Como ir de núcleos finitos para matéria nuclear infinita?

TARSO HENZ FRANARIN, CESAR A. Z. VASCONCELLOS, ROSANA DE OLIVEIRA GOMES

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Introdução

Matéria nuclear infinita (MNI) é um sistema idealizado constituído por núcleons que interagem apenas por forças nucleares. O volume do sistema e o número de partículas nele contidas são infinitos, mas a razão entre o número de nêutrons e de prótons é constante. A matéria de uma estrela de nêutrons pode ser pensada, em primeira aproximação, como composta de MNI. Para descrever a matéria nuclear, costuma-se fazer uso de modelos efetivos como o Modelo de Walecka [1] e suas extensões. As constantes de acoplamento desses modelos são determinadas a partir das propriedades da MNI, em particular da energia de ligação por núcleon e da densidade de saturação. Tradicionalmente, essas quantidades são obtidas de duas fontes diferentes. A energia de ligação por núcleon é obtida fazendo o limite $A \to \infty$ em fórmulas semi-empíricas de massas nucleares, como a de Bethe-Weizsäcker (BW). Já a densidade de saturação é obtida através de experimentos de espalhamento de elétrons por núcleos pesados. O valor correto da densidade de saturação não pode ser obtida de fórmulas do tipo BW, o que é conhecido como "paradoxo r_0". Neste trabalho, tentamos determinar essas duas propriedades a partir de um modelo e um conjunto de dados únicos. O modelo utilizado, desenvolvido pelo físico L. Satpathy [2], chama-se Modelo de Matéria Nuclear Infinita.

Modelo de Matéria Nuclear Infinita

Nesse modelo, a energia de ligação $E^F(A,Z)$ de um núcleo (A,Z) com assimetria $\beta = (N-Z)/(N+Z)$ é equivalente à energia $E(A,Z)$ contida num volume esférico de matéria nuclear infinita com mesma assimetria β mais um termo $f(A,Z)$, que caracteriza os efeitos de tamanho finito do núcleo. Também deve-se levar em conta a energia local, $\eta(A,Z)$, que representa as contribuições características do núcleo em consideração (estrutura em camadas, deformação etc.). Assim,

$$E^F(A,Z) = E(A,Z) + f(A,Z) + \eta(A,Z), \tag{1}$$

onde

$$f(A,Z) = -a_s^I A^{2/3} - a_C^I \left[Z^2 - 5\left(3/16\pi\right)^{2/3} Z^{4/3}\right] A^{-1/3} + \delta(A,Z) \tag{2}$$

e a_s^I, a_C^I e $\delta(A,Z)$ são, respectivamente, os coeficientes de superfície, Coulomb e emparelhamento.

Teorema de Hugenholtz-Van Hove

O teorema de Hugenholtz-Van Hove (HVH) [3] afirma que, para um gás de Fermi interagente à temperatura nula, a energia por partícula é igual à energia de Fermi. A matéria nuclear infinita satisfaz esse teorema, portanto podemos escrever

$$\frac{E}{A} = \frac{1}{2}\left[(1+\beta)\,\varepsilon_n + (1-\beta)\,\varepsilon_p\right], \tag{3}$$

onde $\varepsilon_n = \frac{\partial E}{\partial N}|_Z$ e $\varepsilon_p = \frac{\partial E}{\partial Z}|_N$ são as energias de Fermi do nêutron e do próton, respectivamente. A solução da equação (3) é da forma

$$E(A,Z) = a_v^I A - a_a^I \beta^2 A, \tag{4}$$

onde a_v^I e a_a^I são identificados como os coeficientes de volume e assimetria.

Usando as equações (1),(3) e (4), obtemos

$$\frac{f}{A} - \frac{N}{A}\left(\frac{\partial f}{\partial N}\right)|_Z - \frac{Z}{A}\left(\frac{\partial f}{\partial Z}\right)|_N = \frac{E^F}{A} - \frac{1}{2}\left[(1+\beta)\,\varepsilon_n^F + (1-\beta)\,\varepsilon_p^F\right] \tag{5}$$

e

$$a_v^I - a_a^I\beta^2 = \frac{1}{2}\left[(1+\beta)\,\varepsilon_n^F + (1-\beta)\,\varepsilon_p^F\right] - \frac{N}{A}\left(\frac{\partial f}{\partial N}\right)|_Z - \frac{Z}{A}\left(\frac{\partial f}{\partial Z}\right)|_N. \tag{6}$$

Termos com $\eta(A,Z)$ foram desprezados porque essa contribuição só é relevante para núcleos leves, que não são considerados neste trabalho.

Metodologia

Os parâmetros do modelo são determinados em dois passos. No primeiro passo, determinamos os coeficientes da função $f(A,Z)$ ajustando a equação (5) com os dados de massas nucleares da tabela NUBASE [4]. Os coeficientes encontrados são utilizados no segundo passo para obter os valores de a_v^I e a_a^I ajustando a equação (6) com o mesmo conjunto de dados.

Para calcular as derivadas presentes em ε_n^F e ε_p^F na equação (5), usamos

$$\varepsilon_n^F = \frac{\partial E^F}{\partial N}|_Z = \frac{1}{2}\left[E^F(A+1,Z) - E^F(A-1,Z)\right] \tag{7}$$

e

$$\varepsilon_p^F = \frac{\partial E^F}{\partial Z}|_N = \frac{1}{2}\left[E^F(A+1,Z+1) - E^F(A-1,Z-1)\right]. \tag{8}$$

O uso dessas expressões para o cálculo das derivadas faz o termo de emparelhamento se cancelar na equação (5), aumentando a precisão na determinação dos outros coeficientes.

Resultados

Fazendo o ajuste das equações (5) e (6) com os dados de massas nucleares, obtivemos $a_s^I = 20,4300 MeV$, $a_C^I = 0,7690 MeV$, $a_v^I = 16,4709 MeV$ e $a_a^I = 26,5278 MeV$. Assim, a energia por núcleon da MNI é

$$\frac{E}{A} = 16,4709\text{MeV} - 26,5278\text{MeV}\beta^2.$$

A densidade de saturação ρ_∞ e r_0 são

$$r_0 = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{a_C^I} = 1,124 fm$$

e

$$\rho_\infty = \left(\frac{4}{3}\pi r_0^3\right)^{-1} = 0,168 fm^{-3}.$$

Esse valor de r_0 é aproximadamente igual ao valor $1,12 - 1,13 fm$ obtido nos experimentos de espalhamento de elétrons por núcleos pesados. Dessa forma, o "paradoxo r_0" foi resolvido.

Conclusões

As fórmulas semi-empíricas de massa do tipo BW são baseadas no modelo de gota líquida, que é de natureza clássica. Esse líquido não possui todas as características de um sistema de férmions interagentes como a matéria nuclear. Assim, o método tradicional para ir de núcleos finitos para MNI é falho e inadequado. O modelo de MNI é baseado no teorema de HVH, portanto considera explicitamente a MNI como um gás de Fermi interagente. A fórmula de massa baseada nesse modelo se mostrou bem sucedida no cálculo das propriedades da MNI. Sendo assim, foi verificada uma maneira satisfatória para ir de núcleos finitos para MNI.

Referências

[1] Walecka J . D ., Gomes L . C ., Weisskopf V . F . *Properties of nuclear matter.* Ann. Phys., v. 3, n. 3, p. 241-274. Mar. 1958.

[2] Nayak R., Uma Maheswari V.S., Satpathy L. *Saturation properties and incompressibility of nuclear matter: A consistent determination from nuclear masses.* Phys. Rev. C, 52, p. 711–717. 1995.

[3] Hugenholtz N. H., Van Hove W. *A Theorem on the single particle energy in a Fermi gas with interaction.* Physica, 24, p.363-376. 1958.

[4] Audi G., Bersillon O., Blachot J., Wapstra A.H. *The NUBASE evaluation of nuclear and decay properties.* Nuclear Physics A, 729 (1), p. 3-128. 2003.