Consistência da formulação Hamiltoniana da teoria de Hořava-Lifshitz

HENRIQUE DOS SANTOS FLORES, HORACIO OSCAR GIROTTI

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Introdução

Atualmente, um dos objetivos centrais da física teórica de altas energias é o de obter uma teoria quântica da gravitação consistente. Basicamente podemos distinguir três linhas de ataque diferentes que visam a consecução deste objetivo. Uma delas origina-se na teoria de supercordas a qual só pode ser formulada num espaço de dez dimensões e, além do mais, não fornece uma teoria da gravitação independente de "background". A formulação de "loop quantum gravity"é, como desejado, independente de "background"mas está longe de poder ser considerada uma teoria completa.

Recentemente[1, 2] foi proposta uma teoria efetiva da gravitação que incorpora os ingredientes básicos requeridos para se tornar numa teoria quântica renormalizável. O estudo da consistência desta teoria é o objetivo do presente trabalho.

O Modelo de Hořava- Lifschitz

A Relatividade Geral, em $3+1$ dimensões, envolve uma constante de acoplamento com dimensão negativa de massa o que compromete a renormalizabilidade de sua versão quântica. Petr Hořava [1, 2] propôs uma teoria de gravitação que, em princípio, não apresenta a mencionada dificuldade. A dita teoria envolve um espaço-tempo anisotrópico $\mathcal{M}$ de $(1+D)$-dimensões, no qual atribui-se ao tempo (t) a dimensão $[t]=-z$ e às coordenadas espaciais $[\vec{x}]=-1$. Podemos descrever $\mathcal{M}$ como a foliação $\mathcal{F}$ de codimensão um,

$$\mathcal{M} = \vec{R} \times \Sigma \,. \tag{1}$$

Cada uma das folhas (uma para cada t) equivale a uma variedade fixa D-dimensional Σ cuja métrica é g_{ij}. A parte cinética da ação,

$$S_K = \frac{2}{\kappa^2} \int dt d^D x \sqrt{g} N \left(K_{ij} K^{ij} - \lambda K^2 \right) \,, \tag{2}$$

na qual κ e λ são constantes de acoplamento, K_{ij} a curvatura extrínseca das folhas de tempo constante (Σ), g o determinante da métrica espacial g_{ij}, $K = g_{ij}K^{ij}$ e ∇_i a derivada covariante induzida pela métrica. A possibilidade de introduzir a constante de acoplamento adicional λ deve-se do fato que cada um dos termos que compõem a ação ($K_{ij}K^{ij}$ e K^2) são separadamente invariantes sob o grupo de difeomorfismos ($\mathrm{Diff}_{\mathcal{F}}\mathcal{M}$) que preserva a foliação $\mathcal{F}$. Para $\lambda = 1$ a teoria é a Relatividade Geral e, portanto, invariante sob a totalidade dos difeomorfismos espaço-temporais.

Das definições acima conclui-se que $[\kappa] = \frac{z-D}{2}$. Em particular, $D=3$ e $z=3$ implicam que $[\kappa]=0$ o que justifica a esperança da proposta de Hořava levar, neste caso, a uma teoria quântica da gravitação renormalizável. O preço a pagar é a introdução, por consistência, de todos os termos invariantes sob $\mathrm{Diff}_{\mathcal{F}}\mathcal{M}$ cujas dimensões sejam menores ou iguais a seis no "potencial".

Para evitar a proliferação de constantes de acoplamento independentes, Hořava introduziu um requerimento adicional que consiste em exigir que a teoria possua a simetria conhecida como "balanço detalhado". Esta simetria restringe a forma do potencial. Resumindo, a ação proposta por Hořava, para $z=3$ e $D=3$ é

$$S = S_K + S_V = \int dt d^D x \sqrt{g} N \left[\frac{2}{\kappa^2} \left(K_{ij} K^{ij} - \lambda K^2 \right) - \frac{\kappa^2}{2w^4} C_{ij} C^{ij} \right] \,, \tag{3}$$

na qual $C^{ij} \equiv \epsilon^{ikl} \nabla_k \left(R^j_{\ l} - \delta^j_{\ l} R \right)$ é o tensor de Cotton.

Estudo da consistência da teoria de Hořava-Lifshitz

Visando simplificar os cálculos, o estudo da consistência será feito em conexão com um modelo simplificado, conhecido como teoria λR, o qual incorpora os ingredientes relevantes do modelo original. Basicamente, ele difere do modelo de Hořava pelo fato de que se abre mão da simetria de balanço detalhado para a construção do potencial, o qual é substituído pelo da relatividade geral. Os resultados obtidos são suscetíveis a diferentes interpretações. Por um lado, os autores das referências [3] concluíram que, no nível Hamiltoniano, a dinâmica torna-se trivial e a contagem dos graus de liberdade não é o esperado para uma teoria da gravitação. De fato, emerge uma excitação escalar indesejada [3, 4]. Soluções a este problema tem sido sugeridas[5]. A validade da objeção levantada na ref.[3] foi questionada na ref.[6] cuja proposta reduz a teoria à relatividade geral num calibre fixado, que é exatamente o que se quer evitar haja visto que esta é uma teoria não renormalizável.

Conclusões

Nosso ponto de vista é de que a análise Hamiltoniana da teoria λR está longe de ser satisfatório. Resta um árduo trabalho no que diz respeito a encontrar a álgebra dos vínculos envolvidos na teoria. Este é o propósito de nossa pesquisa [7].

Referências

[1] Petr Hořava, Phys. Rev.D **79**, 084008 (2009).

[2] Petr Hořava, JHEP **0903** 020 (2009).

[3] Marc Henneaux, Axel Kleinschmidt and Gustavo Lucena Gómes, arXiv:0912.0399 [hep-th].

[4] D. Blas, O. Pujols, S. Sibiryakov, JHEP **0910** 029 (2009).

[5] D. Blas, O. Pujols, S. Sibiryakov, arXiv:0909.3525 [hep-th].

[6] Jorge Bellorin and Alvaro Restuccia, arXiv:1004.0055 [hep-th].

[7] H.S. Flores e H.O.Girotti, *On the consistency of the Hamiltonian formulation of the λR theory*