

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Renato Eduardo Stroieke

AGRUPAMENTOS DE TRABALHADORES ATRAVÉS
DA MODELAGEM DE CURVAS DE APRENDIZADO

Porto Alegre

2012

Renato Eduardo Stroeike

Agrupamentos de Trabalhadores Através da Modelagem de Curvas de Aprendizado

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, modalidade Acadêmica, na área de concentração em Sistemas de Qualidade.

Orientador: Flávio Sanson Fogliatto, *Ph.D.*

Coorientador: Michel Jose Anzanello, *Ph.D.*

Porto Alegre

2012

Renato Eduardo Stroeike

Agrupamentos de Trabalhadores Através da Modelagem de Curvas de Aprendizado

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção na modalidade Acadêmica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Prof. Flávio Sanson Fogliatto, *Ph.D.*

Orientador PPGEP/UFRGS

Prof. Michel Jose Anzanello, *Ph.D.*

Coorientador PPGEP/UFRGS

Prof. Carla Schwengber ten Caten

Coordenador PPGEP/UFRGS

Banca Examinadora:

Professora Carla Schwengber ten Caten, Dra. (PPGEP/UFRGS)

Professor Danilo Marcondes Filho, Dr. (DEST/UFRGS)

Professora Liane Werner, Dra. (PPGEP/UFRGS)

Dedicatória

Aos meus pais, Nisio e Lourdes e meus
irmãos Roberto e Ricardo,
pela paciência, carinho,
e apoio incondicional.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pelo seu amor imensurável e pelo seu cuidado todo especial, em todas as etapas da minha vida;

À minha família, por tudo o que fazem por mim, pela disponibilidade e por todo o apoio a mim dispensado;

Aos meus orientadores, Prof. Flávio Sanson Fogliatto, *Ph.D.* e Michel Jose Anzanello, *Ph.D.*, pela dedicação, apoio e confiança depositada em mim;

Aos colegas de mestrado e do INDG, com os quais a convivência nestes dois anos proporcionou-me experiências incríveis e inesquecíveis;

Aos meus amigos, por estarem sempre presentes e me apoiando em cada etapa da minha vida;

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, por todo o conhecimento e apoio que recebi nos últimos dois anos.

STROIEKE, Renato Eduardo *Agrupamentos de Trabalhadores Através da Modelagem de Curvas de Aprendizado*, 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil.

RESUMO

O presente trabalho apresenta proposições para criação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores, através de suas curvas de aprendizado e utilizando técnicas de análise multivariada. Desta forma, os objetivos desta dissertação são: (i) Apresentar o estado da arte das principais aplicações das curvas de aprendizado; (ii) Estudar os principais modelos matemáticos para curvas de aprendizado; (iii) Propor metodologias de formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores utilizando as curvas de aprendizado; e (iv) Integrar técnicas de análise multivariada com teorias sobre curvas de aprendizado. São apresentados três artigos que contemplam os objetivos citados. São propostos dois métodos para formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores. Os métodos desenvolvidos foram avaliados através da aplicação de estudos de caso. Os métodos aplicados apresentaram bons resultados, obtendo-se agrupamentos de trabalhadores com perfis homogêneos de aprendizado. De tal forma, deseja-se diminuir a formação de gargalos de produção em linhas de montagem baseadas em procedimentos manuais. Conclui-se que os métodos propostos são adequados para a formação de agrupamentos de trabalhadores com perfis de aprendizado similares.

Palavras-chave: Curvas de Aprendizado, Agrupamento de Trabalhadores, Análise Multivariada.

STROIEKE, Renato Eduardo *Cluster of workers through the modeling of learning curves*, 2012. Dissertation (Master in Engineering) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brazil.

ABSTRACT

This dissertation presents new approaches to create homogeneous groups of workers based on their learning curves and multivariate analysis tools. The objectives of this dissertation are: (i) Unveil the state of the art of the main applications of learning curves, (ii) Study the main learning curves models, (iii) Propose methods for creating homogeneous groups of workers using learning curves, and (iv) Integrate multivariate analysis with learning curve theory. There are three articles that address the objectives outlined. Two methods are proposed for the formation of homogeneous groups of workers. The proposed methods were evaluated through case studies on examples with real data. The proposed methods yielded good results, creating homogeneous groups of workers in production lines and reducing the formation of bottlenecks in manual-based assembly lines. Results displayed the proposed methods as suitable for the formation of groups of workers with similar learning profiles.

Keywords: Learning Curves, Groups of Workers, Multivariate Analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 Estrutura do método proposto.....	54
Figura 3.2: Dendograma obtido pela clusterização do modelo Potencial.....	58
Figura 3.3: Perfil de aprendizado dos trabalhadores inseridos no <i>cluster 2</i>	60
Figura 3.4: Comparação entre os perfis de aprendizado de dois trabalhadores inseridos em <i>clusters</i> distintos.....	60
Figura 4.1: Cargas rotadas dos 3 fatores retidos na análise.....	80
Figura 4.2: Perfil médio de aprendizado dos agrupamentos I, II, e III.....	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Valores de R_m^2 , SI_m , SI_m^a , e IA_m para os modelos de curva testados.....	59
Tabela 3.2: Alocação dos trabalhadores aos <i>clusters</i>	59
Tabela 4.1: Índice de Comunalidade (IC_{ij}) entre pares de trabalhadores.....	77
Tabela 4.2: Distância de Hausdorff (DH_{ij}) entre pares de curvas.....	77
Tabela 4.3: Distância de Hausdorff Reescalada (DH_{rij}) entre pares de curvas.....	78
Tabela 4.4: Índice de Similaridade entre pares de trabalhadores (IS_{ij}).....	79
Tabela 4.5: Porcentagem de variância explicada pelos autovetores.....	79

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1 Considerações Iniciais	12
1.2 Justificativa do Tema.....	13
1.3 Objetivos.....	14
1.4 Procedimentos Metodológicos	14
1.5 Estrutura da Dissertação	15
1.6 Delimitações do Estudo	15
1.7 Referências	15
2. PRIMEIRO ARTIGO: ESTADO DA ARTE DAS APLICAÇÕES DE CURVAS DE APRENDIZADO	17
2.1 Introdução	18
2.2 Principais Modelos de Curvas de Aprendizado.....	19
2.3 Principais Áreas de Pesquisa Envolvendo o Fenômeno de Aprendizado	22
2.4 Conclusões.....	36
2.5 Referências	37
3. SEGUNDO ARTIGO: ANÁLISE DE CONGLOMERADOS EM CURVAS DE APRENDIZADO PARA FORMAÇÃO DE AGRUPAMENTOS HOMOGÊNEOS DE TRABALHADORES.....	48
3.1 Introdução	49
3.2 Referencial teórico.....	51
3.3 Metodologia Proposta.....	53
3.4 Resultados e Discussões	57
3.5 Conclusões.....	61
3.6 Referências	62
4. TERCEIRO ARTIGO: OBTENÇÃO DE AGRUPAMENTOS HOMOGÊNEOS DE TRABALHADORES ATRAVÉS DO ÍNDICE DE SIMILARIDADE E DE ANÁLISE FATORIAL	67
4.1 Introdução	68
4.2 Referencial Teórico	70
4.3 Metodologia Proposta.....	73
4.4 Resultados e Discussões	76
4.5 Conclusões.....	81
4.6 Referências	82
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	84

7.1 Conclusões.....	84
7.2 Sugestões para trabalhos futuros	85

1. Introdução

1.1 Considerações Iniciais

A sobrevivência de uma organização produtiva se faz através de um controle intenso sobre o Sistema de Gestão. Os administradores de produção devem estar preparados para manter um patamar de qualidade elevado de seus produtos. No entanto, esse patamar elevado de qualidade não deve ser alcançado com custos de produção elevados.

Outro fator que torna mais complexa a gestão de produção é a velocidade com que as mudanças no cenário externo ocorrem. Os meios produtivos devem se adaptar constantemente para satisfazer as necessidades ambientais, sociais e do mercado.

Cada vez que ocorre uma modificação na produção, o trabalhador sofre um processo de aprendizado no qual se adapta aos requisitos do novo procedimento. Esse processo foi pioneiramente descrito por Wright (1936), que observou a redução no tempo de montagem de aviões durante a Primeira Guerra Mundial. As curvas de aprendizado mostram que quando um trabalhador exerce uma atividade manual, o tempo e custo demandados para execução da atividade diminuem com o acúmulo de repetições (Huang e Man, 2010).

Considerando o processo de aprendizado, é desejável que trabalhadores alocados num mesmo posto de trabalho apresentem velocidade similar de execução da tarefa, evitando a formação de gargalos de produção. Essa velocidade similar de execução da tarefa deve ocorrer não somente quando o processo de aprendizado encontra-se em estado estacionário, mas também nas primeiras execuções da tarefa, quando o processo de aprendizado é mais intenso.

Esta dissertação é composta por três artigos abordando a modelagem por curva de aprendizado. No primeiro artigo é apresentada uma revisão de bibliografia sobre as principais utilizações das curvas de aprendizado. O segundo artigo integra curvas de aprendizado, técnicas de clusterização e o Índice de Ajuste (*IA*), gerado a partir do *Silhouette Index* e do coeficiente de determinação, para formar agrupamentos homogêneos de trabalhadores. O terceiro artigo apresenta um método de formação de agrupamento de trabalhadores através das curvas de aprendizado e de análise fatorial.

1.2 Justificativa do Tema

A grande variação nos sistemas de produção faz com que o trabalhador tenha que estar constantemente se adaptando à realização de novas tarefas. Porém, o processo de aprendizado não ocorre de maneira idêntica entre os trabalhadores em uma linha de montagem. Se uma nova tarefa for apresentada a um grupo de trabalhadores com perfis não homogêneos de aprendizado, alguns desses trabalhadores poderão demandar mais tempo para atingir o resultado de produção esperado, gerando gargalos de produção. Outros, porém, podem apresentar um aprendizado mais rápido que o do restante do grupo, criando cenários de ociosidade. Idealmente, trabalhadores caracterizados pelo mesmo perfil de aprendizado deveriam ser alocados em uma mesma linha de produção.

Entretanto, por mais que o fenômeno de aprendizado tenha motivado uma série de pesquisas, observa-se na literatura uma lacuna na criação de métodos para geração de agrupamentos homogêneos de trabalhadores.

Portanto, justifica-se o desenvolvimento de metodologias para a formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores, tema de dois dos artigos presentes nesta dissertação.

O primeiro artigo apresenta uma revisão de literatura contendo as principais utilizações para as curvas de aprendizado: (i) Monitoramento de Custos, (ii) Gerenciamento e Otimização de Produção, (iii) Sequenciamento de tarefas, (iv) Atribuição de Tarefas para Trabalhadores e Balanceamento de Linhas de Produção, (v) Cálculo do lote econômico de produção com o efeito de aprendizagem.

No segundo artigo, dados de desempenho de trabalhadores são inicialmente modelados através de diversos modelos de curvas de aprendizado, gerando parâmetros de aprendizado característicos de cada trabalhador. Com esses parâmetros é possível prever o desempenho do trabalhador em determinados intervalos de tempo. Os valores de desempenho preditos pelas curvas geradas são agrupados através de ferramentas de clusterização. Na sequência, estima-se o Índice de Ajuste (*IA*), gerado a partir do *Silhouette Index* e do coeficiente de determinação, que indica o modelo de curva mais consistente em termos de aderência aos dados e qualidade de agrupamento de perfis de aprendizado.

O terceiro artigo dessa dissertação apresenta um método de formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores utilizando análise fatorial. Primeiramente, dados de desempenho de trabalhadores são modelados através da curva de aprendizado Hiperbólica de 3 parâmetros. É então calculado o Índice de Comunalidade das Equações (*IC*) e a Distância de Hausdorff (*DH*) entre cada dupla de curvas, sendo essa última reescalada para gerar a Distância de Hausdorff Reescalada (*DHe*). Um Índice de Similaridade (*IS*), obtido pelo produto entre *IC* e *DHe*, indica a semelhança entre os perfis de aprendizado de duplas de trabalhadores. Através das cargas geradas pela análise fatorial, são formados agrupamentos de trabalhadores com perfis de aprendizado semelhantes.

1.3 Objetivos

Fazem parte dos objetivos dessa dissertação:

- a) Propor metodologias de formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores utilizando as curvas de aprendizado;
- b) Integrar técnicas de análise multivariada com curvas de aprendizado;
- c) Apresentar o estado da arte das principais aplicações das curvas de aprendizado.

1.4 Procedimentos Metodológicos

Segundo Gil (2002), quanto aos objetivos esse trabalho é classificado como pesquisa exploratória, visto que permite entrar em contato com o problema e possibilita construir hipóteses para solucioná-lo.

Segundo a natureza, este trabalho é classificado como pesquisa aplicada, tendo em vista que seu conteúdo teórico é explorado e direcionado à solução de problemas genéricos (GIL, 1991). Considerando-se a abordagem, esta dissertação é enquadrada como pesquisa quantitativa, pois faz uso de análises numéricas.

Quanto aos procedimentos técnicos utilizados, esse trabalho apresenta tanto pesquisa bibliográfica como estudo de caso.

1.5 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está dividida em 5 capítulos. O primeiro capítulo apresenta uma visão geral do tema proposto, destacando a importância desse estudo. Esse primeiro capítulo também justifica o tema abordado, os objetivos do trabalho e o método utilizado.

O segundo capítulo apresenta o primeiro artigo, que contém uma revisão bibliográfica das principais utilizações das curvas de aprendizado. É apresentada também uma breve revisão dos principais modelos matemáticos de curvas de aprendizado.

O terceiro capítulo traz o segundo artigo, que apresenta um método para formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores utilizando o Índice de Ajuste (*IA*), gerado a partir do *Silhouette Index* e do coeficiente de determinação. É apresentado também um estudo de caso em uma indústria de calçados.

O quarto capítulo apresenta o terceiro artigo, no qual é proposto um método de formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores utilizando o Índice de Similaridade (*IS*), obtido pelo produto entre *IC* e *DHe*, que indica a semelhança entre os perfis de aprendizado de duplas de trabalhadores. É mostrado também como os agrupamentos são obtidos através de análise fatorial.

Por fim, o quinto capítulo apresenta as conclusões dessa dissertação, retomando os principais resultados obtidos.

1.6 Delimitações do Estudo

As curvas de aprendizado são aplicáveis em diversos sistemas produtivos, desde que sejam consideradas as características individuais de cada caso.

Este trabalho considera o aprendizado gerado pela repetição de uma tarefa manual, desconsiderando a qualidade dos produtos gerados e o processo de perda de rendimento devido à fadiga. Também não é considerada a influência do modelo de produto que acaba de ser produzido sobre a adaptação do trabalhador ao novo produto que entrará em produção.

1.7 Referências

Wright, T. P. (1936). Factors affecting the cost of airplanes. **Journal of the Aeronautical Sciences**, 3 (4), pp. 122-128.

Huang, G., Man, W. (2010). Learning curve: principle, application and limitation. In: **Anais 2010 International Conference on E-Business and E-Government**. Guangzhou, pp. 1840-1843.

Gil, A. C. (2002). **Como elaborar projetos de pesquisa**. (4 ed). São Paulo: Atlas.

Gil, A. C. (1991). **Como elaborar projetos de pesquisa**. (3 ed). São Paulo: Atlas.

2. Primeiro Artigo: Estado da Arte das Aplicações de Curvas de Aprendizado

Renato Eduardo Stroieke

Flávio Sanson Fogliatto

Michel Jose Anzanello

Artigo enviado para publicação na revista Gestão & Produção

Resumo

Curvas de aprendizagem são um meio de representar a melhoria no desempenho de um trabalhador, através do ganho em produtividade adquirido em cada execução da tarefa. Este artigo traz uma revisão da literatura das aplicações das curvas de aprendizado. Primeiramente, é apresentada uma breve revisão dos principais modelos de curva de aprendizado. É então apresentada uma revisão das principais utilizações para as curvas de aprendizado, agrupadas em 5 diferentes áreas de pesquisa: (i) Monitoramento de Custos, (ii) Gerenciamento e Otimização de Produção, (iii) Sequenciamento de tarefas, (iv) Atribuição de Tarefas para Trabalhadores e Balanceamento de Linhas de Produção, (v) Cálculo do lote econômico de produção com o efeito de aprendizagem.

Palavras-chave: Curvas de Aprendizado, Programação da Produção, Monitoramento de Custos.

Literature Review of the Applications of the Learning Curves

Abstract

Learning curves are a means of representing the improvement in the performance of an employee, through productivity gains acquired in each task execution. This paper provides a literature review of the applications of learning curves. First, a brief review of major models of learning curve is presented. It then presented a review of the main uses for learning curves, grouped in five different areas of research: (i) Monitoring Costs, (ii) Management and Production Optimization, (iii) Scheduling of tasks, (iv) Task assignment for workers and Balancing production Lines, (v) Calculation of economic batch production with a learning effect.

Keywords: Learning Curves, Programming of production, Monitoring Costs.

2.1 Introdução

As ferramentas da qualidade estão sendo cada vez mais difundidas nas organizações modernas. Técnicas de gerenciamento se tornaram essenciais para a preservação das diversas atividades agregadoras de valor, visto que a competitividade atual limita a entrada de organizações ineficientes no mercado globalizado.

Segundo Ishikawa (1993), só se gerencia aquilo que se mede. Um grande passo para o gerenciamento das pessoas é obter informações que auxiliem na tomada de decisão. Um exemplo é o perfil de aprendizado dos trabalhadores, uma informação que tem ganhado cada vez mais importância no campo da estratégia competitiva (Demeester e Qi, 2005). Esse tipo de informação está sendo cada vez mais relevante para que os responsáveis por formação de equipes de trabalho exerçam seu papel de forma eficiente.

No contexto de gerenciamento de produção, o fenômeno de aprendizado refere-se ao aumento de desempenho obtido por repetição da tarefa (Badiru, 1992; Ho e Huang, 2009). As curvas de aprendizado quantificam a relação entre produção acumulada e a diminuição do custo de produção (Demeester e Qi, 2005; Yelle, 1979), observando e prevendo melhorias contínuas no campo fabril e nas organizações de serviços (Yang *et al.*, 2009). O primeiro modelo de curva de aprendizado foi proposto por Wright (1936), através de observações na montagem de aviões.

A maioria das pesquisas envolvendo curvas de aprendizado tem por objetivo primário ou secundário aumentar a qualidade da produção através da otimização do desempenho dos processos, da utilização de recursos, e de custos de processamento, entre outros. Alguns trabalhos envolvendo diretamente curvas de aprendizado e qualidade foram realizados por Levy (1965), associando o efeito de aprendizado ao aumento de desempenho de uma organização quando um novo processo é introduzido, e por Li e Rajagopalan (1997), onde foi mostrado que com experiência adquirida através do tempo, a empresa produz mais unidades num determinado intervalo de tempo e reduz custos de produção, através da diminuição do tempo de funcionamento dos equipamentos e de custos materiais.

Alguns trabalhos envolvendo curvas de aprendizado e qualidade focam nas formulações matemáticas das curvas. Jaber e Guiffrida (2004) introduziram o conceito de “curva de aprendizado da qualidade”, analisando dados de retrabalho de itens defeituosos.

Ittner *et al.* (2001) afirmaram que o aprendizado é função de investimentos em qualidade e processos de repetição. Teng e Thompson (1996) analisaram a qualidade e custos de um novo produto na indústria automotiva, utilizando a curva de aprendizado.

Observando-se o número significativo de publicações abordando o processo de aprendizagem e o uso propriamente dito da representação gráfica da curva de aprendizado, esse trabalho traz uma revisão da literatura sobre este tema, através das suas principais áreas de pesquisa. Foram pesquisadas publicações referentes a curvas de aprendizado no período de setembro de 2011 até dezembro de 2011 nas bases de dados *Science Direct*, *Emerald* e *Scielo*. Foram utilizadas na pesquisa palavras chaves como “*learning curves*” e “*learning effect*”.

Este artigo apresenta a seguinte estrutura: a seção 2.2 traz uma breve revisão dos principais modelos de curvas de aprendizado. A seção 2.3 traz em suas subseções uma revisão das principais linhas de pesquisa sobre curvas de aprendizado. A conclusão do artigo é apresentada na seção 2.4.

2.2 Principais Modelos de Curvas de Aprendizado

2.2.1 Modelos Potenciais

Os modelos de curvas de aprendizado potenciais foram os primeiros a serem criados e os mais utilizados em diversas áreas do conhecimento. Deve-se a Wright (1936) o mérito pela introdução das curvas de aprendizado na Engenharia. Observando a indústria aeronáutica americana, o autor chegou à expressão conhecida como “regra dos 80%”; nela, para cada duplicação da quantidade de aeronaves produzidas, observava-se uma redução de custos na ordem de 20%. O modelo de Wright é apresentado na equação (2.1).

$$y = C_1 x^b \tag{2.1}$$

Na equação (2.1), y indica o tempo necessário para execução da repetição x da tarefa observada, e C_1 é o tempo de execução da primeira repetição. O parâmetro b indica a velocidade de aprendizado, com valores variando entre 0 e -1 ; quanto mais próximo de -1 , maior é a taxa de aprendizado (Anzanello e Fogliatto, 2007a; Jaber e Sikström, 2004).

Com o avanço das pesquisas sobre curvas de aprendizado, a equação de Wright foi sofrendo transformações com o intuito de ser adaptável a diversas situações. O modelo Stanford-b (Anzanello e Fogliatto, 2007a; Badiru, 1992) é o modelo de Wright acrescido do

parâmetro B . A função desse parâmetro adicional é de elevar o patamar de desempenho considerando a experiência prévia do trabalhador. O modelo Stanford-b é apresentado na equação (2.2); demais parâmetros mantêm a definição apresentada anteriormente.

$$y = C_1(x + B)^b \quad (2.2)$$

A equação (2.1) também sofreu alterações adaptando-se para ambientes que apresentam participação efetiva de maquinário. O modelo de DeJong apresentado na equação (2.3) possui o parâmetro M , denominado fator de incompressibilidade, que varia de 0 a 1 (Anzanello e Fogliatto, 2007a); demais fatores permanecem como apresentados anteriormente. Esse parâmetro representa a proporção do tempo total de operação constituído por procedimentos automatizados. Caso o processo em estudo não apresente proporção de atividade influenciada por maquinário, a expressão se reduz ao modelo de Wright, apresentado na equação (2.1).

$$y = C_1[M + (1 - M)x^b] \quad (2.3)$$

O modelo conhecido como curva S, que contempla as premissas do modelo de DeJong e Stanford-b é apresentado na equação (2.4) (Anzanello e Fogliatto, 2007a).

$$y = C_1[M + (1 - M)(x + B)^b] \quad (2.4)$$

No modelo de Wright, o tempo de execução da tarefa cai para níveis mínimos quando o número de repetições for muito grande. O modelo Plateau contorna essa dificuldade, apresentando uma constante C que reproduz o desempenho do trabalhador ao atingir o estado estacionário (Anzanello e Fogliatto, 2007a); demais parâmetros mantêm as definições anteriores. O modelo Plateau é dado na equação (2.5).

$$y = C + C_1x^b \quad (2.5)$$

2.2.2 Modelos exponenciais

A partir dos modelos exponenciais pode-se extrair um maior número de informações sobre o processo de aprendizado individual. Nos modelos criados, foi modificada a lógica dos eixos da curva de Wright, fazendo com que as curvas apresentem-se ascendentes em relação ao eixo das abscissas. Esses modelos geram previsões de produção mais precisas que as fornecidas pelas curvas potenciais (Anzanello e Fogliatto, 2007a; Nembhard e Uzumeri, 2000). Knecht (1974) introduziu o primeiro modelo de curva de aprendizado exponencial,

apresentado na equação (2.6). Através de uma segunda constante c , e utilizando conjuntamente funções exponenciais e potenciais, esse modelo busca aprimorar a modelagem de processos caracterizados por um elevado número de repetições (Anzanello e Fogliatto, 2007a). Os demais parâmetros possuem o mesmo significado aos das equações anteriores.

$$y = C_1 x^b e^{cx} \quad (2.6)$$

O modelo exponencial de 3 parâmetros é mostrado na equação (2.7). Nesse modelo, y representa o desempenho do trabalhador na realização da tarefa, expresso em unidades produzidas após x unidades de tempo de operação, x denota o tempo de operação na tarefa, expresso em unidades de tempo, k é o patamar máximo de desempenho a ser atingido, expresso em número de unidades produzidas por tempo de operação, p designa a experiência prévia do trabalhador na execução da tarefa em questão, expresso em unidades de tempo, e r representa a taxa de aprendizado do trabalhador, expressa em unidades de tempo.

$$y = k(1 - e^{-(x+p)/r}) \quad (2.7)$$

O modelo de tempo constante (Towill, 1990) é apresentado na equação (2.8).

$$y = y_c + y_f(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (2.8)$$

Nesse modelo, y_c representa o desempenho inicial do trabalhador (unidades/tempo) e y_f indica o patamar máximo de aprendizado realizado pelo trabalhador, também expresso em unidades por tempo. O modelo utiliza o tempo acumulado de operação (t) como variável independente, tendo o mesmo significado do número de unidades produzidas (x) adotado pelos demais modelos de curvas (Anzanello e Fogliatto, 2007a).

2.2.3 Modelos hiperbólicos

O modelo de curva de aprendizado hiperbólica foi introduzido por Mazur e Hastie (1978). O modelo hiperbólico de 2 parâmetros, na equação (2.9), tem y como o número de unidades produzidas em um dado intervalo de tempo e x como o intervalo de tempo considerado. Neste modelo, o parâmetro de aprendizado é representado por r e o parâmetro k corresponde ao nível máximo de aprendizado.

$$y = k\left(\frac{x}{x+r}\right) \quad (2.9)$$

Mazur e Hastie (1978) adicionaram o parâmetro p , que capta a experiência prévia do trabalhador na execução da tarefa, à equação (2.9). Esse novo parâmetro gerou o modelo hiperbólico de três parâmetros, apresentado na equação (2.10) (Anzanello e Fogliatto, 2007a).

$$y = k \left(\frac{x+p}{x+p+r} \right) \quad (2.10)$$

2.3 Principais Áreas de Pesquisa Envolvendo o Fenômeno de Aprendizado

2.3.1 Monitoramento de Custos

A análise de custos foi o fator gerador do estudo sobre curvas de aprendizado. O primeiro modelo de curva de aprendizado, criado por Wright (1936), mostrava a redução nos custos de produção em uma planta de montagem de aviões na Primeira Guerra Mundial. O autor observou que, com cada duplicação na produção, o custo caía 20% (Anzanello e Fogliatto, 2007; Jaber e Bonney, 1996a; Morrison, 2008). Alchian (1963) também utilizou dados da indústria bélica americana na previsão dos custos de produção.

O fato de que os custos de fabricação tendem a seguir uma curva de experiência não se torna útil somente no controle e previsão de custos, implicando também nos preços e lucros (Conley, 1970). Altos volumes de produção representam, além da oportunidade para a redução de custos, benefícios através do aumento da velocidade do efeito da "curva de experiência", políticas de estoque mais adequadas, racionalização dos processos, melhoria de projetos de trabalho, simplificação de fluxos, etc. (Szwarcfiter e Dalcol 1997).

Análises de curvas de aprendizado em níveis mais detalhados de planejamento de produção incluem uma redução nos gastos com novos equipamentos, melhor alocação de recursos de trabalho e um melhor fluxo de trabalho através da fábrica (Smunt e Watts, 2003).

O fenômeno de aprendizado é utilizado no monitoramento de custo em diversas áreas da engenharia. Na Engenharia Civil, por exemplo, Leite e Possamai (2001) utilizaram as curvas de aprendizagem para desenvolver um modelo para determinação do índice de diminuição nos tempos gastos para a execução de serviços em setores da construção civil. Segundo a metodologia apresentada, é possível uma melhor determinação dos preços dos serviços e o prazo de execução, sabendo antecipadamente o crescimento de sua produtividade, através dos índices de diminuição de tempos gerados.

Young II *et al.* (2008) desenvolveram uma metodologia que agrupava perfis de aprendizado utilizando matrizes. O método foi aplicado na previsão de custos em uma indústria de motores. Segundo os autores, os resultados forneceram estimativas muito mais precisas do que os métodos anteriormente disponíveis, que utilizavam a média ponderada das taxas individuais de aprendizagem.

Outros autores, como Neuhaus e Bunke (2007), também utilizaram o fenômeno de aprendizado para estimar custos de uma técnica de edição gráfica. Pereira e Suslick (2003) utilizaram a curva de Stanford-b para prever custos em uma indústria de mineração; os custos previstos divergiram dos reais em apenas 10%.

Plaza e Rohlf (2008) demonstraram que a combinação de treinamento formal com treinamento no posto de trabalho minimiza custos com consultorias contratadas no apoio a projetos. Nadeau *et al.* (2010), estudando aprendizado em uma indústria automotiva, concluíram que a variação na aprendizagem está ligada à estrutura individual do processo de custo.

Nemet (2006), estudando a redução dos custos das lâmpadas fotovoltaicas nos últimos anos, concluiu que o fenômeno de aprendizado não contribuiu sozinho para que essa redução ocorresse. Fatores como tamanho da planta, eficiência da produção e o custo de silício, apresentaram grande interação com a redução dos custos de produção das lâmpadas.

Estudos recentes utilizam a estrutura dos modelos de aprendizagem para prever a evolução nos custos de produção de biocombustíveis e energias renováveis em um futuro próximo. De Wit *et al.* (2010), investigando o processo de aprendizado, afirmam que o potencial de redução nos custos de instalação de novas plantas entre 2005 e 2030 é consideravelmente maior do que da primeira geração de biocombustíveis. Tsuchiya e Kobayashi (2004) estimaram o custo de produção de membranas de células combustíveis a base de paládio e prata, utilizadas em automóveis, a partir de curvas de aprendizado. Segundo essa pesquisa, com o advento da produção em massa desse tipo de produto, o custo das células pode se equiparar ao custo dos motores atuais. Analisando os custos de produção de células combustíveis, Schoots *et al.* (2010) chegaram a conclusão de que, apoiada pelo processo de aprendizado, a redução foi em média de 80% entre cada um dos períodos analisados. Broek *et al.* (2009) ampliaram o conceito de curvas de aprendizado para

simultaneamente considerar melhorias nos parâmetros de desempenho do sistema, bem como variáveis de custo, objetivando avaliar o futuro desenvolvimento de usinas de energia com captura de CO₂.

Bake *et al.* (2009) demonstraram através de modelagem de curvas de aprendizado que o custo de matéria-prima, assim como o custo de produção de etanol no Brasil, está caindo no decorrer dos anos. Segundo suas estimativas, o custo de produção pode cair de aproximadamente 340 US\$/m³, na época da realização do trabalho, para algo entre 200 e 260 US\$/m³ em 2020.

Analisando o setor energético, Kahouli-Brahmi (2008) dividiu os estudos de curva de aprendizado em dois modelos: os modelos *bottom-up*, cuja modelagem fornece novos conhecimentos em relação às perspectivas de opções tecnológicas e seu potencial na redução de custos, e os modelos *top-down*, que utilizam esse conhecimento para análise das considerações estratégicas, especialmente voltados à inovação e processo de difusão de energia.

Weitzel *et al.* (2006) estudaram o comportamento dos custos futuros das tecnologias renováveis em comparação às fósseis no intervalo 2005-2020, utilizando a curva de aprendizado. O objetivo principal desse trabalho foi contribuir com o planejamento energético, de modo a promover o aumento da participação das fontes alternativas na matriz energética brasileira.

2.3.2 Gerenciamento e Otimização de Produção

Entender os fatores que afetam o aprendizado organizacional permite que gerentes aumentem o desempenho das organizações em diferentes áreas (Argote e Epple, 1990; Tarnanidis *et al.*, 2006). Os autores que utilizaram a curva de aprendizado para aperfeiçoar a produção geralmente aplicaram suas metodologias em estudos de casos reais. Isso se dá, por exemplo, em Chatzimichali e Tourassis (2007), que estudaram o efeito de aprendizado em uma indústria de telhas cerâmicas, e em Plaza *et al.* (2010), que mostraram como a teoria de curvas de aprendizado pode melhorar a gestão de projetos de implementação de novas tecnologias, utilizando dados de implementação de projetos ERP (*Enterprise Resource Planning*).

Outros autores que estudaram o efeito de aprendizado em projetos de desenvolvimento de *software* foram Pendharkar e Subramanian (2007). Foi estudada a relação entre o esforço do programador e sua experiência na ferramenta “engenharia de software assistida por computador integrado” (ICASE), mostrando que essa relação pode ser descrita por uma curva de aprendizado. Ngwenyama *et al.* (2007), também estudando a aplicação de curva de aprendizado na fabricação de *softwares*, chegaram à conclusão que a troca de atividade constante faz com que o trabalhador não obtenha ganhos de produtividade. O trabalho desenvolvido buscou encontrar o tempo de substituição da tarefa que maximiza os ganhos de produtividade da organização.

Adler (1990) estudou a evolução da produtividade em uma empresa de eletrônicos, chegando à conclusão que o aprendizado compartilhado é fator crítico na melhoria de produtividade, bem como no desenvolvimento de produto, na interface de manufatura, no posicionamento primário da planta e no aprendizado contínuo.

Os processos organizacionais por trás da evolução da curva de aprendizado no primeiro ano de operação de uma nova fábrica de automóveis foram ilustrados por Prochno (2004). Foi sugerido que a curva de aprendizado global é de fato o resultado de um processo de integração que reúne várias curvas de aprendizado individuais em diferentes áreas da organização.

Wiersma (2007) concluiu que variações nas taxas de aprendizagem são explicadas pelo percentual de empregados temporários trabalhando em uma unidade fabril, pela capacidade de fabricação, pelo grau de heterogeneidade do produto e pela quantidade de tempo gasta em outras tarefas. Stan e Vermeulen (2010) mostraram que o aprendizado organizacional é maior em empresas que apresentam tarefas com maior grau de dificuldade na execução.

Alguns gerentes de produção deixam de utilizar dados de curva de aprendizado no planejamento de produção, pois muitas vezes os dados de aprendizado individual apresentam grande variabilidade. Smunt e Watts (2003) estudaram esse tipo de problema e concluíram que aplicando métodos de agregação simples é possível melhorar a precisão das taxas de aprendizagem. Shafer *et al.* (2001), estudando como os padrões de aprendizado e esquecimento afetam o desempenho operacional de uma linha de montagem de rádios para

automóveis, concluíram que a modelagem da tendência central, desconsiderando o perfil de aprendizado individual dos trabalhadores, leva a subestimar sistematicamente a produtividade global.

Fioretti (2007) afirmou que estudando a curva de aprendizado é possível obter os parâmetros de uma equação de aprendizado, porém não vinculá-los a propriedades específicas de uma organização. Mais recentemente, Fioretti (2009) afirmou que existe uma dificuldade na utilização de curva de aprendizado no gerenciamento de produção, pois elas acabam fornecendo “um palpite” sobre o comportamento futuro, ou seja, podendo ocorrer de nenhuma curva individual de aprendizado ser equivalente à sua curva teórica.

Os fatores que influenciam no aprendizado também foram estudados por Balasubramanian e Lieberman (2010), que concluíram que a intensidade de aprendizado está fortemente ligada ao desempenho da empresa. As empresas com maior taxa de aprendizado são as que mais investem em pesquisa e desenvolvimento, em publicidade, e possuem maior capacidade do capital empregado. Argote e Epple (1990) estudaram os fatores que fazem com que ocorram variações no processo de aprendizado em diferentes organizações. Os fatores encontrados foram o esquecimento, a troca de trabalhadores, transferência de conhecimento através de diferentes produtos e diferentes organizações, transferência incompleta dentro da organização e economia de escala.

Pruett e Thomas (2008) mostraram que quanto maior for a experiência em inovação da empresa, menos traumático será o processo de aprendizagem na produção. Como uma empresa ganha experiência na transferência de aprendizado entre inovações sucessivas, o aprendizado em novos produtos pode ser menor.

A existência do fenômeno de aprendizado também foi estudada no setor de serviços. Bonne e Ganeshan (2001) encontraram uma relação significativa entre a experiência na produção e produtividade, comprovando a existência do processo de aprendizagem nesse tipo de setor.

2.3.3 Sequenciamento de tarefas com o efeito de aprendizado

A ordem de execução das tarefas em um setor produtivo deve seguir um conjunto de regras de acordo com o objetivo da empresa, tais como reduzir o atraso das entregas, atender

pedidos prioritários, diminuir o tempo de produção, aumentar a utilização dos recursos e reduzir o estoque em processo (Lopes, 2008).

Em problemas de programação tradicional, a maioria das pesquisas pressupõe que todos os trabalhos apresentam tempos de processamento constante. Em especial, os tempos de processamento de trabalho são considerados independentes de sua posição na sequência de programação (Eren & Güner, 2007); ou seja, nesse tipo de problema geralmente é desprezado o processo de aprendizagem, no qual o tempo de execução da tarefa vai diminuindo com o número de repetições. Esse fenômeno é bem observado em linhas de montagem onde ocorrem atividades manuais mais intensas, mas também ocorre em processos mais automatizados, nos quais os tempos de *setup* de equipamentos, ou seja, tempo de ajuste dos equipamentos para a produção de novos itens, vão diminuindo com o número de repetições.

Os pesquisadores que estudam o problema do sequenciamento de tarefas vinculado ao processo de aprendizagem costumam modelar o tempo de execução da tarefa de dois modos:

Aprendizado baseado na posição: o tempo de execução da tarefa depende somente da sua posição no sequenciamento global de tarefas (Biskup, 2008).

Aprendizado baseado na soma de tempos de processamento: o tempo de execução da tarefa está relacionado com o tempo de processamento dos trabalhos processados até o momento (Biskup, 2008). Essa abordagem é geralmente utilizada quando há grande interação humana durante o processamento.

O primeiro autor a considerar o processo de aprendizagem no sequenciamento de tarefas foi Biskup (1999), utilizando o aprendizado baseado na posição. Nesse tipo de problema, o modelo de aprendizado utilizado é uma variação do modelo de Wright (1936), representado pela equação (2.11):

$$p_{ir} = p_i r^a, \quad (2.11)$$

onde p_{ir} é o tempo de processamento do trabalho i alocado na posição r , e $a \leq 0$ é a constante de aprendizado.

Na obtenção do tempo de execução da tarefa foi considerado o número de repetições já realizadas. Foram dois os objetivos para a solução desse problema: (i) minimizar o desvio

na data de entrega, ou seja, diminuir o custo de ter uma tarefa sendo entregue muito tarde ou muito cedo, e (ii) minimizar o tempo de fluxo.

Lee e Wu (2004) objetivaram minimizar o tempo de execução das tarefas quando se leva em consideração o agendamento em duas máquinas. Eles consideraram que o processo de aprendizagem ocorre separadamente entre as duas máquinas. Resultados computacionais mostraram que o algoritmo *branch-and-bound* apresenta um bom desempenho na resolução desse tipo de problema quando se trabalha com menos de 30 tarefas.

Mani *et al.* (2009) propuseram uma metodologia em que a sequência das tarefas é feita utilizando o algoritmo de Aneja-Nair (1979), capaz de resolver problemas de transporte que possuem dois objetivos distintos. No entanto, enquanto o algoritmo original buscava encontrar um caminho mais eficiente para o problema de distribuição, a adaptação realizada faz com que seja obtido o sequenciamento de tarefas desejado. O objetivo desse trabalho foi encontrar um sequenciamento que minimiza o tempo total de execução da tarefa.

Eren e Gunur (2007) estudaram o processo de sequenciamento de tarefas em uma única máquina, com o objetivo de minimizar o atraso total de produção. Foi desenvolvido um modelo de programação inteira para resolver o problema, que se mostrou eficiente para o sequenciamento de até 25 tarefas.

Eren (2009) formulou o problema de sequenciamento de trabalhos de modo a incluir o aprendizado nos tempos de *setup* e de remoção do material presente na operação. O objetivo de minimizar o tempo de conclusão do trabalho e, conseqüentemente, diminuição do atraso na entrega, foi atingido quando se consideraram até 15 tarefas e 5 máquinas.

Kuo e Yang (2007) utilizaram o conceito de aprendizado baseado na soma de tempos de processamento no cálculo do sequenciamento de tarefas. O modelo de aprendizado sugerido pelos autores vem apresentado na equação (2.12).

$$p_{ir} = (1 + p_{[1]} + p_{[2]} + p_{[r-1]})^a p_i, \quad (2.12)$$

onde p_{ir} é o tempo atual de processamento da atividade J_i alocada na posição r , e a é a constante de aprendizado. Pode-se observar que o tempo atual de execução da tarefa é afetado por todas as $(r - 1)$ tarefas agendadas. O objetivo desse trabalho foi encontrar uma sequência de tarefas que minimize o tempo total de operação em uma única máquina.

Koulamas e Kyparisis (2008) consideraram o problema de sequenciamento com tempo de *setup* proporcional à duração dos trabalhos já sequenciados. Foi introduzido no problema um termo que captura a dependência entre o tempo de *setup* e a sequência progressiva de trabalhos já sequenciados (PSD - *Past sequence dependent setup time*). Kuo e Yang (2007) consideraram o efeito de aprendizagem no sequenciamento em uma única máquina, considerando os tempos de *setup* proporcional à duração dos trabalhos já sequenciados, e o processo de aprendizagem na execução da tarefa. A função objetivo foi definida de modo a minimizar valores como o de *makespan*, ou seja, o tempo total de produção.

Janiak *et al.* (2009) apresentaram um modelo de sequenciamento com o objetivo de diminuição do *makespan* utilizando o modelo de aprendizado em formato de *S*. Para resolver o problema foi utilizado o método *Branch and Bound* e algoritmos heurísticos rápidos. Recentemente, Lee (2011) propôs um novo modelo de aprendizado no qual a curva de aprendizado também apresenta formato de *S*, e utilizou esse modelo no sequenciamento de tarefas. Para problemas de minimização do atraso no tempo de produção em uma única máquina, o autor demonstrou que o problema é polinomialmente solucionável. Bai *et al.* (2012) apresentaram uma metodologia de sequenciamento de tarefas em uma única máquina considerando um modelo de aprendizado do tipo exponencial.

Wang *et al.* (2010) consideraram o aprendizado baseado na soma de tempos de processamento como uma função exponencial para o sequenciamento de tarefas em uma única máquina. O trabalho provou que o problema de minimização do *makespan*, de minimização do tempo total de produção, e de minimização da soma quadrática dos tempos de processamento podem ser resolvidos pela regra que consiste em alocar o trabalho com menor tempo de processamento à frente dos demais (SPT – *smallest processing time first*).

Lee e Lai (2011) estudaram o problema de sequenciamento de tarefas em uma máquina considerando o efeito de aprendizagem, que diminui o tempo de execução da tarefa com o passar do tempo, e o efeito de deterioração, que apresenta o comportamento oposto. Conforme Browne e Yechiali (1990), o processo de deterioração em problemas de sequenciamento de tarefas é modelado conforme a equação (2.13):

$$p_j^a = p_j + \alpha_j t \quad (2.13)$$

onde p_j é o tempo de processamento normal da tarefa, α é a taxa de deterioração e t é o tempo de início da tarefa J_i .

Yin *et al.* (2010) estenderam o trabalho de sequenciamento em uma única máquina considerando o tempo de execução da tarefa tanto como função de sua posição no sequenciamento, como também função do tempo de processamento dos trabalhos processados até o momento. O objetivo do problema foi reduzir o *makespan* e o atraso da realização do trabalho.

Yin e Xu (2011) estenderam o trabalho de sequenciamento de tarefas com aprendizado e deterioração, apresentando uma generalização significativa dos modelos apresentados na literatura até então, trabalhando-se com uma única máquina.

Anzanello e Fogliatto (2010) apresentaram uma metodologia de sequenciamento de tarefas com o objetivo de minimizar o desvio total da data de entrega prometida para os trabalhos. Cada trabalhador foi considerado como uma máquina paralela não relacionada, cujos dados foram coletados e modelados utilizando curvas de aprendizado. Os autores aplicaram sua metodologia em uma fábrica de calçados por ser um ambiente de grande variedade.

Wu *et al.* (2011) introduziram o problema de sequenciamento de tarefas em uma única máquina com o efeito de aprendizado, utilizando um modelo de aprendizado truncado. Segundo os autores, em modelos convencionais, o tempo de execução da tarefa cai a zero quando são considerados lotes grandes. Para resolver esse problema foi adicionado um parâmetro de controle no cálculo do tempo de execução da tarefa.

Yang (2011) estendeu os trabalhos de sequenciamento de tarefas em uma única máquina com efeitos de aprendizagem e deterioração considerando agrupamentos de produtos. Em sua formulação, os produtos eram agrupados em família de acordo com suas similaridades para então ser processados.

Hsu *et al.* (2011) formularam o problema de sequenciamento de tarefas com aprendizado baseado nas execuções anteriores em uma única máquina e com efeito de aprendizado considerando máquinas paralelas e não correlacionadas. Os autores mostraram que o problema de minimização do tempo total de processamento da tarefa pode ser resolvido em tempo polinomial.

2.3.4 Atribuição de Tarefas a Trabalhadores e Balanceamento de Linhas de Produção

A atribuição de tarefas a trabalhadores é uma etapa muito importante no gerenciamento da produção. Os estudos atuais nessa área trazem benefícios potenciais, tais como: (1) auxílio na elaboração de simulações de produção com força de trabalho heterogênea, (2) criação de estimativas de produção para novos produtos, onde a complexidade das novas tarefas é diferente das tarefas do passado, (3) inclusão de características individuais nos sistemas de alocação de tarefas (Nembhard e Osothsilp, 2002).

Anzanello e Fogliatto (2005) propuseram um método para alocação de tarefas a trabalhadores, que foi aplicado em uma indústria calçadista. Os produtos foram inicialmente agrupados em famílias, de acordo com a similaridade de demanda relativamente à operação de costura. Esses produtos foram então manufaturados por três grupos de trabalhadores. O modelo que melhor adequou-se aos dados de aprendizado coletados foi o hiperbólico. Os parâmetros dos modelos obtidos foram analisados através de dois métodos distintos: análise isolada do parâmetro r e integração das curvas de aprendizagem, permitindo apontar a equipe mais habilitada à execução das operações de acordo com a duração da corrida de produção. Os autores concluíram que a regressão mostrou-se adequada para a alocação de produtos a equipes em corridas de produção de curta duração. A integração, por sua vez, mostrou-se mais robusta que a regressão para fins de alocação, podendo ser utilizada em corridas de durações distintas mediante a comparação das áreas geradas pelas curvas de aprendizagem. Em Anzanello e Fogliatto (2007b), o trabalho foi estendido tal que o processo de alocação de tarefas para trabalhadores em uma linha de montagem com diferentes tempos de *setups* foi investigado. Os produtos a serem processados foram agrupados em três famílias, de acordo com sua similaridade, e designados para times de trabalhadores. Os dados de desempenho foram então coletados e a alocação de atividades foi realizada através de dois métodos analíticos: um para corridas de produção de curta duração e outro para corridas de longa duração.

O fenômeno de desmotivação na alocação de tarefas para o trabalhador foi analisado por Azizi *et al.* (2010). Foi demonstrado que depois de certo período de tempo no posto de trabalho é necessário que o trabalhador mude de atividade, afim de não prejudicar seu desempenho. Um benefício da rotação de atividades é o aumento da satisfação do trabalhador

(Cunningham e Eberle, 1990; Davis e Taylor, 1989). Porém, com a mudança de atividade surge um novo período de aprendizagem, no qual o desempenho do trabalhador ainda não é pleno, gerando perdas para o processo. Azizi *et al.* (2010) apresentam uma formulação matemática que minimiza as perdas de produtividade devidas à rotação de trabalhadores.

Cohen *et al.* (2006) trataram do problema de alocação de trabalhadores em uma linha de montagem, objetivando minimizar o *makespan* de um lote de produtos com baixa demanda global. Foi pressuposta a não existência de *buffers* entre os postos de trabalho, além de taxa de aprendizado constante em toda a linha de produção. Foi demonstrado que, mediante tais suposições, a distribuição desigual de trabalho nas estações é melhor do que a distribuição equilibrada para a minimização do *makespan*. Esse trabalho foi estendido por Cohen *et al.* (2008), que consideraram as variações de aprendizado em sua formulação, e por Cohen (2008), que incluíram a existência de *buffers* entre os postos de trabalho, considerando três diferentes padrões de aprendizado.

Otero *et al.* (2009) criaram uma metodologia de alocação de tarefas à trabalhadores utilizando modelagem de aprendizagem em projetos de *software*, para casos em que os conjuntos de habilidades ideais não estão disponíveis. Corominas *et al.* (2010) estudaram a alocação de atividades a um grupo de trabalhadores juntamente com o agendamento das mesmas. A formulação apresentada tinha por objetivo reduzir o tempo de execução das tarefas. Guimarães *et al.* (2012) obtiveram uma redução de 80% no número de acidentes e de 45,65% no índice de absenteísmo em uma indústria de calçados utilizando uma metodologia de rotação de pessoal, que integra a curva de aprendizado com o método de Análise Macroergonômica do Trabalho.

Kjellberg e Abestam (1997) apresentaram os resultados de um estudo de caso realizado na montagem final em uma planta da montadora de automóveis Volvo. Os fatores humanos, em diferentes tipos de trabalho, foram descritos quanto à sua ativação (estimulação física e mental), previsibilidade e liberdade das ações. Analisando esses fatores mediante diferentes atribuições de trabalho, foram obtidos dados que podem ser utilizados na alocação de tarefas para os trabalhadores, como, por exemplo, observações da monotonia em alguns postos de trabalho. Segundo os autores, pode-se observar também um melhor aprendizado em postos de trabalho livres, onde o trabalhador tenha tempo para corrigir erros que possam ter ocorrido.

Toksari *et al.* (2008) introduziram o conceito de aprendizado em problemas de balanceamento de linhas de montagem simples e em U, objetivando minimizar o número de estações de trabalho. Toksari *et al.* (2010) estenderam o trabalho inicial tal que, além do aprendizado, fosse considerada também a deterioração dos produtos.

2.3.5 Lote econômico de produção com o efeito de aprendizagem

O lote econômico é calculado através da equação (2.14).

$$Q^* = \sqrt{\frac{2RP}{iC}} \quad (2.14)$$

onde Q^* é o tamanho do lote econômico de fabricação, R é a demanda anual do item em questão, P é o custo de *setup* para produção do item, i é a taxa de guarda anual do estoque, e C é o preço unitário de fabricação do item. O cálculo do tamanho ótimo de lote de produção pressupõe custos de produção constantes, o que não ocorre durante o processo de aprendizagem (Jaber e Bonney, 2007). A premissa de taxa de produção constante também não é válida quando o operador começa a produzir um novo produto, troca de máquina, recomeça a atividade após paradas ou utiliza uma nova técnica de produção (Jaber e Bonney, 1999).

O cálculo do lote econômico de produção considerando o processo de aprendizagem foi introduzido por Keachie e Fontana (1966). Desde então, problemas associados ao seu cálculo vêm sendo explorados na literatura.

Num cálculo do tamanho de lote para certo período de produção são necessárias informações muito precisas dos custos de *setup*. Visto que essas informações são de difícil obtenção, Rachamadugu e Tan (1997) apresentaram uma metodologia para calcular o tamanho de lote ótimo quando os custos de *setup* diminuem monotonicamente devido ao aprendizado. Segundo os autores, a metodologia apresentada se mostrou eficiente para o cálculo do tamanho de lote ótimo em ambientes que apresentam uso intensivo de maquinário e altas taxas de aprendizado.

Jaber e Bonney (1996b) calcularam o lote econômico de produção partindo do modelo de aprendizado de De Jong, que impõe um limite no processo de aprendizagem, evitando que o custo de produção caia para zero num futuro indefinido. Os autores utilizaram também uma aproximação da estimativa do custo de guarda desenvolvida por Fisk e Ballou (1982). Jaber e Bonney (2007) calcularam o lote econômico de produção incluindo o efeito de esquecimento

e considerando o aprendizado dependente do número de unidades já produzidas. O modelo de esquecimento utilizado no trabalho foi o mesmo proposto por Jaber e Bonney (1996a).

Rachamadugu e Schiriber (1995) desenvolveram dois procedimentos heurísticos para a determinação do tamanho de lote econômico envolvendo o processo de aprendizagem. O primeiro procedimento, que utiliza o custo atual de *setup*, se mostrou mais apropriado em ambientes onde a aprendizagem ocorre de modo mais ágil. O segundo procedimento, que utiliza o menor valor de *setup* registrado, é mais apropriado para ambientes com baixo ritmo de aprendizagem.

Jaber e Bonney (2001) compararam o problema de cálculo de lote econômico de produção com o efeito de aprendizado com outro em que a taxa de diminuição de tempo de operação é constante. Os autores chegaram à conclusão que, embora as duas situações indiquem a produção de lotes menores, os custos totais de produção não são significativamente afetados.

Jaber e Bonney (2003) estudaram o efeito de aprendizado no cálculo do lote de produção em um ambiente que apresentava não só o aprendizado, mas também o processo de esquecimento nos *setups* e no retrabalho dos produtos. Os autores consideraram que o efeito de aprendizagem também ocorre no retrabalho dos produtos e que a deterioração dos produtos e o esquecimento aumentam com as interrupções nos processos. Os resultados mostraram que, enquanto a aprendizagem e esquecimento no *setup* indicaram a produção de lotes menores, a aprendizagem no retrabalho do produto indicou a produção de lotes maiores.

Balkhi (2003) propôs um modelo de cálculo do lote ótimo de produção seguindo as seguintes condições: taxa de demanda e taxa de deterioração são funções do tempo; itens deteriorados enquanto produzidos são armazenados e a escassez é permitida. Primeiramente foi calculado o lote econômico de produção para as dadas condições excluindo-se o processo de aprendizado. Posteriormente, o problema foi reformulado incluindo-se o processo de aprendizado.

Alamri e Balkhi (2007) estudaram o efeito de aprendizagem e esquecimento no cálculo do lote econômico de produção, incluindo ainda na formulação o processo de deterioração e de demanda variando em função do tempo. Foi afirmado que a demanda variando com o tempo faz com que em cada ciclo sejam produzidos lotes menores.

Chen *et al.* (2008) calcularam o tamanho do lote econômico de produção considerando o processo de aprendizado e o sistema de produção imperfeito, ou seja, permitindo escassez de produção. O objetivo do trabalho foi encontrar o menor custo de produção através do cálculo do lote econômico de produção e da taxa de escassez em cada ciclo de produção. Chiu e Chen (2005) modelaram o problema de lote econômico de produção considerando os efeitos de aprendizagem e de esquecimento tanto na produção como no *setup*. Foi demonstrado que o processo de aprendizado na produção influencia mais intensamente no cálculo do lote econômico de produção do que o aprendizado no *setup*.

Jaber *et al.* (2008) apresentaram uma formulação matemática para o cálculo do lote econômico de produção considerando a redução na incidência de itens avariados na produção como decorrência do aprendizado. O modelo foi validado em uma indústria automotiva.

Jaber *et al.* (2009a) incluíram o conceito termodinâmico de entropia ao cálculo do lote econômico de produção, considerando o processo de aprendizagem e de esquecimento. Os autores concluíram que enquanto o aprendizado direciona a um menor tamanho de lotes de produção, o esquecimento e a entropia apresentam um efeito reverso, aumentando o tamanho dos lotes. Jaber *et al.* (2009b) estenderam o conceito de entropia no cálculo de tamanho ótimo de lotes para produção com itens deteriorados. Os autores sugeriram ser melhor aumentar o fluxo de mercadorias através de descontos nos preços do que reduzir o custo para recuperar as perdas de receitas devido à deterioração, em ambientes de rápida deterioração.

Wahab e Jaber (2010) estudaram uma formulação para lote econômico de produção com processo de aprendizado, considerando itens com qualidade imperfeita e diferentes custos de guarda. Os autores mostraram que, ao desconsiderar o processo de aprendizado, o tamanho do lote de produção aumenta proporcionalmente com o número de itens deteriorados. Quando o efeito de aprendizado é considerado, inicialmente o tamanho do lote de produção é maior do que um que possua o mesmo custo de guarda; contudo, concluído o aprendizado no sistema, a diferença entre tamanho de lotes com e sem diferentes custos de guarda e itens defeituosos desaparece.

Khan *et al.* (2010) formularam o lote econômico de produção considerando o processo de aprendizagem na inspeção dos produtos. Foram estudadas três situações quanto ao aprendizado dos trabalhadores: na primeira, o trabalhador inicia cada processo de inspeção

sem possuir conhecimento prévio; na segunda, o trabalhador não apresenta perda de conhecimento com as mudanças de produção; na terceira há perda parcial de conhecimento com as mudanças de produção.

Recentemente, Jaber e Saadany (2011) apresentaram um modelo de cálculo econômico de produção que contempla o aprendizado na produção e na remanufatura (reparos na produção). Foi concluído que existe um limite nos investimentos em aprendizado dos trabalhadores que pode trazer economia, ou seja, o aprendizado pode ser acelerado até certo limite; depois disso, passa a ser uma aplicação não justificada de recursos.

2.4 Conclusões

O processo de aprendizagem é aquele em que um trabalhador adquire experiência na realização de certa tarefa, diminuindo o tempo de execução da tarefa posterior. As curvas de aprendizado, que modelam o processo de aprendizagem, tem se mostrado uma ferramenta com várias utilidades em Engenharia de Produção desde que Wright (1936) desenvolveu o primeiro modelo de curva de aprendizado. Desde então, vem surgindo um grande número de expressões para curvas de aprendizado e de utilizações para as mesmas.

Este artigo apresentou uma revisão da literatura sobre as principais utilizações das curvas de aprendizado. Primeiramente foi apresentada uma breve revisão dos principais modelos de curva de aprendizado. Na sequência, foi apresentada uma revisão das principais utilizações para as curvas de aprendizado: Monitoramento de Custos, Gerenciamento e Otimização de Produção, Sequenciamento de tarefas, Atribuição de Tarefas para Trabalhadores e Balanceamento de Linhas de Produção, e Cálculo do lote econômico de produção com o efeito de aprendizagem.

A revisão de literatura apresentada nesse trabalho traz contribuições gerenciais significativas, à medida que mostra como o processo de aprendizado interfere diretamente no Planejamento e Controle de Produção, assim como nos custos totais de produção.

Futuras pesquisas sobre curvas de aprendizado podem abordar a modelagem de aprendizado coletiva, visto que na maioria dos estudos é utilizado o processo individual de aprendizado. Outras pesquisas podem utilizar a curva de aprendizado para a criação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores, ou ainda, estudar como o processo de

aprendizado contribui na definição de estratégias da empresa por afetar diretamente nos custos de produção.

2.5 Referências

- Adler, P. S. (1990). Shared Learning. **Management Science**, *36* (8), pp. 938-957.
- Alamri, A. A., & Balkhi, Z. T. (2007). The effects of learning and forgetting on the optimal production lot size for deteriorating items with time varying demand and deterioration rates. **International Journal of Production Economics**, *107* (1), pp. 125–138.
- Alchian, A. (1963). Reliability of Progress Curves in Airframe Production. **Econometrica**, *31* (4), pp. 679-693.
- Aneja, Y. P., & Nair, K. P. (1979). Bicriterion transportation problem. **Management Science**, *25* (1), pp. 73-78.
- Anzanello, M. J., & Fogliatto, F. S. (2005). Alocação de modelos de produtos a equipes de trabalhadores baseada em modelos de curvas de aprendizagem. **Revista Produção**, *15* (2), pp. 221-234.
- Anzanello, M. J., & Fogliatto, F. S. (2007a). Curvas de aprendizado: estado da arte e perspectivas de pesquisa. **Gestão e Produção**, *14* (1), pp. 109-123.
- Anzanello, M. J., & Fogliatto, F. S. (2007b). Learning curve modelling of work assignment in mass customized assembly lines. **International Journal of Production Research**, *45* (13), pp. 2919–2938.
- Anzanello, M. J., & Fogliatto, F. S. (2010). Scheduling learning dependent jobs in customised assembly lines. **International Journal of Production Research**, *48* (22), pp. 6683–6699.
- Argote, L., & Epple, D. (1990). Learning Curves in Manufacturing. **Science**, *247* (4945), pp. 920-924.
- Azizi, N., Zolfaghari, S., & Liang, M. (2010). Modeling job rotation in manufacturing systems: The study of employee's boredom and skill variations. **International Journal of Production Economics**, *123* (1), pp. 69–85.

Badiru, A. B. (1992). Computational Survey of Univariate and Multivariate Learning Curve Models. **IEEE Transactions on Engineering Management**, *39* (2), pp. 176-188.

Bai, J., Wang, M.-Z., & Wang, J.-B. (2012). Single machine scheduling with a general exponential learning effect. **Applied Mathematical Modelling**, *36* (2), pp. 829-835.

Bake, J. V., Junginger, M., Faaij, A., Poot, T., & Walter, A. (2009). Explaining the experience curve: Cost reductions of Brazilian ethanol from sugarcane. **Biomass and Bioenergy**, *33* (4), pp. 644-658.

Balasubramanian, N., & Lieberman, M. B. (2010). Industry Learning Environments and the Heterogeneity of Firm Performance. **Strategic Management Journal**, *31* (4), pp. 390-412.

Balkhi, Z. T. (2003). The effects of learning on the optimal production lot size for deteriorating and partially backordered items with time varying demand and deterioration rates. **Applied Mathematical Modelling**, *27* (10), pp. 763-779.

Biskup, D. (1999). Single-machine scheduling with learning considerations. **European Journal of Operational Research**, *115* (1), pp. 173-178.

Biskup, D. (2008). A state-of-the-art review on scheduling with learning effects. **European Journal of Operational Research**, *188* (2), pp. 315-329.

Boone, T., & Ganeshan, R. (2001). The effect of information technology on learning in professional service organizations. **Journal of Operations Management**, *19* (4), pp. 485-495.

Broek, M. V., Hoefnagels, R., Rubin, E., Turkenburg, W., & Faaij, A. (2009). Effects of technological learning on future cost and performance of power plants with CO₂ capture. **Progress in Energy and Combustion Science**, *35* (6), pp. 457-480.

Browne, S., & Yechiali, U. (1990). Scheduling deteriorating jobs on a single processor. **Operations Research**, *38* (3), pp. 495-498.

Chatzimichali, A. P., & Tourassis, V. D. (2007). An Empirical Investigation of Learning Curve Laws in the Tile Manufacturing Industry. **In IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management**, (pp. 1110-1114). Singapura.

Chen, C.-K., Lo, C.-C., & Liao, Y.-X. (2008). Optimal lot size with learning consideration on an imperfect production system with allowable shortages. **International Journal of Production Economics**, *113* (1), pp. 459–469.

Chiu, H. N., & Chen, H. M. (2005). An optimal algorithm for solving the dynamic lot-sizing model with learning and forgetting in setups and production. **International Journal of Production Economics**, *95* (2), pp. 179–193.

Cohen, Y. (2008). Allocation of work to the stations of an assembly line with buffers between stations and three general learning patterns. **International Journal Intelligent Systems Technologies and Applications**, *4* (1/2), pp. 123-140.

Cohen, Y., Vitner, G., & Sarin, S. (2008). Work allocation to stations with varying learning slopes and without buffers. **European Journal of Operational Research**, *184* (2), pp. 797–801.

Cohen, Y., Vitner, G., & Sarin, S. C. (2006). Optimal allocation of work in assembly lines for lots with homogenous learning. **European Journal of Operational Research**, *168* (3), pp. 922–931.

Conley, P. (1970). Experience Curves as a planning tool. **IEEE Spectrum**, *7* (6), pp. 63-68.

Corominas, A., Olivella, J., & Pastor, R. (2010). A model for the assignment of a set of tasks when work performance depends on experience of all tasks involved. **International Journal of Production Economics**, *126* (2), pp. 335–340.

Cunningham, B. J., & Eberle, T. (1990). A guide to job enrichment and redesign. **Personnel**, *67* (2), pp. 56-61.

Davis, L. E., & Taylor, J. C. (1979). **Design of Jobs** (2 ed.). Santa Mônica, Califórnia: Goodyear Publishing Company.

De Wit, M., Junginger, M., Lensink, S., Londo, M., & Faaij, A. (2010). Competition between biofuels: Modeling technological learning and cost reductions over time. **Biomass and Bioenergy**, *34* (2), pp. 203-217.

Demeester, L. L., & Qi, M. (2005). Managing learning resources for consecutive product generations. **International Journal of Production Economics**, *95* (2), pp. 265–283.

Eren, T. (2009). A bicriteria parallel machine scheduling with a learning effect of setup and removal times. **Applied Mathematical Modelling**, 33 (2), pp. 1141–1150.

Eren, T., & Güner, E. (2007). Minimizing total tardiness in a scheduling problem with a learning effect. **Applied Mathematical Modelling**, 31 (7), pp. 1351–1361.

Fioretti, G. (2007). The organizational learning curve. **European Journal of Operational Research**, 177 (3), pp. 1375–1384.

Fioretti, G. (2009). From Men and Machines to the Organizational Learning Curve. **Social Science Research Network**. Disponível em <http://ssrn.com/abstract=1524332>. (Consultado em 09 de janeiro de 2012).

Fisk, J., & Ballou, R. (1982). Production lot sizing under a learning effect. **IIE Transactions**, 14 (4), pp. 251-264.

Guimarães, L. B., Anzanello, M. J., & Renner, J. S. (2012). A learning curve-based method to implement multifunctional work teams in the Brazilian footwear sector. **Applied Ergonomics**, 43 (2)

Ho, J., & Huang Y. (2009). A study on customer involvement in final assembly for DIY products. **Computers & Industrial Engineering**, 56 (1), pp. 19-27.

Hsu, C. J., Kuo, W. H., & Yang, D. L. (2011). Unrelated parallel machine scheduling with past-sequence-dependent setup times and learning effects. **Applied Math. Modelling**, 35 (3), pp. 1492-1496.

Ishikawa, K. (1993). **Controle de qualidade total - à maneira japonesa** (2 ed.). Rio de Janeiro: Campus.

Ittner, C. D., Nagar, V., & Rajan, M. V. (2001). An empirical examination of dynamic quality-based learning models. **Management Science**, 47 (4), pp. 563–578.

Jaber, M. Y., & Bonney, M. (1996a). Production breaks and the learning curve: The forgetting phenomenon. **Applied Mathematical Modelling**, 20 (20), pp. 162-169.

Jaber, M. Y., & Bonney, M. (1996b). Optimal lot sizing under learning considerations: The bounded learning case. **Applied Mathematical Modelling**, 20 (10), pp. 750-755.

Jaber, M. Y., & Bonney, M. (1999). The economic manufacture/order quantity (EMQ/EOQ) and the learning curve: Past, present, and future. **International Journal of Production Economics**, 59 (1-3), pp. 93-102.

Jaber, M. Y., & Bonney, M. (2001). Economic lot sizing with learning and continuous time discounting: Is it significant? **International Journal of Production Economics**, 71 (1-3), pp. 135-143.

Jaber, M. Y., & Bonney, M. (2003). Lot sizing with learning and forgetting in set-ups and in product quality. **International Journal of Production Economics**, 83 (1), pp. 95–111.

Jaber, M. Y., & Bonney, M. (2007). Economic manufacture quantity (EMQ) model with lot-size dependent learning and forgetting rates. **International Journal of Production Economics**, 108 (1-2), pp. 359–367.

Jaber, M. Y., & El Saadany, A. M. (2011). An economic production and remanufacturing model with learning effects. **International Journal of Production Economics**, 131 (1), pp. 115–127.

Jaber, M. Y., & Guiffrida, A. L. (2004). Learning curves for processes generating defects requiring reworks. **European Journal of Operational Research**, 159 (3), pp. 663–672.

Jaber, M. Y., Bonney, M., & Moualek, I. (2009a). Lot sizing with learning, forgetting and entropy cost. **International Journal of Production Economics**, 118 (1), pp. 19–25.

Jaber, M. Y., Bonney, M., Rosen, M. A., & Moualek, I. (2009b). Entropic order quantity (EnOQ) model for deteriorating items. **Applied Mathematical Modelling**, 33 (1), pp. 564–578.

Jaber, M. Y., Goyal, S. K., & Imran, M. (2008). Economic production quantity model for items with imperfect quality subject to learning effects. **International Journal of Production Economics**, 115 (1), pp. 143–150.

Jaber, M. Y., Sikström S. (2004). A numerical comparison of three potential learning and forgetting models. **International Journal Production Economics**, 92 (3), pp. 281–294.

Janiak, A., Janiak, W. A., Rudek, R., & Wielgus, A. (2009). Solution algorithms for the makespan minimization problem with the general learning model. **Computers & Industrial Engineering**, *56* (4), pp. 1301–1308.

Kahouli-Brahmi, S. (2008). Technological learning in energy–environment–economy modelling: A survey. **Energy Policy**, *36* (1), pp. 138–162.

Keachie, E. C., & Fontana, R. J. (1966). Production lot sizing under a learning effect. **Management Science**, *13* (2), pp. 102-108.

Khan, M., Jaber, M. Y., & Wahab, M. I. (2010). Economic order quantity model for items with imperfect quality with learning in inspection. **International Journal of Production Economics**, *124* (1), pp. 87–96.

Kjellberg, A., & Abestam, L. (1997). A Human Factor Framework for Analysis of an Assembly Work. **Anais of the CIRP**, *46* (1), pp. 377-380.

Knecht, G. (1974). Costing, Technological Growth and Generalized Learning Curves. **Operations Research Quart**, *25* (3), pp. 487-491.

Koulamas, C., & Kyparisis, G. J. (2008). Single-machine scheduling problems with past-sequence-dependent setup times. **European Journal of Operational Research**, *187* (3), pp. 1045–1049.

Kuo, W.-H., & Yang, D.-L. (2007). Single machine scheduling with past-sequence-dependent setup times and learning effects. **Information Processing Letters**, *102* (1), pp. 22–26.

Lee, W.-C. (2011). Scheduling with general position-based learning curves. **Information Sciences**, *181* (24), pp. 5515-5522.

Lee, W.-C., & Lai, P.-J. (2011). Scheduling problems with general effects of deterioration and learning. **Information Sciences**, *181* (6), pp. 1164–1170.

Lee, W.-C., & Wu, C.-C. (2004). Minimizing total completion time in a two-machine flowshop with a learning effect. **International Journal Production Economics**, *88* (1), pp. 85–93.

Leite, M. O., & Possamai, O. (2001). A Utilização das Curvas de Aprendizado no Planejamento da Construção Civil. In: **Encontro Nacional de Engenharia de Produção**, 21, 2001. *Anais...* Santa Catarina, 2001, CD ROM.

Levy, F. (1965). Adaptation in the Production Process. **Management Science**, 11 (6), pp. 136-154.

Li, G., & Rajagopalan, S. (1997). The impact of quality on learning. **Journal of Operations Management**, 15 (3), pp. 181–191.

Lopes, J. d. (2008). **Análise e Otimização de Sequenciamento de Produção de uma Empresa de Médio Porte de Embalagens Plásticas**. Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Produção - UFJF

Mani, V., Chang, P. C., & Chen, S. H. (2009). Bi-criteria single machine scheduling problem with a learning effect: Aneja-Nair method to obtain the set of optimal sequences. **Computers and Mathematics with Applications**, 58 (1), pp. 39-47.

Mazur, J. E., & Hastie, R. (1978). Learning as Accumulation: a Reexamination of the Learning Curve. **Psychological Bulletin**, 85 (6), pp. 1256-1274.

Morrison, J. B. (2008). Putting the learning curve in context. **Journal of Business Research**, 61 (11), pp. 1182–1190.

Nadeau, M.-C., Kar, A., Roth, R., & Kirchain, R. (2010). A dynamic process-based cost modeling approach to understand learning effects in manufacturing. **International Journal of Production Economics**, 128 (1), pp. 223–234.

Nembhard, D. A., & Osothsilp, N. (2002). Task complexity effects on between-individual learning/forgetting variability. **International Journal of Industrial Ergonomics**, 29 (5), pp. 297–306.

Nembhard, D. A., & Uzumeri, M. V. (2000). An Individual-Based Description of Learning within an Organization. **IEEE Transactions on Engineering Management**, 47 (3), pp. 370-378.

Nemet, G. F. (2006). Beyond the learning curve: factors influencing cost reductions in photovoltaics. **Energy Policy**, 34 (17), pp. 3218–3232.

Neuhaus, M., & Bunke, H. (2007). Automatic learning of cost functions for graph edit distance. **Information Sciences**, *177* (1), pp. 239–247.

Ngwenyama, O., Guergachi, A., & McLaren, T. (2007). Using the learning curve to maximize IT productivity: A decision analysis model for timing software upgrades. **International Journal of Production Economics**, *105* (2), pp. 524–535.

Otero, L. D., Centeno, G., Ruiz-Torres, A. J., & Otero, C. E. (2009). A systematic approach for resource allocation in software projects. **Computers & Industrial Engineering**, *56* (4), pp. 1333–1339.

Pendharkar, P. C., & Subramanian, G. H. (s.d.). An empirical study of ICASE learning curves and probability bounds for software development effort. **European Journal of Operational Research**, *183* (3), pp. 1086–1096.

Pereira, W. C., & Suslick, S. B. (2003). Modelo de previsão do custo de mineração pelo sistema de curvas de aprendizado. **Revista Escola de Minas**, *56* (2), pp. 139-143.

Plaza, M., & Rohlf, K. (2008). Learning and performance in ERP implementation projects: A learning-curve model for analyzing and managing consulting costs. **International Journal of Production Economics**, *115* (1), pp. 72– 85.

Plaza, M., Ngwenyama, O. K., & Rohlf, K. (2010). A comparative analysis of learning curves: Implications for new technology implementation management. **European Journal of Operational Research**, *200* (2), pp. 518–528.

Prochno, P. (2004). Learning Curve? Which One? **Brazilian Administration Review**, *1* (1), pp. 53-66.

Pruett, M., & Thomas, H. (2008). Experience-based learning in innovation and production. **R&D Management**, *38* (2), pp. 141-153.

Rachamadugu, R., & Schriber, T. J. (1995). Optimal and heuristic policies for lot sizing with learning in setups. **Journal of Operations Management**, *13* (3), pp. 229-245.

Rachamadugu, R., & Tan, C. L. (1997). Policies for lot sizing with setup learning. **International Journal of Production Economics**, *48* (2), pp. 157-165.

Schoots, K., G.J.Kramer, & Zwaan, B. d. (2010). Technology learning for fuel cells: An assessment of past and potential cost reductions. **Energy Policy**, 38 (6), pp. 2887–2897.

Shafer, S. M., Nembhard, D. A., & Uzumeri, M. V. (2001). The Effects of Worker Learning, Forgetting, and Heterogeneity on Assembly Line Productivity. **Management Science**, 47 (12), pp. 1639–1653.

Smunt, T. L., & Watts, C. A. (2003). Improving operations planning with learning curves: overcoming the pitfalls of ‘messy’ shop floor data. **Journal of Operations Management**, 21 (1), pp. 93–107.

Stan, M., & Vermeulen, F. (2010). Selection at the Gate: Difficult Cases, Spillovers, and Organizational Learning. In **Summer Conference 2010 on "Opening Up Innovation: Strategy, Organization and Technology"**. Londres.

Szwarcfiter, C., & Dalcol, P. R. (1997). Economias de Escala e de Escopo: Desmistificando alguns Aspectos da Transição. **Produção**, 7 (2), pp. 117-129.

Tarnanidis, J., Papathanasiou, J., & Filakis, P. (2006). Learning Curves As a Tool Of Enterprises Development. **Advanced Modeling and Optimization**, 8 (2), pp. 209-216.

Teng, J.-T., & Thompson, G. L. (1996). Optimal strategies for general price-quality decision models of new products with learning production costs. **European Journal of Operational Research**, 93 (3), pp. 476-489.

Toksarı, M. D., Isleyen, S. K., Güner, E., & Baykoç, Ö. F. (2008). Simple and U-type assembly line balancing problems with a learning effect. **Applied Mathematical Modelling**, 32 (12), pp. 2954–2961.

Toksarı, M. D., Isleyen, S. K., Guner, E., & Baykoç, Ö. F. (2010). Assembly line balancing problem with deterioration tasks and learning effect. **Expert Systems with Applications**, 37 (2), pp. 1223–1228.

Towill, D. R. (1990). Forecasting Learning Curves. **International Journal of Forecasting**, 6 (1), pp. 25-38.

Tsuchiya, H., & Kobayashi, O. (2004). Mass production cost of PEM fuel cell by learning curve. **International Journal of Hydrogen Energy**, 29 (10), pp. 985 – 990.

Wahab, M. I., & Jaber, M. Y. (2010). Economic order quantity model for items with imperfect quality, different holding costs, and learning effects: A note. **Computers & Industrial Engineering**, 58 (1), pp. 186–190.

Wang, J.-B., Sun, L., & Sun, L. (2010). Single machine scheduling with exponential sum-of-logarithm-processing-times based learning effect. **Applied Mathematical Modelling**, 34 (10), pp. 2813–2819.

Weitzel, L., Rovere, E.L., & Cunha R. As demandas do novo modelo institucional do setor elétrico brasileiro. In: **Congresso brasileiro de Planejamento Energético**, 5., 2006, Brasília. Anais... Brasília: Sociedade Brasileira de Planejamento Energético, 2006. 1 CD-ROM.

Wiersma, E. (2007). Conditions That Shape the Learning Curve: Factors That Increase the Ability and Opportunity to Learn. **Management Science**, 53 (12), pp. 1903–1915.

Wright, T. P. (1936). Factors affecting the cost of airplanes. **Journal of the Aeronautical Sciences**, 3 (4), pp. 122-128.

Wu, C.-C., Yin, Y., & Cheng, S.-R. (2011). Some single-machine scheduling problems with a truncation learning effect. **Computers & Industrial Engineering**, 60 (4), pp. 790–795.

Yang, L., Wang, Y.-R., & Pai, S. (2009). On-line SPC with consideration of learning curve. **Computers & Industrial Engineering**, 57 (3), pp. 1089–1095.

Yang, S.-J. (2011). Group scheduling problems with simultaneous considerations of learning and deterioration effects on a single-machine. **Applied Mathematical Modelling**, 35 (8), pp. 4008–4016.

Yelle, L. E. (1979). The Learning Curve: Historical Review and Comprehensive Survey. **Decision Science**, 10 (2), pp. 302-328.

Yin, Y., & Xu, D. (2011). Some single-machine scheduling problems with general effects of learning and deterioration. **Computers and Mathematics with Applications**, 61 (1), pp. 100-108.

Yin, Y., Xu, D., & Wang, J. (2010). Single-machine scheduling with a general sum-of-actual-processing-times-based and job-position-based learning effect. **Applied Mathematical Modelling**, *34* (10), pp. 3623–3630.

Young II, W. A., Masel, D. T., & Judd, R. P. (2008). A matrix-based methodology for determining a part family's learning rate. **Computers & Industrial Engineering**, *54* (3), pp. 390–400.

3. Segundo Artigo: Análise de conglomerados em curvas de aprendizado para formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores

Renato Eduardo Stroieke

Flávio Sanson Fogliatto

Michel Jose Anzanello

Artigo enviado para publicação na revista Produção (ABEPRO)

Resumo

Em diversos setores da indústria é desejado que trabalhadores reunidos em uma estação de trabalho apresentem perfil de aprendizado similar. O presente artigo apresenta um método de agrupamento de trabalhadores utilizando modelagem por curva de aprendizado e técnicas de clusterização. O método modela dados de desempenho de trabalhadores através de diversos modelos de curvas de aprendizado; os parâmetros de aprendizado dos modelos testados permitem prever o desempenho dos trabalhadores em intervalos de tempo pré-determinados. Os valores preditos são agrupados através de ferramentas de clusterização. O maior Índice de Ajuste (*IA*), gerado a partir do *Silhouette Index* e do coeficiente de determinação, indica o modelo de curva mais consistente em termos de aderência aos dados e qualidade de agrupamento de perfis de aprendizado. Ao ser aplicado em dados de uma indústria de calçados, o método gerou agrupamentos consistentes de trabalhadores com bases nos distintos perfis de aprendizado.

Palavras-chave: Curvas de Aprendizado, Clusterização, Agrupamento de trabalhadores

Cluster analysis of learning curves for grouping workers with homogeneous learning profiles

Abstract

In many industrial segments it is desirable to allocate workers with similar learning profiles to the same workstation. This paper presents a method aimed at grouping workers based on learning curve modeling and clustering techniques. Workers' data performance are modeled through several learning curves models; learning parameters allow to predict the performance of workers at intervals of predetermined time. The predicted values are then grouped through

clustering techniques. The largest Adjustment Index (AI), derived from the Silhouette Index and Coefficient of Determination, indicates the model yielding superior adherence to data and better grouping of learning profiles. When applied to a shoe manufacturing process, the method generated consistent groups of workers based on their learning profiles.

Keywords: Learning Curves, Clustering, Groups of Workers

3.1 Introdução

Curvas de Aprendizado são modelos de regressão não-lineares que associam o desempenho, usualmente dados em termos de unidades produzidas por intervalo de tempo, com as características da tarefa (Anzanello e Fogliatto, 2007). As curvas de aprendizado são baseadas no pressuposto de que o tempo de realização de uma tarefa repetitiva diminui com o passar do tempo, à medida que ocorre o fenômeno da aprendizagem.

As curvas de aprendizado ajustadas são frequentemente usadas para classificar grupos de trabalhadores. Comumente designa-se por *fast learner* o trabalhador que possui uma alta taxa de aprendizado, e por *slow learner* o que apresenta uma taxa menor. Estudando esses dois grupos, Nembhard e Uzumeri (2000) concluíram que grupos que apresentam baixa taxa de aprendizado tendem a alcançar um maior grau de produtividade, enquanto que grupos com alta taxa de aprendizado atingem patamares inferiores de produtividade final.

Em diversos contextos o agrupamento de trabalhadores conforme seu perfil de aprendizado se mostra de grande interesse. Em uma linha de montagem manual, é desejado que trabalhadores reunidos em uma estação de trabalho apresentem perfis similares de aprendizado, com vistas à preservação do balanceamento da carga de trabalho na estação. Em linhas de baixa variedade isso pode não ser muito importante, mas à medida que o volume de modelos aumenta (elevada customização), o agrupamento de trabalhadores por perfis passa a ser essencial. Apesar do agrupamento de trabalhadores por características similares (por exemplo, tempo de produção ou método de trabalho) ser uma prática comum na gestão dos postos de trabalho, observa-se uma lacuna na literatura referente ao uso de curvas de aprendizado para determinação de agrupamento de trabalhadores. Tal lacuna é justificada pela dificuldade em estimar o tempo padrão de execução de uma atividade durante o processo de aprendizado do trabalhador, visto que não se trata de uma variável pontual, mas sim de uma variável funcional.

O agrupamento de trabalhadores segundo seus perfis de aprendizado limita-se ao estudo de Uzumeri e Nembhard (1998). Os autores utilizaram os três parâmetros da curva de aprendizado de Mazur e Hastie (1978) para descrever padrões de habilidade em uma população de trabalhadores. No estudo de caso aplicado em uma empresa de manufatura americana, o autor demonstrou existirem diferentes perfis de trabalhadores, cada qual mais apropriado para uma dada atividade. Tal análise, no entanto, focou-se nos parâmetros gerados pela modelagem da curva de aprendizado, e não nos dados de desempenho que compõem o perfil.

Nesse sentido, o presente artigo objetiva caracterizar diferentes grupos de trabalhadores através de suas similaridades, utilizando curvas de aprendizado e métodos de clusterização. Para tanto, os dados de desempenho dos trabalhadores são ajustados a seis modelos de curvas de aprendizado. Os parâmetros gerados permitem predizer o perfil de desempenho dos trabalhadores, os quais são agrupados através de técnicas de clusterização. Uma análise hierárquica permite definir o número provável de agrupamentos a serem gerados, enquanto que a análise *k-means* é efetivamente utilizada para agrupar os trabalhadores. O melhor modelo de curva, e conseqüente agrupamento, é escolhido através de um Índice de Ajuste, gerado a partir de um índice de aderência de cada modelo aos dados (R^2) e de um indicador de qualidade dos agrupamentos gerados (*Silhouette Index*).

A principal contribuição deste artigo está no desenvolvimento de uma sistemática para a formação de grupos homogêneos de trabalhadores, visando minimizar a variância de seus tempos médios de aprendizado. Destaca-se ainda a integração entre curvas de aprendizado e sistemáticas de clusterização, bem como o uso do *Silhouette Index* para confirmar a robustez dos agrupamentos.

O restante deste trabalho está estruturado da seguinte forma. A seção 3.2 traz uma breve revisão da literatura em torno dos modelos de curva de aprendizado. Na seção 3.3 é apresentada a metodologia proposta. Um estudo de caso aplicado em uma indústria de calçados é apresentado na seção 3.4. Por fim, tem-se a conclusão do artigo na seção 3.5.

3.2 Referencial teórico

O primeiro modelo de Curvas de Aprendizado foi proposto por Wright em 1936, usando dados observados em operações de montagem de aviões. O autor concluiu que a montagem de aeronaves apresentava uma redução aproximada de 20% no custo médio a cada duplicação da quantidade produzida (Teplitz, 1991; Cook, 1991; Badiru, 1992; Argote, 1999; Askin, 2001; Anzanello e Fogliatto, 2007). Esse fenômeno de redução de custos já havia sido observado na indústria aeronáutica por Rohrbach (1927), porém não havia sido analisado o efeito de aprendizado (Biskup, 2007).

A principal motivação no estudo de curvas de aprendizado é a redução de custos e aumento da produtividade. Redução de custos é resultado de “aprender fazendo”, aumento da capacidade e expansão da produção (Söderholm & Sundqvist, 2007). Adler (1990) sugeriu que o aprendizado compartilhado no desenvolvimento de produto, na interface de manufatura, no posicionamento primário da planta e no aprendizado contínuo após o início das atividades é essencial para o aumento da produtividade.

Os fatores que proporcionam o aprendizado são complexos e ainda não plenamente compreendidos (Adler & Clark, 1991). Diversos trabalhos, como os de Uzumeri e Nembhard (1998) e Anzanello e Fogliatto (2007), demonstram serem os trabalhadores que aprendem de forma mais gradual os que alcançam um padrão de produtividade maior. Além disso, trabalhadores que aprendem mais rapidamente também tendem a esquecer mais rapidamente durante paradas na produção (Nembhard & Uzumeri, 2000).

Desde o seu desenvolvimento, as curvas de aprendizado têm se mostrado uma importante ferramenta em Engenharia de Produção. Corominas *et al.* (2010) formalizaram o problema de atribuição e de agendamento de um conjunto de tarefas, considerando o desempenho dos trabalhadores em uma tarefa como dependente da experiência na atividade e em outras similares. Cohen *et al.* (2008) estudaram o problema de alocação de trabalhadores em linhas de montagem, diminuindo o *makespan*. Foi o primeiro trabalho em que as curvas de aprendizado do tempo de preparação dos equipamentos foram avaliadas.

Toksari *et al.* (2008) elaboraram um algoritmo para balanceamento de linhas de montagem sujeitas ao efeito de aprendizado, tendo por objetivos diminuir o número de estações de trabalho e o tempo de ciclo nestas estações. Prochno (2004) relatou de forma

abrangente o primeiro ano de operação na área de montagem de uma nova planta automotiva através de curvas de aprendizado. Através desta análise, o autor concluiu que as curvas de aprendizado são o resultado de um processo de integração que reúne vários trabalhadores com aprendizado individual contínuo, em diferentes áreas da organização.

Ngwenyama *et al.* (2007) apresentaram uma abordagem para atualizações de *softwares* que maximiza os ganhos de produtividade da organização baseada em curvas de aprendizado. Em seu trabalho sobre aprendizado em inovação e produção, Pruett e Thomas (2008) concluíram que quanto melhor for o processo de aprendizado na área de inovação da empresa, menos dramático será o efeito do aprendizado na produção. O autor observou que o processo de aprendizado também ocorre no desenvolvimento de produtos, e que possíveis deficiências no desenvolvimento só serão observadas na produção.

Nos últimos anos, a qualidade dos processos vem sendo muito valorizada, e esse conceito foi acrescentado à teoria sobre curvas de aprendizado. Essa idéia pode ser vista em Jaber e Griffida (2004), onde foi desenvolvida uma modificação na curva de Wright criando uma curva da qualidade, sendo essa o somatório de duas curvas: a primeira representa a redução de tempo para cada unidade adicional produzida, e a segunda descreve a redução no tempo em cada unidade defeituosa retrabalhada.

A necessidade de agrupar trabalhadores por similaridade de aprendizado é conhecida, porém ainda pouco desenvolvida na literatura sobre curvas de aprendizado. Pesquisadores como Cohen *et al.* (2008) verificaram que a alocação de trabalhadores é melhor alcançada quando, para uma dada atividade em conjunto (como ocorre em uma estação de trabalho, por exemplo), são agrupados trabalhadores com perfis similares de aprendizado. A partir dessa constatação, idealmente teriam-se padrões de aprendizagem similares em todas as estações de uma linha. Usando a curva hiperbólica de três parâmetros, Anzanello e Fogliatto (2007) propuseram um método para alocação de trabalhadores a tarefas específicas em linhas de montagem. Os parâmetros gerados pelas curvas de aprendizado são analisados em dois cursos distintos de ação, de acordo com a duração estimada da corrida de produção. Ferramentas de clusterização também são utilizadas, porém limitam-se ao agrupamento de modelos de produtos de acordo com sua complexidade.

Uzumeri e Nembhard (1998) foram um dos poucos pesquisadores a utilizarem as curvas de aprendizado com o objetivo de identificar agrupamentos naturais de trabalhadores. Os autores observaram 3874 casos de aprendizado em uma manufatura americana. Primeiramente foi modelada uma curva de aprendizado para cada trabalhador, sendo observados oito padrões de aprendizado distintos. Com os parâmetros dessa modelagem, foi estimado o comportamento de todo o grupo através de um gráfico tridimensional onde cada eixo representava um parâmetro da regressão. Pôde-se observar a existência de três *clusters* de trabalhadores. O primeiro era formado pelos parâmetros de trabalhadores que saíram antecipadamente do treinamento inicial, indicando baixo desempenho. O segundo *cluster* representava o comportamento oposto, pois mostrava os dados de trabalhadores que possuíam uma experiência prévia, desempenhando as atividades de forma mais eficiente. No gráfico existia ainda um terceiro *cluster*, que abrigava os parâmetros da maioria dos trabalhadores, caracterizados por um perfil médio de aprendizado.

O presente trabalho difere de Uzumeri e Nembhard (1998) primeiramente na forma de identificar os padrões coletivos de aprendizado. Na proposta apresentada na seção 3, o agrupamento de trabalhadores ocorre com os valores de desempenho previsto nas curvas, as quais foram geradas com base nos parâmetros obtidos na regressão. São utilizadas, também, técnicas de estatística multivariada que permitem verificar a qualidade dos agrupamentos, em oposição à identificação visual de agrupamentos proposta por Uzumeri e Nembhard (1998).

3.3 Metodologia Proposta

O método proposto para o agrupamento de trabalhadores com perfis semelhantes de aprendizado é composto pelas etapas representadas na Figura 3.1. Tais etapas são detalhas na sequência.

Inicialmente, selecionam-se J ($j=1, \dots, J$) trabalhadores que terão seus tempos de aprendizado monitorados. É desejado que cada trabalhador passe por um processo de aprendizado envolvendo uma operação distinta. No momento em que o trabalhador é apresentado a uma nova tarefa, começa a ser cronometrado o tempo demandado para execução de cada repetição. Idealmente, são coletados os tempos desde a primeira repetição (a partir do momento em que o trabalhador é apresentado à tarefa), até o momento em que não há variações relevantes nos dados coletados.

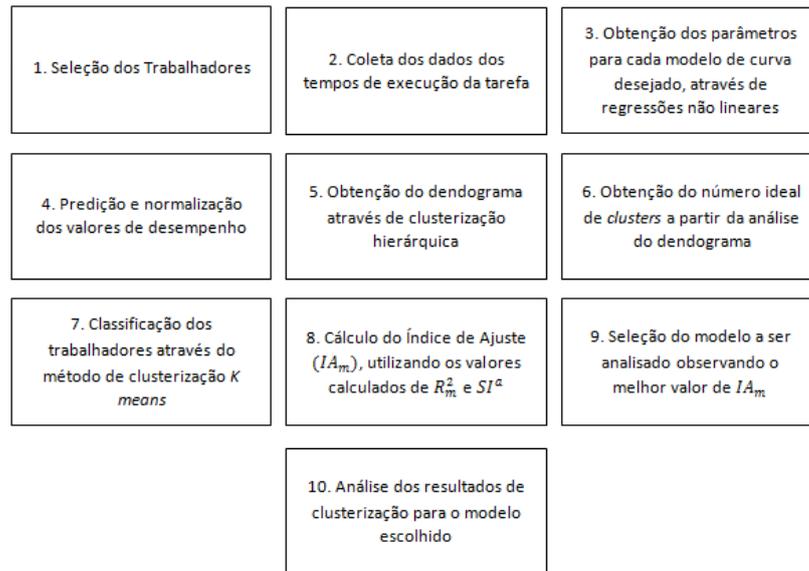


Figura 3.1 Estrutura do método proposto

Os dados de desempenho de um trabalhador j são modelados através de regressões não-lineares a fim de se obter os parâmetros para os seguintes modelos de curvas de aprendizado: (i) Curva Potencial, (ii) Plateau, (iii) Stanford-B, (iv) Hiperbólico de 2 parâmetros, (v) Hiperbólico de 3 parâmetros, e (vi) Exponencial de 3 parâmetros. Os modelos (i) a (iii) modelam dados do tipo “tempo demandado por repetição”, enquanto que os modelos (iv) a (vi) modelam dados do tipo “número de repetições efetivadas em determinado intervalo de tempo”. Tal diferença deve-se a aspectos estruturais dos modelos, os quais são apresentados na sequência.

O primeiro modelo considerado é o **Modelo Potencial**, no formato proposto por Wright (1936), apresentado na equação (3.1). y indica o tempo necessário para execução de uma repetição da operação em análise, enquanto que C_1 é o tempo de execução da primeira repetição. A constante de aprendizado é o parâmetro b , que varia de 0 a -1 . Quanto menor o valor do parâmetro de aprendizado, maior é a taxa de aprendizado.

$$y = C_1 x^b \quad (3.1)$$

O segundo modelo considerado, **Modelo do Plateau**, consiste no acréscimo de uma constante C ao modelo de Wright, sendo dado na equação (3.2). A constante C impõe um limite para o processo de aprendizado, indicando o máximo desempenho que o trabalhador poderá atingir.

$$y = C + C_1 x^b \quad (3.2)$$

O terceiro modelo considerado é o modelo de **Stanford-b**, também uma modificação do Modelo de Wright, representado pela equação (3.3). A modificação consiste em adicionar o parâmetro positivo B , que representa a experiência prévia do indivíduo medida em unidades previamente produzidas.

$$y = C_1(x + B)^b \quad (3.3)$$

O quarto modelo avaliado, **Hiperbólico de 2 Parâmetros**, baseia-se na proposição de Mazur e Hastie (1978), sendo apresentado na equação (3.4). Enfatiza-se que a notação difere dos modelos anteriormente apresentados, sendo y o número de unidades produzidas em um dado intervalo de tempo e x o intervalo de tempo considerado. Neste modelo, o parâmetro de aprendizado é representado por r ; o parâmetro k mostra o nível máximo de aprendizado.

$$y = k\left(\frac{x}{x+r}\right) \quad (3.4)$$

O quinto modelo é o **Hiperbólico de 3 Parâmetros**. Trata-se de uma modificação da equação (3.4). Neste modelo foi adicionado o parâmetro p , que representa a experiência prévia do trabalhador na execução da tarefa. Os demais parâmetros são como na equação (3.4).

$$y = k\left(\frac{x+p}{x+p+r}\right) \quad (3.5)$$

O último modelo é o **Exponencial de 3 fatores**, na equação (3.6). Os parâmetros seguem definições do modelo anterior.

$$y = k\left(1 - e^{-\left(\frac{x+p}{r}\right)}\right) \quad (3.6)$$

A qualidade do ajuste do modelo de curva de aprendizado m ($m=1, \dots, M$) aos dados de desempenho do trabalhador j é avaliada através do coeficiente de determinação R_{jm}^2 . O R^2 indica quanto da variância da variável resposta é explicada pela variância das variáveis explicativas. Seu valor está no intervalo de 0 a 1: Quanto maior o valor, mais explicativo é o modelo. Como um dos propósitos deste artigo é identificar o modelo que melhor se ajusta aos dados de desempenho, avalia-se a qualidade da aderência do modelo m , R_m^2 , para o conjunto de J trabalhadores, conforme a equação (3.7).

$$R_m^2 = \frac{\sum_{j=1}^J R_{jm}^2}{J} \quad m=1, \dots, M \quad (3.7)$$

Na sequência, utilizam-se os parâmetros obtidos pelas diversas modelagens para prever valores de desempenho y para cada trabalhador com base em um intervalo de tempo ou número de repetições pré-determinado (por exemplo, predizem-se dados de desempenho equivalentes a 2 horas de operação através do modelo exponencial). Tal procedimento faz com que exista um número comum de observações de desempenho gerado por cada modelo de curva. Os valores preditos para cada trabalhador são então normalizados, fazendo com que os mesmos apresentem média 0 e desvio-padrão 1. As observações passam a ser consideradas variáveis de clusterização no procedimento de formação de grupos.

As observações de desempenho dos J trabalhadores gerados por um modelo m são então clusterizadas. Cada trabalhador é representado por um vetor contendo os valores preditos. Primeiramente, roda-se uma análise hierárquica para definir o número ideal de *clusters* a serem formados. Neste tipo de análise, as observações são agrupadas segundo algum tipo de métrica de distância e as variáveis são agrupadas conforme medidas de correlação ou associação (Fávero *et al.*, 2009). O número de *clusters* é então utilizado no método *k-means* para a clusterização dos dados gerados pelo modelo m ; a qualidade da clusterização é medida através do *Silhouette Index*.

O *Silhouette Index* ($-1 < SI_j < 1$) mede o quanto uma dada observação j (trabalhador, neste caso) é similar às demais observações em seu próprio *cluster*, comparada às observações alocadas no *cluster* mais próximo a ele. Valores de SI_j próximos a -1 indicam que o trabalhador j foi erroneamente inserido no *cluster* de destino. Valores de SI_j próximos a zero mostram que o trabalhador poderia estar tanto em seu *cluster* de destino quanto em algum outro *cluster*. Valores do SI_j próximos a 1 indicam que o trabalhador está corretamente alocado em seu *cluster*. SI_j é calculado através da equação (3.8), onde $a(j)$ é a média da distância do j -ésimo trabalhador a todos os demais trabalhadores pertencentes ao *cluster* no qual o j -ésimo trabalhador foi alocado. O termo $b(j)$ é a média da distância entre o j -ésimo trabalhador e todos os trabalhador do *cluster* vizinho mais próximo. Usualmente utiliza-se a distância Euclidiana ou de Manhattan para calcular a distância entre trabalhadores.

$$SI_j = \frac{b(j) - a(j)}{\max\{b(j), a(j)\}} \quad (3.8)$$

A média dos valores de SI_j para os J trabalhadores oferece uma noção da qualidade geral da clusterização dos dados de desempenho gerados pelo modelo de curva m , sendo designado por SI_m . Como os valores de SI_m variam de -1 à 1, os mesmos são reescalados para obter-se valores entre 0 e 1, criando o *Silhouette Index Ajustado*, SI_m^a . Tal procedimento faz que SI_m^a e R_m^2 operem no intervalo [0,1].

Por fim, gera-se o Índice de Ajuste (IA_m) para avaliação do desempenho de cada modelo de curva no agrupamento de perfis, conforme equação (3.9). O índice contempla dois aspectos importantes nos esforços de agrupamento dos perfis de aprendizado: (i) a qualidade de aderência do modelo m aos dados de desempenho, e (ii) a qualidade do agrupamento gerado pelos dados de desempenho preditos por um modelo m . O agrupamento de trabalhadores gerado pelo modelo com máximo IA_m deve ser considerado.

$$IA_m = SI_m^a R_m^2 \quad m = 1, \dots, M \quad (3.9)$$

3.4 Resultados e Discussões

Foram coletados dados de desempenho de $J=22$ trabalhadores de uma indústria de calçados localizada no sul do país. A coleta de dados ocorreu no setor de costura, visto como o de maior complexidade em termos dos procedimentos demandados. Trabalhadores com razoável experiência na operação foram considerados na coleta de dados. Os dados foram ajustados aos modelos de curvas nas equações (3.1) a (3.6) utilizando *software* PASW Statistics 18. Os parâmetros e coeficientes R^2 obtidos para cada cruzamento de trabalhador e modelo de curva são apresentados no apêndice. Os valores consolidados de R_m^2 , gerados através da equação (3.7), são apresentados na primeira coluna numérica da Tabela 3.1.

Os parâmetros dos M modelos geraram perfis distintos de desempenho para cada trabalhador. Para os modelos das equações (3.1) a (3.3) foram preditos 140 dados de desempenho. Para os demais modelos foram preditos 22 dados.

Na sequência, rodou-se uma rotina de clusterização hierárquica sobre os dados preditos por cada modelo de curva para a definição do melhor número de agrupamentos a serem criados. A análise dos seis dendogramas sugeriu a formação de dois clusters, como exemplificado para o modelo Potencial, na Figura 3.2. A seguir, os perfis de desempenho

preditos para os J trabalhadores foram clusterizados através da técnica não-hierárquica k -means, com $k=2$. Os perfis foram agrupados através do aplicativo Matlab[®] versão 7.4, sendo calculado SI_m para cada modelo de curva m (ver segunda coluna numérica da Tabela 3.1). O índice IA_m é gerado através da equação (3.9).

A partir da análise dos valores de IA_m , selecionou-se o agrupamento de trabalhadores sugerido pelos dados preditos pelo modelo Exponencial de 3 parâmetros (Exponencial 3). O referido modelo apresentou uma IA_m de 0,7305. Os *clusters* obtidos a partir dos valores preditos por esse modelo vêm apresentados na Tabela 3.2.

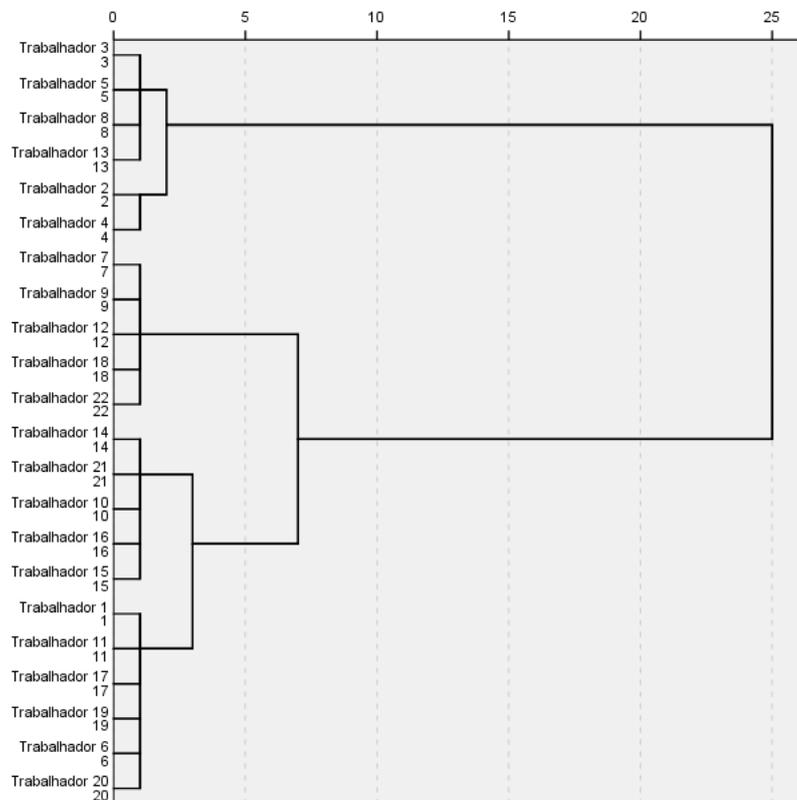


Figura 3.2: Dendrograma obtido pela clusterização do modelo Potencial

Tabela 3.1: Valores de R_m^2 , SI_m , SI_m^a , e IA_m para os modelos de curva testados

	R_m^2	SI_m	SI_m^a	IA_m
Curva Potencial	0,5283	0,8194	0,9097	0,4806
Plateau	0,5434	0,7683	0,8841	0,4804
Stanford-B	0,5339	0,8807	0,9403	0,5021
Hiperbólico 2	0,6702	0,8046	0,9023	0,6047
Hiperbólico 3	0,7279	0,9953	0,9976	0,7262
Exponencial 3	0,7315	0,9972	0,9986	0,7305

Tabela 3.2: Alocação dos trabalhadores aos *clusters*

Indivíduo	Cluster Alocado	Indivíduo	Cluster Alocado
1	2	12	1
2	1	13	1
3	1	14	1
4	1	15	1
5	1	16	2
6	1	17	1
7	1	18	1
8	1	19	1
9	1	20	1
10	1	21	1
11	1	22	1

Os indivíduos 1 e 16, reunidos no *cluster 2*, apresentaram um comportamento similar entre si e distinto dos demais indivíduos alocados no primeiro *cluster*. Os perfis de aprendizado para tais trabalhadores, com base no modelo exponencial de 3 parâmetros (modelo escolhido para análise), são apresentadas na Figura 3.3. Existe nítida similaridade entre tais perfis. A título de comparação, o perfil do trabalhador 16 é confrontado com o perfil do trabalhador 19 (escolhido aleatoriamente), alocado ao *cluster 2* (ver Figura 3.4). Existem diferenças significativas na velocidade de aprendizado e no patamar final de desempenho entre tais trabalhadores. A análise do conjunto total de curvas (não ilustrado) mostra que os trabalhadores do *cluster 2* convergem mais lentamente para o estado estacionário, indicando que ainda estão em processo de aprendizagem. Porém, uma vez atingindo o estado estacionário, tais trabalhadores apresentam produtividade mais elevada. Tal resultado corrobora os achados de Uzumeri e Nembhard (1998).

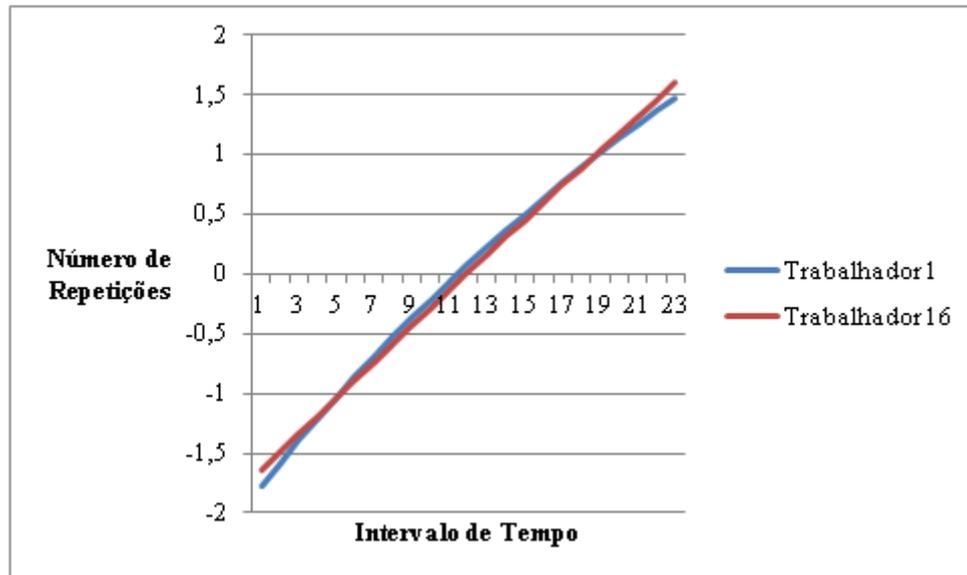


Figura 3.3: Perfil de aprendizado dos trabalhadores inseridos no *cluster 2*

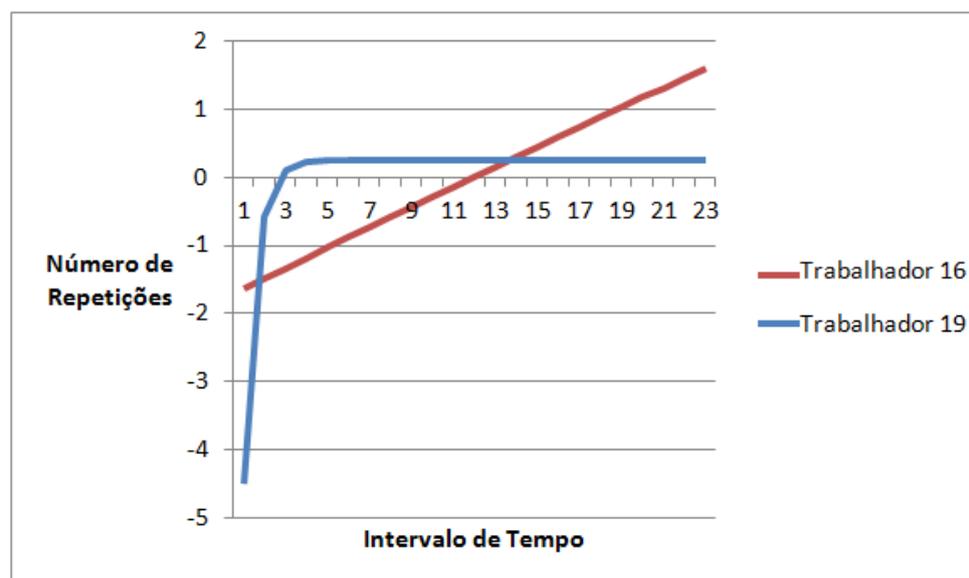


Figura 3.4: Comparação entre os perfis de aprendizado de dois trabalhadores inseridos em *clusters* distintos

Com base nos resultados apresentados no apêndice, pode-se observar ainda que os trabalhadores pertencentes ao *cluster 2* apresentam um valor médio de parâmetro p (parâmetro associado à experiência prévia) igual a 21,7. O valor médio de p dos indivíduos

alocados ao *cluster* 1 é 33,3, sinalizando uma maior experiência prévia em relação aos trabalhadores do *cluster* 2.

No caso da indústria de calçados, tal informação é útil ao alocarem-se tarefas aos trabalhadores. Os trabalhadores no *cluster* 1, caracterizados pelo rápido aprendizado, devem receber lotes de produção menores e ser submetidos a trocas constantes de lotes, já que adaptam-se com maior facilidade às tarefas. O contrário ocorre com os trabalhadores inseridos no *cluster* 2, aos quais devem ser alocados lotes de maior duração; tais trabalhadores convergem a um estado estacionário com uma taxa de produção mais elevada.

3.5 Conclusões

O presente artigo apresentou uma metodologia na qual curvas de aprendizado são utilizadas para formar grupos de trabalhadores com perfis similares de aprendizado. O método proposto envolve técnicas de clusterização e o uso do *Silhouette Index*, juntamente com o Coeficiente de Determinação (R^2), para calcular o valor do Índice de Ajuste (*IA*) proposto. Esse índice permite identificar o melhor modelo de curva com base na aderência aos dados e qualidade das clusterizações geradas.

A metodologia proposta foi aplicada em uma indústria de calçados, onde o processo de aprendizado de 22 trabalhadores foi analisado. Os dados coletados foram modelados por seis modelos distintos de curvas de aprendizado (Potencial, Plateau, Stanford-B, Hiperbólico de 2 parâmetros, Hiperbólico de 3 parâmetros, e Exponencial de 3 parâmetros), gerando parâmetros de aprendizado e desempenho característicos para cada trabalhador. Valores de desempenho previstos a partir de cada modelo foram inicialmente agrupados por técnica de clusterização hierárquica (para definição do melhor número de clusters a serem considerados), donde se concluiu a existência de 2 grupos com perfis distintos de aprendizado. Na sequência, utilizou-se a técnica de clusterização *k-means* para efetivo agrupamento dos perfis, registrando-se o valor do *Silhouette Index*. Por fim, o Índice de Ajuste (*IA*) apontou o modelo Exponencial de três parâmetros como o responsável pela melhor modelagem e agrupamento. Os grupos gerados com base nas previsões do modelo exponencial mostram que trabalhadores alocados no *cluster* 1 são caracterizados por rápido aprendizado e patamar inferior de desempenho. Os trabalhadores alocados no *cluster* 2 apresentam uma taxa de aprendizado menor, porém atingem um patamar de desempenho maior no longo prazo.

Desdobramentos futuros incluem a utilização de técnicas de *data mining* para a classificação dos perfis de aprendizado dos trabalhadores em diversas classes de aprendizado. A utilização de medidas alternativas de aderência dos modelos aos dados também pode ser abordada com vistas ao desenvolvimento de Índices de Ajuste mais robustos.

3.6 Referências

Adler, P. S. Shared Learning. **Management Science**, Stanford, v. 36, n. 8, p. 938-957, 1990.

Adler, P.S.; Clark, K.B. Behind the Learning Curve: A Sketch of the Learning Process. **Management Science**, Evanston, v. 37, n. 3, p. 267-281, 1991.

Anzanello, M.J.; Fogliatto, F.S. Learning curve modeling of work assignment in mass customized assembly lines. **International Journal of Production Research**, London, v. 45, n. 13, p. 2919-2938, 2007.

Argote, L. **Organizational Learning: Creating, Retaining and Transferring Knowledge**. New York: Springer, 1999.

Askin, R.; Goldberg, J. **Design and Analysis of Lean Production Systems**. New York: John Wiley & Sons, 2001.

Badiru, A.B. Computational Survey of Univariate and Multivariate Learning Curve Models. **IEEE Transactions on Engineering Management**, New Jersey, v. 39, n. 2, p. 176-188, 1992.

Biskup, D. A state-of-art review on scheduling with learning effects. **European Journal of operational Research**, Netherlands, v. 188, p. 315-329, 2008.

Cohen, Y.; Dar-El, E.M.; Vitner, G.; Sarin, S. C. Allocation of work to the stations of an assembly line with buffers between stations and three general learning patterns. **Int. J. Intelligent Systems Technologies and Applications**, Olney, v.4, n. 1/2, p. 123-140, 2008.

Cohen, Y.; Vitner, G.; Sarin, S. Work allocation to stations with varying learning slopes and without buffers. **European Journal of Production Research**, Netherlands v. 184, p. 797-801, 2008.

Cook, J.A. Competitive Model of the Japanese Firm. **Journal of Policy Modeling**, New York, v. 13, n. 1, p. 93-114, 1991.

Coromina, A.; Olivella, J.; Pastor, R. A model for the assignment of a set of tasks when work performance depends on experience of all tasks involved. **International Journal Production Economics**, New York, v. 126, p. 335-340, 2010.

Fávero, L. P.; Belfiore, P.; da Silva, F.L.; Chan, B. L. **Análise de Dados**. Rio de Janeiro. Editora Campus, 2009.

Jaber, M.; Guiffrida, A. Learning Curves for Process Generating Defects Requiring Reworks. **European Journal of Production Research**, Netherlands, v. 159, n. 3, p. 663-672, 2004.

Mazur, J. E.; Hastie, R. Learning as Accumulation: a Reexamination of the Learning Curve. **Psychological Bulletin**, Washington DC, v. 85, n. 6, p. 1256-1274, 1978.

Nembhard, D.A.; Uzumeri, M.V. Experimental learning and forgetting for manual and cognitive tasks. **International Journal of Industrial Ergonomics**, London, v. 25, n. 3, p. 315-326, 2000.

Ngwenyama, O.; Guergachi, A.; McLaren, T. Using the learning curve to maximize IT productivity: A decision analysis model for timing software upgrades. **Int. Journal of Production Economics**, New York, v. 105, p. 524-535, 2007.

Prochno, P. Learning Curve? Which One? **Brazilian Administration Review**, Curitiba, v.1, n.1, p. 53-66, 2004.

Pruett, M.; Thomas, H. Experience-based learning in innovation and production. **R&D Management**, Oxford, v. 38, n. 2, p. 141-153, 2008.

Rohrbach, A. Economical production of all-metal airplanes and seaplanes. **Journal of the Society of Automotive Engineers**, Washington DC, v. 20, p. 57-66, 1927.

Söderholm, P.; Sundqvist, T. Empirical challenges in the use of learning curves for assessing the economic prospects of renewable energy technologies. **Renewable Energy**, Brighton, v. 32, p. 2559-2578, 2007.

Teplitz, C.J. **The Learning Curve Deskbook**: A reference Guide to Theory, Calculations and Applications. New York: Quorum Books, 1991.

Toksari, M. D.; Isleyen, S. K.; Güner, E.; Baykoç, O. F. Simple and U-type line balancing problems with a learning effect. **Applied Mathematical Modelling**, Swansea, v. 32, p. 2954-2961, 2008.

Uzumeri, M.; Nembhard, D. A Population of Learners: A New Way to Measure Organizational Learning. **Journal of Operations Management**, Netherlands, v. 16, n. 5, p. 515-528, 1998.

Wright, T. P. Factors Affecting the Cost of Airplanes. **Journal of the Aeronautical Sciences**, London, v. 3, p. 122-128, 1936.

Apêndice: Parâmetros e coeficientes R^2 para os cruzamentos de trabalhadores e modelos de curvas

	Curva Potencial	Plateau	Stanford-B	Hiperbólico de 2 Parâmetros	Hiperbólico de 3 Parâmetros	Exponencial de 3 Parâmetros
Trabalhador 1	C=35,970 b=-0,127 R ² =0,39	C=24,758 b=-0,528 B=-18,370 R ² =0,424	C=35,970 b=-0,127 B=0 R ² =0,39	k=32,091 r=4,843 R ² =0,55	k=2248,688 r=849,729 p=9,908 R ² =0,809	k=47263,482 r=22493,639 p=9,854 R ² =0,711
Trabalhador 2	C=184,766 b=-0,283 R ² =0,822	C=184,766 b=-0,283 B=0 R ² =0,82	C=220,803 b=-0,331 B=1,126 R ² =0,831	k=15,749 r=41,039 R ² =0,88	k=20,382 r=81,716 p=7,712 R ² =0,886	k=15,303 r=78,078 p=11,981 R ² =0,884
Trabalhador 3	C=218,933 b=-0,237 R ² =0,768	C=218,933 b=-0,237 B=0 R ² =0,768	C=360,242 b=-0,365 B=4,141 R ² =0,764	k=9,323 r=29,525 R ² =0,848	k=10,442 r=49,406 p=8,885 R ² =0,858	k=8,681 r=67,604 p=19,8 R ² =0,848
Trabalhador 4	C=246,666 b=-0,273 R ² =0,795	C=227,112 b=-0,364 B=30,454 R ² =0,80	C=258,151 b=-0,285 B=0,203 R ² =0,824	k=9,723 r=33,556 R ² =0,89	k=9,615 r=3,292 p=0 R ² =0,894	k=7,822 r=35,96 p=1,056 R ² =0,879
Trabalhador 5	C=158,754 b=-0,236 R ² =0,745	C=158,744 b=-0,236 B=0 R ² =0,745	C=312,888 b=-0,406 B=6,839 R ² =0,796	k=13,478 r=27,933 R ² =0,899	k=15,116 r=42,577 p=5,103 R ² =0,906	k=11,455 r=41,624 p=7,608 R ² =0,91
Trabalhador 6	C=62,356 b=-0,096 R ² =0,477	C=62,356 b=-0,096 B=0 R ² =0,477	C=67,506 b=-0,110 B=3,955 R ² =0,387	k=16,04 r=5,495 R ² =0,681	k=32,161 r=196,583 p=98,91 R ² =0,804	k=24,102 r=193,011 p=114,968 R ² =0,803
Trabalhador 7	C=237,797 b=-0,153 R ² =0,459	C=222,256 b=-0,171 B=16,914 R ² =0,459	C=248,485 b=-0,165 B=0,553 R ² =0,451	k=5,257 r=15,622 R ² =0,457	k=5,23 r=1,543 p=0 R ² =0,458	k=4,723 r=28,906 p=6,798 R ² =0,448
Trabalhador 8	C=190,752 b=-0,249 R ² =0,796	C=190,752 b=-0,249 B=0 R ² =0,796	C=314,890 b=-0,379 B=4,281 R ² =0,843	k=15,46 r=53,386 R ² =0,87	k=31,443 r=240,207 p=20,262 R ² =0,911	k=18,635 r=146,029 p=20,413 R ² =0,911
Trabalhador 9	C=90,488 b=-0,151 R ² =0,629	C=90,535 b=-0,156 B=0,01 R ² =0,74	C=99,184 b=-0,174 B=1,357 R ² =0,614	k=13,962 r=8,401 R ² =0,762	k=17,598 r=36,755 p=22,862 R ² =0,804	k=14,782 r=55,09 p=36,102 R ² =0,802
Trabalhador 10	C=37,317 b=-0,064 R ² =0,192	C=14,271 b=-0,384 B=25,857 R ² =0,20	C=37,317 b=-0,064 B=0,064 R ² =0,192	k=22,487 r=2,583 R ² =0,896	k=27,083 r=19,326 p=29,318 R ² =0,934	k=24,437 r=46,247 p=53,177 R ² =0,931
Trabalhador 11	C=162,039 b=-0,134 R ² =0,481	C=115,877 b=-0,293 B=58,095 R ² =0,487	C=795,676 b=-0,429 B=77,205 R ² =0,375	k=7,158 r=10,663 R ² =0,669	k=7,535 r=19,366 p=11,105 R ² =0,69	k=6,94 r=50,783 p=35,369 R ² =0,685

	Curva Potencial	Plateau	Stanford-B	Hiperbólico de 2 Parâmetros	Hiperbólico de 3 Parâmetros	Exponencial de 3 Parâmetros
Trabalhador 12	C=375,312 b=-0,170 R ² =0,635	C=377,526 b=-0,172 B=0,1 R ² =0,697	C=417,531 b=-0,2 B=1,161 R ² =0,641	k=3,567 r=23,917 R ² =0,501	k=3,939 r=43,853 p=12,225 R ² =0,507	k=3,954 r=136,667 p=61,7 R ² =0,496
Trabalhador 13	C=334,946 b=-0,257 R ² =0,740	C=334,946 b=-0,257 B=0 R ² =0,74	C=1037,856 b=-0,529 B=11,556 R ² =0,790	k=7,631 r=66,907 R ² =0,812	k=13,662 r=299,103 p=40,165 R ² =0,88	k=8,625 r=199,691 p=41,208 R ² =0,881
Trabalhador 14	C=118,185 b=-0,077 R ² =0,348	C=118,185 b=-0,077 B=0 R ² =0,348	C=150,341 b=-0,131 B=11,681 R ² =0,270	k=7,393 r=5,296 R ² =0,539	k=7,668 r=10,322 p=10,739 R ² =0,555	k=7,288 r=42,263 p=44,299 R ² =0,544
Trabalhador 15	C=119,660 b=-0,052 R ² =0,206	C=32,416 b=-0,563 B=95,516 R ² =0,243	C=119,660 b=-0,052 B=0 R ² =0,206	k=6,571 r=3,733 R ² =0,593	k=6,878 r=7,316 p=7,82 R ² =0,613	k=6,357 r=20,569 p=19,51 R ² =0,637
Trabalhador 16	C=62,057 b=-0,061 R ² =0,116	C=62,057 b=-0,061 B=0 R ² =0,116	C=7566,831 b=-0,873 B=264,602 R ² =0,346	k=13,109 r=2,952 R ² =0,201	k=117,397 r=278,426 p=26,868 R ² =0,545	k=44655,744 r=146055,696 p=33,662 R ² =0,538
Trabalhador 17	C=59,398 b=-0,112 R ² =0,432	C=35,947 b=-0,278 B=26,311 R ² =0,441	C=59,398 b=-0,112 B=0 R ² =0,432	k=17,32 r=4,733 R ² =0,766	k=17,32 r=0,473 p=0 R ² =0,766	k=73,533 r=76,578 p=14,443 R ² =0,732
Trabalhador 18	C=191,916 b=-0,165 R ² =0,548	C=191,916 b=-0,165 B=0 R ² =0,567	C=212,044 b=-0,183 B=1,966 R ² =0,518	k=6,982 r=14,893 R ² =0,582	k=7,928 r=35,434 p=15,674 R ² =0,595	k=7,807 r=108,661 p=60,064 R ² =0,585
Trabalhador 19	C=202,079 b=-0,116 R ² =0,611	C=202,079 b=-0,116 B=0 R ² =0,611	C=213,802 b=-0,123 B=2,436 R ² =0,594	k=5,253 r=12,164 R ² =0,562	k=8,573 r=19,607 p=11,217 R ² =0,7	k=35,493 r=342,764 p=33,055 R ² =0,68
Trabalhador 20	C=155,834 b=-0,105 R ² =0,331	C=76,572 b=-0,497 B=94,302 R ² =0,347	C=155,834 b=-0,105 B=0 R ² =0,331	k=6,095 r=6,347 R ² =0,445	k=6,372 r=10,721 p=3,335 R ² =0,454	k=5,763 r=23,149 p=15,567 R ² =0,747
Trabalhador 21	C=205,844 b=-0,080 R ² =0,315	C=13760,454 b=-0,001 B=13555,925 R ² =0,326	C=4028,995 b=-0,658 B=105,663 R ² =0,365	k=4,066 r=5,492 R ² =0,461	k=4,874 r=37,109 p=44,962 R ² =0,562	k=4,248 r=68,231 p=68,832 R ² =0,565
Trabalhador 22	C=101,434 b=-0,183 R ² =0,786	C=79,118 b=-0,353 B=29,694 R ² =0,802	C=101,434 b=-0,183 B=0 R ² =0,786	k=16,096 r=14,428 R ² =0,881	k=16,096 r=1,443 p=0 R ² =0,882	k=13,335 r=16,7 p=0,473 R ² =0,876

4. Terceiro Artigo: Obtenção de agrupamentos homogêneos de trabalhadores através do Índice de Similaridade e de análise fatorial

Renato Eduardo Stroieke

Flávio Sanson Fogliatto

Michel Jose Anzanello

Artigo enviado para publicação na revista Produção (ABEPRO)

Resumo

Em uma linha de montagem, é desejado que os trabalhadores em um mesmo posto de trabalho possuam velocidade similar de realização da tarefa, evitando deste modo a formação de gargalos. O presente artigo apresenta um método para a formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores utilizando um Índice de Similaridade (*IS*). Inicialmente, modelam-se dados de desempenho de trabalhadores através da curva de aprendizado Hiperbólica de 3 parâmetros. Os parâmetros de aprendizado gerados pela modelagem são então utilizados para obter o Índice de Comunalidade das Equações (*IC*). A Distância de Hausdorff (*DH*) é calculada entre cada dupla de curvas e então reescalada, resultando na Distância de Hausdorff Reescalada (*DHe*). Um Índice de Similaridade (*IS*), obtido pelo produto entre *IC* e *DHe*, indica a semelhança entre os perfis de aprendizado de trabalhadores avaliados aos pares. Por fim, através de análise fatorial, criam-se agrupamentos de trabalhadores com perfis de aprendizado semelhantes. Um estudo de caso ilustra as proposições do artigo.

Palavras-chave: Curvas de Aprendizado, Distância de Hausdorff, Perfil de trabalhadores, Análise Fatorial.

Obtaining homogeneous grouping of labor through the similarity index and factor analysis

Abstract

In an assembly line it is desired that the workers in a same work post have the similar speed to perform a task, this way avoiding constraints formation. This article presents a method for homogeneous grouping of labor using a similarity index. Initially performance data are modeled through the hyperbolic learning curve of 3 parameters. The learning parameters

generated by the modeling are then used to obtain the commonality of equations index. The Hausdorff distance is calculated between each curve pair and then is rescaled, resulting in the Hausdorff Rescaled distance. A Similarity Index is obtained by the product of the other two indexes, which indicates the similarity between the learning profiles of workers evaluated in pairs. Lastly, through the factorial analysis, grouping of workers with similar learning profiles are created. A case study illustrates the article propositions.

Key-words: learning curve, Hausdorff distance, workers profile, Factorial analysis.

4.1 Introdução

Diversos métodos que têm por objetivo tornar os processos fabris mais eficientes, reduzindo perdas e o tempo demandado para manufatura, têm sido propostos na literatura. Alguns desses métodos envolvem o mapeamento da mão-de-obra disponível na empresa. São várias as características desejadas em trabalhadores alocados a postos de trabalho. Entretanto, a velocidade de execução da tarefa e a qualidade do produto resultante costumam ser as características mais valorizadas.

Em uma linha de montagem, é desejado que os trabalhadores possuam uma velocidade similar de execução da tarefa, evitando deste modo a formação de gargalos. Porém, a cada mudança realizada na tarefa (ou alteração do modelo de produto em manufatura), um novo processo individual de aprendizado é iniciado, durando até que o trabalhador adquira destreza e alcance um patamar satisfatório de desempenho. Assim, é desejável que trabalhadores alocados a um mesmo posto de trabalho apresentem processos de aprendizado similares (não só em velocidade de aprendizado, mas também em patamares finais de desempenho), o que pode ser verificado através de suas curvas de aprendizado.

O estudo da similaridade entre trabalhadores ainda não se encontra satisfatoriamente explorado na literatura. O tema é abordado nos trabalhos de Uzumeri e Nembhard (1998) e, mais recentemente, em Stroieke *et al.* (2011). Uzumeri e Nembhard (1998) agruparam trabalhadores com base nos parâmetros da curva hiperbólica de 3 parâmetros, observando a formação de três grupos de trabalhadores com perfis de aprendizado distintos. O primeiro grupo representava os trabalhadores com elevados patamares de desempenho; o segundo grupo representava os trabalhadores que obtinham resultados intermediários, enquanto que o terceiro grupo representava os trabalhadores com desempenho inferior.

Stroieke *et al.* (2011) apresentaram um método para o agrupamento de trabalhadores através de ferramentas de clusterização e do *Silhouette Index*. Clusterizando os dados das curvas de aprendizado de trabalhadores que operavam em uma indústria de calçados, os autores observaram a formação de dois agrupamentos de trabalhadores. Os trabalhadores alocados no primeiro *cluster* caracterizavam-se por rápido aprendizado e patamar inferior de desempenho final, enquanto que os trabalhadores alocados no segundo *cluster* apresentaram aprendizado lento, porém atingiram patamares superiores de desempenho ao serem comparados com o primeiro grupo.

Este artigo propõe um método para a formação de grupos de trabalhadores com perfil homogêneo de aprendizado. Para tanto, dados de desempenho de trabalhadores são modelados através da curva de aprendizado hiperbólica de 3 parâmetros. A similaridade de aprendizado dos trabalhadores é analisada em duas frentes: na primeira, os parâmetros são analisados através do Índice de Comunalidade das Equações (*IC*), que quantifica a similaridade entre os perfis gerados por diferentes trabalhadores. Na segunda, os parâmetros obtidos pela modelagem são utilizados para prever o desempenho dos trabalhadores em corridas futuras de produção (gerando para isso novas curvas), as quais têm suas distâncias de Hausdorff (*DH*) determinadas com vistas a avaliar a semelhança entre as curvas. Um Índice de Similaridade (*IS*), que unifica os índices de similaridade entre curvas gerados anteriormente, é então determinado e utilizado como indicador da semelhança entre um trabalhador *i* e os demais trabalhadores. Por fim, grupos de trabalhadores com perfis semelhantes de aprendizado são criados através da aplicação da análise fatorial sobre a matriz de índices *IS* gerada anteriormente.

Nesse trabalho, é utilizada a distância de Hausdorff (*DH*) para calcular-se a similaridade entre curvas. A *DH* fornece uma medida de distância entre pontos de duas curvas, sendo que valores reduzidos de *DH* apontam curvas similares. Por sua vez, o Índice de Comunalidade de Forma (*Shape Commonality Index*) foi anteriormente utilizado por Chowdhury e Siddique (2010) na identificação de produtos passivos de compartilhar uma mesma plataforma, em um contexto de customização em massa. Este artigo inova ao adaptar parte desse trabalho para o cálculo da similaridade entre trabalhadores, em uma aplicação inédita do índice.

A principal contribuição deste artigo é desenvolver um método que gere agrupamentos homogêneos de trabalhadores, através da semelhança entre os perfis de duplas de trabalhadores. Outra contribuição vem da modelagem de curvas de aprendizado em conjunto com indicadores de proximidade de perfis, mais especificamente a distância de Hausdorff e o índice de comunalidade de forma, tendo sido este último adaptado para avaliar a similaridade de curvas de aprendizado.

O artigo está organizado como segue, além desta introdução. Na seção 4.2 é apresentada uma breve revisão da literatura abordando curvas de aprendizado e agrupamento de trabalhadores. A seção 4.3 traz a apresentação do método proposto, enquanto que a seção 4.4 ilustra o método proposto através de um estudo de caso. As conclusões do artigo são apresentadas na seção 4.5.

4.2 Referencial Teórico

Wright (1936) propôs o primeiro modelo de curva de aprendizado observando o comportamento apresentado por montadores de aviões. O autor verificou que, para cada duplicação da quantidade de aeronaves produzidas, o custo acumulado médio era reduzido em 20%. O modelo de Wright é apresentado na equação (4.1).

$$y = C_1 x^b \quad (4.1)$$

onde y indica o tempo necessário para execução da repetição x da tarefa observada, e C_1 é o tempo de execução da primeira repetição. O parâmetro b indica a velocidade de aprendizado, com valores variando entre 0 e -1; quanto mais próximo de -1, maior é a taxa de aprendizado.

Com o avanço das pesquisas sobre curvas de aprendizado, a eq. (4.1) foi adaptada para situações distintas. O modelo Stanford-b (Anzanello e Fogliatto, 2007; Garg e Milliman, 1961) é o modelo de Wright acrescido do parâmetro B , o que eleva o patamar de desempenho considerando a experiência prévia do trabalhador, segundo a equação (4.2).

$$y = C_1(x + B)^b \quad (4.2)$$

O modelo na equação (4.3) é também uma modificação do modelo de Wright, onde é adicionado o parâmetro M , denominado fator de incompressibilidade, que varia de 0 a 1 (Anzanello E Fogliatto, 2007). Esse fator representa a proporção do tempo total de operação

constituído por procedimentos automatizados. Se o processo não possui interferência de maquinário, a equação se reduz à equação (4.1).

$$y = C_1[M + (1 - M)x^b] \quad (4.3)$$

O Modelo do Plateau, apresentado na equação (4.4), consiste no acréscimo de uma constante C ao modelo de Wright. Tal constante limita o processo de aprendizado, indicando o máximo desempenho que o trabalhador poderá atingir (Yelle, 1979).

$$y = C + C_1x^b \quad (4.4)$$

Knecht (1974) introduziu o primeiro modelo de curva de aprendizado exponencial, apresentado na equação (4.5). Seu modelo utiliza conjuntamente funções exponenciais e potenciais, buscando aprimorar a modelagem de processos caracterizados por um elevado número de repetições (Anzanello e Fogliatto, 2007), apresentando uma segunda constante c .

$$y = C_1x^be^{cx} \quad (4.5)$$

Mazur e Hastie (1978) introduziram o conceito de curvas de aprendizado hiperbólicas, modificando a lógica dos eixos da curva de Wright. O modelo hiperbólico de 2 parâmetros, na equação (4.6), tem y como o número de unidades produzidas em um dado intervalo de tempo e x como o intervalo de tempo considerado. Neste modelo, o parâmetro de aprendizado é representado por r e o parâmetro k corresponde ao nível máximo de aprendizado.

$$y = k\left(\frac{x}{x+r}\right) \quad (4.6)$$

Mazur e Hastie (1978), com o intuito de captar a experiência prévia do trabalhador na execução da tarefa, adicionaram o parâmetro p à equação (4.6), gerando o modelo hiperbólico de três parâmetros, apresentado na equação (4.7) (Anzanello e Fogliatto, 2007).

$$y = k\left(\frac{x+p}{x+p+r}\right) \quad (4.7)$$

Os primeiros autores a utilizarem a curva de aprendizado com o objetivo de identificar agrupamentos de trabalhadores foram Uzumeri e Nembhard (1998). Em seu trabalho, os autores analisaram 3874 casos de aprendizado em uma manufatura americana. Os casos foram modelados através da curva de aprendizado hiperbólica e os parâmetros analisados através de gráficos tridimensionais, cada eixo representando os três parâmetros k , p e r . A disposição dos parâmetros evidenciou a existência de três perfis de aprendizado distintos: (i) um grupo

formado por trabalhadores que apresentavam baixo desempenho, indicando que deixaram o treinamento inicial antes de o mesmo ser finalizado, (ii) um grupo marcado pela presença de trabalhadores detentores de experiência prévia, desempenhando as atividades de forma mais eficiente, e (iii) um grupo que abrigava a maioria dos trabalhadores, detentores de um perfil médio de aprendizado.

Stroieke *et al.* (2011) apresentaram uma metodologia na qual curvas de aprendizado são utilizadas para formar grupos de trabalhadores com perfis similares de aprendizado. A metodologia foi aplicada em trabalhadores de uma indústria de calçados. Na sistemática proposta, dados de desempenho de trabalhadores foram ajustados a seis modelos distintos de curvas de aprendizado (Potencial, Plateau, Stanford-B, Hiperbólico de 2 parâmetros, Hiperbólico de 3 parâmetros, e Exponencial de 3 parâmetros), gerando parâmetros de aprendizado para cada modelo. Valores de desempenho preditos a partir de cada modelo foram agrupados através da ferramenta de clusterização *k-means*, e o desempenho do agrupamento avaliado através do *Índice Silhouette (IS)*. O melhor modelo foi selecionado através de um índice de ajuste gerado a partir do *IS* e do coeficiente de determinação R^2 (que mede a aderência de cada modelo de curva aos dados de desempenho). Dois grupos de trabalhadores foram gerados com base nas previsões do modelo exponencial de 3 parâmetros (selecionado como o melhor modelo): trabalhadores inseridos no *cluster 1* foram caracterizados por rápido aprendizado e patamares inferiores de desempenho; trabalhadores alocados ao *cluster 2*, em contrapartida, apresentaram uma taxa de aprendizado menor e elevados patamares de desempenho.

Chowdhury e Sissique (2010), abordando o problema da formação de plataformas no desenvolvimento de produtos, propuseram um cálculo de comunalidade entre plataformas com o intuito de formar uma plataforma de produtos robusta, que suportasse uma grande variedade de produtos. Os autores criaram um índice de Comunalidade Dimensional, que permite determinar a porcentagem de semelhança dimensional entre plataformas. O índice de Comunalidade Dimensional tem sua formulação alterada neste trabalho, com vistas à representação da similaridade entre perfis de aprendizado.

4.3 Metodologia Proposta

O presente método é composto por quatro passos. O primeiro passo tem por objetivo calcular o Índice de Comunalidade (IC) das equações que caracterizam o aprendizado dos indivíduos em estudo, analisados dois a dois. O segundo passo consiste na obtenção da distância de Hausdorff (DH) entre as curvas de aprendizado dos trabalhadores, também analisados dois a dois. O terceiro passo consiste no cálculo do Índice de Similaridade (IS) entre trabalhadores. Por fim, o quarto passo agrupa os trabalhadores com perfis similares através dos pesos gerados pela análise fatorial. Esses passos são detalhados na sequência.

Passo 1: *Cálculo do Índice de Comunalidade das Equações*

Primeiramente, selecionam-se os trabalhadores para coleta dos dados de desempenho, sendo que cada trabalhador deve conhecer os preceitos básicos de execução das tarefas consideradas. Os tempos de execução da tarefa são registrados desde a primeira repetição até o momento em que não ocorrem variações significativas nos tempos dos dados coletados, permitindo estimar o número de repetições efetivadas em determinado intervalo de tempo. Tais dados são então modelados através da curva Hiperbólica de 3 Parâmetros, apresentada na equação (4.7) (MAZUR e HASTIE, 1978):

$$y = k \left(\frac{x+p}{x+p+r} \right) \quad (4.7)$$

Este modelo foi escolhido por apresentar um bom ajuste a dados empíricos, conforme reportado por Anzanello e Fogliatto (2007). Na equação (4.7), y representa o número de unidades produzidas em um dado intervalo de tempo e x o intervalo de tempo considerado. O parâmetro de aprendizado é representado por r ; o parâmetro k mostra o nível máximo de aprendizado e o parâmetro p representa a experiência prévia do trabalhador na execução da tarefa.

Os parâmetros são então utilizados no cálculo do Índice de Comunalidade das equações (IC), calculado para todas as duplas ij de trabalhadores, conforme apresentado na equação (4.8):

$$IC_{ij} = \frac{1}{3} (d_{ij}^k + d_{ij}^r + d_{ij}^p), \quad (4.8)$$

onde d_{ij}^k é o valor de similaridade do parâmetro k , dado na equação (4.9), d_{ij}^r é o valor de

similaridade do parâmetro r [equação (4.10)] e d_{ij}^p é o valor de similaridade do parâmetro p , dado na equação (4.11).

$$d_{ij}^k = 1 - \left(\frac{k_{max} - k_{min}}{k_{max}} \right) \quad (4.9)$$

$$d_{ij}^r = 1 - \left(\frac{r_{max} - r_{min}}{r_{max}} \right) \quad (4.10)$$

$$d_{ij}^p = 1 - \left(\frac{p_{max} - p_{min}}{p_{max}} \right) \quad (4.11)$$

Nessas equações, os índices *max* e *min* indicam, respectivamente, o maior e menor valor do parâmetro de aprendizado da dupla de trabalhadores em análise. O procedimento é realizado para todas as combinações de duplas de trabalhadores.

Passo 2: Cálculo da distância de Hausdorff (DH) entre as curvas de aprendizado

Os parâmetros estimados no passo anterior são utilizados na geração de curvas que descrevem o desempenho dos trabalhadores em um intervalo pré-definido de operação (ver Stroeke et al., 2011). As curvas X e Y , que representam os perfis de aprendizado dos trabalhadores i e j respectivamente, terão sua distância de Hausdorff (DH) obtida através do procedimento descrito na sequência. O vetor que representa a curva de aprendizado do trabalhador i pode ser expresso pela equação (4.12), enquanto que o vetor referente à curva de aprendizado do trabalhador j pode ser expresso pela equação (4.13). A DH é definida como segue (Huttenlocher e Kedem, 1990; Huttenlocher et al., 1993; Belogay et al. *apud* Fogliatto, 2008). Sejam X e Y as curvas de aprendizado em questão:

$$X = [(x_1, t_1) \dots (x_M, t_M)] \quad (4.12)$$

$$Y = [(y_1, t_1) \dots (y_N, t_N)] \quad (4.13)$$

Considere $e[(x_m, t_m); (y_n, t_n)]$ a distância euclidiana entre (x_m, t_m) e (y_n, t_n) , dada por:

$$e[(x_m, t_m); (y_n, t_n)] = \sqrt{(t_n - t_m)^2 + (x_n - x_m)^2} \quad (4.14)$$

Sejam $h_1, h_2 \dots h_{m+n}$, as $m + n$ distâncias, definidas por:

$$h_m = \min_{n=1 \dots N} [e[(x_m, t_m); (y_n, t_n)]]; \quad m=1 \dots M \quad (4.15)$$

$$h_n = \min_{m=1 \dots M} [e[(x_m, t_m); (y_n, t_n)]]; \quad n=1 \dots N \quad (4.16)$$

A distância de Hausdorff entre as curvas de aprendizado dos trabalhadores i e j é definida conforme a equação (4.17):

$$DH_{ij} = h^{\sim}, \quad (4.17)$$

onde, h^{\sim} é a mediana das $m + n$ distâncias h_1, h_2, \dots, h_{m+n} .

Na sequência, definem-se os valores máximo e mínimo das distâncias de Hausdorff (max e min , respectivamente) calculadas entre todos os trabalhadores; tais dados permitem reescalonar as DH 's calculadas anteriormente através da equação (4.18).

$$DH_{eij} = \frac{max - DH_{ij}}{max - min} \quad (4.18)$$

O reescalonamento gera valores de distância no intervalo $[0,1]$, invertendo a notação de menor-é-melhor para maior-é-melhor. As curvas i e j mais afastadas entre si apresentarão valores de DH_{eij} próximos a 0, minimizando a chance de os mesmos permanecerem no mesmo agrupamento.

Passo 3: Cálculo do índice de similaridade entre trabalhadores

O terceiro passo consiste na obtenção do Índice de similaridade (IS) para a dupla de trabalhadores ij , através da equação (4.19).

$$IS_{ij} = IC_{ij} \times DH_{eij} \quad (4.19)$$

Esse índice quantifica a similaridade (ou correlação, neste caso) entre os perfis de aprendizado dos trabalhadores i e j , e pode ser armazenado através de uma matriz onde cada cruzamento de linha e coluna confronta a similaridade entre uma dupla de trabalhadores.

Passo 4: Obtenção de agrupamentos homogêneos de trabalhadores através de análise fatorial

A análise fatorial define a estrutura inerente entre as variáveis, permitindo a formação dos agrupamentos de trabalhadores. Essa ferramenta permite analisar a estrutura de correlações de um grande número de variáveis, definindo conjuntos de variáveis fortemente relacionadas (chamadas fatores).

A análise fatorial é aplicada sobre a matriz composta pelos índices IS_{ij} . Os autovalores gerados pela análise permitem gerar grupos de trabalhadores com base na similaridade dos

perfis de desempenho. O número de fatores a serem retidos na análise pode ser definido através do *scree graph*, que aponta a intensidade de contribuição de cada fator na explicação na variância do sistema.

As cargas (autovalores) dos fatores retidos são analisadas graficamente com vistas à identificação de trabalhadores com perfis similares de desempenho. A definição do número de agrupamentos, bem como a inserção dos trabalhadores em cada grupo, é executada de análise visual, porém uma ferramenta de clusterização poderia ser utilizada para esse fim. Sistemáticas de rotação de cargas podem ser utilizadas para facilitar a identificação de agrupamentos no gráfico gerado (HAIR *et al*, 2009).

4.4 Resultados e Discussões

O método proposto foi aplicado em dados de desempenho de 20 trabalhadores em uma indústria calçadista. Os dados foram modelados através da equação (4.7), e os parâmetros k , p e r obtidos para cada trabalhador utilizados na geração de 20 perfis de aprendizado, conforme descrito no passo 2 da seção 4.3. Os intervalos de tempo considerados para a construção das curvas foram de 10 minutos.

Através dos parâmetros obtidos foram calculados os Índices de Comunalidade (IC) para cada dupla de trabalhadores i e j , apresentados na Tabela 4.1. Os trabalhadores 8 e 18 apresentam o menor IC ($IC= 0,19$) por conta da significativa diferença de magnitude entre os parâmetros das curvas de aprendizado estimados para tais trabalhadores (os parâmetros não são apresentados por limitações de espaço). Da mesma forma, os trabalhadores 14 e 20 apresentam a maior comunalidade entre seus perfis de aprendizado ($IC= 0,89$). Na sequência, calculou-se a Distância de Hausdorff (DH_{ij}) entre os pares de curvas de aprendizado, os quais são apresentados na Tabela 4.2. Quanto menor o valor de DH_{ij} , mais próximas são as curvas de aprendizado, indicando trabalhadores que apresentam perfis de aprendizado similares, principalmente quando o estado estacionário de desempenho é atingido.

Tabela 4.1: Índice de Comunalidade (IC_{ij}) entre pares de trabalhadores (os rótulos de linha e coluna identificam o trabalhador)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1,00	0,47	0,66	0,52	0,39	0,40	0,55	0,66	0,38	0,50	0,60	0,54	0,68	0,54	0,28	0,43	0,62	0,27	0,57	0,59
2	0,47	1,00	0,45	0,21	0,35	0,73	0,57	0,74	0,44	0,85	0,27	0,74	0,50	0,49	0,28	0,50	0,42	0,26	0,78	0,56
3	0,66	0,45	1,00	0,43	0,41	0,61	0,63	0,61	0,47	0,56	0,54	0,57	0,51	0,38	0,25	0,54	0,85	0,21	0,53	0,43
4	0,52	0,21	0,43	1,00	0,36	0,21	0,22	0,32	0,36	0,22	0,72	0,21	0,62	0,43	0,53	0,42	0,49	0,75	0,20	0,48
5	0,39	0,35	0,41	0,36	1,00	0,46	0,62	0,31	0,86	0,39	0,43	0,53	0,21	0,42	0,75	0,75	0,47	0,59	0,45	0,34
6	0,40	0,73	0,61	0,21	0,46	1,00	0,67	0,61	0,55	0,83	0,33	0,64	0,29	0,56	0,38	0,50	0,51	0,34	0,78	0,50
7	0,55	0,57	0,63	0,22	0,62	0,67	1,00	0,55	0,68	0,71	0,32	0,79	0,35	0,67	0,46	0,59	0,55	0,44	0,73	0,57
8	0,66	0,74	0,61	0,32	0,31	0,61	0,55	1,00	0,37	0,73	0,40	0,63	0,54	0,45	0,21	0,46	0,57	0,19	0,76	0,52
9	0,38	0,44	0,47	0,36	0,86	0,55	0,68	0,37	1,00	0,48	0,44	0,65	0,22	0,49	0,68	0,86	0,53	0,54	0,55	0,38
10	0,50	0,85	0,56	0,22	0,39	0,83	0,71	0,73	0,48	1,00	0,32	0,64	0,36	0,58	0,31	0,53	0,49	0,28	0,81	0,64
11	0,60	0,27	0,54	0,72	0,43	0,33	0,32	0,40	0,44	0,32	1,00	0,28	0,62	0,47	0,56	0,49	0,65	0,49	0,28	0,52
12	0,54	0,74	0,57	0,21	0,53	0,64	0,79	0,63	0,65	0,64	0,28	1,00	0,48	0,62	0,37	0,57	0,52	0,37	0,79	0,54
13	0,68	0,50	0,51	0,62	0,21	0,29	0,35	0,54	0,22	0,36	0,62	0,48	1,00	0,62	0,43	0,28	0,49	0,37	0,39	0,67
14	0,54	0,49	0,38	0,43	0,42	0,56	0,67	0,45	0,49	0,58	0,47	0,62	0,62	1,00	0,67	0,36	0,31	0,60	0,64	0,89
15	0,28	0,28	0,25	0,53	0,75	0,38	0,46	0,21	0,68	0,31	0,56	0,37	0,43	0,67	1,00	0,58	0,31	0,78	0,35	0,58
16	0,43	0,50	0,54	0,42	0,75	0,50	0,59	0,46	0,86	0,53	0,49	0,57	0,28	0,36	0,58	1,00	0,61	0,43	0,50	0,47
17	0,62	0,42	0,85	0,49	0,47	0,51	0,55	0,57	0,53	0,49	0,65	0,52	0,49	0,31	0,31	0,61	1,00	0,24	0,48	0,36
18	0,27	0,26	0,21	0,75	0,59	0,34	0,44	0,19	0,54	0,28	0,49	0,37	0,37	0,60	0,78	0,43	0,24	1,00	0,33	0,50
19	0,57	0,78	0,53	0,20	0,45	0,78	0,73	0,76	0,55	0,81	0,28	0,79	0,39	0,64	0,35	0,50	0,48	0,33	1,00	0,60
20	0,59	0,56	0,43	0,48	0,34	0,50	0,57	0,52	0,38	0,64	0,52	0,54	0,67	0,89	0,58	0,47	0,36	0,50	0,60	1,00

Tabela 4.2: Distância de Hausdorff (DH_{ij}) entre pares de curvas. Os rótulos de linha e de coluna identificam o número do trabalhador

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,0	58,5	6,1	0,9	148,0	83,0	117,9	14,4	100,1	58,6	1,1	91,0	1,9	99,9	137,9	45,5	2,2	132,8	81,6	51,0
2	58,5	0,0	64,7	59,4	89,5	24,5	59,4	44,2	41,6	0,0	57,4	32,5	60,4	41,4	79,3	13,0	60,7	74,3	23,0	7,6
3	6,1	64,7	0,0	5,2	154,1	89,2	124,0	20,5	106,3	64,7	7,2	97,2	4,3	106,1	144,0	51,6	4,0	139,0	87,7	57,2
4	0,9	59,4	5,2	0,0	148,9	83,9	118,8	15,3	101,0	59,4	2,0	91,9	1,0	100,8	138,8	46,4	1,3	133,7	82,5	51,9
5	148,0	89,5	154,1	148,9	0,0	65,0	30,1	133,6	47,9	89,4	146,9	57,0	149,9	48,1	10,1	102,5	150,2	15,2	66,4	97,0
6	83,0	24,5	89,2	83,9	65,0	0,0	34,9	68,7	17,1	24,5	81,9	8,0	84,9	16,9	54,8	37,5	85,2	49,8	1,5	32,0
7	117,9	59,4	124,0	118,8	30,1	34,9	0,0	103,5	17,8	59,3	116,8	26,9	119,8	18,0	20,0	72,4	120,1	14,9	36,3	66,9
8	14,4	44,2	20,5	15,3	133,6	68,7	103,5	0,0	85,8	44,2	13,3	76,7	16,2	85,6	123,5	31,1	16,6	118,4	67,2	36,6
9	100,1	41,6	106,3	101,0	47,9	17,1	17,8	85,8	0,0	41,6	99,0	9,1	102,0	0,5	37,7	54,6	102,3	32,7	18,6	49,1
10	58,6	0,0	64,7	59,4	89,4	24,5	59,3	44,2	41,6	0,0	57,5	32,5	60,4	41,4	79,3	13,1	60,7	74,3	23,0	7,6
11	1,1	57,4	7,2	2,0	146,9	81,9	116,8	13,3	99,0	57,5	0,0	89,9	3,0	98,8	136,8	44,4	3,3	131,7	80,5	49,9
12	91,0	32,5	97,2	91,9	57,0	8,0	26,9	76,7	9,1	32,5	89,9	0,0	92,9	8,9	46,8	45,5	93,2	41,8	9,5	40,0
13	1,9	60,4	4,3	1,0	149,9	84,9	119,8	16,2	102,0	60,4	3,0	92,9	0,0	101,8	139,7	47,4	0,3	134,7	83,4	52,9
14	99,9	41,4	106,1	100,8	48,1	16,9	18,0	85,6	0,5	41,4	98,8	8,9	101,8	0,0	37,9	54,4	102,1	32,9	18,4	48,9
15	137,9	79,3	144,0	138,8	10,1	54,8	20,0	123,5	37,7	79,3	136,8	46,8	139,7	37,9	0,0	92,4	140,0	5,0	56,3	86,8
16	45,5	13,0	51,6	46,4	102,5	37,5	72,4	31,1	54,6	13,1	44,4	45,5	47,4	54,4	92,4	0,0	47,7	87,3	36,1	5,5
17	2,2	60,7	4,0	1,3	150,2	85,2	120,1	16,6	102,3	60,7	3,3	93,2	0,3	102,1	140,0	47,7	0,0	135,0	83,7	53,2
18	132,8	74,3	139,0	133,7	15,2	49,8	14,9	118,4	32,7	74,3	131,7	41,8	134,7	32,9	5,0	87,3	135,0	0,0	51,2	81,8
19	81,6	23,0	87,7	82,5	66,4	1,5	36,3	67,2	18,6	23,0	80,5	9,5	83,4	18,4	56,3	36,1	83,7	51,2	0,0	30,5
20	51,0	7,6	57,2	51,9	97,0	32,0	66,9	36,6	49,1	7,6	49,9	40,0	52,9	48,9	86,8	5,5	53,2	81,8	30,5	0,0

Os valores de DH_{ij} são então reescalados através da equação (4.18), obtendo-se a Distância de Hausdorff Reescalada (DH_{eij}) entre os trabalhadores i e j . O objetivo dessa

transformação é restringir as distâncias no intervalo $[0,1]$; quanto mais próximo de 1, mais próximas estão as curvas e mais similares são os perfis de aprendizados dos trabalhadores em análise. Por exemplo, os trabalhadores 5 e 3 apresentam perfis de aprendizado significativamente distintos, resultando em $DH_{e53}=0$. Os valores de DH_{eij} para os 20 trabalhadores aparecem na Tabela 4.3.

Através da equação (4.19), obtêm-se os valores de Índice de Similaridade (IS_{ij}) entre os trabalhadores, apresentados na Tabela 4.4. Tais valores quantificam a correlação dos perfis de aprendizado dos 20 trabalhadores.

Na sequência, utiliza-se a análise fatorial para identificar possíveis agrupamentos de trabalhadores. Os autovalores extraídos da matriz em análise são apresentados na Tabela 4.5. Observa-se que três autovalores explicam aproximadamente 85% da variância total, e a inclusão de fatores adicionais não representa ganhos significativos em termos da variância explicada.

Tabela 4.3: Distância de Hausdorff Reescalada (DH_{eij}) entre pares de curvas (os rótulos de linha e de coluna identificam o número do trabalhador)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1,00	0,62	0,96	0,99	0,04	0,46	0,24	0,91	0,35	0,62	0,99	0,41	0,99	0,35	0,11	0,70	0,99	0,14	0,47	0,67
2	0,62	1,00	0,58	0,61	0,42	0,84	0,61	0,71	0,73	1,00	0,63	0,79	0,61	0,73	0,49	0,92	0,61	0,52	0,85	0,95
3	0,96	0,58	1,00	0,97	0,00	0,42	0,20	0,87	0,31	0,58	0,95	0,37	0,97	0,31	0,07	0,66	0,97	0,10	0,43	0,63
4	0,99	0,61	0,97	1,00	0,03	0,46	0,23	0,90	0,34	0,61	0,99	0,40	0,99	0,35	0,10	0,70	0,99	0,13	0,47	0,66
5	0,04	0,42	0,00	0,03	1,00	0,58	0,80	0,13	0,69	0,42	0,05	0,63	0,03	0,69	0,93	0,34	0,03	0,90	0,57	0,37
6	0,46	0,84	0,42	0,46	0,58	1,00	0,77	0,55	0,89	0,84	0,47	0,95	0,45	0,89	0,64	0,76	0,45	0,68	0,99	0,79
7	0,24	0,61	0,20	0,23	0,80	0,77	1,00	0,33	0,88	0,62	0,24	0,83	0,22	0,88	0,87	0,53	0,22	0,90	0,76	0,57
8	0,91	0,71	0,87	0,90	0,13	0,55	0,33	1,00	0,44	0,71	0,91	0,50	0,89	0,44	0,20	0,80	0,89	0,23	0,56	0,76
9	0,35	0,73	0,31	0,34	0,69	0,89	0,88	0,44	1,00	0,73	0,36	0,94	0,34	1,00	0,76	0,65	0,34	0,79	0,88	0,68
10	0,62	1,00	0,58	0,61	0,42	0,84	0,62	0,71	0,73	1,00	0,63	0,79	0,61	0,73	0,49	0,92	0,61	0,52	0,85	0,95
11	0,99	0,63	0,95	0,99	0,05	0,47	0,24	0,91	0,36	0,63	1,00	0,42	0,98	0,36	0,11	0,71	0,98	0,15	0,48	0,68
12	0,41	0,79	0,37	0,40	0,63	0,95	0,83	0,50	0,94	0,79	0,42	1,00	0,40	0,94	0,70	0,70	0,40	0,73	0,94	0,74
13	0,99	0,61	0,97	0,99	0,03	0,45	0,22	0,89	0,34	0,61	0,98	0,40	1,00	0,34	0,09	0,69	1,00	0,13	0,46	0,66
14	0,35	0,73	0,31	0,35	0,69	0,89	0,88	0,44	1,00	0,73	0,36	0,94	0,34	1,00	0,75	0,65	0,34	0,79	0,88	0,68
15	0,11	0,49	0,07	0,10	0,93	0,64	0,87	0,20	0,76	0,49	0,11	0,70	0,09	0,75	1,00	0,40	0,09	0,97	0,63	0,44
16	0,70	0,92	0,66	0,70	0,34	0,76	0,53	0,80	0,65	0,92	0,71	0,70	0,69	0,65	0,40	1,00	0,69	0,43	0,77	0,96
17	0,99	0,61	0,97	0,99	0,03	0,45	0,22	0,89	0,34	0,61	0,98	0,40	1,00	0,34	0,09	0,69	1,00	0,12	0,46	0,65
18	0,14	0,52	0,10	0,13	0,90	0,68	0,90	0,23	0,79	0,52	0,15	0,73	0,13	0,79	0,97	0,43	0,12	1,00	0,67	0,47
19	0,47	0,85	0,43	0,47	0,57	0,99	0,76	0,56	0,88	0,85	0,48	0,94	0,46	0,88	0,63	0,77	0,46	0,67	1,00	0,80
20	0,67	0,95	0,63	0,66	0,37	0,79	0,57	0,76	0,68	0,95	0,68	0,74	0,66	0,68	0,44	0,96	0,65	0,47	0,80	1,00

Tabela 4.4: Índice de Similaridade entre pares de trabalhadores (IS_{ij}) (os rótulos de linha e de coluna identificam o número do trabalhador)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1,00	0,29	0,63	0,51	0,02	0,19	0,13	0,60	0,13	0,31	0,60	0,22	0,67	0,19	0,03	0,30	0,61	0,04	0,27	0,39
2	0,29	1,00	0,26	0,13	0,15	0,61	0,35	0,53	0,32	0,85	0,17	0,59	0,31	0,36	0,13	0,45	0,25	0,14	0,66	0,53
3	0,63	0,26	1,00	0,42	0,00	0,26	0,12	0,53	0,15	0,32	0,51	0,21	0,49	0,12	0,02	0,36	0,83	0,02	0,23	0,27
4	0,51	0,13	0,42	1,00	0,01	0,10	0,05	0,29	0,13	0,14	0,71	0,09	0,61	0,15	0,05	0,29	0,48	0,10	0,09	0,32
5	0,02	0,15	0,00	0,01	1,00	0,26	0,50	0,04	0,60	0,16	0,02	0,33	0,01	0,29	0,70	0,25	0,01	0,53	0,25	0,13
6	0,19	0,61	0,26	0,10	0,26	1,00	0,52	0,34	0,49	0,70	0,16	0,61	0,13	0,50	0,25	0,38	0,23	0,23	0,77	0,40
7	0,13	0,35	0,12	0,05	0,50	0,52	1,00	0,18	0,60	0,44	0,08	0,66	0,08	0,59	0,40	0,31	0,12	0,40	0,56	0,32
8	0,60	0,53	0,53	0,29	0,04	0,34	0,18	1,00	0,16	0,52	0,37	0,32	0,48	0,20	0,04	0,37	0,51	0,04	0,43	0,40
9	0,13	0,32	0,15	0,13	0,60	0,49	0,60	0,16	1,00	0,35	0,16	0,61	0,08	0,49	0,52	0,55	0,18	0,42	0,48	0,26
10	0,31	0,85	0,32	0,14	0,16	0,70	0,44	0,52	0,35	1,00	0,20	0,51	0,22	0,42	0,15	0,49	0,30	0,15	0,69	0,61
11	0,60	0,17	0,51	0,71	0,02	0,16	0,08	0,37	0,16	0,20	1,00	0,12	0,61	0,17	0,06	0,35	0,64	0,07	0,13	0,35
12	0,22	0,59	0,21	0,09	0,33	0,61	0,66	0,32	0,61	0,51	0,12	1,00	0,19	0,58	0,26	0,40	0,21	0,27	0,74	0,40
13	0,67	0,31	0,49	0,61	0,01	0,13	0,08	0,48	0,08	0,22	0,61	0,19	1,00	0,21	0,04	0,19	0,49	0,05	0,18	0,44
14	0,19	0,36	0,12	0,15	0,29	0,50	0,59	0,20	0,49	0,42	0,17	0,58	0,21	1,00	0,51	0,23	0,11	0,47	0,57	0,61
15	0,03	0,13	0,02	0,05	0,70	0,25	0,40	0,04	0,52	0,15	0,06	0,26	0,04	0,51	1,00	0,23	0,03	0,75	0,22	0,25
16	0,30	0,45	0,36	0,29	0,25	0,38	0,31	0,37	0,55	0,49	0,35	0,40	0,19	0,23	0,23	1,00	0,42	0,19	0,39	0,45
17	0,61	0,25	0,83	0,48	0,01	0,23	0,12	0,51	0,18	0,30	0,64	0,21	0,49	0,11	0,03	0,42	1,00	0,03	0,22	0,24
18	0,04	0,14	0,02	0,10	0,53	0,23	0,40	0,04	0,42	0,15	0,07	0,27	0,05	0,47	0,75	0,19	0,03	1,00	0,22	0,24
19	0,27	0,66	0,23	0,09	0,25	0,77	0,56	0,43	0,48	0,69	0,13	0,74	0,18	0,57	0,22	0,39	0,22	0,22	1,00	0,48
20	0,39	0,53	0,27	0,32	0,13	0,40	0,32	0,40	0,26	0,61	0,35	0,40	0,44	0,61	0,25	0,45	0,24	0,24	0,48	1,00

Tabela 4.5: Porcentagem de variância explicada pelos autovetores

Fator	Autovalor	% Variância explicada pelo autovalor	% de Variância acumulada
1,00	10,46	52,28	52,28
2,00	5,16	25,82	78,10
3,00	1,37	6,84	84,93
4,00	0,88	4,39	89,33
5,00	0,69	3,45	92,77
6,00	0,37	1,87	94,65
7,00	0,31	1,55	96,20
8,00	0,15	0,77	96,97
9,00	0,13	0,66	97,62
10,00	0,12	0,60	98,22
11,00	0,08	0,39	98,61
12,00	0,07	0,36	98,97
13,00	0,06	0,31	99,28
14,00	0,05	0,25	99,52
15,00	0,04	0,18	99,71
16,00	0,02	0,12	99,83
17,00	0,02	0,08	99,91
18,00	0,01	0,06	99,97
19,00	0,01	0,03	100,00
20,00	0,00	0,00	100,00

As cargas (autovetores) geradas pela análise fatorial são rotadas através do método Varimax, auxiliando na interpretação das cargas. O gráfico das cargas dos 3 fatores retidos, apresentado na Figura 4.1, permite identificar 3 grupos de trabalhadores com perfis distintos de aprendizado e desempenho (cada trabalhador é identificado por T_i). O Agrupamento I é composto pelos trabalhadores T1, T3, T4, T8, T11, T13, T16 e T17; o Agrupamento II é

formado pelos trabalhadores T2, T6, T10, T12, T19 e T20; por fim, o Agrupamento III é composto pelos trabalhadores T5, T7, T9, T14, T15 e T18.

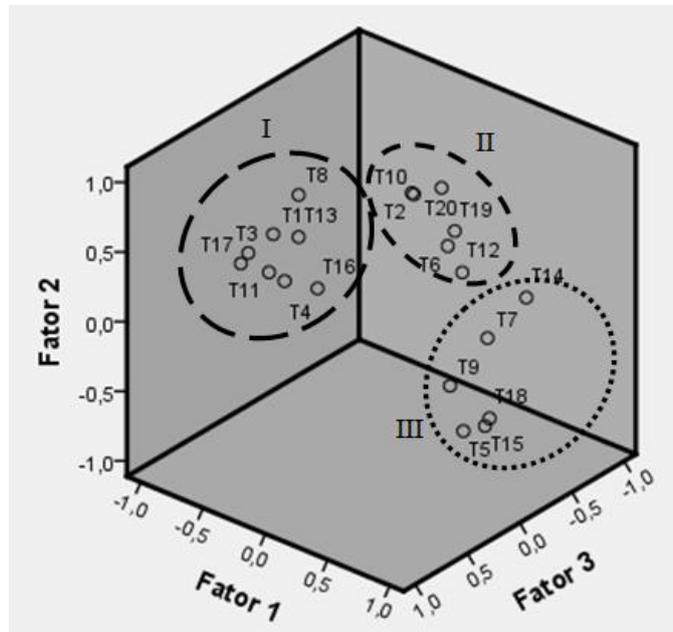


Figura 4.1: Cargas rotadas dos 3 fatores retidos na análise

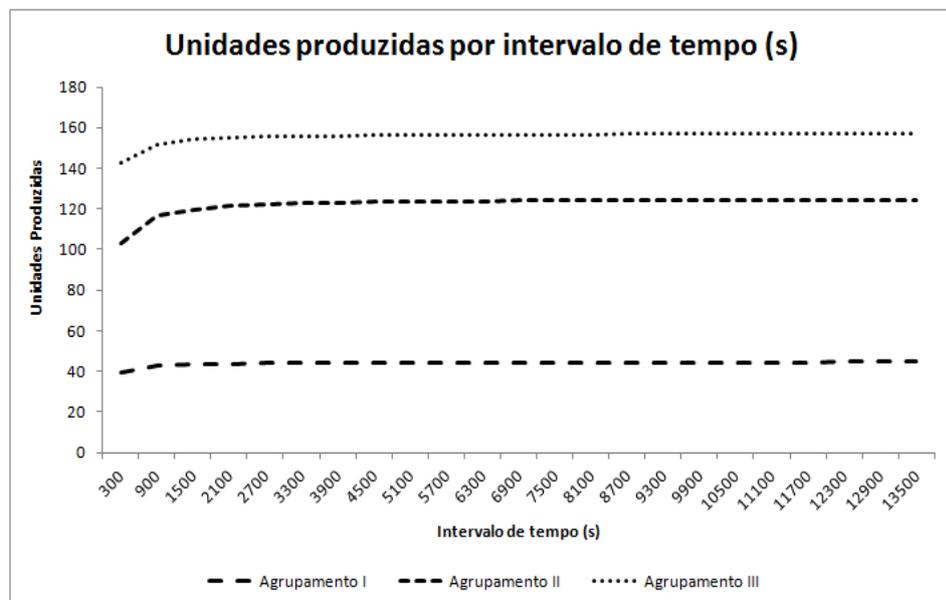


Figura 4.2: Perfil médio de aprendizado dos agrupamentos I, II, e III

O perfil de aprendizado médio de cada agrupamento é apresentado na Figura 4.2. Percebe-se que os perfis médios de aprendizado dos trabalhadores inseridos em cada grupo diferem significativamente dos perfis de trabalhadores inseridos em outros grupos, corroborando a eficiência do método proposto. Observa-se que o Agrupamento III é formado pelos trabalhadores que apresentam o maior patamar de desempenho, ao passo que trabalhadores inseridos no Agrupamento I apresentam os menores patamares de desempenho. Um desempenho intermediário pode ser observado no Agrupamento II.

As informações geradas pelo método servem como subsídio para a alocação de trabalhadores a postos de trabalho. Por exemplo, a inclusão de um trabalhador alocado ao Agrupamento I em uma linha de montagem composta exclusivamente por trabalhadores do Agrupamento III criará um gargalo na produção. Deve-se, portanto, priorizar a alocação de trabalhadores pertencentes a um mesmo agrupamento na mesma linha de montagem.

4.5 Conclusões

O presente trabalho apresentou um método que quantifica a semelhança entre perfis de aprendizado de trabalhadores e forma agrupamentos homogêneos de trabalhadores utilizando análise fatorial. A metodologia proposta inicia com a coleta de dados de desempenho de trabalhadores. Estes dados são então modelados através da curva de aprendizado Hiperbólica de 3 parâmetros e geram os parâmetros de aprendizagem k , p , e r . Tais parâmetros viabilizam a construção de perfis de aprendizado característicos de trabalhadores.

A metodologia segue com a obtenção do Índice de Comunalidade das curvas (IC_{ij}), que quantifica a similaridade entre perfis de pares de trabalhadores. Posteriormente é calculada a Distância de Hausdorff entre os pares de perfis de aprendizado (DH_{ij}). Com o objetivo de restringir os valores de DH_{ij} no intervalo $[0,1]$, reescalona-se as distâncias originais gerando-se a Distância de Hausdorff reescalonada (DH_{eij}). Pela multiplicação entre os valores de IC_{ij} e DH_{eij} , chega-se ao valor do Índice de Similaridade entre os trabalhadores, IS_{ij} . A partir dos valores de IS_{ij} , monta-se uma matriz de correlação e utiliza-se análise fatorial como ferramenta de formação de agrupamentos de trabalhadores. Os agrupamentos são consolidados com base na análise gráfica das cargas geradas pela análise fatorial.

A metodologia foi aplicada em dados de 20 trabalhadores. Formaram-se através da análise fatorial três agrupamentos de trabalhadores com perfis de aprendizado diferentes. Com

as informações obtidas, espera-se atenuar a formação de gargalos, priorizando-se trabalhadores com perfis similares de aprendizado na mesma linha de montagem.

Futuras pesquisas sobre o agrupamento de trabalhadores com perfil de aprendizado similar podem incorporar o processo de esquecimento (processo oposto ao de aprendizagem) no método proposto. Tal processo é verificado quando trabalhadores deixam de executar os procedimentos por determinado período de tempo. O agrupamento de trabalhadores no escalonamento de atividades de produção também é visto como alternativa futura de pesquisa.

4.6 Referências

Anzanello, M.J.; Fogliatto, F.S. Curvas de aprendizado: estado da arte e perspectivas de pesquisa. **Gestão e Produção**, São Carlos, v.14, n.1, p.109-123, 2007.

Belogay, E.; CAbrelli, C.; Molter, U. & Shonkwiler, R. Calculating the Hausdorff distance between curves. **Information Processing Letters**, v.64, n.1, p.17-22, 1997.

Chowdhury, S.; Siddique, Z. Shape Commonalization to Develop Common Platforms for Mass Customization. **In Mass Customization: Engineering and Managing Global Operations**, editado por F.S. Fogliatto e G.J.C. da Silveira, London: Springer, p.125-150, 2010.

Fogliatto, F.S. Otimização de experimentos com variáveis de resposta descritas por perfis. **Pesquisa Operacional**, São Carlos, v.28, n.3, p.577-595, 2008.

Garg, A.; Milliman, P.; The Aircraft Progress Curve Modified for Design Changes. **J. Industrial Engineering**, v.12, n.1, p.23-27, 1961.

Hair, J. F.; Anderson, R.E.; Tatham, R.L.; Black, W.C. 2009. **Análise multivariada de dados**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, p.100-146.

Huttenlocher, D.P. & Kedem, K. (1990). Computing the minimum Hausdorff distance for point sets under translation. **Proc. of 6th Annual ACM Symp. on Comp. Geom.** (SCG'90, Berkeley, CA), p.340-349.

Huttenlocher, D.P.; Klanderman, G.A. & Rucklidge, W.J. Comparing images using the Hausdorff distance. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v.15, n.9, p.850-863, 1993.

Knecht, G. Costing, Technological Growth and Generalized Learning Curves, **Operations Research Quart.**, Berlin, v.25, n.3, p.487-491, 1974.

Mazur, J. E.; Hastie, R. Learning as Accumulation: a Reexamination of the Learning Curve. **Psychological Bulletin**, Washington DC, v.85, n.6, p.1256-1274, 1978.

Stroieke, R. E.; Fogliatto, F.S, Anzanello, M.J. Análise de conglomerados em curvas de aprendizado para formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores. **Revista Produção**. São Paulo. Aguardando publicação, 2011.

Uzumeri, M.; Nembhard, D. A Population of Learners: A New Way to Measure Organizational Learning. **Journal of Operations Management**, Netherlands, v.16, n.5, p.515-528, 1998.

Wright, T. P. Factors Affecting the Cost of Airplanes. **Journal of the Aeronautical Sciences**, London, v.3, n.4, p.122-128, 1936.

Yelle, L. E. The Learning Curve: Historical Review and Comprehensive Survey. **Decision Science**, London, v.10, n.2, p.302-328, 1979.

7. Considerações Finais

Este capítulo apresenta as conclusões da dissertação, além de sugestões para trabalhos futuros.

7.1 Conclusões

A presente dissertação teve por objetivo o desenvolvimento de metodologias de formação de agrupamentos de trabalhadores, utilizando das curvas de aprendizado modeladas para cada trabalhador.

O primeiro objetivo declarado, **propor metodologias de formação de agrupamentos homogêneos de trabalhadores utilizando as curvas de aprendizado**, assim como o segundo objetivo, **integrar técnicas de análise multivariada com teorias sobre curvas de aprendizado**, foram buscados no segundo e no terceiro artigo.

O terceiro objetivo declarado, **apresentar o estado da arte das principais aplicações das curvas de aprendizado**, foi buscado no primeiro artigo. As principais utilizações encontradas para as curvas de aprendizado foram: (i) Monitoramento de Custos, (ii) Gerenciamento e Otimização de Produção, (iii) Sequenciamento de tarefas, (iv) Atribuição de Tarefas para Trabalhadores e Balanceamento de Linhas de Produção, e (v) Cálculo do lote econômico de produção com o efeito de aprendizagem.

O primeiro artigo apresentou uma revisão da literatura das principais utilizações das curvas de aprendizado. Foi apresentada também uma breve revisão dos principais modelos matemáticos para as curvas de aprendizado, além de sugestões para pesquisas futuras.

O segundo artigo objetivou formar diferentes grupos de trabalhadores utilizando curvas de aprendizado e métodos de clusterização. Inicialmente, os dados de desempenho de trabalhadores de uma indústria calçadista foram ajustados a seis modelos de curvas de aprendizado. Os parâmetros gerados permitiram predizer o perfil de desempenho dos trabalhadores, os quais foram agrupados através de técnicas de clusterização hierárquica, permitindo definir o número provável de agrupamentos a serem gerados. A análise *k-means* foi então utilizada para agrupar os trabalhadores. O melhor modelo de curva foi escolhido através do Índice de Ajuste proposto, gerado a partir de um índice de aderência de cada modelo aos dados (R_m^2) e de um indicador de qualidade dos agrupamentos gerados (*Silhouette*

Index). No estudo de caso apresentado, os grupos foram gerados com base nas previsões do modelo exponencial, responsável pelo melhor Índice de Ajuste. Foram formados dois *clusters*: o primeiro formado por trabalhadores com rápido aprendizado e patamar inferior de desempenho, enquanto que o segundo consiste de trabalhadores com uma taxa de aprendizado menor, porém detentores de um patamar de desempenho maior no longo prazo.

O terceiro artigo apresentou um método que quantifica a semelhança entre perfis de aprendizado de trabalhadores e forma agrupamentos homogêneos de trabalhadores utilizando análise fatorial. Inicialmente, os dados de desempenho de trabalhadores foram modelados através da curva de aprendizado Hiperbólica de 3 parâmetros e geraram os parâmetros de aprendizagem k , p , e r . Foi então obtido o Índice de Comunalidade das curvas (IC_{ij}), que quantifica a similaridade entre perfis de pares de trabalhadores. Posteriormente foi calculada a Distância de Hausdorff entre os pares de perfis de aprendizado (DH_{ij}). Com o objetivo de restringir os valores de DH_{ij} no intervalo $[0,1]$, reescalaram-se as distâncias originais, gerando-se a Distância de Hausdorff reescalada (DH_{eij}). Pela multiplicação de IC_{ij} e DH_{eij} , obteve-se o Índice de Similaridade entre os trabalhadores, IS_{ij} . A partir dos valores de IS_{ij} , utilizou-se análise fatorial para a formação de agrupamentos de trabalhadores. Os agrupamentos foram consolidados com base na análise gráfica das cargas geradas pela análise fatorial.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Pesquisas futuras podem ser desenvolvidas como extensões das proposições aqui descritas. São elas:

- a) Propor métodos para formação de agrupamentos de trabalhadores, analisando além do processo de aprendizado, o processo de esquecimento;
- b) Propor novos índices que demonstrem a similaridade entre os perfis de aprendizado de trabalhadores;
- c) Testar as metodologias apresentadas nessa dissertação em outros cenários produtivos.