

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MODELAGEM MATEMÁTICA E ANÁLISE DE UM SERVOPOSICIONADOR HIDRÁULICO

por

Mateus Kliemann Marchioro

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Junho de 2012



Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Departamento de Engenharia Mecânica

MODELAGEM MATEMÁTICA E ANÁLISE DE UM SERVOPOSICIONADOR HIDRÁULICO

por

Mateus Kliemann Marchioro

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. Arnaldo Ruben Gonzalez  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Projeto e Fabricação**

Orientador: Prof. Dr. Eduardo André Perondi

Comissão de Avaliação:

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Cintia Cristine Petry Mazzaferro

Prof. Dr. Fabiano Disconzi Wildner

Prof. Dr. Mário Roland Sobczyk Sobrinho

Porto Alegre, 15, Junho de 2012.

*“Yo tengo tantos Hermanos  
que no los puedo contar,  
en el valle, la montaña  
en la pampa y en el mar  
y una novia muy hermosa  
que se llama libertad”*

*Atahualpa Yupanqui*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a juventude que ainda me resta, por me fazer acreditar em um mundo mais justo e humano.

A minha mãe Ana Maria e ao meu pai Geri por serem o exemplo de pessoa que são, se hoje posso me considerar alguém vitorioso, os créditos devo todos a vocês. Agradeço também todo o esforço feito para que eu pudesse realizar minha graduação e todo o carinho que me deram durante este período.

A minha irmã Mariana pelo extremo companheirismo que demonstrou durante todos estes anos e por ser a irmã que é.

Aos meus avós, *in memoriam*, por todo carinho e exemplo de vida que me foi passado.

A toda minha família pelo apoio durante a graduação.

Aos irmãos que fiz durante este tempo de faculdade: André Gasko, Gabriel Lise, Franco Tedesco, Juliano Oestreich, Marcelo Lopes, Mestre Alexandre Lima, Rafael Sonaglio e todos que contribuíram para tornar esta caminhada menos torturante.

Aos colaboradores da Firma pelo apoio em todos os momentos da faculdade, esta parceria mostrou como podemos ser fortes se unidos por uma causa.

Agradeço em especial meu colega Lucas Vargas e seu sócio Diego Sachette pela oportunidade concedida de estagiar na empresa Goxin.

Por último agradeço ao Grande Amigo Newton Júnior Alves pelas elucidantes conversas.

MARCHIORO, M.K., **Modelagem matemática e análise de um servoposicionador hidráulico**. 2012. 19f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

## **RESUMO**

Com o intuito de obter um modelo matemático que descreva o comportamento dinâmico de um servoposicionador hidráulico, foram propostos dois modelos matemáticos, um linear e outro não linear. Ao se efetuar a simulação no software Matlab Simulink® utilizando o modelo linear verificou-se a ocorrência de uma incoerência física resultante da não interrupção das vazões após o fechamento da válvula. Assim a inclusão de uma não linearidade neste modelo foi proposta a fim de solucionar esta incoerência. Em uma bancada experimental, localizada no laboratório de hidráulica da UFRGS, foram realizados ensaios experimentais com o objetivo de validar os modelos propostos e efetuar uma melhor estimativa do coeficiente de amortecimento viscoso utilizado nas simulações. Comparado com os resultados experimentais, o modelo não linear apresentou erro de posicionamento do cilindro de 8% para uma massa acoplada ao cilindro de 14 kg e de 4% para uma massa de 19 kg. Já, o modelo com a vazão linearizada apresentou um erro de 4% para uma massa de 14 kg e um erro menor que 1% para a massa de 19 kg.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem matemática, Servoposicionador hidráulico, Válvula servosolenóide proporcional.

MARCHIORO, M.K., **Modeling and analysis of a hydraulic servo positioner**. 2012. 19p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

## **ABSTRACT**

In order to obtain a mathematical model that describes the dynamic behavior of a hydraulic servo positioner, two mathematical models, one linear and one nonlinear, were proposed. When making the simulation in Matlab Simulink® using the linear model, there was an occurrence of a physical inconsistency resulting from the non-interruption of the flow after the valve closure. Thus, the inclusion of a nonlinearity in this model was proposed to resolve this inconsistency. In a bench trial, located in the hydraulics laboratory of UFRGS, experimental tests were performed in order to validate the proposed models and make a best estimate of the damping coefficient used in the simulations. Compared with the experimental results, the nonlinear model presents a positioning error of the cylinder of about 8% for a block with 14 kg coupled to the cylinder and of 4% for 19 kg. The model with linear flow presents an error of 4% for a block with 14 kg and an error of less than 1% for 19 kg.

**KEYWORDS:** Modeling, Hydraulic servo positioner, directional valve.

## LISTA DE SIMBOLOS

$L_b$	Indutância da bobina do solenoide	[H]
$R_b$	Resistência da bobina do solenoide	[ $\Omega$ ]
$v_m$	Tensão aplicada na bobina do solenoide	[V]
$i_m$	Corrente produzida na bobina do solenoide	[A]
$M_v$	Massa do carretel	[kg]
$B_v$	Coefficiente de amortecimento viscoso do carretel	[Ns/m]
$K_v$	Constante elástica da mola de centragem da válvula	[N/m]
$F_v$	Força magnética produzida pela bobina no carretel	[N]
$x$	Deslocamento do carretel	[m]
$K_f$	Ganho de força do solenoide	[N/A]-
$g$	Aceleração da gravidade	[m/s <sup>2</sup> ]
$x_v$	Tensão aplicada ao solenoide da válvula	V
$\rho_f$	Peso específico	[N/m <sup>3</sup> ]
$v_f$	Velocidade ao longo de um escoamento	[m/s]-
$z_f$	Altura manométrica	[m]
$P_f$	Pressão estática do fluido	[Pa]
$c_v$	Coefficiente de velocidade	-
$v_{2real}$	Velocidade real na <i>vena contracta</i>	[m/s]
$A_{e0}$	Área de escoamento na seção 0	[m <sup>2</sup> ]
$A_{e1}$	Área de escoamento na seção 1	[m <sup>2</sup> ]
$A_{e2}$	Área de escoamento na seção 2	[m <sup>2</sup> ]
$c_c$	Coefficiente de contração	-
$Q$	Vazão volumétrica	[m <sup>3</sup> ]
$c_d$	Coefficiente de descarga	-
$w$	Comprimento da circunferência externa do carretel	[m]
$p_1$	Pressão na câmara 1	[Pa]
$p_2$	Pressão na câmara 2	[Pa]

$Q_1$	Vazão volumétrica para a câmara 1	$[m^3]$
$Q_2$	Vazão volumétrica para a câmara 1	$[m^3]$
$k_s$	Constante hidráulica	$[m^3/s/V/\sqrt{Pa}]$
$sgn(x_v)$	Função sinal de $x_v$	-
$k_q$	Ganho de vazão	$[m^3/s/V]$
$k_c$	Coeficiente vazão pressão	$[m^3/s/Pa]$
$k_p$	Ganho de pressão	$[Pa/V]$
$p_s$	Pressão de suprimento	$[Pa]$
$p_c$	Pressão de controle	$[Pa]$
$v_{cg}$	Velocidade do fluido em uma câmara genérica	$[m/s]$
$dA_{cg}$	Área infinitesimal em uma câmara genérica	$[m]$
$Q_e$	Vazão de entrada na câmara	$[m^3]$
$Q_s$	Vazão de saída na câmara	$[m^3]$
$\beta$	Módulo de elasticidade do fluido	$[N/m^2]$
$V_1$	Volume da câmara 1 do cilindro	$[m^3]$
$V_2$	Volume da câmara 2 do cilindro	$[m^3]$
$V_{10}$	Volume inicial da câmara 1 do cilindro	$[m^3]$
$V_{20}$	Volume inicial da câmara 2 do cilindro	$[m^3]$
$A_1$	Área da câmara 1 do cilindro	$[m^2]$
$A_2$	Área da câmara 2 do cilindro	$[m^2]$
$y$	Posição do êmbolo do cilindro	$[m]$
$p_1$	Pressão na câmara 1 do cilindro	$[Pa]$
$p_2$	Pressão na câmara 2 do cilindro	$[Pa]$
$M$	Massa total em movimento	$[kg]$
$B$	Amortecimento viscoso	$[Ns/m]$
$F_g$	Força peso da massa acoplada no cilindro	$[N]$
$Q_x$	Vazão teórica da válvula	$[m^3]$
$Q_{nom}$	Vazão nominal da válvula	$[m^3]$



$\Delta p_x$	Diferença de pressão entre as câmaras	[Pa]
$p_{1i}$	Pressão na câmara 1 do cilindro no momento do fechamento da válvula	[Pa]
$p_{2i}$	Pressão na câmara 2 do cilindro no momento do fechamento da válvula	[Pa]
$\tau$	Constante de tempo do solenoide	-
$K_f$	Ganho de força do solenoide	[N/A]

## ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	1
2.1. Unidade de potência e condicionamento hidráulico .....	2
2.2. Atuador hidráulico.....	2
2.3. Válvula direcional .....	2
2.4. Modelo matemático .....	4
3. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	4
3.1. Equações da dinâmica do carretel.....	5
3.2. Equação da vazão nos orifícios da válvula .....	6
3.3. Equação da variação de pressão nas câmaras do cilindro .....	7
3.4. Equação do movimento da carga do cilindro .....	8
3.5. Modelo não linear de 4ª ordem.....	8
3.6. Modelo linear de 4ª ordem.....	8
3.7. Determinação dos parâmetros do sistema .....	9
4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL .....	10
4.1. Unidade de potência e condicionamento hidráulico .....	10
4.2. Circuito hidráulico .....	10
4.3. Sistema de controle e aquisição de dados .....	10
4.4. Resultados experimentais .....	11
5. SIMULAÇÃO .....	11
5.1. Simulações utilizando o modelo linear.....	11
5.2. Simulação dos modelos de 4ª ordem .....	12
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	13
7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	14
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	14
A. APÊNDICE I.....	15
B. APÊNDICE II.....	16
C. APÊNDICE III.....	17
D. APÊNDICE IV.....	19

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 2.1-Tipos de haste dos cilindros hidráulicos (Pedron,2006).....	2
Figura 2.2-Tipos de centro do carretel da válvula (Pedron,2006). ....	3
Figura 2.3-Ganho de vazão para os três tipos de centro possíveis (DeNegri, 2001). ....	3
Figura 3.1-Circuito hidráulico a ser modelado (Valdieiro, 2002).....	5
Figura 3.2-Diagrama de corpo livre do carretel da válvula (Valdieiro, 2002). ....	5
Figura 3.3-Válvula do tipo carretel de 4 vias e centro crítico (Valdieiro, 2002).....	6
Figura 3.4-Gráfico da vazão de controle versus o sinal de controle (Bosch Rexroth,2003). ....	9
Figura 3.5-Ensaio da pressão de carga versus o sinal de controle.....	9
Figura 4.1-Resultado experimental do deslocamento do cilindro com massa acoplada de 15.2 kg. ....	11
Figura 5.1-Deslocamento do cilindro na simulação do modelo linear .....	11
Figura 5.2-Diagrama de blocos da vazão linearizada com a inclusão da modificação proposta	12
Figura 5.3-Deslocamento do cilindro para a simulação dos modelos. ....	12
Figura 6.1-Comparação dos deslocamentos do cilindro para massa de 15,2 kg. ....	13
Figura 6.2-Comparação dos deslocamentos do cilindro para massa de 20,2 kg. ....	13
Figura A.1-Escoamento de um fluido em um orifício genérico (Valdieiro, 2002). ....	15
Figura .B.1-Escoamento de um fluido em uma câmara genérica (Valdieiro, 2002).....	16
Figura C.1-Diagrama de blocos do modelo não linear.....	17
Figura C.2-Detalhe do subsistema da vazão do modelo não linear. ....	17
Figura C.3-Detalhe do subsistema da equação da variação de pressão do modelo não linear.	18
Figura C.4-Detalhe do subsistema da equação do movimento do sistema.....	18
Figura D.1- Diagrama de blocos do modelo linear.....	19
Figura D.2-Detalhe do subsistema da equação da vazão linearizada.....	19
Figura D.3-Detalhe do subsistema da equação da variação de pressão do modelo linear por partes. ....	19

## ÍNDICE DE TABELAS

	Pág.
Tabela 3.1 Parâmetros do sistema.....	10

## 1. INTRODUÇÃO

Um sistema hidráulico pode ser definido como um conjunto de elementos físicos convenientemente associados que, utilizando um fluido como meio de transferência de energia, permite a transmissão e controle de forças e movimentos [Linsingen, 2008]. É recorrente na literatura o uso do termo hidráulica quando se refere a instalações de condicionamento e transporte de água, sendo, no Brasil, por vezes utilizado o termo 'sistema óleo-hidráulico' quando se deseja referir ao condicionamento de fluido para se obter energia mecânica útil [Pedron, 2006]. Neste último contexto, a hidráulica se apresenta como uma ferramenta capaz de facilitar trabalhos que antes necessitavam da força do homem e, inclusive, amplificar as ações dos operadores, permitindo a manipulação de grandes cargas a partir de pequenos esforços musculares.

O fluido hidráulico, por apresentar características tradicionais dos fluidos, configura um dos meios mais versáteis de transmissão de movimento e força [Pedron, 2006]. Estas características conferem aos sistemas hidráulicos uma excelente relação peso/potência se comparados a outras formas de transmissão de potência [Akers *et al*, 2006].

Atualmente, devido ao grande desenvolvimento tecnológico e científico associados ao tema, os sistemas hidráulicos encontram aplicação nos mais variados ramos, desde o uso cotidiano, como em veículos de passeio, até na indústria aeroespacial. As aplicações mais comuns são as de transmissão de força e velocidade, bem como para posicionamento. Sistemas com essa aplicação são muito difundidos, principalmente devido às características acima descritas [Merritt, 1967].

A literatura nos apresenta muitas aplicações de sistemas de posicionamento hidráulico. Dentre elas pode-se citar seu uso em robôs manipuladores [Wu, 1997; Valdiero, 2002], controle de flaps de aeronaves, máquinas de controle numérico, abertura de válvulas na indústria química [DeNegri *et al.*, 1997], dentre outras muitas aplicações onde o controle do movimento se faz necessário.

Normalmente um sistema de posicionamento hidráulico é composto por um atuador hidráulico comandado por uma eletroválvula que controla o sentido e intensidade da vazão de óleo para o atuador, de acordo com um sinal elétrico aplicado à válvula. Neste contexto, as válvulas proporcionais (VDP) ou servo-válvulas (SV) apresentam grande vantagem devido à possibilidade de assumir posições intermediárias entre seus pontos extremos, dependendo do sinal elétrico de acionamento.

A utilização destas válvulas, VDP e SV, exige um estudo mais detalhado do circuito, uma vez que se deseja controlar ao longo do tempo a força, posição ou velocidade de um atuador e existência de flutuações no valor destas variáveis podem causar danos aos sistemas [DeNegri, 2001]. A utilização de modelos matemáticos dinâmicos torna possível conhecer detalhadamente o comportamento destas variáveis.

Este trabalho tem como foco o estudo do modelo matemático de um sistema de posicionamento hidráulico e sua validação em malha aberta em uma bancada de testes visando avaliar a possibilidade de realizar futuramente o projeto de controladores desenvolvidos no próprio laboratório de hidráulica.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um circuito hidráulico consiste de uma combinação apropriada de elementos físicos cada um com características operacionais próprias que permite tratar o sistema como uma associação de grupos de componentes com funções bem definidas associadas às ações de conversão, controle e limitação de energia [Linsingen, 2008].

Segundo DeNegri, 2001, pode-se dividir o circuito hidráulico basicamente em duas partes: circuito de potência e circuito de atuação. O circuito de potência é responsável pelo suprimento de energia hidráulica ao circuito de atuação e é basicamente composto por reservatórios, filtros, bombas, válvulas de alívio e motores elétricos. Já, o circuito de atuação tem por finalidade transformar a energia hidráulica em energia mecânica útil e é composto, dentre outros componentes, por válvulas direcionais e atuadores.

As principais características destes elementos serão abordadas no decorrer deste capítulo.

### 2.1. Unidade de potência e condicionamento hidráulico

A unidade de potência e condicionamento hidráulico (UPCH) é responsável por fornecer a potência para o circuito de atuação com níveis pré-determinados de vazão, pressão e temperatura de fluido. Nela estão presentes a bomba hidráulica e o motor responsáveis pela geração de energia hidráulica, o filtro, a válvula reguladora de potência e o reservatório responsáveis pelo condicionamento do fluido [DeNegri,2001].

### 2.2. Atuador hidráulico

Os atuadores hidráulicos são componentes mecânicos que recebem energia hidráulica e a convertem em energia mecânica, com deslocamento rotativo ou linear. Quando o movimento é rotativo, tem-se um motor hidráulico, que fornece energia mecânica na forma de torque e velocidade angular. Já, quando o movimento é linear, tem-se um cilindro hidráulico, que fornece energia mecânica na forma de força e velocidade linear [Pedron, 2006]. Os detalhes apresentados a seguir se referem apenas aos atuadores lineares, categoria esta abordada neste trabalho.

A classificação dos cilindros hidráulicos se torna difícil, uma vez que existe uma gama muito variada de cilindros utilizados para as mais variadas funções. Entretanto, a maioria das aplicações utiliza tipos de cilindros que podem ser classificados a partir de sua forma construtiva e seu tipo de acionamento [Pedron,2006 ;Linsingen, 2008].

Quanto à forma de acionamento, pode-se separá-los em dois grupos: os cilindros hidráulicos de simples efeito e os de duplo efeito. Os atuadores de simples efeito recebem energia hidráulica somente de um lado do êmbolo (avanço ou retorno), enquanto que os de duplo efeito recebem energia hidráulica para acionar ambos os sentidos de deslocamento tanto avanço como retorno.

Já, quanto à forma construtiva, existem muitas variáveis, porém, a mais significativa delas consiste no tipo de haste. Um cilindro hidráulico pode apresentar haste simples ou dupla. O primeiro tipo possui haste somente em um lado do êmbolo do atuador, enquanto que o segundo tipo possui uma haste passante em ambos os lados (Figura 2.1). Esta característica construtiva modifica também a área geométrica efetiva de aplicação da pressão no pistão, tendo o cilindro de simples efeito uma área maior para a aplicação da pressão no avanço do que no retorno. No cilindro de duplo efeito, a área efetiva é a mesma em ambos os lados do êmbolo, desde que as hastes tenham mesmo diâmetro.



Figura 2.1-Tipos de haste dos cilindros hidráulicos (Pedron,2006).

### 2.3. Válvula direcional

A possibilidade de direcionar o fluido para diferentes pontos do sistema hidráulico, promover desvios e interromper o escoamento quando necessário constituem características básicas do controle direcional. Estas ações são geralmente reguladas por meio de válvulas direcionais [Linsingen, 2008].

As válvulas se diferenciam de acordo com sua configuração geométrica, quanto à forma construtiva do corpo e princípio de acionamento [Pedron, 2006]. Dentre as possibilidades de configuração geométrica dos elementos de válvulas de controle, as de maior aplicação são

as de carretel deslizante, de placa deslizante ou rotativa, de obturador de disco e de bocal-palheta [Linsingen, 2008]. Por carretel entende-se um êmbolo que se desloca no interior do corpo da válvula para controlar e direcionar a vazão de óleo que passa através da válvula. No presente trabalho, será usada uma válvula de carretel deslizante para direcionar e controlar o movimento de um pistão.

Outra classificação empregada relaciona-se com o número de vias pelas quais o fluido entra ou sai da válvula. As válvulas mais comuns são as que variam de duas a cinco vias, sendo que válvulas com maior número de vias são geralmente utilizadas em aplicações especiais.

As válvulas podem também variar de acordo com o tipo de centro, o qual relaciona a diferença entre a largura do ressalto do carretel e o comprimento do rebaixo no corpo da válvula por onde passa o fluido [Pedron, 2006]. Como se pode observar na Figura 2.2, existem três tipos de centro possíveis: centro supercrítico, o qual apresenta a largura do ressalto no carretel maior que o comprimento do rebaixo; centro crítico, onde a largura do carretel e o comprimento do rebaixo na válvula são semelhantes e centro subcrítico, que possui o comprimento do ressalto do carretel menor que o comprimento do rebaixo na válvula.

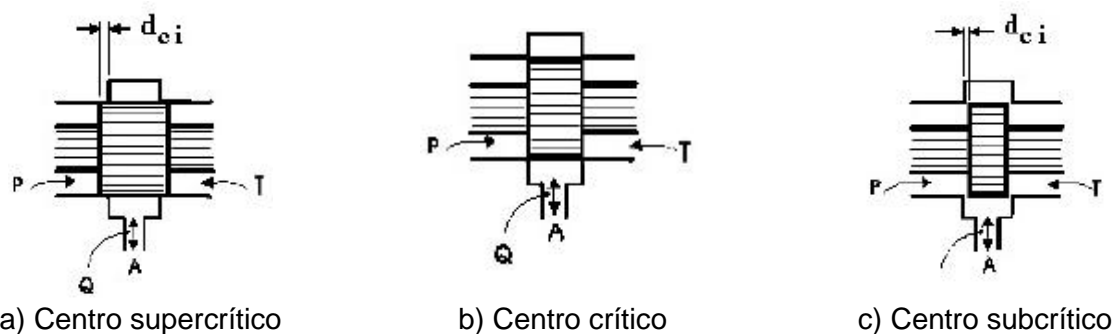


Figura 2.2-Tipos de centro do carretel da válvula (Pedron,2006).

Certas características de válvulas estão intimamente relacionadas ao tipo de centro. A mais importante de acordo com Merritt, 1967, corresponde ao ganho de vazão que relaciona a vazão de saída com o deslocamento do carretel da válvula, o qual está apresentado na Figura 2.3 para os três tipos de centro.

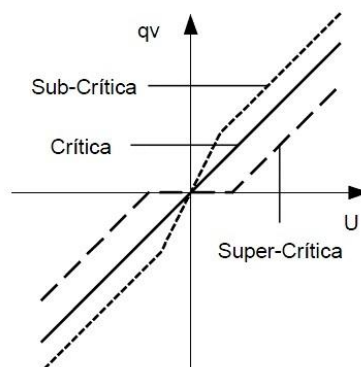


Figura 2.3-Ganho de vazão para os três tipos de centro possíveis (DeNegri, 2001).

Quanto ao tipo de acionamento, as válvulas podem ser do tipo mecânico, elétrico ou hidráulico. As válvulas com acionamento elétrico podem ser classificadas de acordo com o tipo de mecanismo de acionamento. Abaixo estão listadas as válvulas de acordo com esta classificação:

- Válvula direcional de carretel, acionada por solenoide comum;
- Válvula proporcional, acionada por solenoide proporcional;
- Servo-válvula, acionada por servojet ou motor torque.

Em válvulas direcionais de carretel, as posições possíveis do carretel são limitadas, geralmente a duas ou três, não sendo possível controlar a intensidade vazão através do carretel, somente sua direção.

As válvulas proporcionais e servo-válvulas são consideradas componentes multifuncionais, pois direcionam o vetor potência hidráulica ao mesmo tempo em que condicionam o módulo. Segundo a norma ISO 1219-1 [ISO, 1991 apud DeNegri, 2001], as servo-válvulas e as válvulas proporcionais são enquadradas sob o mesmo princípio de funcionamento e apresentam a mesma simbologia. Essa associação relaciona-se ao fato de ambas possuírem a mesma função em um sistema hidráulico.

As válvulas direcionais proporcionais (VDP) surgiram nos anos 70 com dois distintos campos de aplicação: equipamentos móveis e industriais. Seu principal objetivo tem sido poder desempenhar com menor custo, as mesmas funções das servo-válvulas, que surgiram na década de 40, impulsionadas pela II Guerra Mundial [DeNegri, 2001].

Os processos de controle e automação hidráulicos tiveram grande difusão por conta das VDP, pois, apesar de possuir uma limitação de precisão em relação as servo-válvulas, possuem um custo significativamente menor. Essa diferença levou a uma delimitação no campo de aplicação destes componentes. Atualmente, com as novas gerações de VDP, sendo estas mais sofisticadas e com um custo mais baixo, a tradicional delimitação no uso de servo-válvulas e VDP tem sido muita reduzida [Linsingen, 2008].

O solenoide proporcional que aciona este tipo de válvula é utilizado para posicionar o carretel da válvula entre os extremos de seu curso. O sinal de entrada aplicado é proporcional à área de passagem do fluido nos orifícios da válvula e varia de forma contínua e controlada. Esta proporcionalidade, porém, depende de fatores que podem ser variáveis, tais como perturbações produzidas por forças resistivas de escoamento, atrito, entre outras, que produzem um erro associado [Linsingen, 2008].

Para uma melhoria no desempenho estático e dinâmico se faz uso da realimentação da posição do carretel da válvula. Isto se dá incorporando um sensor de posição à válvula e circuitos eletrônicos dedicados instalados em cartelas eletrônicas [DeNegri, 2001]. Este sensor de posição é ligado ao núcleo do solenoide e registra a posição real, realimentando um amplificador que compara eletronicamente o sinal de referência ao de realimentação e incorpora ao sinal de alimentação à diferença de posição dentro do valor de referência do atuador, caso o valor assumido não corresponda ao sinal de referência.

Este tipo de realimentação aproxima muito as VDP das servo-válvulas uma vez que o acionamento das servo-válvulas também possui um laço interno de realimentação que garante uma melhoria na proporcionalidade entre sinal elétrico e abertura da válvula.

## 2.4. Modelo matemático

Modelo matemático é uma aproximação da descrição de um processo através de um conjunto de equações [Garcia, 2009]. Sendo assim, não é escopo do modelo representar todas as características do processo real, devendo-se buscar uma relação entre o tempo gasto para a obtenção do modelo e o nível de detalhamento exigido do mesmo.

## 3. MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo trata da modelagem e principais características de um sistema hidráulico composto por uma válvula direcional proporcional de quatro vias e três posições com centro crítico e um atuador linear, como mostrado na Figura 3.1.

Após um estudo aprofundado do sistema a ser modelado e da proposta de um conjunto de equações representativas, a partir de leis da física, são ainda identificados os parâmetros físicos do sistema. Após a implantação computacional, são realizadas simulações utilizando os modelos obtidos a fim de se obter uma resposta temporal da variável de interesse quando se excita sua variável de entrada com um sinal desejado [Garcia, 2009]. Dependendo do erro apresentado, deve-se reiniciar o processo de modelagem, estudando e adequando as equações e avaliando novamente parâmetros do sistema.

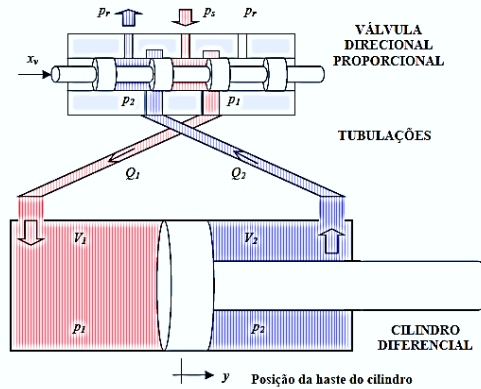


Figura 3.1-Circuito hidráulico a ser modelado (Valdieiro, 2002).

### 3.1. Equações da dinâmica do carretel

A dinâmica do carretel pode ser dividida entre a dinâmica elétrica do solenoide e a dinâmica mecânica do carretel. Tratando o solenoide proporcional como um motor elétrico de corrente contínua e aplicando a lei das malhas para o balanço elétrico da armadura [Franklin *et al*, 1994], obtém-se um modelo de 1º ordem, como representado na equação 3.1:

$$\frac{L_b}{R_b} \frac{di_m}{dt} + i_m = \frac{v_m}{R_b} \quad (3.1)$$

onde  $L_b$  é a indutância medida em Henry(H) e  $R_b$  é a resistência medida em ohms( $\Omega$ ) da bobina do solenóide;  $v_m$  é a tensão elétrica aplicada na bobina em volts (V); e  $i_m$  é a corrente produzida na bobina.

A força necessária para movimentar as partes móveis da válvula pode ser obtida com a aplicação da 2ª Lei de Newton ao sistema de forças no carretel de controle, mostrado na Figura 3.2. No diagrama de corpo livre do carretel da válvula desprezam-se as forças de escoamento do fluido e a força de atrito estático.

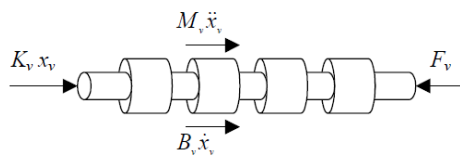


Figura 3.2-Diagrama de corpo livre do carretel da válvula (Valdieiro, 2002).

Aplicando a equação de forças resulta:

$$M_v \frac{d^2 x_v}{dt^2} + B_v \frac{dx_v}{dt} + K_v x_v = F_v = K_f i_m \quad (3.2)$$

onde  $M_v$  é a massa do carretel,  $B_v$  é o amortecimento viscoso do carretel,  $K_v$  é a constante elástica da mola de centragem,  $F_v$  é a força magnética exercida pelo solenoide sobre o carretel associada à passagem de uma corrente  $i_m$  nas bobinas,  $x_v$  é o deslocamento do carretel e do solenoide e  $K_f$  é o ganho de força do solenoide.

A exemplo de trabalhos como o de Valdieiro, 2002, e Cunha, 2001, considera-se no presente trabalho a hipótese de que a dinâmica elétrica do solenoide e a dinâmica da válvula são consideradas muito rápidas em comparação as dinâmicas mecânicas descritas nos próximos capítulos. Sendo assim as seguintes simplificações são feitas.

Tendo em vista que o solenoide possui uma constante de tempo  $\tau$ , que é dada pelo quociente de  $L_b$  por  $R_b$ , muito pequena, tem-se a seguinte relação aproximada:

$$i_m \cong \frac{v_m}{R_b} \quad (3.3)$$



Como a massa do carretel e seu coeficiente de amortecimento são muito pequenos se comparados com o resto do sistema podemos estabelecer que:

$$x_v \cong v_m \frac{K_f}{K_v R_b} \quad (3.4)$$

Sendo assim visível a relação aproximadamente linear entre  $x_v$  e  $v_m$ .

Assim estas dinâmicas serão desprezadas e será considerado apenas o ganho constante tensão–deslocamento de válvula operando em regime permanente.

### 3.2. Equação da vazão nos orifícios da válvula

A Figura 3.3 mostra uma válvula tipo carretel de 4 vias e centro crítico, onde as vazões nos orifícios podem ser determinadas através da equação de Bernoulli (que estabelece que a energia ao longo de um escoamento se conserva). No Apêndice I se encontra um estudo detalhado da aplicação da equação de Bernoulli para as vazões nos orifícios da válvula.

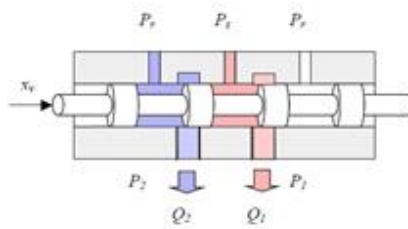


Figura 3.3-Válvula do tipo carretel de 4 vias e centro crítico (Valdieiro, 2002).

Considerando a válvula simétrica de centro crítico, ao deslocar o carretel uma distância  $x$ , tem-se a área nos orifícios de controle dados pela expressão:

$$A_{e0} = wx_v \quad (3.5)$$

onde  $w$  é o comprimento da circunferência externa do carretel.

Aplicando a equação da vazão no orifício para os orifícios de controle da válvula mostrada na Figura 3.3 e substituindo a expressão da área dos orifícios, tem-se:

$$Q_1(x_v, p_1) = k_s x_v g_1(p_1, \text{sgn}(x_v)) \quad (3.6)$$

$$Q_2(x_v, p_2) = -k_s x_v g_2(p_2, \text{sgn}(x_v)) \quad (3.7)$$

onde  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  são, respectivamente, as pressões e as vazões nas câmaras 1 e 2,  $k_s$  é a constante hidráulica  $x_v$  é a tensão aplicada no solenoide e as funções  $g_1(p_1, \text{sgn}(x_v))$  e  $g_2(p_2, \text{sgn}(x_v))$  são definidas por Bu e Yao, 2000, como:

$$g_1(p_1, \text{sgn}(x_v)) = \sqrt{\Delta p_1} = \begin{cases} \sqrt{p_1 - p_r}, & x < 0 \\ \sqrt{p_s - p_1}, & x \geq 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

$$g_2(p_2, \text{sgn}(x_v)) = \sqrt{\Delta p_2} = \begin{cases} \sqrt{p_s - p_2}, & x < 0 \\ \sqrt{p_2 - p_r}, & x \geq 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

As vazões  $Q_1$  e  $Q_2$  fornecidas são uma função não linear do deslocamento do carretel e das pressões  $p_1$  e  $p_2$ . As não linearidades são: a raiz quadrada das equações 3.8 e 3.9, a zona morta (quando o carretel possuir centro supercrítico) a saturação (limitação física do deslocamento) e o atrito entre o carretel e o pórtico.

A fim de se linearizar estas equações pode-se aplicar uma aproximação por série de Taylor em torno de  $x_v = x_v|_{i.}$ , obtendo para uma válvula de carretel com 4 vias e centro crítico a seguinte equação:

$$Q_1(x_v, p_1) = k_q x_v - k_c p_1 \quad (3.9)$$

$$Q_2(x_v, p_2) = -k_q x_v - k_c p_2 \quad (3.10)$$

onde  $k_q$  é o ganho de vazão e  $k_c$  é o coeficiente vazão pressão que, juntamente com o ganho de pressão  $k_p$ , completam os coeficientes da servoválvula [Merritt, 1967] e são dados pelas expressões:

$$k_q = k_s \sqrt{(p_s - p_c |i)} \quad (3.11)$$

$$k_c = k_s \frac{\sqrt{(p_s - p_c |i)}}{2(p_s - p_c |i)} x_v |i \quad (3.12)$$

$$k_p = \frac{k_q}{k_c} \quad (3.13)$$

onde  $p_s$  é a pressão de suprimento e  $p_c$  é definido como a pressão de controle, que é a diferença de pressão entre as câmaras do cilindro e é dada pela equação:

$$p_c = p_1 - p_2 \quad (3.14)$$

### 3.3. Equação da variação de pressão nas câmaras do cilindro

Pode-se obter o modelo matemático para o cilindro utilizando as equações da continuidade e do movimento. O Apêndice II apresenta um estudo detalhado da equação da continuidade aplicada às câmaras de um cilindro.

Tendo sido deduzida a equação da continuidade, Apêndice II, para uma câmara genérica, considera-se o cilindro diferencial mostrado na Figura 3.1, cujas expressões de volume  $V_1$  e  $V_2$  das câmaras 1 e 2, e suas variações são dadas por:

$$V_1 = V_{10} + A_1 y \quad (3.15)$$

$$V_2 = V_{20} - A_2 y \quad (3.16)$$

$$\frac{dV_1}{dt} = A_1 \dot{y} \quad (3.17)$$

$$\frac{dV_2}{dt} = -A_2 \dot{y} \quad (3.18)$$

onde  $V_{10}$  e  $V_{20}$  são, respectivamente, os volumes iniciais das câmaras 1 e 2 acrescidos das tubulações entre a válvula e a câmara. As áreas  $A_1$  e  $A_2$  se referem à seção transversal do embolo do cilindro,  $y$  é o deslocamento da haste do cilindro e  $\dot{y}$  é a sua velocidade.

Conforme pode ser verificado na Equação B.7 do Apêndice II, para o cilindro diferencial considerado obtêm-se as seguintes equações para as variações de pressão nas câmaras:

$$\frac{dp_1}{dt} = f_1(y)(Q_1(x_v, p_1) - A_1 \dot{y}) \quad (3.19)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = f_2(y)(Q_2(x_v, p_2) + A_2 \dot{y}) \quad (3.20)$$

onde  $p_1$  e  $p_2$  são as pressões nas câmaras 1 e 2 do cilindro e  $f_1$  e  $f_2$  são funções dadas pelas equações :

$$f_1(y) = \frac{\beta}{V_{10} + A_1 y} \quad (3.21)$$

$$f_2(y) = \frac{\beta}{V_{20} - A_2 y} \quad (3.22)$$

onde  $\beta$  é o módulo de elasticidade do fluido.

Substituindo as equações linearizadas das vazões, 3.9 e 3.10, nas equações 3.19 e 3.20 e linearizando as equações 3.21 e 3.22 para pequenos desvios ( $y \approx 0$ ), tem-se:

$$\dot{p}_1 = -\frac{\beta}{V_{10}} K_c p_1 - \frac{\beta}{V_{10}} A_1 \dot{y} + \frac{\beta}{V_{10}} K_q x_v \quad (3.23)$$

$$\dot{p}_2 = -\frac{\beta}{V_{20}} K_c p_2 + \frac{\beta}{V_{20}} A_2 \dot{y} - \frac{\beta}{V_{20}} K_q x_v \quad (3.24)$$

### 3.4. Equação do movimento da carga do cilindro

Aplicando as equações do movimento ao cilindro encontra-se a força necessária para movimentar o êmbolo, representada pela Equação 3.25.

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + F_g = A_1 p_1 - A_2 p_2 \quad (3.25)$$

onde  $M$  é a massa total em movimento (haste do cilindro mais carga),  $B$  é o amortecimento viscoso do cilindro e  $F_g$  é a força peso da massa acoplada do cilindro.

Reescrevendo a Equação 3.25 obtém-se a seguinte expressão para a aceleração da massa:

$$\ddot{y} = \frac{1}{M} (A_1 p_1 - A_2 p_2 - F_g - B \dot{y}) \quad (3.26)$$

### 3.5. Modelo não linear de 4ª ordem

Conforme já discutido no Capítulo 3.1, considerando as dinâmicas do solenoide e da válvula muito rápidas tem-se um modelo não linear de 4ª ordem, cujas equações que governam este modelo são:

$$\dot{p}_1 = f_1(y) k_s g_1(p_1, \text{sgn}(u)) u - f_1(y) A_1 \dot{y} \quad (3.27)$$

$$\dot{p}_2 = -f_2(y) k_s g_2(p_2, \text{sgn}(u)) u + f_2(y) A_2 \dot{y} \quad (3.28)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{M} (A_1 p_1 - A_2 p_2 - F_g - B \dot{y}) \quad (3.29)$$

onde  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $g_1$  e  $g_2$  são, respectivamente, expressas pelas equações 3.21, 3.22, 3.8 e 3.9.

A implementação deste modelo no Simulink® pode ser vista em detalhes no Apêndice III.

### 3.6. Modelo linear de 4ª ordem

O modelo linear de 4ª ordem é obtido a partir da linearização dos termos não lineares do modelo não linear de 4ª ordem, têm-se assim as equações que governam este modelo:

$$\dot{p}_1 = -\frac{\beta}{V_{10}} K_c p_1 - \frac{\beta}{V_{10}} A_1 \dot{y} + \frac{\beta}{V_{10}} K_q x_v \quad (3.30)$$

$$\dot{p}_2 = -\frac{\beta}{V_{20}} K_c p_2 + \frac{\beta}{V_{20}} A_2 \dot{y} - \frac{\beta}{V_{20}} K_q x_v \quad (3.31)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{M} (A_1 p_1 - A_2 p_2 - F_g - B \dot{y}) \quad (3.32)$$

A implementação deste modelo no Simulink® pode ser vista em detalhes no Apêndice IV.

### 3.7. Determinação dos parâmetros do sistema

Os parâmetros do sistema foram obtidos através de ensaios e publicações.

A Figura 3.4, retirada do catálogo da válvula, apresenta o resultado do teste de vazão de controle *versus* o sinal de controle  $v_m$ , de onde se obteve o coeficiente de vazão  $k_q$ .

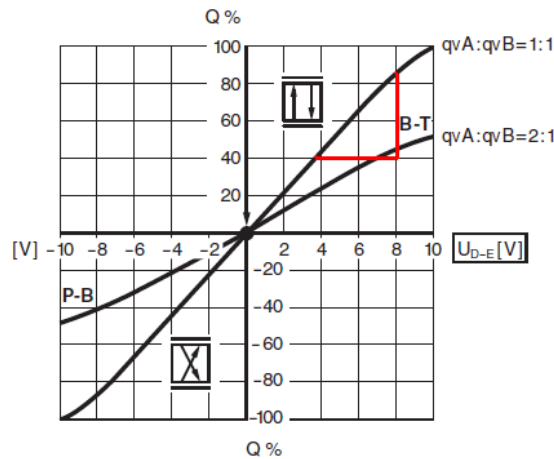


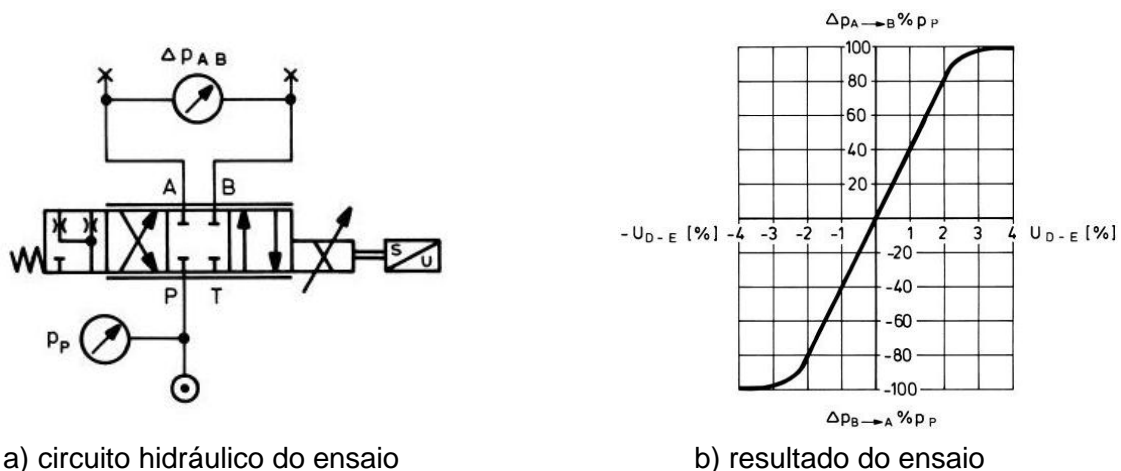
Figura 3.4-Gráfico da vazão de controle *versus* o sinal de controle (Bosch Rexroth,2003).

A constante hidráulica  $k_s$  foi obtida substituindo os valores obtidos em catálogo na Equação 3.11 e isolando a mesma em função do valor de  $K_q$  identificado experimentalmente:

$$k_s = \frac{K_q}{\sqrt{(p_s - p_c|i)}} \tag{3.33}$$

Esta é somente uma das formas encontradas na literatura de se obter a constante hidráulica da válvula, tendo sido esta a escolhida devido ao baixo nível de incerteza do coeficiente de vazão  $k_q$  [Merritt, 1967].

O ganho de pressão  $k_p$  é obtido através da inclinação do gráfico de pressão de carga *versus* sinal de controle (Figura 3.5.b). Este teste é feito com as portas de controle bloqueadas, como pode ser observado na Figura 3.5.a. O coeficiente de vazão pressão  $k_c$  é obtido pela substituição dos valores de  $k_q$  e  $k_p$  na Equação 3.13.



a) circuito hidráulico do ensaio

b) resultado do ensaio

Figura 3.5-Ensaio da pressão de carga *versus* o sinal de controle.

A Tabela 3.1 apresenta os valores dos parâmetros do sistema.

Tabela 3.1 Parâmetros do sistema

Parâmetro	Valor	Unidade
$V_{10}$	$167 \cdot 10^{-6}$	$m^3$
$V_{20}$	$141.6 \cdot 10^{-6}$	$m^3$
$A_1$	$4.91 \cdot 10^{-4}$	$m^2$
$A_2$	$2.37 \cdot 10^{-4}$	$m^2$
$M$	15.2	$kg$
$B$	3500	$Ns/m$
$F_g$	149.1	$N$
$\beta$	$10^9$	$N/m^2$
$y_{inicial}$	0.1	$m$
$p_s$	$5 \cdot 10^6$	$Pa$
$k_q$	$43 \cdot 10^{-6}$	$m^3/s/V$
$k_c$	$76.79 \cdot 10^{-12}$	$m^3/s/Pa$
$k_s$	$11.10 \cdot 10^{-9}$	$m^3/s/V/\sqrt{Pa}$

#### 4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Os estudos experimentais foram realizados no laboratório de hidráulica da UFRGS. A bancada utilizada é composta de uma unidade de potência, um circuito hidráulico, um sistema de controle e um sistema de aquisição de dados.

##### 4.1. Unidade de potência e condicionamento hidráulico

A UPCH utilizada é composta de uma bomba hidráulica da marca Rexroth que é movimentada por um motor elétrico trifásico de indução com potência de 3 CV da marca Siemens. A ela estão acoplados manômetros e válvulas reguladoras de pressão para o ajuste da pressão de fornecimento. Antes do retorno do fluido ao tanque, este passa por um filtro presente na UPCH.

##### 4.2. Circuito hidráulico

O circuito hidráulico utilizado nos experimentos é composto pelos seguintes componentes:

- Cilindro assimétrico de haste não passante de dupla ação (Rexroth CDT3 MS2), diâmetro do êmbolo de 25 mm e da haste de 18 mm e curso de 200 mm.
- Válvula proporcional, simétrica, fabricada pela Rexroth, 4 posição e 4 vias (posição de segurança no estado desligado) e solenoide é do tipo regulador com *feedback* e eletrônica incorporada. A vazão nominal é de 24 l/min e a pressão máxima é de 315 bar, enquanto que o sinal de entrada é de  $\pm 10$  V.

##### 4.3. Sistema de controle e aquisição de dados

O controle da válvula hidráulica é feito a partir de um CLP da marca Dexter ( $\mu D x 100$ ) que realiza o controle do pulso de alimentação da válvula. Foi realizado um programa em linguagem ladder onde o controlador ao ser acionado alimenta a válvula por 1 s.

O sistema de aquisição de dados é composto por um transdutor de posição do tipo resistivo, fabricado pela Opkon, modelo LPT 200D, com linearidade de 0.05%. A aquisição de dados foi feita através de um osciloscópio, fabricado pela Exttech, a taxa de amostragem é de 250 Ms/s e largura de banda de 60 MHz.

#### 4.4. Resultados experimentais

A Figura 4.1 apresenta o deslocamento do cilindro quando a válvula é aberta 20% durante 1 s e em seguida é fechada. Não foram realizadas filtragens nos sinais.

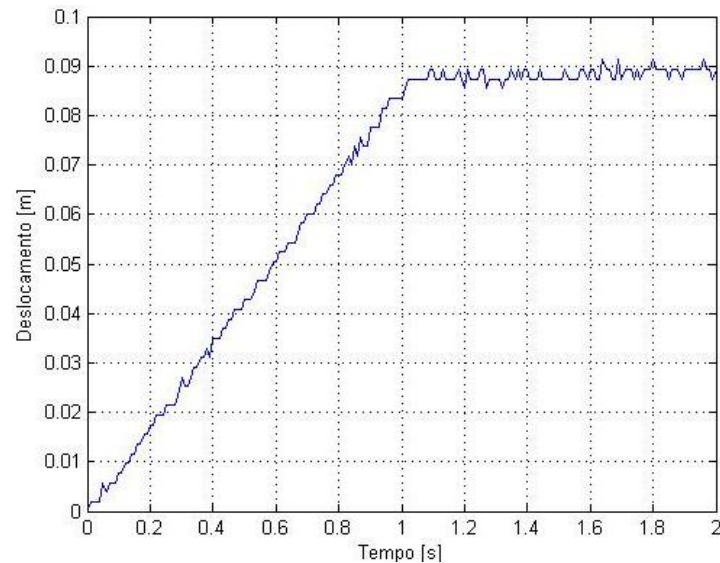


Figura 4.1-Resultado experimental do deslocamento do cilindro com massa acoplada de 15.2 kg.

### 5. SIMULAÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos nas simulações em malha aberta realizadas utilizando os modelos apresentados no Capítulo 4.

As simulações foram realizadas utilizando o software Matlab Simulink®, utilizando o método de Dormand-Prince para a integração numérica das equações diferenciais ordinárias, com um passo de integração de 0,01.

O coeficiente de amortecimento viscoso  $B$  foi estimado em  $3500 \text{ Ns/m}$ , sendo este um valor muito próximo do utilizado por Liu e Handroos, 1998, onde também pois não foi observado um *overshoot* no experimento realizado.

#### 5.1. Simulações utilizando o modelo linear

A Figura 5.1 apresenta o deslocamento do cilindro hidráulico para o modelo linear quando a válvula é aberta 20% durante 1 segundo e fechada em seguida.

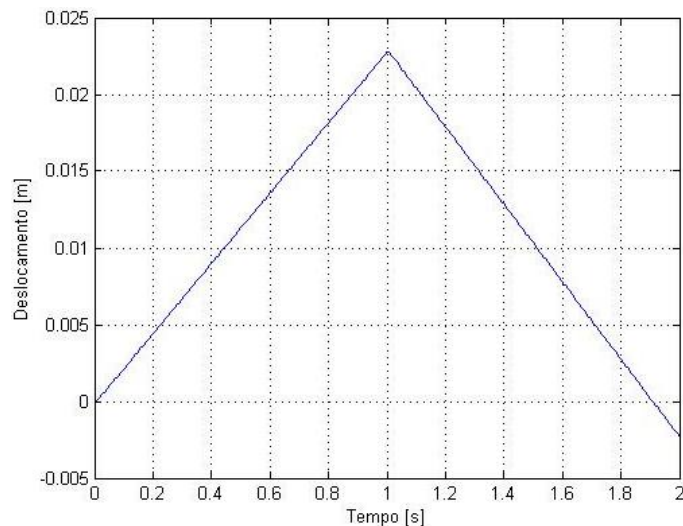


Figura 5.1-Deslocamento do cilindro na simulação do modelo linear

Como pode ser visto na Figura 5.1, o cilindro avança durante o tempo em que a válvula está aberta e retorna após o fechamento da mesma. Fisicamente este retorno não ocorre, pois a válvula ao ser fechada impede a vazão de retorno das câmaras do cilindro para o reservatório. No modelo, este retorno está associado ao fato de a força peso, associada à massa acoplada ao cilindro, gerar uma diferença de pressão nas câmaras do cilindro. Estas pressões não possuem dependência direta com a posição da válvula na equação da vazão linearizada, Equação 3.9 e 3.10, e, assim, fazem com que ocorra vazão no modelo mesmo com a válvula fechada.

Na literatura são poucos os exemplos de cilindros hidráulicos diferenciais, sob a influência de força externa, em malha aberta, não sendo muito bem descrito o comportamento próximo ao ponto zero dos modelos lineares.

Observado este problema, foi proposta uma modificação para a equação da vazão linearizada, cujo diagrama de blocos é apresentado na Figura 5.2.

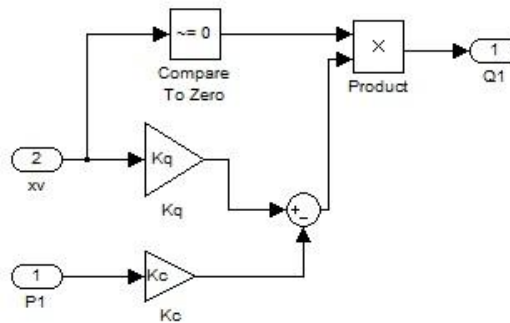


Figura 5.2-Diagrama de blocos da vazão linearizada com a inclusão da modificação proposta

Neste modelo modificado, a vazão é anulada por efeito do bloco de comparação com zero sempre que a tensão de entrada da válvula for zero.

Esta modificação acrescenta uma não linearidade ao modelo linear, deixando-o, evidentemente, não linear quando ocorre a centralização da válvula e linear no restante do domínio de operação, tornando este um modelo linear por partes.

## 5.2. Simulação dos modelos de 4ª ordem

A Figura 5.3a) apresenta o deslocamento do cilindro hidráulico para o modelo linear por partes. Na Figura 5.3b) é apresentado o resultado do modelo não linear descrito na seção 3.7. Para ambos os casos foi utilizada uma abertura da válvula de 20% durante 1 segundo, sendo esta fechada em seguida.

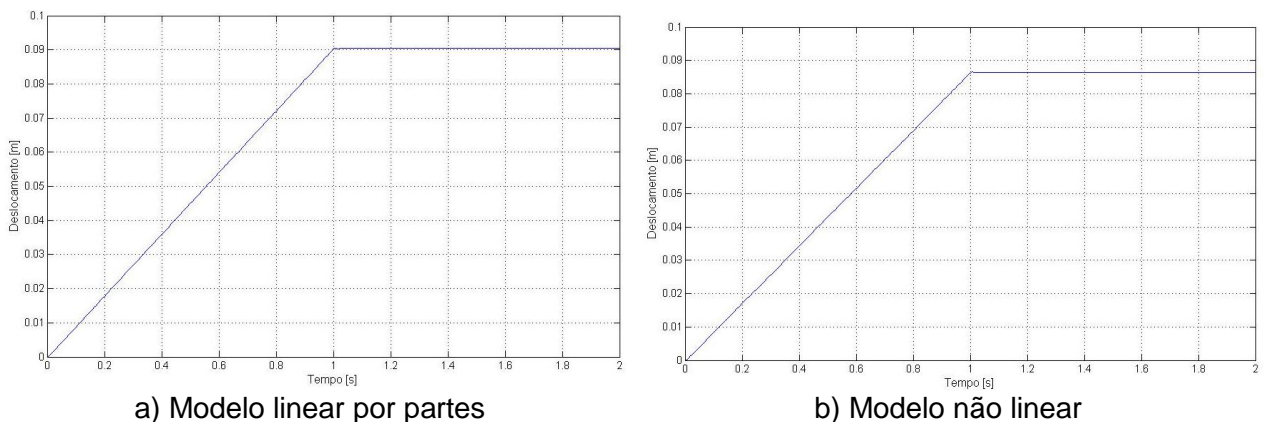


Figura 5.3-Deslocamento do cilindro para a simulação dos modelos.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A fim de validar os modelos fez-se uma comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e os resultados das simulações dos modelos para 2 casos:

- Abertura da válvula de 20% por 1 s, massa acoplada ao cilindro de 15,2 kg;
- Abertura da válvula de 20% por 1 s, massa acoplada ao cilindro de 20,2 kg.

A Figura 6.1 apresenta o primeiro caso.

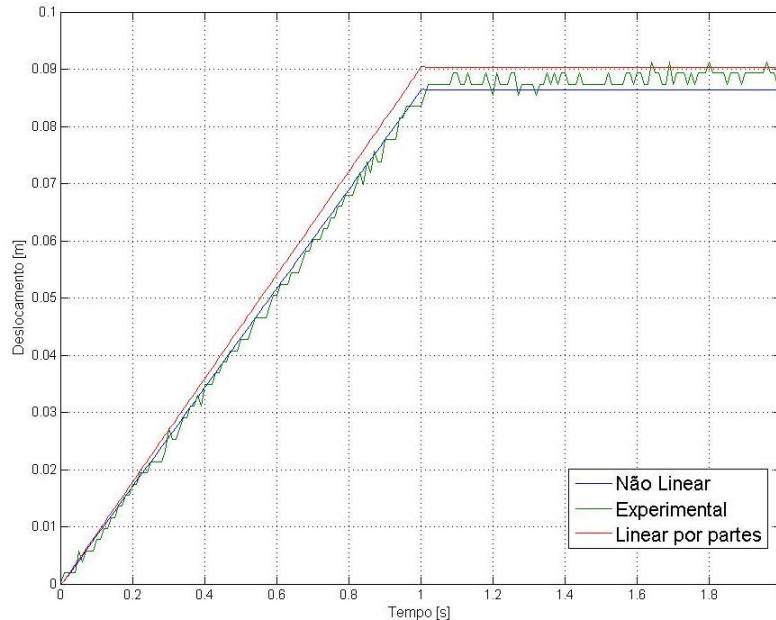


Figura 6.1-Comparação dos deslocamentos do cilindro para massa de 15,2 kg.

O erro de posição do modelo linear por partes em relação a média dos resultados experimentais foi de 3%, enquanto o modelo não linear descrito na seção 3.7 apresentou um erro de 1% em relação à média dos resultados experimentais.

A Figura 6.2 apresenta o segundo caso, onde o erro do modelo linear por partes em relação à média dos resultados experimentais não foi expressiva, enquanto o modelo não linear descrito na seção 3.7 apresentou um erro de 2% em relação à média dos resultados experimentais.

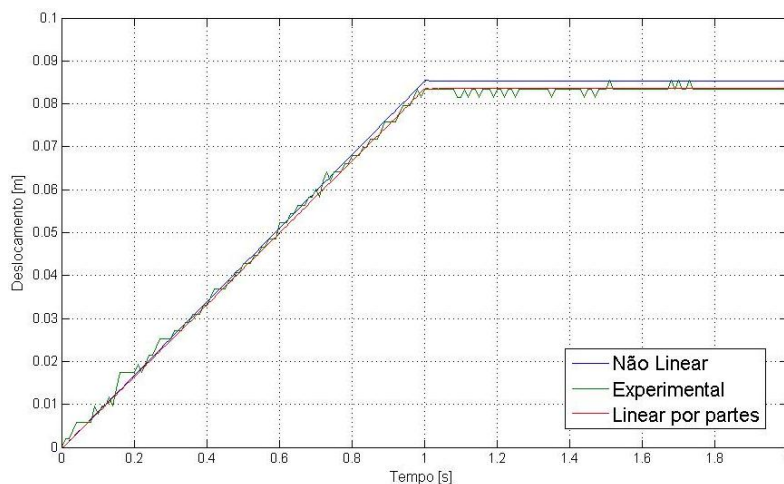


Figura 6.2-Comparação dos deslocamentos do cilindro para massa de 20,2 kg.

Ambos modelos não apresentaram desvios muito significativos, tendo em vista a série de simplificações realizadas na obtenção dos modelos, o que indica a validade destes ao menos em uma primeira aproximação. Deve-se acrescentar a ressalva de que não foram observadas as incertezas presentes durante o processo.



## 7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

No presente trabalho foram propostos inicialmente dois modelos matemáticos para um servoposicionador hidráulico, um linear e outro não linear.

Após a realização de simulações utilizando o modelo linear, observou-se a ocorrência de uma incoerência física nos resultados do sistema, que consiste no retorno do cilindro após o fechamento da válvula. Buscando solucionar este problema, foi adicionada uma comparação da vazão para que, no instante em que a válvula seja fechada, as vazões cessem. Porém esta inclusão torna este modelo não linear quando a válvula está centrada.

Foram realizados experimentos em bancada a fim de validar os modelos matemáticos. O modelo linear por partes apresentou um erro máximo de 3% e o não linear um erro máximo de 2%.

Deve-se salientar que o coeficiente de amortecimento viscoso utilizado nos modelos foi estimado a partir dos resultados das simulações. Trabalhos futuros devem realizar ensaios experimentais a fim de se minimizar erros devido a este tipo de estimativa. Também se deve realizar um estudo mais aprofundado sobre as incertezas das medições.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akers, A.; Gassman, M.; Smith, R.; **“Hydraulic power system analysis”**, CRC Press, 1ª edição, 365 p., 2006

Bosch Rexroth, **“Válvulas servossolenóides com eletrônica integrada (OBE) Tipo 4WRPEH 6”**, Manual técnico, 12 p., 2003.

Bu, F.; Yao, B.; **“Nonlinear adaptive robust control of actuators regulated by proportional directional control valves with dead band nonlinear flow gains”**, Proceedings of the American control conference, pp. 4129-4133, 2000.

Cunha, M.A.B.; **“O controle em cascata de um atuador hidráulico: contribuições teóricas e experimentais”**, Tese de doutorado – UFSC, 177 p., 2001.

DeNegri, V.J.; **“Sistemas hidráulicos e pneumáticos para automação e controle: Parte III: Sistemas Hidráulicos para controle”**, Laship – UFSC, 62 p., 2001.

DeNegri, V.J.; Attié, S.S.; De Toledo, L.B.; **“Controle de posição utilizando servoválvulas e válvulas proporcionais eletrohidráulicas (parte I)”**, Revista ABHP, Vol 106, pp. 15-18, 1997.

Franklin, G.F.; Powell, J.D.; Emami-Naeini, A.; **“Feedback control of dynamics systems”**, Addison-Wesley Publishing Company, 3ª edição, pp. 45-49, 1994.

Garcia, C.; **“Modelagem e simulação de processos industriais e de sistemas eletromecânicos”**, Edusp, 2ª edição, 678 p., 2009.

Liu, Y.; Handroos, H.; **“Technical note: Sliding mode control for a class of hydraulic position servo”**, Mechatronics, Vol. 9, pp. 111-123, 1999.

Linsingen, I.V.; **“Fundamentos de sistemas hidráulicos”**, Editora da UFSC, 3ª edição, 399 p., 2008.

Merritt, H.E.; **“Hydraulic control system”**, John Wiley & Sons Inc., Vol. 1, 358 p., 1967.

Pedron, G.; **“Análise e projeto de sistemas de controle para atuadores hidráulicos servo acionados: um estudo de caso”**, Dissertação de mestrado - PUC-PR, 91p., 2006.

Serrano, M.I.; **“Controle de força de um servomotor hidráulico através da técnica de linearização por realimentação”**, Dissertação de mestrado – UFRGS, 108p., 2007.

Valdiero, A.C.; **“Controle de robôs hidráulicos com compensação de atrito”**, Proposta de tese para exame de qualificação de doutorado – UFSC, 103 p., 2002.

## A. APÊNDICE I

Considerando o escoamento unidimensional, incompressível, em regime permanente e o fluido ideal para um orifício genérico (Figura A.1), o balanço de energia entre as seções 1 e 2 como resulta:

$$\frac{1}{2}\rho_{f1}v_{f1}^2 + \rho_{f1}gz_{f1} + P_{f1} = \frac{1}{2}\rho_{f2}v_{f2}^2 + \rho_{f2}gz_{f2} + P_{f2} \quad (\text{A.1})$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\rho_f$  é o peso específico,  $v_f$  é a velocidade,  $z_f$  é a altura manométrica e  $P_f$  é a pressão estática do fluido.

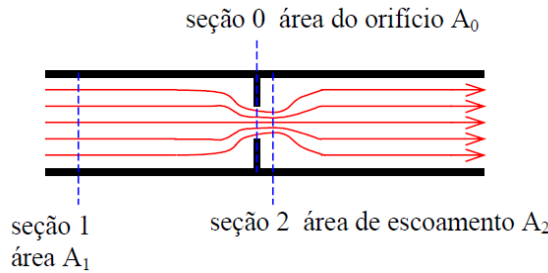


Figura A.1-Escoamento de um fluido em um orifício genérico (Valdieiro, 2002).

Para as condições geométricas específicas, as variações do peso específico do fluido e da altura manométrica podem ser desprezadas. Além disso, como a área do orifício de controle é muito menor que a de entrada da canalização ( $A_{e1} \gg A_{e2}$ ), e, por consequência, a velocidade de entrada  $v_{f1}$  é desprezível em relação à velocidade da *vena contracta*  $v_{f2}$ , de modo que:

$$v_{f2} = \sqrt{\frac{2(P_{f1} - P_{f2})}{\rho}} \quad (\text{A.2})$$

onde  $v_{f2}$  é a velocidade média ideal.

Como a equação de Bernoulli pressupõe que o fluido seja incompressível e que não haja perdas por atrito, a velocidade real na *vena contracta*  $v_{2real}$  é um pouco inferior à velocidade média ideal  $v_{f2}$ . Este fato é compensado através do coeficiente de velocidade  $c_v$ , com valores geralmente entre 0,96 e 0,99 [Valdieiro, 2002]. Com esta correção na velocidade tem-se:

$$v_{2real} = c_v v_{f2} = c_v \sqrt{\frac{2(P_{f1} - P_{f2})}{\rho}} \quad (\text{A.3})$$

Como  $A_{e2}$  não é uma área mensurável, vários experimentos determinam sua correlação com a área do orifício  $A_{e0}$  para diferentes tipos de orifício. Pode-se escrever esta relação em função do coeficiente de contração  $c_c$ , que, para válvulas de carretel, variam de 0,6 a 0,7 [DeNegri, 2001]. Assim tem-se:

$$A_{e2} = c_c A_{e0} \quad (\text{A.4})$$

Considerando que a vazão volumétrica em regime permanente é dada por:

$$Q = A_{e2} v_{2real} \quad (\text{A.5})$$

Substituindo as Equações A.3, A.4 e A.5 obtêm-se a equação para a vazão em orifícios:

$$Q = c_d A_{e0} \sqrt{\frac{2(P_{f1} - P_{f2})}{\rho}} \quad (\text{A.6})$$

onde  $c_d$  é o chamado coeficiente de descarga e  $Q$  é a vazão volumétrica.

## B. APÊNDICE II

Para o escoamento em uma câmara genérica mostrada na Figura .B.1.

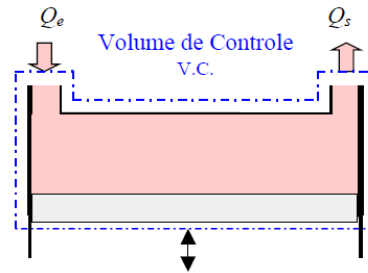


Figura .B.1-E escoamento de um fluido em uma câmara genérica (Valdiero, 2002).

aplica-se o princípio da conservação de massa ao volume de controle e obtém-se:

$$\int_{S.C.} \rho \vec{v}_{cg} dA_{cg} - \frac{\rho}{\partial t} \int_{V.C.} \rho dV_{cg} = 0 \quad (B.1)$$

A primeira integral representa o fluxo líquido de massa através do volume de controle e a segunda a variação da massa no interior do volume de controle

A massa específica  $\rho$  é considerada constante,  $v_{cg}$  é a velocidade do fluido através de uma área infinitesimal  $dA_{cg}$  e  $dV_{cg}$  é a variação do volume na câmara genérica.

Logo, aplicando a Equação B.1 ao escoamento da Figura .B.1, tem-se:

$$Q_e - Q_s = \frac{dV}{dt} + \frac{V \partial \rho}{\rho \partial t} \quad (B.2)$$

onde  $Q_e$  e  $Q_s$  são, respectivamente, as vazões de entrada e saída da câmara,  $\partial \rho / \partial t$  representa o incremento de massa específica e é relacionado com o módulo de elasticidade volumétrica do fluido  $\beta$  pela seguinte relação:

$$\frac{\partial \rho}{\rho} = \frac{dp}{\beta} \quad (B.3)$$

Substituindo as Equações B.3 e B.2, tem-se uma expressão para a equação da continuidade aplicada a uma câmara genérica dada por;

$$Q_e - Q_s = \frac{dV}{dt} + \frac{V dp}{\beta dt} \quad (B.4)$$

Substituindo as equações B.5 e B.6 em B.4 e isolando a variação de pressão tem-se:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\beta}{V} \left( Q - \frac{dV}{dt} \right) \quad (B.7)$$

### C. APÊNDICE III

A Figura C.1 apresenta o diagrama de blocos do modelo não linear implementado no software Simulink® onde o sinal de alimentação das válvulas é enviado para o bloco com as equações das vazões nas câmaras 1 e 2. Estes valores de vazões são, por sua vez, encaminhados para os blocos com as equações das variações de pressão na referida câmara e, por fim, as pressões nas câmaras são encaminhadas para o bloco com a equação do movimento, onde é calculado o posicionamento do cilindro.

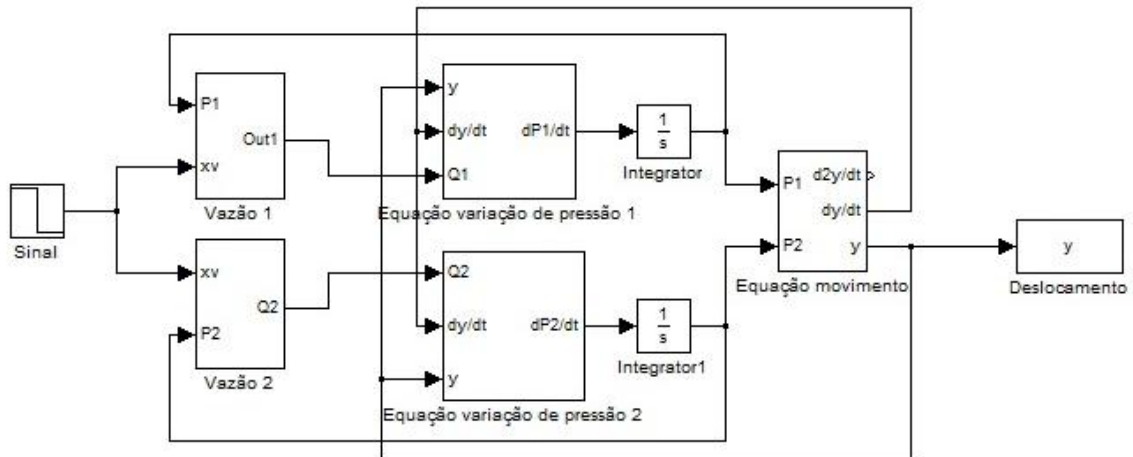


Figura C.1-Diagrama de blocos do modelo não linear.

A Figura C.2 apresenta o subsistema da vazão para o modelo não linear, Capítulo 3.5.

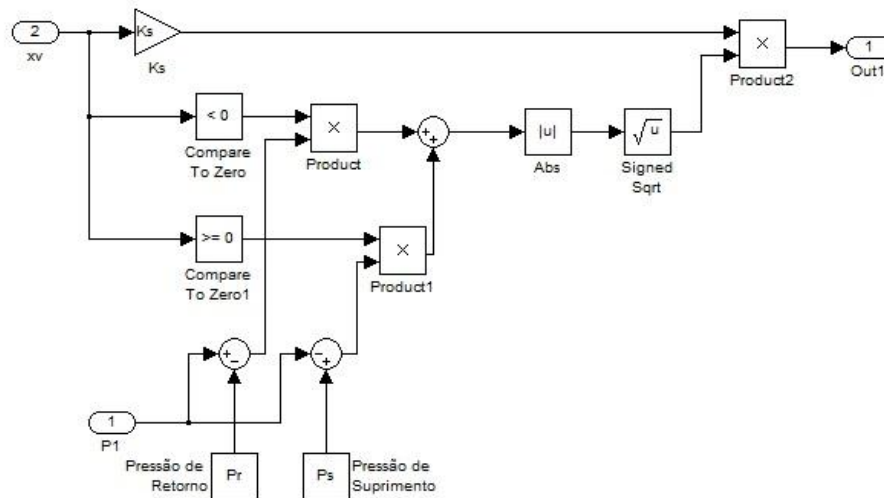


Figura C.2-Detalhe do subsistema da vazão do modelo não linear.

A Figura C.3 apresenta o subsistema da equação da variação de pressão para uma das câmaras do cilindro do modelo não linear presente no Capítulo 3.5.

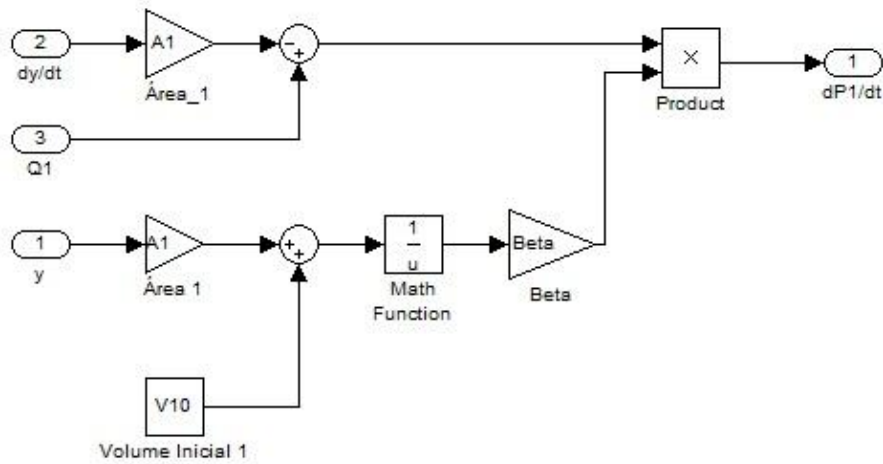


Figura C.3-Detalhe do subsistema da equação da variação de pressão do modelo não linear.

A Figura C.4 apresenta o subsistema da equação do movimento do sistema do modelo não linear do Capítulo 3.5.

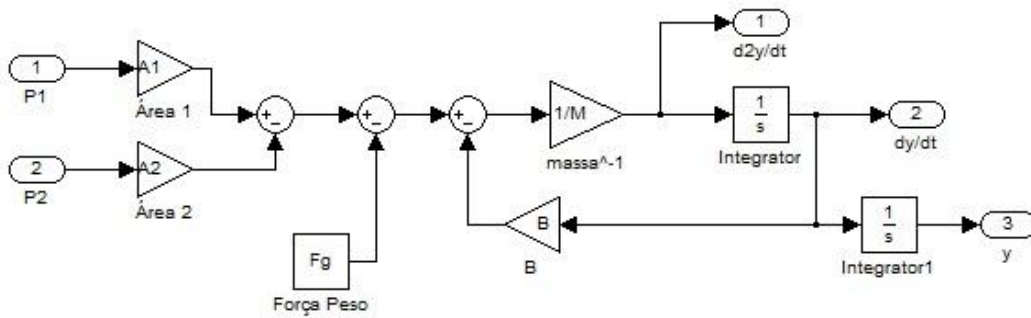


Figura C.4-Detalhe do subsistema da equação do movimento do sistema.

D. APÊNDICE IV

A Figura D.1 apresenta o diagrama de blocos do modelo linear, Capítulo 3.6, implementado no software Simulink® onde o sinal de alimentação das válvulas é enviado para os blocos com as equações das vazões linearizadas nas câmaras 1 e 2. Estes valores de vazões, por sua vez, são encaminhados para os blocos com as equações das variações de pressão na referida câmara e, por fim, as pressões nas câmaras são transferidas para o bloco com a equação do movimento, onde é calculada a posição do cilindro.

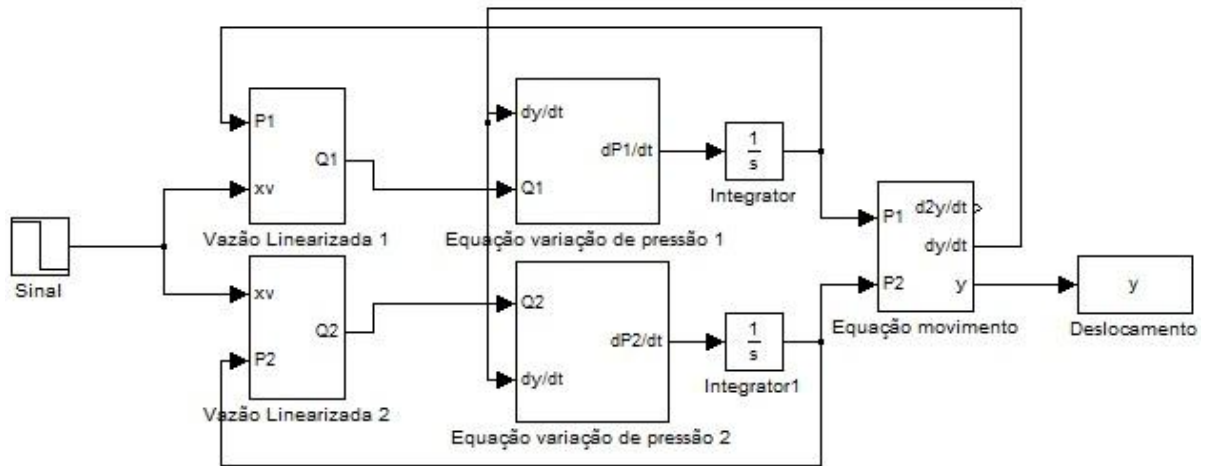


Figura D.1- Diagrama de blocos do modelo linear.

O subsistema da vazão linearizada para o modelo linear pode ser visto na Figura D.2. A Figura D.3 apresenta o subsistema da equação da variação de pressão para uma câmara do cilindro do modelo linear por partes. O subsistema da equação do movimento do sistema do modelo linear por partes é idêntico ao do não linear e é apresentado na

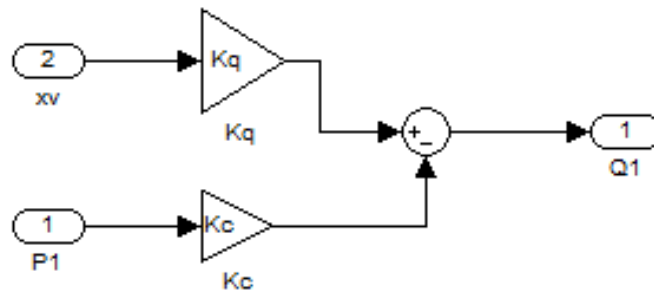


Figura D.2-Detalhe do subsistema da equação da vazão linearizada.

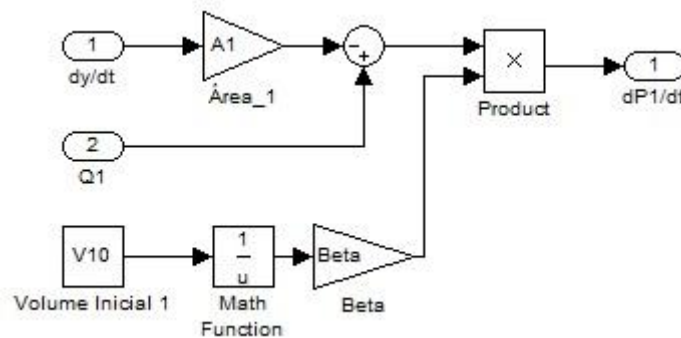


Figura D.3-Detalhe do subsistema da equação da variação de pressão do modelo linear por partes.