a partir da Definição de Função dada no planejamento. O objetivo era estabelecer um confronto constante entre as relações criadas e a Definição de Função, apresentada aos alunos.

Em um primeiro momento, no início da aula, dividimos a turma em dois grupos: a um deles, chamamos de "*Domínio*"; ao outro, "*Contradomínio*". Dispomos os grupos frente a frente, sendo o Domínio formado por três alunos e o Contradomínio por quatro. Uma das alunas ficou responsável por anotar, no quadro, todas as relações configuradas neste momento, em forma de *Diagrama de Venn*.

Desta maneira, tínhamos em mãos um novelo grande de lá, do qual cortamos vários pedaços de linhas que os alunos iriam utilizar para "se relacionar" (pensando em relações quaisquer entre dois conjuntos). Deixamos claro à turma que as linhas 'partiriam' do Domínio e 'chegariam' ao Contradomínio. Assim, para cada relação estabelecida, partiriam linhas de alguém do Domínio, chegando, por fim, em outra pessoa do Contradomínio.

Então, foram pedidas relações do tipo: "*Os meninos do Domínio se relacionem com os gremistas do Contradomínio*"; ou "*Todos do Domínio se relacionam com pelo menos um do Contradomínio*"; além de outras relações que caracterizassem ou não funções. Enquanto isso, com o passar do tempo, a aluna encarregada de anotar as configurações dos conjuntos transcrevia no quadro cada relação.

Em um segundo momento, os alunos receberam um papel contendo a seguinte Definição: "*Uma Função é definida por dois conjuntos (Domínio e Contradomínio) e por uma regra que associa a cada elemento do domínio exatamente um único elemento do contradomínio*". Agora, com apenas esta informação, eles deveriam ir ao quadro para diferenciar as relações anotadas durante a primeira parte da aula, decidindo se eram funções ou não. Nesse momento, particularmente, tivemos uma intensa leitura da Definição, na qual a turma, a todo instante, pegava o papel e tentava decifrar as palavras escritas naquela, para

eles, estranha Definição. Acreditamos que esse trabalho de confronto contínuo com a frase escrita no papel poderia possibilitar um melhor entendimento da Definição de Função, ajudando-nos quando chegássemos às funções definidas no conjunto dos Reais.

É digno de comentário que, em uma outra aula, uma das alunas, cansada de “ladainha”, expressou sua vontade para que nós disséssemos apenas “como fazer”, ou seja, como resolver o exercício. Nesta parte, advertimo-la de que apenas entender o ‘mecânico’ de “como fazer” não seria suficiente para que ela realmente aprendesse, e isso não impediria que ela viesse a esquecer tudo o que “aprendera”, pouco tempo depois. Por isso, preocupamo-nos com as definições substancialmente nas explicações dos exercícios e afins. Sem uma boa definição, pensamos que será muito mais difícil de entender qualquer coisa que se queira estudar.

Constantemente, observamos que nos inquietamos com o processo de ensino-aprendizado, acreditando que explicar apenas o “como fazer” não condiz com as nossas concepções de pensamento acerca de um efetivo aprendizado das pessoas. É preciso, além disso, entender as '*Definições*', o que está na base das teorias. Cremos que, com isso, o questionamento das coisas possa se dar de uma maneira mais eficiente.

A seguir, foi pedido à turma que, em seus cadernos, criassem cinco relações distintas entre dois conjuntos quaisquer que eles inventariam, sendo que três dessas relações deveriam ser funcionais; as outras duas, não. Com isso, também pedimos uma justificativa escrita sobre o porquê de determinada relação ser ou não funcional, apoiados no papel escrito que demos, contendo a Definição de Função. Nosso intuito, aqui, foi frisar a importância de uma *Definição* dentro de um conteúdo, neste caso, mais especificamente: a noção de Função. Pretendíamos, assim, que os alunos apreendessem a Definição de Função, de uma maneira tanto prática quanto formal. Na verdade, a parte prática acabou servindo também de "brincadeira", para iniciarmos o desenvolvimento do conteúdo. Com isso, tínhamos a intenção de iniciar a abordagem da Definição de uma Função qualquer de uma maneira mais prática/manual, no sentido de que os alunos poderiam manipular objetos para estabelecer as relações solicitadas.

O terceiro e último momento foi uma discussão sobre o conjunto "*Imagem*": em relação ao número de elementos da Imagem, quando era igual ou menor ao número de

elementos do Contradomínio. Em seguida, para finalizar a aula, os alunos retomaram todas as relações que estavam em seus cadernos, tanto as criadas por eles, quanto as dispostas no quadro. Assim, de cada uma delas, deveriam extrair, de maneira explícita (na notação de conjuntos), o *Domínio*, o *Contradomínio* e a *Imagem* das funções estabelecidas. Pedimos que fizessem isso apenas das relações que de fato fossem funções, pois, para nós, não faria mais sentido continuar classificando as relações não funcionais, visto que o objetivo era seguir trabalhando somente com o conteúdo de funções.

A busca pela Autonomia Discente

Além do que já foi dito, esta atividade introdutória ao conteúdo de Funções visava, também, despertar certa autonomia nos alunos. Aliás, autonomia que, desde as primeiras aulas, buscamos construir com a turma. Assim, como imagino que o meu "parceiro de trabalho", Bruno, concordaria com as palavras a seguir, posso afirmar que:

Desde o início, eu estava convencido de que deveria dialogar com os estudantes. [...]. Achava que deveria começar falando com eles. Isto é, não apenas lhes dar aulas, explicar-lhes coisas, mas, ao contrário, provocá-los criticamente a respeito do que eu próprio dizia. [...] (FREIRE; SHOR, 1986, p. 24).

Em decorrência desta autonomia conquistada, curiosamente os alunos nos chamavam poucas vezes para tirar dúvidas. Pareciam tentar resolver até que não houvesse mais possibilidade, só aí é que nos procuravam; quando não conseguiam encontrar a solução de determinado problema, depois de muitas tentativas, resolviam solicitar algum tipo de auxílio. Foi uma espécie de "autonomia crítica" o que estávamos começando a perceber naqueles alunos.

Esse início de autonomia, da parte dos estudantes, é mais um ponto que consideramos positivo de nossa atuação. De fato, o Cursinho estava despertando, naquele grupo de alunos, um desligamento dos antigos vícios, tão comuns nas turmas em que trabalhávamos na Escola. Tais vícios incluem, por exemplo, a necessidade de que resolvêssemos todo o problema para eles. Mas os alunos não são burros! Desde cedo,

[...] os alunos aprendem como a resposta ideal já está resolvida na cabeça do professor ou no manual. Como é que suas próprias respostas poderiam ser melhores? Se ficarem quietos o tempo suficiente, forçarão o professor a dizê-las em voz alta, e poderão copiá-las, com o menor trabalho possível (FREIRE; SHOR, 1986, p. 91).

Embora contrariando essa "Lei", a do "menor esforço possível", notamos que essa pequena turma do CPV já estava, aos poucos, adquirindo o hábito de pensar por si mesma, mas não só isso! Eles estavam, inclusive, começando a trabalhar em conjunto com os próprios colegas, seja em grupo ou indo para o quadro (Figura 8), o que consideramos muito positivo. Pensando em um trabalho cooperativo, é importante não esquecermos de que:

A educação autêntica, repitamos, não se faz de "A" para "B" ou de "A" sobre "B", mas de "A" *com* "B", mediatizados pelo mundo. Mundo que impressiona e desafia a uns e a outros, originando visões ou pontos de vista sobre ele. Visões impregnadas de anseios, de dúvidas, de esperanças ou desesperanças [...] (FREIRE, 1982, p. 98-99).



Figura 8: Alunos trabalhando no Quadro

O que quer dizer que não podemos impor a nossa visão de mundo aos estudantes. Para essa *Educação autêntica* se realizar, temos de pensar em um contexto educacional onde se permita que tanto alunos quanto professores possam se "dar ao luxo" de aprender; que os dois participem ativamente do processo de ensino; e que ambos, assim, construam aprendizados mais significativos.

Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho - *a de ensinar e não a de transferir conhecimento* (FREIRE, 1996, p. 52).

É necessário, também, que se pense sobre o que fazemos, pois "a prática docente crítica, implicante do pensar certo, envolve o movimento dinâmico, dialético, entre o fazer e o pensar sobre o fazer" (FREIRE, 1996, p. 43). Não podemos nos esquecer desse questionamento constante! Acreditamos que, "[...] na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática" (FREIRE, 1996, p. 43-44). Isto é, refletir sobre os nossos próprios atos. O que estamos fazendo enquanto professores e professoras? Será que estamos contribuindo para 'libertar' ou para "escravizar" os nossos discentes? Pensar; refletir; questionar... E aprender! "[...] Aprender para nós é *construir*, *reconstruir*, *constatar para mudar*, o que não se faz sem abertura ao risco e à aventura do espírito" (FREIRE, 1996, p. 77).

4.7 Trazendo de volta uma Inquietação Infantil...

O diálogo entre professores e profissionais da Educação parece ser sempre uma boa estrada a se trilhar, ajudando-nos a tentar destrinchar os caminhos que teremos de percorrer em frente. Todavia, isso não é tão simples assim... Não basta apenas escutar outras pessoas! Será insuficiente apenas ouvirmos relatos a respeito de experiências se não tivermos encontros de discussão com professores e orientadores, um estudo aprofundado em livros, a participação em palestras, situações, vivências e experiências, entre outros. A maior qualidade, talvez, esteja em ser perspicaz, determinado, analítico e crítico, ser sensível também, mas não somente isso... Todas estas qualidades nos auxiliam a desvendar os "mistérios" que rondam a Educação. Mas, por outro lado, temos a impressão de que:

Talvez esse *dom* seja natural. Parece-me que as crianças pequenas o têm. Mas, ao passar do tempo, parece que vamos perdendo esse *dom*. Começamos a ir à escola e lá aprendemos muitas coisas, mas esquecemos outras tantas. Perdemos aos poucos o olhar curioso, começamos a apenas esperar: *a resposta vem, e vem bem explicadinha*. Talvez seja *culpa* do sistema. De fato, *não sei*. Acredito que seja necessário propiciar convites que levem ao aprender [...] (KETTERMANN & EGGER MOELLWALD, 2011, p. 47).

O que será que acontece com toda essa nossa 'inquietação infantil'? Quando vamos à escola, *aprendemos muitas coisas, mas esquecemos outras tantas...* O que estão nos ensinando por lá? O que deixamos para trás com o decorrer do tempo? O que perdemos no meio caminho? O que ocorre com os constantes "por que isso?", "por que aquilo?", pra onde vai aquele *olhar curioso*? Será que existem "amarras" nos prendendo, segurando o nosso '*livre pensar*'? Às vezes, passa-me a sensação de que há uma "barreira psicológica", algo que está impedindo de nos libertarmos das *correntes da tirania e opressão*, sustentadas magistralmente por quem o interesse de formar um povo inculto e não questionador é mais do que evidente. Podemos fazer uma analogia com um cavalo que fora, durante toda a sua vida, amarrado e preso em determinadas horas do dia. Depois de adulto, crescido e forte, se ele for amarrado a uma simples cadeira, por meio de uma corda, o mais provável é que hesite diante da possibilidade de sair do lugar, pois a corda que o "amarra e segura" está ali, agindo no seu subconsciente, quando que, na verdade, um simplório trotear seria o suficiente para levar a cadeira junto a si... Quantas são as "coleiras" que ainda nos prendem? E quantas são apenas produzidas pelas nossas mentes? Quem sabe não seja a hora de reencontrarmos a nós mesmos...

O ceticismo e o olhar crítico, o envolvimento apaixonado com a aprendizagem... A motivação de saber que você está descobrindo novos territórios. O professor precisa ser um aprendiz ativo e cético na sala de aula, que convida os estudantes a serem curiosos e críticos... E criativos (FREIRE; SHOR, 1986, p. 13).

O professor tem múltiplas funções dentro do contexto escolar contemporâneo. Em alguns casos, faz-se preciso ser professor, orientador, psicólogo, babá, amigo, pai/mãe/avô/avó... E, assim, o que acontece é uma sobrecarga de atividades a esse profissional, que já teria de se preocupar com planejamentos de aula, provas/testes, correções de trabalhos, avaliações dos alunos, melhorar a sua própria formação, entre muitas outras coisas... Além de tudo isso, o professor não poderia esquecer desse *envolvimento apaixonado com a aprendizagem*, propiciando "convites" aos estudantes que os levassem a ser curiosos, desenvolvendo a sua criticidade, assim como a sua curiosidade a respeito das coisas e do mundo. De alguma maneira *misteriosa e fantástica*, os professores deveriam aprender a ler a realidade dos alunos, e de cada turma.

[...] Isto não significa diminuir a experiência acadêmica indispensável, mas diminuir a distância que foi estabelecida entre ler as palavras e ler o mundo. Isto significa [...] dar exemplos aos alunos que chamem sua atenção, de tempos em tempos, para o tipo de reflexão que estamos fazendo, como estamos usando as palavras quando tentamos apreender um objeto (FREIRE; SHOR, 1986, p. 110).

Estamos sempre tentando inovar, fazer coisas diferentes, ou, às vezes, retornar ao “modelo tradicional de ensino”, quando julgamos que isso possa ser conveniente para nós e/ou aos discentes. Afinal, não acreditamos que exista um “modelo” de ensino que possa ser considerado como "mais certo" do que outro. Apenas, que existem momentos específicos para turmas específicas, de maneira que se possa aplicar determinadas aulas a uns e não a outros. Tudo a critério do professor. Ele é quem decide... Junto aos alunos!

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após o término deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), retornamos ao nosso título e à nossa questão norteadora:

“O Ensino de Matemática Escolar sob uma Perspectiva Crítica”

“Podemos utilizar conhecimentos matemáticos para o desenvolvimento de uma Educação Matemática crítica, a serviço da construção da cidadania?”

Em virtude de todo o exposto, esperamos ter deixado claro acreditarmos que isso é sim possível! A Matemática pode se constituir em uma importante ferramenta para o desenvolvimento e construção da cidadania de nossos discentes, contribuindo de forma decisiva e fundamental para com o processo educativo. Aliás, como um adendo, poderíamos estender este nosso estudo a outras áreas do conhecimento humano. Na medida em que, todas elas, foram criadas por pessoas, torna-se possível a sua análise e o seu entendimento em favor de um contexto social crítico, pensando nas pessoas como cidadãos, como indivíduos constituidores de uma sociedade, com direitos e deveres a cumprir. De fato, todo este estudo não foi descompromissado. Não podemos estar no mundo e quereremos "estudar por estudar". Cada ato nosso envolve muitas decisões, omissões, escolhas...

Ninguém pode estar no mundo, com o mundo e com os outros de forma neutra. Não posso estar no mundo de luvas nas mãos *constatando* apenas. A acomodação em mim é apenas caminho para a *inserção*, que implica *decisão, escolha, intervenção* na realidade. Há perguntas a serem feitas insistentemente por todos nós e que nos fazem ver a impossibilidade de *estudar por estudar*. De *estudar* descomprometidamente como se misteriosamente, de repente, nada tivéssemos que ver com o mundo, um lá fora e distante mundo, alheado de nós e nós dele (FREIRE, 1996, p. 86).

Desse modo, concordando com Freire (1996, p. 86), podemos questionar: "Em favor de que(m) estudo? Contra que(m) estudo?". Por conseguinte, não poderíamos pensar neste trabalho sem considerar a responsabilidade inerente que temos ao escrever cada parágrafo, cada frase, e cada palavra de seu conteúdo.

Formação de cidadãos: apenas um outro tijolo no muro?!

Aos poucos, forma-se um certo consenso, pelo menos em nível de discurso, quanto ao papel da Escola na formação de cidadãos críticos e comprometidos com uma nova ordem social. A estrutura organizacional das nossas instituições escolares (quase idêntica há, praticamente, dois séculos) é muito coerente com a *visão conservadora da Educação*: nesta, a função da Escola seria adaptar as novas gerações à sociedade que aí está, permitindo-lhes adquirir um "saber erudito" que teria sido acumulado pela Humanidade, através da 'transmissão' do professor e/ou via livro-texto. Para essa visão de Escola (conservadora), a disciplina, compreendida como um sinônimo de obediência, é fundamental para que ocorra a "aprendizagem". Podemos ver alguns desses conceitos, muito bem ilustrados pelo compositor Roger Waters, na letra [*tradução nossa*] e no vídeo-clipe da música "Another Brick In The Wall", no álbum *The Wall*, lançado em 1979, interpretado pela célebre banda britânica Pink Floyd. Agora, vem a pergunta: decidiremos ser apenas *um outro tijolo no muro*, na elaboração de "novas paredes"; ou faremos alguma diferença, começando por hoje mesmo?

Another Brick In The Wall (Part II)

We don't need no education
We don't need no thought control
No dark sarcasm in the classroom
Teachers leave them kids alone
Hey! Teacher! Leave them kids alone!
All in all it's just another brick in the wall
All in all you're just another brick in the wall

Outro Tijolo No Muro (Parte II)

Nós não precisamos de nenhuma educação
Nós não precisamos de nenhum controle de pensamento
Nenhum humor negro na sala de aula
Professores, deixem essas crianças em paz...
Ei, professores! Deixem essas crianças em paz!
No final, isso tudo é só mais um tijolo no muro
No fim, você é apenas um outro tijolo no muro...

"Quem me dera ao menos uma vez..."

Muitos pensam que uma mudança mais radical em nossa sociedade, em todos os sentidos, seria alguma coisa muito difícil ou mesmo impossível de ser realizada... Impossível?! Pra mim, é apenas *aquilo que é possível e ninguém ainda conseguiu realizar!* As

coisas não foram sempre assim... Passamos por diferentes e distintas Eras ao longo da História da Humanidade! Para concretizar objetivos sólidos, antes de mais nada, é necessário muito estudo, planejamento e trabalho. Com isso, os "impossíveis" são reduzidos a mera questão de tempo... Tempo que é traduzido em passado e presente, reverberando no futuro. Tal pensamento resplandece em um trecho assinado pelo físico teórico alemão Albert Einstein, o qual consta do seguinte:

Jovens: sabia que a geração de vocês não é a primeira a aspirar por uma vida plena de beleza e de liberdade? Sabia que todos aqueles que o precederam sentiam no coração aquilo que você sente hoje e que depois foram vítimas do ódio e da infelicidade? Sabia que todos aqueles desejos ardentes que você possui, somente vão se realizar se você for capaz de exercer amor e compreensão pelos homens, animais, plantas, e estrelas, de tal forma que cada alegria será também sua alegria, e cada dor também sua? Jovem, abra os olhos, o coração, abra as mãos e fuja daquele veneno que seus antecessores sugaram avidamente da História. Só então o mundo inteiro há de se tornar a pátria de todos vocês, e seu trabalho, seus esforços, se espalharão como bênçãos sobre a Terra (EINSTEIN, 1932, on-line).

Considero muito importante levarmos em consideração a opinião dos nossos alunos, estabelecendo diálogos 'legítimos' com eles, entendendo um diálogo como uma "conversa que visa à aprendizagem" (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 119), e não somente em um tom de 'superioridade', em que, ao final, os alunos deveriam se "curvar" ante a 'sabedoria' do *Mestre*. Assim como temos muita coisa a ensinar aos nossos discentes, eles também poderiam nos ajudar a descobrir novos aprendizados sobre o mundo, a vida e mesmo até em relação aos conteúdos disciplinares que, muitas vezes, pensamos já saber tudo a respeito (quer seja com uma nova didática ou um outro ponto de vista...).

Ter a consciência de que os jovens estão em permanente convívio social, interagindo com informações e vivências diversas, o que os fazem possuidores de conhecimentos e experiências valiosas. Estar atento ao que essa juventude possa nos trazer de precioso, em uma relação recíproca de produção e aquisição de saberes, a fim de que ainda tenhamos um futuro *possível*...

Sim! O Pensamento produz!

Sobre o '*Direito de Sonhar*' ...

É preciso não aceitar nada que não passe pelo crivo crítico, em cada caso, segundo a razão e mediante ao exame detalhado de nossa arte docente. Se imaginarmos que um dos

objetivos da Educação é *formar indivíduos ativos e participativos socialmente*, a informação, o conhecimento e a discussão analítica da sociedade são apenas o primeiro passo na formação de cidadãos críticos e conscientes do seu essencial papel constitutivo no interior de um *conjunto de pessoas de uma mesma esfera* e, conseqüentemente, no mundo em que vivem. Ulterior a tudo isso, vêm as suas responsabilidades e deveres perante a mesma sociedade, ao meio ambiente, às pessoas, aos seres vivos e a todo o planeta... Um cidadão crítico e consciente, naturalmente, comprometer-se-á com o mundo; mundo no qual vive e do qual faz parte! Na minha profissão, na minha rotina diária, enfim, na minha vida, jamais posso me esquecer de uma coisa:

É que lido com gente. Lido, por isso mesmo, independentemente do discurso ideológico negador dos sonhos e das utopias, com os sonhos, as esperanças tímidas, às vezes, mas às vezes, fortes, dos educandos. Se não posso, de um lado, estimular os sonhos impossíveis, não devo, de outro, negar a quem sonha o direito de sonhar. Lido com gente e não com coisas (FREIRE, 1996, p. 163).

Então, caso algum dia alguém lhe pergunte se tudo isso não passa de um sonho, abra os olhos, sorria, e diga-lhe: 'Sim, é um sonho, *um sonho possível*'. Afinal, "quão pobre é a revolução que não sonha" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 112). Isto é imaginação. "Esta é a possibilidade de ir além do amanhã sem ser ingenuamente idealista. Isto é o utopismo, como relação dialética entre denunciar o presente e anunciar o futuro. Antecipar o amanhã pelo sonho de hoje" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 112). A questão, conseqüentemente, é a seguinte: "O sonho é um sonho possível ou não? Se é *menos* possível, trata-se, para nós, de saber como torná-lo *mais* possível" (FREIRE; SHOR, 1986, p. 112).

Sendo assim, finalizo este TCC com alguns pensamentos, com algumas palavras que, certa vez, escrevi para uma apresentação de um seminário. Compartilho elas agora, mais uma outra vez; nesta ocasião; neste texto; com vocês:

Será sempre edificante, maravilhoso e animador poder contemplar o lindo, doce e puro sorriso estampado no brilho profundo do olhar de uma criança que acaba de aprender algo novo... Saber que você fez parte daquele processo é divinamente enobrecedor, dignifica a alma e traz paz ao coração... Talvez por isso (ou mesmo só por isso) que essa profissão ainda tenha um futuro... O futuro dos nossos jovens!

Logo, se o pensamento produz... Faz-se mister lembrar que a "verdade" é uma *ficção*, sendo criada e inventada por alguns poucos. A ilusão gerada pode ser desfeita, em um esforço conjunto pela libertação das consciências, mudando a nossa compreensão da

realidade, através da conscientização por meio do diálogo. Embora a Educação não seja a alavanca da transformação social, a transformação, em si mesma, é um evento educacional, algo que acontece também fora das salas de aula. Assim, também podemos começar a produzir novas realidades! Desde já! Já é chegada a hora de acordarmos e iniciarmos a escrita de nossa própria história...

Desejo que você nunca perca a esperança nas pessoas! Haverá algumas que, talvez, nos coloquem para baixo e nos façam sentir mal... Ainda assim, acredite que sempre existirá alguém neste mundo pelo qual vale a pena lutar, e que vale todo o nosso lindo sorriso!

E, por fim, parafraseando um ilustre autor: “Se nada ficar destas páginas, algo, pelo menos, esperamos que permaneça: nossa confiança no povo. Nossa fé nos homens e na criação de um mundo em que seja menos difícil amar” (FREIRE, 1982, p. 218).

E então, onde você quer chegar?

Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena acreditar no sonho que se tem...

Você pode dizer que eu sou um Sonhador... Mas eu não sou o único!

Enquanto houver Esperança, ainda haverá chance para o Amor!

6. REFERÊNCIAS

ALRO, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 160p.

EINSTEIN, Albert. *Citação do Wikiquote*. 1932. Disponível em: <http://pt.wikiquote.org/wiki/Albert_Einstein>. Acesso em: 22/Junho/2012.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do Oprimido*. 11ª edição. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1982. 218p.

_____. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 16ª edição. São Paulo: Paz e Terra, 1996. 165p.

FREIRE, Paulo; SHOR, Ira. *Medo e Ousadia: o cotidiano do professor*. Trad.: Adriana Lopez. 2ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986. 116p.

KETTERMANN, Fernanda Michele; EGGER MOELLWALD, Francisco. Não sei... E um chapéu ao vento... In: EGGER MOELLWALD, Francisco; BAMPI, Lisete Regina (Orgs.). *Iniciação à Docência em Matemática - Experiências e outros escritos*. São Leopoldo: Oikos, 2011. p. 35-47.

MADEIRA, Marcos Almir (Coord.). *O Livro dos Nossos Filhos – Enciclopédia para Adolescentes*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Editora Alfa S.A., 1959. v. 2. p. 134, 140-143, 148-157.

MORICONI, Marco. *Revista Ciência Hoje*, SBPC, São Paulo, v. 45, p. 79, maio 2010.

PINK FLOYD. *Another Brick In The Wall (Part II)*. Composição e letra: Roger Waters (Tradução do autor). In: *The Wall*. Harvest Records [UK] & Columbia Records/Capitol Records [USA], p1979, 2 discos sonoros, faixa 5 (disco 1).

STANGROOM, Jeremy. *O Enigma de Einstein: Desafios lógicos para exercitar sua mente e testar sua inteligência*. São Paulo: Marco Zero, 2010. p. 81.

VEIGA-NETO, Alfredo. Regulação Social e Disciplina. In: SCHIMIDT, Sarai (org.). *A educação em tempos de globalização*. Rio de Janeiro: DP&A, 2001. p. 45-48.

7. ANEXOS

7.1 Planos de Aula (Planejamentos)

7.1.1 CPV - Aula 02

Cursinho aula 2 - Planejamento do dia 02/06 (Quarta-Feira)

2º PLANEJAMENTO 02/06/2010

Objetivos: Estender a visão dos números reais através da comparação entre grandezas.

Conteúdo abordado: Números Reais (Comparação e Mensuração).

Duração: 1h45min.

Metodologia (momentos):

- **Momento1:** Os alunos serão apresentados ao problema de localizarmos pontos na reta numérica, bem como comparar suas grandezas, quem é maior ou menor. Uma pequena lista de números racionais será fornecida a eles, e como tarefa inicial, eles deverão ordená-los, e de certa forma justificar suas escolhas. No momento seguinte esta ordenação se estenderá aos números reais.
- **Momento2:** *Varal dos Números Reais.* Haverá um saco contendo inúmeros papéis que representam, cada um deles, um número real. Dentre tais números, encontram-se inteiros positivos e negativos, racionais e irracionais. Os alunos sortearão os números e deverão arranjá-los em ordem em um varal. Nesse momento não será necessária uma argumentação escrita, mas verbal.

Material necessário: Cordão, prendedores, fita crepe (ou durex) e folhas de Ofício para a produção dos números.

7.1.2 CPV - Aula 03

Cursinho Aula 03 - Planejamento do dia 07/06/2010 (Segunda-Feira)

3º PLANEJAMENTO 07/06/2010

Objetivos: Trabalhar conteúdos de proporcionalidade, como: porcentagem, regra de três, etc. Além disso, voltar a tratar da expansão decimal de números reais com novos exercícios ou mesmo a retomada dos já feitos nas aulas anteriores.

Conteúdo abordado: Porcentagem, proporcionalidade (regra de três), expansão decimal de números reais (questões retiradas do Concurso Vestibular UFRGS 2008).

Duração: 1h45min.

Metodologia (momentos): A aula será ditada por uma lista de desafios que possibilitem ao aluno ir compreendendo as questões relativas à porcentagem, à regra de três, etc. O ritmo da aula se dará a partir da produção dos alunos em cima destes materiais.

7.1.3 CPV - Aula 04

Cursinho Aula 04 - Planejamento do dia 09/06/2010 (Quarta-Feira)

4° PLANEJAMENTO 09/06/2010

Objetivos: Continuar com a abordagem em pequenas listas de exercícios, de modo a torná-las o menos “maçante” possível aos alunos, muitas vezes desacostumados a fazer uma determinada quantidade de exercícios. Além disso, voltar a tratar da expansão decimal de números reais com novos exercícios ou mesmo a retomada dos já feitos nas aulas anteriores; trabalhar o raciocínio lógico dos alunos.

Conteúdo abordado: Proporcionalidade (regra de três), expansão decimal de números reais/comparação entre racionais, sistemas lineares, raciocínio lógico (questões retiradas da OBMEP 2009).

Duração: 1h45min.

Metodologia (momentos): A aula será ditada por uma lista de desafios que possibilitem ao aluno ir compreendendo as questões relativas à proporcionalidade, à expansão decimal de números reais, aos sistemas lineares, etc. O ritmo da aula se dará a partir da produção dos alunos em cima destes materiais.

7.1.4 CPV - Aula 07

Cursinho Aula 07 - Planejamento do dia 21/06/2010 (Segunda-Feira)

7° PLANEJAMENTO 21/06/2010

Objetivos: Dar continuidade ao conceito de porcentagem e ambientar os alunos ao raciocínio lógico através de uma atividade prática. Prepará-los para um estudo intuitivo de funções a partir da análise de gráficos e tabelas contendo múltiplas informações.

Conteúdo abordado: Porcentagem e Lógica. Gráficos e tabelas (Tratamento da Informação).

Duração: 1h45min.

Metodologia (momentos):

- **Momento1:** Será realizada uma dinâmica/encenação do problema de lógica enunciado no planejamento anterior, mas que não pode ser efetuado naquela aula. Os alunos irão simular uma situação na qual existem 5 toucas, três de uma cor e outras duas de outra cor; três alunos vestirão as toucas; cada aluno destes três poderá olhar os outros dois, mas não a sua touca. Quem descobrir a cor de sua touca vence. Porém o argumento deve ser estritamente lógico, não podendo haver chutes, e a resposta é única. Os demais alunos formarão grupos para tentarem achar uma solução independente das toucas nas cabeças dos colegas, isto é, os grupos deverão criar argumentos para explicar como alguém poderia se safar deste problema.
- **Momento2:** Os alunos irão resolver problemas retirados do ENEM 2009 contendo essencialmente informações dispostas em gráficos e tabelas.

7.1.5 CPV - Aula 08

Cursinho Aula 08 - Planejamento do dia 23/06/2010 (Quarta-Feira)

8° PLANEJAMENTO 23/06/2010

Objetivos: Ambientar os alunos aos problemas envolvendo raciocínio lógico, e também dar continuidade ao estudo de gráficos e tabelas.

Conteúdo abordado: Situações que exijam raciocínio lógico.

Duração: 1h45min.

Metodologia (momentos):

- **Momento1:** Os alunos serão desafiados com alguns problemas de raciocínio lógico. O primeiro deles será o problema discutido na aula passada, resolvido em conjunto com os alunos após a encenação do caso dos três chineses condenados a morte, no qual o último se salvou pois resolveu o enigma das toucas.
- **Momento2:** A turma poderá dar continuidade à lista de problemas proposta na aula passada, com questões que exigem a análise de gráficos e tabelas, todas retiradas do ENEM 2009.

7.1.6 CPV - Aula 14

Cursinho Aula 14 - Planejamento do dia 16/08/2010 (Segunda-Feira)

14° PLANEJAMENTO 16/08/2010

Objetivos: Dar início ao estudo das funções elementares a partir de quatro representações, tais como Diagramas, forma tabular (tabelas), Algébrica (lei) e Gráfica.

Conteúdo abordado: Funções elementares (Representação por diagramas).

Duração: 1h45min.

Metodologia (momentos):

- **Momento1:** Como retorno de um período de férias, este momento será regido por uma atividade prática introdutória. A atividade consiste em separar a turma em dois grupos, frente a frente, e com cordas pretendemos estabelecer relações entre estes grupos. Será um contato inicial com relações, visando a discussão sobre relações funcionais e não-funcionais.
- **Momento 2:** Será dado para cada aluno pedaços de papel contendo a seguinte definição de função “Uma função é definida por **dois conjuntos** (domínio e contradomínio) e por **uma regra que associa a cada elemento do domínio exatamente um único elemento do contradomínio**”. Sob este olhar, os alunos deverão criar relações funcionais entre os dois conjuntos separados no início da aula. A discussão sobre a relação ser ou não funcional vai justamente ser um estudo analítico da definição propriamente dita; os alunos estarão a todo o momento confrontando a definição com a relação criada.
- **Momento 3:** Será pedido aos alunos que criem algumas relações funcionais em seus cadernos a partir de diagramas contendo números variados de elementos, bem como elementos de diferentes naturezas.

Material necessário: Um novelo ou um jogo de cordas.

7.2 Atividades Seleccionadas

7.2.1 CPV - Aula 02

Aula 2 - Cursinho do dia 02/06 (Quarta-Feira)

BLOCO 1: FUNDAMENTOS

1. Dados os números abaixo, coloque-os em ordem crescente, da esquerda para a direita. Tente argumentar de forma escrita suas escolhas, justificando seu raciocínio:

$$7 \quad -8 \quad \frac{14}{3} \quad \frac{13}{2} \quad -\frac{2}{3} \quad -1 \quad \frac{1}{3} \quad -\frac{2}{5} \quad \frac{2^4}{3^3} \quad 0,637 \quad -\sqrt[3]{64} \quad -1,2 \quad -\sqrt{8+\sqrt{64}} \quad -5$$

7.2.2 CPV - Aula 03

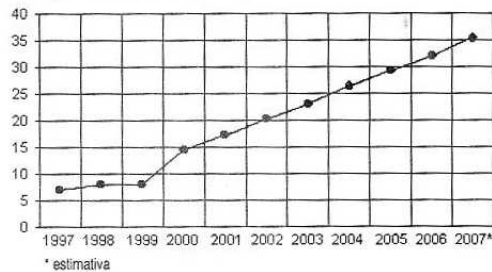
Aula 03 - Cursinho do dia 07/06/2010 (Segunda-Feira)

BLOCO 1: FUNDAMENTOS

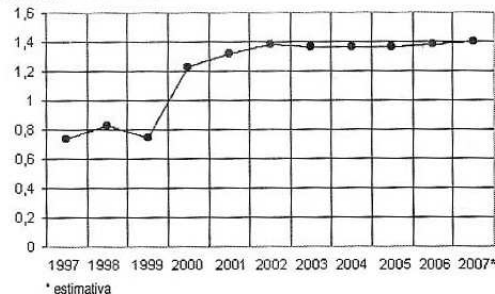
36. Em grande parte das operações bancárias, é pago um imposto chamado Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira (CPMF).

Os gráficos abaixo referem-se à arrecadação da CPMF e ao seu percentual sobre o Produto Interno Bruto (PIB).

Arrecadação da CPMF em bilhões de reais



Percentual da CPMF sobre o PIB



Fonte: IBPT, 2007.

De acordo com as informações desses gráficos, a estimativa para o PIB brasileiro, em 2007, em trilhões de reais, está entre

- (A) 1,1 e 2.
- (B) 2,1 e 3.
- (C) 3,1 e 4.
- (D) 4,1 e 5.
- (E) 5,1 e 6.

32. A tabela abaixo, veiculada na imprensa local em 19/08/2007, apresenta os principais destinos das exportações gaúchas entre janeiro e julho de 2007. Para cada destino, a tabela apresenta o valor das exportações, em milhões de reais; sua variação em relação ao período de janeiro a julho de 2006; e o percentual de participação no total de exportações gaúchas.

País	Total	Variação*	Participação
Estados Unidos	1.058	0	13%
Argentina	735	21%	9%
China	634	50%	8%
Rússia	429	22%	5%
Alemanha	254	20%	3%

* Em relação ao período de janeiro a julho de 2006

Fonte: Fiegs

Com base nos dados da tabela, considere as seguintes afirmações.

- I - Entre janeiro e julho de 2007, o valor das exportações gaúchas ficou entre 7,6 bilhões e 8,6 bilhões de reais.
- II - Os números da primeira e da terceira colunas são valores aproximados de grandezas diretamente proporcionais.
- III - De janeiro a julho de 2006, o valor das exportações gaúchas para a China foi de 317 milhões de reais.

Quais estão corretas?

- (A) Apenas I.
- (B) Apenas III.
- (C) Apenas I e II.
- (D) Apenas I e III.
- (E) I, II e III.

34. Se $x = 0,949494\dots$ e $y = 0,060606\dots$, então $x + y$ é igual a

(A) 1,01.

(B) 1,11.

(C) $\frac{10}{9}$.

(D) $\frac{100}{99}$.

(E) $\frac{110}{9}$.

26. O custo de uma embalagem é diretamente proporcional à superfície do sólido que se deseja embalar. Se o custo para embalar um cubo de 40 cm de aresta é R\$10,00, a embalagem de um cubo de 80 cm de aresta custa, em reais,

(A) 15.

(B) 20.

(C) 25.

(D) 40.

(E) 80.

27. Em texto publicado na *Folha de S. Paulo*, em 16/09/2007, o físico Marcelo Gleiser escreveu que "átomos têm diâmetros de aproximadamente um décimo de bilionésimo de metro".

Escrito em potência de 10, um décimo de bilionésimo é

(A) 10^{-8} .

(B) 10^{-9} .

(C) 10^{-10} .

(D) 10^{-11} .

(E) 10^{-12} .

ABSURDOS MATEMÁTICOS

2+2 é igual a 5???

Vamos verificar:

Começamos com a seguinte igualdade, que é verdadeira:

$$16-36 = 25-45$$

$$(-20 = -20)$$

Somamos $(81/4)$ nos dois lados, o que não altera a igualdade:

$$16-36+(81/4) = 25-45+(81/4)$$

Isso pode ser escrito da seguinte forma:

(trinômio quadrado perfeito)

$$(4-(9/2))^2 = (5-(9/2))^2$$

Tirando a raiz quadrada em ambos os lados temos:

$$4-(9/2) = 5-(9/2)$$

Somando $(9/2)$ nos dois lados da igualdade temos:

$$4 = 5$$

Como $4=2+2$ chegamos a seguinte conclusão:

$$2+2=5$$

- Como você explica o que acabou de ver no exemplo acima?

7.2.3 CPV - Aula 04

Aula 04 - Cursinho do dia 09/06/2010 (Quarta-Feira)

BLOCO 1: FUNDAMENTOS

1. Em qual das alternativas aparece um número que fica entre $19/3$ e $55/7$?

- A) 2
- B) 4
- C) 5
- D) 7
- E) 9

2. Um bloco de folhas retangulares de papel pesa 2 kg. Outro bloco do mesmo papel tem o mesmo número de folhas que o primeiro, mas suas folhas têm o dobro do comprimento e o triplo da largura. Qual é o peso do segundo bloco?

- A) 4 kg
- B) 6 kg
- C) 8 kg
- D) 10 kg
- E) 12 kg

3. O pé do Maurício tem 26 cm de comprimento. Para saber o número de seu sapato, ele multiplicou essa medida por 5, somou 28 e dividiu tudo por 4, arredondando o resultado para cima. Qual é o número do sapato do Maurício?

- A) 38
- B) 39
- C) 40
- D) 41
- E) 42



4. Na volta de uma pescaria, Pedro disse para Carlos: "Se você me der um de seus peixes, eu ficarei com o dobro do número de peixes com que você vai ficar". Carlos respondeu: "E se, em vez disso, eu jogar um de seus peixes no rio, ficaremos com o mesmo número". Quantos peixes eles pescaram ao todo?

- A) 5
- B) 7
- C) 8
- D) 9
- E) 11



5. Um torneio de futebol com 57 times será disputado com as seguintes regras:

- Nenhum jogo pode terminar empatado.
 - O time que perder duas partidas será eliminado.
 - O torneio termina quando sobrar apenas um time, que será o campeão.
- Se o time campeão perder uma vez, quantas partidas serão disputadas no torneio?

- A) 56
- B) 57
- C) 58
- D) 112
- E) 113



(π) Conhecendo melhor o Pi (π)

○ A constante **pi** pode ser definida como sendo a razão entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência.

○ A primeira utilização do símbolo π para representar **pi** deve-se a William Jones em 1706, sendo depois adotada por Euler em 1748 a partir do qual se popularizou e tornou a notação padrão para esta constante.

○ O número pi é irracional e transcendente. Um número diz-se irracional quando não pode ser representado por uma fração de dois inteiros, tendo uma expansão decimal infinita e não periódica, e transcendente se não anular nenhuma função polinomial de coeficientes inteiros.

○ Lambert em 1761 e Legendre em 1794 provaram que π é irracional.

○ Em 1882, Lindemann demonstrou que π é transcendente. Resulta daqui que π nunca poderia ser construído com recurso a uma régua e compasso (com um número finito de passos). Uma consequência direta deste fato é que um dos mais famosos problemas geométricos da antiguidade, a quadratura do círculo, não é possível.

○ Apesar da sua simples definição, o número π surge em inúmeras relações na matemática, física e engenharia, em temas bem diferentes dos que envolvem áreas de círculos ou comprimentos de arco.

$\pi = 3,14159265358979323...$

"Ame a verdade, perdoe o erro."

(VOLTAIRE)

7.2.4 CPV - Aula 07

- (Os Chineses e seus Gorros):** Três chineses foram condenados à morte. Todavia solicitaram indulto. Este lhes seria concedido, mediante uma condição. Apresentaram-lhes cinco gorros, três brancos e dois pretos e, depois de lhes vendarem os olhos, foi colocado um gorro sobre cada cabaça. Em seguida, tiraram a venda do primeiro, dizendo-lhe: “Se adivinhares a cor do gorro que tens na cabeça, serás indultado. Podes olhar os de teus dois companheiros, pois, talvez por eles, possas saber a cor do teu, com o que salvarás a tua vida”. O chinês olhou os gorros dos companheiros, suspirou e depois, sacudindo a cabeça, declarou-se vencido, sendo, em seguida, conduzido ao patíbulo. Depois de retirada a venda do segundo, foi-lhe feita a mesma proposta, podendo olhar, apenas, o gorro do companheiro restante. Também o segundo chinês suspirou e, sacudindo a cabeça, declarou-se impotente para adivinhar. Foi, igualmente, conduzido ao patíbulo. “Agora é a tua vez” disseram ao terceiro deles. “De que cor é o teu gorro?”, e o homem respondeu “Branco”. Era verdade e foi indultado. Como pôde adivinhá-lo? Você, por acaso, saberá explicar? (MADEIRA, 1959, p. 153-154).

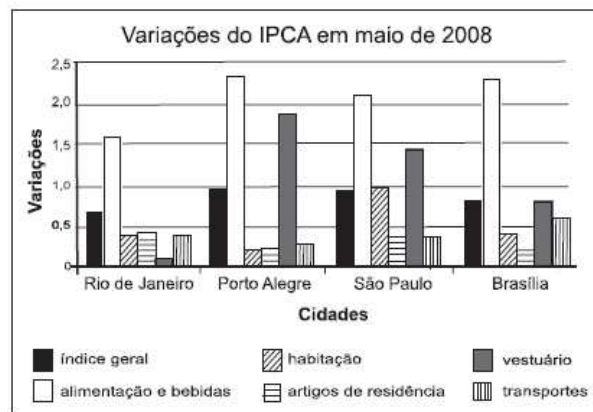
Aula 07 - Cursinho do dia 21/06/2010 (Segunda-Feira)

BLOCO 2: GRÁFICOS, TABELAS E FUNÇÕES

Instruções: Todas as questões devem ser justificadas.

1. (ENEM 2009):

Para o cálculo da inflação, utiliza-se, entre outros, o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), que toma como base os gastos das famílias residentes nas áreas urbanas, com rendimentos mensais compreendidos entre um e quarenta salários mínimos. O gráfico a seguir mostra as variações do IPCA de quatro capitais brasileiras no mês de maio de 2008.



Com base no gráfico, qual item foi determinante para a inflação de maio de 2008?

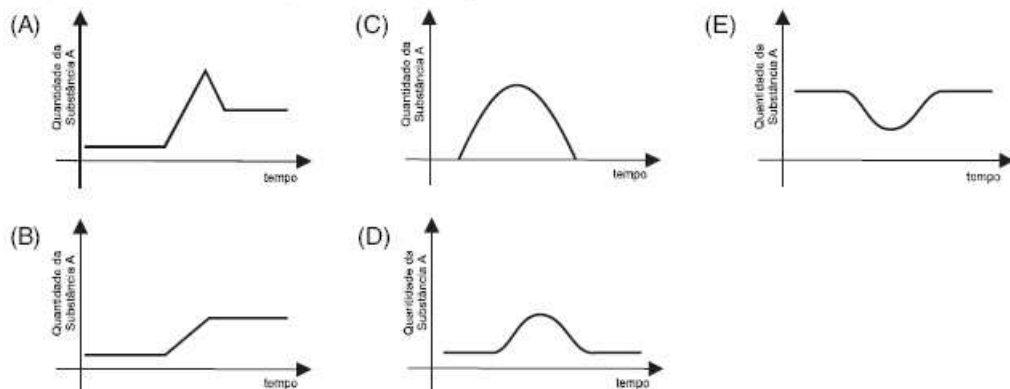
- Alimentação e bebidas.
- Artigos de residência.
- Habitação.
- Vestuário.
- Transportes.

Disponível em: <http://www.ibge.gov.br>. Acesso em: 05 jul. 2008 (adaptado).

2. (ENEM 2009):

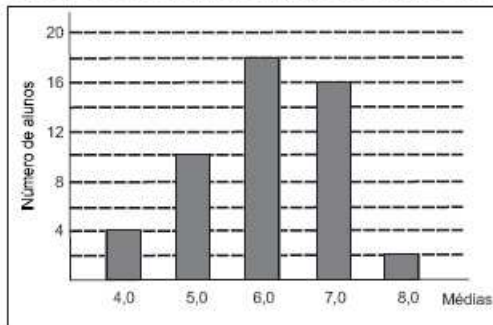
Muitas vezes o objetivo de um remédio é aumentar a quantidade de uma ou mais substâncias já existentes no corpo do indivíduo para melhorar as defesas do organismo. Depois de alcançar o objetivo, essa quantidade deve voltar ao normal.

Se uma determinada pessoa ingere um medicamento para aumentar a concentração da substância A em seu organismo, a quantidade dessa substância no organismo da pessoa, em relação ao tempo, pode ser melhor representada pelo gráfico



3. (ENEM 2009):

Considere que as médias finais dos alunos de um curso foram representadas no gráfico a seguir.

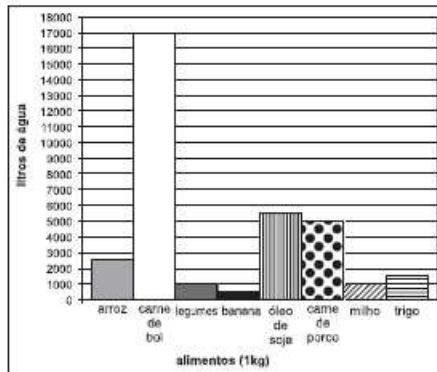


Sabendo que a média para aprovação nesse curso era maior ou igual a 6,0, qual foi a porcentagem de alunos aprovados?

- (A) 18%
- (B) 21%
- (C) 36%
- (D) 50%
- (E) 72%

4. (ENEM 2009):

Nos últimos anos, o aumento da população, aliado ao crescente consumo de água, tem gerado inúmeras preocupações, incluindo o uso desta na produção de alimentos. O gráfico mostra a quantidade de litros de água necessária para a produção de 1 kg de alguns alimentos.



Com base no gráfico, para a produção de 100 kg de milho, 100 kg de trigo, 100 kg de arroz, 100 kg de carne de porco e 600 kg de carne de boi, a quantidade média necessária de água, por quilograma de alimento produzido, é aproximadamente igual a

- (A) 415 litros por quilograma.
- (B) 11.200 litros por quilograma.
- (C) 27.000 litros por quilograma.
- (D) 2.240.000 litros por quilograma.
- (E) 2.700.000 litros por quilograma.

5. (ENEM 2009):

Uma pesquisa foi realizada para tentar descobrir, do ponto de vista das mulheres, qual é o perfil da parceira ideal procurada pelo homem do séc. XXI. Alguns resultados estão apresentados no quadro abaixo.

O QUE AS MULHERES PENSAM QUE OS HOMENS PREFEREM	
<p>72%</p> <p>das mulheres têm certeza de que os homens odeiam ir ao shopping</p>	<p>65%</p> <p>pensam que os homens preferem mulheres que façam todas as tarefas da casa</p>
<p>No entanto, apenas</p> <p>39%</p> <p>dos homens disseram achar a atividade insuportável</p>	<p>No entanto,</p> <p>84%</p> <p>deles disseram acreditar que as tarefas devem ser divididas entre o casal</p>

Correio Braziliense, 29 jun. 2008 (adaptado).

Se a pesquisa foi realizada com 300 mulheres, então a quantidade delas que acredita que os homens odeiam ir ao *shopping* e pensa que eles preferem que elas façam todas as tarefas da casa é

- (A) inferior a 80.
- (B) superior a 80 e inferior a 100.
- (C) superior a 100 e inferior a 120.
- (D) superior a 120 e inferior a 140.
- (E) superior a 140.

7.2.5 CPV - Aula 08

Aula 08 - Cursinho do dia 23/06/2010 (Quarta-Feira)

BLOCO ESPECIAL: RACIOCÍNIO LÓGICO

1. **(Os Chineses e seus Gorros):** Três chineses foram condenados à morte. Todavia solicitaram indulto. Este lhes seria concedido, mediante uma condição. Apresentaram-lhes cinco gorros, três brancos e dois pretos e, depois de lhes vendarem os olhos, foi colocado um gorro sobre cada cabeça. Em seguida, tiraram a venda do primeiro, dizendo-lhe: “*Se adivinhares a cor do gorro que tens na cabeça, serás indultado. Podes olhar os de teus dois companheiros, pois, talvez por eles, possas saber a cor do teu, com o que salvarás a tua vida*”. O chinês olhou os gorros dos companheiros, suspirou e depois, sacudindo a cabeça, declarou-se vencido, sendo, em seguida, conduzido ao patíbulo. Depois de retirada a venda do segundo, foi-lhe feita a mesma proposta, podendo olhar, apenas, o gorro do companheiro restante. Também o segundo chinês suspirou e, sacudindo a cabeça, declarou-se impotente para adivinhar. Foi, igualmente, conduzido ao patíbulo. “*Agora é a tua vez*” disseram ao terceiro deles. “*De que cor é o teu gorro?*”, e o homem respondeu “*Branco*”. Era verdade e foi indultado. Como pôde adivinhá-lo? Você, por acaso, saberá explicar? (MADEIRA, 1959, p. 153-154).
2. **(O Caso Belga):** É legal para um homem na Bélgica se casar com a irmã de sua viúva? E na Itália? Caso a pergunta fosse para um homem no Brasil, qual seria o seu veredicto? Explique seu raciocínio. (STANGROOM, 2010, p. 81).
3. **(O doutor na ilha deserta):** Estão presentes em uma ilha deserta um doutor cirurgião, e três pacientes que necessitam de uma cirurgia para continuarem vivendo. O doutor levou consigo apenas dois pares de luvas, mas tem que realizar três cirurgias. Como ele fará as três cirurgias? (MORICONI, 2010, p. 79).

Nota:

O Problema 3 é uma adaptação do Enigma a seguir, o qual teve suas condições explicadas no momento da resolução pelos alunos:

Enigma (O Médico em uma ilha deserta): Um médico cirurgião encontra-se em uma ilha totalmente deserta, sem água, com 3 pacientes que necessitam urgentemente de uma cirurgia cada. Porém, o cirurgião tem apenas dois pares de luvas. Como ele fará as três cirurgias sem contaminar os pacientes e a si próprio? Lembre-se que a cirurgia deve ser feita com as duas mãos em cada paciente (MORICONI, 2010, p. 79).