

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE GEODIENCIAS  
CURSO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA

CAROLINA COLLISCHONN

**PLANEJAMENTO, MATERIALIZAÇÃO E CONTROLE  
DE QUALIDADE DE REDE GEODÉSICA**

**PORTO ALEGRE  
2013**

CAROLINA COLLISCHONN

**PLANEJAMENTO, MATERIALIZAÇÃO E CONTROLE  
DE QUALIDADE DE REDE GEODÉSICA**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado como requisito parcial  
para a obtenção do título de  
Engenheiro Cartógrafo.

Orientador

Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka

**PORTO ALEGRE  
2013**

**Orientador:**

---

**Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka**

**Comissão Examinadora:**

---

**Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza**

---

**Msc. Ivandro Klein**

**PORTO ALEGRE  
2013**

---

## Resumo

Uma rede geodésica consiste em um conjunto de pontos materializados no terreno, com suas posições referenciadas a um sistema de coordenadas. O estabelecimento de uma rede geodésica compreende diferentes etapas. Inicialmente, é realizado o planejamento da rede geodésica, o que envolve a definição da quantidade e localização dos seus vértices. Foram planejados 23 vértices para a rede, inicialmente, nomeados com as letras do alfabeto. O planejamento da geometria e levantamento da rede se dá após o conhecimento da localização dos vértices. A seguir foi feita a materialização dos vértices na área de estudo. Quando da materialização, foi possível levantar os vértices. O método utilizado no rastreo foi o relativo estático utilizando sete equipamentos GNSS, estando dois localizados nos pontos de controle da rede e os outros cinco receptores ocupando os demais vértices. O levantamento da rede é dividido em sessões envolvendo os vértices que servem de pontos de controle e outros vértices. O levantamento para um vértice da rede falhou, restando 22 vértices na rede. Com os dados do levantamento, é realizado o processamento das linhas-base. O processamento foi realizado com relação a estações oficiais da RBMC do IBGE para os pontos de controle da rede. Após foi realizada uma análise dos dados, ocorrendo nessa etapa exclusão de um vértice que não atendia determinados critérios, restando 21 vértices na rede geodésica. Com os dados obtidos nos processamento, o ajustamento é realizado. Primeiramente, é realizado o ajustamento pelo método paramétrico para se determinar as coordenadas, bem como os respectivos desvios-padrão, dos pontos de controle. Em seguida, utilizando as coordenadas e precisões dos pontos de controle da rede na forma de injunção relativa, é ajustada a rede. Após esse ajustamento, obtêm-se as coordenadas, bem como as respectivas precisões, dos vértices da rede geodésica. Após o ajustamento da rede geodésica ter sido realizado, o passo seguinte é o seu controle de qualidade. Foi aplicado o conhecido procedimento DIA (Detecção, Identificação e Adaptação). Para a etapa de detecção foi realizado o teste global do ajustamento. Para a identificação de observações foi utilizado o teste *data snooping*. O teste global foi aplicado no ajustamento para os vértices base da rede, e ambos os testes foram aplicados para o ajustamento da rede como um todo. Nessa etapa um vértice da rede foi excluído, restando 20 vértices na rede geodésica. A rede como um todo foi aprovada no teste global do ajustamento após a exclusão de dados por análise da precisão, inicialmente, e também pela aplicação do teste *data snooping* de forma iterativa por três vezes. Após a etapa de DIA, o próximo passo foi a análise das confiabilidades interna e externa da rede.

Palavras - chave: rede geodésica, *data snooping*, controle de qualidade.

---

## Abstract

A geodetic network consists of a set of points materialized on the ground, with their positions referenced to a coordinate system. The establishment of a geodetic network comprises different stages. Initially, the geodetic network planning is held, which involves the definition of number and location of its vertices. Initially 23 vertices were planned for the network named with the alphabetic letters. The network geometry and survey planning occurs after the knowledge of the vertices location. After the materialization of the vertices was made in the study area. The relative static method was used for screening using seven GNSS equipments, two of this located on the network control points and the other five equipments occupying the remaining vertices. The network survey is divided into sessions involving the vertices that serve as control points and other vertices. The survey for a network vertex has failed, leaving 22 vertices in the network. With the survey data, the baselines processing is realized. The processing was conducted with respect to RBMC official stations from IBGE for the network control points. After a data analysis was performed occurring at this stage vertex exclusion that did not meet certain criteria, leaving 21 vertices in the geodetic network. With the data obtained in the processing, the adjustment is performed. First, the adjustment by parametric method is realized to determine the coordinates as well as the respective standard deviations, of control points. Then the network is adjusted using the coordinates and precisions of the network control points in the form of relative injunction. After this adjustment, the coordinates are obtained, and their respective accuracies, of the geodetic network vertices. After the geodetic network adjustment has been made, the next step is its quality control. Was applied the known procedure DIA (Detection, Identification and Adaptation). For the detection step was performed the adjustment global test. For the identification of observations was used the data snooping test. The global test was applied in the adjustment for the network control points, and both tests were applied for the network adjustment as a whole. At this stage a vertex of the network was excluded, leaving 20 vertices in geodetic network. The network as a whole was approved in the adjustment global test after excluding data by precision analysis, initially, and also by the application of the data snooping test in an iteratively way for three times. After the DIA stage, the next step was the analyses of network internal and external reliabilities.

Keywords: geodetic network, data snooping, quality control.

---

---

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>8</b>
1.1 Considerações Iniciais	8
1.2 Justificativa	10
1.3 Objetivos	10
1.4 Estrutura	11
1.5 Área de Estudo	11
<b>2 MATERIAIS E METODOS</b>	<b>13</b>
2.1 Materiais	13
2.2 Métodos	14
2.2.1 <i>Posicionamento Relativo Estático</i>	16
2.2.2 <i>Ajustamento de Rede GNSS</i>	18
2.2.3 <i>Controle de Qualidade no ajustamento</i>	23
<b>3 DESENVOLVIMENTO</b>	<b>35</b>
3.1 Planejamento	35
3.1.1 <i>Localização e monumentalização dos marcos</i>	36
3.2 Levantamento	37
3.2.1 <i>Análise dos dados</i>	42
<b>4 RESULTADOS E ANÁLISES</b>	<b>44</b>
4.1 Processamento das linhas bases e Ajustamento da Rede	44
4.1.1 <i>Ajustamento dos pontos de controle da rede</i>	44
4.1.2 <i>Ajustamento da rede geodésica</i>	46
4.2 Controle de qualidade do ajustamento da rede geodésica (teste global e <i>data snooping</i> )	51
4.2.1 <i>Aplicação do teste global do ajustamento</i>	51
4.2.2 <i>Aplicação do teste data snooping</i>	52
4.2.3 <i>Ajustamento e aplicação do teste global na rede (sem vértice Q)</i>	53
4.2.4 <i>Aplicação do teste data snooping na rede (sem vértice Q)</i>	53
4.2.5 <i>Ajustamento e aplicação do teste global na rede (sem vértice Q e sem <math>\Delta Y_{VO}</math>)</i>	54
4.2.6 <i>Aplicação do teste data snooping na rede (sem vértice Q e sem <math>\Delta Y_{VO}</math>)</i>	54
4.2.7 <i>Ajustamento e aplicação do teste global na rede (sem vértice Q, <math>\Delta Y_{VO}</math> e <math>\Delta Z_{PN}</math>)</i>	55
4.3 Coordenadas UTM e precisões	57
4.4 Confiabilidade Interna e Externa	58
4.4.1 <i>Confiabilidade Interna</i>	58
4.4.2 <i>Confiabilidade Externa</i>	63
<b>5 CONCLUSÕES</b>	<b>66</b>
<b>6 REFERÊNCIAS</b>	<b>68</b>

---

---

**APÊNDICES**

Apêndice A – Mapa ilustrativo.....71

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações Iniciais

Uma rede geodésica consiste em um conjunto de pontos materializados no terreno, com suas posições referenciadas a um sistema de coordenadas (Klein et al., 2012). Redes geodésicas são utilizadas em diversos ramos da ciência e da engenharia, tais como georreferenciamento de levantamentos planialtimétricos, construção e monitoramento de barragens, dentre outros. O enfoque desse trabalho se dá nas etapas de planejamento e materialização de uma rede geodésica para a estruturação de uma base cartográfica municipal, bem como a aplicação de técnicas de controle de qualidade na mesma.

A rede geodésica municipal é concebida de forma a servir de referência a todos os levantamentos topográficos e cadastrais realizados no município. A implantação de uma rede geodésica em um município serve para manter atualizada a sua base cartográfica e cadastral, em sistema de referência atual, evitando assim a necessidade de se realizar novo mapeamento municipal, o que requer grandes investimentos (Rocha, 2011). A implantação de rede geodésica também tem como vantagem a redução dos custos para levantamentos topográficos, sendo que os marcos geodésicos da mesma podem ser utilizados para a amarração das poligonais topográficas. Nesse sentido, a rede é utilizada para o georreferenciamento dos levantamentos, o que serve para manter a unidade na base cartográfica de um município, em um mesmo sistema de referência.

A base cartográfica municipal é estruturada através de uma rede geodésica e é de fundamental importância para o desenvolvimento. O desenvolvimento de um município traz consigo diversas necessidades no âmbito da mobilidade, educação, habitação, infra-estrutura, dentre outros, e, assim, surgem projetos de intervenção na superfície terrestre para construção de novas ruas, escolas, unidades de saúde, etc. Dessa forma, se ter uma detalhada base cartográfica, baseada na rede geodésica municipal muito bem realizada, vem a trazer muitas vantagens ao município, principalmente no que contempla seu desenvolvimento.

A Prefeitura Municipal de Porto Alegre recentemente implantou sua rede geodésica municipal, a rede faz parte do projeto Mapeamento de Porto Alegre que



envolve outros produtos, tais como: levantamento planialtimétrico, elaboração de modelo digital de terreno e elevação, ortofotos digitais, etc. Dessa forma, a cidade serve de exemplo de como o objeto desse trabalho serve para facilitar o processo de atualização cartográfica e levantamentos topográficos. Para maiores detalhes do projeto, entrar em contato com a Secretaria da Fazenda e a Secretaria do Planejamento da Prefeitura Municipal de Porto Alegre, Laboratório de Cartografia Aplicada (Lacap) e Laboratório de Estudos e Pesquisas em Fotogrametria (Lafoto) no Departamento de Geodésia/UFRGS.

Ao se projetar e levantar uma rede geodésica deseja-se que as coordenadas estimadas para os pontos atinjam um critério de precisão pré-estabelecido de acordo com os objetivos do projeto. E, além disso, que se possa ter uma medida da dimensão da influência de possíveis erros não detectados nas observações sobre os valores estimados para as coordenadas dos pontos, o que pode ser estudado através do controle de qualidade (Klein, 2012). A partir de testes estatísticos, envolvendo medidas de probabilidade, pode-se testar a qualidade do ajustamento das observações, detectando e identificando erros não aleatórios até certo tamanho para cada observação. Erros não detectados influenciam nos resultados finais, ou seja, nas coordenadas. Utilizando o controle de qualidade é possível determinar a influencia desses erros nas coordenadas dos vértices da rede geodésica.

O estabelecimento de uma rede geodésica compreende diferentes etapas desde a definição da precisão das coordenadas dos vértices da rede, assim como dos valores para o controle de qualidade. A quantidade e localização dos vértices da rede, a partir da abrangência da área de estudo e do seu relevo, faz parte do planejamento da rede. O planejamento da geometria e levantamento da rede se dá após o conhecimento da localização dos vértices. A seguir é feita a monumentação dos marcos no terreno, em locais pré-estabelecidos. A medição em campo nesse trabalho é realizada utilizando receptores GNSS (*Global Navigation Satellite System*). Após o levantamento é feito o processamento e ajustamento da rede. No trabalho ainda é aplicada a teoria de controle de qualidade.

---

## 1.2 Justificativa

Frente ao apresentado pode-se verificar a importância da rede geodésica em um município, principalmente no que concerne ao seu desenvolvimento. O desenvolvimento de um município está fortemente ligado ao conhecimento e controle de seu território. Nesse sentido, a rede geodésica vem a prover a unidade da base cartográfica municipal e a facilitada atualização da mesma. A rede geodésica municipal servirá de referência a todos os levantamentos topográficos e cadastrais realizados no município.

O enfoque de grande importância nesse trabalho é o controle de qualidade da rede geodésica. Aplicando métodos de controle de qualidade, é estimada uma acurácia para a rede geodésica, quantificando a influência de possíveis erros nas coordenadas dos vértices da rede.

## 1.3 Objetivos

O objetivo geral desse projeto é o planejamento, materialização e controle de qualidade de uma rede geodésica. Para atingir o objetivo geral apresentado nesse projeto, os objetivos específicos são:

- Estudar a melhor distribuição e a quantidade de vértices pertencentes à rede geodésica, considerando as características da área de estudo.
  - Planejar o levantamento das linhas-base da rede geodésica.
  - Materializar a rede geodésica.
  - Realizar o levantamento dos vértices.
  - Realizar o processamento dos dados e posterior ajustamento da rede.
  - Aplicar métodos de controle de qualidade sobre as observações da rede.
-

## 1.4 Estrutura

Este trabalho é dividido em cinco capítulos. Após este capítulo introdutório, são apresentados, no segundo capítulo os materiais e métodos utilizados no trabalho, contemplando revisão teórica sobre posicionamento GNSS (*Global Navigation Satellite System*), ajustamento de observações geodésicas e controle de qualidade. O terceiro capítulo refere-se ao desenvolvimento do trabalho, abordando o planejamento da localização dos vértices e o levantamento em campo da rede geodésica.

No quarto capítulo são apresentados os resultados, bem como as análises dos mesmos. Os resultados apresentam o ajustamento realizado, aplicação do controle de qualidade e as coordenadas finais dos vértices da rede. Por fim, no quinto capítulo constam as conclusões obtidas com a realização do trabalho.

## 1.5 Área de Estudo

A área onde foi implantada a rede geodésica é o município de Picada Café. O município localiza-se na região Metropolitana de Porto Alegre, na microrregião de Gramado-Canela. Dista 80 km da capital do estado do Rio Grande do Sul, e é limítrofe dos seguintes municípios: Nova Petrópolis, Santa Maria do Herval, Morro Reuter, Presidente Lucena e Linha Nova.

Picada Café foi fundada em 20 de março de 1992. Possui uma área territorial de 85,094 km<sup>2</sup>, população de aproximadamente 5.211 habitantes (Fonte IBGE: Contagem da População 2011). O município se localiza a uma latitude aproximada de 29°26'39" sul e a uma longitude aproximada de 51°08'11" oeste, estando a uma altitude média de 106 metros. A figura 1 apresenta a localização do município no estado.

---



Figura 1. Localização do município de Picada Café no estado do Rio Grande do Sul/Fonte: IBGE.

A figura 2 apresenta o perímetro do município de Picada Café sobre imagem obtida no *Google Earth*. Na figura também se identificam os municípios limítrofes da área de estudo em questão, além desses se verifica a localização da BR116 (em amarelo na figura) com relação aos limites municipais.

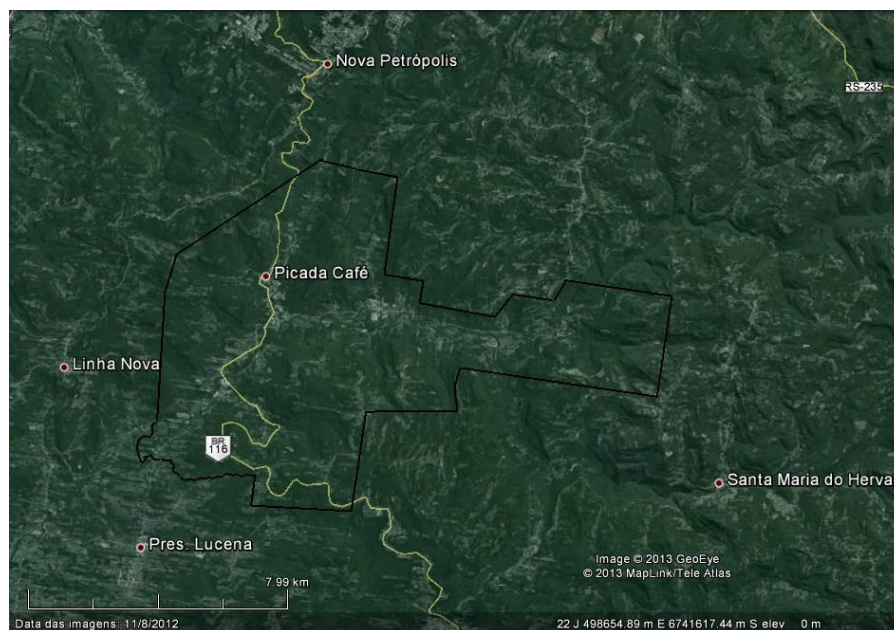


Figura 2. Perímetro do município de Picada Café sobre imagem de satélite.

## 2 MATERIAIS E METODOS

Neste capítulo serão descritos os materiais e os procedimentos metodológicos utilizados nesse trabalho.

### 2.1 Materiais

No planejamento da localização e densidade de vértices da rede foi utilizado o perímetro municipal, em arquivo vetorial. Para a execução do levantamento das linhas-base envolvidas na rede geodésica foram utilizados sete receptores GNSS, seis desses de dupla-freqüência e um mono-freqüência. Dois equipamentos ficaram fixos nas bases V e BC da rede, enquanto os outros cinco foram revezados nos vértices conforme o planejamento de forma que se tivesse simultaneidade no rastreamento dos vértices obtendo-se, dessa forma, as linhas-base. Os equipamentos utilizados foram:

- 1 Novatel DL Millenium card - L1/L2
- 1 Novatel Millenium Propack - L1/L2
- 1 Techgeo GTR-A - L1
- 2 NovAtel DL4 - L1/L2
- 1 Sokkia Radian - L1/L2
- 1 Sokkia GSR2300 - L1/L2

Para a materialização dos vértices da rede foram necessários marcos de concreto e placas de latão. As placas contêm o nome do marco e a data em que foi realizado o levantamento. Os vértices da rede foram nomeados com as letras do alfabeto de forma aleatória de A até X, sendo que não existem marcos nomeados D e J. Os marcos de concreto foram feitos por funcionários da Secretaria Municipal de Obras da Prefeitura Municipal. A figura 3 se refere ao vértice F da rede geodésica.

---



Figura 3. Vértice F da Rede

No processamento, que contempla o ajustamento de observações e a aplicação da teoria do controle de qualidade, foram utilizados os programas *EzSurv*, *Excel* e *Scilab*, em distintas etapas. O programa *EzSurv* é desenvolvido pela *TechGeo* para processamento de dados GNSS e foi utilizado para a obtenção das linhas-bases entre os vértices. O processamento e manipulação das matrizes e vetores envolvidos no ajustamento de observações foram realizados em *Excel* e em *software* livre de computação numérica: o *Scilab*. Assim como a aplicação do controle de qualidade.

Além desses programas, foi utilizado o *TCGeo* desenvolvido pelo IBGE para conversão entre sistemas de coordenadas nesse trabalho. Para a confecção dos mapas e figuras ilustrativas do trabalho foi utilizado o *software TopoEVN CAD*. Também utilizou-se o *Google Earth* e o *software GPS TrackMaker*.

## 2.2 Métodos

A metodologia consiste em, inicialmente, realizar o planejamento da rede geodésica, o que envolve a definição da quantidade e localização dos seus vértices. Para tanto, é necessário o conhecimento do tamanho da área a ser implantada a rede, assim como o seu relevo. A quantidade de vértices depende principalmente da área e distribuição do município. O relevo é importante para o estabelecimento da intervisibilidade entre vértices, o que também influencia na localização dos mesmos, a fim de atender profissionais de topografia que venham a utilizar as coordenadas dos marcos. Nessa etapa ainda é definida a nomeação dos vértices e quais os vértices

serviriam de bases, com tempo de rastreio maior, visando melhorar a precisão, e possuindo linhas-base com todos os demais vértices da rede.

Após e quando possível, devido às condições climáticas e disponibilidade de pessoal necessário, foi feita a materialização da rede, ou seja, foram visitados todos os locais onde se planejou o estabelecimento dos vértices da rede. Nesse processo, foram feitos buracos no solo e colocados os marcos de concreto, esses foram perfurados e então encaixadas e coladas as placas que contem o nome dos vértices e data a ser realizado o levantamento, além dos dizeres: “protegido por lei”.

Quando da materialização, é possível levantar os vértices. O rastreio dos vértices é realizado com equipamentos GNSS nivelados sobre os marcos de concreto. Com os dados do levantamento, é realizado o processamento das linhas-base por meio do método de posicionamento relativo estático. O levantamento da rede é dividido em sessões envolvendo os vértices que servem de pontos de controle e outros vértices. Após o processamento e obtidas os resultados das linhas-base, bem como a precisão (variâncias e covariâncias) das mesmas, é realizada uma análise dos dados, ocorrendo nessa etapa exclusão de dados que não atendam determinados critérios. O processamento é feito com relação a marcos oficiais da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo) do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) para os vértices base da rede (pontos de controle).

Com os dados obtidos nos processamento: as linhas base e as suas precisões, o ajustamento é realizado. Primeiramente, é realizado o ajustamento pelo método paramétrico para se determinar as coordenadas, bem como os respectivos desvios-padrão, dos vértices base da rede, ou seja, os pontos de controle, com relação aos marcos oficiais do IBGE, utilizando as linhas-base obtidas no processamento. Em seguida, e utilizando as coordenadas e precisões dos vértices base da rede na forma de injunção relativa, é ajustada a rede a partir das observações, ou seja, as componentes das linhas-base da rede, pré-selecionadas, que atenderam a certo critério de precisão. Após esse ajustamento, obtêm-se as coordenadas, bem com as respectivas precisões, dos vértices da rede geodésica.

Após o ajustamento da rede geodésica ter sido realizado, o passo seguinte é o seu controle de qualidade. Foi aplicado o conhecido procedimento DIA (Detecção, Identificação e Adaptação). Para a etapa de detecção de possíveis erros grosseiros nas observações e de erros no modelo (funcional e estocástico) foi realizado o teste

---

global do ajustamento. Na etapa de detecção pode-se concluir que há problemas no ajustamento, mas não identificar quais seriam esses problemas. Para a identificação de observações com erros grosseiros é utilizado o teste *data snooping*. O teste global foi aplicado no ajustamento para os vértices base da rede, e ambos os testes foram aplicados para o ajustamento da rede como um todo. Nessa etapa são identificadas observações que contenham erros grosseiros e, essas, são retiradas, então é novamente realizado o ajustamento.

Após a etapa de DIA, o próximo passo é a análise da confiabilidade da rede. A análise de confiabilidade de uma rede geodésia contempla medidas de confiabilidades interna e externa. Através da confiabilidade interna se estima qual o menor erro que pode ser detectado por um determinado teste estatístico (por exemplo, o *data snooping*), com uma probabilidade estipulada, em cada observação. A confiabilidade externa determina o quanto esse erro não detectado influencia no vetor de parâmetros do ajustamento.

A seguir é feita uma breve revisão bibliográfica sobre os métodos empregados no trabalho: posicionamento relativo estático, ajustamento de observações GNSS e controle de qualidade.

### **2.2.1 Posicionamento Relativo Estático**

Posicionamento está relacionado à determinação da posição de objetos com relação a um referencial específico. O posicionamento pode ser classificado em absoluto, quando as coordenadas estão associadas diretamente ao geocentro, e relativo, no caso em que as coordenadas são determinadas com relação a um referencial materializado por um ou mais vértices com coordenadas conhecidas. O objeto a ser posicionado pode estar em repouso ou em movimento, o que gera um complemento à classificação com relação ao referencial adotado. No primeiro caso, trata-se do posicionamento estático, enquanto o segundo diz respeito ao posicionamento cinemático (Monico, 2008).

Em posicionamento utilizando GNSS pode-se utilizar os métodos absoluto e relativo e, ainda um terceiro método conhecido por DGPS (*Differential GPS*). E, dessa forma, têm-se os métodos de posicionamento: absoluto estático e cinemático, relativo estático e cinemático, o mesmo vale para o DGPS (Monico, 2008). Nesse

---



capítulo é dado enfoque ao método de posicionamento relativo estático, utilizado no trabalho.

No posicionamento relativo, a posição de um ponto é determinada com relação à de outro(s), cujas coordenadas são conhecidas. Nesse contexto surge o conceito de linha-base. A linha-base envolve duas estações, podendo ser uma supostamente conhecida e outra a determinar, ambas conhecidas ou ambas desconhecidas fazendo parte de uma rede. Os elementos que compõem a linha-base, ou seja,  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  e  $\Delta Z$ , são estimados e, ao serem acrescentados às coordenadas da estação-base ou de referência (estação com coordenadas conhecidas), proporcionam as coordenadas da estação desejada.

Para realizar o posicionamento relativo o usuário deve dispor de dois ou mais receptores, ou utilizar dados de estações pertencentes a Sistemas de Controle Ativos (SCA), no Brasil tem-se a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) e outras. Em uma SCA, receptores rastreiam continuamente os satélites visíveis e os dados podem ser acessados via sistema de comunicação. No contexto de posicionamento relativo utilizam-se, em geral, as duplas diferenças (DD) como observáveis fundamentais. Ainda com relação à classificação, o método de posicionamento relativo pode ser estático, estático rápido, semicinemático e cinemático. Adotando uma das observáveis: pseudodistância, fase da onda da portadora, fase da onda da portadora e pseudodistância (Monico, 2008).

O conceito fundamental do posicionamento relativo é que os dois ou mais receptores envolvidos rastreiem, simultaneamente, pelo menos dois satélites comuns. Quando se realizam diferenças entre observáveis coletadas simultaneamente, objetiva-se, sobretudo, reduzir alguns tipos de erros. A observável normalmente adotada no posicionamento relativo estático é a DD da fase de batimento da onda portadora, muito embora possa também se utilizar a DD da pseudodistância, ou ambas. Os casos em que se têm as duas observáveis proporcionam melhores resultados em termos de acurácia (Mônico, 2008). Nesse posicionamento, dois ou mais receptores rastreiam, simultaneamente, os satélites visíveis por um período de tempo que pode variar de, no mínimo, 20 minutos até horas. Como no posicionamento relativo estático o período de ocupação das estações é relativamente longo, apenas as DDs de fase da onda portadora são em geral incluídas como observáveis. As pseudodistâncias são empregadas no pré-

---

processamento (Monico, 2008). O método de posicionamento relativo estático é muito adotado em posicionamento geodésico, e implica em linhas base com tempos de ocupação acima de 20 minutos.

As linhas-base são processadas, podendo ser em softwares comerciais, de forma individual ou levando em conta a correlação entre as varias linhas-base simultâneas de cada sessão. Após, é feito o ajustamento envolvendo todos os resultados de cada linha-base.

### **2.2.2 Ajustamento de Rede GNSS**

Como em muitas outras ciências, a Geodésia se utiliza de observações (medidas) experimentais para estimar parâmetros incógnitos que representam alguma realidade física que se deseja estudar. O ajustamento tem por objetivo a solução única para problemas onde o numero de observações (medidas) é redundante e o sistema de equações inconsistentes, bem como a estimativa da solução adotada. A inconsistência do sistema de equações é devido às flutuações probabilísticas das observações, e faz com que um determinado subconjunto de dados proporcione valores diferentes de outro subconjunto. A solução única é dada pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) desenvolvido independentemente por Gauss (1795) e Legendre (1805).

De acordo com Gemael (1994), a partir de observações redundantes sujeitas a flutuações probabilísticas e de uma estimativa de sua precisão, o ajustamento tem por objetivo:

- Estimar, mediante a aplicação de modelos matemáticos adequados e do MMQ, um valor único para cada uma das incógnitas do problema.
- Estimar a precisão de tais incógnitas e a eventual correlação entre elas.

Para descrever matematicamente um evento ou uma realidade física, recorre-se a equações que representam a realidade com suficiente aproximação. O modelo matemático é definido como um sistema teórico que descreve uma situação física e é freqüentemente composto de duas partes: modelo funcional e modelo estocástico. O modelo funcional constitui a parte determinística da realidade física ou

---

evento em consideração e o modelo estocástico descreve as propriedades não determinísticas das variáveis envolvidas (Notas de aula da disciplina de Ajustamento de observações).

Quando da obtenção das observações, mesmo tendo-se precaução e cuidados especiais, erros de medidas são inevitáveis. Esses erros podem ser consequência da imperfeição do equipamento, falha humana e de condições ambientais nas quais se dá a mensuração. De acordo com a classificação tradicional, esses erros podem ser de três tipos: aleatórios, sistemáticos e grosseiros.

Os erros aleatórios são inevitáveis, sendo uma característica própria da observação. Normalmente, estes erros causam uma pequena diferença entre a observação e o valor esperado. Eles são tratados como variáveis aleatórias, seguindo, portanto, funções estatísticas. Os erros sistemáticos apresentam-se como a diferença entre o modelo funcional e a realidade e são oriundos de causas conhecidas, que podem ser evitados ou minimizados por técnicas especiais de observação e/ou processamento, ou eliminados/minimizados mediante a aplicação de fórmulas fornecidas pela teoria. Teoricamente é possível eliminar estes erros pelo refinamento do modelo matemático, mas é muito difícil na prática. Os erros grosseiros resultam do mau funcionamento dos aparelhos ou de falha humana. Esta descrição dos erros é muito importante para a compreensão dos modelos de ajustamento, mas não ajuda no desenvolvimento de uma estratégia para a detecção de erros. Isto se deve ao fato da impossibilidade de separar os erros no mundo real de acordo com sua classificação. O processo de estimação proporciona resíduos que possuem uma mistura de todos os tipos de erros (Monico e Camargo, 2003).

Quando se tem redundância de observações é possível a aplicação do MMQ (Método dos Mínimos Quadrados) para obtenção de solução única. As observações são sujeitas aos erros aleatórios, sistemáticos e grosseiros, mas para a aplicação do MMQ, apenas erros aleatórios podem estar presentes nas observações, considerando que esses, na verdade, são as próprias flutuações probabilísticas. Flutuações probabilísticas são propriedades das observações e incluídas no ajustamento a partir do modelo estocástico (Notas de aula da disciplina de Ajustamento de observações).

---

---

A aplicação do MMQ pode se dar no caso de ajustamento de observações diretas e no caso de observações indiretas. O segundo caso será tratado, quando se objetiva determinar valores para incógnitas que se vinculam com as observações através de equações. O ajustamento de observações indiretas é também conhecido como método paramétrico ou como método das equações de observação. Nesse ajustamento cada observação proporciona uma equação que vincula a observação aos parâmetros. De modo geral, o numero total de observações é chamado de “n” e o numero total de parâmetros incógnitos do ajustamento é chamado de “u”.

A condição para aplicação do método paramétrico é que o numero de observações “n” seja maior do que o numero de parâmetros “u”, ou seja, que se tenham observações redundantes e o sistema seja inconsistente. O numero de graus de liberdade “r” do ajustamento se dá pela diferença entre “n” e “u”, ou seja,  $r = n - u$ .

O modelo matemático do método paramétrico é dado por:

$$L_a = F(X_a) \quad (1)$$

Onde:

$L_a$  = vetor de observações ajustadas (dimensão n X 1)

$X_a$  = vetor dos parâmetros ajustados (dimensão u X 1)

$F$  = função que relaciona  $L_a$  e  $X_a$ , podendo ser linear ou não.

Para o caso de ajustamento de observações GNSS, tratado nesse trabalho, o sistema é sempre linear com relação aos parâmetros.

O sistema de equações para cada linha-base é dado pelas componentes  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  e  $\Delta Z$ , cujas equações são as diferenças das coordenadas X, Y e Z, respectivamente, entre dois pontos (no caso: I e J), ou seja, o sistema de equações é dado por:

$$\Delta X_{IJ} = X_J - X_I$$

$$\Delta Y_{IJ} = Y_J - Y_I$$

$$\Delta Z_{IJ} = Z_J - Z_I$$

---

Desta forma, a matriz  $A$ , que relaciona as observações com os parâmetros, é formada por coeficientes 0, 1 e -1, ou seja, o sistema de equações é linear com relação aos parâmetros.  $A$  é a matriz das derivadas parciais das equações com relação aos parâmetros.

A solução do ajustamento das observações pode ser obtida por meio da expressão:

$$X = -(A^T P A)^{-1} (A^T P L) \quad (2)$$

e

$$X_a = X_0 + X \quad (3)$$

Onde:

$X_a$  = é o vetor de parâmetros ajustados (dimensão  $u \times 1$ )

$X_0$  = é o vetor de parâmetros arbitrado no início do processo (dimensão  $u \times 1$ )

$X$  = é o vetor de correções aos parâmetros, estimado no ajustamento (dimensão  $u \times 1$ )

$L$  = vetor de observações (dimensão  $n \times 1$ )

$A$  = matriz das derivadas parciais (dimensão  $n \times u$ )

$P$  = matriz dos pesos das observações (melhor definida no decorrer do trabalho)

O vetor  $L$  é obtido por:

$$L = L_o - L_b \quad (4)$$

e

$$L_o = F(X_0) \quad (5)$$

Onde:

$L_b$  = vetor de observações (dimensão  $n \times 1$ )

Como o sistema de equações para o ajustamento da rede GPS é linear em relação aos parâmetros, não é necessário um vetor de parâmetros aproximados e também iterações até que o ajustamento apresente solução convergente, podendo a

solução do mesmo ser obtida diretamente. Entretanto, visando demonstrar a aplicação da teoria da confiabilidade para o caso geral de modelos linearizados, foi estipulado um vetor de parâmetros aproximados como sendo igual ao vetor nulo, o seja,  $X_0 = [0]$ .

Dessa forma, como o sistema de equações já é inicialmente linear em relação aos parâmetros, as derivadas parciais das equações de observações, em relação aos parâmetros, e aplicadas ao vetor  $X_0$ , resultam na matriz  $A$ .

Tendo obtido o vetor de correções aos parâmetros aproximados ( $X$ ), pode-se obter o vetor de resíduos ( $V$ ), através do modelo matemático linearizado do método paramétrico (Notas de aula da disciplina de Ajustamento de observações):

$$V = AX + L \quad (6)$$

E, a partir desse, calcular as observações ajustadas ( $L_a$ ):

$$L_a = L_b + V \quad (7)$$

Para iniciar o ajustamento é necessário conhecer a matriz dos pesos das observações:

$$P = \sigma_0^2 \sum_{L_b}^{-1} \quad (8)$$

Onde:

$\sigma_0^2$  = fator de variância “a priori” (arbitrado).

$\sum_{L_b}^{-1}$  = matriz variância- covariância das observações (dimensão  $n \times n$ )

A matriz  $P$ , de acordo com a literatura, é igual ao inverso a MVC (matriz variância-covariância) das observações  $\sum_{L_b}^{-1}$  e  $\sigma_0^2$  pode possuir qualquer valor e, nesse trabalho é arbitrado  $\sigma_0^2 = 1$ . A escolha de  $\sigma_0^2$  não influencia o vetor das incógnitas, resultado da equação (2). A MVC das observações é uma matriz de dimensão  $n \times n$ , de estrutura bloco-diagonal, onde os elementos da diagonal principal correspondem às variâncias das observações, e os elementos fora da diagonal principal correspondem às covariâncias entre as observações (Notas de aula da disciplina de Ajustamento de observações).

Para mais detalhes ver Dalmolin (2002).

### 2.2.3 Controle de Qualidade no ajustamento

Neste capítulo será apresentada a teoria do controle de qualidade. São descritos os testes estatísticos: global e *data snooping*, para detecção de erros no ajustamento e para a identificação das observações com erro grosseiro. Em seguida é apresentada a fase de adaptação, quando se dá a eliminação de alguma possível observação contaminada com erro. No decorrer da revisão são apresentadas as confiabilidades interna e externa e a formulação das mesmas.

As observações possuem uma propriedade inerente a elas, conhecida como flutuações probabilísticas, pois, quando se repete “n” vezes a medida de uma grandeza, os n valores não são idênticos, mas estão dispersos numa certa região ou intervalo. Essas flutuações, tradicionalmente, são classificadas como erros aleatórios. Além dos erros aleatórios, as observações podem estar contaminadas pelos erros sistemáticos e grosseiros (Gemael, 1994), conforme mencionado anteriormente. Do ponto de vista estatístico, observações com erros grosseiros não podem ser consideradas como pertencentes à amostra, não podendo ser usadas com as outras observações. Desta forma, é importante ter técnicas para a detecção e identificação de erros grosseiros nas observações (Teunissen, 2000), assunto este que será tratado neste presente trabalho.

Existem duas razões principais para o uso de observações redundantes no ajustamento (Teunissen, 2000). A primeira visa melhorar a acurácia dos resultados estimados. A segunda visa detectar a possível presença de erros (não aleatórios) nos modelos e ou nas observações.

Dessa forma, a redundância de dados possibilita a aplicação de controle de qualidade nos resultados do ajustamento. Na prática, o controle de qualidade já se inicia na fase de planejamento. Os fatores considerados no controle de qualidade dividem-se em: economia, precisão e confiabilidade. A economia é um fator importante num projeto, pois expressa o custo total, envolve operações de planejamento, execução, coleta de dados, processamento, etc. A precisão manifesta a dispersão dos resultados na ausência de erros (contendo somente os erros aleatórios), sendo expressa pela Matriz Variância-Covariância (MVC) dos

---

parâmetros. E a confiabilidade descreve a capacidade das observações em detectar erros nos modelos e/ou nas observações, com certo nível de probabilidade.

### 2.2.3.1 Teste Global e Teste Data Snooping

Os procedimentos dos testes aplicados no controle de qualidade dividem-se em três etapas, designadas de: detecção, identificação e adaptação (Teunissen, 2000). Estas etapas serão apresentadas nesse capítulo.

O teste estatístico para detecção de erros é conhecido como teste global do ajustamento (Teunissen, 1998) ou, também, por teste  $\chi^2$  (Gemael, 1994). O fato de se escolher um valor qualquer para o fator de variância *a priori* ( $\sigma_0^2$ ) não acarreta nenhum efeito no resultado do ajustamento. Essa escolha é feita antes do ajustamento para o cálculo da matriz dos pesos das observações (Gemael, 1994). Após o ajustamento, pode-se estimar um valor para o fator de variância em função dos resíduos, que é chamado de fator de variância *a posteriori* ( $\hat{\sigma}_0^2$ ).

A comparação entre os valores de  $\sigma_0^2$  e  $\hat{\sigma}_0^2$  pode ser um indicador da qualidade do ajustamento. Primeiramente, se houver discrepância entre  $\sigma_0^2$  e  $\hat{\sigma}_0^2$  ( $\sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2$ ) aplica-se um teste de hipótese baseado na distribuição  $\chi^2$  para constatar se a discrepância é significativa a um certo nível de confiança (Gemael, 1994). Uma resposta afirmativa indica que existem problemas no ajustamento.

Desta forma, o teste estatístico  $\chi^2$  testa a hipótese nula:

$$H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 \quad \text{contra} \quad H_a: \sigma_0^2 > \hat{\sigma}_0^2 \quad (9)$$

As hipóteses formuladas neste teste descrevem que, na hipótese nula ( $H_0$ ), os fatores de variância *a posteriori* e *a priori* são estatisticamente iguais e na hipótese alternativa ( $H_a$ ) o contrário. Para testar se a hipótese nula é rejeitada ou não, a um nível de significância  $\alpha$ , compara-se o valor calculado por:

$$T = \left( \frac{\sigma_0^2}{\hat{\sigma}_0^2} \right) (n - u) = \frac{V^T P V}{\sigma_0^2} \quad (10)$$



---

com o valor teórico da distribuição  $\chi^2_{(n-u, \alpha)}$ .

A hipótese nula “não” é rejeitada a um nível de significância  $\alpha$ , se:

$$T < \chi^2_{(n-u, \alpha)} \quad (11)$$

Caso contrário, significa que há problemas no ajustamento. Assim, uma análise deve ser feita para verificar as possíveis razões ou circunstâncias que levaram à falha do teste, dentre as quais se deve verificar se: o modelo funcional é adequado à realidade física; a MVC das observações está apropriadamente determinada, ou seja, o modelo estocástico é apropriado; não existem erros grosseiros ou sistemáticos no processo de ajustamento; o sistema não é mal condicionado esse não existe erro de cálculo no processo de ajustamento.

A identificação de fontes de erro é usualmente uma tarefa um tanto difícil. No entanto, todo esforço deve ser feito para obter um modelo matemático que descreva a realidade física com uma aproximação melhor que a precisão das observações. É importante salientar que o teste é uma indicação da qualidade do ajustamento. Dessa forma, no caso em que  $H_0$  não for rejeitada, não se tem a prova absoluta da validade do problema. Outro detalhe importante é que o teste detecta o problema, mas não explicita qual. Neste sentido, o próximo teste é utilizado para identificação da observação com erro grosseiro (outlier).

Como já comentado, os erros podem ser classificados em aleatórios, sistemáticos e grosseiros. O processo de estimação proporciona resíduos que possuem uma mistura de todos os tipos de erros (Monico e Camargo, 2003). Algumas propriedades estatísticas dos resíduos são requeridas para solucionar o problema. Um “outlier” é definido como um resíduo que contradiz tal propriedade estatística. Isto possibilita definir uma estratégia de teste estatístico, dependendo, portanto, do nível de risco e distribuição assumidos, bem como do procedimento do teste (Monico e Camargo, 2003). Independente da diferença entre a definição de erro grosseiro e outlier, assume-se que os outliers identificados são causados por erros grosseiros.

As estratégias de identificação de outliers têm suas raízes nos trabalhos do Professor Baarda da Universidade Técnica de Delft na Holanda (Baarda, 1968). A técnica desenvolvida por Baarda (1968) é denominada de *data snooping*. Neste método utiliza-se a convenção de que somente um erro grosseiro (outlier) está

---

presente no conjunto de observações. Desta forma, para identificar a  $i$ -ésima observação com a presença de um outlier, o teste *data snooping* baseia-se no cálculo da seguinte expressão (Teunissen, 2000):

$$W_{lb(i)} = \frac{c_{lb(i)}^T P V}{\sqrt{c_{lb(i)}^T P \sum_V P c_{lb(i)}}} \quad (12)$$

Onde:

$\sum_V$  = a matriz variância-covariância dos resíduos

$c_{lb(i)}$  = um vetor  $n$ -dimensional contendo um valor unitário na linha da  $i$ -ésima observação a ser testada e zero nas demais, ou seja:

$$c_{lb(i)}^T = [0 \dots 0 \underset{1}{\dots} \underset{2}{\dots} \dots \underset{i}{1} \dots \dots \underset{n-1}{0} \underset{n}{0}]. \quad (13)$$

A estatística  $W_{lb(i)}$  tem como distribuição a raiz quadrada da distribuição  $F$ , com graus de liberdade igual a 1 e  $\infty$  (infinito). A raiz quadrada da distribuição  $F$  tem distribuição normal padrão, isto é,  $\sqrt{F_{\alpha_0(1,\infty)}} = N_{\alpha_0/2}(0,1)$ . Então (Teunissen, 2000):

$$W_{lb(i)} \sim N_{\alpha_0/2}(0,1) \quad (14)$$

As hipóteses formuladas descrevem que, na hipótese nula a  $i$ -ésima observação não contém outlier ( $\nabla_{lb(i)}$ ) e na hipótese alternativa o oposto. Dessa forma, testa-se:

$$H_0 : \nabla_{lb(i)} = 0 \quad \text{contra} \quad H_a : \nabla_{lb(i)} \neq 0 \quad (15)$$

A hipótese básica não é rejeitada a um determinado nível de significância  $\alpha_0$  ( $\alpha = 2 n \alpha_0$ , desigualdade de Bonferroni (Chen et al., 1987)) se (Teunissen, 2000):

$$|W_{lb(i)}| \leq N_{\alpha_0/2}(0,1) \quad (16)$$

Caso contrário, a  $i$ -ésima observação é suspeita de possuir um outlier. Como se trata de um teste que verifica somente uma observação por vez e dependendo da magnitude do erro (outlier -  $\nabla_{lb(i)}$ ), após calcular o valor  $W_{lb(i)}$  para todas as observações, pode acontecer de mais do que um ou até todos excederem o valor

crítico  $N_{\alpha/2}(0,1)$ . Neste caso, a observação suspeita será aquela que possuir o maior valor para  $W_{lb(i)}$ . Logo, de uma forma geral, pode-se definir que a  $j$ -ésima observação será suspeita de possuir um outlier se (Teunissen, 2000):

$$|W_{lb(i)}| > N_{\alpha/2}(0,1) \quad \text{e} \quad |W_{lb(j)}| \geq |W_{lb(i)}|, \quad \forall i \quad (17)$$

Retira-se a observação suspeita, e o teste deve ser repetido até que todas as observações suspeitas sejam identificadas.

Realizados os testes, com a finalidade de detectar e identificar as observações com erro, o próximo passo, caso tenha sido identificada alguma observação com erro (outlier), consiste em eliminar a sua influência dos resultados. Esta etapa é conhecida como adaptação. Ela depende do tipo de processamento. Geralmente consiste do cálculo da influência a ser retirada dos parâmetros, devido à observação, ou do reprocessamento, sem a utilização da observação eivada de erro (Camargo, 1999).

Uma vez que os erros grosseiros ou outliers forem eliminados, é de se esperar que o ajustamento seja aceito pelo Teste Global do Ajustamento. No entanto, salienta Monico e Camargo (2003) que, nos trabalhos com redes GNSS, isso raramente ocorre. Isto porque os resultados advindos do processamento GNSS das sessões individuais são muito otimistas. Logo, deve-se reavaliar o modelo estocástico de cada uma das sessões. Ou seja, a matriz variância-covariância dos vetores GNSS deve ser escalada, quer dizer, multiplicada por um determinado número. A experiência tem mostrado que esse escalar é de aproximadamente 10 (Monico e Perez, 2002). Mas, uma vez que todos os erros grosseiros estiverem eliminados, pode-se utilizar o fator de variância *a posterior* do ajustamento como sendo o escalar. Dessa forma, a nova MVC das observações ( $\sum_{Lb}$ ) passa a ser:

$$\sum_{Lb} = \hat{\sigma}_0^2 \sum_{Lb} \quad (18)$$

É importante ressaltar que a correção do modelo estocástico só pode ser realizada após a eliminação dos erros grosseiros (outliers). Caso contrário, pode-se aceitar um ajustamento com observações eivadas de erros (Monico e Camargo, 2003).

### 2.2.3.2 Confiabilidade Interna e Externa

A seguir será apresentada a teoria envolvida na determinação e análise das confiabilidades interna e externa. De forma geral, através da confiabilidade interna se estima qual o menor erro  $\nabla_{lb}$  que pode ser detectado, com uma probabilidade estipulada, em cada observação e a confiabilidade externa descreve quanto esse erro não detectado influencia no vetor de parâmetros do ajustamento.

#### 2.2.3.2.1 Confiabilidade Interna

O erro tipo 1, representado por  $\alpha$ , é denominado de nível de significância de um teste de hipótese. Ele é definido como a probabilidade de rejeitar  $H_o$  (hipótese nula) quando de fato  $H_o$  é verdadeira:

$$\alpha = \text{Prob}(\text{erro tipo 1}) = \text{Prob}(\text{rejeição de } H_o \text{ quando } H_o \text{ é verdadeira}) \quad (19)$$

O erro tipo 2, representado por  $\beta$ , se refere à probabilidade de aceitar  $H_o$  quando na realidade  $H_o$  é falsa, ou seja,  $H_a$  (hipótese alternativa) é verdadeira:

$$\beta = \text{Prob}(\text{erro tipo 2}) = \text{Prob}(\text{aceitação de } H_o \text{ quando } H_o \text{ é falsa/ } H_a \text{ é verdadeira}) \quad (20)$$

Normalmente, o valor de  $\alpha$  é definido e fixado, ficando como preocupação entender a probabilidade do erro tipo 2 de um dado teste de hipóteses. Em outras palavras, fica a preocupação de construir um teste com proteção razoável de  $\beta$ .

O poder do teste, representado por  $\gamma$ , é a probabilidade de rejeitar  $H_o$  quando realmente  $H_o$  é falsa. Em outras palavras, o poder do teste é o contrário do erro tipo 2:

$$\gamma = 1 - \beta \quad (21)$$

Dessa forma, é importante calcular o tamanho de  $\gamma$  para verificar qual é a proteção do teste com relação ao erro tipo 2 ( $\beta$ ).

O poder do teste  $\gamma$  depende de três fatores (Teunissen, 2000):

---

- do tamanho de  $\alpha$  ;
- do número de graus de liberdade ( $q$ ) do teste (no caso do *data snooping*  $q = 1$ ). Não confundir  $q$  com o número de graus de liberdade ( $n - u$ ) de um ajustamento. O termo  $q$ , neste caso, é o número de observação que estão sendo testadas no teste de hipóteses.
- do parâmetro de não centralidade  $\lambda$  da distribuição de probabilidade de  $H_a$  .

Então, como  $\gamma$  depende de  $\alpha$ ,  $q$  e  $\lambda$ , existem três possibilidades para se construir um teste com proteção razoável do erro tipo 2. Pode-se, por exemplo, aumentar  $\alpha$ . Porém, o aumento de  $\alpha$  implica no aumento da probabilidade do erro tipo 1, o que não seria uma boa estratégia. Outro detalhe é que, usualmente, o tamanho de  $\alpha$  é escolhido como um valor fixo. Então, outra possibilidade é o decréscimo de  $q$ . Mas, também, o valor de  $q$  já é estipulado para cada caso, sendo uma característica (propriedade) do teste (no *data snooping*,  $q = 1$ ). Finalmente, deve-se então, aumentar o parâmetro de não centralidade  $\lambda$ . Tem-se, então, que estudar o comportamento de  $\lambda$ .

O valor de  $\lambda$  é dado por (Teunissen, 2000):

$$\lambda = (C_{lb} \nabla_{lb})^T \left[ \sum_{Lb}^{-1} - \sum_{Lb}^{-1} A (A^T P A)^{-1} A^T \sum_{Lb}^{-1} \right] (C_{lb} \nabla_{lb}) \quad (22)$$

A equação (22) mostra que  $\lambda$  depende de:

- 1)  $\sum_{Lb}$  (a precisão das observações);
- 2) matriz  $A$  (geometria/configuração da rede) e
- 3)  $C_{lb} \nabla_{lb}$  (modelo de erro – representa o afastamento entre  $H_o$  e  $H_a$ ).

Da equação (22) pode-se, então, concluir que aumentando a precisão das observações aumenta-se  $\lambda$  e, conseqüentemente, o poder do teste  $\gamma$ . Isto implica na escolha de métodos e equipamentos adequados para o processo de coleta de dados. Outra influência é a geometria/configuração da rede, devendo-se planejar a geometria/estrutura mais adequada, bem como a redundância das observações. Quanto ao valor de  $C_{lb} \nabla_{lb}$ , ele é incógnito, impossibilitando o cálculo de  $\gamma$  na prática.

Para o caso do teste *data snooping*,  $\nabla_{lb}$  é o valor do outlier na  $i$ -ésima observação  $lb_{(i)}$  e a matriz  $C_{lb}$  torna-se o vetor  $c_{lb_{(i)}}$  (ver equação 13).

Normalmente, nas aplicações geodésicas, se está interessado na dimensão do menor erro  $\nabla_{lb}$  que pode ser detectado com uma probabilidade estipulada  $\gamma$  do que no poder do teste propriamente dito. Na prática assume-se um valor de referência para o poder do teste,  $\gamma = \gamma_0$  ( $\gamma_0 = 50\%$ ,  $70\%$ , usualmente,  $80\%$ ), e junto com  $\alpha$  e  $q$  obtém-se  $\lambda = \lambda_0$ , que simbolicamente é função de:

$$\lambda_0 = \lambda(\alpha, q, \gamma = \gamma_0). \quad (23)$$

Este valor pode ser encontrado tabelado (mais detalhes em Teunissen (2000)), mas usualmente se adota o valor de  $\lambda_0=17,075$ , que está relacionado a  $\alpha_0 = 0,001$  e  $\gamma = 80\%$ . A partir de  $\lambda = \lambda_0$  pode-se calcular o modelo de erro  $C_{lb} \nabla_{lb}$ . Isto é obtido a partir da solução quadrática (Teunissen, 2000):

$$\lambda_0 = \nabla_{Lb}^T C_{lb}^T \sum_{Lb}^{-1} \sum_V \sum_{Lb}^{-1} C_{lb} \nabla_{lb} \quad (24)$$

para  $\nabla_{lb}$ . Uma vez que  $\nabla_{lb}$  é conhecido, o modelo de erro é calculado por:

$$\nabla_{Lb} = C_{lb} \nabla_{lb} \quad (25)$$

O vetor  $\nabla_{lb}$  é dito descrever a confiabilidade interna de  $H_o$  com respeito à  $H_a$ . Em outras palavras, pode-se afirmar que a “confiabilidade interna é uma dimensão do modelo de erro que pode ser detectada com uma probabilidade  $\gamma = \gamma_0$ ”. Infelizmente, a equação (24) não possui solução única para  $\nabla_{lb}$ . Considerando o caso do teste *data snooping*, a matriz  $C_{lb}$  reduz-se a um vetor  $c_{lb_{(i)}}$  de dimensão  $(n \times 1)$ , e o vetor  $\nabla_{lb}$  de dimensão  $(q \times 1)$  reduz-se a um escalar  $\nabla_{lb_{(i)}}$  (ver equação 14). Então, para o caso do teste *data snooping* a equação (24) pode ser escrita como (Teunissen, 2000):

$$\lambda_0 = c_{lb_{(i)}}^T \sum_{Lb}^{-1} \sum_V \sum_{Lb}^{-1} c_{lb_{(i)}} (\nabla_{lb})^2 \quad (26)$$

Logo, a solução em termos de  $\nabla_{lb_{(i)}}$  é dada por (Teunissen, 2000):

$$|\nabla_{lb(i)}| = \sqrt{\frac{\lambda_o}{\mathbf{c}_{lb(i)}^T \sum_{Lb}^{-1} \sum_V \sum_{Lb}^{-1} \mathbf{c}_{lb(i)}}}. \quad (27)$$

O escalar  $|\nabla_{lb(i)}|$  é o menor erro (outlier) que pode ser detectado na  $i$ -ésima observação usando o teste *data snooping*, com probabilidade  $\gamma = \gamma_o$ . Desta forma, a equação (27) mostra que o Menor Erro Detectável (MDB – *Minimal Detectable Bias*) depende, primeiramente, da escolha de  $\gamma = \gamma_o$ ,  $\alpha$  e  $q$ . Para o caso do teste *data snooping* o nível de significância é  $\alpha_o$  e  $q = 1$ . O valor de  $\alpha_o$  do *data snooping* deve estar relacionado adequadamente com o  $\alpha$  do teste global ( $q = n - u$ ). Esta relação é mostrada pelo parâmetro de não centralidade  $\lambda_o$  que deve ser o mesmo valor tanto para o *data snooping* quanto para o teste global. Desta forma, tem-se a seguinte relação:

$$\lambda_o = \lambda(\alpha, q = n - u, \gamma = \gamma_o) = \lambda(\alpha_o, q = 1, \gamma = \gamma_o) \quad (28)$$

Teste Global

*Data snooping*

Ou seja, adotado um valor para  $\alpha_o$  obtém-se o valor de  $\lambda_o$ . Em seguida, obtém-se o valor de  $\alpha$ , tal que o valor de  $\lambda_o$  seja mantido o mesmo. Ou vice-versa iniciando com o valor de  $\alpha$ . Uma relação algébrica aproximada entre  $\alpha$  e  $\alpha_o$  é dada por (Chen et al., 1987):

$$\alpha \cong n \alpha_o \quad (29)$$

Outra dependência da equação (27) de  $\nabla_{lb(i)}$  é quanto à precisão das observações (contidas em  $\sum_{Lb}^{-1}$  e  $\sum_V$ ) e a geometria/configuração da rede (matriz  $A$  - contida em  $\sum_V$ ).

Ainda é importante apresentar o termo adimensional  $r_{(i)}$  que é conhecido como sendo o  $i$ -ésimo número de redundância local.

$$r_{(i)} = 1 - (\sigma_{la(i)}^2 / \sigma_{lb(i)}^2), \quad (30)$$

Onde:

$\sigma_{lb(i)}^2$  = é a precisão da  $i$ -ésima observação;

$\sigma_{la(i)}^2$  = é a precisão da  $i$ -ésima observação ajustada;

Como  $0 \leq \sigma_{la(i)}^2 \leq \sigma_{lb(i)}^2$ , logo, o número de redundância local  $r_{(i)}$  sempre está compreendido no seguinte intervalo:

$$0 \leq r_{(i)} \leq 1 \quad (31)$$

A razão pela qual  $r_{(i)}$  é chamado de  $i$ -ésimo número de redundância local é devido à seguinte propriedade:

$$\sum_{i=1}^n r_{(i)} = \sum_{i=1}^n 1 - (\sigma_{la(i)}^2 / \sigma_{lb(i)}^2) = n - u \quad (32)$$

Conforme já visto,  $n$  é o número de observações e  $u$  é o número de parâmetros. Ou seja, a soma de todos os números de redundância local é igual ao número de observações redundantes no modelo, ou seja, ao grau de liberdade ( $n - u$ ).

A partir do número de redundância local  $r_{(i)}$  tem-se o número de absorção  $u_{(i)}$ :

$$u_{(i)} = 1 - r_{(i)} \quad (33)$$

A soma de todos os números de absorção é igual ao número de parâmetros ( $u$ ). Os valores de  $r_{(i)}$  e  $u_{(i)}$  indicam a fração de um possível erro (não aleatório) em uma observação que é refletida no respectivo resíduo ( $v_{(i)}$ ) desta observação, bem como a fração restante deste erro que é absorvida no modelo para a estimação dos parâmetros incógnitos, respectivamente (Klein, 2012).

#### 2.2.3.2.2 Confiabilidade Externa

A confiabilidade interna foi apresentada e definida como sendo o modelo de erro que pode ser detectado por um teste de hipótese com uma probabilidade  $\gamma = \gamma_0$ . Determinado  $\nabla_{lb}$  a confiabilidade interna é descrita pelo vetor ( $n \times 1$ ):

$$\nabla_{Lb} = C_{lb} \nabla_{lb} \quad (34)$$



No caso do teste *data snooping*, determinado o menor erro detectável ( $|\nabla_{lb(i)}|$ ) na  $i$ -ésima observação, a equação (27) reduz-se para:

$$\nabla_{Lb(i)} = c_{lb(i)} |\nabla_{lb(i)}| \quad (35)$$

$$\text{Onde: } c_{lb(i)}^T = [0 \underset{1}{0} \underset{2}{0} \dots \underset{i}{1} \dots \underset{n-1}{0} \underset{n}{0}]$$

Logo, o vetor  $\nabla_{Lb(i)}$  para o caso do teste *data snooping* será dado por:

$$\nabla_{Lb(i)}^T = \left[ \underset{1}{0} \underset{2}{0} \dots \underset{i}{|\nabla_{lb(i)}|} \dots \underset{n-1}{0} \underset{n}{0} \right] \quad (36)$$

Ou seja, será um vetor em que apenas na posição da  $i$ -ésima observação que está sendo testada não possui o valor nulo, e sim possui o menor erro detectável  $|\nabla_{lb(i)}|$ .

Logo, definido a confiabilidade interna a próxima etapa é verificar a confiabilidade externa. Esta é definida como sendo a “influência do modelo de erro ( $\nabla_{Lb} = C_{lb} \nabla_{lb}$ ) sobre os resultados finais de um ajustamento”. Por exemplo, para o caso do teste *data snooping*, a confiabilidade externa mostra a influência nos parâmetros do  $|\nabla_{lb(i)}|$  da  $i$ -ésima observação. Ou seja, é importante saber a influência nos parâmetros de um possível erro máximo não detectado. E o erro mínimo que pode ser detectado, advindo da confiabilidade interna, fornece a possibilidade de analisar esta influência.

Enfim, a confiabilidade externa é obtida utilizando o mesmo estimador dos mínimos quadrados, apenas substituindo o vetor  $L$  pelo MDB ( $\nabla_{Lb}$ ). Logo, a confiabilidade externa é dada por (Teunissen, 2000):

$$\nabla X_{(i)} = -(A^T P A)^{-1} (A^T P \nabla_{Lb}) \quad (37)$$

Então,  $\nabla X_{(i)}$  é o vetor de dimensão ( $u \times 1$ ) que descreve o erro esperado nos parâmetros causados pelo possível modelo de erro ( $\nabla_{Lb}$ ) não detectado no teste estatístico.

Para o caso do *data snooping*, a equação 37, ou seja, a influência de  $|\nabla_{lb(i)}|$  no vetor dos parâmetros  $X$  pode ser escrita da seguinte forma (Teunissen, 2000):

$$\nabla X_{(i)} = (A^T P A)^{-1} (A^T P (c_{lb(i)} |\nabla_{lb(i)}|)) \quad (38)$$

Neste caso,  $\nabla X_{(i)}$  é o vetor de dimensão  $(u \times 1)$  que descreve a influência do menor erro detectável na  $i$ -ésima observação no vetor dos parâmetros  $X$ .

---

### **3 DESENVOLVIMENTO**

Nesse capítulo serão descritas todas as fases do desenvolvimento do trabalho. Inicialmente será apresentado o planejamento da rede, desde a quantidade e localização dos vértices da rede na área de estudo até a nomeação dos mesmos. Ainda com relação aos vértices, será justificada a intervisibilidade entre os vértices. Após, será descrita a etapa de levantamento, com relação ao tempo de observação em cada vértice e a obtenção das linhas-base para ajustamento e controle de qualidade.

#### **3.1 Planejamento**

A rede geodésica fruto desse trabalho consistia inicialmente de 23 vértices, englobando a área do município, principalmente nas áreas mais urbanizadas e com grandes possibilidades de desenvolvimento, nomeados com as letras do alfabeto de A até X, sendo que não existem marcos nomeados D e J e existe um marco nomeado BC. O vértice C era planejado na rede, mas logo foi excluído, devido a problemas no levantamento, citado na seqüência do trabalho, restando 22 vértices na rede geodésica.

Desse total de 22 vértices da rede, dois são bases (vértices V e BC), ou seja, é realizado o posicionamento relativo estático para esses pontos, com injunção absoluta, com relação a três vértices pertencentes à RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo) do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). E, após, é feita injunção relativa das coordenadas determinadas para esses dois vértices no ajustamento da rede geodésica. Após uma análise preliminar da precisão das componentes das linhas-base envolvidas no ajustamento, o vértice H será excluído, restando 21 vértices na rede geodésica. No decorrer da aplicação de testes estatísticos, observações serão detectadas como contendo erros grosseiros e então, excluídos do ajustamento. Enfim serão determinadas as coordenadas finais, bem como o desvio padrão, dos vértices oficiais da rede.

---

### 3.1.1 Localização e monumentalização dos marcos

A localização e quantidade de vértices da rede foram determinadas levando-se em conta diferentes fatores. A intervisibilidade entre os vértices da rede é um fator preponderante na escolha da localização dos mesmos, para aplicação em levantamentos topográficos. A localização e quantidade também levam em conta a área total a ser abrangida pela rede, considerando também, nesse caso, recomendação da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) para Procedimento em Rede de Referencial Cadastral Municipal.

Inicialmente foi feita uma relação para determinar de forma aproximada a quantidade de vértices da então, futura rede, comparando-se à área do município de Picada Café, de 85 Km<sup>2</sup> aproximadamente, com relação à área de Porto Alegre, de 500 Km<sup>2</sup>, mesmo o relevo das duas áreas sendo muito diferente. Para Porto Alegre foram estabelecidos cerca de 100 vértices da Rede Geodésica Municipal (Rocha, 2011). Considerando a proporção de área, Porto Alegre é cerca de seis vezes maior, se dividiu a quantidade de pontos da rede por seis, obtendo-se um total de 17 vértices. Mas, conforme citado, o relevo de Porto Alegre é aproximadamente plano se comparado com o relevo da escarpa da Serra Geral, onde se localiza o município de Picada Café. Logo, o número de marcos deveria ser maior nesse município para garantir a cobertura da área e a intervisibilidade entre os vértices.

Em pesquisa feita a ABNT, com relação à Rede de Referencial Cadastral Municipal, no item 5.2, em requisitos gerais, é recomendado que: os marcos de apoio imediato devem ser localizados preferencialmente no cume das elevações e nos altos dos edifícios de grande porte e, se possível, em propriedades públicas, em uma densidade aproximada de um para cada 3 km<sup>2</sup> nas áreas urbanizadas e, nas áreas rurais, de um para cada 16 km<sup>2</sup> a 50 km<sup>2</sup>, na dependência da densidade demográfica de interferências e do uso e ocupação do solo. Considerando a recomendação para áreas urbanas, de densidade aproximada um para cada 3 km<sup>2</sup>, foi estabelecido um raio de 1 km envolvendo cada vértice na área de estudo, localizando esses vértices preferencialmente em propriedades públicas.

A intervisibilidade entre os vértices foi garantida visualmente, mas também foram gerados perfis topográficos entre vértices para análise de intervisibilidade baseado no modelo digital de elevação (MDE) obtido através de dados SRTM

---

(*Shuttle Radar Topography Mission*) e ASTER GDEM. A localização de todos os vértices tem total relação com a intervisibilidade com vértices adjacentes.

O mapa contendo a localização dos vértices e o raio estabelecendo a densidade pode ser observado na figura 4:

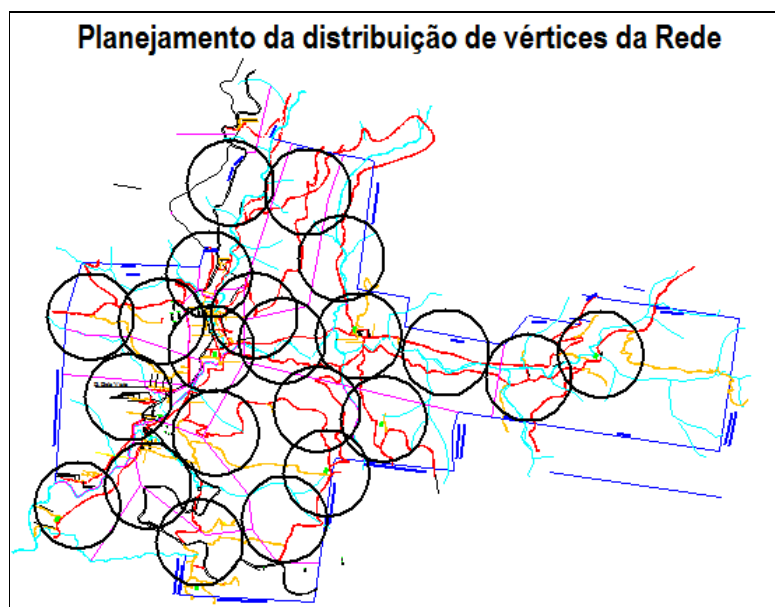


Figura 4. Localização dos vértices da Rede na área do município

A confecção e monumentalização dos marcos foram realizadas com o auxílio de funcionários da Secretaria de Obras Municipal. As fotografias de cada vértice materializado irão constar nas monografias, assim como a localização precisa dos mesmos.

### 3.2 Levantamento

O método utilizado no rastreamento foi o relativo estático utilizando, conforme supracitado, sete equipamentos GNSS, estando dois localizados nos vértices V e BC (bases da rede) e os outros cinco receptores ocupando os demais vértices. Durante o tempo de ocupação dos marcos tomou-se os seguintes cuidados:

- PDOP melhor que 5;

- Máscara de elevação de 15°;
- Taxa de observação de 15 segundos;
- Centralização e nivelamento das antenas;

Além desses, em cada vértice foi medida a altura da antena. A tabela 1 apresenta o tempo de rastreo total, em horas, de cada vértice da rede, contando desde a hora inicial, de quando foi instalado o equipamento GNSS no marco e iniciada a observação, até o desligamento do mesmo para retirada. A ordem da tabela está de acordo com o horário inicial de rastreamento.

Tabela 1. Tempo de rastreo por vértice da rede (em horas).

Estação	Hora inicial	Hora final	Tempo de rastreo
BC	8:00	21:00	12:05
A	8:10	9:15	1:05
V	8:15	20:37	12:22
I	8:24	9:50	1:26
U	8:28	9:50	1:22
G	8:36	10:08	1:32
T	8:42	10:25	1:43
X	9:33	11:00	1:27
E	10:00	11:15	1:15
W	10:00	11:00	1:00
B	10:30	11:45	1:15
S	10:36	12:37	2:01
M	11:10	12:40	1:30
H	11:30	15:18	3:48
N	13:19	15:58	2:39
Q	13:28	15:51	2:23
P	15:40	16:40	1:00
O	16:20	18:17	1:57
F	16:12	18:18	2:06
R	17:05	18:26	1:21
K	17:44	20:10	2:26
L	18:45	20:18	1:33

O levantamento das linhas-base da rede foi dividido em seis sessões para organização e planejamento, considerando linhas-base independentes e um vértice repetido em sessões seqüentes, bem como os vértices base (V e BC) em todas as sessões. Em cada sessão tentou-se garantir que três linhas-base chegassem a cada vértice, exceto para as bases, para aplicação do controle de qualidade na rede.

Houve exceções apenas para os vértices M e N na sessão 4 e nos vértices Q e O na sessão 5. A seguir serão apresentados os vértices de cada sessão e as linhas-base envolvidas no ajustamento, inicialmente.

Na sessão 1, de acordo com a figura 5, fizeram parte os vértices base (V e BC), A, I, U, G. Sendo no ajustamento utilizadas as seguintes linhas-base: BC\_A, BC\_G, A\_I, A\_U, G\_I, G\_U, V\_I, V\_U. As figuras a seguir são meramente ilustrativas e apresentam a localização dos vértices e as linhas-base utilizadas no ajustamento para cada sessão, dentro da área de estudo:

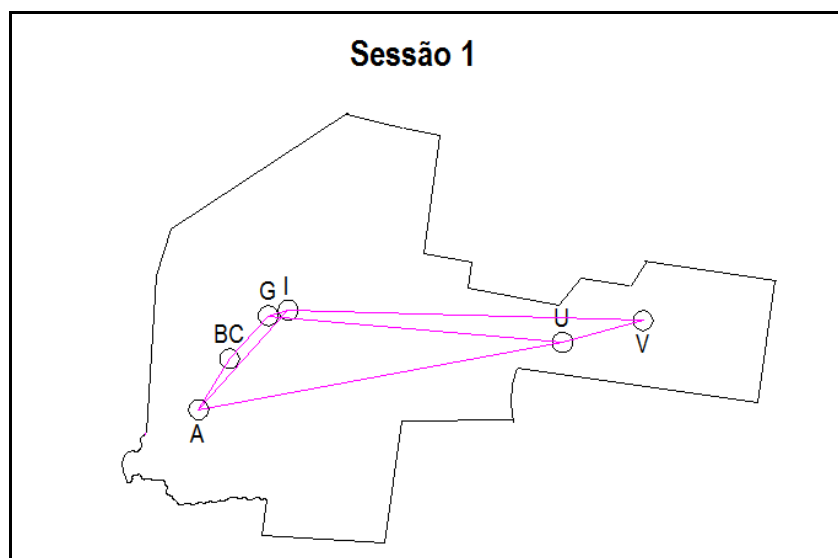


Figura 5. Localização dos vértices e linhas-base da Sessão 1

Na sessão 2, de acordo com a figura 6, além dos vértices base, fizeram parte: G, T, X, E. No ajustamento foram utilizadas as seguintes linhas-base: BC\_E, BC\_G, G\_T, G\_X, E\_T, V\_T, V\_X, X\_E.

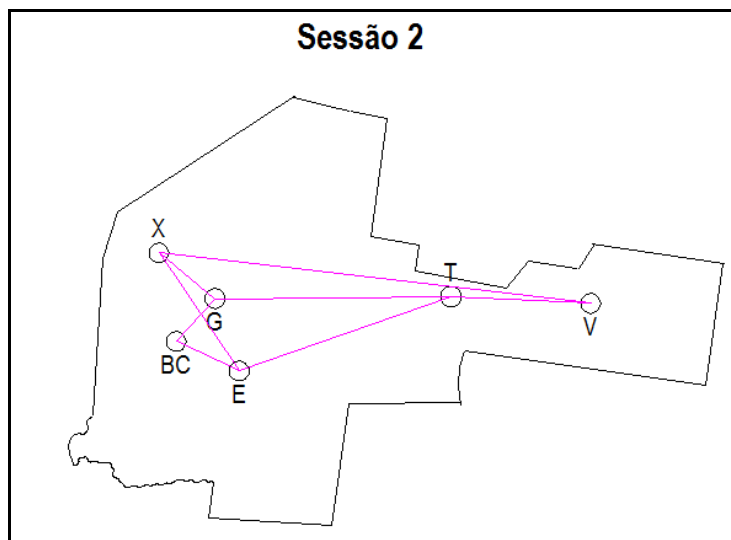


Figura 6. Localização dos vértices e linhas-base da Sessão 2

Na sessão 3, de acordo com a figura 7, fizeram parte os vértices base (V e BC), A, I, U, G. Sendo no ajustamento utilizadas as seguintes linhas-base: BC\_E, BC\_S, B\_S, E\_B, W\_E, V\_B, V\_W, W\_S.

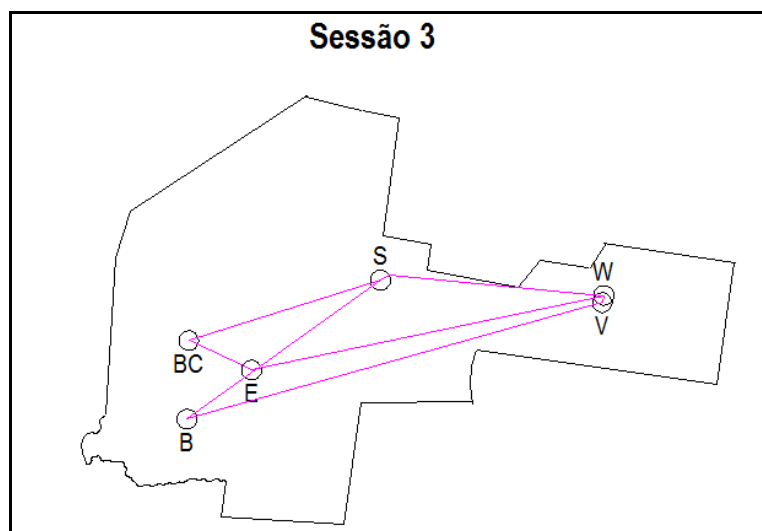


Figura 7. Localização dos vértices e linhas-base da Sessão 3



Na sessão 4, de acordo com a figura 8, fizeram parte os vértices base (V e BC), S, M, H e N. Sendo no ajustamento utilizadas as seguintes linhas-base: BC\_H, BC\_M, H\_N, S\_M, V\_N, V\_S.

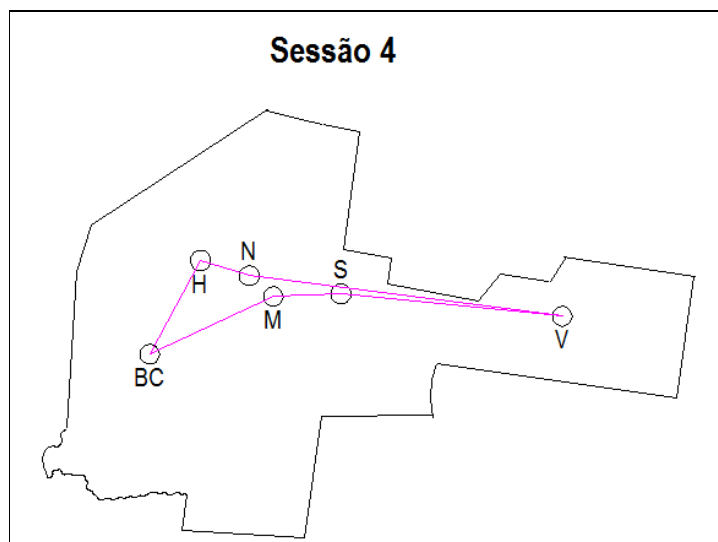


Figura 8. Localização dos vértices e linhas-base da Sessão 4

Na sessão 5, de acordo com a figura 9, fizeram parte os vértices base (V e BC), N, Q, P e O. Sendo no ajustamento utilizadas as seguintes linhas-base: BC\_N, BC\_O, P\_N, Q\_N, O\_P, V\_P e V\_Q.

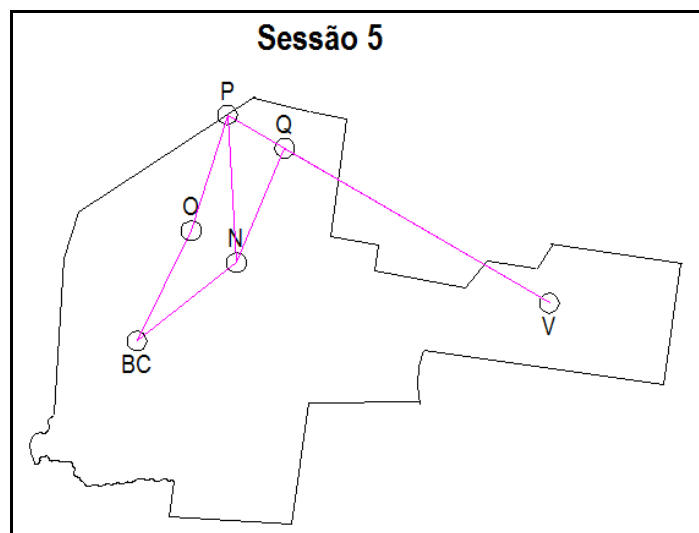


Figura 9. Localização dos vértices e linhas-base da Sessão 5

Na sessão 6, de acordo com a figura 10, fizeram parte os vértices base (V e BC), O, F, R, K e L. Sendo no ajustamento utilizadas as seguintes linhas-base: BC\_F, BC\_L, O\_F, F\_R, K\_L, O\_K, K\_R, V\_L, V\_O, V\_R.

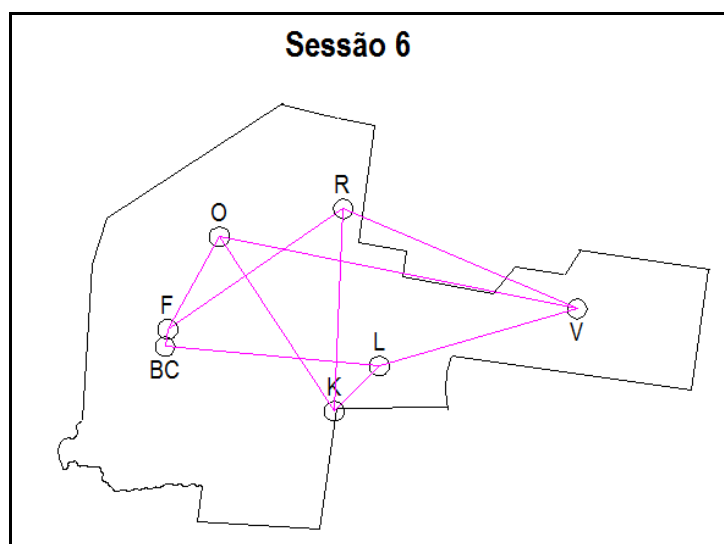


Figura 10. Localização dos vértices e linhas-base da Sessão 6

Uma sessão 7 havia sido planejada a fim de incorporar o vértice C à rede, porém o levantamento desse vértice falhou, os dados de rastreamento não foram registrados. As precisões das linhas-base para esse vértice ficaram muito aquém do esperado. Por isso, o vértice foi logo excluído da rede geodésica, conforme citado anteriormente, devendo ser refeito o levantamento e até mesmo analisadas as causas de problemas.

### 3.2.1 Análise dos dados

Anteriormente ao ajustamento da rede, mas após a materialização e rastreamento dos vértices foi realizada uma análise da precisão das linhas-base obtidas no processamento. O valor médio resultante de desvio padrão para todas as linhas-base, considerando o desvio-padrão de cada uma das componentes ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ) das linhas-base, foi de 2,5 centímetros. Constatou-se que o vértice H possuía linhas-

base com outros dois vértices com resultante no desvio padrão de até 16 centímetros, valores muito baixos de precisão com relação às resultantes de outras linhas-base. Com a exclusão desse vértice da rede chega-se a uma precisão média resultante de 1,61 centímetros. As causas dessa baixa precisão para as linhas-base envolvidas com o vértice H ainda não são conhecidas e devem ser causas de futura investigação e, se necessário, novo levantamento desse vértice para incorporação a rede. Dessa forma, a rede geodésica passou a possuir 21 vértices.

Na sessão 4 fizeram parte a partir de então os vértices base (V e BC), S, M e N. Sendo no ajustamento utilizadas as seguintes linhas-base: BC\_M, S\_M, V\_N, V\_S. A figura 11, a seguir, é meramente ilustrativa e apresenta a localização dos vértices e as linhas-base utilizadas no ajustamento para a sessão 4, dentro da área de estudo:

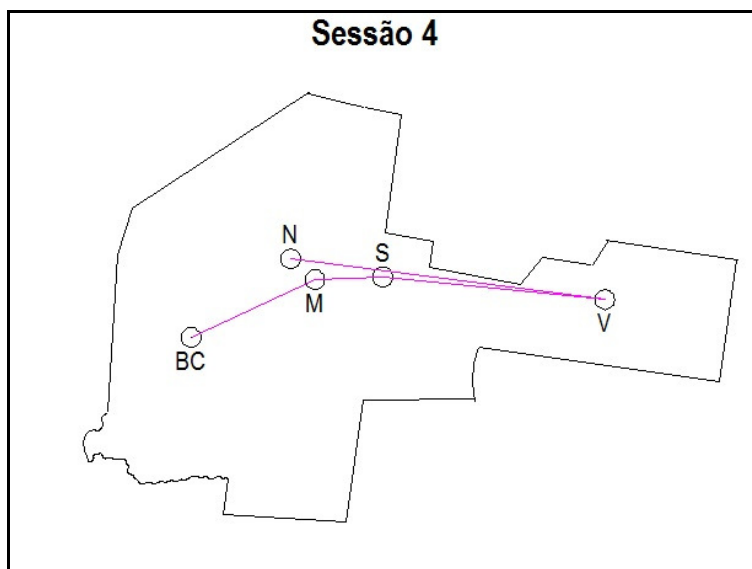


Figura 11. Localização dos vértices e linhas-base da Sessão 4 (sem vértice H)

## 4 RESULTADOS E ANÁLISES

### 4.1 Processamento das linhas bases e Ajustamento da Rede

Os dados brutos coletados com receptor *GNSS* nos vértices da rede foram processados no programa *EZSurv* para obtenção das linhas-bases. Primeiramente, foi realizado o processamento com relação às três estações pertencente à RBMC: POAL (Porto Alegre/RS), com distância de aproximadamente 68 km com relação aos pontos de controle, SMAR (Santa Maria/RS) com distância de aproximadamente 255 km com relação aos pontos de controle e SCLA (Lages/SC), com distância de aproximadamente 200 km para os pontos de controle da rede. Foram então determinadas as linhas-bases das três estações da RBMC supracitadas com relação aos dois vértices que depois serviram de pontos de controle, V e BC, para o processamento e ajustamento da rede geodésica. Após o processamento, foi realizado o ajustamento com auxílio dos programas *Excel* e *Scilab* para determinação das coordenadas cartesianas geocêntricas dos vértices V e BC e, posteriormente, os demais vértices da rede geodésica. Cada etapa será descrita nesse capítulo.

#### 4.1.1 Ajustamento dos pontos de controle da rede

Após se obter as linhas-base das estações SMAR, POAL e SCLA com relação aos dois vértices bases da rede: V e BC, no programa *EZSurv*, foi realizado o ajustamento. As coordenadas, assim como seus respectivos desvios - padrão, foram determinadas pelo método paramétrico de ajustamento de observações. As coordenadas X, Y e Z das três estações da RBMC foram injuncionados de forma absoluta.

Em se tratando de um ajustamento de rede GNSS, o sistema de equações já é linear em relação aos parâmetros, podendo-se utilizar um vetor nulo de parâmetros aproximados e sem a necessidade de realizar iterações, podendo a solução ser obtida por meio da expressão (2).

---

A tabela a seguir apresenta as coordenadas cartesianas geocêntricas obtidas no ajustamento para os vértices base da rede, V e BC, em sistema de referência SIRGAS 2000, bem como seus respectivos desvios-padrão:

Tabela 2. Coordenadas (SIRGAS2000) dos vértices base da rede com respectivos desvios-padrão.

	<b>X (m)</b>	<b>Y (m)</b>	<b>Z (m)</b>	<b><math>\sigma X</math> (m)</b>	<b><math>\sigma Y</math> (m)</b>	<b><math>\sigma Z</math> (m)</b>
<b>V</b>	3494623	-4322246	-3118140	0,051	0,036	0,02
<b>BC</b>	3486202	-4328400	-3118942	0,051	0,041	0,026

Os ajustamentos foram realizados utilizando os programas *Excel* e *Scilab*, o primeiro para organização das matrizes e vetores e o segundo para a manipulação matemática dos dados.

Com relação aos desvios-padrão obtidos para as coordenadas cartesianas geocêntricas dos pontos V e BC constata-se que a média dos valores de todas as componentes foi de 3,6 centímetros para V e de 4 centímetros para BC. As coordenadas desses vértices, bem como seus valores de desvio-padrão, serão injuncionados de forma relativa no ajustamento da rede geodésica. É interessante comentar que a incerteza nas coordenadas dos vértices V e BC é maior que a incerteza nas linhas-base, destacando a importância da injunção relativa.

Dois ajustamentos foram realizados até então, cada um para a determinação das coordenadas e desvios-padrão de uma das estações base: V e BC e, após os ajustamentos terem sido realizados, o passo seguinte é o seu controle de qualidade. Para a detecção de erros grosseiros e de erros no modelo foi realizado o teste global do ajustamento.

#### 4.1.1.1 Teste global do ajustamento para o ponto de controle V

Calculando o valor de  $T$  (equação 9), tem-se a estatística do teste global que resulta em 5,45, o fator de variância *a priori* foi adotado como sendo igual a 1 ( $\sigma_0^2 = 1$ ). Considerando  $n = 9$  e  $u = 3$ , com  $q = n - u = 6$  graus de liberdade, o valor tabelado para a distribuição  $\chi^2$  a um nível de significância  $\alpha = 0,05$ , é dado por

12,59. Tem-se, então, que a hipótese nula ( $H_0$ ) não é rejeitada ao nível de significância de 5% ( $\alpha = 0,05$ ). Dessa forma, como a estatística calculada é menor que o valor crítico tabelado, ou seja:  $5,45 < 12,59$ , a hipótese nula do teste global do ajustamento não é rejeitada ao nível de significância de  $\alpha = 0,05$  e ajustamento é aceito pelo teste global. Em outras palavras, é possível afirmar que o verdadeiro fator de variância das observações, desconhecido, é estatisticamente igual ao fator de variância a priori que foi arbitrado, e, portanto, a magnitude dos resíduos ajustados é compatível com a precisão assumida para as observações. Ou seja, não existem erros no modelo, sejam eles presentes nas observações, no modelo funcional, no modelo estocástico e etc., para esse nível de confiança.

#### **4.1.1.2 Teste global do ajustamento para o ponto de controle BC**

Calculando o valor de  $T$  (equação 9), tem-se a estatística do teste global que resulta em 2,38, o fator de variância *a priori* foi adotado como sendo igual a 1 ( $\sigma_0^2 = 1$ ). Sendo  $n = 9$  e  $u = 3$ , com  $q = n - u = 6$  graus de liberdade, o valor tabelado para a distribuição  $\chi^2$  a um nível de significância  $\alpha = 0,05$ , é dado por 12,59. Tem-se, então, que a hipótese nula ( $H_0$ ) não é rejeitada ao nível de significância de 5% ( $\alpha = 0,05$ ). Dessa forma, como a estatística calculada é menor que o valor crítico tabelado, ou seja:  $2,38 < 12,59$ , a hipótese nula do teste global do ajustamento não é rejeitada ao nível de significância de  $\alpha = 0,05$  e ajustamento é aceito pelo teste global.

#### **4.1.2 Ajustamento da rede geodésica**

A rede geodésica é constituída de 21 vértices, sendo os vértices V e BC pontos de controle (com coordenadas injuncionadas de forma relativa, materializando o referencial), e de 42 linhas-base (distâncias relativas entre os vértices). Portanto, o número de observações é  $42 \times 3 = 126$  (componentes  $\Delta X \Delta Y \Delta Z$  de cada uma das linhas-base), o número de incógnitas é  $21 \times 3 = 63$  (coordenadas X Y Z dos vértices da rede, incluindo os pontos de controle V e BC

---

injunctionados) e o número de injeções é  $2 \times 3 = 6$  (coordenadas X Y Z dos pontos de controle V e BC). Dessa forma, o número de equações é  $n = 126 + 6 = 132$ .

A tabela 3 apresenta o vetor das observações  $Lb_{132 \times 1}$  (componentes  $\Delta X$   $\Delta Y$   $\Delta Z$  de cada uma das 42 linhas-base e as coordenadas X, Y, Z dos pontos de controle V e BC) sem as injeções, somente as linhas-base, e sua respectiva MVC, com os desvios-padrão associados a cada uma das 126 ( $132 - 6$ ) observações.

---

Tabela 3. Componentes das linhas-base, desvios-padrão e covariâncias.

Linhas-base		$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)	Desvios-padrão			Covariâncias		
					$\Delta X$ (m)	$\Delta Y$ (m)	$\Delta Z$ (m)	XY (m)	XZ (m)	YZ (m)
BC	A	-1026.100	24.615	-1103.883	0.00007	0.00008	0.00005	-0.00004	-0.00002	0.00003
BC	G	1123.425	157.401	903.827	0.00008	0.00008	0.00009	-0.00004	-0.00004	0.00007
A	I	2533.451	450.049	2171.792	0.00007	0.00007	0.00004	-0.00003	-0.00001	0.00002
A	U	7678.388	5088.422	1451.317	0.00007	0.00008	0.00005	-0.00003	0.00000	0.00002
G	I	383.914	317.281	164.088	0.00009	0.00006	0.00009	-0.00004	-0.00005	0.00005
G	U	5528.848	4955.645	-556.383	0.00013	0.00009	0.00012	-0.00006	-0.00006	0.00007
V	I	-6913.598	-5678.710	266.289	0.00007	0.00006	0.00005	-0.00003	-0.00002	0.00003
V	U	-1768.650	-1040.335	-454.182	0.00005	0.00005	0.00004	-0.00002	-0.00001	0.00002
BC	E	1142.462	1103.490	-778.637	0.00007	0.00011	0.00003	-0.00005	-0.00001	0.00002
G	T	4617.282	3722.390	47.828	0.00011	0.00011	0.00013	-0.00006	-0.00007	0.00010
G	X	-644.701	-1437.640	920.086	0.00024	0.00006	0.00008	-0.00010	-0.00010	0.00006
E	T	4598.267	2776.279	1730.269	0.00017	0.00012	0.00006	-0.00008	-0.00002	0.00003
V	T	-2680.212	-2273.616	150.006	0.00006	0.00007	0.00007	-0.00003	-0.00003	0.00005
V	X	-7942.196	-7433.628	1022.281	0.00032	0.00012	0.00006	-0.00016	-0.00012	0.00006
X	E	663.757	2383.711	-2602.562	0.00048	0.00017	0.00007	-0.00020	-0.00012	0.00007
BC	E	1142.462	1103.490	-778.637	0.00007	0.00011	0.00003	-0.00005	-0.00001	0.00002
BC	S	4228.265	2448.109	1316.162	0.00004	0.00011	0.00005	-0.00004	-0.00003	0.00004
B	S	4789.894	1836.248	3118.633	0.00010	0.00019	0.00002	-0.00011	-0.00003	0.00005
W	E	-7354.717	-5022.640	-1747.026	0.00006	0.00009	0.00003	-0.00003	0.00000	0.00002
V	B	-8982.613	-5541.446	-2604.073	0.00020	0.00033	0.00004	-0.00022	-0.00007	0.00009
V	W	76.234	-27.250	166.769	0.00007	0.00012	0.00003	-0.00006	0.00000	0.00002
W	S	-4268.933	-3677.965	347.781	0.00005	0.00023	0.00005	-0.00005	0.00000	0.00004
BC	M	2870.509	1412.065	1268.388	0.00004	0.00008	0.00006	-0.00004	-0.00004	0.00005
S	M	-1357.762	-1036.038	-47.766	0.00002	0.00004	0.00004	-0.00002	-0.00002	0.00002
V	N	-5720.837	-5495.178	798.417	0.00017	0.00017	0.00005	-0.00015	-0.00006	0.00006
V	S	-4192.694	-3705.244	514.541	0.00002	0.00003	0.00002	-0.00001	-0.00001	0.00001
BC	N	2700.115	658.180	1600.025	0.00014	0.00015	0.00005	-0.00013	-0.00006	0.00007
BC	O	1955.292	-240.192	2396.863	0.00008	0.00006	0.00007	-0.00005	-0.00005	0.00003
P	N	-975.511	1567.752	-3247.122	0.00008	0.00005	0.00004	-0.00002	-0.00002	0.00000
Q	N	-1892.340	407.195	-2465.588	0.00036	0.00038	0.00005	-0.00032	-0.00005	0.00005
O	P	1720.283	-669.331	2450.256	0.00008	0.00007	0.00005	-0.00003	-0.00002	0.00000
V	P	-4745.324	-7062.930	4045.507	0.00007	0.00004	0.00003	-0.00002	-0.00001	0.00000
BC	F	184.784	-125.071	384.097	0.00006	0.00005	0.00005	-0.00004	-0.00004	0.00003
BC	L	4204.866	3408.752	-565.664	0.00008	0.00009	0.00003	-0.00006	-0.00003	0.00003
O	F	-1770.520	115.145	-2012.750	0.00004	0.00004	0.00004	-0.00002	-0.00002	0.00001
F	R	4406.791	1606.526	2641.474	0.00006	0.00004	0.00011	-0.00003	-0.00005	0.00004
K	L	1225.323	295.108	1009.093	0.00005	0.00005	0.00001	-0.00004	-0.00002	0.00001
O	K	1024.254	3353.806	-3971.615	0.00013	0.00009	0.00065	-0.00007	-0.00022	0.00018
K	R	1612.034	-1632.165	4600.308	0.00011	0.00008	0.00028	-0.00007	-0.00013	0.00013
V	L	-4216.058	-2744.648	-1367.295	0.00005	0.00006	0.00002	-0.00004	-0.00002	0.00002
V	O	-6465.621	-6393.549	1595.227	0.00011	0.00008	0.00008	-0.00007	-0.00006	0.00003
V	R	-3829.376	-4671.905	2223.964	0.00007	0.00004	0.00010	-0.00004	-0.00005	0.00004



Analisando a tabela 3, se observa que as diferentes linhas-base possuem precisão (desvio-padrão) de ordem centimétrica, sendo a média obtida de 1,61 centímetros de desvio-padrão para a resultante de todas as linhas-base. O maior valor de desvio padrão médio é de 2,95 centímetros para a linha-base O\_K. É válido comentar que, das linhas-base iniciais selecionadas para fazerem parte do ajustamento, foram excluída quatro a partir da análise do desvio padrão médio. As linhas-base que possuíam resultante de valor de desvio padrão médio maior ou igual a 4,8 centímetros foram excluídas. As linhas-base excluídas são as que seguem:  $\Delta_{EB}$ ,  $\Delta_{CH}$ ,  $\Delta_{HN}$ ,  $\Delta_{SH}$  e  $\Delta_{VQ}$ . Por esse motivo, o vértice H foi excluído da rede original, pois não restaram linhas-base para esse vértice. Dessa forma, a rede possui 21 vértices.

As covariâncias entre componentes de diferentes linhas-base foram consideradas nulas. As variâncias e covariâncias das componentes de cada linha-base foram obtidas por meio do posicionamento GNSS relativo, que foi realizado para estimar o valor numérico de suas componentes  $\Delta X$   $\Delta Y$   $\Delta Z$ . Assim, a MVC das observações tem estrutura bloco-diagonal 3 X 3. Cada uma das 42 linhas-base possui uma matriz 3 X 3, relativa às variâncias e covariâncias de suas componentes ( $\Delta X$   $\Delta Y$   $\Delta Z$ ). Na MVC ainda constam as variâncias e covariâncias das coordenadas dos pontos de controle injuncionadas de forma relativa no ajustamento.

Conhecendo-se os valores de componentes de cada linha base envolvida no ajustamento da rede geodésica, procedeu-se na manipulação das matrizes. A matriz  $L_b$  de dimensão 132 X 1 e a  $\sum_{L_b}$  com dimensão 132 X 132. A matriz  $A$ , que relaciona as observações com os parâmetros, possui dimensão 132 X 63 nesse ajustamento e é formada por coeficientes 0, 1 e -1.

Como o sistema de equações para o ajustamento da rede GNSS é linear em relação aos parâmetros, mas o ajustamento possui injunções, o vetor de parâmetros aproximados contém as coordenadas X, Y, Z dos pontos de controle, sendo os parâmetros aproximados iguais a zero no vetor  $X_0$ . A aplicação do vetor dos parâmetros aproximados  $X_0$  ao sistema de equações resulta no vetor  $L_0$ . O vetor  $L$ , de dimensão 132 por 1, é obtido pela equação (3). Definidas as matrizes do ajustamento, o vetor de correção aos parâmetros aproximados é obtido pela

equação (2). O vetor solução (coordenadas estimadas) do ajustamento por mínimos quadrados da rede GNSS é obtido pela equação (4).

A tabela 4 apresenta as coordenadas cartesianas geocêntricas obtidas para os vértices da rede geodésica.

Tabela 4. Coordenadas cartesianas geocêntricas (SIRGAS2000) dos pontos da rede geodésica

	X (m)	Y (m)	Z (m)
A	3485175,826	-4328375,068	-3120045,417
B	3485640,278	-4327787,791	-3120743,997
E	3487344,39	-4327296,202	-3119720,173
F	3486386,712	-4328524,744	-3118557,431
G	3487325,361	-4328242,294	-3118037,714
I	3487709,274	-4327925,018	-3117873,625
K	3489181,482	-4325286,069	-3120516,297
L	3490406,804	-4324990,954	-3119507,205
M	3489072,425	-4326987,604	-3117673,139
N	3488902,033	-4327741,494	-3117341,507
O	3488157,233	-4328639,88	-3116544,676
P	3489877,536	-4329309,237	-3114094,403
Q	3490794,373	-4328148,689	-3114875,919
R	3490793,505	-4326918,221	-3115915,959
S	3490430,182	-4325951,56	-3117625,37
T	3491942,654	-4324519,922	-3117989,902
U	3492854,216	-4323286,649	-3118594,098
W	3494699,108	-4322273,569	-3117973,147
X	3486680,656	-4329679,931	-3117117,624
V	3494622,87	-4322246,314	-3118139,914
BC	3486201,926	-4328399,682	-3118941,534

A diferença entre as coordenadas obtidas para os pontos de controle V e BC e as coordenadas injuncionadas de forma relativa inicialmente para estes no ajustamento da rede está dentro dos valores de desvio-padrão para as coordenadas.

## 4.2 Controle de qualidade do ajustamento da rede geodésica (teste global e *data snooping*)

Após o ajustamento da rede geodésica ter sido realizado, o passo seguinte é o seu controle de qualidade. A seguir será aplicado o teste global do ajustamento e, após, o teste *data snooping*. A observação detectada pelo teste *data snooping* será retirada e então, se realizará novamente o teste global. Esse processo será repetido três vezes, sempre testando o ajustamento, até o ser aprovado. Finalmente, será aplicada a teoria de confiabilidades, quando serão determinadas as confiabilidades interna e externa.

### 4.2.1 Aplicação do teste global do ajustamento

Primeiramente, para a detecção de erros grosseiros e de erros no modelo foi realizado o teste global do ajustamento, por meio do vetor dos resíduos ( $V$ ) obtido pela equação (5):

Dessa forma, o fator de variância a posteriori é dado por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n - u} = \frac{128,95}{132 - 63} = 1,87$$

Calculando o valor de  $T$  (equação 9), tem-se a estatística do teste global que resulta em 128,95. Sendo  $n = 132$  e  $u = 63$ , com  $q = n - u = 69$  graus de liberdade, o valor tabelado para a distribuição  $\chi^2$  a um nível de significância  $\alpha = 0,05$ , é dado por 89,39. Dessa forma, como a estatística calculada é maior que o valor crítico tabelado, de acordo com (10), a hipótese nula do teste global do ajustamento é rejeitada ao nível de significância de  $\alpha = 0,05$  e o ajustamento não é aceito pelo teste global.

Tendo o ajustamento sido *rejeitado* pelo teste global do ajustamento e, dessa forma, havendo evidências da existência de erros nas observações, por meio de resíduos, o teste *data snooping* foi realizado, pois a existência de um resíduo grande no conjunto de observações é negligenciado pelo teste global do ajustamento.

---

#### 4.2.2 Aplicação do teste *data snooping*

Em função do nível de significância  $\alpha = 0,05$  para o teste global do ajustamento foi obtido o nível de significância  $\alpha_0$  utilizado para o procedimento de teste *data snooping* (considera apenas uma observação suspeita por vez). O valor de  $\alpha_0$  foi obtido através de três maneiras diferentes. Pelo monograma em Baarda (1968) foi obtido  $\alpha_0=0,000035$ , através da equação em Pope (1976) foi obtido o nível de significância  $\alpha_0=0,0007$  e por meio da desigualdade de Bonferroni ( $\alpha = n \alpha_0$ ) foi obtido  $\alpha_0=0,0004$ .

Para garantir o mesmo Poder do Teste para o teste *data snooping* e o teste global do ajustamento será utilizado o valor de  $\alpha_0$ , nível de significância para o teste *data snooping*, em função de  $\alpha = 0,05$ , do teste global, obtido através de Pope, 1976 ( $\alpha_0=0,0007$ ), sendo esse o maior dos valores obtidos.

Para o procedimento do teste *data snooping* ( $q = 1$ ), o valor crítico tabelado na distribuição normal para  $q = 1$  grau de liberdade e um nível de significância  $\alpha_0=0,0007$ , é dado por 3,39. Calculando o valor de estatística  $W_{lb(i)}$  para cada observação, constata-se que as observações  $\Delta Z_{PN}$ ,  $\Delta X_{QN}$ ,  $\Delta Y_{QN}$ ,  $\Delta Z_{QN}$ ,  $\Delta Z_{OP}$ ,  $\Delta X_{VO}$ ,  $\Delta Y_{VO}$ , ou seja, sete observações apresentaram valores de estatística de teste superiores ao valor crítico tabelado ( $w_{\alpha_0} = 3,39$ ) e, a maior delas é detectada pelo teste *data snooping* como contendo erro grosseiro. Nota-se que a linha-base Q\_N possui as três componentes com valores superiores ao valor crítico tabelado e, portanto, nessa etapa será eliminada essa linha-base o que ocasiona a exclusão do vértice Q da rede geodésica, pois esse não possui mais nenhuma linha-base. Os valores de estatística  $W_{lb(i)}$  obtidos para as observações excluídas são, em módulo, de 864,48 para  $\Delta X_{QN}$ , 1597,02 para  $\Delta Y_{QN}$  e um número imaginário 806.81i para  $\Delta Z_{QN}$ . Interessante comentar que o procedimento usual seria a exclusão da observação com maior valor de  $W_{lb(i)}$ , porém aqui se excluiu toda a linha-base, três observações, pois todos os valores de estatística dessas observações foram muito maiores que o valor crítico tabelado  $w_{\alpha_0} = 3,39$  e para os valores de  $W_{lb(i)}$  encontrados para as outras observações identificadas no teste *data snooping*.

---

Excluindo a linha-base Q\_N detectada pelo teste *data snooping* e o vértice Q, a rede é reajustada.

#### 4.2.3 Ajustamento e aplicação do teste global na rede (sem vértice Q)

Após o ajustamento ser refeito, foi aplicado novamente o teste global do ajustamento e, constatou-se que se obteve o mesmo fator de variância *a posteriori* ( $\hat{\sigma}_0^2 = 1,87$ ) e, da mesma forma, o ajustamento não passou no teste global, sendo que nesse caso  $n = 129$ ,  $u = 60$  e  $q = n - u = 69$  graus de liberdade. Calculando o valor de  $T$  (equação 9), tem-se a estatística do teste global que resulta em 129,07. O valor tabelado para a distribuição  $\chi^2$  a um nível de significância  $\alpha = 0,05$  é dado por 89,39. Dessa forma, como a estatística calculada é maior que o valor crítico tabelado, de acordo com (10), a hipótese nula do teste global do ajustamento é rejeitada, ao nível de significância de  $\alpha = 0,05$ , o ajustamento não é aceito pelo teste global.

Comparando-se o vetor de resíduos do ajustamento sem o vértice Q e o ajustamento anterior, constatou-se que ambos são exatamente iguais, provavelmente devido a falta de redundância para o vértice Q da rede. Tendo o ajustamento sido “rejeitado” novamente pelo teste global do ajustamento e, dessa forma, havendo evidências da existência de erros nas observações, por meio de resíduos, o teste *data snooping* é realizado novamente, agora sem o vértice Q na rede.

#### 4.2.4 Aplicação do teste *data snooping* na rede (sem vértice Q)

Para o procedimento do teste *data snooping* ( $q = 1$ ), o valor crítico tabelado na distribuição normal para  $q = 1$  grau de liberdade e um nível de significância  $\alpha_0 = 0,0007$ , é dado por 3,39. Calculando o valor de estatística  $W_{lb(i)}$  para cada observação, constata-se que as observações  $\Delta Z_{PN}$ ,  $\Delta Z_{OP}$ ,  $\Delta X_{VO}$ ,  $\Delta Y_{VO}$ , ou seja, quatro observações apresentaram valores de estatística de teste superiores ao valor crítico tabelado ( $w_{\alpha_0} = 3,39$ ) e, a maior delas é detectada pelo teste *data snooping* como contendo erro grosseiro. Analisando os resultados constata-se que a observação  $\Delta Y_{VO}$  possui o valor da estatística  $W_{lb(i)}$ , em módulo de 5,28, superior ao

---

---

valor crítico tabelado e, portanto, nessa etapa será eliminada essa observação. Excluindo essa observação detectada pelo teste *data snooping*, a rede é reajustada.

#### 4.2.5 Ajustamento e aplicação do teste global na rede (sem vértice Q e sem $\Delta Y_{VO}$ )

Após o ajustamento ser feito, agora sem a componente Y da linha-base V\_O (observação  $\Delta Y_{VO}$ ) que havia sido detectada pelo teste *data snooping*, foi aplicado novamente o teste global do ajustamento. Para esse ajustamento tem-se:  $n = 128$ ,  $u = 60$  e  $q = n - u = 68$  graus de liberdade. Calculando o valor de  $T$  (equação 9), tem-se a estatística do teste global que resulta em 100,87. O valor tabelado para a distribuição  $\chi^2$  a um nível de significância  $\alpha = 0,05$  é dado por 87,01. Dessa forma, como a estatística calculada é maior que o valor crítico tabelado de acordo com (10), a hipótese nula do teste global do ajustamento é rejeitada ao nível de significância de  $\alpha = 0,05$  e o ajustamento não é aceito pelo teste global. Tendo o ajustamento sido “rejeitado” novamente pelo teste global do ajustamento e, dessa forma, havendo evidências da existência de erros nas observações, por meio de resíduos, o teste *data snooping* é realizado novamente. Agora, além de não conter o vértice Q na rede, também não se considera a componente Y da linha-base V\_O.

#### 4.2.6 Aplicação do teste *data snooping* na rede (sem vértice Q e sem $\Delta Y_{VO}$ )

Para o procedimento do teste *data snooping* ( $q = 1$ ), o valor crítico tabelado na distribuição normal para  $q = 1$  grau de liberdade e um nível de significância  $\alpha_0 = 0,0007$ , é dado por 3,39. Calculando o valor de estatística  $W_{lb(i)}$  para cada observação, constata-se que as observações  $\Delta Z_{PN}$  e  $\Delta Z_{OP}$ , ou seja, somente duas observações apresentaram valores de estatística de teste superiores ao valor crítico tabelado ( $w_{\alpha_0} = 3,39$ ) e, a maior delas é detectada pelo teste *data snooping* como contendo erro grosseiro. Analisando os resultados constata-se que a observação  $\Delta Z_{PN}$  possui o valor da estatística  $W_{lb(i)}$ , em módulo de 4,25, superior ao valor crítico tabelado e, portanto, nessa etapa será eliminada essa observação. Excluindo essa observação detectada pelo teste *data snooping*, a rede é reajustada.

---

#### 4.2.7 Ajustamento e aplicação do teste global na rede (sem vértice Q, $\Delta Y_{VO}$ e $\Delta Z_{PN}$ )

Após o ajustamento ser feito, agora sem a componente Z da linha-base P\_N (observação  $\Delta Z_{PN}$ ) que havia sido detectada pelo teste *data snooping*, foi aplicado novamente o teste global do ajustamento. Para esse ajustamento tem-se:  $n = 127$ ,  $u = 60$  e  $q = n - u = 67$  graus de liberdade. Calculando o valor de  $T$  (equação 9), tem-se a estatística do teste global que resulta em 83,23. O valor tabelado para a distribuição  $\chi^2$  a um nível de significância  $\alpha = 0,05$  é dado por 87,11. Dessa forma, como a estatística calculada é menor que o valor crítico tabelado, de acordo com (10), a hipótese nula do teste global do ajustamento não é rejeitada ao nível de significância de  $\alpha = 0,05$  e o ajustamento é aceito pelo teste global. Em outras palavras, é possível afirmar que o verdadeiro fator de variância das observações, desconhecido, é estatisticamente igual ao fator de variância a priori que foi arbitrado, e, portanto, a magnitude dos resíduos ajustados é compatível com a precisão assumida para as observações. Ou seja, não existem erros no modelo, sejam eles presentes nas observações, no modelo funcional, no modelo estocástico e etc., para esse nível de confiança.

##### 4.2.7.1 Coordenadas dos vértices da rede

A rede geodésica, constituída de 21 vértices antes da aplicação dos testes global e *data snooping*, após a aplicação destes testes estatísticos se constitui de 20 vértices. Foram descartas as observações  $\Delta X_{QN}$ ,  $\Delta Y_{QN}$ ,  $\Delta Z_{QN}$ ,  $\Delta Y_{VO}$  e  $\Delta Z_{PN}$  e, dessa forma, o vértice Q da rede foi excluído. A Rede nessa etapa é composta de 127 observações e o numero de incógnitas é  $20 \times 3 = 60$  (coordenadas X Y Z dos vértices da Rede, incluindo os pontos de controle V e BC injuncionados). A tabela 5 apresenta as coordenadas cartesianas geocêntricas obtidas para os vértices da rede geodésica, bem como os desvios - padrão das coordenadas, após o procedimento DIA.

---

Tabela 5. Coordenadas cartesianas geocêntricas (SIRGAS 2000) dos pontos da Rede Geodésica e respectivos desvios-padrão.

	X (m)	Y (m)	Z (m)	$\sigma_X$ (m)	$\sigma_Y$ (m)	$\sigma_Z$ (m)
A	3485175,825	-4328375,069	-3120045,417	0,036	0,027	0,017
B	3485640,278	-4327787,790	-3120743,997	0,037	0,029	0,017
E	3487344,390	-4327296,202	-3119720,173	0,036	0,027	0,016
F	3486386,711	-4328524,749	-3118557,433	0,036	0,027	0,017
G	3487325,361	-4328242,294	-3118037,714	0,036	0,027	0,017
I	3487709,274	-4327925,017	-3117873,625	0,036	0,027	0,017
K	3489181,484	-4325286,072	-3120516,298	0,036	0,027	0,017
L	3490406,805	-4324990,956	-3119507,205	0,036	0,027	0,016
M	3489072,424	-4326987,604	-3117673,139	0,036	0,028	0,017
N	3488902,026	-4327741,486	-3117341,498	0,037	0,028	0,016
O	3488157,233	-4328639,889	-3116544,679	0,036	0,027	0,017
P	3489877,534	-4329309,237	-3114094,412	0,036	0,027	0,017
R	3490793,505	-4326918,223	-3115915,960	0,036	0,027	0,018
S	3490430,182	-4325951,560	-3117625,370	0,036	0,027	0,016
T	3491942,654	-4324519,921	-3117989,902	0,036	0,027	0,017
U	3492854,216	-4323286,649	-3118594,098	0,036	0,027	0,017
W	3494699,108	-4322273,568	-3117973,147	0,036	0,028	0,016
X	3486680,656	-4329679,931	-3117117,624	0,037	0,028	0,017
V	3494622,871	-4322246,312	-3118139,914	0,036	0,027	0,016
BC	3486201,926	-4328399,684	-3118941,534	0,036	0,027	0,016

Analisando a tabela 5 constata-se que a média dos valores de desvio-padrão ficou menor do que 4 centímetros para a componente X, 3 centímetros para a componente Y e 2 centímetros para a componente Z. A diferença média entre os valores das coordenadas obtidas nesse ajustamento e o primeiro ajustamento realizado, sem a exclusão de observações detectadas pelo teste *data snooping*, é da ordem de 0,5 milímetros. Em termos práticos, pode-se concluir que a exclusão de observações identificadas pelo teste *data snooping* não afetou os resultados finais para as coordenadas dos vértices da rede.

Comparando-se as precisões obtidas para as coordenadas dos pontos controle, V e BC, na tabela 5 com os resultados da tabela 2 observa-se uma melhora desses valores. Isso é devido ao ajuste com injunção relativa realizado com esses pontos e a boa precisão das linhas-base envolvidas na rede.



### 4.3 Coordenadas UTM e precisões

As coordenadas cartesianas geocêntricas dos vértices da rede final foram convertidas para UTM (*Universal Transversa de Mercator*) no programa TCGeo (IBGE) e as precisões obtidas de forma analítica através da propagação e variâncias e covariâncias das coordenadas. A tabela a seguir apresenta os resultados para a conversão:

Tabela 6. Coordenadas UTM e Altitude Geométrica (SIRGAS 2000) dos vértices da Rede, com precisão.

Vértice	Coordenadas				Precisão	
	N (m)	E (m)	MC	Alt geom. (m)	Planimétrica	Altimétrica
A	6739129,156	484512,024	-51	53,03	0,039	0,029
B	6738440,551	485242,724	-51	252,22	0,039	0,031
E	6739671,025	486875,916	-51	345,87	0,039	0,029
F	6740856,034	485358,591	-51	83,72	0,039	0,029
G	6741490,850	486265,584	-51	149,31	0,039	0,029
I	6741631,229	486763,223	-51	63,24	0,039	0,029
K	6738778,559	489567,463	-51	379,15	0,039	0,029
L	6739923,098	490704,880	-51	352,52	0,039	0,029
M	6741869,310	488411,873	-51	74,09	0,039	0,029
N	6742393,204	487805,750	-51	328,95	0,039	0,029
O	6743199,556	486661,669	-51	139,38	0,039	0,029
P	6746119,906	487577,347	-51	329,68	0,039	0,029
R	6743904,608	489792,549	-51	104,23	0,039	0,029
S	6741935,123	490118,380	-51	90,66	0,039	0,029
T	6741538,820	492193,940	-51	127,05	0,039	0,029
U	6740823,811	493677,819	-51	87,52	0,039	0,029
W	6741547,971	495748,278	-51	105,82	0,039	0,029
X	6742641,386	484860,813	-51	319,69	0,039	0,030
V	6741368,827	495706,216	-51	127,64	0,039	0,028
BC	6740416,784	485293,725	-51	86,92	0,039	0,028

Analisando a tabela de dados constata-se que a precisão média planimétrica ficou da ordem de 3,9 centímetros, enquanto que a precisão média altimétrica de 2,9 centímetros.

#### 4.4 Confiabilidade Interna e Externa

Nesse tópico serão apresentados e analisados os resultados para as confiabilidades interna e externa da rede geodésica. A rede geodésica utilizada nessa etapa é a do capítulo 4.2.7.1, sem o vértice Q, e as observações  $\Delta Y_{VO}$  e  $\Delta Z_{PN}$ . Esse ajustamento, sem os outliers que foram detectados pelo teste *data snooping*, passou no teste global do ajustamento ao nível de significância de  $\alpha = 0,05$ . Para esse caso tem-se 127 observações e 60 parâmetros, ou seja, 67 graus de liberdade.

##### 4.4.1 Confiabilidade Interna

Para o cálculo da confiabilidade interna da rede geodésica é utilizada a equação 27, considerando que existe correlação entre as observações e, dessa forma, a matriz variância-covariância das observações não é diagonal. A equação leva em conta, além da precisão das observações (matriz  $P$ ) e da precisão dos resíduos ( $\sum_v$ ), também valores para o poder do teste  $\gamma$  e o nível de significância  $\alpha_0$ , para obter um valor para o parâmetro de não centralidade  $\lambda_0$ . Foram adotados os valores de 0,80 e 0,001 ( $\sim 0,0007$  no *data snooping*, em função do nível de significância utilizado para o teste global) para o poder do teste e para o nível de significância  $\alpha_0$ , respectivamente. E, com esses valores, o valor do parâmetro de não centralidade é 17,075 (de acordo com o monograma em Baarda (1967)).

Devido ao grande número de observações a serem analisados e apresentados para a confiabilidade interna da rede, os resultados para o menor erro que pode ser detectado em cada observação pelo teste *data snooping*, considerando  $\gamma = 80\%$  e  $\alpha_0 = 0,001$ , serão apresentados na forma de gráfico, conforme figura 22:

---

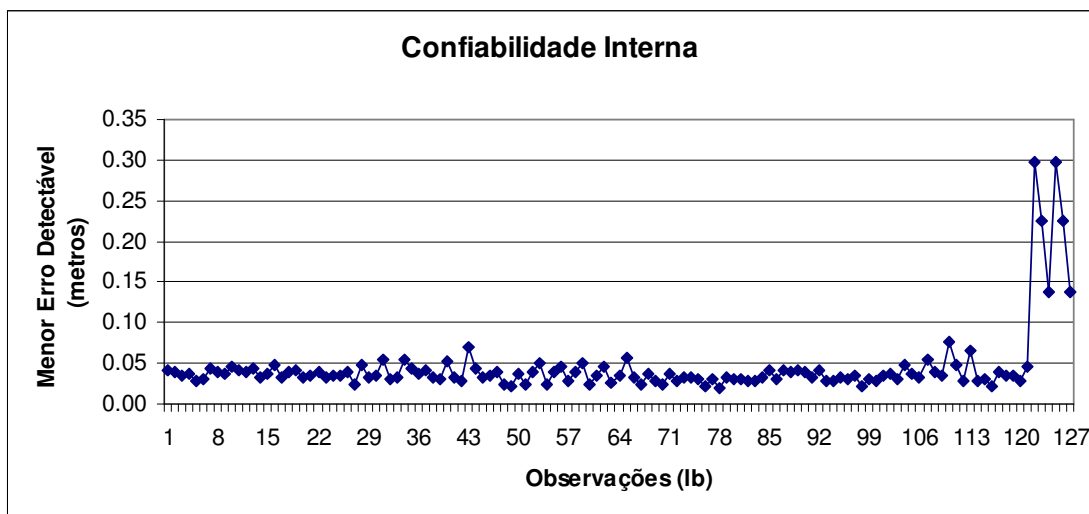


Figura 12. Gráfico dos resultados para MDB de cada observação.

Sobre a confiabilidade interna, foram analisados os valores de MDB para as  $n = 127$  observações. No gráfico da figura 12 verifica-se que os maiores valores são justamente para as últimas seis observações, que são as injunções relativas no ajustamento. Para as injunções, o valor do MDB médio é de 0,22 metros (22 centímetros). Os valores de desvio-padrão das coordenadas injuncionadas de forma relativa no ajustamento foram de, em media, aproximadamente 4 centímetros, cerca de 5 vezes menor que o MDB.

A média obtida para o MDB das observações desconsiderando os valores para as injunções é de 0,036 metros, ou seja, aproximadamente 3,6 centímetros. E o valor máximo e mínimo para o MDB são, respectivamente, 7,6 centímetros (observação 110 -  $\Delta X_{OK}$ ) e 2 centímetros (observação 78 -  $\Delta X_{VS}$ ).

A partir da MVC das observações ( $\sum_{lb}$ ), os valores de desvio-padrão para cada observação foram incorporados ao gráfico de MDB para uma análise comparativa desses dados, agora desconsiderando os valores para as seis injunções, conforme figura 13.

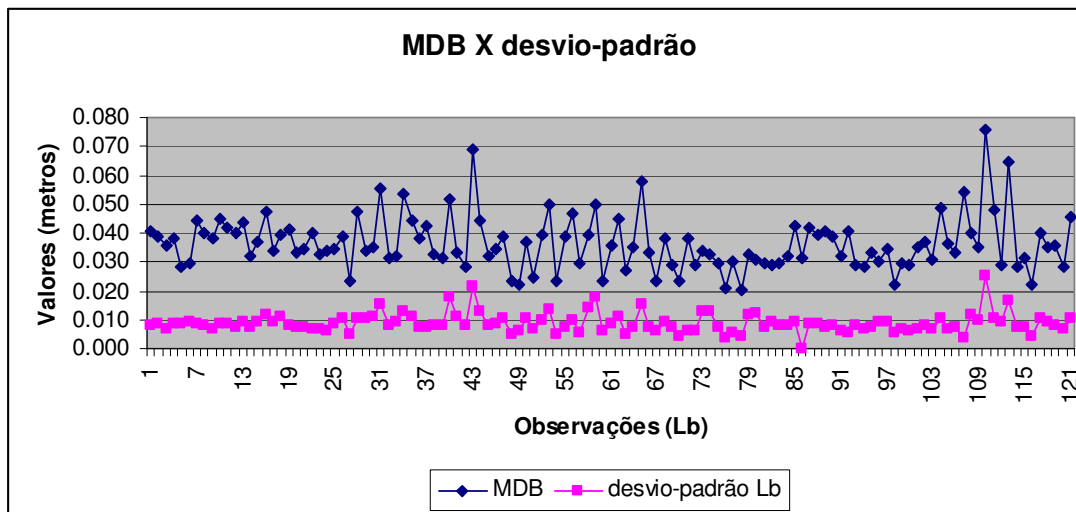


Figura 13. Gráfico do MDB e precisão das observações.

Todas as observações apresentam o menor erro detectável (MDB), pelo procedimento *data snooping*, de ordem centimétrica, relativamente maior do que a precisão das observações. Os valores de MDB são cerca de 4,1 vezes, em média, maiores que o desvio-padrão das observações. Existe uma correlação linear entre os valores de MDB e de desvio-padrão para as observações de 96%. Dessa forma, quanto mais precisa a observação, menor o valor de MDB.

Analisando a tabela contendo todos os valores, para cada componente das linhas-base, se verifica que, de fato, o somatório do número de redundância  $r_{(i)}$  e do número de absorção  $u_{(i)}$  resulta em um para todas as observações. E, ainda de acordo com a teoria, o somatório de todos os  $r_{(i)}$ , determinados para cada observação é o número de graus de liberdade do ajustamento, ou seja, 67 ( $127 - 60$ ). E o somatório dos números de absorção  $u_{(i)}$  resulta no número de parâmetros incógnitos do sistema ( $u = 60$ ).

A tabela 7, a seguir, apresenta para cada linha-base do ajustamento os valores médios obtidos para as medidas de confiabilidade: número de redundância ( $r_{(i)}$ ) e número de absorção ( $u_{(i)}$ ), MDB e precisão das observações ( $\sigma_{lb}$ ). A partir dessa tabela será feita a análise dos resultados.

Tabela 7. Comprimento de cada linha-base, números de redundância e absorção, desvio-padrão e MDB.

<b>Linha-base</b>	<b>Comprimento</b>	<b><i>r</i> (%)</b>	<b><i>u</i> (%)</b>	<b>Precisão <i>Lb</i> (m)</b>	<b>MDB (m)</b>
BC_G	1450,435	61	39	0,009	0,032
A_I	3367,135	45	55	0,008	0,041
A_U	9325,02	50	50	0,008	0,042
G_I	524,387	51	49	0,009	0,037
G_U	7445,545	62	38	0,011	0,04
V_I	8950,782	55	45	0,008	0,036
V_U	2101,595	43	57	0,007	0,036
BC_E	1768,95	69	31	0,008	0,032
G_T	5931,085	58	42	0,011	0,039
G_X	1824,556	44	56	0,011	0,04
E_T	5643,192	63	37	0,011	0,045
V_T	3517,864	47	53	0,008	0,035
V_X	10926,224	56	44	0,012	0,038
X_E	3591,097	66	34	0,014	0,048
BC_E	1768,95	69	31	0,008	0,032
BC_S	5060,014	72	28	0,008	0,028
B_S	6003,396	34	66	0,01	0,037
W_E	9075,84	46	54	0,007	0,038
V_B	10870,886	53	47	0,013	0,037
V_W	185,381	56	44	0,008	0,036
W_S	5645,544	65	35	0,01	0,042
BC_M	3441,302	47	53	0,008	0,03
S_M	1708,559	30	70	0,006	0,03
V_N	7972,605	67	33	0,011	0,032
V_S	5618,921	48	52	0,005	0,024
BC_N	3206,852	53	47	0,01	0,031
BC_O	3102,549	65	35	0,008	0,03
P_N	3735,408	24	76	0,009	0,037
O_P	3067,757	55	45	0,008	0,041
V_P	9421,741	45	55	0,007	0,037
BC_F	444,205	50	50	0,007	0,03
BC_L	5442,469	59	41	0,008	0,029
O_F	2683,125	42	58	0,006	0,031
F_R	5383,133	46	54	0,008	0,039
K_L	1614,551	25	75	0,006	0,041
O_K	5298,192	68	32	0,015	0,05
K_R	5140,569	60	40	0,012	0,047
V_L	5213,227	44	56	0,006	0,027
V_O	9231,819	76	24	0,01	0,037
V_R	6437,145	46	54	0,008	0,037
V	-	43	57	0,036	0,22
BC	-	56	44	0,039	0,22

Analisando a tabela 7 juntamente com as figuras 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11, das sessões, que contem as linhas-base e o mapa ilustrativo da rede geodésica (apêndice 1), pode-se verificar que os maiores valores de MDB são justamente para os pontos de controle (V e BC). E, com relação às linhas base, as com valores maiores de MDB são O\_K (5 centímetros), K\_R e X\_E (4,7 e 4,8 centímetros, respectivamente). O vértice K possui linha-base ainda somente com o vértice L, e essa linha-base também possui valor relativamente alto (4,1 centímetros) com relação a media de valores de MDB para as linhas base (3,6 centímetros). Porém, a linha-base K\_L é relativamente maior curta, quando comparada as outras duas linhas-base do vértice K.

Os menores valores de MDB verificados na tabela são para as linhas-base V\_S (2,4 centímetros), V\_L (2,7 centímetros), BC\_S (2,8 centímetro), BC\_L (2,9 centímetros). Todas envolvendo os pontos de controle da Rede. O vértice L está ligado a três outros vértices da Rede, sendo dois desses, pontos de controle e a outra linha-base é bem curta. O vértice S está ligado a cinco outros vértices da Rede, dois pontos de controle e três outros vértices.

De forma geral, verifica-se que as linhas-base constituídas por um ponto desconhecido e um ponto de controle (portanto, com menos incógnitas) apresentaram valores relativamente menores para o MDB de suas componentes em relação a linhas-base compostas por dois pontos desconhecidos.

Com relação à redundância das observações, ou seja, a fração do erro nas observações que é absorvida pelo vetor de resíduos, pode-se verificar que as linhas base que apresentam maiores valores são V\_O (76%) e BC\_S (72%). Os vértices V e BC por serem os pontos de controle, possuem muitas linhas base, por isso a alta redundância. Os vértices O e S estão, conforme se verifica na figura 7, 8, 9, 10 e 11, mesmo não sendo bases da rede, ligados ambos a cinco linhas-base, dois desses pontos de controle, o que justifica a alta redundância. As linhas-base com menores valores de redundância são P\_N (24%) e K\_L (25%), ambas possuem valores médios de MDB, o que discorda da teoria (MDB inversamente proporcional a  $r$ ), mas deve-se verificar a precisão das observações, que influenciam nos resultados para MDB. Além disso, verifica-se que os vértices envolvidos nas duas linhas-base citadas estão ligados a pelo menos três outros vértices da rede, o que não justificaria os baixos valores de redundância obtidos. O restante da fração do erro nas

---

observações é absorvido pelos parâmetros do ajustamento, dessa forma, é a válida a análise inversa dos resultados descritos.

Analisando a tabela com relação aos valores de precisão das observações pode-se verificar que as linhas-base com melhor precisão (valores mais baixos) são V\_S (5 milímetros), S\_M, K\_L, V\_L e O\_F (6 milímetros para todas). Essas linhas-base possuem valores baixos de MDB com relação a média deste, o que está de acordo com a teoria, pois essas linhas-base são mais importantes no ajustamento (maior peso das observações) e, no geral, possuem valores de MDB menores.

As linhas-base com valores mais baixos de precisão, desconsiderando na tabela os valores para os pontos de controle que foram injuncionados de forma relativa no ajustamento, são O\_K (1,5 centímetros), X\_E (1,4 centímetros) e V\_B (1,3 centímetros). Essas linhas-base também apresentam valores altos de MDB, conforme se verifica no texto, as mesmas foram citadas como as quais possuem maiores valores de MDB entre todas as linhas-base. Esse fato se confirma pela alta correlação (96%) entre os dados de desvio-padrão e MDB.

A linha-base mais curta é V\_W (185, 381 metros), está ligada a um ponto de controle e possui redundância de 56%, alta precisão (8 milímetros) e valor de MDB na média (3,6 centímetros). O vértice W possui linha-base com outros dois (S e E) vértices da rede, que não são bases, e essas linhas-base são longas. A linha-base mais comprida é V\_X (10926, 224 metros) e também possui o ponto de controle V. A redundância para essa linha-base é de 56%, MDB (3,8 centímetros) e o valor de precisão é (1,2 centímetros) são todos medianos com relação as médias para esses valores..

#### **4.4.2 Confiabilidade Externa**

Com o objetivo de conhecer a influência nos parâmetros de um possível erro máximo não detectado no teste estatístico *data snooping* em cada observação, determinado na confiabilidade interna, foi calculada a confiabilidade externa.

Conforme visto, a confiabilidade externa é obtida utilizando o mesmo estimador dos mínimos quadrados, apenas substituindo o vetor das observações pelo MDB ( $\nabla_{Lb}$ ) na equação (37). O vetor confiabilidade externa para cada MDB tem

---

dimensão ( $u \times 1$ ). Tem-se 127 observações nesse ajustamento, cada uma com o menor valor de erro que pode ser detectado, obtido na confiabilidade interna. Os resultados para a confiabilidade externa descrevem o erro esperado, ou a influência, nos parâmetros causados pelo possível MDB não detectado no teste estatístico. Devido ao grande volume de dados gerados para a confiabilidade externa, os resultados serão descritos, não sendo possível apresentação em forma de tabela com todos os resultados.

Os valores mais altos de confiabilidade externa obtidos são para os pontos de controle da rede, os vértices V e BC injuncionados de forma relativa no ajustamento. De fato, se verificam os mais altos valores de MDB para ambos, de acordo com a tabela 7. Os valores de confiabilidade externa foram em média de 12 centímetros para V e de 10 centímetros para BC.

Agora analisando os resultados para as linhas-base, desconsiderando as injunções, se verifica que a observação com maior valor de confiabilidade externa é a  $\Delta Z_{K\_L}$  com 5,2 centímetros na coordenada Z do vértice K. O MDB para essa observação é de 5,4 centímetros, ou seja, bem maior que a média para o MDB. A segunda observação com maior valor de confiabilidade externa é a  $\Delta Z_{V\_P}$  com 2,9 centímetros na coordenada Z do vértice P, o MDB para essa observação é de 4.1 centímetros. Outra observação com valor alto de confiabilidade externa é a  $\Delta X_{B\_S}$  com 2,7 centímetros na coordenada X do vértice B, o MDB para essa observação é de 3,9 centímetros.

A observação com valor mais baixo de confiabilidade externa é a  $\Delta Z_{BC\_S}$  com 0,5 centímetros (5 milímetros) na coordenada Z do vértice S. O MDB para essa observação é de 2,5 centímetros, ou seja, bem menor que a média para o MDB. A tabela 8 a seguir apresenta de forma resumida os resultados descritos.

Tabela 8. Resultados de Confiabilidade Externa

	<b>Observação</b>	<b>Conf. Ext. (metros)</b>	<b>MDB (metros)</b>	<b>Parâmetro</b>
107	$\Delta Z_{K\_L}$	0,052	0,054	$Z_K$
92	$\Delta Z_{V\_P}$	0,029	0,041	$Z_P$
52	$\Delta X_{B\_S}$	0,027	0,039	$X_B$
51	$\Delta Z_{BC\_S}$	0,005	0,025	$Z_S$



Analisando os resultados verifica-se que, em geral, quanto maior o valor para o MDB da observação, maior a influência deste erro não detectável dessa observação sobre os parâmetros (coordenadas X, Y, Z dos vértices da Rede). Ainda verifica-se que a influência do MDB em uma observação afeta principalmente as coordenadas referentes ao eixo cartesiano sobre o qual foi tomada aquela observação. Por exemplo, o MDB da observação  $\Delta X_{A_I}$  afeta principalmente as coordenadas  $X_A$  e  $X_I$  da rede, o MDB da observação  $\Delta Y_{A_I}$  afeta principalmente as coordenadas  $Y_A$  e  $Y_I$  e o mesmo para a observação  $\Delta Z_{A_I}$ .

A importância de se determinar a confiabilidade externa pode ser justificada pelos valores obtidos para a mesma nos parâmetros. Por exemplo, se verifica que a precisão da coordenada Z do vértice K conforme a tabela 5 é de 1,7 centímetros. Através da confiabilidade externa constata-se que um MDB de 5,4 centímetros na observação  $\Delta Z_{K_L}$  pode causar um erro de 5,2 centímetros na coordenada Z do vértice K. Somando-se o valor de desvio-padrão para essa coordenada com a confiabilidade externa determinada obtém-se uma incerteza de 6,9 centímetros para a coordenada Z do vértice K.

Aplicando o mesmo procedimento de análise para a coordenada X do vértice B, que possui valor de desvio-padrão de acordo com a tabela 5 de 3,7 centímetros e confiabilidade externa de 2,7 centímetros, obtém-se uma incerteza de 5,9 centímetros.

---

## 5 CONCLUSÕES

Os objetivos propostos inicialmente no trabalho foram cumpridos em sua totalidade. A melhor distribuição e a quantidade dos vértices da rede foram estudadas para a área de estudo. A rede foi materializada no terreno e foi realizado o levantamento, processamento e ajustamento da mesma. Ao término, foram aplicadas as medidas de confiabilidade convencionais.

A rede geodésica final desse trabalho possui vinte vértices, a localização dos mesmos pode ser verificada no apêndice 1, nomeados: A, B, E, F, G, I, K, L, M, N, O, P, R, S, T, U, W, X, V e BC. Os últimos dois vértices serviram de pontos de controle na rede, injuncionados de forma relativa no ajustamento. O ajustamento para os vértices V e BC foi realizado, sendo aprovado no teste global do ajustamento. A rede como um todo foi aprovada no teste global do ajustamento após a exclusão de dados por análise da precisão, inicialmente, e também pela aplicação do teste *data snooping* de forma iterativa por três vezes. As coordenadas cartesianas geocêntricas dos vértices da rede foram transformadas para a projeção UTM e apresentadas no trabalho, juntamente com a precisão planimétrica e altimétrica dos vértices.

As precisões obtidas para as coordenadas finais dos pontos de controle, V e BC, após o ajustamento da rede com injunção relativa desses vértices, melhorou, provavelmente devido à boa precisão das linhas-base envolvidas na rede. A média dos valores de desvio-padrão das coordenadas cartesianas geocêntricas dos vértices da rede ficou menor do que 4 centímetros para a componente X, 3 centímetros para a componente Y e 2 centímetros para a componente Z. Constatou-se que não houve melhora significativa na precisão das coordenadas após a exclusão de observações identificadas no teste *data snooping*. A diferença média entre os valores das coordenadas obtidas para as coordenadas finais e antes da aplicação dos testes é da ordem de 0,5 milímetros. Em termos práticos, pode-se concluir que a exclusão de observações identificadas pelo teste *data snooping* não afetou os resultados finais para as coordenadas dos vértices da rede.

Com relação à confiabilidade interna pode-se concluir que os resultados obtidos para a rede geodésica estão de acordo com a teoria, principalmente no que diz respeito à correlação entre a precisão das observações e os valores de MDB

---

obtidos pelas mesmas. Os resultados para a confiabilidade externa mostram que, em geral, quanto maior o valor para o MDB da observação, maior a influência deste sobre os parâmetros e, ainda que a influência do MDB em uma observação afeta principalmente as coordenadas referentes ao eixo cartesiano envolvido, o que acorda com a teoria. A partir da análise da confiabilidade externa juntamente com a precisão das coordenadas dos vértices da rede pode-se verificar a importância do estudo na confiabilidade, pois uma incerteza maior que a precisão pode ser negligenciada.

Os vértices da rede que foram excluídos nos processos de levantamento de dados, análise de precisões e aplicação de testes devem incorporados à rede futuramente, pois os mesmos foram materializados, ou seja, os marcos C, H e Q existem no terreno.

Nesse trabalho foram aplicadas as medidas de confiabilidade convencionais, sendo que se poderia ainda aplicar as medidas de confiabilidade generalizada para múltiplos *outliers*.

---

## 6 REFERÊNCIAS

ABNT: NBR 14166. Rede de Referência Cadastral Municipal – Procedimento. Agosto 1998

BAARDA, W.. A testing procedure for use in geodetic networks. *Netherlands Geodetic Commission – Publication on Geodesy – News Series*, Delft, v.2, n.5, 1968.

CAMARGO, P.O.. *Modelo regional da ionosfera para uso em posicionamento com receptores de uma frequência*. 1999. 191p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

CHEN, Y.Q.; KAVOURAS, M.; CHRZANOWSKI, A. A strategy for detection of outlying observations in measurements of high precision. *The Canadian Surveyor*, Ottawa, v.41, n.4, p.529-540, winter 1987.

DALMOLIN, Q. Ajustamento por Mínimos Quadrados. Curitiba: Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas UFPR, 2002.

GEMAEL, C.. *Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas*. Curitiba: Ed. UFPR, 1994. 319p.

IBGE: Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/rbmc/rbmc.shtm>>. Acesso em: 3 de nov. 2012.

KLEIN, I..Controle de Qualidade no Ajustamento de Observações Geodésicas. 2011. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto), UFRGS.

KLEIN, I..Planejamento de Redes Geodésicas Resistentes a Múltiplos Outliers. 2012. UFRGS, 2012.

MATSUOKA, M. T. Notas de aulas da disciplina Ajustamento de Observações. FCT/UNESP – Departamento de Cartografia / Presidente Prudente.

---

MONICO, J.F.G; Camargo, P.O.. Controle de Qualidade em Levantamentos Geodésicos e Possibilidades de Metodologia para Atender a Lei 10.267. In: *Notas de aulas para o curso "Posicionamento por GNSS"*, ministrado na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista, 2003.

MONICO, J.F.G.; PEREZ, J.A.S.. *Integration of a Regional GPS Network within ITRF using Precise Point Positioning*. In: Adam, J.; Schwars, K.P. (org.). *Vistas for Geodesy in the new millennium: IAG Scientific Assembly*. Berkim, 2001, v.125, p.66-71.

MONICO, J. F. G.2008. *Posicionamento pelo GNSS: Descrição, Fundamentos e Aplicações*. 2 ed. São Paulo, UNESP.

NASA: Shuttle Radar Topography Mission. Disponível em: < <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/>>. Acesso em: 20 de nov. 2012.

NASA: ASTER Global Digital Elevation Map Announcement. Disponível em: < <http://asterweb.jpl.nasa.gov/dem.asp> >. Acesso em: 20 de nov. 2012.

PICADA CAFÉ. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2013. Disponível em: <[http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Picada\\_Caf%C3%A9&oldid=33536953](http://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Picada_Caf%C3%A9&oldid=33536953)>. Acesso em: 4 dez. 2013.

POPE, A. J., 1976. The statistics of residuals and the detection of outliers. Relatório Técnico no. S65 NGS1, Rockville, Maryland, 133pp.

ROCHA, Ronaldo S.; WESCHENFELDER, Jair. Rede Geodésica Municipal – A estrutura fundamental da cartografia urbana. Conselho em Revista CREA-RS. P. 33-34, 2011.

SRTM: endereço eletrônico <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/>

TEUNISSEN, P.J.G.. *Testing Theory: an introduction*. 2000. Editora: Delft University Press. Delft, Holanda.

---

TEUNISSEN, P.J.G.. Quality Control and GPS. In: Teunissen, P.J.G.; Kleusberg, A. *GPS for Geodesy*. 2.ed.: Springer Verlag, 1998. p. 271-318.

APENDICE 1  
(mapa ilustrativo)

---