

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DAS PERDAS DE CARGA EM ESCOAMENTOS DE FLUIDOS  
PSEUDOPLÁSTICOS E VISCOPLÁSTICOS

por

FILIFE DE SANTIS SILVEIRA

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, dezembro de 2011.



ANÁLISE DAS PERDAS DE CARGA EM ESCOAMENTOS DE FLUIDOS  
PSEUDOPLÁSTICOS E VISCOPLÁSTICOS

por

FILIPE DE SANTIS SILVEIRA

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Arnaldo Ruben Gonzalez  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Ciências Térmicas**

Orientador: Prof. Sérgio Luiz Frey

Comissão de Avaliação:

Prof. Adriane Prisco Petry

Prof. Flavio Tadeu van der Laan

Prof. Jorge Rodolfo Silva Zabadal

Porto Alegre, 05 de dezembro de 2011.

SILVEIRA, F.S., **ANÁLISE DAS PERDAS DE CARGA EM ESCOAMENTOS DE FLUIDOS PSEUDOPLÁSTICOS E VISCOPLÁSTICOS**. 2011. 16 páginas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

## RESUMO

Este trabalho compreendeu simulações numéricas de escoamentos de fluidos pseudoplásticos e viscoplásticos através de um duto reto bem como de uma expansão abrupta, ambos axissimétricos, com o objetivo de analisar as perdas de carga, tanto distribuída, no primeiro caso, quanto localizada, por ocasião da expansão, no segundo caso. As simulações foram desenvolvidas por meio da metodologia de Elementos Finitos de Galerkin Mínimos-Quadrados (GLS), com base na modelagem que contou com as equações da continuidade e balanço de quantidade de movimento, acopladas ao modelo constitutivo, para fluidos com propriedades pseudoplásticas e viscoplásticas, de SMD. As perdas de carga distribuídas foram analisadas por meio do coeficiente de atrito de Darcy,  $f$ , e as localizadas em função da chamada correção de entrada,  $C$ . Ambas apresentaram redução juntamente com a diminuição do expoente de *power-law*  $n$ , de 1 (fluido Newtoniano) até 0,2, caso de maior pseudoplasticidade. No caso de escoamentos viscoplásticos, tanto  $f$  quanto  $C$  apresentaram aumento com o incremento no número de Bingham,  $Bn$ , o qual representa o nível de viscoplasticidade no fluido, ou seja, a quantidade de regiões que não apresentarão escoamento, comportando-se como corpos rígidos. No caso da expansão abrupta, foi ainda analisado o comprimento da recirculação localizada após a expansão, uma forma de dissipação de energia, a qual diminuiu com a redução no valor de  $n$ , bem como com o aumento de  $Bn$ . Por fim, foram obtidas correlações entre as grandezas de interesse, notavelmente  $f$  e  $C$ , e parâmetros do fluido ou ainda do escoamento,  $n$  ou  $Bn$ , permitindo o cálculo das perdas de carga com base nestes.

**PALAVRAS-CHAVE:** perda de carga, simulação de escoamentos, fluidos pseudoplásticos, fluidos viscoplásticos

SILVEIRA, F.S., **PRESSURE LOSSES ANALYSIS FOR PSEUDOPLASTIC AND VISCOPLASTIC FLUID FLOWS**. 2011. 16 páginas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

## **ABSTRACT**

*This work comprehended numerical simulations for pseudoplastic and viscoplastic fluid flows through an axissymmetric duct and also abrupt expansion. The objective was analyzing its pressure losses, both distributed and local, due to the expansion. The simulations has been developed through the Galerkin Least-Squares (GLS) Finite Element methodology, based in a model considering mass and momentum balance equations coupled to the SMD model, able to describe both pseudoplastic and viscoplastic fluids behavior. Distributed pressure losses has been analyzed through Darcy friction coefficient,  $f$ , and the local ones through the called entrance correction,  $C$ . Both showed reduction with reduction of the power-law index,  $n$ , from 1 (Newtonian fluid) to 0.2, most pseudoplastic situation. For viscoplastic flows, both  $f$  and  $C$  showed growth with increasing of the Bingham number,  $Bn$ , which represents the level of viscoplasticity of the fluid, or amount of regions not flowing (with rigid-like behavior). In the abrupt expansion case, has been also analyzed the length of recirculation after the expansion, an energy dissipation mechanism, which decreased with  $n$  reduction such as with  $Bn$  increasing. Finally, correlations between  $f$  and  $C$  with  $n$  and  $Bn$  has been obtained, allowing calculation of pressure losses.*

**KEYWORDS:** *pressure loss, flow numerical analysis, pseudoplastic fluids, viscoplastic fluids*

## ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	1
3. PERDAS ENERGÉTICAS EM ESCOAMENTOS VISCOSOS.....	2
3.1. ESCOAMENTOS EM DUTOS.....	2
3.2. PERDAS DE CARGA.....	5
3.2.1. PERDAS DE CARGA DISTRIBUÍDAS.....	5
3.2.2. PERDAS DE CARGA LOCALIZADAS.....	6
4. MÉTODO DE SOLUÇÃO.....	6
4.1. MODELO CONSTITUTIVO.....	7
4.2. MÉTODO NUMÉRICO.....	7
5. RESULTADOS NUMÉRICOS.....	7
5.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA.....	7
5.2. SELEÇÃO DAS MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS.....	8
5.2.1. DUTO.....	8
5.2.2. EXPANSÃO ABRUPTA.....	10
5.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	11
5.3.1. DUTO.....	11
5.3.2. EXPANSÃO ABRUPTA.....	12
6. COMENTÁRIOS FINAIS.....	15
7. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15
ANEXO I.....	16

## 1. INTRODUÇÃO

O entendimento em relação ao comportamento de escoamentos de fluidos com propriedades pseudoplásticas e viscoplásticas é de suma importância considerando sua vasta aplicação na modelagem de processos de grande interesse industrial, a exemplo de lamas de perfuração em poços de petróleo, cimentos, cosméticos e produtos alimentícios. Com o preciso conhecimento da perda de carga provocada tanto ao longo de trechos contínuos quanto por acidentes ao longo das tubulações, é possível determinar a energia necessária para que o sistema de bombeamento seja capaz de suprir a demanda energética do escoamento.

Este trabalho terá como objetivo o estudo das perdas de carga distribuídas ao longo de dutos retos e também aquela localizada devida a expansões abruptas por meio da metodologia existente. Estas perdas de carga serão representadas, respectivamente, pelo coeficiente de atrito de Darcy,  $f$ , obtido pelo balanço energético do escoamento através de um duto axissimétrico reto, e também da chamada correção de entrada,  $C$ , a qual representa a perda de carga localizada relacionando as quedas de pressão observadas em uma expansão abrupta, também axissimétrica. O balanço energético será baseado na aplicação da Primeira Lei da termodinâmica em um volume de controle englobando cada uma das geometrias de interesse. Será considerado o escoamento laminar permanente e incompressível de um fluido viscoso, condições bastante usuais considerando aplicações industriais.

Os escoamentos serão simulados empregando-se aproximações mistas (para campos de pressão e velocidade) para escoamentos inerciais de fluidos pseudoplásticos e também viscoplásticos, sendo as equações que governam o fenômeno as usuais de balanço de massa e quantidade de movimento para escoamentos incompressíveis acopladas ao modelo constitutivo introduzido por de Souza Mendes e Dutra (2004), doravante chamado SMD. Em se comparando o modelo SMD com aqueles de Bingham e Herschel-Bulkley, utilizados por Mitsoulis et al. (2004) e Pinho et al. (2002) para descrever o comportamento de fluidos viscoplásticos e pseudoplásticos, este modelo conta basicamente com as vantagens de utilizar unicamente parâmetros reológicos do fluido (obtidos experimentalmente), diferente dos outros em que a descrição da mecânica do problema exige a introdução de parâmetros reguladores externos, que misturam parâmetros reológicos e cinemáticos. Ainda, o modelo SMD caracteriza o escoamento através de uma função contínua para toda a faixa de taxas de cisalhamento, não apresentando descontinuidade na função viscosidade para taxa de cisalhamento tendendo a zero, ao contrário dos modelos anteriormente citados, o que torna a aproximação mais simples e eficiente.

O modelo será aproximado por uma formulação de Elementos Finitos de Galerkin mínimos-quadrados, implementada em simulações numéricas para o escoamento através de uma tubulação axissimétrica, de modo a investigar a perda de carga ocasionada na mesma. Os resultados obtidos para os parâmetros de interesse, além de comparados com a literatura, serão empregados na construção de correlações com parâmetros do fluido, permitindo a previsão das perdas de carga proporcionadas por um escoamento semelhante a partir do conhecimento do material.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Pinho et al. (2002) investiga o escoamento de fluidos pseudoplásticos através de expansões abruptas axissimétricas, observando redução na dimensão das regiões com recirculação (vórtices), bem como redução da perda de carga localizada a medida que o fluido se afasta do modelo newtoniano. O trabalho traz uma correlação para a perda de carga localizada devida à expansão com o número de Reynolds, e também com o expoente  $n$ , que determina a relação entre tensão e deformação do fluido.

Mitsoulis et al. (2004) analisa tamanho e forma das regiões rígidas, bem como a perda de carga observada em escoamentos de fluidos viscoplásticos caracterizados pelo modelo de Bingham. Conclui-se que, a medida que o número de Bingham aumenta, eleva-se o tamanho

das regiões abaixo da tensão limite de escoamento, ou seja, que se mantêm rígidas, assim como a perda de carga causada pela geometria.

### 3. PERDAS ENERGÉTICAS EM ESCOAMENTOS VISCOSOS

#### 3.1 O ESCOAMENTO EM DUTOS

Escoamentos reais em dutos contam com perdas de carga em função do atrito do fluido com as paredes, atrito o qual ocorre em função da viscosidade do fluido, constante de proporcionalidade entre tensão e deformação do mesmo, dada pela lei de Newton da viscosidade, Eq. (3.1) (Fox et Al., 2010).

$$\tau_{xy} = \eta \frac{du}{dy} \quad (3.1)$$

onde  $\tau_{xy}$  é a tensão de cisalhamento gerada nas paredes do duto em função do escoamento,  $\eta$  a viscosidade do material e  $du/dy$  a taxa de deformação, ou taxa de cisalhamento do fluido, sendo  $u$  a componente longitudinal de velocidade do escoamento e  $y$  a coordenada transversal ao mesmo. Na Fig. 3.1 podemos observar a representação das relações dadas pela Eq. (3.2) na região próxima à parede do duto, região em que a tensão cisalhante com a parede provoca grandes taxas de deformação e, por conseqüência, grandes variações de velocidade no fluido. Nesta porção do escoamento, a velocidade do fluido varia de zero, na parede, chamada condição de não-deslizamento, até uma velocidade máxima na linha de simetria do duto. Este é o chamado escoamento plenamente desenvolvido, cuja curva representa uma parábola.

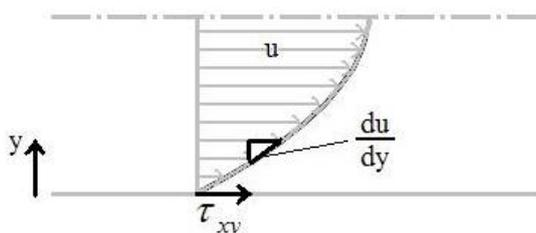


Fig. 3.1 – Representação da taxa de cisalhamento bem como da tensão cisalhante na parede no escoamento plenamente desenvolvido.

Pode-se observar na Fig. 3.2 o efeito do atrito no escoamento laminar através de um duto. Na entrada temos um perfil de velocidade longitudinal de valor uniforme  $U_0$ , o qual, ao entrar em contato com as paredes do duto, vai sendo retardado pelas mesmas. Em um segundo momento, observa-se que a velocidade varia de zero nas paredes até um valor máximo no centro do duto. Após certo comprimento, o perfil torna-se plenamente desenvolvido, onde observamos a viscosidade atuando ao longo de toda a transversal do mesmo.

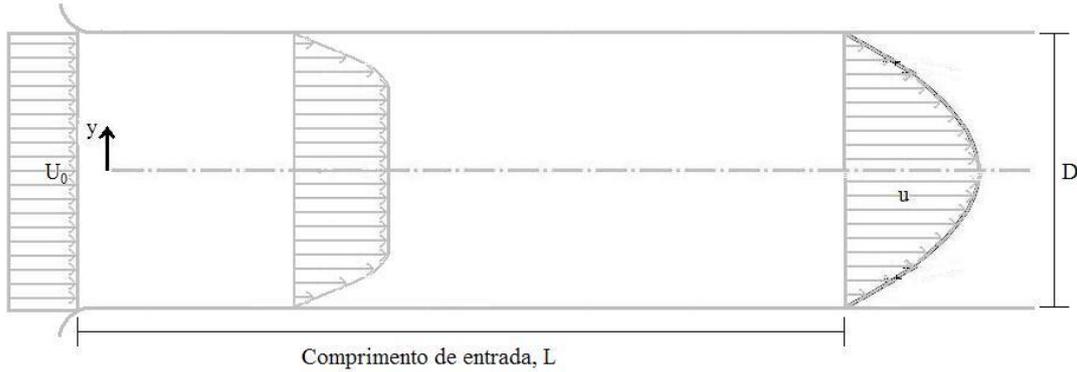


Fig. 3.2 – Desenvolvimento do perfil de velocidade do escoamento ao longo de um duto

Em função do princípio da continuidade, dado pela Eq. (3.2), temos que a velocidade média do escoamento deve manter-se igual a  $U_0$ .

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = - \int_A \rho \mathbf{u} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.2)$$

onde o termo à esquerda da igualdade representa a variação de massa dentro de um dado volume de controle ao longo do tempo e a porção à direita o fluxo líquido de massa saindo deste volume de controle.

O comprimento de entrada  $L$ , representado na Fig. 3.2, distância necessária para que o escoamento com perfil de velocidade uniforme torne-se plenamente desenvolvido, é dado pela Eq. (3.4) (Fox et Al., 2010), sendo função do número de Reynolds,  $Re$ , dado pela Eq. (3.5), parâmetro adimensional que relaciona forças viscosas com forças de corpo do escoamento

$$\frac{L}{D} = 0,06 Re \quad (3.4)$$

$$Re = \frac{\rho U_0 D}{\eta} \quad (3.5)$$

onde  $L$  é o comprimento de entrada do escoamento,  $D$  o diâmetro do duto, e as demais variáveis conforme supracitadas. Nota-se que, ao considerarmos o escoamento viscoso, ou seja, com presença de atrito, sempre levaremos em conta uma velocidade média de escoamento, no caso,  $U_0$ . Cabe ainda ressaltar que neste trabalho estão sendo considerados escoamentos laminares, definidos como escoamentos para os quais o número de Reynolds é inferior a  $\approx 2300$ .

Aplicando a primeira lei da termodinâmica no escoamento laminar permanente incompressível, em um volume de controle estabelecido entre os pontos 1 e 2 de um duto, chegamos à Eq. (3.6) (Fox et Al., 2010).

$$\dot{Q} = \dot{m}(u_2 - u_1) + \dot{m} \left( \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) + \dot{m}g(z_2 - z_1) + \int_{A_2} \frac{V_2^2}{2} \rho V_2 dA_2 - \int_{A_1} \frac{V_1^2}{2} \rho V_1 dA_1 \quad (3.6)$$

onde  $\dot{Q}$  é a taxa de transferência de calor do sistema, ou perda de energia em forma de calor para o meio externo,  $\dot{m}$  a vazão mássica,  $u$  a energia térmica do fluido,  $p$  a pressão termodinâmica agindo no fluido,  $\rho$  sua massa específica,  $V$  a velocidade do escoamento,  $g$  a aceleração gravitacional,  $z$  a quota na linha central do duto, e  $A$  área da porção perpendicular ao escoamento no volume de controle. Ao rearranjar os termos da Eq. (3.6) isolando a variação

de pressão, chegamos à Eq. (3.7), onde observa-se que a variação de pressão pode ser causada basicamente por 3 fatores: variação de quota (como uma inclinação ao longo do canal), variação na velocidade do fluido (ao se introduzir uma variação de seção, por exemplo) e, por fim, pela geração de calor ao longo do escoamento, o qual pode ser armazenado, no fluido,  $(u_2 - u_1)$ , ou dissipado,  $\frac{\delta Q}{dm}$ .

$$\left( \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) = g(z_2 - z_1) + \frac{1}{\dot{m}} \int_{A_2} \frac{V_2^2}{2} \rho V_2 dA_2 - \frac{1}{\dot{m}} \int_{A_1} \frac{V_1^2}{2} \rho V_1 dA_1 + (u_2 - u_1) - \frac{\delta Q}{dm} \quad (3.7)$$

Conforme anteriormente comentado, o perfil de velocidade de escoamento de um fluido viscoso ao longo de um duto nunca será uniforme, em função do atrito com as paredes do mesmo. Assim, para que seja possível eliminar as integrais da Eq. (3.7), será necessário determinarmos uma velocidade média para o escoamento. Para tanto, será utilizado o coeficiente de energia cinética,  $\alpha$ , uma espécie de fator de correção, conforme Eq. (3.8) (Fox et Al., 2010).

$$\int_A \frac{V^2}{2} \rho V dA = \alpha \int_A \frac{\bar{V}^2}{2} \rho V dA = \alpha \dot{m} \frac{\bar{V}^2}{2} \quad (3.8)$$

onde as variáveis são conforme citadas anteriormente e  $\alpha$  pode ainda ser dado pela Eq (3.9). Para o escoamento Newtoniano laminar em um duto axissimétrico, temos  $\alpha = 2,0$ .

$$\alpha = \frac{\int_A \rho V^3 dA}{\dot{m} \bar{V}} \quad (3.9)$$

Assim, podemos reescrever o balanço energético do sistema, dado pela Eq. (3.5), como segue.

$$\dot{Q} = \dot{m}(u_2 - u_1) + \dot{m} \left( \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) + \dot{m}g(z_2 - z_1) + \dot{m}\alpha \left( \frac{\bar{V}_2^2}{2} - \frac{\bar{V}_1^2}{2} \right) \quad (3.10)$$

dividindo a Eq. (3.10) pela vazão mássica do escoamento,  $\dot{m}$ , e agrupando os termos de perda de calor e energia térmica do fluido, chegamos à Eq. (3.11)

$$\alpha \left( \frac{p_1}{\rho} + \frac{\bar{V}_1^2}{2} + gz_1 \right) - \alpha \left( \frac{p_2}{\rho} + \frac{\bar{V}_2^2}{2} + gz_2 \right) = (u_2 - u_1) - \frac{\delta Q}{dm} \quad (3.11)$$

da análise da Eq.(3.11), observa-se que a variação de energia mecânica ao longo do escoamento (termos à esquerda da igualdade) resulta em geração de energia térmica, dada pelos termos à direita, parte absorvida pelo fluido, aumentando sua temperatura, parte dissipada para o ambiente. A partir deste momento, estes termos de dissipação de energia serão chamados de  $h_{tr}$ , a perda de carga total por unidade de massa, conforme Eq. (3.12).

$$h_{tr} = (u_2 - u_1) - \frac{\delta Q}{dm} \quad (3.12)$$

### 3.2 PERDAS DE CARGA

A perda de carga ao longo do escoamento em um duto, conforme determinada pela Eq. (3.10) tem basicamente duas origens, as chamadas perdas distribuídas, causadas pelo atrito do fluido com as paredes do duto, e as perdas localizadas, causadas por acidentes ao longo do escoamento, tais quais válvulas, mudanças de seção e curvas.

#### 3.2.1. PERDAS DE CARGA DISTRIBUÍDAS

Considerando o escoamento plenamente desenvolvido em um duto reto horizontal com seção constante (por conseqüência, sem variação da velocidade média  $\bar{V}$ , quota  $z$ , tampouco existência das chamadas perdas localizadas), chegamos à expressão para as perdas de carga distribuídas, dadas por  $h_l$ , conforme Eq. (3.13).

$$h_l = \frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} \quad (3.13)$$

onde as variáveis são todas conforme citadas anteriormente. Temos de, Fox et Al. (2010), que as perdas de carga em um escoamento laminar plenamente desenvolvido em um duto horizontal são dadas pela Eq. (3.14)

$$\Delta p = 32 \frac{L \eta \bar{V}}{D} \quad (3.14)$$

sendo  $L$  o comprimento ao longo do qual deseja-se determinar a perda de carga distribuída, e as demais variáveis conforme previamente descritas. Acoplando as Eqs. (3.13) e (3.14) ao número de Reynolds, dado pela Eq.(3.5), chegamos à Eq. (3.14).

$$h_l = \frac{32 L \bar{V}^2}{\text{Re} D} = \frac{64 L \bar{V}^2}{\text{Re} D 2} \quad (3.14)$$

onde as variáveis são todas conforme previamente descritas. Na Eq.(3.14) podemos ainda substituir a Eq. (3.15), que determina o chamado fator de atrito de Darcy,  $f$ , obtido experimentalmente, para escoamentos laminares.

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \quad (3.15)$$

#### 3.2.2. PERDAS DE CARGA LOCALIZADAS

As perdas de carga localizadas do escoamento, muitas vezes tratadas como perdas menores, por terem usualmente valores pouco representativos em se comparando com as perdas distribuídas ao longo de uma tubulação, ocorrem como resultado de pontos com velocidade do escoamento em diferentes direções, gerando dissipação de energia. Estas perdas, neste trabalho representadas como  $h_{l_m}$ , podem ser calculadas através do coeficiente de perda de carga  $K$ , obtido experimentalmente, representado pela Eq. (3.16).

$$h_{l_m} = K \frac{\bar{V}^2}{2} \quad (3.16)$$

onde as variáveis são todas conforme anteriormente descrito.

As perdas distribuídas podem ainda ser representadas pela chamada correção de entrada,  $C$ , que representa a adimensionalização da perda de carga localizada devida à expansão, sendo  $C = \frac{\Delta p - (\Delta p_1 + \Delta p_2)}{2\tau_w}$ , onde  $\Delta p$  é a perda de carga distribuída ao longo de toda a expansão, obtida pela diferença de pressões entre pontos de escoamento plenamente desenvolvido próximos a entrada e a saída,  $\Delta p_1$  a perda de carga distribuída no duto menor, e  $\Delta p_2$  a perda de carga distribuída no duto maior, e  $\tau_w$  a tensão cisalhante na parede do duto de entrada, sempre considerando regiões de escoamento plenamente desenvolvido.

#### 4. MÉTODO DE SOLUÇÃO

O problema é governado pelas equações da continuidade para um escoamento permanente e incompressível, o que nos trás, a partir da Eq. (3.2), a Eq (4.1) e da conservação da quantidade de movimento, Eq. (4.2) para escoamentos isotérmicos incompressíveis em um escoamento laminar permanente (Bird et al., 1987). As condições de contorno do problema, de velocidade e pressão, são dadas pelas Eqs. (4.3) e (4.4), as chamadas condições naturais.

$$\int_A \mathbf{u} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (4.1)$$

$$\rho(\nabla \mathbf{u})\mathbf{u} - \text{div} \boldsymbol{\tau} + \nabla p = \mathbf{f} \quad \text{em } \Omega \quad (4.2)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_g \quad \text{sobre } \Gamma_g \quad (4.3)$$

$$[-p\mathbf{I} - 2\eta(\dot{\gamma})\mathbf{D}(\mathbf{u})]\mathbf{n} = \mathbf{t}_h \quad \text{sobre } \Gamma_h \quad (4.4)$$

onde  $\Omega$  é um domínio de fluido envolto pela fronteira  $\Gamma$ ,  $\mathbf{u}$  é a velocidade do fluido,  $\rho$  a massa específica,  $\boldsymbol{\tau}$  o tensor de tensões agindo sobre o fluido,  $p$  a pressão hidrostática no escoamento,  $\mathbf{f}$  o vetor resultante das forças de corpo agindo no fluido,  $\eta(\dot{\gamma})$  a função viscosidade, com  $\dot{\gamma}$  a taxa de deformação e  $\mathbf{D}(\mathbf{u})$  o tensor taxa de deformação do material,  $\mathbf{I}$  o tensor identidade,  $\mathbf{n}$  o vetor normal unitário exterior ao domínio de fluido e  $\mathbf{t}$  o vetor resultante das forças de contato.

##### 4.1 MODELO CONSTITUTIVO

Muitos materiais de interesse industrial possuem relação entre tensão e deformação variável em função da taxa de deformação,  $\dot{\gamma}$ . Na Fig (4.1) pode-se observar os principais casos. Os fluidos que possuem relação linear entre tensão e deformação, ou seja, viscosidade,  $\eta$ , constante, são os chamados fluidos Newtonianos. Os fluidos com esta relação não-linear, ou ainda linear mas não desde a origem, são chamados não-Newtonianos, e dividem-se em Pseudoplásticos, aqueles nos quais, à medida que aumenta-se a taxa de deformação, a tensão aumenta em uma proporção menor, em uma relação dada por um chamado expoente de *power-law*,  $n$ , relação conforme indicada na Figura, com valores de  $n$  inferiores a 1. O caso em que a proporção no aumento da tensão é superior àquela da taxa de deformação é o dos fluidos Dilatantes, com o expoente  $n$  maior que 1. Nestes casos, onde à variação na relação tensão x deformação, podemos concluir que ocorre variação na viscosidade,  $\eta$ , do fluido, que passa a ser uma função da taxa de deformação,  $\eta(\dot{\gamma})$ . Nestes casos, o número de Reynolds passa a ser definido em função de uma viscosidade uma viscosidade constante apresentada a baixas tensões cisalhantes,  $\eta_0$ , na Eq. (3.5). Os fluidos que possuem uma tensão limite de escoamento,  $\tau_0$ , são os viscoplásticos, os quais comportam-se como um material rígido para

tensões inferiores àquela de escoamento. Estes fluidos, quando escoam, podem apresentar relação linear entre tensão e deformação ou ainda comportamento pseudoplástico. Não há registros de fluidos viscoplásticos com comportamento dilatante na indústria ou na natureza.

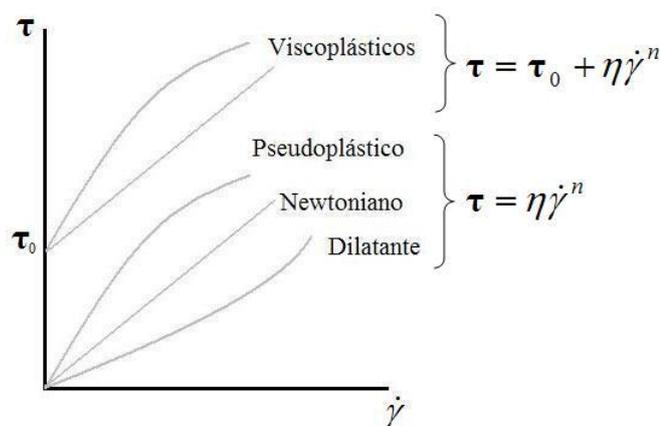


Fig. 4.1 – Relações tensão x deformação para os diferentes tipos de fluido.

Foi empregada nas simulações a função viscosidade de SMD, proposta por de Souza Mendes e Dutra (2004), com origem na relação constitutiva dada pela Eq. (4.5), cuja curva está representada no Anexo I. O modelo SMD, capaz de descrever o comportamento de fluidos viscoplásticos pseudoplásticos, inclusive, prevê uma região a tensão constante e igual a  $\tau_0$  onde o material começa escoar, seguida de um acentuado aumento de tensão em função da relação exponencial entre  $\tau$  e  $\dot{\gamma}$ , dada pelo expoente  $n$ .

$$\tau = (1 - \exp(-\eta_0 \dot{\gamma} / \tau_0))(\tau_0 + K \dot{\gamma}^n) \quad (4.5)$$

onde  $\eta_0$  é uma viscosidade constante apresentada a baixas tensões cisalhantes,  $n$  o expoente de *power-law*, que determina a variação de viscosidade do fluido (pseudoplasticidade) de acordo com a tensão cisalhante aplicada, e as demais variáveis conforme anteriormente descrito.

Dividindo a Eq. (4.5) pela taxa de cisalhamento do fluido,  $\dot{\gamma}$ , chegamos à função viscosidade de SMD, dada pela Eq. (4.6), a qual foi programada acoplada à Eq. (4.3) para solução deste problema. A curva que representa esta Equação pode ser observada no Anexo I.

$$\eta(\dot{\gamma}) = (1 - \exp(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0}))(\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K \dot{\gamma}^{n-1}) \quad (4.6)$$

Representando a viscoplasticidade no escoamento, ou seja, o quão representativa será sua tensão limite no escoamento, foi empregado o número adimensional de Bingham, dado pela Eq. (4.7), onde todas as variáveis são conforme previamente descritas.

$$Bn = \frac{\tau_0 D}{\eta_0 U_0} \quad (4.7)$$

## 4.2 MÉTODO NUMÉRICO

O modelo mecânico foi aproximado por uma formulação de Galerkin mínimos-quadrados (GLS), conforme proposto em Franca & Frey (1992). As principais vantagens deste

método são a interpolação de igual ordem para velocidade e pressão e o fato de manter-se estável mesmo em escoamentos advectivos dominados.

## 5. RESULTADOS NUMÉRICOS

### 5.4 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Com o objetivo de desenvolver a análise proposta, foram simulados escoamentos através de duas geometrias distintas: um duto e uma expansão abrupta, ambos axissimétricos. Em ambos os casos, para economia de esforço computacional, tirou-se proveito da simetria, simulando-se apenas a metade superior da mesma, conforme Figuras 5.1 e 5.2.

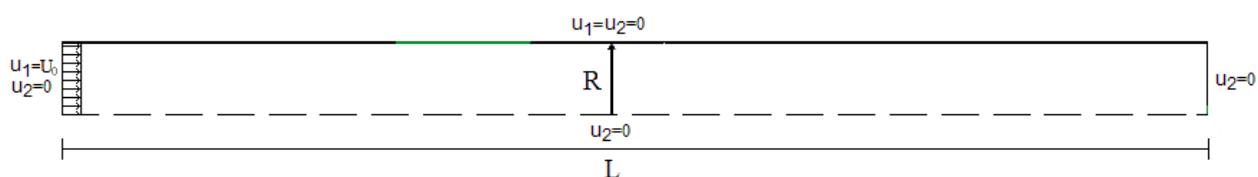


Fig.5.1 - Descrição do problema: geometria do duto axissimétrico utilizado nos cálculos

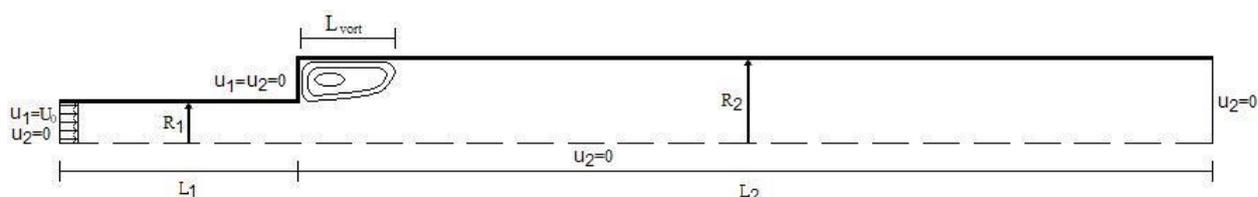


Fig.5.2 - Descrição do problema: geometria da expansão axissimétrica utilizada nos cálculos

As condições de contorno prescritas foram não deslizamento e impermeabilidade nas paredes, perfil de velocidades uniforme no canal de entrada, escoamento laminar na saída e simetria na linha de centro. Foi considerada uma expansão com razão de aspecto  $R_1/R_2=1/2$ . Foi utilizada para o duto a relação  $L/R=16$ , considerando comprimento suficiente para desenvolvimento de um escoamento de  $Re=100$ , conforme Eq. (3.4) e, para a expansão, relações  $L_1/R_1=8$  e  $L_2/R_1=52$ , conforme Mitsoulis et al. (2004). Ainda, podemos considerar  $R=R_1=D/2$ , com estas variáveis relacionadas às demais pelos números de Reynolds e Bingham, dados pelas Equações (3.5) e (4.7).

### 5.5 SELEÇÃO DAS MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS

Com o objetivo de assegurar a confiabilidade e reprodutibilidade dos resultados sem emprego de recursos computacionais além do necessário, foram desempenhadas as análises que seguem para seleção das malhas de elementos finitos.

#### 5.5.1. DUTO

Para seleção da malha de elementos finitos empregada para as simulações do escoamento através do duto axissimétrico, foram feitas comparações com resultados analíticos obtidos através da teoria desenvolvida no Capítulo 3. A seleção baseou-se na comparação do resultado obtido para o acoplamento das Eqs. (4.11), (4.12) e (4.14), resolvidas para o fator de atrito de Darcy, resultando na Eq. (5.1), com a solução analítica para  $f$ , dada pela Eq. (3.14).

$$f = \frac{2D\Delta p}{\rho LV^2} \quad (5.1)$$

onde  $\Delta p$  é a queda de pressão entre dois pontos do duto ambos com escoamento plenamente desenvolvido,  $L$  a distância entre estes pontos e as demais variáveis conforme previamente descritas. Foram realizadas simulações para o escoamento de um fluido Newtoniano, ou seja, um fluido com a viscosidade  $\eta$ , conforme Eq. (4.1), constante, e número de Reynolds, conforme Eq. (4.4),  $Re=10$ . Os resultados obtidos foram comparados com aqueles dados pela Eq. (3.14),  $f=64/Re$ , a solução exata para  $f$ . Através destas simulações foi selecionada uma malha com 960 elementos retangulares refinada longitudinalmente por um fator 3 na direção da parede, ou seja, com uma concentração de elementos 3 vezes maior no limite da parede em relação à linha de simetria, conforme representado na Fig. 5.3.

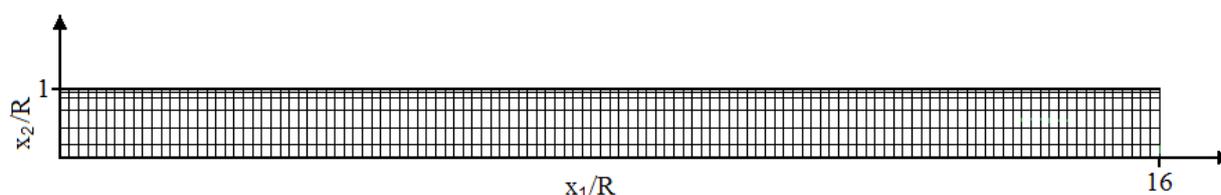


Fig.5.3 – Malha de elementos finitos selecionada.

Primeiramente, foram simuladas 5 diferentes malhas com quantidade e elementos variando de 400 a 15000, todas uniformes, ou seja, compostas por elementos com a mesma dimensão ao longo de toda a malha. Pode-se observar na Fig. 5.4 a comparação dos valores obtidos para o fator de Darcy calculado pela Eq. (5.1) e aquele dado pela Eq. (4.14). Nota-se que com o refinamento da malha o erro relativo entre os valores calculados reduziu-se de 18% até 3%, para a malha com 15000 elementos.

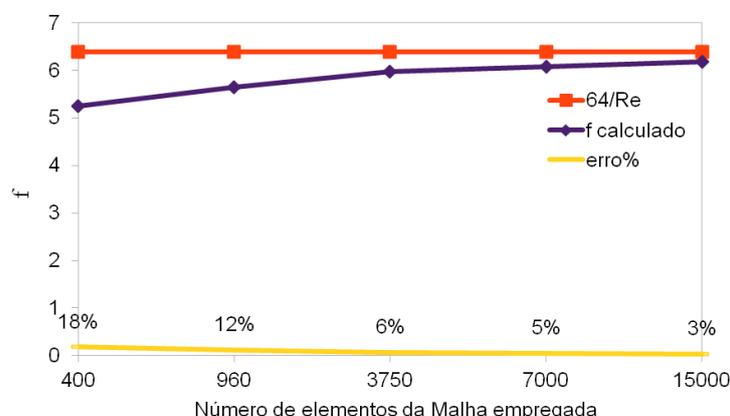


Fig. 5.4 – Comparação do valor de  $f$  para o escoamento de um fluido Newtoniano com  $Re=10$  em um canal axissimétrico para diferentes malhas uniformes.

Fez-se uma segunda tentativa, iniciando-se com malhas com a mesma quantidade de elementos, porém empregando-se o refinamento acima descrito, privilegiando a região da parede, onde se observa fenômenos físicos mais acentuados no escoamento, a exemplo da velocidade, de acordo com o observado na Fig. 4.1. Com esta tentativa, observou-se erros relativos bastante inferiores àqueles obtidos com malhas uniformes para malhas com um número de elementos bastante inferior, conforme pode-se observar na Fig. 5.5. Através desta análise foi selecionada a malha com 960 elementos, a qual apresentou erro de aproximadamente 1% em relação à solução analítica.

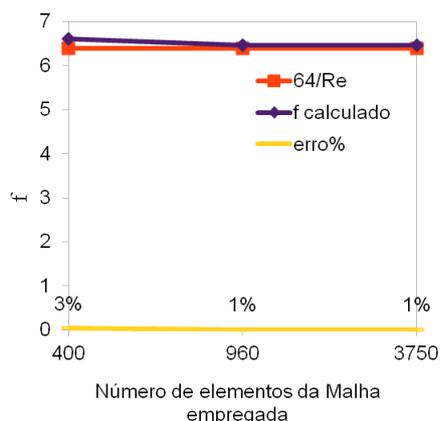


Fig. 5.5 – Comparação do valor de  $f$  para o escoamento de um fluido Newtoniano com  $Re=10$  em um canal axissimétrico para diferentes malhas com refinamento progressivo na direção da parede.

### 5.5.2. EXPANSÃO ABRUPTA

A seleção foi feita através da simulação do escoamento de um fluido Newtoniano através da geometria utilizando malhas com números de elementos variando entre 3360 e 15700, sempre com maior refinamento na região próxima à expansão, de maneira a captar melhor os fenômenos ali existentes. Realizadas as simulações foi feita a medição do tamanho do vórtice a jusante da expansão,  $L_{vort}$ , selecionando-se a malha para a qual esta dimensão não variasse em mais de 2% em relação às malhas adjacentes. Foi selecionada para os cálculos uma malha de contendo 7275 elementos finitos, cuja região próxima à expansão abrupta pode ser observada na Fig. 5.6.

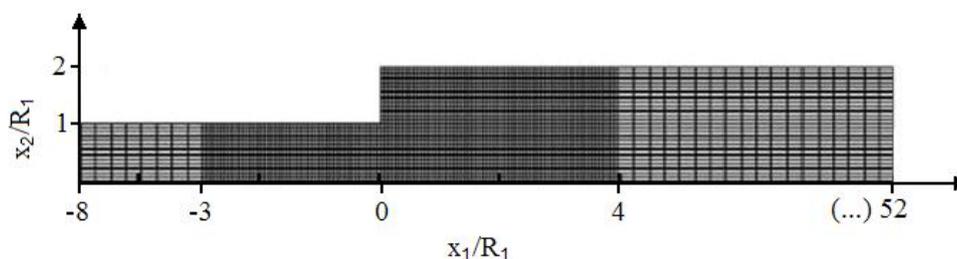


Fig.5.6 – Malha de elementos finitos selecionada.

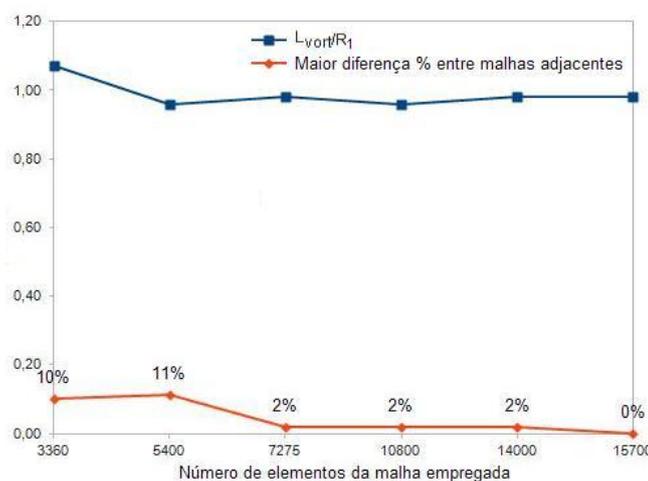


Fig. 5.7 – Comparação de  $L_{vort}$  para o escoamento de um fluido Newtoniano com  $Re=10$  através da expansão abrupta para diferentes malhas.

Com o objetivo de validar o comprimento de desenvolvimento do escoamento, assegurando-se que o comprimento de duto é suficientemente longo para não influenciar nos resultados, foram também simulados escoamentos com perfil de velocidade uniforme prescrito na saída, o que não alterou o valor de  $L_{vort}$  em nenhum momento para toda a faixa de Reynolds simulados.

Após a discretização do domínio de fluido através das malhas selecionadas, o problema de valor de contorno estabelecido pelas Eqs. (4.1-4) e formulado pela metodologia de GLS foi solucionado através do código para escoamentos de fluidos não-Newtonianos em desenvolvimento no Laboratório de Mecânica dos Fluidos Aplicada e Computacional da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. A solução foi obtida iterativamente, empregando-se critério de erro inferior a  $1 \times 10^{-5}$ .

## 5.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 5.6.1. DUTO

O escoamento de fluidos pseudoplásticos e também viscoplásticos com número de Reynolds,  $Re$ , variando de 1 até 100, através de um duto axissimétrico foi simulado. Para fluidos pseudoplásticos, foram utilizados valores do índice de *power-law*,  $n$ , variando de  $n=0.2$  até  $n=1.0$  (fluido Newtoniano). Foram captados, na Fig. 5.8, os perfis de velocidade axial em uma seção do duto com escoamento plenamente desenvolvido, no centro do canal para  $Re=10$ . Estes valores foram comparados com aqueles obtidos por Pinho et Al (2003), mostrando mesmo perfil de comportamento, com uma boa aproximação para todos os valores de  $n$ .

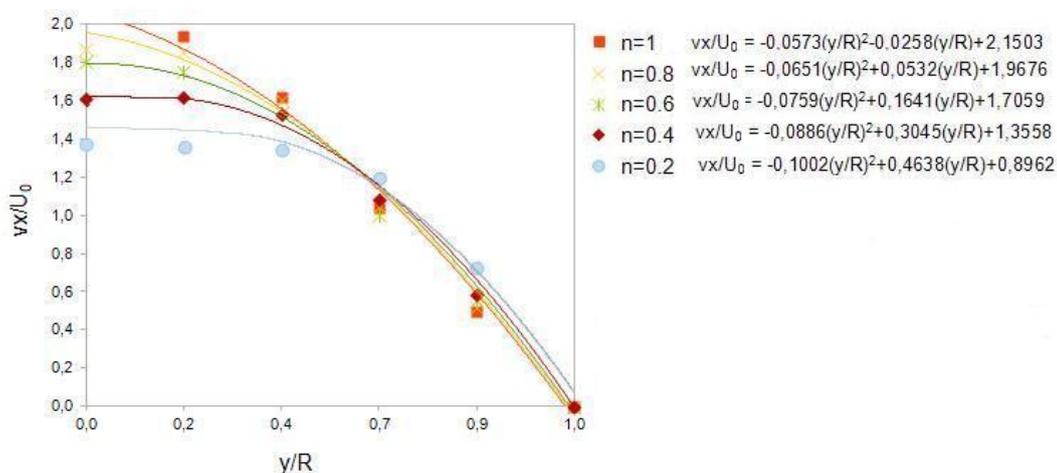


Fig. 5.8 – Resultados obtidos para o perfil de velocidade axial do escoamento no duto para fluidos com diferentes valores de  $n$  para um escoamento de  $Re=10$  (linhas cheias – ajustes de curva) e sua comparação com aqueles obtidos por Pinho et Al, 2003 (símbolos).

Pode-se observar na Fig. 5.8 os perfis de velocidade plenamente desenvolvidos para cada um dos casos. Nota-se que o perfil, parabólico para o fluido Newtoniano, torna-se mais achatado a medida que o valor de  $n$  é reduzido, de forma que a velocidade máxima do escoamento é reduzida e a variação de velocidade na região próxima à parede torna-se mais brusca, aumentando a taxa de cisalhamento,  $\dot{\gamma} = du/dy$ , do material. Os valores de velocidade foram interpolados e as correlações entre  $vx$  e a posição em relação ao raio do duto foram obtidas. O valor do fator de atrito de Darcy,  $f$ , foi calculado para cada um destes escoamentos com valores do número de Reynolds variando entre 1 e 100, e plotado na Fig. (5.9).

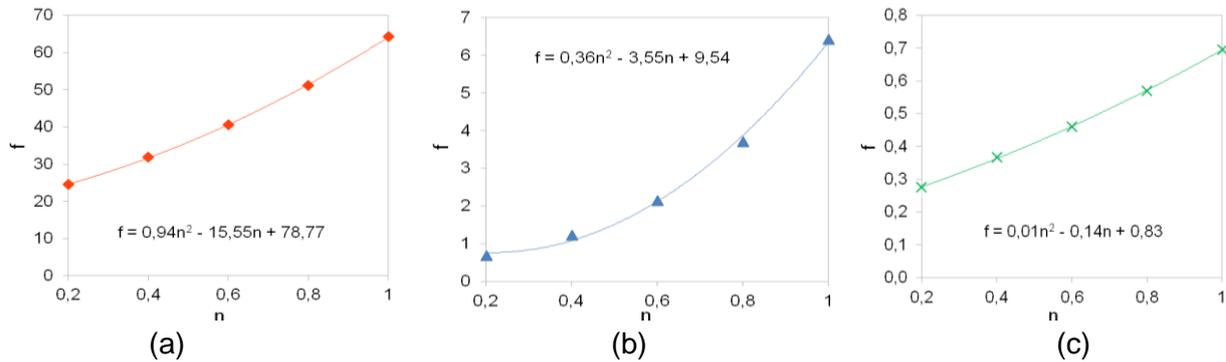


Fig. 5.9 – Variação  $f$  em função de  $n$  no escoamento de um fluido pseudoplástico, através do duto axissimétrico para (a)  $Re=1$ , (b)  $Re=10$  e (c)  $Re=100$  (símbolos), e respectivos ajustes de curva (linhas cheias).

Da análise da Fig. (5.9) pode-se observar que o fator de atrito de Darcy,  $f$ , aumenta a medida que aumenta-se o índice de Power-law,  $n$ . Ou seja, a perda de carga proporcionada por um escoamento semelhante, com mesmo número de Reynolds, de um fluido pseudoplástico será inferior àquela de um fluido Newtoniano, e tanto inferior quanto menor for o valor de  $n$ . Temos ainda na Figura correlações obtidas  $f$  e  $n$  por interpolação para cada valor de  $Re$  simulado. Pode-se observar ainda que os resultados obtidos são coerentes com a solução analítica para o valor de  $f$  para fluidos newtonianos, de  $n=1$ , dada pela Eq.(4.14). Temos, para  $Re=1$ , 10 e 100,  $f$  igual 64,3, 6,43 e 0,70 respectivamente, com erros inferiores a 0,5% nos dois primeiros casos, elevando-se apenas no último, a cerca 8%. Na Fig (5.10) Temos a, para fluidos viscoplásticos, variação de  $f$  com o número de Bingham,  $Bn$ , variando de 0,1 até 100. Na Fig. 5.11, na visualização de uma porção da metade superior do duto, podemos ainda observar a evolução das regiões rígidas no escoamento de  $Re=1$  para valores de  $Bn$  entre 1 e 100.

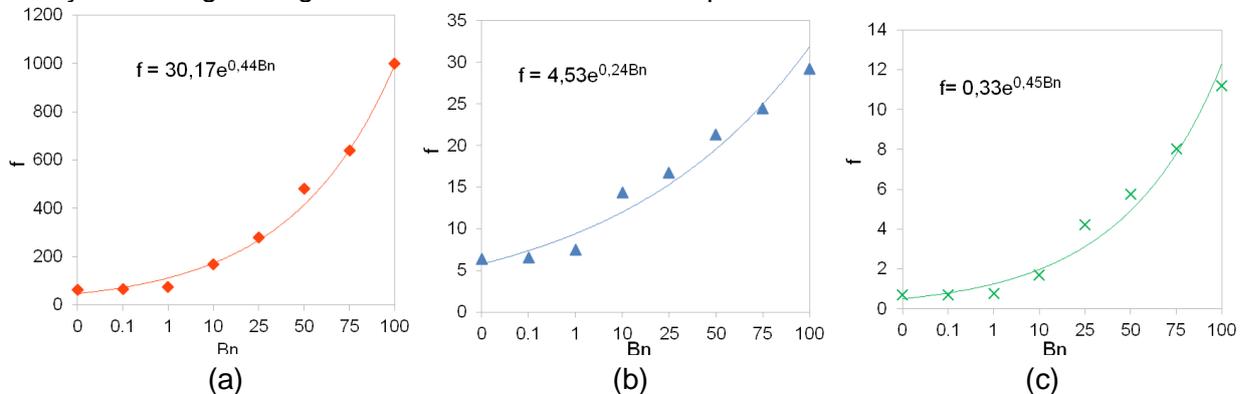


Fig. 5.10 – Variação do valor de  $f$  em função do número de Bingham,  $Bn$ , no escoamento de um fluido viscoplástico, através do duto axissimétrico para (a)  $Re=1$ , (b)  $Re=10$  e (c)  $Re=100$  (símbolos), e respectivos ajustes de curva (linhas cheias).



Fig. 5.11 – Imagem da metade superior do duto: evolução das regiões rígidas (pretas) em relação àquelas escoando (brancas) com o aumento de  $Bn$  para o escoamento com  $Re=1$  para um fluido viscoplástico.

Da análise da Fig. 5.10 observa-se que o fator de atrito de Darcy,  $f$ , aumenta juntamente com  $Bn$  e ainda que esta relação é exponencial, e dada pelas correlações indicadas na Figura. Nota-se ainda que cada curva parte de  $Bn=0$ , ou seja, de um fluido newtoniano, onde os valores de  $f$  são coerentes com aqueles obtidos através da Eq.(4.14), de acordo com o comentado na análise da Fig. 5.9. Pode-se observar ainda na Fig. 5.11, no escoamento de

$Re=1$  através do duto, o crescimento das regiões rígidas a medida que  $Bn$  aumenta, restringindo o escoamento a uma região cada vez menor, principal razão para o incremento de  $f$ , ou seja, da perda de carga ao longo do escoamento.

### 5.6.2. EXPANSÃO ABRUPTA

O escoamento através de uma expansão abrupta axissimétrica foi simulado para fluidos pseudoplásticos com valores do índice de *power-law*,  $n$ , variando de  $n=0,2$  até  $n=1,0$  (fluido Newtoniano) e números de Reynolds de 0,5 até 100 e também fluidos viscoplásticos com número de Bingham,  $Bn$ , variando entre 0,1 e 100. Foram captados, para fluidos pseudoplásticos com diversos valores para  $n$ , conforme pode-se observar na Fig. 5.10, o comprimento do vórtice após a expansão abrupta,  $L_{vort}$ . Estes valores foram comparados com aqueles obtidos por Pinho et Al (2003), para uma expansão similar com relação  $R2/R1=2,6$  mostrando a mesma tendência de comportamento de  $L_{vort}$  tanto com relação a variações no valor de  $n$  quanto de  $Re$ . Cabe ainda observar que, para baixos valores de  $Re$ , o comprimento do vórtice obtido no presente trabalho é muito próximo daquele encontrado por Pinho et Al. (2003), mesmo havendo a diferença cima comentada entre as geometrias. A medida que o número de Reynolds aumenta, esta diferença é acentuada.

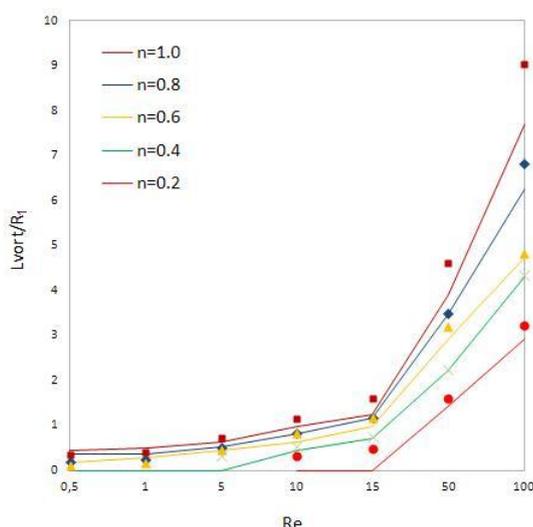


Fig. 5.11 – Resultados obtidos para o comprimento do vórtice,  $L_{vort}$  após expansão abrupta para fluidos com diferentes índices de Power-law,  $n$ , para escoamentos com números de Reynolds variando (linhas cheias) e sua comparação com aqueles obtidos por Pinho et Al, 2003 (símbolos) para uma expansão com  $R2/R1=2,6$ .

Observa-se em todos os fluidos estudados o aumento no comprimento do vórtice,  $L_{vort}$  acompanhando o número de Reynolds,  $Re$ . Aumento este que acentua-se a medida que o número de Reynolds eleva-se, com inclinação consideravelmente mais alta para  $Re$  a partir de aproximadamente 15. Nota-se ainda uma elevação em  $L_{vort}$  com o aumento no valor de  $n$  nos fluidos, elevação esta mais notável para maiores números de Reynolds.

Além do comprimento do vórtice após expansão, foi analisada a influência da correção de entrada,  $C$ , no escoamento.

Na Fig. 5.12 observa-se o comportamento do escoamento através da expansão abrupta axissimétrica pela variação no comprimento do vórtice,  $L_{vort}$ , e na correção de entrada,  $C$  em função do índice de power-law,  $n$ , do fluido para valores de Reynolds variando entre 1 e 100.

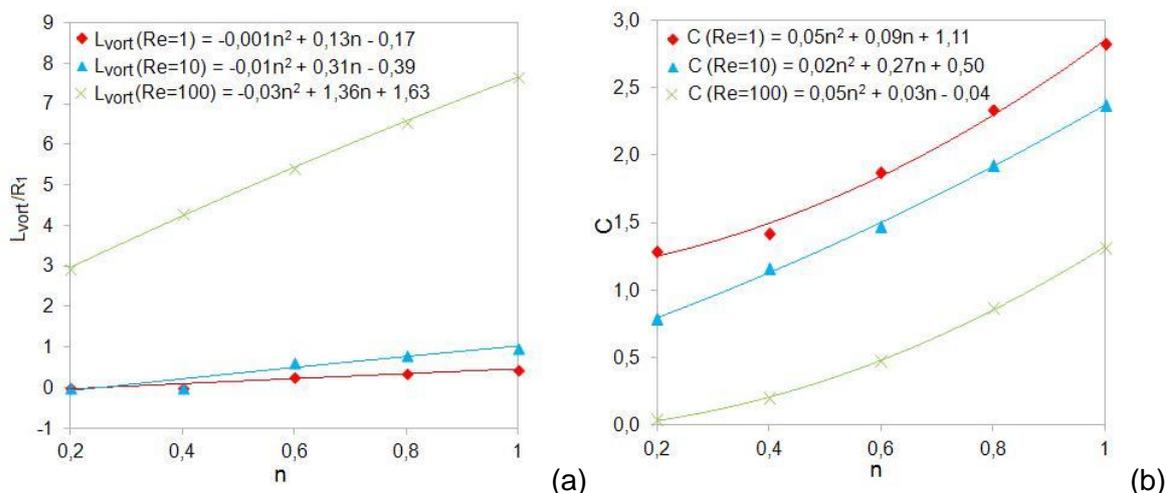


Fig. 5.12 – Variação (a) do comprimento do vórtice,  $L_{vort}$ , e (b) da correção,  $C$  de entrada em função do índice de Power-law,  $n$ , no escoamento de um fluido pseudoplástico, através da expansão abrupta para  $Re=1, 10$  e  $100$  (símbolos), e respectivos ajustes de curva (linhas).

Nota-se que tanto  $L_{vort}$  quanto  $C$  aumentam a medida que  $n$  aumenta, relações as quais são representadas pelas correlações indicadas para cada valor do número de Reynolds.

Na Fig. 5.13 observa-se o comportamento do escoamento através da expansão abrupta axissimétrica pela análise no comprimento do vórtice,  $L_{vort}$ , e na correção de entrada,  $C$  em função do número de Bingham, do escoamento, para número de Reynolds entre 1 e 100.

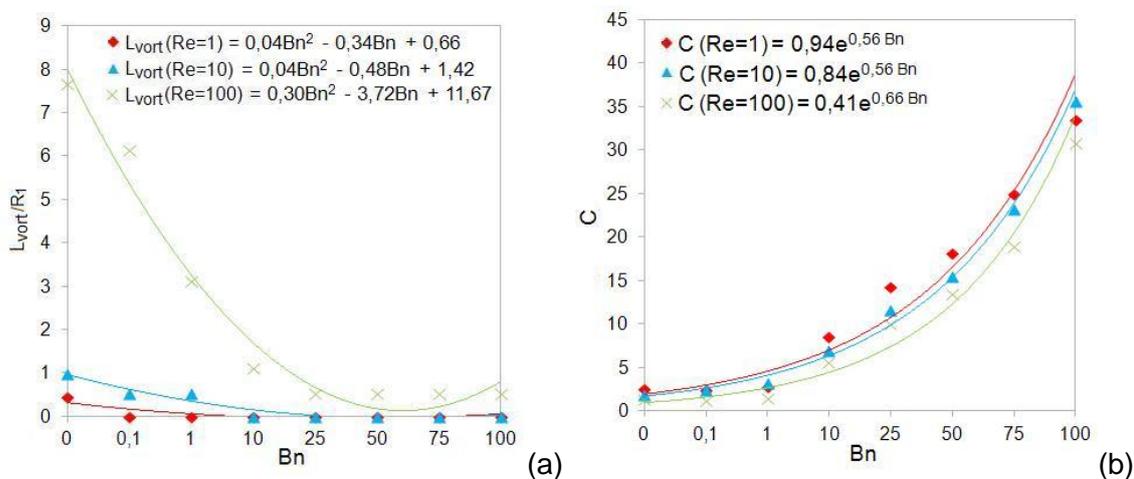


Fig. 5.13 – Variação (a) do comprimento do vórtice,  $L_{vort}$ , e (b) da correção de entrada,  $C$ , em função do número de Bingham,  $Bn$ , no escoamento de um fluido viscoplástico, através da expansão abrupta para  $Re=1, 10$  e  $100$  (símbolos), e respectivos ajustes de curva (linhas).

Nota-se que tanto  $L_{vort}$  diminui, quanto  $C$  aumenta a medida que  $Bn$  aumenta, o que é coerente com o aparecimento de regiões rígidas (sem escoamento), restringindo a região de vórtice, bem como todo o escoamento a porções cada vez menores da tubulação, implicando em maior atrito. Correlações tanto para  $L_{vort}$  quanto para  $C$  são indicadas para cada valor do número de Reynolds nas Figuras. Pode-se observar na Fig. 5.14 no escoamento de  $Re=1$  através da expansão, o crescimento das regiões rígidas a medida que  $Bn$  aumenta.



Fig. 5.14 – Imagem da metade superior da expansão: evolução das regiões rígidas (pretas) com o número de Bingham para o escoamento com  $Re=1$  para um fluido viscoplástico.

## 6. COMENTÁRIOS FINAIS

Através das simulações realizadas, obteve-se aproximações das perdas de carga distribuídas e localizadas para fluidos pseudoplásticos e viscoplásticos. Foram feitas comparações tanto com valores obtidos analiticamente, como foi o caso do coeficiente de atrito  $f$  para fluidos Newtonianos, quanto com resultados numéricos disponíveis na literatura, caso do comprimento do vórtice após a expansão abrupta,  $L_{vort}$ , para fluidos pseudoplásticos, validando a metodologia.

Assim, pode-se chegar às seguintes conclusões acerca dos escoamentos em duto reto e também expansão abrupta, ambos axissimétricos:

- No escoamento pseudoplástico no duto, observou-se que  $f$ , ou seja, a perda de carga distribuída, reduz-se à medida que o expoente  $n$  do fluido diminui, ou seja, o fluido afasta-se do modelo Newtoniano, devido ao efeito da redução na viscosidade.

- No escoamento viscoplástico, quando aumentamos o número de Bingham,  $Bn$ , ou a proporção de regiões rígidas no escoamento,  $f$  aumenta, ou seja, temos o crescimento da perda de carga no escoamento, o que se mostrou bastante coerente com a redução do escoamento efetivo a regiões menores pela ampliação da zona rígida, aumentando sua deformação e, por conseqüência, o atrito observado;

- No escoamento através da expansão abrupta, a medida que  $n$  diminui, a perda de carga localizada, representada pela Correção de Couette,  $C$ , é reduzida, acompanhada pela dimensão do vórtice após a expansão,  $L_{vort}$ ;

- Com o aumento de  $Bn$ ,  $C$  aumentou, na linha contrária de  $L_{vort}$ , fatos ocorridos em função da redução do escoamento a porções cada vez menores da geometria, aumentando sua deformação e, por conseqüência, imprimindo maior atrito.

Com base nestes resultados obteve-se correlações algébricas para as grandezas de interesse,  $f$ ,  $L_{vort}$ , e  $C$ , em função dos parâmetros característicos  $n$  e  $Bn$ , permitindo aplicação para determinação das perdas de carga distribuída e localizada presentes nos escoamentos.

Ficam como perspectivas futuras uma análise mais cuidadosa no refinamento da malha de elementos finitos para a expansão abrupta, verificando regiões com maiores gradientes, a exemplo do que foi feito no duto e empregando refinamento progressivo.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Pinho, F.T., Oliveira, P.J., Miranda, J.P., 2003, “**Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion**”, International Journal of Heat and Fluid Flow, 24, 747-761.

Mitsoulis, E., Huilgol, R.B., “**Entry flows of Bingham plastics in expansions**”, J.Non-Newtonian Fluid Mech., (2004), 45-54.

Bird, R.B., Armstrong, R.C., Hassager, O., 1987, “**Dynamics of polymeric liquids**”, v.1, John Wiley and Sons, USA.

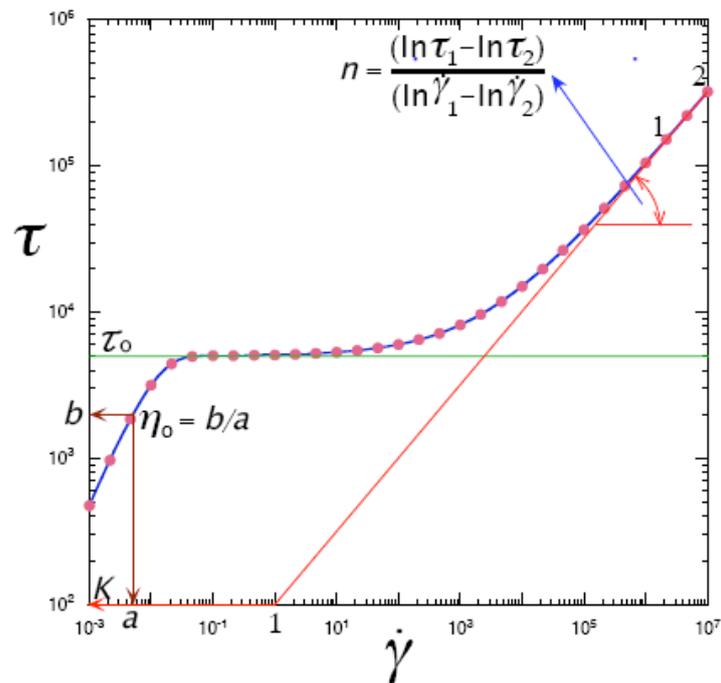
Fox, R.W., Pritchard, P.J., McDonald, A.T., 2010, “**Introdução à Mecânica dos Fluidos**”, 7ª Edição, Editora LTC.

Paulo R. Souza Mendes and Eduardo S.S. Dutra, “**Viscosity Function for Yield-Stress Liquids**”, Appl. Rheol. 14:6 (2004) 296-302.

Franca, L.P., Frey, S., 1992, “**Stabilized finite element methods: II. The incompressible Navier-Stokes equations**”, Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., v. 99, 209-233.

## ANEXO I

Relação constitutiva dada pela Função Viscosidade de SMD.



Função Viscosidade de SMD.

