Jogos Evolutivos: Efeitos da Difusão em Redes Complexas

GABRIEL A. CANOVA, JEFERSON J. ARENZON

Instituto de Física e INCT-Sistemas complexos
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil

Teoria de Jogos

A Teoria de Jogos foi inventada por John von Neumann e Oskar Morgenstern. Eles procuravam uma teoria matemática para o estudo do comportamento humano em estratégias e em decisões econômicas [1].

Dilema do Prisioneiro

No Dilema do Prisioneiro as duas estratégias possíveis são cooperar (C) ou não (D). Dois agentes se enfrentam e acumulam uma recompensa (*payoff*) dada por

	C	D
C	1	$0/b$
D	$b/0$	0

onde $0 < b < 1$. A recompensa, em jogos evolutivos, é medida pela taxa de reprodução dos indivíduos. Independente da estratégia do oponente, para um indivíduo a escolha que maximiza seu *payoff* é D. Assim, ambos acabam não cooperando. Porém, se ambos tivessem cooperado, seu *payoff* total seria maior, levando ao paradoxo. O desafio é então entender como a cooperação surge e se mantém estável em populações biológicas.

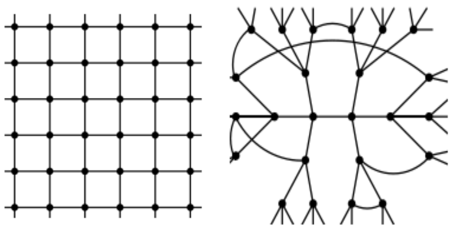
Modelo

Para simular o combate entre indivíduos de uma população, considera-se N indivíduos distribuídos em uma rede local euclidiana. Em cada *round* cada indivíduo faz o combate com seus vizinhos que são determinados pela rede local e uma rede de contatos mais complexa. Cada indivíduo não tem memória sobre os combates anteriores, por isso, a cada novo *round* um indivíduo define sua nova estratégia ao comparar seu ganho com o dos vizinhos e copiar a estratégia mais bem sucedida. A variável essencial de interesse é a densidade de cooperadores da rede, ρ_c, ou seja, é o número de cooperadores dividido pelo total de indivíduos na rede, obtida após o sistema atingir seu estado estacionário.

Redes e Difusão

A rede local consiste em uma rede quadrada de L^2 sítios com condições periódicas de contorno, onde L é a dimensão linear da rede. Os indivíduos estão dispostos nos sítios da rede, sendo que cada sítio pode conter apenas um indivíduo. A densidade da rede é dada por $\rho = N/L^2$. As interações ocorrem entre agentes localizados em sítios vizinhos. Um agente pode também se locomover para um destes sítios, se estiver desocupado, com uma probabilidade m. Quando $\rho = 1$ não há difusão, pois todos os sítios estão ocupados.

Além das conexões locais, existe também uma rede de conexões mais complexa entre os indivíduos. Cada indivíduo se conecta com mais outros quatro, sendo essas conexões escolhidas de forma totalmente aleatória. Abaixo temos exemplos das duas redes: à esquerda, rede quadrada, e à direita, rede aleatória.



Assim, os indivíduos podem fazer até oito conexões no total. A ideia básica é que, por mais que eles interajam e difundam no espaço real, sempre há outras conexões mais intrincadas entre eles, isso poderia ser exemplificado como um tipo de grau de parentesco, pequenos grupos sociais, etc.

Divisão de ganhos

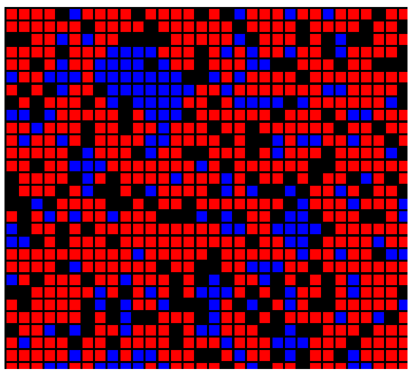
A cada *round* os indivíduos acumulam um ganho oriundo de suas interações na rede local e na rede aleatória. O *payoff* total é definido da seguinte maneira:

$$p_T^{(i)} = \epsilon p_L^{(i)} + (1-\epsilon) p_A^{(i)}$$

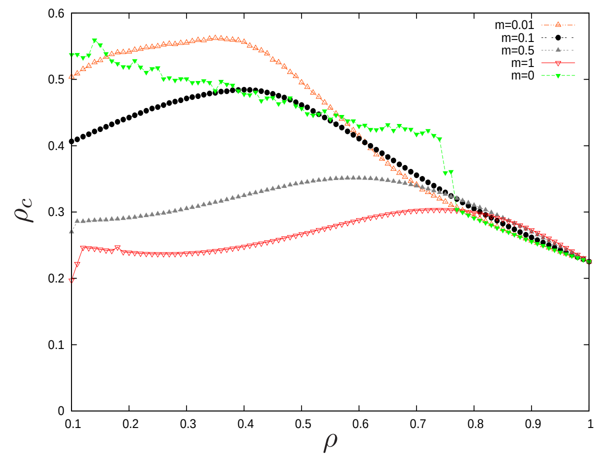
onde ϵ é um parâmetro de livre escolha e $p_L^{(i)}$,$p_A^{(i)}$ são os *payoff* do indivíduo i da rede local e aleatória, respectivamente. Desta maneira, através do parâmetro ϵ podemos pesar o quanto que cada indivíduo escolherá das duas redes.

Resultados

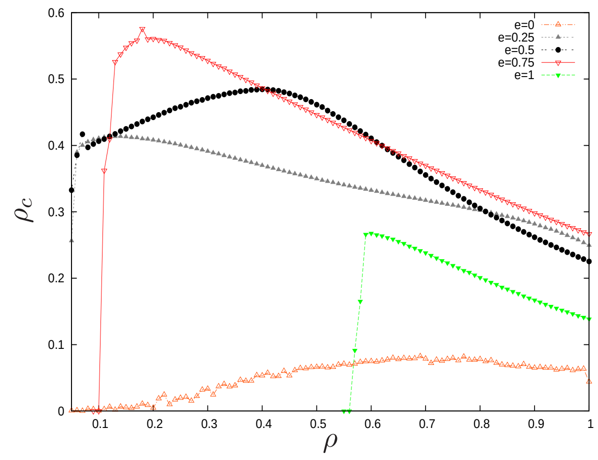
Os dados obtidos para a construção dos gráficos são médias de várias simulações. Abaixo temos um exemplo ilustrativo da distribuição dos jogadores na rede. Azul, cooperadores; Vermelho, não-cooperadores; Preto, sítios vazios.



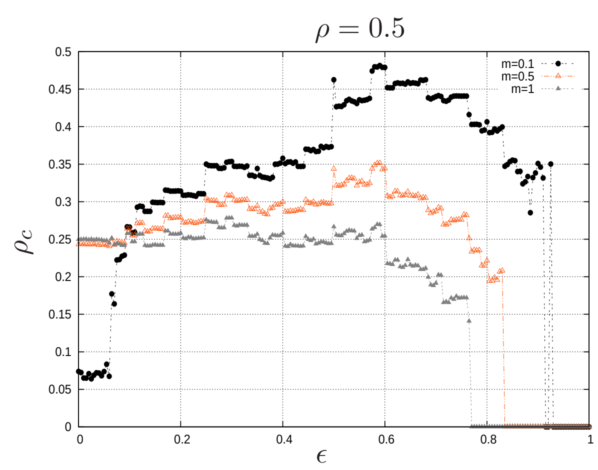
Neste outro gráfico vemos como a densidade de cooperadores (ρ_c) varia com a densidade total (ρ) para determinados valores dos parâmetros ϵ e m. As 4 curvas representam os diferentes valores para a mobilidade m, e o ganho de cada rede é o mesmo para todas, $\epsilon = 0.5$. Para pequenos valores, mas diferentes de zero, a mobilidade parece reforçar a cooperação.



Agora, a mobilidade é a mesma para todas as curvas, $m = 0.1$, e ϵ assume diferentes valores. Podemos ver que o máximo da cooperação cresce com ϵ atingindo seu valor máximo em torno de 0.75, para uma baixa densidade $\rho = 0.2$. Depois de $\epsilon = 0.75$ o máximo da cooperação decresce bruscamente, gerando também uma transição de fase em torno de $\rho = 0.6$.



Esta outra figura mostra como a densidade de cooperadores varia com o ganho. Sendo a densidade total $\rho = 0.5$. As descontinuidades mostram as transições de fase do sistema, que não dependem de m, a não ser em amplitude.



Conclusões

O resultado das simulações mostra que a cooperação aparece e se mantém estável para diversos valores dos parâmetros ρ, ϵ, m, e como vimos, ela é maior para pequenos valores da mobilidade.

Referências

[1] Martin A. Nowak, *Evolutionary Dynamics*

[2] Mendeli H. Vainstein, Ana T.C. Silva, Jeferson J. Arenzon, *Does mobility decrease cooperation?* , J. Theor. biol. **244**,722-728. (2004)