UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

Daniel Rodrigues Topanotti

Matemática Financeira com planilhas eletrônicas no ensino médio

Porto Alegre, RS
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

Daniel Rodrigues Topanotti

Matemática Financeira com planilhas eletrônicas no ensino médio

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como exigência parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profª. Leandra Anversa Fioreze

Porto Alegre, RS
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

Daniel Rodrigues Topanotti

Matemática Financeira com planilhas eletrônicas no ensino médio

Banca Examinadora

Profª. Dra. Leandra Anversa Fioreze - orientadora

Prof. Dr. Francisco Egger Moellwald

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Porto Alegre, RS
2011

RESUMO

Este trabalho relata o resultado de uma abordagem alternativa de matemática financeira no ensino médio com alunos da escola estadual Padre Reus em Porto Alegre. Normalmente esse assunto é abordado através de fórmulas, entretanto, na prática, os alunos quase sempre acabam questionando-se sobre qual fórmula utilizar. Nesse trabalho as fórmulas foram preteridas pela movimentação financeira evidenciada através de planilhas eletrônicas. Aplicações, empréstimos, compras parceladas e equivalência de capitais são alguns dos tópicos que foram trabalhados no laboratório de informática com os alunos. O objetivo dessa nova abordagem é incentivar os alunos o planejamento financeiro e a capacidade de tomar decisões.

Palavras-chave: Matemática Financeira. Planilhas Eletrônicas. Ensino Médio

ABSTRACT

This paper reports the result of an alternative approach to financial mathematics in high school with students from the Escola Estadual Padre Reus in Porto Alegre. Usually this issue is addressed through formulas, however, in practice, students often end up asking for the formula to be used. In this work the formulas were substituted by the financial transaction evidenced by spreadsheets. Applications, loans, installment purchases and equity capital are some of the topics that were worked in the computer lab with students. The objective of this new approach is to encourage students in financial planning and the ability to make decisions.

Keywords: Financial Mathematics. Spreadsheets. High School.

LISTA DE FIGURAS

Sumário

1 INTRODUÇÃO

Recentemente uma fotografia antiga de 1985 veio ao meu encontro. A fotografia registrara um amplo saguão de uma agência bancária com trinta caixas, todos em atividade, atendendo a população. Não pude deixar de perceber as mudanças ocorridas nesses vinte e seis anos que se passaram. Hoje qualquer agência bancária possui, em média, somente três caixas e uma série de máquinas de auto-atendimento.

Esse é apenas um exemplo da mudança que a popularização do computador e da internet fez em nossos dias. O ensino deve se adaptar às necessidades da sociedade. Quantos dos nossos alunos utilizam uma calculadora gráfica para ilustrar uma relação? Quantos dos nossos alunos utilizam planilhas eletrônicas como ferramenta de cálculo? Essas habilidades são necessárias em muitos ambientes de trabalho. Ryon Braga (2003) afirma em seu artigo “Como será o futuro da educação?“ que as escolas de hoje não atendem às demandas da educação nesta sociedade.

Segundo Ribeiro (2011) [1], gerente de projetos do Ministério da Educação e integrante do Programa Nacional de Informática na Educação, uma das metas do governo consiste em equipar todas as escolas públicas brasileiras de ensino médio com pelo menos um laboratório de informática com 10 computadores. Embora seja importante ter laboratórios nas escolas, não basta somente equipá-los, é necessário que os professores saibam utilizá-los.

Algumas escolas já apresentam algumas novidades nos conteúdos ministrados, sendo que uma delas é a matemática financeira como conteúdo básico. Apesar das mudanças, muitos professores abordam o assunto com uma mera aplicação de fórmulas, sem uma compreensão maior dos conceitos que estão por trás destas fórmulas. Alguns deles até demonstram as relações matemáticas existentes, todavia, quando é apresentado ao aluno algum problema, sempre surge a dúvida sobre qual fórmula utilizar. Aqueles que usam planilhas de cálculo e calculadoras HP acabam por mecanizar o processo e não evidenciam qual raciocínio matemático está por trás daquele procedimento.

O principal objetivo deste trabalho foi desenvolver o raciocínio financeiro com alunos do ensino médio utilizando para isso planilhas de cálculo. Entendemos por raciocínio financeiro como a capacidade de compreender uma determinada situação no ramo das finanças que nos é proposta, resolvê-la e tomar a melhor decisão referente à aplicações bancárias, pagamentos de dívidas, análise de investimentos, equivalência de capitais e outras. Nesse trabalho estudamos movimentações financeiras via recursão utilizando, para isso, planilhas de cálculos. De acordo com Nunes (2004) **recursão**, em Matemática, é uma forma

[1] Fonte: http://computerworld.uol.com.br/negocios/2007/04/13/idgnoticia.2007-04-13.7772698943/

de se definir processos cujos resultados futuros dependem dos resultados do presente e do passado. Qualquer função computável pode ser especificada por uma função recursiva, ou seja, qualquer algoritmo pode ser expresso usando recursividade.

A Matemática Financeira busca quantificar as transações que ocorrem no universo financeiro levando em conta a variável tempo. Acredito que, se quiséssemos apontar um erro grave em matemática financeira, este certamente seria a dissociação entre capital e tempo; o aluno que não conseguir compreender essa relação, não será capaz de lidar com suas finanças. Ao trabalharmos esse conteúdo via recursão com o auxílio de planilhas eletrônicas, evidenciamos a evolução de um capital no tempo fortalecendo esta relação.

Para obter sucesso neste trabalho, é necessário, antes de tudo, que os alunos tenham conhecimentos básicos sobre planilha eletrônica e noções de porcentagem. As primeiras aulas foram usadas para trabalhar esses conhecimentos prévios. Nelas, revisamos porcentagem e abordamos conceitos básicos na planilha Excel. Demos importância às relações entre taxa percentual, fracionária e decimal. Logo após, iniciamos o estudo de juros simples e juros compostos.

2 PLANILHAS ELETRÔNICAS

Este trabalho foi desenvolvido com a ajuda de planilhas eletrônicas em um laboratório de informática da Escola Estadual Padre Reus. A planilha eletrônica é um software desenvolvido para efetuar cálculos ou apresentar dados através de tabelas, sendo que sua composição é basicamente formada por linhas e colunas. A primeira planilha de cálculo foi criada em 1978 na universidade de Harvard, por Daniel Bricklin que ganhou inspiração ao observar o tempo que seu professor de finanças perdia para apagar diversas vezes o quadro-negro e efetuar novos cálculos (STIELER, 2007). O computador, até então, era pouco utilizado e suas principais funções eram para fins de entretenimento. Após a invenção das planilhas, criou-se a necessidade de utilizar o computador em ambientes de trabalho, e, hoje em dia, são raras as empresas que não utilizam as planilhas eletrônicas como auxílio nas atividades que exercem.

Toda a engenharia do software é baseada no cruzamento entre linhas e colunas que geram espaços chamados de células, essas, por sua vez, servem para armazenar dados de textos, números ou fórmulas. Não há grandes dificuldades para inserir textos e números nas células, basta digitar os dados nos espaços vazios; para inserir fórmulas, é necessário introduzi-las por um sinal de igualdade (=). Para visualizar o conteúdo de uma fórmula digitada, é necessário selecionar a célula e olhar para a barra de fórmulas situada na parte superior da tela.

As planilhas normalmente possuem fórmulas prontas para as mais variadas situações. Por exemplo, se quiséssemos a média aritmética entre dois valores, basta ir ao menu “inserir” e buscar a opção “função”, após isso aparece uma lista de diferentes funções divididas em categorias, sendo uma delas é a categoria “estatística”. Nessa categoria, encontram-se diversas fórmulas do ramo, uma delas é a “média aritmética”. Em muitas planilhas é possível construir gráficos ilustrativos para melhor visualização dos resultados, para isso é necessário clicar na opção gráfico, no menu inserir.

3 COMPUTADOR DA SALA DE AULA

Segundo Kenski (1997), a educação passa por um processo de renovação de espaço e de valores, tendo como ponto de partida todas as mudanças ocorridas na sociedade. A escola deve suprir as necessidades da sociedade e o processo de ensino sistemático ainda encontrado nas escolas atuais vai de encontro àquilo que a sociedade precisa. Conforme Borba e Penteado (2003, p. 87), no momento em que os computadores, enquanto artefato cultural e enquanto técnica, ficam cada vez mais presentes em todos os domínios da atividade humana, é fundamental que eles também estejam presentes nas atividades escolares. Fora da escola, as tecnologias, cada vez mais avançadas, são utilizadas por professores e alunos, entretanto não as vemos em sala de aula. Já é notória a melhoria na estrutura das escolas, a maior parte delas já está equipada com laboratórios de informática, mas é necessário utilizar esse ambiente nas aulas.

Quando nos referimos às tecnologias em sala de aula, não consideramos somente vídeos apresentados em data show e slides expositivos no Power Point. Apesar desses softwares deixarem a aula mais diversificada e atrativa, esses recursos representam muito pouco perto do potencial que oferece o computador na educação. Muitas vezes o computador é utilizado somente como executor de tarefas, e o raciocínio matemático é preterido pela matemática expositiva. Valente (2002) afirma que o uso do computador para auxiliar o aprendiz a realizar tarefas sem compreender o que está fazendo é uma mera informatização do atual processo pedagógico. Mas, a possibilidade que o computador oferece como ferramenta, para ajudar o aprendiz a construir o conhecimento e compreender o que faz, constitui uma verdadeira revolução no processo de ensino-aprendizagem e uma maneira de transformar o meio educacional.

Parte da eficácia do trabalho escolar depende do reconhecimento da importância do computador em sala de aula. O computador deve ser explorado em sala de aula de forma significativa, a tecnologia não somente renova o processo de ensino, como também desenvolve a capacidade crítica do aluno dando-lhe liberdade de criação.

As mídias informáticas associadas a pedagogias que estejam em consonância com essas novas tecnologias podem transformar o tipo de matemática abordada em sala de aula, é preciso que a chegada de uma mídia qualitativamente diferente como a informática, contribua para modificar as práticas do ensino tradicional vigente (BORBA, PENTEADO, 2003)

Surge agora um novo problema: o despreparo dos professores em utilizar esses novos recursos em sala de aula. Segundo Borges Neto et al (1998) o papel do computador no ensino médio de Matemática é apresentar novas lógicas de ver sobre problemas antigos, por meio da manipulação e simulação que a máquina produz, mas o seu papel não termina aí. Ocorre que a aprendizagem pela via das novas tecnologias depende da formação que o professor possui para trabalhar de modo autônomo. Afinal caso este não esteja devidamente preparado para trabalhar com o uso do computador (o que geralmente sucede), ele torna as aulas extremamente formais com o uso deste recurso. É necessário que os professores amenizem esse problema optando pela sua formação continuada, pois muitos professores não tiveram sua formação na era da computação, o que resulta num grande atraso em relação aos professores recém-formados.

A preparação dos professores deve também contemplar o uso das tecnologias digitais desde a sua formação inicial, enfatizando as habilidades para aprender a aprender, aprender a pensar, aprender a fazer e aprender a conviver. Ou seja, esta preparação está embasada nos mesmo princípios esperados que deveriam ou deverão ocorrer na escola com a formação de crianças e adolescentes que este futuro professor encontrará (FIOREZE, 2010). Destacamos ainda a importância da inclusão do computador no processo ensino-aprendizagem em descentralizar a figura do professor como detentor do conhecimento, e a diversificar o ambiente escolar que pouco evoluiu até os dias de hoje.

> “Este futuro professor também deveria ter a liberdade para desenvolver e colocar em prática os seus projetos, suas pesquisas, testar as suas hipóteses e refletir a partir de suas experiências. Tais experiências, por sua vez, podem ser orientadas por professores que promovam ações voltadas para o exercício dos princípios citados” (BASSO, 2003, p. 23)

Se nos restringíssemos especificamente à Matemática Financeira e nos questionássemos sobre a importância em estudá-la usando computadores como ferramenta, concluiríamos que com a ajuda de planilhas eletrônicas é possível abordar o assunto de forma satisfatória.

Tomemos como exemplo um capital (C) aplicado a certa taxa de juros compostos (i) durante um período (n). Ao final de alguns meses, esse capital gera um montante (M) facilmente encontrado pela relação $M = C \cdot (1+i)^n$. Entretanto, trabalhar dessa forma, restringe-se a questão a períodos fechados, criando-se então a necessidade da utilização de calculadoras científicas. Mesmo com a ajuda dessas calculadoras, ainda assim não teríamos uma abordagem completamente satisfatória, pois as calculadoras ilustram o momento inicial da aplicação e o momento final do resgate, ocultando justamente a idéia fundamental da matemática financeira, que é a evolução do capital ao longo do tempo. O computador e, mais especificamente as planilhas eletrônicas, nos auxiliam na manipulação dos dados sem nunca perder de vista a essência da movimentação financeira.

4 MATEMATICA FINANCEIRA

O endividamento da população é um tema que preocupa qualquer país. No Brasil, a ascensão de cerca de 30 milhões de pessoas à classe média nos últimos anos, e a falta de conhecimento financeiro dessas pessoas virou assunto em jornais e revistas. Para o ministro da justiça Luiz Paulo Barreto[2] é preciso que haja educação da população, os consumidores devem saber claramente o quanto pagam por um determinado produto comprado a prazo e qual é a fatia da taxa de juros. Também é preciso enfatizar a esse consumidor a possibilidade de se fazer poupança para adquirir um bem, no futuro, com pagamento à vista e solicitar desconto.

Segundo levantamento do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) (2010), mais da metade das famílias brasileiras possui algum tipo de dívida, sendo que a maior parte dela está ligada ao consumo, o que torna o problema mais grave, informa o IPEA em nota:

> Aproximadamente 15% das famílias endividadas têm uma dívida de cerca de até metade do rendimento familiar mensal; 21% têm dívida entre 0,5 e 1 vez a renda mensal; 23,5% têm entre 1 e 2 vezes a renda mensal; 16% têm entre 2 e 5 vezes; e 23% têm dívidas de mais de 5 vezes o valor da renda familiar mensal.

As vendas geradas pelo endividamento geram efeitos positivos no presente, mas o dinheiro que será retirado dos salários para pagar os juros faltará no futuro.

Com base nessas evidências, destacamos a importância do conhecimento em matemática financeira nos dias de hoje para resolver os problemas acarretados com a falta de esclarecimento no assunto por parte dos brasileiros evidenciados anteriormente. A matemática financeira precisa ser ensinada nas escolas. São raros os professores de matemática que discordam dessa afirmação, entretanto, são poucos os que abordam o assunto. Um dos problemas é que a maioria dos cursos de Licenciatura não inclui a Matemática Financeira em sua grade curricular (NASSER, 2009). Outros motivos para a não abordagem do assunto podem ser a falta de tempo e a ausência desse conteúdo em vestibulares. Nascimento (2004, p. 123) compartilha da mesma opinião:

> Constatamos um descompasso entre a opinião dos professores de Matemática, que consideram a Matemática Financeira como um tema importante para a formação dos alunos e o fato de que não a selecionam como um conteúdo a ser trabalhado, com razoável destaque, nas turmas de Ensino Médio. Uma hipótese para compreender essa decisão dos professores pode estar localizada nos programas e provas dos vestibulares, que não priorizam esse tema, mas que, infelizmente acabam orientando o que se ensina nos vestibulares.

[2] Matéria publicada no site de notícias da UOL em dezembro de 2011 http://ne10.uol.com.br/canal/cotidiano/economia/noticia/2010/12/01/endividamento-do-brasileiro-preocupa-ministerio-246808.php

Com a utilização de problemas do cotidiano, a matemática financeira pode contribuir para a formação de um indivíduo crítico e atuante. Observa-se que este componente tem sido incluído na grade curricular de várias redes de ensino, como na do ensino médio da Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro (NASSER, 2009).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1999) preceituam que se interprete informações extraídas de tabelas, gráficos e expressões. Essas informações devem ser relacionadas ao contexto sócio-econômico e ao cotidiano. A matemática financeira vai ao encontro dos Parâmetros no que se refere à formulação de questões a partir de situações da própria realidade e compreensão daquelas já enunciadas. Os Parâmetros visam estabelecer conexões entre diferentes conteúdos da matemática e o conhecimento de outras áreas do currículo. O foco é a contextualização do assunto na realidade do aluno e a interdisciplinaridade que estabelece uma relação entre as diferentes matérias. A matemática financeira aplica teorias como progressões, porcentagem, exponenciais e logaritmos nas finanças, e, através dessas aplicações, podemos trabalhar com situações cotidianas presentes na área da contabilidade, da economia, da administração e outras.

5 METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste trabalho está baseada no estudo de caso. Os estudos de caso constituem um tipo muito comum de investigação em Educação Matemática, sendo usados em projetos, incluindo teses de mestrado e de doutorado. Na verdade, trata-se de um gênero de investigação com grandes potencialidades.

> Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objetivo é compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse (PONTE, 2006, p.2).

A pesquisa é vista como um estudo de caso pela investigação empírica altamente descritiva baseada no trabalho de campo. Na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores (PONTE, 2006).

Em um primeiro momento, apresentamos aos alunos alguns exemplos básicos sobre matemática financeira e, posteriormente, alguns problemas que os estimulavam a raciocinar e tomar decisões. Com base nos trabalhos elaborados pelos alunos e na prática realizada no laboratório de informática, analisamos os resultados da produção dos alunos na abordagem de matemática financeira no ensino médio com o auxílio das planilhas eletrônicas.

O trabalho de campo ocorreu no laboratório de informática da escola Padre Reus, sendo que, nesse ambiente, não só observamos a prática dos alunos, como também os orientamos no processo de ensino e aprendizagem. No decorrer do processo, houve uma investigação à prática educativa e utilizamos os resultados para, se necessário, buscar caminhos alternativos para chegarmos ao objetivo.

Relatórios foram preparados por mim a cada aula. Foram destacados não somente a descrição e a análise do trabalho desenvolvido, como também os avanços e as dificuldades apresentadas pelos alunos. Ao final de cada aula, utilizamos diários de campo para coletar informações. Diário de campo segundo Feil (1995) é um instrumento no qual o pesquisador registra, descreve o que é significativo para a pesquisa e toma decisões. Ele se constitui na memória da pesquisa, dessa forma, deve ser feito no decorrer do processo. As questões respondidas nesta pesquisa são:

1. Os alunos tinham algum conhecimento sobre porcentagem antes do trabalho realizado?
2. Os alunos tinham algum conhecimento sobre matemática financeira antes do trabalho realizado?
3. Ao longo do processo, é possível perceber a evolução do raciocinio financeiro dos alunos?
4. Ao final do processo, os alunos são capazes de formular pensamentos lógicos sobre situações financeiras cotidianas que envolvam aplicações, análise de investimentos, empréstimos e séries de renda?

6 PROBLEMAS TRABALHADOS COM AS PLANILHAS ELETRÔNICAS E A EXPLORAÇÃO DAS FERRAMENTAS

Os problemas apresentados a seguir e a forma como os abordamos em sala de aula foram desenvolvidos a partir do material elaborado por Coser (2008) e o material de aula desenvolvido por Fioreze (2010).

6.1 Juro simples

Exemplo 1: Marcelo ganhou uma ação judicial contra o Estado do RS. O Estado foi condenado a pagar a importância, devida em janeiro de 2008, de R$ 10.500,00, acrescida de 0,5% ao mês de juros simples. Se essa dívida foi paga pelo Estado em agosto de 2009, construa um demonstrativo mensal da evolução da dívida ao longo dos meses e encontre o montante recebido ao fim do processo.

É importante salientarmos a função da alça de preenchimento da planilha de cálculo. No canto inferior direito da célula ativa, encontramos a alça de preenchimento (conforme figura 1).

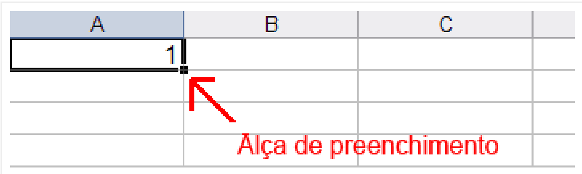


Figura 1: alça de preenchimento

Basta posicionar o mouse no local indicado pela seta na figura 1 e, com o botão esquerdo do mouse pressionado, arrasta-se o cursor até a linha desejada. Arrastando-a, podemos preencher rapidamente o conteúdo das células vizinhas com valores iguais, sequências de valores, meses do ano e outras funções.

Algumas sentenças apresentam como critério de capitalização o sistema de juros simples. Para iniciarmos a resolução do problema, devemos montar a tabela como na figura 2.

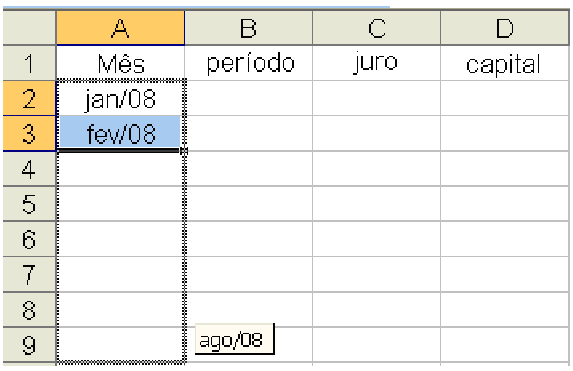


Figura 2: juros simples

Iniciamos a resolução completando os valores na tabela. Definimos capital como o valor devido pelo Estado, R$ 10.500,00, o juro de 0,5% ao mês é calculado sempre sobre o capital inicial. No Excel, fica de acordo com a figura 3 abaixo:

	A	B	C	D
1	mês	período	juro	capital
2	jan/08	0	0	10500
3	fev/08	1		
4	mar/08	2		
5	abr/08	3		
6	mai/08	4		
7	jun/08	5		
8	jul/08	6		
9	ago/08	7		

Figura 3: juros simples

Completamos com a quantia 10.500,00 a célula referente ao capital devido em janeiro de 2008. Como ainda não passou um mês, não há incidência de juro no período, por isso a célula C2 está preenchida com zero. O sinal de igualdade, indicado na célula C3 da figura 4, se refere à utilização de alguma função. Nesse caso, o juro, na etapa 1, é de 0,5% sobre o capital inicial.

	A	B	C	D
1	mês	período	juro	capital
2	jan/08	0	0	10500
3	fev/08	1	=10500* 0,005	
4	mar/08	2		
5	abr/08	3		
6	mai/08	4		
7	jun/08	5		
8	jul/08	6		
9	ago/08	7		

Figura 4: juros simples

A função apresentada na célula em destaque da figura 4 (=10500*0,005) representa 0,5% sobre 10500, ou seja, R$ 52,50. Posteriormente, para calcularmos o montante no mês fev/08, devemos somar o capital com o juro. Na figura 5, apresenta-se a fórmula contida em D3:

	A	B	C	D
1	mês	período	juro	capital
2	jan/08	0	0	10500
3	fev/08	1	52,5	=D2+C3
4	mar/08	2		
5	abr/08	3		
6	mai/08	4		
7	jun/08	5		
8	jul/08	6		
9	ago/08	7		

Figura 5: juros simples

A partir disso, o processo se repete. Não precisamos escrever todos as funções novamente, basta utilizarmos a alça de preenchimento, dessa forma teremos a tabela concluída exemplificada pela figura 6 seguir:

	A	B	C	D
1	**mês**	**período**	**juro**	**capital**
2	jan/08	0	0	10500
3	fev/08	1	52,5	10552,5
4	mar/08	2	52,5	10605
5	abr/08	3	52,5	10657,5
6	mai/08	4	52,5	10710
7	jun/08	5	52,5	10762,5
8	jul/08	6	52,5	10815
9	ago/08	7	52,5	10867,5
10	set/08	8	52,5	10920
11	out/08	9	52,5	10972,5
12	nov/08	10	52,5	11025
13	dez/08	11	52,5	11077,5
14	jan/09	12	52,5	11130
15	fev/09	13	52,5	11182,5
16	mar/09	14	52,5	11235
17	abr/09	15	52,5	11287,5
18	mai/09	16	52,5	11340
19	jun/09	17	52,5	11392,5
20	jul/09	18	52,5	11445
21	ago/09	19	52,5	11497,5

Figura 6: juros simples

A tabela nos mostra de forma detalhada os valores devido pelo Estado em todos os meses. Como o estado quitou sua dívida em agosto de 2009, pagou ao autor do processo R$ 11.497,50. Caso quisesse quitar a dívida dois meses antes, pagaria R$ 11.392,50.

6.2 Juros compostos

Exemplo 2: quanto uma aplicação de R$ 250,00 renderá a juros compostos de 1% ao mês ao final de 2 anos?

É importante inicialmente montarmos a tabela com os dados. Como não há a incidência de juros no mês atual, a célula B2 na figura 7 será preenchida com zero, A célula C2, no mesmo quadro, contém o valor inicial aplicado na data atual (data zero).

	A	B	C
1	período	juro	capital
2	0	0	250
3	1		

Figura 7: juros compostos

Somente a partir do mês 1 haverá incidência de juros, portanto a célula B3 será preenchida com a fórmula C2*0,01, conforme a figura 8.

	A	B	C
1	período	juro	capital
2	0	0	250
3	1	=C2*0,01	
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		

Figura 8: juros compostos

A célula C3 da figura 9 será o resultado da soma do capital contido inicialmente em C2 com o juro apresentado em B3:

	A	B	C
1	período	juro	capital
2	0	0	250
3	1	2,5	=C2+B3
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		

Figura 9: juros compostos

Dessa forma, é possível completar toda a tabela com a alça de preenchimento (figura 10).

	A	B	C
1	**período**	**juro**	**capital**
2	0	0,00	250,00
3	1	2,50	252,50
4	2	2,53	255,03
5	3	2,55	257,58
6	4	2,58	260,15
7	5	2,60	262,75
8	6	2,63	265,38
9	7	2,65	268,03
10	8	2,68	270,71
11	9	2,71	273,42
12	10	2,73	276,16
13	11	2,76	278,92
14	12	2,79	281,71
15	13	2,82	284,52
16	14	2,85	287,37
17	15	2,87	290,24
18	16	2,90	293,14
19	17	2,93	296,08
20	18	2,96	299,04
21	19	2,99	302,03
22	20	3,02	305,05
23	21	3,05	308,10
24	22	3,08	311,18
25	23	3,11	314,29
26	24	3,14	317,43

Figura 10: juros compostos

Como mostra a tabela exemplificada na figura 10, é possível concluir que, após 2 anos, o capital aplicado gerou juros de R$ 67,43 (R$ 250 – R$ 317,43).

O problema é resolvido evidenciando a movimentação financeira. Dessa forma é possível perceber a diferença entre o juro simples e o composto sem utilizarmos fórmulas. Não criticamos a utilização das fórmulas, mas para melhorar a aprendizagem dos alunos não é satisfatório trabalhar exclusivamente com elas. O objetivo deste trabalho não é ensinar a disciplina de matemática financeira de forma integral no ensino médio, o que procuramos é desenvolver um raciocínio fundamental para que se possa lidar com situações práticas presentes no dia-a-dia.

Exemplo 3: Você pede emprestado a um amigo R$500,00 e promete pagar-lhe, em alguns meses, o valor acrescido de juros compostos de 4% ao mês. Dois meses após o empréstimo, você paga a seu amigo R$ 200,00. Dois meses após esse último pagamento, você resolve quitar a dívida. Qual o valor desse último pagamento?

A novidade da questão é o valor de R$ 200,00 que foi abatido da dívida. Iniciamos a resolução acrescentando a coluna “pagamentos” junto às outras apresentadas nos exemplos anteriores. Alteramos a coluna “capital” para “dívida”, para melhorar o entendimento da questão, conforme figura 11.

	A	B	C	D
1	período	juro	pagamento	dívida
2	0			
3	1			

Figura 11: empréstimo

No momento do empréstimo, não há incidência de juros e tampouco abatimento da dívida, portanto, como nos exemplos anteriores, completamos com zeros os respectivos espaços destinados a esses valores na figura 12.

	A	B	C	D
1	período	juro	pagamento	dívida
2	0	0	0	500,00
3	1			
4	2			

Figura 12: empréstimo

A linha B3 da figura 13 será completada de forma análoga ao exemplo anterior.

	A	B	C	D
1	período	juro	pagamento	dívida
2	0	0	0	500,00
3	1	=D2*4%		
4	2			
5	3			
6	4			

Figura 13: empréstimo

A principal diferença está na coluna “dívidas”, onde não mais temos a fórmula D2+B3 e sim D2+B3-C3. A coluna C (pagamento) será completada com abatimentos de dívidas ao longo do processo, conforme a figura 14.

	A	B	C	D
1	período	juro	pagamento	dívida
2	0	0	0	500,00
3	1	20		=D2+B3-C3
4	2			

Figura 14: empréstimo

Dessa forma, completamos as primeiras linhas e, através da alça de preenchimento, estendemos a tabela até a linha 6, chegando no resultado exemplificado pela figura 15.

	A	B	C	D
1	período	juro	pagamento	dívida
2	0	0,00	0,00	500,00
3	1	20,00	0,00	520,00
4	2	20,80	0,00	540,80
5	3	21,63	0,00	562,43
6	4	22,50	0,00	584,93

Figura 15: empréstimo

O problema informa que, ao final de 2 meses, houve uma pagamento de R$ 200,00. Basta inserir este valor na célula C4. Dessa forma, toda a tabela se ajustará a nova situação, veja o resultado na figura 16.

	A	B	C	D
1	período	juro	pagamento	dívida
2	0	0,00	0,00	500,00
3	1	20,00	0,00	520,00
4	2	20,80	200,00	340,80
5	3	13,63	0,00	354,43
6	4	14,18	0,00	368,61

Figura 16: empréstimo

Concluímos que, ao final de 4 meses, ainda resta uma dívida de R$ 368,61 a ser paga.

Nesse último exemplo, é notória a importância da planilha de cálculo no estudo de matemática financeira. Através dela é possível questionar os alunos sobre possíveis mudanças, sem que seja necessário refazer os cálculos. Poderíamos simular um novo pagamento de R$ 100,00 na data 3, como mostra a figura 17, e questioná-los sobre a nova situação.

	A	B	C	D
1	período	juro	pagamento	dívida
2	0	0,00	0,00	500,00
3	1	20,00	0,00	520,00
4	2	20,80	200,00	340,80
5	3	13,63	100,00	254,43
6	4	10,18	0,00	264,61

Figura 17: empréstimo

Se houvesse esse último pagamento de R$ 100,00, ainda restaria uma dívida de R$264,61 ao final do quarto mês. Se houvesse um erro no planejamento e o pagamento fosse de R$ 150,00 e não R$ 200,00, como fora combinado, é possível reajustar a tabela mudando apenas uma célula, como na figura 18.

	A	B	C	D
1	**período**	**juro**	**pagamento**	**dívida**
2	0	0,00	0,00	500,00
3	1	20,00	0,00	520,00
4	2	20,80	150,00	390,80
5	3	15,63	0,00	406,43
6	4	16,26	0,00	422,69

Figura 18: empréstimo

Ainda restaria, de acordo com o demonstrativo na figura 18, uma dívida de R$ 422,69 a ser quitada ao final do quarto mês. É de extrema importância a utilização da planilha para que estimule os alunos a simularem situações que poderão ser vivenciadas por eles.

Exemplo 4: Você pretende comprar uma televisão LCD de 32 polegadas pelo valor de R$ 2.500,00 em 10 prestações mensais iguais com o primeiro pagamento um mês após a compra. Já é de nosso conhecimento que dez prestações de R$ 250,00 não equivalem ao valor a vista de R$ 2.500,00. Qual o verdadeiro valor da parcela considerando uma taxa de juros compostos mensal de 3%?

Muitas vezes, para resolver esse tipo de problema, o aluno é incentivando a aplicar a fórmula $C = P\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$, com C = capital inicial, P = prestação, i = taxa, n = período. Não há problema na escolha desse caminho, entretanto ele não é totalmente satisfatório. A fórmula nos leva a obtenção do valor exato da parcela, mas não evidencia a dívida ao longo do tempo, tampouco permite supor alterações na forma de pagamento, como quitar a dívida antes do prazo ou aumentar o valor da parcela diminuindo, assim, o número de prestações. Essa visualização é indispensável para estimular a capacidade de tomar decisões.

Iniciaremos a resolução do exemplo seguindo os passos iniciais do exemplo anterior como na figura 19 e 20:

	A	B	C	D
1	período	juro	parcela	dívida
2	0	0	0	2500
3	1	=D2*3%		
4	2			
5	3			

Figura 19: parcelas iguais

	A	B	C	D
1	período	juro	parcela	dívida
2	0	0	0	2500
3	1	75		=D2+B3-C3
4	2			
5	3			

Figura 20: parcelas iguais

Como não utilizamos a fórmula para calcular o valor da parcela, iremos supor um valor. Podemos supor o valor de R$ 250,00, mesmo sabendo que seja equivocado. Com esse valor é possível dar continuidade ao processo de construção da tabela. É importante completar a célula C4, na figura 21, com a fórmula =C3 para facilitar o processo que será explicado a seguir.

	A	B	C	D
1	período	juro	parcela	dívida
2	0	0	0	2500
3	1	75	250	2325
4	2		=C3	
5	3			

Figura 21: parcelas iguais

Com a alça de preenchimento, completamos a tabela e chegaremos ao resultado mostrado na figura 22:

	A	B	C	D
1	período	juro	parcela	dívida
2	0	0,00	0,00	2500,00
3	1	75,00	250,00	2325,00
4	2	69,75	250,00	2144,75
5	3	64,34	250,00	1959,09
6	4	58,77	250,00	1767,87
7	5	53,04	250,00	1570,90
8	6	47,13	250,00	1368,03
9	7	41,04	250,00	1159,07
10	8	34,77	250,00	943,84
11	9	28,32	250,00	722,16
12	10	21,66	250,00	493,82

Figura 22: parcelas iguais

Com o pagamento de R$ 250,00 reais por mês, ainda nos resta uma dívida no valor de R$ 493,82. Já era do nosso conhecimento que a dívida não seria quitada, pois tínhamos o conhecimento prévio de que a parcela não poderia ter esse valor. Concluímos que o valor a ser pago deve ser superior a R$ 250,00. Preenchemos a célula C4 com a fórmula =C3 na figura anterior, pois, ao alterarmos a célula C3, toda a coluna "pagamento" será alterada também. Então basta fazer algumas suposições quanto ao valor da parcela inserida na célula C3 de modo que o valor na célula D12 seja o mais próximo possível a zero.

Após essas alterações, verificamos que a melhor aproximação para a prestação é a importância de R$ 293,08, conforme figura 23:

	A	B	C	D
1	período	juro	parcela	dívida
2	0	0,00	0,00	2500,00
3	1	75,00	293,08	2281,92
4	2	68,46	293,08	2057,30
5	3	61,72	293,08	1825,94
6	4	54,78	293,08	1587,63
7	5	47,63	293,08	1342,18
8	6	40,27	293,08	1089,37
9	7	32,68	293,08	828,97
10	8	24,87	293,08	560,76
11	9	16,82	293,08	284,50
12	10	8,54	293,08	-0,04

Figura 23: parcelas iguais

Após algumas suposições dos alunos, é possível mostrar o recurso atingir meta das planilhas Excel e Calc. Esse recurso está inserido no menu Ferramentas do Excel 2003 e no menu Dados, teste de hipóteses no Excel 2011. Com ele é possível programar a célula C3 para variar até a Célula D12 chegar a zero, ou seja, o computador faz a estimativa por nós, conforme o exemplo na figura 24 e 25:

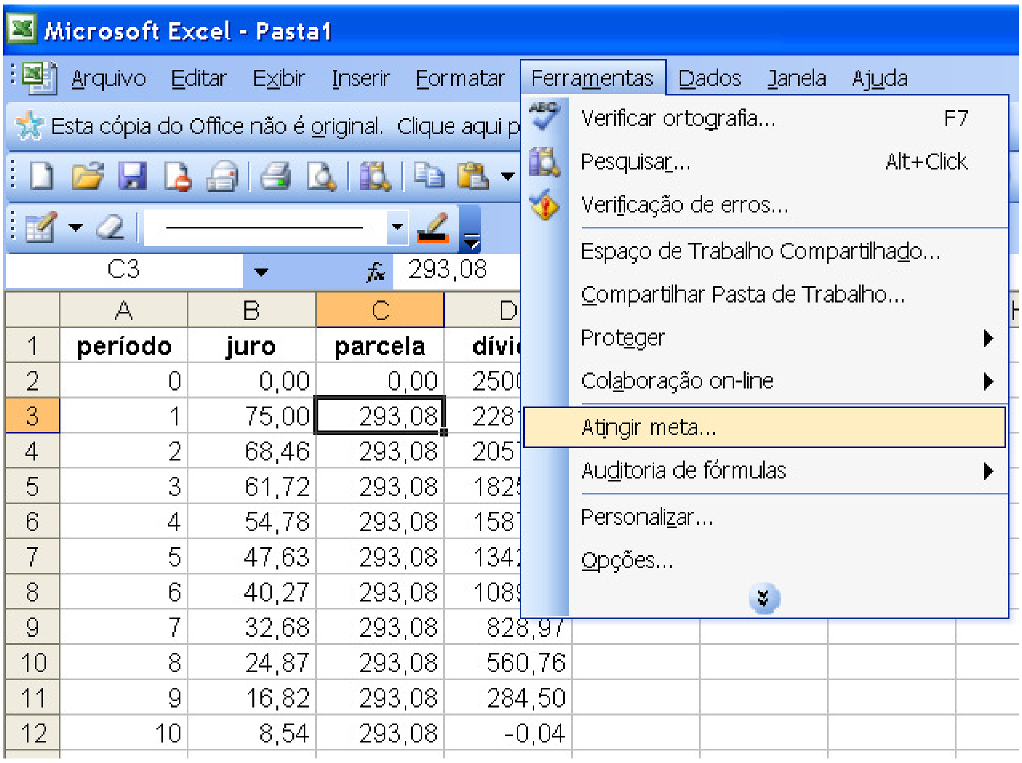


Figura 24: atingir meta

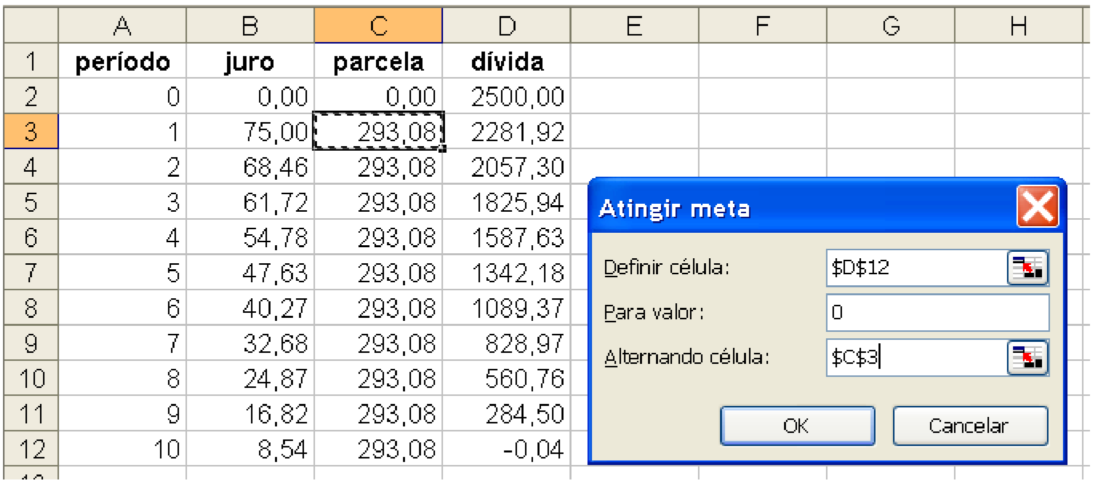


Figura 25: atingir meta

É importante salientar a proximidade da situação com a realidade e a facilidade que temos em alterar valores. Com softwares desse tipo, é possível alterar o valor da parcela para estender ou encurtar o período do financiamento, ou até mesmo quitar o saldo devedor antes do prazo determinado. Trabalhar somente com a aplicação de fórmulas, corre-se o risco da matemática financeira ser limitada à decisão sobre qual fórmula utilizar. Na verdade, essa é a realidade da maioria dos estudantes.

Exemplo 5: Suponhamos que você queira comprar a mesma televisão do exemplo anterior pelo preço de R$ 2.500,00 à vista. Entretanto o vendedor diz que consegue parcelar esse valor em 10 vezes de R$ 250,00 mensais. Sabemos que 10 parcelas mensais de R$ 250 são de importância inferior a R$ 2.500. Se você tem dinheiro, e deseja comprar à vista, responda: qual o verdadeiro valor à vista da televisão equivalente às prestações supondo uma taxa de juros de 3% ao mês?

Montamos a tabela exemplificada pela figura 26 como no exemplo anterior. Mesmo sem saber o valor do financiamento, consideramos um valor qualquer para o capital inserido na célula D2, nesse caso consideramos a importância de R$ 2.500, mesmo sabendo que essa não está correta.

	A	B	C	D
1	**período**	**juro**	**parcela**	**dívida**
2	0	0,00	0,00	2500,00
3	1	75,00	250,00	2325,00
4	2	69,75	250,00	2144,75
5	3	64,34	250,00	1959,09
6	4	58,77	250,00	1767,87
7	5	53,04	250,00	1570,90
8	6	47,13	250,00	1368,03
9	7	41,04	250,00	1159,07
10	8	34,77	250,00	943,84
11	9	28,32	250,00	722,16
12	10	21,66	250,00	493,82

Figura 26: valor à vista

Podemos verificar na tabela anterior que 10 pagamentos de 250 reais não são equivalentes a uma dívida de R$ 2.500. Nesse caso vamos atribuindo valores na célula D2 até transformarmos a célula D12 em zero. É possível também utilizar a ferramenta **Atingir meta** explicada no exemplo anterior, conforme figuras 27 e 28.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**período**	**juro**	**parcela**	**dívida**				
2	0	0,00	0,00	2500,00				
3	1	75,00	250,00	2325,00				
4	2	69,75	250,00	2144,75				
5	3	64,34	250,00	1959,09				
6	4	58,77	250,00	1767,87				
7	5	53,04	250,00	1570,90				
8	6	47,13	250,00	1368,03				
9	7	41,04	250,00	1159,07				
10	8	34,77	250,00	943,84				
11	9	28,32	250,00	722,16				
12	10	21,66	250,00	493,82				

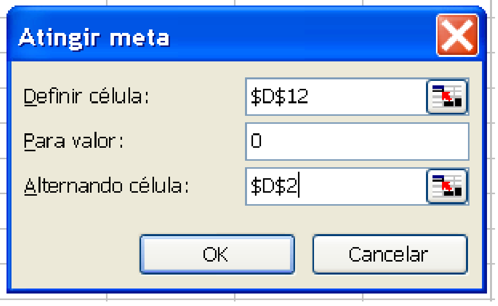


Figura 27: valor à vista

	A	B	C	D
1	**período**	**juro**	**parcela**	**dívida**
2	0	0,00	0,00	2132,55
3	1	63,98	250,00	1946,53
4	2	58,40	250,00	1754,92
5	3	52,65	250,00	1557,57
6	4	46,73	250,00	1354,30
7	5	40,63	250,00	1144,93
8	6	34,35	250,00	929,27
9	7	27,88	250,00	707,15
10	8	21,21	250,00	478,37
11	9	14,35	250,00	242,72
12	10	7,28	250,00	0,00

Figura 28: valor à vista

Dessa forma concluímos que o verdadeiro valor à vista da televisão é R$ 2.132,55. Se nos for apresentado qualquer outro valor superior a esse, devemos questionar o vendedor sobre possíveis descontos. Nesse caso, ainda é possível problematizar a situação perguntando aos alunos qual o percentual de desconto deve ser aplicado sobre R$ 2.500,00 para levar ao valor R$ 2.432,55.

Os demais problemas de Matemática Financeira estão no apêndice 1, sendo que estes foram feitos pelos alunos com o auxílio de planilhas eletrônicas.

7 ANÁLISE DOS DADOS

Esta pesquisa se desenvolveu na Escola Estadual Padre Réus, sendo trabalhados problemas envolvendo a matemática financeira em quatro turmas do segundo ano do ensino médio. Das quatro turmas, a turma 224 foi escolhida aleatoriamente (antes do início do trabalho) para análise dos dados. As turmas eram do turno da tarde, entretanto o estudo foi realizado em turno inverso com o propósito de complementação do quadro de notas dos alunos. A pesquisa foi desenvolvida em duplas no laboratório de informática com o auxílio de um data show portátil que gerava uma imagem de aproximadamente 29 polegadas na parede. O trabalho foi dividido em duas semanas de aula, cada semana com 3 horas, e o material foi postado no site da escola para download no início da aula. O material era um aplicativo de Excel 2011 onde cada aba era ou um exemplo ou um exercício previamente digitado.

Iniciamos o trabalho com uma conversa sobre a importância da aplicação da matemática na sociedade moderna e as vantagens em se ter um conhecimento básico sobre planilhas eletrônicas. Em seguida, após questionar os alunos, obtivemos a informação de que ninguém possuía algum conhecimento operacional sobre planilhas eletrônicas. Ao conversarmos pela primeira vez sobre matemática financeira, introduzimos o assunto com uma história: imaginemos que um pai queira dar 200 reais aos dois filhos, sendo 100 reais para cada um deles. Ele decide presentear o primeiro filho com 100 reais e, um mês após esse pagamento, presentear com 100 reais o segundo filho. Iniciamos perguntando se os valores que o pai deu para cada filho eram realmente iguais, pois, um mês após o primeiro pagamento, o filho que ganhou o dinheiro primeiro poderia investir a sua parte durante esse tempo e, portanto, possuir mais do que o segundo irmão. Ao final dessa história, concluímos que não era correto pensar em dinheiro sem relacioná-lo com o tempo. Após esta conversa inicial, mostramos a principal diferença entre o juro simples e o juro composto (no primeiro, a taxa de juros incide sempre sobre o capital inicial; no segundo, sempre sobre o último capital já capitalizado).

O trabalho se desenvolveu com a apresentação de alguns exemplos básicos e, após isso, apresentamos uma série de atividades, sendo a maior parte para serem resolvidas em sala de aula. É importante ressaltar que a professora titular da turma esteve presente em todos os momentos da aula e participou ativamente em todas as atividades do projeto, mostrando seu comprometimento com o trabalho desenvolvido junto aos alunos. Iniciamos com uma aplicação prática de juros simples, apresentada a seguir, através de um exemplo:

1) Marcelo ganhou uma ação judicial contra o Estado do RS. O Estado foi condenado a pagar a importância, devida em janeiro de 2008, de R$ 10.500,00, acrescida de 0,5% ao mês de juros simples. Se essa dívida foi paga pelo Estado em agosto de 2009, construa um

demonstrativo mensal da evolução da dívida ao longo dos meses e encontre o montante recebido ao fim do processo.

Construímos a resolução do problema em conjunto no Excel com o objetivo de familiarizar os alunos com o software e evidenciarmos a evolução de um capital aplicado a juros simples em função do tempo. Após darmos os nomes às três colunas: período, juro e capital, explicamos a função da alça de preenchimento ao numerarmos as linhas da coluna período. A primeira dúvida surgiu quando houve divergência sobre a quantidade de linhas entre janeiro de 2008 e agosto de 2009. Nesse momento sugerimos utilizar a alça de preenchimento com os meses do ano também, por isso uma nova coluna "meses" foi criada. Explicamos aos alunos que, nas planilhas eletrônicas, as quatro operações eram representadas por +, -, *, / (soma, subtração, multiplicação e divisão).

Não houve dúvidas quanto a não existência de juros na linha zero. Entretanto, ao calcularmos 0,5% de juros sobre o capital inicial, houve grandes divergências. Observou-se que muitos alunos não souberam transformar 0,5% para a taxa decimal. Nesse momento paramos por alguns minutos e explicamos como transformar, por exemplo, 10% em número decimal:

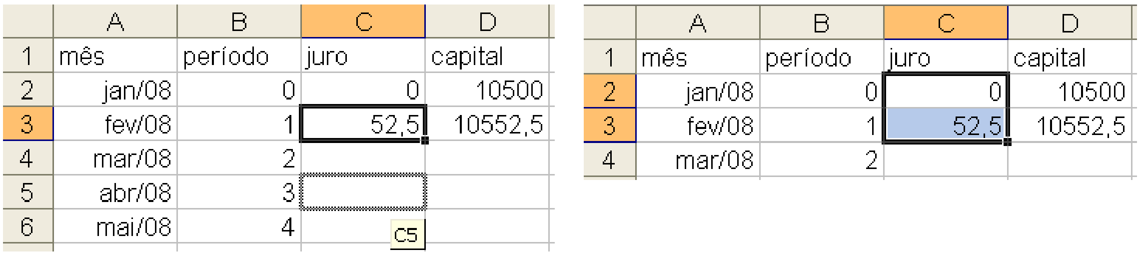
$$10\% = \frac{10}{100} = 0{,}1 .$$

Relatamos também que, muitas vezes, em matemática, as preposições "por" e "de" representam divisões e multiplicações respectivamente, e mostramos, como exemplo, como se calculava 10% de 200:

$$\frac{10}{100} \times 200 \text{ ou } 0{,}1 \times 200$$

Após a explicação, voltamos a perguntar o valor de 0,5% de 10.500. Depois de calcularem na planilha, a resposta veio imediata de toda a turma.

Não houve grandes problemas para dar continuidade à montagem da tabela, exceto na extensão das fórmulas pela alça de preenchimento, sendo que alguns alunos ou clicavam fora da alça, ou selecionavam antes de arrastar a célula da linha imediatamente anterior (figura 29).



	A	B	C	D
1	mês	período	juro	capital
2	jan/08	0	0	10500
3	fev/08	1	52,5	10552,5
4	mar/08	2		
5	abr/08	3		
6	mai/08	4	C5	

	A	B	C	D
1	mês	período	juro	capital
2	jan/08	0	0	10500
3	fev/08	1	52,5	10552,5
4	mar/08	2		

Figura 29: análise dos dados

Devido ao pouco tempo em contato com a planilha e a quantidade de informações novas, seja de matemática financeira, seja de execução da nova ferramenta, sabíamos que erros como os exemplificados anteriormente ocorreriam.

Após concluirmos a tabela, alguns questionamentos em voz alta foram feitos:

1. Se o Estado quisesse quitar a dívida em novembro de 2008, quanto deveria pagar ao autor?

2. A cada mês, sempre um mesmo valor é somado ao capital anterior, qual é esse valor?

Todas as perguntas foram respondidas sem problema algum. A resposta à primeira questão mostra que a exposição da evolução da dívida ao longo do tempo pelo Excel (conforme a figura 31) foi compreendida pelos alunos. O segundo questionamento abre caminho à relação entre juros simples e progressões aritméticas, conteúdo este que será trabalhado em sala da aula pela professora titular da turma.

Logo após, iniciamos o estudo de juros compostos através do exemplo 2.

2) Quanto uma aplicação de R$ 250,00 renderá a juros compostos de 1% ao mês ao final de 2 anos?

O processo inicial é semelhante ao do exemplo 1, mesmo assim repetimos todos os passos para fortalecer a compreensão dos conceitos trabalhados no exemplo anterior e a apropriação dos recursos da planilha eletrônica. O primeiro problema surgiu ao calcularmos o juro: anteriormente, para calcularmos o juro simples, digitávamos o capital (este fixo) imediatamente após o sinal da igualdade e multiplicávamos pela taxa; neste exemplo, a taxa deve ser multiplicada não pelo capital digitado, mas pela identificação da célula onde se encontra o capital em um período anterior, conforme consta nas figuras 4 e 8.

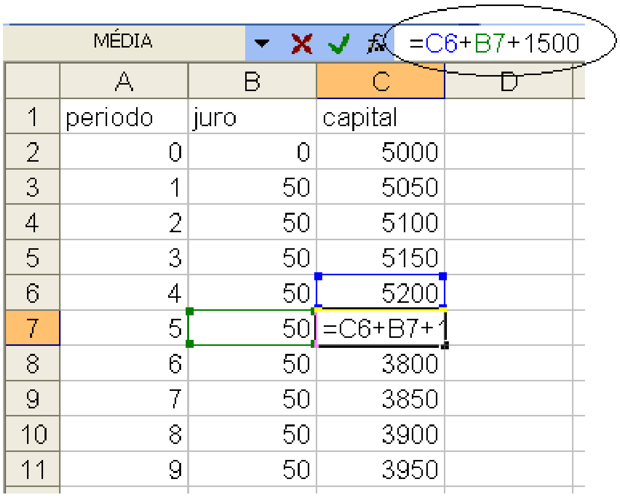
Muitos alunos perguntaram o motivo da mudança e qual a diferença, mas preferimos responder o questionamento ao final do processo, ou seja, após a extensão dos valores pela alça de preenchimento. A fórmula do capital acrescido dos juros foi construída como no exemplo anterior e, por recursão, estendemos os valores até chegarmos ao resultado final.

Nesse momento pedimos para os alunos compararem a coluna de juros do exemplo atual com a do exemplo anterior. A diferença nas construções das duas tabelas se deu justamente pelo fato da primeira envolver juros simples, e a segunda, juros compostos. Nos juros simples a taxa sempre incide sobre o capital inicial, ao digitar o valor do capital inicial na fórmula e não a referência da célula que ele se encontra, permite que arrastemos a fórmula pela alça de preenchimento sem alterar os valores. Já nos juros compostos, a taxa incide sempre sobre o último capital já capitalizado, por isso digitamos a referência da célula na fórmula. Assim, ao arrastarmos a fórmula, a referência da célula varia pela recursão matemática. Poderíamos ter usado o sinal "$" para fixar as referências das células no exemplo de juros simples, entretanto ficamos receosos com o excesso de informações e preferimos externar essa informação mais tarde.

Ao término dos dois primeiros exemplos, um de juros simples e outro de juros compostos, apresentamos à turma a atividade a seguir:

1. Um capital de R$ 5.000,00 foi aplicado a juros simples de 1% ao mês. 5 meses depois da aplicação, houve um resgate de R$1.500,00. Determine o montante ao final do 9° mês.

A apresentação desse exercício nesse momento da aula foi importante, não somente para analisarmos se os alunos compreenderam a diferença entre juros simples e compostos, como também se conseguiriam integrar às contas o resgate ocorrido ao final do quinto mês. Nesse momento deixamos de ser expositores para sermos orientadores. Uma aluna colocou na fórmula inserida na célula C7 o capital 1500, entretanto não efetuou um resgate, e sim um novo depósito (conforme figura 30). Ao questionarmos sobre o significado da palavra resgate, após alguns segundos, respondeu-nos que seria um saque na conta e, com isso, arrumou a sua planilha.



MÉDIA =C6+B7+1500

	A	B	C	D
1	periodo	juro	capital	
2	0	0	5000	
3	1	50	5050	
4	2	50	5100	
5	3	50	5150	
6	4	50	5200	
7	5	50	=C6+B7+1	
8	6	50	3800	
9	7	50	3850	
10	8	50	3900	
11	9	50	3950	

Figura 30: análise dos dados

Ninguém teve a idéia de criar uma coluna “resgate”; todos os alunos que acertaram o exercício o fizeram subtraindo 1500 na fórmula capital contida no 5° mês. Alguns entenderam que, no 5° mês, o capital não seria mais o mesmo, pois 1500 sairia da conta corrente, entretanto tiveram dificuldade em explicitar seu pensamento na resolução do exercício no Excel. Nós alertamos os alunos que tiveram dificuldades na resolução do exercício da praticidade da criação de uma nova coluna resgate, pois assim seria possível fazer simulações como novos resgates ou, até mesmo, alguns depósitos.

À medida que os alunos concluíam a resolução das atividades, avançavam aos próximos exercícios, sendo que o segundo é dado a seguir:

2. Você pode aplicar um capital a juros simples de 6% ao ano ou a juros compostos de 5% ao ano. Em quantos anos a aplicação composta passará a ser mais vantajosa do que a simples?

Nesse exercício, não houve grandes dificuldades na construção das tabelas, pois exemplos parecidos foram trabalhados anteriormente. O objetivo maior era a interpretação financeira do problema, com a observação do processo evolutivo do capital ao longo do tempo. Um erro comum ainda encontrado nesse momento da aula foi a extensão das fórmulas pela alça de preenchimento. Alguns alunos ainda arrastavam a alça de preenchimento a partir do período zero com as células selecionadas, como mostramos anteriormente na figura 29. O correto seria arrastá-la a partir da última linha sem selecionar as anteriores.

A maioria dos alunos entendeu que o valor do capital não influenciava na comparação entre as taxas e atribuiu um valor inicial para ele.

O próximo exercício trabalhado foi:

3. Uma pessoa aplica hoje R$7.000,00 num fundo de investimento que rende juros compostos à taxa de 1,5% ao mês. Em 4 meses, ela resolve aplicar mais R$2.000,00. Qual o montante ao final de 7 meses?

A maior parte dos alunos conseguiu relacionar essa situação com a apresentada no exercício um, sendo que para resolver o exercício, criou uma nova coluna para inserir os depósitos. O trabalho de orientação foi facilitado pois, além do nosso auxílio, eles se ajudavam a encontrar as respostas. A minoria ainda apresentava dificuldades em compreender de qual forma os 2.000 reais entrariam na conta, mas com o próximo exercício, essa dificuldade praticamente terminou:

4. Você depositou R$2.000,00 em uma poupança. Dois meses depois, deposita mais R$1.500,00 e, dois meses depois deste último depósito, realiza uma retirada de R$300,00. Qual será o saldo da poupança ao fim do 5° mês, considerando que a taxa de juros compostos é de 1% ao mês?

Alguns criaram duas colunas para resolver o exercício, sendo uma para os novos depósitos e outra para as retiradas, com a vantagem da permanência da mesma forma para o montante (capital + juro + novo depósito - saque). Alguns utilizaram a mesma coluna para depósitos e retiradas, isso resultou na mudança da fórmula do montante em algumas linhas da planilha.

5. Uma pessoa efetuou uma aplicação de R$ 100,00 em uma caderneta de poupança no início do Plano Real, em julho de 1994, cuja remuneração média mensal foi da ordem de 0,90% ao mês. Na mesma data, outra pessoa sacou também R$ 100,00 em uma conta de cheque especial, que cobra juros da ordem de 10% ao mês. Em julho de 2004 (dez anos após), ambos pretendem conhecer o saldo da poupança e do débito do cheque especial. Qual foi o saldo de cada conta?

Esse exercício possibilitou a comparação entre a taxa na qual o banco é o credor e a taxa na qual o banco é o devedor. A diferença entre elas é justamente o lucro da instituição chamado de spread. É importante ressaltar a facilidade em trabalhar com períodos longos para o aluno poder verificar a enorme diferença dos montantes para as duas situações, sendo que o período de dez anos não causou problema algum para resolver o problema no Excel.

Na segunda semana de aula, a familiarização dos alunos com a ferramenta de cálculo era grande, por isso reservamos para esse momento exercícios com conteúdo financeiro mais elaborado. Até o presente momento, trabalhávamos somente com um capital inicial capitalizado por um certo período, sendo que o questionamento era sempre voltado ao cálculo de valor futuro. Agora, em diversas situações, trabalhamos de forma inversa, com questionamento feito sobre o capital na data zero. Transformamos o exercício seis em exemplo três, veja abaixo:

3) Qual o capital que aplicado a juros compostos de 12% ao ano por 7 anos produz um montante de R$15.000,00?

Iniciamos o exemplo como os anteriores, montando a tabela com as colunas período, juro e capital. Mesmo sem ter conhecimento sobre o valor do capital inicial, perguntamos a turma um possível valor que capitalizado a juros compostos de 12% ao ano, resultaria em R$15.000,00 em 7 anos. Um aluno em voz alta sugeriu RS 10.000,00, sendo que todo o processo de capitalização foi feito sobre esse último valor sugerido, conforme a figura 31.

	A	B	C
1	**periodo**	**juro**	**capital**
2	0	0,00	10000,00
3	1	1200,00	11200,00
4	2	1344,00	12544,00
5	3	1505,28	14049,28
6	4	1685,91	15735,19
7	5	1888,22	17623,42
8	6	2114,81	19738,23
9	7	2368,59	22106,81

Figura 31 análise dos dados

Ao término do processo, verificamos que o capital inicial estava incorreto, pois o montante ao fim de sete anos não correspondia a R$ 15.000,00. Solicitamos sugestões de outro capital, sendo que diversos valores foram citados em voz alta e, a cada estimativa, chegávamos mais próximo do valor correto. Ficou evidenciada na turma a facilidade em trabalhar usando planilhas de cálculos, pois, conjuntamente, estávamos alterando todo o processo em função da mudança de valor de uma célula apenas. Somente após uma série de questionamentos, apresentamos a ferramenta atingir meta do Excel. O resultado está ilustrado na figura 32 que segue:

	A	B	C
1	periodo	juro	capital
2	0	0,00	6785,24
3	1	814,23	7599,47
4	2	911,94	8511,40
5	3	1021,37	9532,77
6	4	1143,93	10676,70
7	5	1281,20	11957,91
8	6	1434,95	13392,86
9	7	1607,14	15000,00

Figura 32: análise dos dados

Apresentamos o exemplo quatro a seguir referente a juros compostos e prestações mensais:

4) Você pretende comprar uma televisão LCD de 32 polegadas pelo valor de R$ 2.500,00 em 10 prestações mensais iguais com o primeiro pagamento um mês após a compra. Já é de nosso conhecimento que dez prestações de R$ 250,00 não equivalem ao valor à vista de R$ 2.500,00. Qual o verdadeiro valor da parcela considerando uma taxa de juros compostos mensal de 3%?

De forma análoga aos exercícios anteriores, criamos as colunas: período, juro, parcela e dívida. Sabíamos que a dívida era de R$ 2.500,00, entretanto, novamente não sabíamos o verdadeiro valor da parcela. Pedimos algumas sugestões, mas, mesmo sabendo que R$ 250,00 era uma parcela equivocada, resolvemos iniciar o cálculo com ela para evidenciar a comparação, veja a figura 33.

	A	B	C	D
1	período	juro	parcela	dívida
2	0	0,00	0,00	2500,00
3	1	75,00	250,00	2325,00
4	2	69,75	250,00	2144,75
5	3	64,34	250,00	1959,09
6	4	58,77	250,00	1767,87
7	5	53,04	250,00	1570,90
8	6	47,13	250,00	1368,03
9	7	41,04	250,00	1159,07
10	8	34,77	250,00	943,84
11	9	28,32	250,00	722,16
12	10	21,66	250,00	493,82

Figura 33: análise dos dados

Ao fim do processo de recursão, fizemos alguns questionamentos em voz alta: sabíamos que a parcela era insuficiente, mas é possível perceber isso olhando a planilha e por quê? De imediato um aluno respondeu que não havia chegado a zero o valor final. Perguntamos qual a relação do R$ 493 com os R$ 2500 iniciais. Ninguém respondeu, talvez por insegurança, ou pela forma como foi questionado. Reiniciamos o raciocínio desde o período zero, perguntamos quanto era devido neste período. Todos responderam R$ 2.500. No mês subseqüente, estamos devendo quanto? R$ 2.325 respondeu a turma. Complementamos dizendo que ao pagar uma parcela de 250, na qual 75 foi somente para pagamento de juros e os outros 175 serviram para abater a dívida, a divida restante seria R$ 2.325 (R$ 2500 - R$ 175). Passando-se mais um mês, o mesmo se repete, sendo o juro de valor inferior ao do mês anterior, pois a dívida é menor; logo, dos 250 da nova parcela, R$ 69,75 serviram para pagar o juro do período e R$ 180,25, para abater a dívida. Com isso ao fim do segundo mês, ainda estava devendo R$ 2.144,75. Finalmente repetimos a pergunta de uma forma mais clara: se esse processo se repetir ao longo do tempo, ao fim do 10° mês, quanto ainda estamos devendo? Agora escutamos de toda a turma a resposta R$ 493,82. Concluímos que, para quitar a dívida, era necessário ou estender o número de parcelas, ou aumentar o seu valor. Faríamos aquilo que nos era solicitado no exercício: mudar o valor da parcela (que neste caso, seria para mais), sendo que utilizamos o comando atingir meta para isso (figura 34).

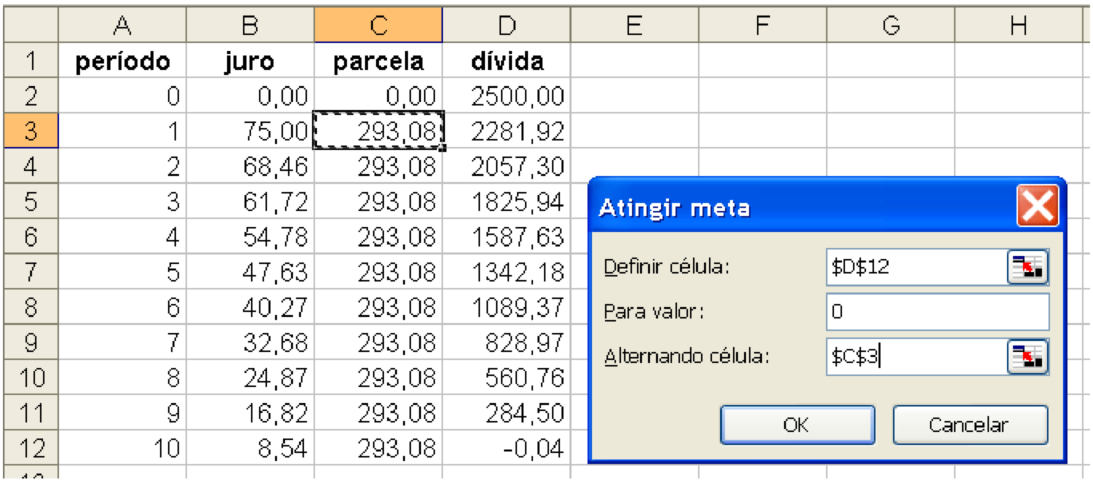


Figura 34: análise dos dados

No próximo exemplo, trabalhamos com os mesmos dados do exercício anterior, mudando o questionamento final, sendo este mais próximo da realidade, veja a seguir:

Exemplo 5: Suponhamos que você queira comprar a mesma televisão do exemplo anterior pelo preço de R$ 2.500,00 à vista. Entretanto o vendedor diz que consegue parcelar esse valor em 10 vezes de R$ 250,00 mensais. Sabemos que 10 parcelas mensais de R$ 250 são de importância inferior a R$ 2.500. Se você tem dinheiro, e deseja comprar à vista, responda: qual o verdadeiro valor à vista da televisão equivalente às prestações supondo uma taxa de juros de 3% ao mês?

Agora não mais encontraríamos a parcela equivalente ao pagamento à vista, e sim o valor à vista equivalente ao total das parcelas. Partimos da tabela já construída anteriormente por eles e somente questionamos de que forma usaríamos a função atingir meta. Sem problemas a turma compreendeu que agora quem deveria variar era a célula que continha a dívida no período inicial, veja o resultado na figura 35:

	A	B	C	D
1	**período**	**juro**	**parcela**	**dívida**
2	0	0,00	0,00	2132,55
3	1	63,98	250,00	1946,53
4	2	58,40	250,00	1754,92
5	3	52,65	250,00	1557,57
6	4	46,73	250,00	1354,30
7	5	40,63	250,00	1144,93
8	6	34,35	250,00	929,27
9	7	27,88	250,00	707,15
10	8	21,21	250,00	478,37
11	9	14,35	250,00	242,72
12	10	7,28	250,00	0,00

Figura 35: análise dos dados

Situações como essa são muito comum na realidade, sendo que os alunos ficaram bastante surpresos com o resultado encontrado.

Ao final desses exemplos, avaliamos a evolução do raciocínio financeiro dos alunos, através da compreensão de uma atividade realizada em aula:

Trabalho de aula: entre em algum site de loja e procure algum produto que lhe seja oferecido parcelamentos sem juros sobre um total à vista. Após, descubra qual o verdadeiro valor à vista equivalente às prestações considerando um juro de 3%.

Sugerimos que entrassem num site específico de um estabelecimento comercial, cuja página inicial apresentasse diversos produtos com parcelamentos sobre o preço à vista. Veja um produto escolhido por um aluno na figura 36:

Figura 36: análise dos dados

Quase todos os produtos do site apresentavam dois valores como no exemplo acima: de R$2.499,00 por R$ 1.979,01. Alguns alunos questionaram sobre qual seria o valor à vista a ser considerado: R$ 2.499,00 ou R$1.979,01. No exercício quer-se encontrar o verdadeiro valor à vista, portanto ambos estão errados Porém, para que houvesse uma comparação entre a quantia que a loja cobra e a quantia que realmente vale a televisão à vista, respondemos que a televisão estava pelo preço à vista por R$ 1.979,01, portanto esse era o valor a ser considerado.

Muitos alunos escolheram produtos que pretendiam realmente comprar, como câmeras digitais e notebooks. Ao fim do trabalho houve uma surpresa muito grande com a economia que iriam fazer se comprassem pelo verdadeiro valor à vista. Uma aluna questionou se a loja era obrigada a dar esse desconto, respondemos que não, sendo nosso dever tentar negociar pelo preço justo se viéssemos a comprar à vista.

O nosso objetivo inicial era estimular o desenvolvimento do raciocínio financeiro usando para isso planilhas eletrônicas. Nesse momento da aula percebemos que estávamos indo ao encontro desse objetivo. Sem que tivéssemos planejado, alguns alunos, ao terminarem o exercício proposto, avançavam para os próximos e os resolviam sem nos pedir auxílio, outros escolhiam novos produtos no site e alteravam alguns dados da tabela, objetivando visualizar a economia que iriam fazer caso ganhassem desconto no pagamento à vista. Aqueles que escolheram produtos de valor não tão elevado chegaram a diferenças menores e com isso concluíam que a economia não era muito significante. Sugerimos que escolhessem produtos de valor mais elevado e refizessem o cálculo, bastava, para isso, mudar os valores da tabela já construída por eles. Conforme escolhiam produtos de valores mais elevados, a economia ficava mais interessante.

A próxima situação trabalhada com os alunos foi o exercício 7 mostrado a seguir:

7) Artur e Tiago ganharam cada um R$100.000,00 de herança do pai. Artur comprou um apartamento para a própria moradia no valor de R$100.000,00 que, após 5 anos, foi reavaliado em R$130.000,00. Tiago aplicou o dinheiro a juros compostos de 1,2% ao mês e, durante esse tempo, viveu de aluguel num apartamento de mesmo valor ao do irmão. Sabendo que o valor do aluguel de Tiago é R$600,00, ao final de 5 anos, quem investiu melhor o seu dinheiro?

Essa questão gerou dúvidas sobre o apartamento comprado por Artur. Muitos não sabiam o que fazer com os valores do apartamento. Alguns queriam capitalizar os R$100.000,00 usados para comprar o apartamento à taxa de 1,2% ao mês. Nós enfatizamos o período no qual nos era questionado a comparação entre capitais. Solicitamos que lessem o enunciado novamente e se perguntassem quanto Artur tinha ao final de 5 anos. Obtivemos uma resposta dizendo que ele tinha o mesmo apartamento no valor de R$130.000. Concluímos que não era necessário capitalizar o valor do apartamento, pois ele já havia sido avaliado 5 anos depois por R$130.000. Logo era necessário saber quanto possuía seu irmão ao final desse tempo. Em relação ao Tiago, alguns ficaram na dúvida sobre o aluguel, se entraria na data zero ou na data um, sendo que o correto seria na data um. Poucos alunos, ainda com certa dificuldade de compreensão do problema, subtraiam o valor do aluguel ao capital com juros e capitalizavam o resultado obtido mensalmente; entretanto, de modo geral, a turma não teve dificuldade. Vejamos um exemplo da construção de um aluno na figura 37:

periodo	juros	capital	aluguel
0	0	100000	
1	1200	100600	600
2	1207,2	101207,2	600
3	1214,486	101821,7	600
4	1221,86	102443,5	600
5	1229,323	103072,9	600
6	1236,874	103709,7	600

Figura 37: análise dos dados

Foi criada uma nova coluna para inserir os valores de aluguel, a coluna capital continha a fórmula capital + juros - aluguel e, por recursão, estendeu-se os valores até ao final do 60º mês, quando foi encontrado um total de R$152.282,36, ou seja, Tiago investiu melhor que o irmão.

Partimos para a próxima questão trabalhada em sala da aula, a questão 8.

8) Você deseja fazer uma viagem à Europa. Para isso, precisa juntar a quantia de R$3.500,00, em 2 anos, aplicando todo mês um valor fixo a juros compostos de 1,2% ao mês. Determine esse valor.

De todos os exercícios esse foi o que despertou mais a atenção dos alunos, pois muitos deles tinham o planejamento de morar um tempo fora do Brasil futuramente. Poucos alunos tiveram problema novamente com a interpretação da questão, sendo que estes pensaram que deveriam encontrar um único valor a ser depositado hoje para termos R$3.500,00 em dois anos. Após a interpretação correta da questão pelos alunos, o processo se desenvolveu corretamente. Veja um exemplo da resolução de um aluno, na figura 38:

I	J	K	L
periodo	**juros**	**capital**	**prestação**
0	0	120,8805	120,8805
1	1,450566	243,2116	120,8805
2	2,91854	367,0107	120,8805
3	4,404129	492,2954	120,8805
4	5,907545	619,0835	120,8805
5	7,429002	747,393	120,8805
6	8,968716	877,2422	120,8805
7	10,52691	1008,65	120,8805
8	12,1038	1141,634	120,8805
9	13,69961	1276,214	120,8805
10	15,31457	1412,409	120,8805
11	16,94891	1550,239	120,8805
12	18,60286	1689,722	120,8805
13	20,27667	1830,879	120,8805
14	21,97055	1973,73	120,8805
15	23,68476	2118,296	120,8805
16	25,41955	2264,596	120,8805
17	27,17515	2412,651	120,8805
18	28,95182	2562,484	120,8805
19	30,74981	2714,114	120,8805
20	32,56937	2867,564	120,8805
21	34,41077	3022,855	120,8805
22	36,27426	3180,01	120,8805
23	38,16012	3339,051	120,8805
24	40,06861	3500	120,8805

Figura 38: análise dos dados

Ao final do trabalho realizado, foram tiradas algumas fotos (apêndice 1) e dado para cada aluno a possibilidade de fazer uma avaliação do trabalho realizado, cujos comentários estão no apêndice 2, e as questões trabalhadas com os alunos encontram-se no apêndice 3.

8 CONCLUSÃO

Após a conclusão do nosso estudo, percebo que a matemática financeira pode e deve ser ministrada no ensino médio. Não somente por este componente curricular vir sendo paulatinamente incluído na grade curricular das escolas, como também pela necessidade de conhecê-la para lidarmos com as finanças pessoais. Observei que o trabalho com planilhas eletrônicas, por ser novidade para a maior parte dos alunos, despertou a interesse de todos. Muitas vezes os surpreendi arriscando novas funções no Excel por curiosidade de estar em frente a um software até então desconhecido.

Em outras oportunidades, quando trabalhei com outros alunos, já havia abordado a matemática financeira focado na compreensão das fórmulas e sem o auxílio das planilhas de cálculos, sendo que, comparativamente a esta experiência, nunca consegui um resultado positivo. Embora os alunos tenham compreendido com facilidade as deduções das fórmulas, quando na resolução dos exercícios, sempre se questionavam sobre qual fórmula utilizar. Essa frustração contrabalanceada com a importância do conhecimento básico nos dias de hoje sobre planilhas eletrônicas foram motivos que me levaram a buscar um método alternativo para esse trabalho.

Ao responder a primeira pergunta do trabalho "Os alunos tinham algum conhecimento sobre porcentagem antes do trabalho realizado?", conclui que, apesar de alguns alunos apresentarem dificuldades em transformar 0,5% em taxa decimal, eles tinham o conhecimento básico e necessário sobre porcentagens para que pudessem desenvolver o trabalho com sucesso. A dificuldade citada acima é algo freqüente que pode estar associada à dificuldade em transformar taxas percentuais em taxas unitárias. Entretanto, sabiam que porcentagem era a fração de um número expressa em centésimos e não tiveram problemas que pudesse prejudicar o andamento do trabalho.

Sobre o conteúdo de matemática financeira: "Os alunos tinham algum conhecimento sobre matemática financeira antes do trabalho realizado?", não se pode dizer que sim, pois não haviam tido qualquer contato com o assunto anteriormente, nem mesmo conceitos básicos como capitalização, juro simples e juros compostos. Esses conceitos foram vistos pela primeira vez no projeto desenvolvido junto aos alunos. Após o trabalho realizado, os alunos estudarão progressões geométricas e aritméticas em sala de aula com a professora titular da turma. A matemática financeira, então, será relacionada com as progressões, visando uma compreensão mais global do assunto e as fórmulas de progressões, comparadas com as fórmulas da matemática financeira.

Com relação ao questionamento: “Ao longo do processo, é possível perceber a evolução do raciocínio financeiro dos alunos?”, pode-se perceber que ao mesmo tempo em que os alunos se envolviam nas resoluções das atividades no laboratório de informática, era possível perceber a evolução do raciocínio deles ao lidar com as finanças, sendo que a relação entre capital e tempo não foi deixada de lado em nenhum momento. Trabalhar com situações presentes no cotidiano, conhecer um software capaz de realizar diversos tipo de cálculo e trabalhar em um ambiente diferente de uma sala de aula tradicional motivaram os alunos. Essas características foram citadas por quase todos na avaliação final do trabalho (conforme apêndice 2).

Sobre o questionamento: “Ao final do processo, os alunos são capazes de formular pensamentos lógicos sobre situações financeiras cotidianas que envolvam aplicações, análise de investimentos, empréstimos e séries de renda?”, as análises dos últimos exercícios desenvolvidos na segunda parte do trabalho, mostram que, apesar de terem algumas dificuldades, os alunos são capazes de formular pensamentos lógicos e tomar decisões sobre finanças. Os alunos foram questionados sobre alternativas de investimentos como aplicar o dinheiro ou comprar um imóvel, trabalharam com situações em que deveriam juntar todo mês certo valor para fazer uma viagem ao final de certo tempo, e entraram em sites de lojas e descobriram o valor à vista equivalente às prestações de produtos oferecidos.

Tomar decisões sobre alternativas de investimento tem sua importância não só nas finanças pessoais, mas também na vida profissional. Se na vida pessoal, já temos que tomar decisões que nos afetarão por um bom tempo, imagine na vida de uma empresa cujo faturamento, na maioria das vezes, é bastante superior à renda de uma família. Nesse trabalho os alunos se mostraram capazes de avaliar a forma como o dinheiro será empregado, de maneira a maximizar o resultado, que se espera positivo. Com a ajuda do Excel, conseguiram comparar duas ou mais alternativas, buscando aquela que mais benefícios trará, ou menos prejuízo acarretará.

Na próxima oportunidade que tiver para trabalhar esse assunto, pretendo apresentar, de forma não muito aprofundada, a bolsa de valores como uma nova alternativa de investimento a ser comparada às aplicações bancárias, compra de imóveis, CDBs e outras. Para desenvolver esse trabalho é necessário um pouco mais de tempo, pois um conhecimento técnico e básico sobre o mercado de ações é indispensável para o bom andamento do estudo. Acredito que a matemática ganha importância quando os alunos conseguem tirá-la das páginas do caderno e aplicá-la na vida.

REFERÊNCIAS

BARRETO, Luiz Paulo. **Endividamento do brasileiro preocupa ministério**, Recife PE disponível em: http://ne10.uol.com.br/canal/cotidiano/economia/noticia/2010/12/01/endividamento-do-brasileiro-preocupa-ministerio-246808.php.

BASSO, M. V.A. **Espaços de Aprendizagem em Rede: novas orientações na formação de Professores de Matemática.** PGIE-UFRGS, Porto Alegre, 2003.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autentica, 2003.

BORGES NETO. H. et. al. O Ensino de matemática assistido por computador nos cursos de pedagogia. In. Encontros de Pesquisa Educacional do Nordeste, 13, 1998, Natal, RN. **Anais**. Natal: Editora UFRN, 1998.

BRAGA, Ryon. **Como será o futuro da educação?** Foz do Iguaçu/PR 2003.

CÓSER FILHO, Marcelo Salvador. **Aprendizagem de matemática financeira no ensino médio: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas**. http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/14828 Porto Alegre, RS, 2008.

FEIL, Iselda Terezinha Sausen. Pesquisa Etnográfica: ainda um mito. Caderno de Pesquisa n°65 Santa Maria, RS programa de Pós-Graduação em Educação. Mestrado (1995)

FIOREZE, Leandra Anversa. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidades: uma analisa a partir da teoria dos campos conceituais.** http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/19011/000731685.pdf?sequence=1 Porto Alegre, RS, 2010.

FIOREZE, Leandra Anversa. **Trabalhando com funções envolvendo operações financeiras no EXCEL.** Porto Alegre, RS, 2010.

KENSKI, Vani Moreira. **O Ensino e os recursos didáticos em uma sociedade cheias de tecnologias** in Didática: O ensino e suas relações. Ilma P. Alencastro Veiga (org) Campinas SP. Papirus, 1997.

MEC. (1999) Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. Brasil.

NASCIMENTO, Pedro Lopes do. **A formação do Aluno e a Visão do Professor do Ensino Médio em relação a Matemática Financeira**. Dissertação de Mestrado. PUC/SP. 2004.

NASSER, Lilian, **À vista ou a prazo sem juros: qual dessas modalidade de pagamento é mais vantajosa?.** Educação matemática em revista. V2, PP.93 a 99, número 10. 2009

NUNES, Vera Soeiro de Souza. Matemática discreta Tópico 8 recursão Porto Alegre RS (2004), disponível em: http://www.pucrs.br/famat/vnunes/discreta/Topico_8_Recursao.pdf

Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) (2010)

PONTE, João Pedro da. **Estudos de casos em educação matemática.** Bolema, Rio de Janeiro: n. 25, 105-132. 2006.

RIBEIRO, José Guilherme. **Governo federal vai comprar 520 mil PCs para escolas públicas até 2010.** São Paulo SP, encontrada em: http://computerworld.uol.com.br/negocios/2007/04/13/idgnoticia.2007-04-13.7772698943/

STIELER, Eugênio Carlos. **Uso da tecnologia da informática no ensino superior: um estudo da aplicação da planilha eletrônica EXCEL na disciplina de matemática financeira.** Santa Maria RS, 2007.

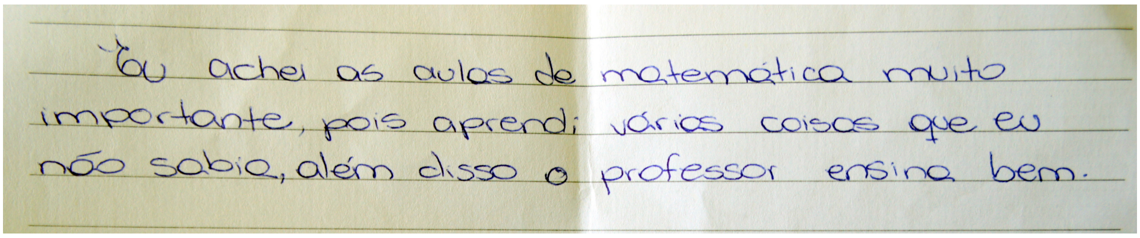
VALENTE, José Armando, **O computador na Sociedade do Conhecimento.** Campinas SP: Nied, 2002.

Apêndice 1

Avaliação dos Alunos sobre o Trabalho

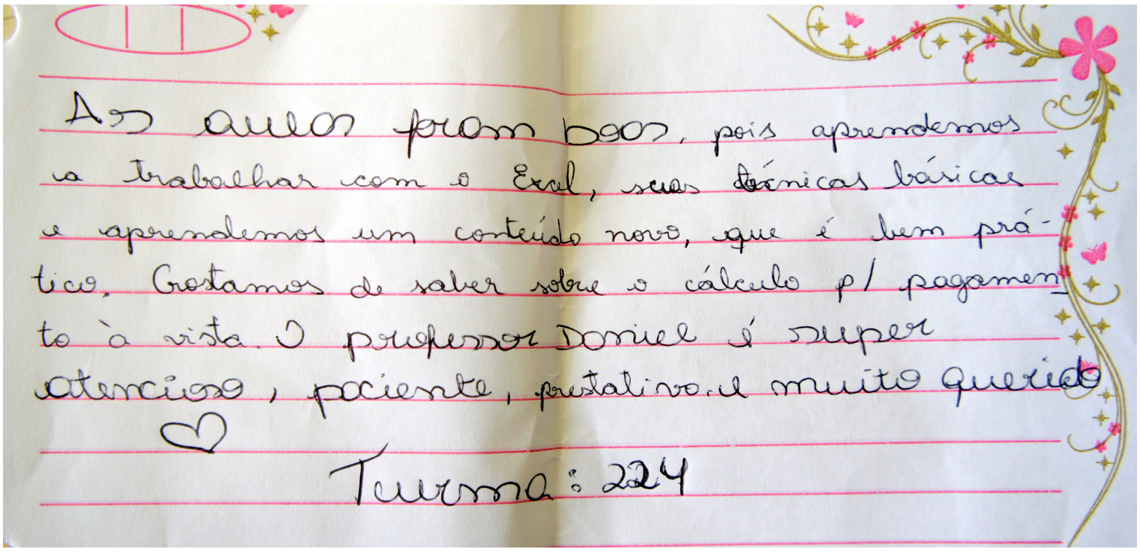
Ao final do trabalho, pedimos que os alunos escrevam, sem precisar de identificação, suas opiniões sobre o trabalho realizado. Todas as avaliações foram positivas, abaixo seguem algumas dessas opiniões:

Relato 1



Eu achei as aulas de matemática muito importante, pois aprendi várias coisas que eu não sabia, além disso o professor ensina bem.

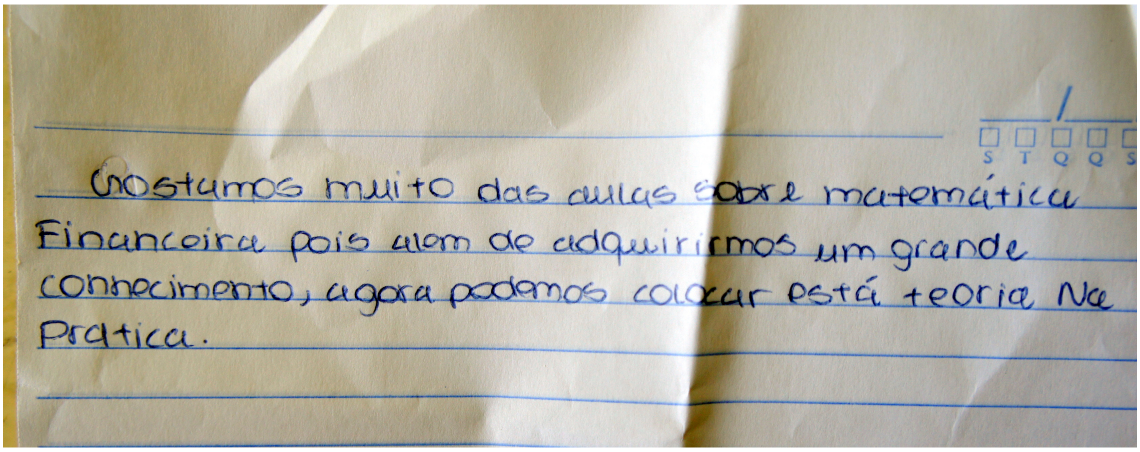
Relato 2



As aulas foram boas, pois aprendemos a trabalhar com o Excel, suas técnicas básicas e aprendemos um conteúdo novo, que é bem prático. Gostamos de saber sobre o cálculo p/ pagamento à vista. O professor Daniel é super atencioso, paciente, prestativo e muito querido ♡

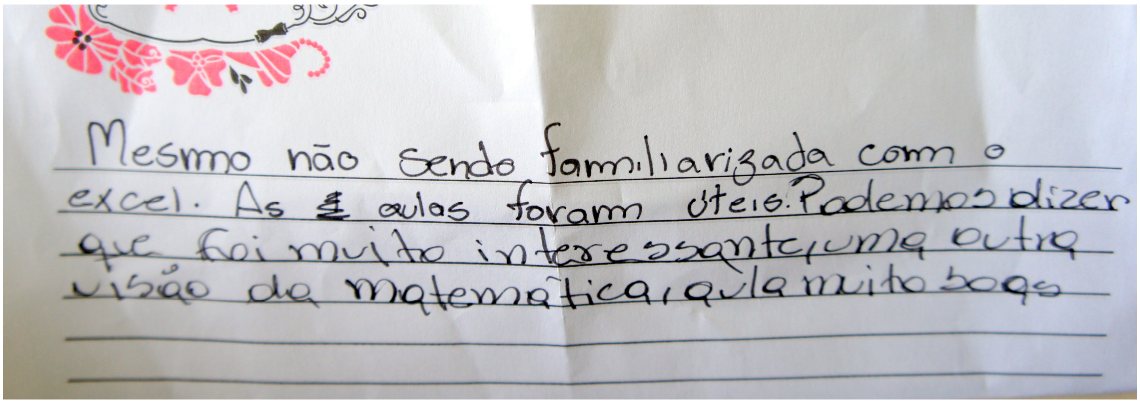
Turma: 224

Relato 3



Gostamos muito das aulas sobre matemática Financeira pois alem de adquirirmos um grande connhecimento, agora podemos colocar está teoria Na Pratica.

Relato 4



Mesmo não sendo familiarizada com o excel. As aulas foram úteis. Podemos dizer que foi muito interessante, uma outra visão da matemática, aula muito boas

Apêndice 2

Questões trabalhadas com os alunos

1. Um capital de R$ 5.000,00 foi aplicado a juros simples de 1% ao mês. 5 meses depois da aplicação, ouve um resgate de R$1.500, determina o montante ao final do 9° mês.

2. Você pode aplicar um capital a juros simples de 6% ao ano ou a juros compostos de 5% ao ano. Em quantos anos a aplicação composta passará a ser mais vantajosa?

3. Uma pessoa aplica hoje R$7.000,00 num fundo de investimento que rende juros compostos à taxa de 1,5% ao mês. Em 4 meses, ela resolve aplicar mais R$2.000,00. Qual o montante ao final de 7 meses?

4. Você depositou R$2.000,00 em uma poupança. Dois meses depois, deposita mais R$1.500,00 e dois meses depois deste último depósito, realiza uma retirada de R$300,00. Qual será o saldo da poupança ao fim do 5° mês, considerando que a taxa de juros compostos é de 1% ao mês?

5. Uma pessoa efetuou uma aplicação de R$ 100,00 em uma caderneta de poupança no início do Plano Real, em julho de 1994, cuja remuneração média mensal foi da ordem de 0,90% ao mês. Na mesma data, outra pessoa sacou também R$ 100,00 em uma conta de cheque especial, que cobra juros da ordem de 10% ao mês. Em julho de 2004 (dez anos após), ambos pretendem conhecer o saldo da poupança e do débito do cheque especial. Qual foi o saldo de cada conta? Caderneta de poupança: 293,05; cheque especial: 9.270.906,88

6. Qual o capital que aplicado a juros compostos de 12% ao ano por 7 anos produz um montante de R$15.000,00?

7. Artur e Tiago ganharam cada um R$100.000,00 de herança do pai. Artur comprou um apartamento para a própria moradia no valor de R$100.000,00 que, após 5 anos, foi reavaliado em R$130.000,00. Tiago aplicou o dinheiro a juros compostos de 1,2% ao mês e, durante esse tempo, viveu de aluguel num apartamento de mesmo valor ao do irmão. Sabendo que o valor do aluguel de Tiago é R$600,00, ao final de 5 anos, quem investiu melhor o seu dinheiro?

8. Você deseja fazer uma viagem à Europa. Para isso, precisa juntar a quantia de R$3.500,00, em 2 anos, aplicando todo mês um valor fixo a juros compostos de 1,2% ao mês. Se o primeiro depósito foi feito dia 01/01/2011 e o último depósito acontecerá dia 01/01/2013, dia da viagem, determine esse valor.

9. Em dois anos, uma pessoa deve quitar uma dívida de R$3.000,00. Em seis anos, a mesma pessoa deve quitar outra dívida de R$4.500,00. Passados 4 anos, essa pessoa tem um ascensão financeira e decide quitar as duas dividas com um único pagamento no ato. Considerando uma taxa de juros de 10% ao ano, determine o valor do pagamento único que liquida a dívida.

10. Um capital foi aplicado durante 10 meses a taxa composta de 2% ao mês. Ao término desse prazo, seu montante foi reaplicado durante 11 meses a 3% ao mês de juros compostos. A que taxa composta mensal única poderia ser aplicado o capital durante todo esse tempo de modo que resultasse no mesmo montante?

11. Trabalho de aula: entre em algum site de loja e procure algum produto que lhe seja oferecido parcelamentos sem juros sobre um total à vista. Após isso descubra qual o verdadeiro valor à vista considerando que as prestações são parceladas.