UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

MÁRCIO ALBANO LIMA

APRENDENDO E ENSINANDO EM AMBIENTE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

PORTO ALEGRE
2011

MÁRCIO ALBANO LIMA

APRENDENDO E ENSINANDO EM AMBIENTE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul para obtenção de título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Profª. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana.

PORTO ALEGRE

2011

MÁRCIO ALBANO LIMA

APRENDENDO E ENSINANDO EM AMBIENTE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul para obtenção de título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em...

Banca Examinadora:

____

Profª. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana – UFRGS

____

Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana – UFRGS

____

Profª. Dra. Maria Alice Gravina – UFRGS

Porto Alegre, 07 de dezembro de 2011.

Dedico este trabalho à minha família que sempre me apoiou e incentivou. Vocês entenderam minha ausência e apostaram no meu sucesso. Na verdade, se não fosse por vocês, dificilmente eu teria conseguido. Por isso, divido esta conquista com vocês.

AGRADECIMENTOS

Finalizo mais uma etapa da minha vida sabendo que a caminhada foi longa, entretanto foi suavizada pelo apoio de algumas pessoas que não posso deixar de citar nesse trabalho.

Agradeço à professora Marilaine de Fraga Sant'Ana pela dedicação e atenção prestadas durante as orientações. Nossas reuniões foram de extrema importância para mim. Nos momentos em que eu me sentia inseguro, transmitia-me confiança.

Agradeço à Débora e ao João Gabriel que me suportaram, tanto ao darem-me suporte e ajuda emocional, quanto ao aturar os momentos em que não pude dar-lhes a devida atenção.

Aos meus queridos educandos, na verdade à família PEAC, que me acolheu. Vocês foram muito importantes para a formação desse inacabado professor.

A Educação não muda o mundo. Educação muda as pessoas. Pessoas mudam o mundo.

Paulo Freire

Ninguém educa ninguém, ninguém se educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo.

Paulo Freire

RESUMO

O que me vem à mente quando penso em Matemática? No decorrer de minha formação acadêmica meu interesse se dividiu em duas grandes áreas: Matemática Aplicada e a Educação Matemática. Na intersecção desses dois grandes blocos da Matemática vejo a Modelagem Matemática. Essa, não é simplesmente uma forma de aplicar a Matemática, pois vai além. A Modelagem Matemática trata de investigar situações com problemas que pertencem à realidade, permitindo ao aluno um momento de pesquisa, para levantamento de dados e interação durante a aula. Esses problemas não têm apenas uma resposta, pois o aluno pode escolher os procedimentos e quais dados são importantes para ele. Em uma sala de aula podemos propor exercícios de várias maneiras, mas acredito que é preciso achar uma proposta de trabalho que permita ao aluno se envolver e interagir, para que a matemática não fique rotulada de disciplina da memorização de fórmulas e algoritmos. Ao invés de exigir dos alunos a memorização, podemos construir as fórmulas e procedimentos com eles.

O presente trabalho propõe uma forma de condução de aulas, na qual o aluno é envolvido em todos os momentos, ora com mais intensidade, ora com menos intensidade. O mais importante é o envolvimento e interação do aluno, não sua intensidade. Por esse motivo, elaborei um projeto no qual, alunos de um pré-vestibular podem não só se envolver, mas contribuir de forma ativa nos seus processos de aprendizagem.

Palavras Chave: Modelagem Matemática, Ação-Reflexão, Processo de Aprendizagem.

ABSTRACT

What comes to my mind when I think of mathematics? During my academic education my interest was divided into two major areas: Applied Mathematics and Mathematic Education. At the intersection of these two large blocks of Mathematic, I see Mathematical Modeling. This is not simply a form of applied mathematics, because it goes beyond. The Mathematical Modeling is to investigate situations with problems that belong to reality, allowing students a time to search, for data collection and interaction in class. These problems haven´t only one answer, because the student can choose what procedures and data are important to him. In a classroom we can propose exercises in various ways, but I think to be necessary to find a way that allows the student to engage and interact, so that the math does not get labeled as discipline of formulas and algorithms memorizing. Instead of requiring students to memorize, we can build formulas and procedures with them.

This work proposes a way of driving lessons, in which the student is involved at all times, sometimes with more, sometimes with less intensity. The most important is the student´s involvement and interaction, not its intensity. For this reason, I developed a project in which students of a pre-university course can not only engage, but contribute actively in the learning process them.

Keywords: Mathematical Modeling, Action- Reflection, Learning Process.

LISTA DE IMAGENS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

No primeiro semestre do curso, na minha ingenuidade, já falava que sabia como queria ser professor. De lá pra cá, ainda bem, muita coisa mudou. Mas a minha preocupação com ensino-aprendizagem não. Em meus trabalhos escritos eu procurei demonstrar o quanto eu gostaria de fazer pelos alunos, para que eles pudessem realmente aprender, ao invés de simplesmente memorizar fórmulas. Conforme avançava no curso, mais aumentava meu interesse por sair do método tradicional de ensinar e aprender. Nesse, predomina a aula expositiva, com muitos exercícios e, memorização de fórmulas. O aluno é agente passivo na aprendizagem, sendo levado ao raciocínio, a querer saber mais, somente se está interessado pelo conteúdo. Ele apenas copia o que o professor escreve e fala, por isso memoriza os procedimentos.

Nesse trabalho procuro relatar as minhas experiências, como professor, desde o início da graduação. Aqui, certamente, aparecem escritos que usei para trabalhos em algumas disciplinas e, principalmente, os que utilizei nos relatórios, tanto para as disciplinas de laboratório de ensino quanto para os estágios. Ou seja, esse trabalho não foi elaborado apenas no final do curso, e sim uma reflexão das experiências por mim vivenciadas no seu decorrer.

Ao longo do curso, fui me interessando pela Matemática Aplicada, tendo sido monitor da disciplina Aplicações da Matemática e Pré-Cálculo. Essas experiências foram, para mim, muito importantes, pois pude, dentro de minhas limitações, auxiliar colegas de curso em Aplicações e estudantes de outros cursos em Pré-Cálculo.

Nas monitorias de Pré-Cálculo, percebi que muitos estudantes estão despreparados para a disciplina de Cálculo. Tendo dificuldades desde conteúdos básicos, como propriedades dos números reais, até conteúdos mais complexos, por exemplo, trigonometria.

O Pré-Cálculo visa ajudar os estudantes nessa transição entre a Matemática do Ensino Médio e a Matemática da Graduação. Há aqueles que na escola são muito bons em Matemática, mas quando chegam à universidade sentem dificuldade em assimilar os conteúdos. Por isso foi criado o Pré-Cálculo. Outra forma de ajudar os estudantes nessa transição de conteúdo de Matemática seria a disciplina Fundamentos da Matemática II, oferecida aos estudantes de Licenciatura em Matemática. Penso que essa traria melhores resultados do que o Pré-Cálculo, visto que é um semestre inteiro trabalhando com análise de funções e seus respectivos gráficos. Quando eu cheguei na disciplina de Cálculo, tudo o que se referia a gráficos: translações, rotações, assíntotas, pontos de descontinuidade, pontos de inflexão, etc., eu já tinha estudado em Fundamentos da Matemática II. Sendo assim, quando o professor de Cálculo começou a falar em limites eu me senti tranquilo, pois não era novidade para mim. Valendo o mesmo para o estudo de taxa de variação e derivadas. Ou seja, eu estava bem preparado para primeira área de Cálculo.

Quanto a Aplicações da Matemática, quis ser monitor por dois motivos. O primeiro foi ajudar os meus colegas a entenderem melhor o conteúdo, pois devido à grande quantidade de informações que tem nessa disciplina, os estudantes certamente precisam de auxilio extraclasse. Muitas vezes, sua dificuldade estava no cálculo diferencial, que é fundamental para um bom desempenho em Aplicações. A maior procura pela monitoria se deu para a realização dos trabalhos. Ajudei, os que procuraram, a fazer os gráficos e os exercícios. Sempre tomando o cuidado para não fazer o trabalho para eles, mas orientá-los. Minha experiência com computação e facilidade para aprender a trabalhar com softwares, ajudou-me não somente quando cursei a disciplina como também na monitoria. Ser monitor dessa disciplina enriqueceu o meu currículo, não só pelos créditos adquiridos, mas também porque precisava estar sempre preparado para as dúvidas, ou seja, tinha que estudar muito mais. Eu precisava aprender constantemente para poder ajudar os meus colegas da melhor maneira. Ganhei experiência em duas áreas importantes para minha formação acadêmica: Matemática Aplicada e também na área de ensino-aprendizagem. Esse foi o meu segundo motivo para me tornar monitor.

Meu interesse acadêmico é também voltado para Educação Matemática, foco do curso de Licenciatura em Matemática. Eu gosto muito de ensinar-aprender e quando estou em aula, procuro métodos diferentes de ensinar o conteúdo. Por exemplo, eu não abro mão de demonstrar a maior parte dos conteúdos de Matemática. Eu simplesmente não acredito que a melhor maneira de ensinar-aprender seja através da memorização de fórmulas. Constantemente eu busco uma maneira diferente de ensinar, procurando fugir da metodologia tradicional, onde o foco é a repetição e a memorização. Essa é muito útil e por muito tempo continuará sendo. Dessa forma, o presente trabalho não tem a pretensão de descartar qualquer meio de ensino, mas apresentar um método de ensino que auxilie o educando no processo de aprender Matemática.

Vindo ao encontro com o que foi dito anteriormente, por exemplo, ao tratar de geometria em uma aula, podemos propor os seguintes problemas:

i) Suponha uma piscina de 1000 litros, que está vazia. Para enchê-la temos três torneiras com vazão de 20 mililitros por segundo cada. Em quanto tempo essa piscina estará cheia?
ii) Em quanto tempo uma piscina de 1000 litros cheia de água pode ficar completamente vazia?
iii) O nível do Lago Guaíba está 1 m abaixo do nível esperado.

O problema (i) apresenta apenas uma resposta e poucas opções de solução. Além disso, não faz parte da realidade. O problema (ii) tem mais de uma resposta, pois cada aluno pode escolher um método diferente para resolução. Esse poderia ser realidade, se o professor levasse para a escola a piscina, ou se a turma fosse visitar um lugar onde houvesse uma piscina, por exemplo. O problema (ii) poderia criar um ambiente de investigação, mas não levaria o educando à reflexão, porque após a piscina ficar vazia nada mais aconteceria com ela. Entretanto o problema (iii) não tem apenas uma resposta, na verdade nem foi feita uma pergunta. Esse cria um ambiente de investigação. Isso não ocorre pelo simples fato de não existir uma pergunta, pois podemos também apresentar um problema aberto e investigativo através de uma pergunta, por exemplo, "Como está a poluição do Lago Guaíba?"

Os três problemas podem tratar do mesmo conteúdo, mas são conduzidos de formas diferentes. Eu não descarto os problemas (i) e (ii), porque são importantes para a aprendizagem, mas para mim, o caráter aberto e investigativo do problema (iii) é mais atraente. Penso que esse tipo de problema, caso seja de interesse dos educandos pode levá-los à reflexão, crítica e ação.

Nesse trabalho trago uma proposta de aprendizagem crítica e reflexiva que envolve o educando em todos os momentos.

Apresento no primeiro capítulo uma descrição do que penso em relação a ensino-aprendizagem, tendo como alicerces Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrósio, que são autores que defendem esse processo como sendo uma troca de experiência entre o educador e o educando, no qual o foco principal é o processo de aprender. O educando, ao final da experiência, deve ter a capacidade de refletir, criticar e de alguma maneira tentar reverter uma situação desfavorável.

Ao longo do texto o leitor notará a presença de termos que Paulo Freire não utiliza com frequência, por exemplo, professor e aluno. A palavra aluno está relacionada à escuridão, ou seja, a uma pessoa que não tem luz. Da mesma forma o professor seria uma pessoa que ensina algo a alguém, isso certamente iria de encontro com a literatura de Paulo Freire. Entretanto minha ênfase nesse trabalho está no processo de aprendizagem, por isso me utilizo desses termos. Além disso, o próprio Freire (1996) se utiliza deles ao se referir a educando e educador.

No segundo capítulo apresento um método de aprendizagem que permite ao estudante considerar determinada situação de sua realidade: Modelagem Matemática, que a partir daqui passarei a chamar de Modelagem.

Para mim, o ambiente de Modelagem contribui para o aprendizado matemático, pelo qual o educando, sozinho ou com o educador, consegue, usando a Matemática, solucionar problemas de outras áreas, sem ter a certeza da existência de apenas uma resposta. Porém, é necessário que os estudantes também aprendam pela repetição de exercício, ou seja, pelo método tradicional. O que precisa mudar com urgência no método tradicional de ensino é a memorização. De nada adianta os alunos memorizarem a demonstração, eles precisam aprender, saber os porquês. Acredito que podemos ensiná-los a demonstrar, ao invés de memorizar as fórmulas.

Com o auxílio da Modelagem, o educando poderá visualizar melhor a situação em estudo, pois uma das grandes dificuldades está na abstração da Matemática. Entretanto, não queremos que os estudantes consigam apenas resolver problemas modeláveis. Nossa intenção é que, através da Modelagem, consigam entender melhor a Matemática, e ao se envolver com ela, pouco a pouco, comecem a abstrair, construir e demonstrar.

Ainda no segundo capítulo, apresento como outros professores estão fazendo Modelagem. O trabalho deles me ajudou muito, pois não estava acostumado com atividades de Modelagem. E ao ler e ver como estavam trabalhando, senti-me mais a vontade com o tema. Usei como referencial Jonei Cerqueira Barbosa e Ole Skovsmose. Li também Rodney C. Bassanezi e Maria Salette Biembegut.

No terceiro capítulo descrevo um projeto de ensino que elaborei. Entreguei para os educandos textos informativos, para que a partir deles fizessem questões que despertavam suas curiosidades. Eles não conseguiram conduzir as atividades de maneira totalmente autônoma, sendo necessária minha intervenção em diversas situações. Entretanto, as minhas participações nessas atividades foram diferentes das que faria usando um modelo tradicional de ensino. Nessas atividades os educandos ficaram mais livres para pensar e refletir, podendo escolher quais as questões eram relevantes para eles. Como resolvê-las? Esse foi o momento em que precisaram de minha ajuda. Porém procurei conduzí-los a reflexão ao invés de simplesmente informar a resposta ou como resolver determinada questão.

Para mim, pensar em um modelo de ensino que envolva os educandos, conduzindo-os a uma reflexão crítica, significa mesclar o ensino tradicional com a Modelagem. Porque o modelo que usa repetição e memorização tendo o exercício como principal ferramenta é importante, mas tenho a percepção de que apenas ele não é mais suficiente para que os educandos sintam-se interessados pela aprendizagem de Matemática. Um fato que comprova isso ocorreu quando uma estudante me perguntou: por que na escola os professores mostram sempre os métodos difíceis. E não mostram e nem procuram métodos mais simplificados de ensinar?

1. ENSINO-APRENDIZAGEM: A PREOCUPAÇÃO DE UM PROFESSOR

Esse capítulo tem como objetivo apresentar algumas de minhas experiências, como professor, e como as usei para aprender, juntamente com os alunos, a ser um professor. Sei que ainda estou em processo de formação, mas penso que nunca estarei pronto, pois quanto mais eu ensino mais eu aprendo, ou seria quanto mais eu aprendo mais eu ensino?

Segundo Paulo Freire (1996, p. 21), “não há docência sem que haja discência”, pois ensinar e aprender são mútuos. Enquanto o professor está ensinando, ele também está aprendendo. Da mesma forma, o aluno acaba ensinando o professor. Sob essa ótica é possível perceber que um bom professor não tem como interesse único a abordagem do conteúdo, mas a maior preocupação dele é a aprendizagem. Isso porque não existe ensino se não há aprendizagem. Sendo assim, o que um educador deseja, não é mais apenas ensinar, mas sim que o educando aprenda. Boa parte desse aprendizado está diretamente ligada ao educando, ao seu empenho, a quanto ele quer aprender sobre determinado assunto. Mas o professor tem um papel fundamental para esse aprendizado, já que ele é o responsável pelo seu encaminhamento. Encaminhar aqui não significa guiar, pelo menos não em todo o momento, mas quer dizer apontar os distintos caminhos possíveis. A escolha do melhor caminho é feita em parceria entre o educando e educador.

Quando o professor entra em sala de aula, ele não pode simplesmente pressupor algo em relação ao educando, precisa descobrir o que ele tem de “bagagem[1]” e aproveitá-la da melhor maneira. Isso me faz lembrar uma experiência que tive, ao trabalhar equações de primeiro grau, com uma turma de ensino fundamental de EJA, durante a disciplina de Laboratório de Ensino I. Os alunos eram adultos e escolhi usar exemplos e problemas que faziam sentido para eles, ou seja, faziam parte de sua realidade, exatamente como D’Ambrósio (1999) sugere que tratemos resolução de problemas. Segundo ele para obtermos melhores resultados é necessário que entremos na realidade do aluno. Por exemplo, se estivermos em uma sala de aula em que todos só falam de esporte, não podemos perder a oportunidade de, em nossos problemas, também falarmos de esportes.

Porém acabei cometendo o erro de não aproveitar totalmente o conhecimento dos alunos. Queria mostrar o que significava a equação e como resolvê-la da forma mais

[1] Entende-se por “bagagem” como experiência e conhecimento prévio do aluno sobre o assunto.

“elegante” possível, modelando a equação a partir do problema, para assim chegar à resposta correta. Mesmo assim, com essa experiência, percebi o quanto é importante e rico para os alunos utilizar os métodos e a linguagem deles em sala de aula. Para Freire (2005, p. 113), é importante darmos significado ao ensino, fazendo um “movimento de ida e volta do abstrato ao concreto”, utilizando temas geradores, que trazem para a sala de aula, problemas investigativos por meio de uma metodologia conscientizadora.

Os alunos eram adultos e os problemas que eu trazia, para sala de aula, faziam parte de seus cotidianos, então para chegar à resposta correta nem sempre era preciso montar uma equação com variáveis. Por exemplo, “Você tem R$ 5,00 e precisa comprar pão, leite e margarina. Quantos pães você pode comprar, sabendo que cada pão custa R$ 0,15, o leite custa R$ 1,35 enquanto a margarina custa R$ 2,15?”. Meu erro não foi querer que os alunos modelassem os problemas matematicamente, pois isso é muito importante e defendido também por D’Ambrósio (1999). Errei por não aproveitar, no início, o conhecimento que os alunos já tinham para resolver os problemas propostos. Comecei as aulas querendo que eles modelassem matematicamente todos os problemas, ignorando a maneira que eles usavam para solucioná-los. Nesse caso, os alunos faziam da seguinte maneira: 2,15 + 1,35 = 3,50, portanto sobra R$ 1,50 para comprar pães. Sendo assim podemos comprar 10 pães.

Essa foi minha primeira experiência, em sala de aula, como professor. Eu estava aprendendo junto com os educandos. Enquanto ensinava como resolver problemas com equações de primeiro grau eu aprendia a ser um professor. Aprendia como os educandos resolviam os problemas sem equacioná-los “Ah! professor, essa dá pra fazer de cabeça”. Aprendi que nunca devo ignorar seus conhecimentos prévios. Aliás, devo utilizá-los da melhor maneira dentro da sala de aula. Ou seja, preciso levar para dentro da sala de aula problemas da realidade que levem os educandos a criticar e refletir sobre o tema. Paulo Freire (1987, p. 21) defende essa metodologia de ensino, e a chama de “educação libertadora”, que ocorre quando educando e educador aprendem e são “agentes críticos do conhecer”.

Uma proposta pedagógica libertadora, dentro do ensino de matemática, é a que utiliza a Modelagem como metodologia. Segundo Barbosa (2001), Modelagem é a oportunidade que os alunos têm de propor situações sem prévios procedimentos fixados através da matemática. Os conceitos matemáticos surgem conforme os alunos avançam nas atividades. Como a modelagem é flexível não existe um modelo matemático único. Os modelos vão surgindo de acordo com os caminhos seguidos durante a resolução. Existe a possibilidade de haver soluções sem um modelo matemático.

A modelagem é uma forma de não usar a matemática apenas como mais uma disciplina a ser estudada pelos alunos, mas como algo que faça sentido para a realidade de cada aluno. O aluno ficará livre para desenvolver as atividades, já que não existe apenas uma resposta correta. Além disso, o aluno ajuda na elaboração das questões. Podemos trabalhar problemas por grupos, dependendo da afinidade de cada grupo pelo assunto. Os alunos escolhem quais temas irão explorar.

A Modelagem faz sentido para os alunos, pois eles têm uma visualização melhor dos acontecimentos. Não é fácil modelar, pois existem questões a serem trabalhadas que não conseguimos conectar com algo do dia-a-dia do aluno. Questões que irão exigir um grau de abstração maior por parte do aluno. Mas, acredito que esse é um dos objetivos dos professores: tornar os alunos independentes, abstraindo o máximo possível. E acredito que a modelagem seja uma excelente ferramenta para isso.

Um professor, antes de ensinar, precisa aprender bem sobre o conteúdo que irá ministrar. Segundo Paulo Freire (1996, p. 24), no contexto histórico da educação "o aprender precedeu o ensinar", pois homens e mulheres antes de ensinar, algo a alguém, aprenderam. Por isso, quando vou entrar em uma sala de aula, preciso planejar e escolher métodos para abordar os assuntos a serem tratados. Não existe uma metodologia ideal para ensinar, pois cada educando tem um perfil diferente. Quando estou em sala de aula, tento perceber o perfil geral da turma e, baseado nele, elaboro planos de aula e aponto objetivos. Nem sempre consigo apresentar em aula aquilo que planejei e nem sempre os objetivos são cumpridos. Isso pode ocorrer por ter errado na hora do planejamento. Nesse caso, tento descobrir em qual momento da aula errei, por exemplo, posso ter planejado uma atividade para duração de 30 minutos e a mesma ter durado 50 minutos. Outro motivo, para o não cumprimento dos objetivos em aula, pode ser porque foi dada mais atenção à aprendizagem do que a abordagem do conteúdo. Isso acaba justificando o atraso, pois o foco do professor precisa ser no educando.

Quando os educandos não entendem bem determinado conteúdo, é necessário que o professor volte no assunto tantas vezes quantas forem necessárias até o entendimento. Isso vai ao encontro com o que Paulo Freire (1996, p. 47) afirma sobre ensino. Segundo ele, "ensinar não é transferir conhecimento". Ensinar não é simplesmente passar aos educandos teoria em abundancia. Ensinar depende totalmente do aprender. Sem aprendizagem não há ensino. Por isso o termo ensino-aprendizagem, chamado por D'Ambrósio (1989, p. 42) de "processo de aprendizagem-ensino", já que, como dito anteriormente, o aprender vem antes do ensinar. Ele ainda afirma que um dos pontos para chegarmos a uma melhoria no ensino de matemática, é justamente reconhecer o processo de aprendizagem-ensino pela sua essência, ou seja, pela aprendizagem, que é o que deve realmente importar. E que depende não mais somente do professor, mas também do aluno. Do que adianta o aluno memorizar para a prova, se após a sua realização, ele terá esquecido tudo. O aluno memoriza porque ainda não aprendeu. Se o aluno não aprendeu, então fracassamos como professores.

Os alunos têm habilidades analíticas próprias, e não devemos subestimar isso em nenhum momento. Além disso, um bom professor deve ainda favorecer a construção do pensamento analítico do aluno. Se pensarmos, por exemplo, em geometria, o uso do computador auxilia e muito, não só na visualização direta, mas também nas figuras planas ou espaciais com rotação. Se usarmos um bom software, podemos manipular determinado polígono, por exemplo, com translações e rotações. Podemos construir os polígonos ou sólidos geométricos com facilidade. Não há a necessidade, principalmente em geometria, de os alunos memorizarem as fórmulas. Precisamos aproveitar ao máximo essa possibilidade de demonstração, que não ocorre em todas as áreas da matemática. Falo por experiência própria já que sempre que estou trabalhando geometria, seja plana, espacial ou analítica procuro construir e demonstrar ao invés de simplesmente colocar as várias fórmulas no quadro. Alguns alunos não gostam desse método de construir e demonstrar, acabam preferindo que eu informe a fórmula.

Durante a disciplina de Laboratório de Ensino II, vi-me diante de educandos do ensino médio que estavam interessados apenas nas fórmulas. Eles simplesmente não queriam saber de construir. Enquanto eu lhes apresentava o porquê das fórmulas eles simplesmente indagavam: "tá professor cadê a fórmula?" ou "vai cair isso na prova?". Paulo Freire (1987) disse que quando a maioria dos educandos não está interessada em uma "educação libertadora", ele acaba usando a metodologia tradicional que segundo ele é até mais fácil de trabalhar. No caso da geometria, é muito cômodo para o professor simplesmente informar as fórmulas e deixar que os alunos as memorizem sem saber da onde que surgiram. Eu particularmente não gosto desta metodologia, mas como, nessa turma, a maioria estava mais interessada na fórmula eu acabei mesclando a aula entre demonstrar e informar a fórmula.

Em uma turma sempre haverá aqueles que aprendem tudo bem rápido, e também aqueles que têm um pouco de dificuldade. Eu não posso me esquecer de nenhum deles. O planejamento e a execução da aula devem se basear na média da turma, mas uma atenção especial, aos que estão nos extremos da aprendizagem, é importantíssima. No caso dos alunos que têm dificuldades, preciso dar atenção através de reforço escolar, já para os rápidos, preciso deixá-los ocupados, atarefados. Não posso deixá-los sem atividade. Isso não significa que os alunos que estejam na mediana da aprendizagem serão esquecidos. Não posso fazer distinção entre os alunos, mas também não posso deixar de prestar uma maior atenção aos alunos que estão fora da mediana.

Para D'Ambrósio (1989) a educação matemática é uma atividade social, pois ela está fortemente ligada a fatores sociais. Isso não pode significar diferença nos conteúdos, apenas na abordagem. Não podemos discriminar os alunos. Não podemos pensar que na escola da periferia o ensino deve ser menos rebuscado. Não devemos ter o pensamento de que alunos da classe baixa não conseguirão assimilar determinados assuntos. É possível que isso aconteça, mas não podemos ter esse pré-conceito. Até porque, quem garante que alunos da classe alta não terão problemas? Sabemos que alunos de classe alta também têm seus problemas. Então porque diferenciar?

Penso que todos os alunos devem ter acesso ao máximo de matemática possível. Mas existe um mínimo? É melhor ensinar pouco, mas bem, do que ensinar muito, sem a devida preocupação com a aprendizagem. Mas quão pouco me é permitido ensinar? Essa pergunta eu não consigo responder, porque acredito que devemos apresentar o máximo para os alunos, porém também sou a favor de ensinar menos, porém ensinar bem. Como fazem os cursos técnicos, que ensinam pouco, mas deixam os alunos aptos a desenvolver uma atividade profissional após saírem do curso. O ensinar pouco não é o mesmo que ensinar mal, significa ensinar menos conteúdo. Atualmente os cursos técnicos quebram-se em várias ramificações específicas, são poucos os cursos técnicos genéricos.

Eu não posso pensar que estou sempre dando aula em um curso preparatório para o Vestibular, situação em que o aluno precisa ver todo o conteúdo para a prova. Precisamos preparar o aluno para a vida, e na vida ele vai usar muito do pensamento matemático. Mas isso não pode significar ensino de baixa qualidade. Sou a favor do ensino de menos conteúdo, desde que a qualidade no ensino seja alta. Por outro lado, se ensinarmos menos conteúdo, o aluno sofrerá no próximo ano, em que o professor tem um cronograma a seguir que certamente exige alguns pré-requisitos, por parte dos alunos. Quando o professor é associado à turma, e não à série, até pode funcionar, pois ele sabe o quanto os alunos estudaram de matemática no ano anterior. Entretanto, se houver mudança de professor, este também não conseguirá ver todo o conteúdo e assim sucessivamente. Independentemente dessa associação do professor, seja com a turma, seja com a série, quando o aluno sair da escola ele deixará de estudar vários tópicos importantes. E isso também não é bom.

Sabemos também que determinados alunos não utilizarão muitos conteúdos vistos na escola, mas não temos o direito de privá-los do conhecimento. Por isso, sempre tento mesclar ensinar mais, ensinando bem. E a avaliação com os alunos é o momento em que vemos se o processo funcionou. Pois se toda turma tem uma avaliação negativa, então houve uma falha. Quando isso acontece, eu procuro descobrir a raiz do problema para ajudar o aluno na melhor compreensão do conteúdo. Porque não faz sentido eu avançar sem que os alunos tenham aprendido. Essa aprendizagem deve ser o ponto chave de uma aula. Deve sempre fazer parte do objetivo de um planejamento. Pois sem ela eu sinto que fracassei. Sei também que não sou o único responsável pelo fracasso, já que o aluno também está inserido no processo. Por isso, para evitá-lo, após uma situação de uma avaliação geral negativa, eu procuro refletir juntamente com os alunos para descobrir uma abordagem melhor para o assunto.

Eu gostaria de poder fazer mais pelos meus alunos. Gostaria que matemática fosse tão fascinante para eles quanto é para mim. Gostaria que o pensamento matemático, pelo menos mais um pouco, fosse despertado neles. Não gosto nada da idéia de que matemática é para ser memorizada e ponto. Matemática, precisa ser construída, modelada. Logicamente, sem usar termos complexos, mas usando termos do dia a dia do educando. A matemática precisa fazer sentido para eles. O pensamento matemático precisa ser estimulado desde as séries iniciais. Eu sei que não temos como voltar atrás, por isso precisamos mudar nos educandos essa estigmatização da matemática. No começo será difícil, pois eles já estão acostumados com a metodologia de memorização de fórmulas, mas depois que descobrirem que podem construir, poderão ver a beleza da matemática.

Por isso o professor precisa cada vez mais se preocupar com a aprendizagem, buscando métodos diferentes e inovadores. Métodos que incentivem os educandos a querer saber mais sobre o conteúdo. Que os induzam a trabalhar, a descobrir e porque não, a inventar. E isso não vale apenas para matemática, mas para os professores de todas as disciplinas. Segundo Paulo Freire (1996), poderíamos discutir problemas do cotidiano do aluno, estabelecendo assim uma conexão entre os saberes da escola com a experiência social do educando. Dessa forma a escola ajudaria o aluno a refletir e criticar.

No próximo capítulo, apresento um método que não visa à aprendizagem pela memorização, mas pela pesquisa investigativa que ajuda o educando a refletir, criticar e agir.

2. A MODELAGEM

Atualmente a forma como a aula de Matemática é conduzida, baseia-se no exercício, ou seja, o professor explica a matéria e em seguida passa vários exercícios sobre o conteúdo. Em geral, o aluno que mais aprende é aquele que mais exercita, é aquele que mais trabalha. Há aulas em que o professor se ocupa mais com exercícios e também há as que ele dá mais atenção ao conteúdo, porém nunca se elimina o exercício. O aluno tem aprendido pelo método de repetição. Esse, por sinal, foi o modo como eu aprendi durante minha graduação em algumas disciplinas, por exemplo, Cálculo.

Se pensarmos em um atleta que quer ganhar uma maratona, ele precisa se preparar muito para a competição. São aproximadamente 42 km a serem percorridos. É necessária muita preparação, muito treino. Quanto mais ele treina mais ele fica apto a completar a prova. Para muitos, esse é o principal objetivo ao participar de uma maratona. Para aqueles que não estão entre os corredores de elite apenas ultrapassar a linha de chegada é a meta principal. Se um atleta se inscrever para a maratona sem nunca ter se preparado para ela, é bastante provável que ele não concluirá a prova.

Esse método de aprendizagem funcionou para mim. Nas disciplinas de Cálculo fiz quase todos os exercícios do livro e passei sem nenhuma dificuldade. Consegui ainda aprender, não apenas pela repetição da resolução dos exercícios, mas também pela compreensão do conteúdo. Isso ocorreu porque além do professor ser muito bom, eu estava muito interessado pelo conteúdo. Nesse caso, para mim, o processo de aprendizagem foi bem sucedido.

À luz disso, percebo que a forma como o currículo é concebido atualmente, é eficaz, caso o aluno esteja interessado. O problema com a forma de ensinar não está em usar o modelo da repetição, mas de se restringir a ele. Isto causa o desinteresse de nossos alunos que precisam entender os porquês. Quem nunca ouviu a pergunta: “Ah professor, pra que eu vou usar isso?”. Então precisamos buscar métodos que, juntamente com o tradicional, auxiliem o aluno no processo de aprendizagem.

Para Skovsmose (2000), esse paradigma do exercício pode ser confrontado com uma abordagem de investigação. Essa pode tomar várias formas e rumos como, por exemplo, em um projeto escolar. Geralmente o "ambiente de aprendizagem[2]" de um trabalho de projeto escolar difere do utilizado no método tradicional, no qual vigora o paradigma do exercício, pois nos é permitido investigar, que significa sempre ter a pergunta: "o que acontece se...?". Pois quando o professor faz essa pergunta ele está envolvendo o aluno, convidando-o a participar de uma investigação. Um cenário para investigação não só convida o aluno, mas permite que ele participe. Nesse caso, não somente o professor irá fazer os questionamentos, mas o aluno também os fará. Quando finalmente os alunos se tornarem os investigadores, assumindo o processo de exploração e explicação, passamos a ter um novo ambiente de aprendizagem: cenário para investigação. Neste, é fundamental que o aluno aceite o convite. Não sabemos se estamos diante de um cenário para investigação apenas por ler o projeto, pois um projeto pode ser interessante para um grupo de alunos, porém não para outro grupo. Portanto o único modo de sabermos se determinado cenário será investigativo é colocando-o em prática.

A exemplo disso, estou alfabetizando meu filho de cinco anos. Quando ele tinha quatro anos ensinei-o a contar até cinco. O método que usei para isso foi o tradicional, a repetição. Eu contava e ele ia repetindo. Até conseguir contar sem meu auxílio. Quando ele aprendeu os números comecei a ensiná-lo a somar, subtrair e dividir. Nesse momento foi necessário mudar a tática. Eu não queria que ele decorasse esses processos, mas que aprendesse. Então eu sugeria para ele os seguintes problemas: i) Se tu tens duas balas e eu te dou mais duas, com quantas tu ficas? Ele pegava quaisquer objetos que estivessem por perto, geralmente seus carrinhos, para colocar no lugar das balas. E me respondia: Pai, eu tenho duas balas, nesse momento ele contava dois carrinhos e os separava. Se tu me deres mais duas fico com: duas (os carrinhos separados), três, quatro (outros dois carrinhos que ele também separava). Ou seja, ele estava contando ordenadamente os carrinhos e associando cada carrinho a um número, para não contar a mais nem a menos. ii) Agora tu tens quatro balas, se eu te pedir uma e tu comeres duas com quantas tu ficarás? Ele pegava dos quatro objetos me dava um e pegava dois para ele. A resposta dele era: Pai, sobra uma. Eu fiz essa brincadeira várias vezes com ele, trocando os números, até que compreendesse o processo. iii) Se tu tens duas balas e quer dividi-las comigo, como tu faz isso? Ele fazia o seguinte procedimento, sem que eu o ensinasse: uma para ti, uma para mim. Então eu perguntava o que ele faria se tivesse quatro balas, a resposta era: uma pra ti, uma pra mim, outra pra ti, outra pra mim. Duas balas

[2]Ambiente de Aprendizagem segundo Skovsmose (2000) é o lugar onde os alunos são estimulados a desenvolverem certas atividades.

para cada um. Nessa parte da divisão o melhor foi quando ele disse: se forem três balas, eu preciso comprar mais uma bala, para que cada um fique com duas.

Em nenhum momento eu falei que íamos aprender a somar, subtrair ou dividir. Para ele era uma brincadeira. Ele nem sabia que estava usando a Matemática. Enquanto eu ensinava, meu filho estava apenas se divertindo. Os exemplos que usava faziam parte da realidade dele. Ele interagia o tempo todo comigo e com a Matemática envolvida no processo.

Para esse aprendizado foi necessário usar dois recursos. Primeiro, o da repetição, pois desconheço um método de ensinar os números e ordená-los, sem memorizar que primeiro tem o número um, depois o número dois e assim sucessivamente. E para isso é preciso repetir. Segundo, um método que faça o aluno interagir com o professor usando situações e exemplos que façam parte dessa realidade. Para que assim ele não veja a Matemática apenas como uma disciplina a ser estudada, mas que lhe faça sentido. Certamente meu filho não se interessaria com a aula de Matemática se eu não levasse problemas de interesse dele ou, se eu não tornasse a aula interativa e agradável. Quando ele cansava, eu o convidava a participar de qualquer outra brincadeira. Dando preferência para uma que não envolvesse Matemática.

Por isso que o professor precisa cada vez mais buscar métodos que incentivem o aluno a se interessar, porque somente assim ele irá querer praticar bastante para se aperfeiçoar e no final do processo, de aprendizagem-ensino, aprender. É necessário acharmos métodos que motivem nossos alunos a estudar. Quando fui ensinar os números ao meu filho, por exemplo, convidei-o para brincar de contar. Esse convite e principalmente o aceite são essenciais no processo de aprendizagem, por isso precisamos achar um modelo de ensino que motive o aluno a aceitar a nossa proposta de trabalho.

Um método de aprendizagem que privilegia essa interação entre professor e aluno, no qual o professor faz um convite, é a Modelagem. Destaco como Barbosa define Modelagem.

> A meu ver, o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas as atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo. (BARBOSA, 2004, p.3).

Durante o processo de Modelagem alunos e professor interagem de tal forma que podemos chegar ao ponto de o professor ser apenas um facilitador para o aluno. Pois o aluno tem a oportunidade de investigar e pesquisar sobre o tema proposto. Atividades com Modelagem proporcionam ao aluno a chance de matematizar situações de sua realidade. Eventos fictícios, segundo Skovsmose (2000), são chamados de semi-realidade, para atender ao ensino de Matemática. Essas situações podem envolver os alunos em discussões e devem integrar o currículo. Porém não se enquadram como Modelagem. Essa privilegia apenas as situações reais.

Não é simples pensar em adotar Modelagem no currículo. O modo como a Modelagem trata problemas de outras áreas é diferente do modo como o ensino tradicional trata tais problemas.

Ao pensar em currículo, Barbosa (2001) afirma que precisamos recusar a idéia de associar a Modelagem exclusivamente a projetos. Essas atividades demandam muito tempo, pois envolvem não somente a elaboração do projeto, mas também o aceite dos alunos e o desenvolvimento do projeto. Por isso, corremos o risco de não serem aceitas como atividade curricular. Para resolver isto podemos considerar atividades menores, e dividi-las em casos.

Caso 1 – Ambiente no qual o professor trás a situação-problema, os dados necessários para a resolução e o problema formulado.

Caso 2 – Ambiente no qual professor trás um problema de outra área, ficando os alunos responsáveis pela coleta de informações para a resolução.

Caso 3 – Ambiente no qual os alunos formulam e resolvem o problema, a partir de temas não matemáticos. Eles são responsáveis pela coleta das informações e simplificação do problema.

O professor participa em todos os casos, porém vai modificando o grau de atuação.

Qual dessas opções é a melhor? Eu poderia dizer que o terceiro caso é o melhor. Pois esse ambiente torna o aluno responsável pelo andamento de toda a atividade, deixando ao professor apenas o papel de facilitador. Porém, penso que a melhor opção não é aquela que simplesmente mais envolve o aluno, mas a que o ajuda melhor no processo de aprendizagem. Sendo assim, da mesma forma que não existe o melhor método de ensinar, a meu ver não existe a melhor maneira de trabalhar Modelagem. Precisamos escolher o modelo que faça com que o aluno sinta-se envolvido. É verdade que quanto mais amadurecidos, professor e alunos, mais se encaminham para um ambiente de aprendizagem no qual o aluno torna-se responsável por todas as atividades.

Para mim, como iniciante nos estudos de Modelagem, prefiro transitar entre os casos 2 e 3. No entanto, dependendo dos alunos, não me oponho a trabalhar utilizando o caso 1, o qual é o que está mais próximo do método tradicional. Eu penso que o importante, não é como trabalharemos a Modelagem, mas o que os alunos aprenderão com essa atividade; como essa atividade ajudará os alunos a refletirem sobre a situação problema e, quando necessário, a criticarem e, sendo possível, agirem sobre o problema que poderia ser, por exemplo, reciclando melhor o lixo, caso o tema escolhido seja reciclagem.

2.1 Panorama de Modelagem

Como outros colegas estão pensando em Modelagem, e principalmente como eles estão trabalhando atividades de Modelagem, são perguntas que considero importantes. Elas me ajudaram muito nesse princípio de atividades com Modelagem, que, para mim, é um método novo. Durante a graduação não nos envolvemos com Modelagem, por isso decidi usá-la, como método de Ensino, somente no final do ano de 2009. Época em que já estava exercendo atividades como professor no Projeto Educacional Alternativa Cidadã. Uma colega do Alternativa Cidadã e de graduação, que já trabalhava com Modelagem, explicou-me o que se tratava e decidi usá-lo. Estudei mais a fundo quando cursei a disciplina Pesquisa em Educação Matemática. Fui orientado a ler trabalhos de alguns colegas e artigos para me familiarizar com o assunto. Analisei um TCC e uma dissertação sobre Modelagem. Já em 2011, li outro Trabalho de Conclusão.

2.1.1 Análise de Trabalhos de Conclusão

Um dos trabalhos escolhido foi Modelagem Matemática e Temas Transversais de Simone da Silva Martins da UFRGS, publicado em 2008. A motivação da autora do trabalho se deu tanto pela prática quanto pela teoria, pois aliou o conteúdo visto em uma disciplina de Laboratório com uma adaptação de experimento aplicado em uma dissertação (Marina Menna Barreto). A autora do TCC fez análises de dissertações para embasamento teórico. A verificação da aprendizagem de competências matemáticas, de um fenômeno real, em certo período de tempo, propondo e analisando o processo de modelagem que é muito amplo, e nunca está sozinho. Nesse TCC, vi vários conteúdos interligados: Modelagem Matemática, razão e proporção, porcentagem, probabilidade, área.

A autora utilizou um tema bastante presente para trabalhar Modelagem com seus alunos: Meio Ambiente. A experiência foi feita com uma turma de seis alunos do Ensino Médio do Colégio Aplicação da UFRGS. O problema modelo era o desmatamento da Mata Atlântica. A partir de dados extraídos da revista Veja, foram formuladas as questões. Quatro atividades encaminharam o trabalho de Modelagem. Na primeira atividade os alunos precisaram pesquisar a área da Mata Atlântica, utilizando um mapa que eles deveriam encontrar em casa ou na biblioteca. Na segunda atividade os alunos foram levados a refletir no problema do desmatamento, calculando tanto a área desmatada quanto a proporção desse desmatamento. Após verificaram se os seus cálculos condiziam com os dados da revista. Na terceira atividade os alunos já estavam se encaminhando para um modelo. Tendo perguntas como: i) Qual a área da Mata Atlântica, segundo informações da revista Veja e segundo um mapa? ii) Se o desmatamento seguir o mesmo ritmo, daqui a 20 anos quanto será a área desmatada? E daqui a 50 anos? Na quarta atividade os alunos trabalharam gráficos circulares, utilizando as informações da revista Veja e cálculo de probabilidade. No trabalho os alunos eram levados a sempre comparar os dados obtidos através dos cálculos com os informados pela revista.

Com o trabalho, Martins (2008) alega que aprendeu a considerar a modelagem como metodologia de ensino, ao usar acontecimentos do quotidiano para o seu andamento e como metodologia de pesquisa, já que pode usar um modelo matemático para analisar determinado fenômeno.

Li também o TCC “Modelagem Matemática na Educação de Jovens e Adultos” do colega Ewerton Fraga Dornelles, publicado em 2011. Fiquei realmente feliz ao ler esse trabalho. Dornelles (2011) trata Modelagem como metodologia de ensino de matemática, no qual o importante não é a memorização de fórmulas, exatamente como eu penso que devemos ensinar. Eu já trabalhei com alunos da EJA, e percebi que os métodos tradicionais não são eficazes para esse público. O rendimento das aulas é melhor quando usamos situações que fazem parte da realidade. Prefiro, sempre que possível, usar uma educação chamada por Freire (1987) de problematizadora, libertadora.

Dornelles (2011) traz em seu trabalho a importância dos saberes dos alunos e propõe que os usemos da melhor forma, principalmente em uma EJA, em que os alunos são adultos e têm seus saberes que são válidos. Seu trabalho inspira-se na etnomatemática, não se referindo à etnia, mas aos resultados, ou seja, dá atenção aos conceitos matemáticos que os alunos usam no quotidiano de maneira não formal, partindo desses conceitos para elaborar a proposta de ensino.

Na experiência com Modelagem, como Dornelles (2011) estava preocupado com os saberes matemáticos não formais anteriores dos alunos, fez um questionário para conhecer a realidade em que os alunos se situavam para, a partir dessa, escolher a atividade ou as atividades que utilizaria. Nesse, ele percebeu que a maioria dos alunos já possuía algum conhecimento de construção civil, por isso os convidou para participarem de uma atividade de um projeto da construção de uma casa. Havia seis grupos e ficaram livres para escolher o projeto da casa.

Dornelles (2011) conclui que Modelagem é um ambiente de aprendizagem que é eficaz para a EJA, pois pode considerar os saberes anteriores dos alunos levando-os a darem um significado para o estudo de matemática. A sua proposta foi auxiliar os alunos a aprender matemática, a partir de seus saberes anteriores, para então levá-los a usar o conhecimento de matemática aprendido para os seus quotidianos.

2.1.2 Análise da dissertação

A dissertação escolhida foi Modelagem Matemática na iniciação cientifica: Contribuições para o Ensino Médio Técnico de Morgana Scheller. A autora investiga, por meio da matemática, situações surgidas no Ensino Técnico de Agropecuária. Justifica a dissertação apresentando a utilidade da modelagem como ferramenta para compreensão da realidade. Bastantes materiais foram usados. Não apenas materiais de Modelagem, mas também materiais sobre agropecuária, que foi o tema geral da dissertação. Ela estava interessada na aprendizagem matemática integrando vários conceitos. Respondendo à pergunta, como a Modelagem pode contribuir? A autora buscou avaliar as dificuldades e, principalmente, as contribuições referentes à Modelagem no processo de ensino-aprendizagem nos cenários propostos. Para realizar o projeto foi feito estudo de caso: Modelagem aluno/professor, no qual o professor intermediava, enquanto o aluno executava.

Os resultados foram interdisciplinaridade e construção de modelo matemático. A pesquisa durou doze meses (entrevistas, coleta e análise de dados, situações problema).

Scheller (2009) não utilizou a Modelagem como metodologia de ensino, porém como ambiente de aprendizagem, obtendo assim reflexões durante as investigações e discussões. Segundo a autora, a maior dificuldade ocorreu pelo fato dos alunos não estarem acostumados com esse ambiente de investigação e reflexão, concluindo sobre esse ponto que o professor fica responsável de reduzir esse obstáculo, auxiliando e motivando os alunos. Além disso, constata que os alunos desenvolveram habilidades de observação e reflexão, através da Modelagem, conseguindo solucionar problemas de outras áreas.

A leitura desses trabalhos permitiu-me ter uma visão melhor sobre Modelagem. Eles me deram maior segurança, pois antes de lê-los sabia que queria trabalhar com uma educação voltada a aprendizagem, levando problemas da realidade para serem discutidas em sala de aula. Entretanto, eu jamais havia trabalhado com Modelagem.

No próximo capítulo descrevo uma experiência de um projeto de ensino que envolveu Modelagem. Essa foi a primeira vez que trabalhei dessa forma, deixando que os alunos participassem da aprendizagem de forma mais ativa. Sempre procuro deixá-los participar do processo, mas com atividade de Modelagem foi muito diferente. A primeira diferença está no planejamento. Quando planejo uma aula estipulo os objetivos, escolho a metodologia e listo quais procedimentos usarei para um bom andamento da aula. Ficando, portanto, com domínio da situação. Os alunos poderão ter dúvidas sobre o conteúdo, mas geralmente são restritas. Dependendo do que eu for trabalhar, é possível prever algumas dificuldades dos alunos e tentar supri-las antes mesmo de o aluno questionar.

Entretanto, nessas aulas com modelagem, fiquei sem um sul, pois não sabia quais questionamentos os alunos fariam. E nesse caso, não tenho mais o domínio. Dependo muito dos alunos. Dependo do aceite dos alunos por esse modelo de trabalho, já que eles deixarão de ser agentes passivos na aprendizagem e passarão a ser ativos. O ambiente de aprendizagem para modelagem funciona como um convite aos alunos. Segundo Skovsmose (2000), os alunos podem não se envolver nas tarefas sugeridas, por isso modelagem depende do interesse deles pela atividade.

O único planejamento que essa atividade me permite é listar o tipo de tarefa que os alunos precisarão realizar. Ou seja, eu não sei o que vai acontecer. Não sei quais questionamentos os alunos vão fazer. Por esse motivo preciso conhecer bem sobre o que irão trabalhar para poder auxiliá-los da melhor forma. Sendo assim, preciso aprender a não querer ter sempre a resposta na ponta da língua. O aluno por sua vez também quer a resposta na hora. Ele não quer levar a dúvida para casa. Eu não vejo problema nenhum em não saber a resposta, ao contrário, acho ótimo quando recebo uma pergunta que irá exigir uma pesquisa ou aprofundamento em determinado assunto, pois assim estarei aprendendo juntamente com o aluno.

3. PROJETO DE ENSINO COM MODELAGEM

Esse projeto foi desenvolvido em um curso Pré-Vestibular, tendo quatro encontros de duas horas e trinta minutos cada. Separei os acontecimentos de cada aula e os detalho neste capítulo. O projeto contou com a inscrição de vinte e cinco alunos. Sendo que no primeiro encontro estavam presentes vinte alunos, no segundo haviam dez alunos, no terceiro já passou para cinco alunos. Na última aula tinham apenas dois alunos. Esses por sinal, não só foram os únicos com presença em todas as atividades, como também participaram das atividades de dois grupos. Vejo dois motivos para a redução do quorum: i) Evasão natural dos alunos em projetos de extensão. ii) Apenas um grupo precisou de todas as aulas para desenvolver as atividades.

Quatro grupos se formaram, porém apenas dois concluíram as atividades. Detalho nesse trabalho, as atividades do grupo que trabalhou as questões referentes ao Lago Guaíba. Fiz um resumo das atividades do grupo que escolheu trabalhar questões sobre preços de uma cesta básica, no município de Porto Alegre.

AULA 01

Nesse encontro, expliquei aos alunos como se dariam as atividades. Informei-os que ficariam livres para desenvolver as atividades, primeiramente, fazendo questões quaisquer sobre determinado assunto. Após, escolhendo quais destas eram mais relevantes e, sendo necessário, durante as atividades criando novos questionamentos. Falei aos alunos que poderiam, se quisessem, escolher um tema diferente para realizar as atividades, portanto eles estavam totalmente livres para realizar as atividades.

Para esse projeto levei situações-problema de outras áreas e passei para que os alunos lessem e escolhessem qual situação trabalhariam[3]. Os temas foram: i) Estatísticas do GRENAL. ii) Preços de produtos de uma cesta básica em Porto Alegre, segundo o DIEESE. iii) Acidentes do Estado de São Paulo. iv) Receitas culinárias. v) Alimentação do brasileiro. vi) Fontes de água. vii) Nível do Lago Guaíba. Após isso, separei os alunos em grupos de acordo com as suas escolhas. Os alunos fizeram os questionamentos sobre o problema escolhido. Ou seja, levantaram questões que despertaram sua curiosidade. Além de coletar os

[3] Os temas estão detalhados nos anexos.

dados necessários para responder os questionamentos. Segundo Barbosa (2001), esse é o caso 3 de Modelagem. A seguir apresento o projeto no qual atuo como professor desde 2009, local onde essa experiência com Modelagem ocorreu.

Projeto Educacional Alternativa Cidadã - PEAC

O PEAC, segundo José Humberto Martins Borges (2010), atual coordenador, é um curso pré-vestibular voltado a pessoas de baixa renda, que nasceu do pré-vestibular Zumbi dos Palmares, no ano de 2000. Nesse ano a seleção dos alunos no Zumbi dos Palmares, que foi feita através de entrevistas com os candidatos, contou com mais de 140 aptos a frequentarem o curso, pelo critério de baixa renda. Contudo havia apenas 40 vagas, ficando em torno de 100 alunos sem a oportunidade de estudar no núcleo da cidade de Viamão do Zumbi dos Palmares. Por isso, surgiu a ideia de encontrar outro espaço para uma nova turma. O Instituto de Física da UFRGS apoiou o projeto disponibilizando uma sala de aula, no Campus do Vale. Nessa sala, no dia 4 de abril de 2000, acontecia a aula inaugural que contou com 80 alunos. Eis o momento em que o PEAC nascia.

Borges (2010), conta ainda que o Alternativa Cidadã começou sem nenhum vínculo oficial com a UFRGS, ficando assim até o ano de 2005, quando surgiu a demanda de oportunizar aos alunos a confecção de carteira escolar, com o objetivo de pagar a metade do valor da passagem. Registrou-se então, no ano de 2005, o PEAC, como projeto de extensão. Tendo conseguido exercer o direito dos alunos de fazerem a sua carteira escolar somente no ano de 2007.

O PEAC é um curso que conta com mais de 50 voluntários, entre graduandos e pós-graduandos da UFRGS, tendo três grandes objetivos: i) dar a chance aos alunos, da comunidade de baixa renda, de ingressar no Ensino Superior via ENEM, com bolsa integral do PROUNI, ou via vestibular da UFRGS. ii) tornar a Universidade Pública cada vez mais popular, democratizando assim o acesso à Universidade Pública. iii) criar um ambiente de aprendizagem não somente para o aluno, mas também para o professor, ou seja, o PEAC é também um formador de professores.

Atualmente o Alternativa Cidadã dispõe de quatro salas de aula no Instituto de Letras da UFRGS. O curso oferece três turmas, sendo aproximadamente 200 vagas. Em 2011 o Alternativa Cidadã recebeu em torno 600 inscrições e a expectativa para o próximo ano é que aumente o número de inscrições. Maiores informações podem ser obtidas no site: http://alternativacidada.blogspot.com/.

Infelizmente a evasão é alta, por isso ao longo do ano quase todos os alunos são chamados. Essa ocorre devido ao perfil dos alunos selecionados que em sua maioria são adultos, trabalhadores e alguns que estão sem estudar a algum tempo. O índice de aprovação do curso fica em torno de 40 % dos 200 que ficam até o final e efetivamente concorrem a uma vaga na Universidade. Para mim esse índice é motivo de orgulho. Porque conseguimos ver a evolução dos alunos. Alguns conseguem a vaga no primeiro vestibular, alguns no segundo, terceiro ou quarto. Por isso, sempre que podemos, tentamos motivar nossos alunos, a não desistirem do seu sonho de ingressar na Universidade. A maioria dos alunos é o primeiro na família a obter tal vaga, além disso, alguns alunos regressam para ajudar. Eu, por exemplo, fui aluno do curso Pré-Vestibular Popular cujo site com as informações sobre o curso é: http://pvp.ongep.org/. Não retornei ao Popular, porque na época em que pude, havia muitos professores de Matemática no curso. Por isso procurei o Alternativa Cidadã, que estava precisando de professor de Matemática. Sendo possível, no futuro pretendo também retornar ao Popular para ajudar o curso que me ajudou.

Foi no PEAC que eu me senti realmente professor. Antes, já havia cursado disciplinas de laboratório de ensino, nas quais eu comecei a aprender planejamento e execução de aulas. Mas ainda me via e me viam como um estagiário, como um aluno e não como um professor. Não me envergonho de dizer que entrei para o projeto também com o interesse de adquirir créditos complementares, que são importantes para minha formação. Entretanto, posso dizer com orgulho que finalizei o curso de graduação com créditos sobrando, e ainda estou aqui, não tendo a intenção de me desligar do projeto o qual me identifiquei. No PEAC tenho a chance de devolver à sociedade aquilo que me oportunizaram: estudar em uma Universidade Pública. Ou seja, não fico apenas refletindo o problema, mas posso agir sobre ele. Não adianta eu me conscientizar do problema e refletir sobre ele, é importante participar, para devolver à sociedade. Exatamente o que Freire (1987, p. 90) defende ao dizer "Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho na ação e reflexão."

Voltando a falar do projeto com Modelagem, no primeiro encontro duas alunas que esperavam uma aula em que o aluno é agente passivo na aprendizagem, ou seja, apenas copia o que o professor fala e escreve no quadro, não ficaram na sala. Questionei-as do porquê de sua saída e me responderam que esperavam que as aulas extras, na forma de projeto de ensino, seriam aulas com muitos exercícios, na qual poderiam praticar a matemática. As aulas com Modelagem podem ter muitos problemas. Porém não é o professor que leva uma lista, resolve o primeiro e solicita para que os alunos resolvam os demais, como acontece no método tradicional. Nesse tipo de atividade os problemas surgem de acordo com o que o aluno está interessado em trabalhar. E mais, os problemas não serão necessariamente de apenas uma parte do conteúdo. Certamente o professor precisará abordar conteúdos que não esperava que fossem abordados, mas tudo depende de para onde o aluno quer ir. Ou para onde o professor quiser levar. Essa é mais uma diferença entre o ensino com uso de Modelagem e o método tradicional de ensino.

Na primeira aula, os alunos do grupo 1 e do grupo 2 fizeram as questões que estão abaixo. O questionário feito pelos outros grupos está nos anexos. Os questionamentos estão exatamente como os alunos escreveram. Nessa aula, os alunos ficaram com apenas uma atividade: realizar os questionamentos sobre o assunto escolhido.

Questionamentos – Grupo 1 – Nível do Lago Guaíba

1) Quanto de terra emerge quando o nível do Lago Guaíba baixa 1,5m?
2) Quanto tempo demoraria para o lago chegar a 1m?
3) Qual o volume de água perdido com a diminuição do nível?
4) Segundo a tabela, quais respectivamente, os três meses que mais há precipitação de chuva na região metropolitana? E quais os que há menos?
5) Qual a média anual de chuva do Lago Guaíba?
6) Se chovesse apenas nos afluentes do Lago Guaíba, de quanto seria o aumento, ou diminuição pluviométrico do Lago Guaíba?
7) Sabendo que o Lago Guaíba foi medido às 12h do dia 13 de agosto. Quantos centímetros ele diminuiu até às 16h do dia 16 de agosto?
8) No que influencia o vento em relação a diminuição da água?
9) O vento aumentou a área do Lago Guaíba?
10) Quanto de água é consumido no Lago Guaíba por dia?
11) Qual a porcentagem de poluição da água do Lago Guaíba?
12) Quais as estimativas de melhora do Lago Guaíba com o novo sistema de tratamento de esgoto?
13) Existe outra cidade que tenha um Lago com uma qualidade superior ao do Guaíba, do qual podemos nos basear?

14) Quanto o DEMAE retira de água do Lago Guaíba, em litros?
15) Quanto o DEMAE despeja, em litros, de resíduo no Guaíba?
16) Como é possível analisar a quantia de água que cai no Guaíba?
17) Como funciona o saneamento das ilhas do Guaíba?
18) Quantas estações pluviométricas existem na cidade?

Questionamentos – Grupo 2 – Cesta básica em Porto Alegre

1) Quantas horas e dias são trabalhados por semana para a compra da cesta?
2) Qual é o total do salário desse trabalhador?
3) Quanto que sobra para esse trabalhador, tirando o dinheiro que gasta com a cesta básica?
4) Se ele trabalhasse cinco dias por semana e oito horas por dia, quanto tempo ele teria que trabalhar para pagar a cesta?
5) Qual seria a variação mensal?
6) Quanto ele ganha por ano?
7) Quanto ele gasta em cestas básicas por ano?
8) Quanto ele tem que trabalhar ao ano para pagar as cestas?
9) Quanto custa o quilo de cada alimento?
10) Quanto ele gasta por ano com cada item?
11) Qual a média nacional da cesta básica?
12) Qual a cesta básica mais barata? E qual a mais cara?

Resumo das atividades do grupo 2

O grupo 2, desenvolveu bem as atividades, conseguindo responder a maioria das questões propostas por eles. Porém, após responderem as questões, ficou uma dúvida que foi a pergunta suleadora[4] da pesquisa desse grupo: Será que essa cesta é suficiente para alimentar uma família de, por exemplo, três pessoas?

Os alunos precisaram usar apenas razão e proporção, pois na tabela que está nos anexos, constavam as quantidades de cada item de uma cesta básica, o valor de cada item em

[4] Utilizo questão suleadora para desconstruir a conotação do termo nortear e marcar a região, já que estamos no sul do Brasil que é um país da América do sul. Com isso vou ao encontro de como Paulo Freire (1997) refere-se a esse termo. Segundo ele é preciso sulear a educação.

julho de 2010 e julho de 2011 e quantas horas eram necessárias trabalhar para conseguir comprar determinado item.

Para responder a questão suleadora, esse grupo montou algumas das refeições possíveis. Por exemplo: Feijão, arroz, carne, batata e banana. Os alunos analisaram as quantidades que tinha em uma cesta para fazer as porções. No caso da carne, segundo o DIEESE são 6,6 kg, que devem ser divididos em cento e oitenta refeições mensais, já que são duas refeições desse tipo por dia para três pessoas. Os alunos pesquisaram no site da ANVISA a quantidade de calorias diárias que um homem, uma mulher e um adolescente necessitam para sobreviver. A conclusão foi de que uma cesta básica não é suficiente para alimentar uma família com três pessoas.

AULA 02

Os alunos do grupo 1 reclamaram que não conseguiriam levantar todas as informações. Sugeri que escolhessem algumas para trabalhar e se necessário criar novas. Questionaram-me quais seriam as melhores. Respondi que dependia do interesse deles, ou seja, o que mais despertava a curiosidade deles. O que mais os intrigava. O que era mais importante para eles. Escolheram trabalhar a questão do consumo de água e como isso afeta o volume do Lago Guaíba. A partir daí selecionaram questões e criaram novas, para trabalhar os conceitos matemáticos envolvidos, e formularam a questão suleadora. Já que os alunos queriam descobrir o volume do Lago, pensaram em questionamentos novos, necessários para a conclusão das atividades. Como nessa aula os alunos precisavam de conhecimentos de cálculo de volume, aproveitei para expor os problemas para a turma e resolvemos em conjunto. Segue abaixo as oito questões que resolvemos nesse encontro.

1) Qual a média anual de chuva do Lago Guaíba?

Essa questão os alunos conseguiram resolver facilmente, pois eles tinham os dados mensais da quantidade de chuva sobre o Lago Guaíba, então eles fizeram a média dos valores.

2) Qual é a profundidade média do Lago Guaíba?

Segundo o site: http://pt.wikipedia.org/wiki/Lago_Gua%C3%ADba, a profundidade média do Lago é de três metros.

3) Qual é o volume do Lago Guaíba?

Para responder essa questão utilizamos duas informações: a pesquisa de que profundidade média do lago é de 3 m, e o fato de que a área do Lago é de aproximadamente 500 km^2. Perguntei para os alunos qual o tipo de sólido seria o Lago. A resposta foi de que são vários sólidos ou um sólido deformado, sendo assim não temos como definir. Eu perguntei como seriam os vários sólidos que formam o Lago. A resposta foi: vários prismas. Então um aluno perguntou: professor se a profundidade média do Lago é 3 m, podemos dizer que o Lago é um prisma de 3 m de altura? Perguntei o que ele achava. E me respondeu: não sei. Então questionei a todos o que é um prisma? Como não sabiam apresentei para eles a definição de um prisma.

Dados dois planos quaisquer paralelos e diferentes. Se considerarmos uma região poligonal qualquer contida em um dos planos, teremos um prisma ao traçar infinitas retas paralelas que interceptem a poligonal. O sólido formado pela região entre os dois planos e as retas é o que chamamos de prisma que pode ser reto ou obliquo. Sendo reto se as retas forem perpendiculares aos planos.

Pelas situações-problema que levei, eu pensei que cálculo de volume seria uma possibilidade de investigação para os alunos, mas não houve uma preparação e planejamento para a aula, pelo menos não como seria um planejamento tradicional. Nesse, é imprescindível a resolução de problemas. Meu objetivo nessa aula foi auxiliar os alunos a filtrar os questionamentos, escolhendo aqueles de seu interesse. Somente abordei volume de prismas porque os alunos foram nessa direção. Não saber o que iria acontecer me deixou, no inicio da prática com Modelagem, ansioso e amedrontado. Sabe aquele friozinho na barriga que sentimos antes de algum evento importante? Ele estava presente. Eu me perguntava o que aconteceria se os alunos não aceitassem o convite para trabalhar com Modelagem. Toda essa tensão passava após iniciar a prática.

Alguns fatores influenciaram positivamente o projeto: participaram do projeto alunos que eu conhecia, pois sou professor de alguns e fui professor de outros, isso, com certeza ajudou; Eu já estava acostumado a trabalhar com alunos, já que atuo como professor a mais de dois anos; Eu utilizei a Modelagem como método de ensino apenas no final do curso, quando já tinha experiência na prática docente e uma boa bagagem de conteúdos de Matemática. Portanto, eu estava mais bem capacitado a responder as dúvidas, traçar estratégias e auxiliar os alunos da melhor maneira possível.

Não estou querendo dizer que o momento certo para usar Modelagem é no final do curso, quando o professor já está mais maduro. Mas que, para mim, teve forte influência. Acredito que se houvesse uma disciplina no currículo do curso de Licenciatura em Matemática que trabalhasse Modelagem eu teria me decidido por esse método antes, além de estar mais preparado para o projeto.

Voltando a falar sobre o problema do grupo 1, eu disse para os alunos que apesar de o Lago não se encaixar na definição de prisma, calcularíamos seu volume da mesma forma, obtendo assim uma aproximação do volume do Lago. Sendo assim o Volume V do Lago seria dado por: $Vlago = \acute{A}rea\ do\ Lago\ x\ profundidade\ média\ do\ Lago$, portanto $Vlago = 500\ km^2 x\ 3\ m.$ Nesse momento alguns alunos se deram conta e falaram que antes de efetuarmos esse produto, precisaríamos igualar as unidades. Eu perguntei o que era melhor, deixarmos tudo em quilômetros, deixarmos tudo em metros, ou deixar em outra unidade qualquer. Como os alunos estão acostumados com questões que possuem apenas uma solução correta, a resposta foi: depende da pergunta, ou seja, quem formulou a questão deveria informar a unidade desejada. Ou poderíamos analisar as alternativas para ver qual unidade esperada. Dada a situação sugeri que calculássemos em m^3, km^3 e litros. Pedi para que os alunos fizessem os cálculos. Todos calcularam usando regra de três, porém alguns erraram na transformação, ao fazer da seguinte maneira: Transformando 500 km^2 em m^2: Se 1 km = 1000 m, então 500 km^2 = 500.000 m. Expliquei então que eu não uso regra de três para transformar unidades, pois prefiro, para evitar erros, usar a substituição das unidades. Nesse caso eu mostrei para os alunos a seguinte forma de transformação de unidade: Transformando 500 km^2 em m^2: Se 1 km = 1000 m, então 500 km^2 = 500 $(1000\ m)^2$, portanto 500 km^2 = 500.10^6 m^2. Dessa maneira o volume V do Lago seria dado por:

$$Vlago = 500.10^6 m^2\ x\ 3m = aproximadamente\ 1.500.10^6\ m^3, ou\ 1{,}5.10^9 m^3.$$

Nesse momento perguntei aos alunos como faria para saber o volume V do lago em km^3. A resposta foi: precisamos transformar $1{,}5.10^9 m^3$ em km^3. Para isso fazemos da seguinte maneira: 1 km^3 = $(1000\ m)^3$ = $10^9 m^3$, portanto podemos dizer que o volume V do Lago vale Vlago = 1,5 km^3. Perguntei então se haveria outro jeito de calcularmos o volume em km^3. A resposta foi: podemos transformar a profundidade do Lago de metros para quilômetros. Transformando 3 m em km: Se 1.000 m = 1 km, então 3 m = 0,003 km. Sendo assim V = 500 km^2 x 0,003 km, portanto Vlago = 1,5 km^3.

Os alunos perguntaram se podiam calcular o volume em litros. Questionei se sabiam qual a unidade de volume no SI[5]. A resposta foi: metros cúbicos. Então se queremos medir o volume em litros, precisamos relacionar essas unidades. Ou seja, precisamos nos perguntar quantos litros cabem em um cubo de 1 m^3. Perguntei aos alunos se sabiam como relacionar essas unidades. Responderam que cada 1000 cm^3 equivalem a 1 litro. Caso os alunos não soubessem essa relação poderia ter feito a experiência com os alunos, levando recipientes com marcações em mililitros e cubos. Através dessa experiência poderíamos ver que quando mergulhamos um cubo de 8 cm^3, por exemplo, o volume de água no recipiente aumenta aproximadamente, 8 ml. Quantos cubos de 8 cm^3, precisamos para obter um cubo de 1 m^3? Unidade que gostaríamos de representar o volume.

$$1\ m = 100cm, então\ 1\ m^3 = 1(100\ cm)^3 = 10^6\ cm^3$$

Portanto teríamos:

$$\frac{10^6 cm^3}{8\ cm^3} = 12.500\ cubos$$

Se cada cubo equivale a aproximadamente 8 ml, então 12.500 cubos equivalem a 1000 litros. Portanto, temos a equivalência 1 m^3 ~ 1000 litros.

Como temos $Vlago = 1{,}5.10^9\ m^3 = 1{,}5.10^9.10^3 litros = 1{,}5.10^{12}\ litros$

4) Quanto de água é consumido no Lago Guaíba?

Segundo o site da prefeitura de Porto Alegre, a quantidade de água consumida, por todos os habitantes, é de aproximadamente dois milhões de litros por segundo.

5) Qual o volume de água perdido com a diminuição do nível?

Perguntei aos alunos como poderíamos descobrir o volume de água perdido pelo Lago. Reponderam que novamente poderíamos aproximar o volume de um prisma com área de 500 km^2 e altura de 58 cm. Portanto, o volume de água perdida seria dado por $V = 500km^2 x\ 58cm$. De maneira análoga temos que V= 0,29 Km^3 ou V = $2{,}9.10^8 m^3$.

6) Segundo a tabela abaixo, quais respectivamente, os três meses que mais há precipitação de chuva na região metropolitana? E quais os que há menos?

[5] Sistema Internacional de unidades.

	NMG(m)	PPM (mm)
Janeiro	**0,47**	**100.1**
Fevereiro	**0,5**	**108.6**
Março	**0,53**	**104.4**
Abril	**0,8**	**86.1**
Maio	**0,87**	**94.6**
Junho	**1,02**	**132.7**
Julho	**0,98**	**121.7**
Agosto	**0,97**	**140.0**
Setembro	**0,96**	**139.5**
Outubro	**0,97**	**114.3**
Novembro	**0,72**	**104.2**
Dezembro	**0,58**	**101.2**
NMG	Fonte:	DNAE
PPM	Fonte:	8º DISME

Tabela 01 – Precipitação e nível do Lago Guaíba

– NMG (m) é o Nível Médio do Guaíba, medido em metros.

– PPM (mm) é a Precipitação Pluviométrica Média, medida em milímetros por metro quadrado.

Responderam facilmente, já que só era necessário analisar a tabela dada. Meses com maior precipitação: agosto, setembro e junho, respectivamente. Meses com menor precipitação: abril, maio e janeiro, respectivamente.

7) Sabendo que o Lago Guaíba foi medido às 12h do dia 13 de agosto. Quantos centímetros ele diminuiu até às 16h do dia 16 de agosto?

Essa questão os alunos também resolveram facilmente, pois os dados estavam no texto que foi passado para os alunos. No texto havia a informação de que o Lago estava com 2,08 m de altura no dia 13/08 enquanto que no dia 16/08 estava com 1,50 m, portanto a redução foi de 0,58 m ou 58 cm.

8) Quanto tempo demoraria para o lago chegar a 1m?

Os alunos perguntaram se poderíamos supor que a redução do volume do Lago fosse linear, ou seja, a cada dia o Lago teria uma redução fixa. Avisei-os que se quisessem fazer dessa forma, poderiam, mas perguntei o que seria necessário para que isso ocorresse. Eles perceberam que para isso deveria ser constante a quantidade de chuva, por exemplo, além dos outros fatores que influenciam no volume do Lago.

O volume do Lago teve uma redução de 0,58 m em três dias e quatro horas, então a pergunta a se fazer é: Em quanto tempo ele reduziria 0,5 m?

$$0{,}58\ m \rightarrow 3\ dias\ e\ 4\ horas = 76\ horas$$

$$0{,}5\ m \rightarrow x\ dias$$

$$x = \frac{76.0{,}5}{0{,}58} \sim 65{,}52\ horas$$

Perguntei para eles qual seria a data e hora que o Lago estaria com nível de 1 m? Um aluno fez da seguinte forma: 1 dia tem 24 horas, então 2 dias tem 48 horas, sendo assim, temos 65,52 – 48 = 17,52, portanto são 2 dias + 17,52 horas. Ou seja, 2 dias + 17 horas + 0,52 horas. Para descobrirmos o horário precisamos transformar 0,52 horas em minutos: 0,52x60 minutos = 31,2 minutos. Nesse caso ficamos com 2 dias + 17 horas + 31 minutos + 0,2 minutos. Portanto o tempo para o Lago chegar a um metro de altura é de 2 dias + 17 horas + 31 minutos + 12 segundos.

Questionei a todos qual seria a data exata do momento em que o Lago chegaria ao nível de 1 m. Alguns responderam dia 18/08. Porém o mesmo aluno que apresentou a solução acima notou que se passaram 2 dias e 17 horas contando a partir das 16 horas do dia 16/08. Ele ainda falou que a data seria 18/08 se a referência fosse no máximo 6 horas e alguns minutos. O horário correto é 9 horas, 31 minutos e 12 segundos do dia 19/08.

Outro aluno fez da seguinte forma:

$$1\ dia \rightarrow 24\ horas$$

$$x\ dias \rightarrow 65{,}52\ horas$$

$$x = \frac{65{,}52}{24} dias = 2{,}73\ dias = 2\ dias + 0{,}73\ dias$$

$$1\ dia \rightarrow 24\ horas$$

$$0{,}73\ dias \rightarrow x\ horas$$

$$x = 0{,}73.24\ horas = 17{,}52\ horas = 17\ horas + 0{,}52\ horas$$

Continuou usando razão e proporção até chegar aos mesmos 2 dias + 17 horas + 31 minutos + 12 segundos.

Teve ainda os que pensaram que 65,52 horas eram o mesmo que 65 horas + 52 minutos.

AULA 03

Nessa a aula os alunos se preocuparam em responder uma questão sobre o Lago Guaíba, que foi a pergunta suleadora do grupo. Essa, é uma das que não fazia parte das primeiras perguntas feitas pelo grupo.

9) Como saber qual é o volume do Lago?

Para auxiliar os alunos a responder essa questão, eu fiz a seguinte pergunta: o que influencia no aumento ou redução do volume do Lago? As respostas foram: quantidade de chuva, consumo, quanto retorna das casas para o Lago, o volume do Lago no momento. Conforme os alunos iam falando, os fatores que influenciavam na quantidade de água do Lago, eu ia escrevendo no quadro:

$$V = Vlago + Vchuva - Vconsumo + Vretorna$$

$Vlago$ é a quantidade de água que há no Lago no final do mês anterior.

Eu sabia que estava faltando algo, mas deixei que os alunos resolvessem dessa maneira, para que eles também percebessem. Como já tínhamos o volume do Lago, então os alunos calcularam o volume da chuva. Para isso escolheram o mês de janeiro que segundo a tabela tinha uma precipitação pluviométrica média de 100,1 mm. Portanto, para calcular o volume de chuva os alunos fizeram o seguinte cálculo:

$$Vchuva = Área\ do\ Lago\ x\ medida\ da\ precipitação\ pluviométrica$$

Antes de fazer o cálculo, os alunos precisavam entender como se mede a precipitação pluviométrica. Perguntei se alguém sabia e um aluno respondeu que a unidade correta é 100,1 mm x m^2, ou seja, a cada metro quadrado sobre o Lago Guaíba, tinha uma precipitação de 100,1 mm, portanto o volume da chuva é dado por:

$$Vchuva = 500\ km^2 x 100{,}1\ mm$$

Nesse caso temos que:

$$Vchuva = 0{,}5x10^9 m^2 x 0{,}1001\ m$$

$$Vchuva = 0{,}05005\ x\ 10^9 m^3\ ou\ 0{,}05005\ km^3$$

Os alunos pesquisaram que o consumo mensal de água que sai do Guaíba, segundo o site da Prefeitura Municipal de Porto Alegre era de dois milhões de litros por segundo, então precisavam converter a unidade. Os alunos perceberam a necessidade de conversão de unidades, sozinhos, no entanto, ficaram com a seguinte dúvida: como associar a vazão dada em litros/segundo com o volume, seja em litros, metros cúbicos ou quilômetros cúbicos. Perguntei como eles fizeram para calcular o volume da chuva e a resposta foi: baseando-se na tabela da precipitação pluviométrica média. Eu questionei: como essa média era feita. E responderam que era baseada na quantidade de chuva de determinado mês. Então um aluno falou: ah! professor, então foram 100,1 mm por mês. Portanto, para igualar as unidades precisamos transformar litros por segundo em litros por mês. Após isso transformar para metro cúbico ou quilômetro cúbico. Isso porque estamos trabalhando com essas unidades, pois poderíamos usar litros se assim quiséssemos. Pedi para que eles transformassem litros por segundo para litros por mês.

Se a cada segundo sai dois milhões de litro, então a cada hora sai 3600 x 2000.000 de litros, consequentemente em um mês sai: 2000.000 x 3600 x 24 x 30 litros. Logo, a quantidade de água que é usada para consumo é de: 5184 x 10^9 litros. Como a cada 1000 litros temos 1 m^3, então a vazão do Lago é de: 5,184 x 10^9 metros cúbicos, ou 5,184 km^3.

Inferimos que deve retornar em torno de 80% da água para o Lago via a rede de esgotos. Nesse caso o volume da água que retorna é dado por: 1.600.000 x 3.600 x 24 x 30 litros. Sendo assim, $Vretorna = 4,1472\ km^3$. Portanto, podemos escrever o volume do Lago como:

$$V = Vlago + Vchuva - Vconsumo + Vretorna$$

$$V = 1{,}5\ km^3 + 0{,}05005\ km^3 - 5{,}184 km^3 + 4{,}1472\ km^3 = 0{,}51325\ km^3$$

Os alunos perceberam que em um mês a quantidade de água que sai do Lago Guaíba é dada pela diferença entre o que sai e o que retorna para o Lago, via a rede de esgoto. Portanto, podemos escrever que o volume da água que sai mensalmente é 5, 184 km^3 – 4,1472 km^3 = 1,0368 km^3. Notaram ainda que se a quantidade de água que sai do Lago é dada por $Vsai = 1,0368\ km^3$, podemos reescrever o volume da seguinte forma:

$V = Vlago + Vchuva - Vsai$, portanto

$V = 1{,}5\ km^3 + 0{,}05005\ km^3 - 1{,}0368\ km^3$

$V = 0{,}51325\ km^3$

Um aluno falou que tinha algo errado, pois se estivesse certo, o Lago já estaria vazio, visto que a quantidade que sai é maior do que a que entra. Perguntei para os alunos se havia outro jeito de encher o Lago, além da chuva que cai sobre ele. Outro aluno disse ser possível pelos rios. Nesse momento, escrevi então a seguinte equação para o volume do Lago:

$$V = Vlago + Vchuva - Vsai + Vrios$$

Perguntei se era possível determinarmos a vazão mensal média dos rios para o Lago. A reposta foi que não havia como, pois estamos com duas variáveis, sendo elas $Vrios\ e\ V$. Questionei o que seria cada uma das variáveis em nossa equação, começando de trás pra frente, ou seja, comecei perguntando o que seria a variável $Vrios$ e por último o que seria a variável V. A última resposta foi: o volume do lago em determinado mês. Os alunos perceberam que tínhamos o nível do Lago por mês, portanto seria possível descobrir o volume do Lago. Porém precisaram de minha ajuda para, a partir do nível do Lago, deduzir o seu volume. Segundo o DMAE, no mês de janeiro o nível médio tinha reduzido em um metro e cinqüenta e três centímetros. Portanto, a altura média do Lago passou a ser de um metro e quarenta e sete centímetros, já que a redução é igual em todos os pontos do Lago e a régua usada para medir o nível tinha dois metros de comprimento. Ou seja, para calcularmos a altura média do Lago em cada mês fizemos o seguinte cálculo:

$$altura\ média(mês) = altura\ média - \left(nível\ do\ Lago - nível\ do\ Lago(mês)\right)$$

$$altura\ média(jan) = 3 - (2 - 0{,}47) = 1 + 0{,}47 = 1 + nível\ do\ Lago = 1{,}47\ m$$

$$V = 500km^2\ x\ 1{,}47\ m = 500km^2\ x\ 0{,}00147 \rightarrow V = 0{,}735\ km^3$$

Agora podemos calcular a quantidade de água vinda dos rios para o Lago.

$$Vrios = V - Vlago - Vchuva + Vsai$$

$$Vrios = 0{,}735\ km^3 - 1{,}5\ km^3 - 0{,}05005\ km^3 + 1{,}0368km^3$$

$$Vrios = 0{,}22175\ km^3$$

Pensamos que essa quantidade de água vinda dos rios era baixa, então calculamos o volume dos rios em todos os meses, conforme tabela abaixo.

As duas primeiras colunas foram extraídas da tabela que se encontra na questão 6. O cálculo da altura média foi apresentado acima. A coluna V(mês) representa o volume do Lago em determinado mês, e ele varia de acordo com a quantidade de chuva. O calculo foi feito usando a área do Lago e sua altura média. O volume das chuvas foi calculado se baseando na precipitação de chuva de determinado mês. A coluna V(rios) é a diferença entre o volume no mês e o volume que saiu.

Mês	NMG(m)	PPM(mm)	altura média	V(mês)	Vlago	Vchuva	Vsai	Vrios
Jan	0,47	100,1	1,47	0,735	1,5	0,05005	1,0368	0,22175
Fev	0,5	108,6	1,5	0,75	0,735	0,0543	1,0368	0,9975
Mar	0,53	104,4	1,53	0,765	0,75	0,0522	1,0368	0,9996
Abr	0,8	86,1	1,8	0,9	0,765	0,04305	1,0368	1,12875
Mai	0,87	94,6	1,87	0,935	0,9	0,0473	1,0368	1,0245
Jun	1,02	132,7	2,02	1,01	0,935	0,06635	1,0368	1,04545
Jul	0,98	121,7	1,98	0,99	1,01	0,06085	1,0368	0,95595
Ago	0,97	140	1,97	0,985	0,99	0,07	1,0368	0,9618
Set	0,96	139,5	1,96	0,98	0,985	0,06975	1,0368	0,96205
Out	0,97	114,3	1,97	0,985	0,98	0,05715	1,0368	0,98465
Nov	0,72	104,2	1,72	0,86	0,985	0,0521	1,0368	0,8597
Dez	0,58	101,2	1,58	0,79	0,86	0,0506	1,0368	0,9162

Tabela 02 – Cálculo do volume da água que vem dos rios.

Antes de montarmos a tabela, perguntei aos alunos, como eles achavam que seria o resultado para o volume dos rios. Responderam que deveria ser constante, ou próximo disso. Já que o canal entre o Lago e os rios não muda. É como se tivéssemos um grande cano entre os rios e o Lago. Perguntei se sabiam o porquê do volume dos rios, no mês de janeiro, ter ficado tão abaixo da média. Como não identificaram, eu perguntei qual era a média do volume do Lago.

$$Vlago_{medio} = \frac{[Vlago(jan) + Vlago(fev) + \cdots + Vlago(dez)]}{12}$$

$$Vlago_{medio} = 0{,}95\ km^3$$

Eles disseram que o fator determinante foi o fato de escolhermos como volume inicial para o Lago o valor Vlago = 1,5 km^3, que seria valor para quando o Lago estivesse com a capacidade de 100 %. Sendo que a média dos outros meses estava abaixo de um quilômetro cúbico. Perguntei se seria possível que em cada mês a quantidade de água vinda dos rios poderia mudar. A resposta foi que sim, pois pode ter algum tipo de entulho ou planta aquática que impeça a passagem da água em alguns meses. Perguntei como seria a altura média e consequentemente o volume do Lago, se os rios despejassem a mesma quantidade de água no

Lago. A resposta foi: não sabemos professor. Pedi para que eles fizessem em casa a mesma tabela, porém colocando na coluna Vrio a média do volume que entrava no Lago através dos rios.

$$Vrio_{medio} = \frac{[Vrio(jan) + Vrio(fev) + \cdots + Vrio(dez)]}{12}$$

$$Vrio_{medio} = \ 0{,}98\ km^3$$

$$Vsai = 1{,}0368$$

$$Vchuva = depende\ do\ mês, seguimos\ a\ tabela.$$

$$Vlago(jan) = 0{,}79\ km^3$$

$$Vlago(fev) = V(jan)$$

$$Vlago(mês) = V(mes - 1)$$

Ou seja, o volume do Lago em cada mês é o volume do mês anterior. Para calcular o volume do mês é necessário fazer o mesmo cálculo visto anteriormente:

$$V(mês) = Vlago(mês) + Vchuva(mês) - Vsai(mês) + Vrio(mês)$$

Dessa forma o nível médio do Lago seria diferente, consequentemente a altura média. Para calcular a altura foi feito o seguinte cálculo:

$$Vlago(mês) = altura\ média(mês)\ x\ área\ do\ Lago$$

$$altura\ média(mês) = \frac{Vlago(mês)}{área\ do\ Lago} = \frac{Vlago(mês)}{500}$$

Por exemplo, no mês de janeiro, a altura média seria dada por:

$$altura\ média(jan) = \frac{0{,}78325}{500}$$

$$altura\ média\ (jan) = \ 0{,}0015665\ km = 1{,}5665\ m$$

Como $altura\ média(mês)\ = 1 + nível\ do\ Lago(mês)$, então para calcularmos o nível do Lago, usamos a diferença: $altura\ média - 1$. Por exemplo, $nível\ Lago(jan) = altura\ média(jan) - 1 = 1{,}5665 - 1 = 0{,}5665\ m$.

Mês	NMG(m)	PPM(mm)	altura média	V(mês)	Vlago	Vchuva	Vsai	Vrio
Jan/01	0,5665	100,1	1,5665	0,78325	0,79	0,05005	1,0368	0,98
Fev/01	0,5615	108,6	1,5615	0,78075	0,78325	0,0543	1,0368	0,98
Mar/01	0,5523	104,4	1,5523	0,77615	0,78075	0,0522	1,0368	0,98
Abr/01	0,5248	86,1	1,5248	0,7624	0,77615	0,04305	1,0368	0,98
Mai/01	0,5058	94,6	1,5058	0,7529	0,7624	0,0473	1,0368	0,98
Jun/01	0,5249	132,7	1,5249	0,76245	0,7529	0,06635	1,0368	0,98
Jul/01	0,533	121,7	1,533	0,7665	0,76245	0,06085	1,0368	0,98
Ago/01	0,5594	140	1,5594	0,7797	0,7665	0,07	1,0368	0,98
Set/01	0,5853	139,5	1,5853	0,79265	0,7797	0,06975	1,0368	0,98
Out/01	0,586	114,3	1,586	0,793	0,79265	0,05715	1,0368	0,98
Nov/01	0,5766	104,2	1,5766	0,7883	0,793	0,0521	1,0368	0,98
Dez/01	0,5642	101,2	1,5642	0,7821	0,7883	0,0506	1,0368	0,98

Tabela 03 – Cálculo do volume, altura média e nível do Lago Guaíba.

AULA 04

Pela tabela 03 construída na aula 03, notamos que o nível médio do Lago seria mais estável. Usando o Excel, fiz o seguinte gráfico, que relaciona o volume do Lago por mês, em três anos, e perguntei aos alunos se era possível determinarmos uma função para ele. Ou seja, existe uma função que tenha um gráfico igual ou parecido com o gráfico abaixo?

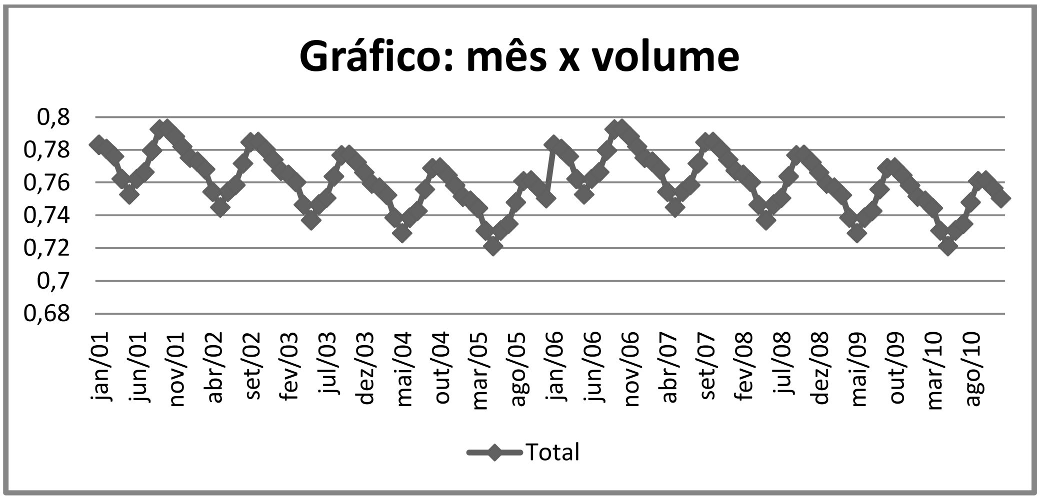

Gráfico 01 – Elaborado no Excel com base nos dados calculados da tabela 03

A reposta que foi dada é que não tinham idéia. Perguntei a eles quais funções conheciam. Disseram que tinha a função de primeiro grau, função de segundo grau, função polinomial, função exponencial, função logarítmica. Lembrei a eles que existia também a função trigonométrica. Além disso, falei para eles que as funções que eles chamaram de função de primeiro e segundo grau também são funções polinomiais. Voltei a perguntar se havia uma função ou funções que representariam o gráfico do volume do Lago. Responderam-me que poderiam ser varias retas que pareciam ser paralelas. Perguntei como fariam para, a partir do gráfico, determinar a função de uma reta. A resposta foi que precisavam achar o valor de “a” e o valor de “b”, sendo que o “b” é o ponto onde o gráfico corta o eixo y, resposta típica de quem está estudando para o Vestibular. Por que o gráfico da função de um polinômio de primeiro grau corta o eixo das ordenadas (“y”) em “b”?

Para ajudar os alunos na resposta desenhei o gráfico de uma reta qualquer no quadro e perguntei como desenhariam a reta se desconhecessem equação que a modela. Disseram que precisavam de pelo menos dois pontos para que assim pudessem determinar tanto o gráfico quanto a equação.

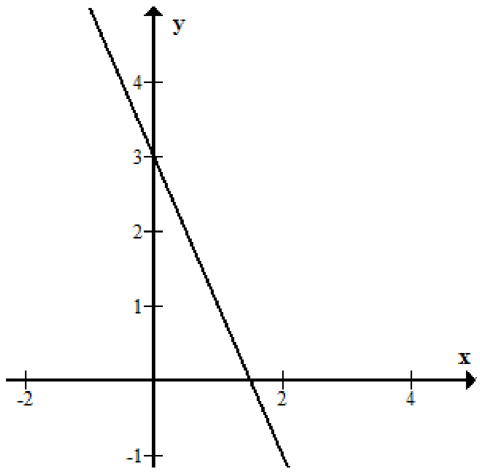

Gráfico 02 – utilizado no processo de aprendizagem do gráfico da função de um polinômio de primeiro grau.

Perguntei se pelo gráfico conseguiriam localizar um par ordenado que pertença à reta. Eles perceberam o ponto (0,3), ou seja, x=0 e y=3. Se a equação que modela uma reta é do tipo $f(x) = ax + b$, e certa reta passa pelo ponto (0,3), então substituímos os valores de x e y na equação.

$$f(x) = 3 => 3 = a.0 + b => b = 3$$

Nesse momento generalizei, perguntando qual o valor de x quando o gráfico corta o eixo y, responderam que x=0, portanto podemos reescrever $f(x) = y => y = a.0 + b => b = y$, por isso que o gráfico corta o eixo y em b.

Perguntei o que faríamos se não soubéssemos onde o gráfico corta o eixo y. Precisamos conhecer pelo menos dois pontos, foi a resposta. Depois é só substituir na equação f(x) = ax + b.

A partir do gráfico que relaciona o volume do Lago com o mês é possível determinar dois pontos de cada reta, e assim descobrir qual a equação que a modela. Após isso conseguimos saber qual será o volume do Lago sabendo apenas qual o período que estamos. A sazonalidade do volume ajuda na obtenção do modelo.

Abaixo segue como que dois alunos pensaram no modelo para o volume do Lago. Ambos pensaram em separar as retas crescentes das retas decrescentes. A diferença importante, no procedimento de cada, foi que um dos alunos pensou em fazer a média entre o coeficiente de declividade das crescentes e das decrescentes, enquanto que outro pensou separadamente, achando um coeficiente para as crescentes e outro para as decrescentes.

Para determinar as funções que modelam o volume do Lago uma aluna pensou da seguinte maneira:

Retas decrescentes:

1º ciclo: janeiro a maio do primeiro ano

Seja a função polinomial de primeiro grau dada por $V(x) = ax + b$, considerando a primeira vez que o mês de janeiro aparece como sendo o zero e sabendo que a cada seis meses há uma troca na declividade da reta. Se o volume do referido mês é V=0,78 km^3, podemos dizer que $V(0) = 0{,}78$, portanto $0{,}78 = a.0 + b$, sendo assim $b = 0{,}78$. Para determinar o valor de "a" usamos $y - yo = a(x - xo)$, portanto temos:

$$a = \frac{y - yo}{x - xo} => \frac{0{,}03}{5} = 0{,}006, então\ V(x) = -0{,}006x + 0{,}78$$

2º ciclo: novembro do primeiro ano a março do segundo ano

Considerando que a declividade da reta é constante, temos:

$V(x) = -0{,}006x + b => 0{,}78 = -0{,}006.10 + b => b = 0{,}84$, sendo assim obtemos a equação da função do segundo ciclo.

$V(x) = -0{,}006x + 0{,}84$, de forma geral obtemos a função dependendo de qual ciclo estamos nos referindo.

Se cada ciclo de retas decrescentes se repete a cada 10 meses, então a cada ciclo temos um aumento de 0,06 no ponto onde o gráfico corta o eixo das ordenadas, portanto aumentamos o valor de b na função $V(x) = ax + b$.

$$V(x) = -0{,}006x + 0{,}06(p - 1) + 0{,}78$$

Usamos $p - 1$, porque passamos a aumentar o valor de b em 0,06 a partir do segundo ciclo.

$$V(x) = -0{,}006x + 0{,}06p - 0{,}06 + 0{,}78$$

$$V(x) = -0{,}006x + 0{,}06p + 0{,}72$$

$V(x) = -0{,}006(x - 10p) + 0{,}72$ (multiplicando por 1000, obtemos)

$$1000V(x) = -6(x - 10p) + 720$$

Representando o volume do Lago pela letra y, obtemos a equação geral da reta:

$$1000y = -6(x - 10p) + 720$$

$$6(x - 10p) + 1000y - 720 = 0$$

A seguir apresento os gráficos desenhados por essa aluna.

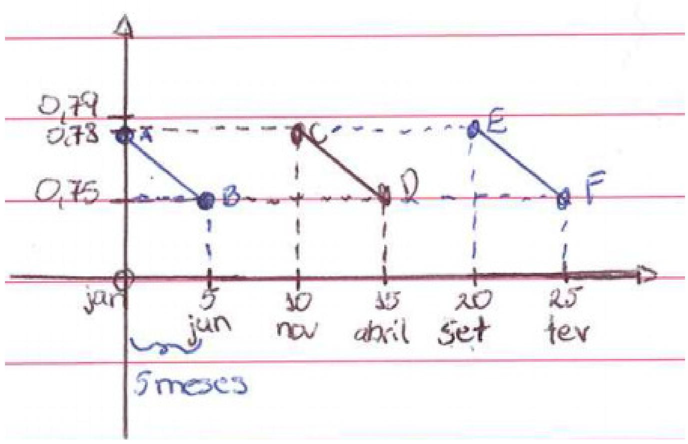

Gráfico 03 – Elaborado por aluna: retas decrescentes

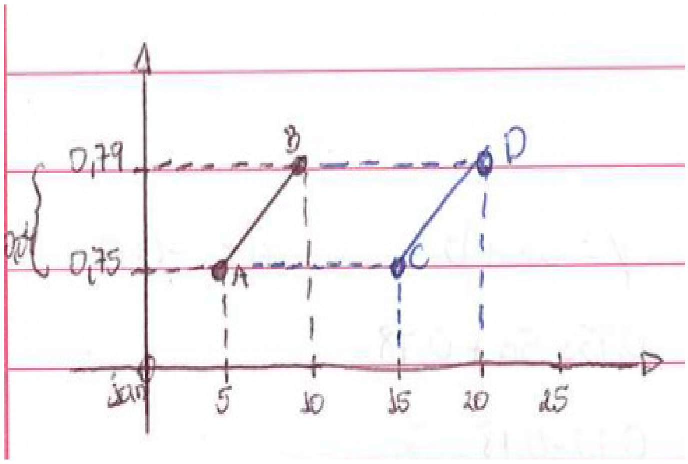

Gráfico 04 – Elaborado por aluna: retas crescentes

Retas crescentes:

1º ciclo: julho a outubro do primeiro ano

Seja a função $V(x) = ax + b$. Aqui será mais fácil acharmos primeiro o valor do coeficiente de declividade:

$$a = \frac{y - yo}{x - xo} = \frac{0{,}04}{5} = 0{,}008$$

Para obtermos o valor de b, substituiremos na função as coordenadas de um ponto da reta, a saber, (5, 0,75).

$0{,}75 = 0{,}008.5 + b => b = 0{,}75 - 0{,}4 = 0{,}35$, portanto a função do volume no primeiro ciclo onde a declividade é crescente é:

$V(x) = 0{,}008x + 0{,}35$

2º ciclo: abril a agosto do segundo ano

Sendo a declividade constante e valendo $a = 0{,}08$, substituímos na função as coordenadas de um ponto da reta, nesse caso usaremos (15, 0,75).

$0{,}75 = 0{,}08.15 + b => b = 0{,}75 - 1{,}2 = -0{,}45$, sendo assim a função do volume para o segundo ciclo onde a declividade é crescente é:

$V(x) = 0{,}008x - 0{,}45$, de forma geral obtemos a função dependendo de qual ciclo estamos nos referindo.

Da mesma forma que ocorre com as retas decrescentes, os ciclos crescentes se repetem a cada 10 meses, então a cada ciclo temos uma redução de 0,08 no ponto onde o gráfico corta o eixo das ordenadas, portanto reduzimos o valor de b na função $V(x) = ax + b$.

$$V(x) = 0{,}008x - 0{,}08(p - 1) + 0{,}35$$

$$V(x) = 0{,}008x - 0{,}08p + 0{,}43$$

Representando o volume do Lago pela letra y e multiplicando por 1000, obtemos a equação geral da reta:

$$8(x - 10p) - 1000y + 430 = 0$$

A seguir, o gráfico que representa uma parte do conjunto dessas retas.

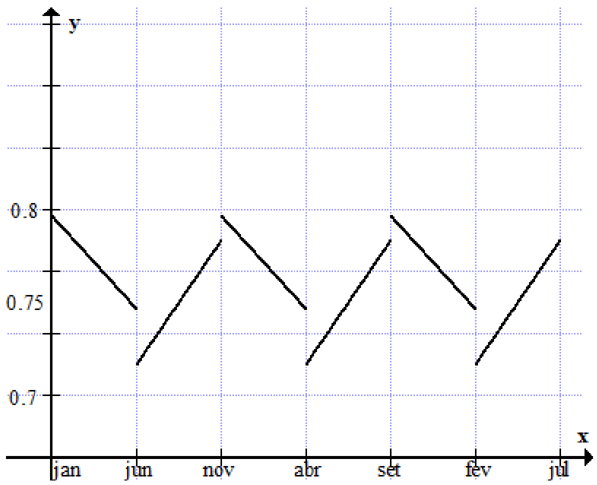

Gráfico 05 – Elaborado por mim com base nas equações de retas acima.

Outro aluno fez a média entre os coeficientes de declividade para selecionar qual usaria no modelo.

Sendo o coeficiente de declividade das retas decrescentes $a = -0{,}006$ e o coeficiente das retas crescentes $a = 0{,}008$. Para usarmos o mesmo valor absoluto para esse coeficiente colocaremos $a = 0{,}007$ para retas crescentes e $a = -0{,}007$ para as retas decrescentes. Realizando a generalização de maneira análoga ao da aluna anterior teremos duas expressões para as retas:

Retas decrescentes:

$$V(x) = -0{,}007x + 0{,}07(p - 1) + 0{,}78$$

Multiplicando por 1000 e substituindo V(x) por y, obtemos a equação geral das retas:

$$7(x-10p)+1000y-710=0$$

Retas crescentes:

$$V(x)=0{,}007x-0{,}07(p-1)+0{,}4$$

Multiplicando por 1000 e substituindo V(x) por y, obtemos a equação geral das retas:

$$7(x-10p)-1000y+330=0$$

A seguir o gráfico apresentando parte desse conjunto de retas:

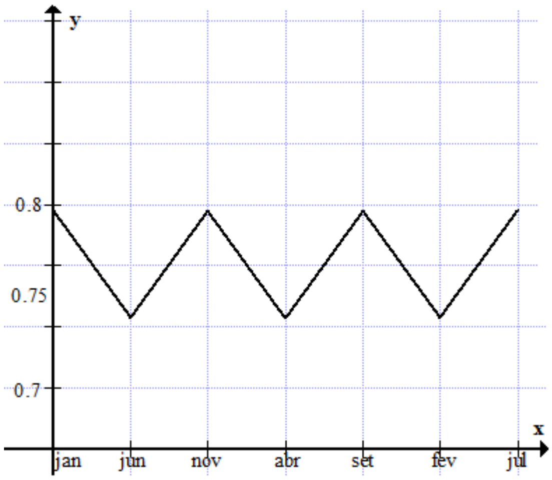

Gráfico 06 – Elaborado por mim com base nas equações de retas acima.

Os alunos foram até esse ponto. Após terminar o projeto enquanto relia as anotações, percebi que poderia melhorar nosso modelo. Fazendo a seguinte pergunta: há como, a partir da data, sabermos qual é o período? Por exemplo: Qual é o período referente ao mês de dezembro do ano 17 e qual será o volume no referido mês?

Podemos reescrever os meses associando cada um com um número natural. Como os alunos escolheram o mês de janeiro para ser o zero, então temos:

$janeiro/01 \rightarrow 0$

$fevereiro/01 \rightarrow 1$

...

$dezembro/01 \rightarrow 11$

$janeiro/02 \rightarrow 12$

$dezembro/02 \rightarrow 23$

...

Dessa forma ficamos com a seguinte sequencia numérica: {0,1,2,3,4,...,N}. Para determinarmos o valor de N precisamos fazer o seguinte cálculo:

$N = M - 1 + 12(A - 1)$, com

M = mês

A = ano

Por exemplo, o mês de dezembro do ano 17 terá o seguinte valor numérico:

$$N = 12 - 1 + 12(17 - 1) = 203$$

Nota-se que os ciclos alternam-se a cada cinco meses, portanto o primeiro ciclo contempla o seguinte intervalo {0,1,2,3,4,5} o segundo ciclo {5,6,7,8,9,10} e assim por diante. Nesse caso o período P pode ser calculado da seguinte maneira:

$$P = \frac{N}{5} + 1$$

Portanto:

$$P = \frac{203}{5} + 1 = 41{,}6$$

$Se\ \lfloor P \rfloor$[6] é $par\ então\ a\ reta\ será\ crescente\ e\ p = \frac{\lfloor P \rfloor}{2}$

$Se\ \lfloor P \rfloor$ é $ímpar\ então\ a\ reta\ será\ decrescente\ e\ p = \frac{\lfloor P \rfloor + 1}{2}$

$Como\ \lfloor P \rfloor$ é $ímpar\ então\ a\ reta\ será\ decrescente\ e\ p = \frac{\lfloor P \rfloor + 1}{2} = 21$

Nesse caso, o volume será dado por:

[6] Entende-se por $\lfloor P \rfloor$, como o maior número inteiro menor ou igual a P.

$$V(x) = -0{,}007x + 0{,}07(p-1) + 0{,}78$$

Quando x = 203 temos:

$$V(203) = -0{,}007.203 + 0{,}07.(21-1) + 0{,}78$$

$$V(203) = 0{,}7679\ km^3$$

Como vimos, se não houver alteração no comportamento dos ciclos do Lago Guaíba, ou seja, se o modelo construído não sofrer alteração, o seu volume no mês de dezembro do ano 17 será V = 0,7679 km^3. Fica para o leitor, se for de interesse, verificar qual será o mês mais próximo de dezembro do ano 17, em que a declividade da reta será crescente. Qual será o volume nesse mês?

Dentre quatro grupos dois desenvolveram as atividades propostas, destaco dois alunos que se envolveram com projeto de tal forma que trabalharam nas atividades de dois grupos diferentes.

Um dos grupos trabalhou questões referentes ao volume do Lago Guaíba que os levaram a refletir sobre o comportamento desse Lago. Trabalhei com esse grupo os fatores que influenciam no volume do Lago, e como fica o seu nível ao longo dos anos. Os alunos estudaram a geometria espacial que estava por trás da questão. Estudaram também razão e proporção e transformação de unidades de medida. Não tive a oportunidade de desenvolver o projeto em um laboratório de informática. Se fosse possível permitiria aos alunos interagir na construção de tabelas e gráficos usando o EXCEL, além de gráficos de funções de um polinômio de primeiro grau usando softwares.

Conseguimos chegar a um modelo que determina como será o comportamento do volume do Lago no decorrer dos anos. Os alunos perceberam que o comportamento do Lago é sazonal e por isso temos ora retas crescentes, aparentemente paralelas, ora retas decrescentes que também pareciam ser paralelas. O modelo final foi elaborado pensando nessas duas possibilidades de função. Foram encontrados dois coeficientes de declividade da reta, um positivo outro negativo, destaco aqui um aluno que pensou em usar a média dos módulos desses coeficientes, para assim determinar um único coeficiente igual em módulo, tanto para as retas crescentes quanto para as retas decrescentes.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer do curso de Licenciatura em Matemática, aproveitei ao máximo as oportunidades que algumas disciplinas, como Pesquisa em Educação Matemática, os laboratórios de ensino-aprendizagem e os estágios me deram para escrever relatórios, resenhas e ensaios. Pois parti desses escritos para elaborar esse trabalho. Como as disciplinas de laboratório são oferecidas bem cedo, o primeiro foi no quarto semestre, meus relatórios não estavam sendo focados em um futuro trabalho de conclusão de curso, eu apenas estava preocupado com o relatório em si. Entretanto, na disciplina de Pesquisa em Educação Matemática, os trabalhos já eram direcionados ao TCC. Os professores de Pesquisa nos orientaram a este direcionamento. O trabalho final dessa disciplina é um projeto para o TCC. Portanto, quando a finalizamos, estávamos com um projeto de TCC já bem encaminhado. Pelo menos comigo foi assim. Ao final da disciplina de Pesquisa, já tinha tema, justificativa, objetivo e como seria a metodologia.

Quando cursei a disciplina de Estágio II, precisei escrever um ensaio. Eu tinha algumas ideias para escrever, mas quando apresentei essas ideias para a professora que me orientava no estágio, ela me falou: "Márcio, as ideias são boas, mas estão desconectadas, porque a partir de cada parágrafo tu podes escrever um ensaio diferente. Fale-me sobre o que pretende escrever no TCC?". Essa frase foi fundamental para mim, pois me orientou a pensar no TCC. Ao final da disciplina, eu tinha um ensaio sobre aprendizagem que veio a se tornar o capitulo um desse trabalho. Na disciplina de Estágio III, também precisei escrever um ensaio, mas nesse momento já estava direcionado para o TCC e escrevi um ensaio sobre Modelagem Matemática. Dessa maneira, escrever este trabalho ficou mais simples, pois precisei fazer duas tarefas: primeiro, juntar e organizar as informações que tinha e por último, elaborar um projeto de ensino com atividades de Modelagem e fazer um relatório sobre esse projeto.

Trabalhar com Modelagem para mim foi muito bom, pois pude acompanhar o avanço dos alunos em cada atividade, podendo orientá-los de forma mais eficaz, já que a maior parte do projeto se deu por atividades propostas pelos alunos. Meu papel foi de auxiliador, não de condutor, pelo menos não em todo o momento, como acontece quando utilizo o método tradicional. Procurei deixar os alunos trabalharem de forma livre intervindo quando necessário. Houve diversas situações em que a aula foi expositiva, para que todos tivessem clareza sobre a atividade, mas ainda nessas permiti que os alunos se envolvessem na atividade.

Antes de iniciar o projeto, eu estava extremamente preocupado, pois sempre me perguntava o que aconteceria se os alunos não aceitassem o convite. No primeiro dia alguns realmente não aceitaram trabalhar Modelagem, no decorrer do projeto outros desistiram, mas no final tínhamos elaborado um modelo. Outra preocupação que eu tinha era não saber se no final do projeto teria um modelo. Entretanto, não há a necessidade de se chegar a um modelo, pois o mais importante em atividades com Modelagem é o cenário investigativo. Esse pode levar o aluno a questões do tipo: “O que acontece se...?” ou “Professor, podemos supor que...?”. Portanto, quando estamos diante desse cenário, o aluno passa a ser um agente ativo no processo de aprendizagem.

Após terminar o projeto, precisei melhorar o modelo, pois fiquei com a seguinte dúvida: caso não se altere o comportamento do Lago, qual seria o volume do Lago daqui a x anos? Por isso na parte final do terceiro capítulo apresentei como determinar esse volume. Esse modelo está finalizado? Eu e os alunos pensávamos que sim, e achei uma forma de melhorá-lo, então certamente ainda há o que ser estudado nesse ambiente de aprendizagem. Isto vai ao encontro com o que Freire (1987) afirma sobre o homem ser inacabado e, por saber-se inacabado, vive em constante busca do ser mais.

> O cão e a árvore também são inacabados, mas o homem se sabe inacabado e por isso se educa. Não haveria educação se o homem fosse um ser acabado. O homem pergunta-se: quem sou? de onde venho? onde posso estar? O homem pode refletir sobre si mesmo e colocar-se num determinado momento, numa certa realidade: é um ser na busca constante de ser mais e, como pode fazer esta auto-reflexão, pode descobrir-se como um ser inacabado, que está em constante busca. Eis a raiz da educação. (FREIRE, 1987, p. 27)

A meu ver o projeto foi bem sucedido, e recomendo que outros colegas utilizem Modelagem, pois não só envolve o aluno, como também o leva à reflexão, à análise, à crítica e quando possível à ação.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 31. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, Paulo, **Medo e Ousadia.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREIRE, Paulo, **Pedagogia do Oprimido.** 46. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

FREIRE, Paulo, **Pedagogia da Esperança:** um reencontro com a Pedagogia do Oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.

FREIRE, Paulo, **Educação e Mudança.** 13. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan, **Dos fatos reais à modelagem:** uma proposta de conhecimento matemático, 1999, disponível em http://vello.sites.uol.com.br/modelos.htm, acesso em 13 de junho de 2011.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan, **Da realidade à ação:** Reflexões sobre Educação e Matemática, São Paulo: Summus Editorial Ltda, 1989.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação –** Bolema, nº 14, pp. 66 a 91, 2000.

BARBOSA, Jonei Cerqueira, **Modelagem na educação matemática:** contribuições para o debate teórico. In REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira, **Modelagem Matemática:** o que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73 a 80, 2004

BORGES, José Humberto Martins, **Projeto Educacional Alternativa Cidadã – PEAC: reflexões sobre uma experiência de ensino.** Porto Alegre: UFRGS, 2010. Disponível em <http://hdl.handle.net/10183/25999>. Acesso em junho de 2011.

DORNELLES, Ewerton Fraga, **Modelagem Matemática na Educação de Jovens e Adultos.** Porto Alegre: UFRGS, 2011 <http://hdl.handle.net/10183/31618> . Acesso em setembro de 2011.

SCHELLER, Morgana, **Modelagem Matemática na iniciação científica: contribuições**

para o ensino médio técnico. Porto Alegre: UFRGS, 2009 <http://hdl.handle.net/10183/17711>. Acesso em setembro de 2010.

MARTINS, Simone da Silva, **Modelagem Matemática e Temas Transversais: mais uma possibilidade.** Porto Alegre: UFRGS, 2008. http://euler.mat.ufrgs.br/~comgradmat/tccs/monos_0802/TCC_Simone.pdf. Acesso em setembro de 2010.

6. ANEXOS

ANEXO A

1) Se na estatística geral o Inter tem 23 vitórias a mais que o Grêmio (145 a 122, mais 120 empates), no Brasileirão a vantagem é tricolor. Desde 1971, quando foi criado o Campeonato Brasileiro, o Grêmio tem 17 vitórias e 15 derrotas em clássicos Gre-Nais. Foram 10 empates e um total de 81 gols marcados (40 para o Grêmio, 41 para o Inter). http://www.clicrbs.com.br/esportes/rs/noticias/futebol-gremio,3463478,Pelo-Brasileiro-vantagem-e-gremista-em-classicos-Gre-Nais.html, acesso em outubro de 2011.

2) Tabela referente a cesta básica em Porto Alegre, segundo o Dieese.

Porto Alegre Julho de 2011							
Produtos	Quantidades	Gasto Mensal		Variação anual %	Tempo de Trabalho(1)	
		Julho de 2010 R$	Julho de 2011 R$		Julho de 2010	Julho de 2011
Carne	6,6 kg	95,17	105,01	10,34	41h03m	42h23m
Leite	7,5 l	12,38	13,13	6,06	5h20m	5h18m
Feijão	4,5 kg	12,15	12,42	2,22	5h14m	5h01m
Arroz	3 kg	5,61	4,68	-16,58	2h25m	1h53m
Farinha	1,5 kg	1,88	2,27	20,74	0h49m	0h55m
Batata	6 kg	11,76	8,04	-31,63	5h04m	3h15m
Tomate	9 kg	16,65	25,38	52,43	7h11m	10h15m
Pão	6 kg	35,28	37,86	7,31	15h13m	15h17m
Café	600 g	6,01	7,05	17,30	2h36m	2h51m
Banana	7,5 dz	19,80	20,10	1,52	8h32m	8h07m
Açúcar	3 kg	5,46	6,33	15,93	2h21m	2h33m
Óleo	1080 ml	2,74	3,23	17,88	1h11m	1h18m
Manteiga	750 g	12,78	14,10	10,33	5h31m	5h42m
Total da Cesta		**237,67**	**259,60**	**9,23**	**102h31m**	**104h48m**

3) O número de acidentes com mortes no trânsito no Estado de São Paulo já superou o de homicídios em 2011. De acordo com último levantamento da SSP (Secretaria de Segurança Pública), divulgado nesta quinta-feira (25), há 390 acidentes a mais do que o número de homicídios dolosos [com intenção de matar] em todo o Estado. Foram 2.370 crimes, contra 2.760 homicídios culposos [sem intenção] por acidente de trânsito. http://noticias.r7.com/sao-paulo/noticias/acidente-com-mortes-no-transito-superam-numero-de-homicidios-no-estado-de-sao-paulo-20110825.html , acesso em outubro de 2011.

4) Receita: receita de alguns pratos, informando quais são os ingredientes necessários. Os alunos, baseados na receita descobrem os valores de cada ingrediente. Porem teremos os valores do kg de cada ingrediente, então usando razão e proporção descobrimos o valor efetivamente gasto para a receita.

Dieta: quantas calorias tem determinado alimento, quantas calorias podemos ingerir para uma boa alimentação. Qual o mínimo de calorias necessárias.

5) **Alimentação dos brasileiros tem excesso de gorduras: Dieta dos brasileiros, especialmente dos adolescentes, se caracteriza pelo alto consumo de alimentos ricos em gorduras.** ***consumo máximo recomendado pela OMS é de 300 mg ao dia.***

Hábitos de vida saudável, esse é o lema para quem deseja ter qualidade de vida. O aparecimento precoce de doenças crônicas tem deixado a população em alerta. No Dia Nacional de Combate ao Colesterol, comemorado dia 8/8, o Ministério da Saúde chama a atenção da população para o elevado consumo de gorduras, especialmente por jovens. A Organização Mundial de Saúde (OMS) e sociedades médicas recomendam ingestão diária de colesterol inferior a 300 mg (miligramas) para a população em geral e menor que 200 mg para pessoas com histórico de doenças cardíacas. http://www.caceresvip.com.br/?pg=not%EDcia&id=118.

6) Fontes de Água

Entre os recursos naturais, a água é o elemento mais importante para a subsistência das espécies, que dependem de sua disponibilidade para satisfazer suas necessidades. Quase todos os aspectos da vida do homem giram em torno da água, razão pela qual os povos desenvolveram-se nas proximidades de fontes de água.

As fontes naturais de abastecimento de água são:

Água da chuva
Águas superficiais (rios, arroios, lagos)
Águas subterrâneas (aquíferos, mananciais)

Embora três quartos da superfície da Terra sejam compostas de água, a maior parte não está disponível para consumo humano pois 97% são água salgada, encontrada nos oceanos e mares e 2% formam geleiras inacessíveis.

Apenas 1% de toda a água é doce pode ser utilizada para consumo do homem e animais. E deste total 97% estão armazenados em fontes subterrâneas. http://www.corsan.com.br/node/10

7) Dados sobre o Lago Guaíba, principal manancial de abastecimento de água de Porto Alegre: Extensão da margem: 85 km de terra na margem esquerda (sendo 70 km no Município de Porto Alegre)e 100km na margem direita. Área: 496 km² - começa na ponta da Usina do Gasômetro, no Centro de Porto Alegre, e percorre 50 km até encontrar a Laguna dos Patos. http://www2.portoalegre.rs.gov.br/dmae/default.php?p_secao=197

Nível do Lago Guaíba baixa a 1,50 metro

16/08/2011 17:07:13

Foto: Divulgação/PMPA
Vazão rápida, insolação e ventos provocaram redução do nível do Guaíba

A rápida vazão do Guaíba, após o último período de chuvas, assegurou a redução do nível de 2,08 metros, medidos na Ilha da Pintada, em 13 de agosto, para 1,50 metro, medidos na tarde desta terça-feira, 16, às 16 horas. A ausência de chuva e a intensa insolação de ontem e hoje, além da redução da carga dos afluentes Caí, Jacuí e Gravataí determinaram a redução de nível. A predominância de ventos norte e nordeste, a partir de segunda-feira, auxiliou a velocidade da vazão, em parte contida pela ocorrência de ventos sul e sudeste desde a tarde de sábado. A média histórica do nível do Guaíba para o período é de 0,97 centímetros.

Média Histórica do Nível do Guaiba e Precipitação Pluviométrica Mensal.

A prefeitura monitora diariamente o nível do Lago Guaíba. O ponto de medição na Capital é no Arquipélago, na Ilha da Pintada. Historicamente, o nível do Lago e a precipitação pluviométrica seguem a seguinte tabela: http://www2.portoalegre.rs.gov.br/codec/default.php?p_secao=71

NMG Fonte: DNAE

PPM Fonte: 8° DISMAE

Mês	NMG(m)	PPM (mm)
janeiro	0,47	100.1
fevereiro	0,5	108.6
março	0,53	104.4
abril	0,8	86.1
maio	0,87	94.6
junho	1,02	132.7
julho	0,98	121.7
agosto	0,97	140.0
setembro	0,96	139.5
Outubro	0,97	114.3
novembro	0,72	104.2
dezembro	0,58	101.2

ANEXO B

Questionamentos – Grupo 3 – GRENAL

1) Qual a chance de dar empate?
2) Qual a chance do Grêmio vencer o GRENAL?
3) Qual a chance do Inter vencer o GRENAL?
4) Se os dois times tivessem a mesma idade, qual teria o melhor aproveitamento?
5) Quantas decisões acabaram decididas por pênaltis?
6) Quantos GRENAIS tiveram vitórias de goleada?
7) Baseado na retrospectiva dos últimos três anos quando um time está mal, qual a chance dele ganhar o GRENAL?
8) De acordo com a retrospectiva do goleiro Victor, que está na seleção, qual a proporção de pênaltis?
9) A folha de pagamento da dupla acabou influenciando no resultado das partidas?
10) Acompanhando o desempenho dos jogadores Leandro Damião, do Inter, no campeonato brasileiro, será que o Jonas, do ex-Grêmio, não mereceria uma vaga na seleção, quando jogava no Grêmio?
11) Nos últimos três anos, qual dos dois times obteve o maior aproveitamento?
12) Se comparássemos o desempenho do time campeão do Inter de 1975 com o Grêmio de 1981-82, baseado na retrospectiva do campeonato brasileiro, qual teria a maior chance de ganhar num possível confronto?

Questionamentos – Grupo 4 – Alimentação e Receitas

1) Qual a quantidade média consumida durante uma semana sem regras no cardápio, e qual o consumo correto de carboidratos?
2) Pretendo fazer um churrasco para 20 pessoas, qual a quantidade de carnes e acompanhamentos que devo comprar?
3) Ingiro diariamente X de calorias. Em uma semana chego a um total de Y de calorias ingeridas. Baseando-se nessa dieta em dois meses perco quantos quilos?
4) Entre corrida, natação e futebol, qual destes exercícios físicos consome mais calorias?
5) Entre uma pessoa sedentária que segue uma dieta regrada, outra que somente pratica exercícios físicos e uma terceira que segue uma dieta regrada e pratica exercícios físicos. Quem perde mais quilos?

6) Um ciclista percorre 16 quilômetros em 15 minutos, qual a velocidade média e quantas calorias ele perdeu?
7) Uma pessoa com altura de 1,61 m, pesando 71kg, sendo que o IMC considerado normal é 19, qual o IMC desta pessoa e qual seria o seu peso ideal?