

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Obtenção de curvas de dispersão através do método semi-analítico de elementos finitos

por

Lúcio de Abreu Corrêa

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Novembro de 2011.

Obtenção de curvas de dispersão através do método semi-analítico de elementos finitos

por

Lúcio de Abreu Corrêa

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. Arnaldo Ruben Gonzalez
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Dr. Letícia Fleck Fadel Miguel

Co-orientador: Prof. Dr. Thomas Gabriel Rosauo Clarke

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Rogério José Marczak

Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler

Porto Alegre, 28 de novembro de 2011.

Dedico este trabalho ao maior de todos os incentivadores dessa jornada
Alemão, *in memoriam*;

Aos meus familiares;

À Engenharia Mecânica, pois é parte da minha identidade;

Aos laboratórios, que apesar das dificuldades, sempre estiveram à disposição e colaboraram
para a minha formação;

À minha orientadora, Letícia, pela paciência e dedicação, mas principalmente por aceitar a
busca por novos conhecimentos;

Aos meus tutores e amigos Giovani Geremia e Thomas Clarke, que me ensinaram muito mais
do que simplesmente os conceitos teóricos da engenharia;

Ao meu amigo Prof. Sérgio Amâncio por, com tanta paciência, rodar meus modelos;

Ao Laboratório de Metalurgia Física da universidade, pelas mais diversas oportunidades ao
longo do curso;

Aos meus amigos e colegas que tornaram essa jornada “mais bela”;

CORRÊA, L. A. **Obtenção de curvas de dispersão através do método semi-analítico de elementos finitos**. 2011. 26 páginas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

RESUMO

O presente trabalho consiste na análise de um método denominado *semi-analytical finite element (SAFE)* (método semi-analítico de elementos finitos). Esse método foi utilizado para gerar curvas de dispersão e seu resultado foi confrontado com as curvas geradas por um algoritmo comercial (*Disperse*). Para tal análise de validação considerou-se um tubo com dimensões similares ao NPS3 *Schedule* 80 de seis polegadas. A literatura estudada não apresenta curvas de dispersão para um perfil muito utilizado pela indústria da construção mecânica, o perfil I; sendo assim, este trabalho buscará obter resultados para um perfil I W 150X13. Foi realizada a validação do modelo numérico e analisada as possíveis variações geradas pelas diferentes malhas utilizadas na discretização do modelo. Os resultados mostram uma grande robustez do método frente à discretização do domínio e as curvas de dispersão mostraram-se satisfatórias.

PALAVRAS-CHAVE: Método Semi-Analítico de Elementos Finitos, Perfil I, Curvas de Dispersão, Tubo 6”.

CORRÊA, L. A. **Obtaining dispersion curves by a semi-analytical finite element method.** 2011. 26 pages. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

ABSTRACT

The aim of this work is analyze the semi-analytical finite element method. This method was used to generate dispersion curves and these results were compared with the curves generated by a commercial code (*Disperse*). In the validation analyzes, was used a 6" steel pipe class NPS3 Schedule 80. The literature had not shown dispersion curves for a profile I, for this reason the present work will achieve dispersion curves for a profile I W 150X13. The validation of the numerical model was performed and analyzed some changes caused by different meshes used in a discretization. The results had shown the robustness of the method in the discretization of the domain and the dispersion curves were satisfactory.

KEYWORDS: Semi-analytical finite element method, Profile I, Dispersion Curves, Pipe 6".

ÍNDICE

	Pág.
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	2
3 METODOLOGIA	3
3.1 Método Semi-Analítico de Elementos Finitos	3
3.2 Validação do Modelo Numérico	4
3.3 Geometrias Analisadas e suas Curvas de Dispersão	5
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	6
4.1 Estudo da Malha	6
4.2 Validação do Modelo	7
4.3 Curvas de Dispersão para o Perfil I	9
5 CONCLUSÕES	13
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	13
Apêndice I	16
Apêndice II	18
Apêndice III	18

1 INTRODUÇÃO

A falha catastrófica de componentes e estruturas mecânicas vem sempre acompanhada de prejuízos muitas vezes inadmissíveis, o que justifica o interesse na melhoria dos processos e programas de manutenção e de integridade estrutural [Clarke, 2009; Martins, 2008]

Para a indústria, associam-se à falha de equipamentos, prejuízos como perdas humanas, mecânicas, desastres ambientais e paradas da produção. Neste sentido, o conceito de confiabilidade operacional o qual prioriza a melhoria da utilização dos recursos da infraestrutura empresarial, assegurando que o foco da empresa não seja afetado pela depreciação estrutural, corrobora com os objetivos da Política Industrial, Tecnológica e do Comércio Exterior, na busca do uso racional de produtos e processos. Segundo Marinho *et al.* (2006) o desenvolvimento de sistemas mais eficientes de inspeção e manutenção apresenta grande importância para o desenvolvimento econômico e tecnológico da indústria moderna.

Creditam-se aos ensaios não destrutivos (END) grandes avanços tecnológicos na engenharia moderna no sentido de prevenção à falha [Martins, 2008]. Eles investigam a integridade dos materiais ou componentes, sem, contudo destruí-los ou introduzir consideráveis alterações nas suas características. Aplicados na inspeção de matéria prima, no controle de processos de fabricação e inspeção final, os ensaios não destrutivos constituem uma das ferramentas indispensáveis para o controle da qualidade dos produtos produzidos e utilizados pela indústria.

Um dos ramos mais conhecidos em END é baseado em uma ciência amplamente estudada por engenheiros mecânicos, a acústica. Podendo, normalmente, ser subdividida em três grandes áreas: a análise vibracional (frequências baixas), as ondas guiadas (frequências intermediárias) e o ultrassom (frequências altas). Cada uma tem suas peculiaridades, que são, em grande parte, dependentes das ondas elásticas que propagam no meio.

Sistemas de varredura de tubulações baseados em ondas guiadas ultrassônicas vêm ganhando espaço devido a sua capacidade de inspecionar trechos extensos da estrutura a partir de um único ponto de acesso, sem necessidade de parada de produção ou de inserção de equipamentos internos no duto [Alleyn *et al.*, 2004 e Kwun e Dynes, 1998]. A técnica é especialmente atraente em casos de tubulações inacessíveis ou de difícil acesso, como aquelas que se encontram parcialmente ou totalmente enterradas ou submersas, ou que possuam revestimento de proteção contra corrosão ou isolantes térmicos.

Informações como a velocidade de fase e a velocidade de grupo, bem como o número de onda, são de extrema importância para a realização de ensaios por ondas guiadas. Pode-se atentar ao fato da característica dispersiva da velocidade de alguns modos, ou seja, a velocidade da onda varia em função da frequência de excitação e do modo propagante. O trabalho desenvolvido por Hunter e Croxford (2010) mostra a importância existente no conhecimento das curvas de dispersão, visto que tal desconhecimento gera erros que influenciam diretamente na localização e quantificação dos possíveis defeitos existentes na estrutura.

Neste contexto, o presente trabalho consiste na análise de um método denominado *semi analytical finite element (SAFE)* (método semi-analítico de elementos finitos). Esse método foi utilizado para gerar curvas de dispersão, e seu resultado foi confrontado com as curvas geradas por um algoritmo comercial (*Disperse*, ver referência Pavlakovic e Lowe 2003), que também será abordado nesse trabalho. Para tal análise de validação, considerou-se um tubo de aço com dimensões similares ao NPS3 *Schedule* 80 de seis polegadas, modelo que é largamente utilizado nas indústrias. A literatura estudada não apresenta curvas de dispersão para um perfil muito utilizado pela indústria da construção mecânica e civil, o perfil I, sendo assim, este trabalho buscará obter resultados para um perfil I W 150X13 de aço (Timoshenko e Gere, 1994).

Dentro do escopo, podem-se estabelecer algumas questões importantes a serem abordadas, deve-se realizar a validação do modelo numérico por meio de uma comparação

com uma referência, analisar as possíveis variações geradas pelas diferentes malhas utilizadas na discretização do tubo e analisar a diferença entre o resultado numérico e o de referência.

Sendo que o foco é a obtenção das curvas de dispersão para as geometrias supracitadas. Possibilitando o presente trabalho preencher a lacuna existente na literatura sobre curvas de dispersão para um perfil I, cabe ainda a análise dos deslocamentos e do fluxo de energia da seção transversal do perfil I.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Muitos trabalhos sobre inspeção em dutos já foram realizados por se tratar de um assunto de grande interesse econômico e de grande abrangência em muitos segmentos da indústria. Dentre esses autores pode-se citar Clarke e Strohaecker (2009) que falam sobre sistemas de monitoração contínua em dutos enterrados utilizando ondas guiadas, para o monitoramento da integridade estrutural e das possíveis deformações no duto. Já Cawley *et al.* (2003) faz uma abordagem sobre técnicas de inspeção de longo alcance, utilizando ondas guiadas, para tubos e trilhos de trem. Foi observado que tanto Cawley *et al.* (2003) quanto Clarke e Strohaecker (2009) usam frequências abaixo de 100 kHz para a realização dos seus ensaios. Uma análise dos modos flexurais em tubos foi realizada por Hayashi *et al.* (2003) através do método semi-analítico de elementos finitos que será desenvolvido no presente trabalho. Galvani e Cawley (2011) utilizaram esse método para a obtenção de curvas de dispersão dos modos gerados em tubos em presença do seu suporte.

Uma aplicação comumente encontrada na engenharia, para aumentar a rigidez em estruturas, é a utilização de corrugações em chapas, problema que foi abordado por Pedroli (2007) usando um pacote comercial de elementos finitos, *COMSOL (Femlab*, ver referência COMSOL, 2008). Foram impostas condições de contorno periódicas para essas estruturas, bastando analisar somente um período da seção.

Grande parte dos autores que serão citados abaixo utilizam pacotes comerciais de elementos finitos. Fan *et al.* (2008) obtêm curvas de dispersão, usando *Comsol*, para barras retangulares e cilindros, com o intuito de medir a densidade de líquidos, através da propagação de ondas torcionais. Cegla (2008) gerou curvas de dispersão usando o *Fe77*, pacote desenvolvido no *Imperial College* em Londres, que se baseia na propagação de ondas torcionais em uma tira, utilizando-a como uma guia para a propagação da onda. Posteriormente, Cegla *et al.* (2011) usaram os resultados do estudo anteriormente referido para montar um sistema de ensaios não destrutivos, por ondas volumétricas, para superfícies a altas temperaturas. Hesse e Cawley (2006) analisaram uma seção de um trilho de trem, em que as curvas de dispersão foram geradas com o *Fe77*, onde o ensaio não destrutivo restringiu-se às ondas chamadas de quasi-Rayleigh.

O trabalho realizado por Drozd (2008) constitui uma tese onde foi analisada a propagação de ondas elásticas utilizando *softwares* comerciais de elementos finitos. A pesquisa desenvolveu-se por meio dos pacotes comerciais: *Disperse*, *Comsol* e *Abaqus* os quais foram utilizados para o estudo de zonas de absorção, implicando em uma redução dos graus de liberdade do modelo, utilizados em estudos dos parâmetros da malha na influência da velocidade de propagação das ondas, influência da malha na modelagem e interação da onda guiada com os defeitos.

Um dos primeiros autores a obter curvas de dispersão por meio dos autovalores da solução da equação de equilíbrio foi Legasse (1973). O autor descreve o método para obter números de onda a partir da seção transversal da geometria a ser analisada. Legasse utilizou o método dos elementos finitos para a solução de um reforço estrutural. Foi observada a grande eficiência, do ponto de vista de esforço computacional, que justificou posterior estudo por diversos autores. Esse método foi chamado, posteriormente, de método semi-analítico de elementos finitos.

O estudo de Bartoli *et al.* (2006) inseriram propriedades viscoelásticas no material da seção transversal de seus modelos, possibilitando o estudo das curvas de dispersão para

materiais de grande interesse da engenharia, principalmente materiais poliméricos em revestimentos de dutos, além de reproduzir os resultados de Gravić (1995) para trilhos de trem, com material sem propriedades dissipativas. Outros autores ainda contribuíram para o desenvolvimento na modelagem de materiais com amortecimento histerético da energia da onda, Marzani *et al.* (2008) utilizaram o *SAFE* para a análise de uma seção axissimétrica com uma camada de elemento isolante térmico, material viscoelástico.

Loveday (2008) apresenta uma abordagem diferenciada para a utilização do método *SAFE*, o autor utiliza uma seção de trilho de trem para realizar o acoplamento de um sensor piezoelétrico, obtendo a resposta em frequência do sensor utilizado para realizar a excitação, sendo que as curvas de dispersão foram geradas pela utilização do *SAFE*. Outros autores que trataram do tema das curvas em trilho de trem foram Hayashi *et al.* (2005), além da obtenção de curvas de dispersão para uma seção transversal quadrada.

Treysède (2008) utilizou o *SAFE* para a obtenção de curvas de dispersão para helicoides, como os cabos usados pela indústria da construção civil, Treysède implementou um sistema de coordenadas curvilíneo acompanhando o helicóide, onde as propriedades do aço foram inseridas para a solução, que diferem significativamente da solução obtida para um cilindro.

Cabe ainda citar o trabalho realizado por Gunawan (2005) que utilizou o método dos elementos de contorno para a solução da equação de equilíbrio por meio de autovalores, obtendo os números de onda e possibilitando a geração das curvas de dispersão.

3 METODOLOGIA

A metodologia está organizada em três partes. Na primeira parte será analisada a formulação do método utilizado para a geração das curvas de dispersão. Na segunda parte serão abordados temas referentes à validação do modelo numérico. Completando a metodologia, encontram-se detalhes referentes às geometrias analisadas e à geração das curvas a partir dos resultados obtidos pela solução do método.¹

3.1 Método Semi-Analítico de Elementos Finitos

Lagasse (1973) aborda um método no qual o domínio de interesse é discretizado por meio de elementos finitos. O domínio é a seção transversal da peça a ser analisada, transformando-o em um problema bidimensional. Do ponto de vista numérico, tal abordagem permite a redução do custo computacional sendo normalmente utilizada para a solução de geometrias complexas.

O método semi-analítico de elementos finitos consiste na solução de uma equação diferencial parcial, realizando-se a solução modal, onde para cada frequência de excitação do sistema busca-se a solução dos números de onda por meio dos autovalores da equação diferencial.

A abordagem matemática desse método para meios sólidos é baseada na elasticidade tridimensional, conseqüentemente o vetor de deslocamentos, $u_i(x_1, x_2, x_3, t)$, para uma onda pode ser escrito como:

$$u_i(x_1, x_2, x_3, t) = U_i(x_1, x_2) e^{I(kx_3 - \omega t)} \quad (3.1)$$

Onde, $I = \sqrt{-1}$ (a utilização do I como representação do número imaginário deve-se ao fato de que as letras i e j são normalmente utilizadas como índices), k é o número de onda, $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular, f é a frequência, t é o tempo, U_i é a função que descreve o deslocamento sendo o subscrito $i = 1, 2, 3$. Para um material anisotrópico a equação de equilíbrio dinâmico pode ser escrita para um problema de autovalores, como:

¹ Aconselha-se a leitura do Apêndice I antes do início desta seção.

$$C_{ikjl} \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_k \partial x_l} + I(C_{i3jk} + C_{ikj3}) \frac{\partial k U_j}{\partial x_k} - k C_{i3j3} (k U_j) + \rho \omega^2 \delta_{ij} U_j = 0 \quad (3.2)$$

Com os índices $j = 1, 2, 3$ e $k, l = 1, 2$. A C_{ikjl} é a matriz de rigidez e δ_{ij} é o operador delta de Kronecker. No pacote comercial, COMSOL, utilizado a formalização da Equação 3.2 é apresentada abaixo:

$$\nabla \cdot (C \nabla \mathbf{u} + \alpha \mathbf{u} - \gamma) - \beta \nabla \mathbf{u} - \mathbf{a} \mathbf{u} + \lambda d_a \mathbf{u} - \lambda^2 e_a \mathbf{u} = 0 \quad (3.3)$$

Onde todas as matrizes de coeficientes da Equação 3.3 foram definidas por Pedroi *et al.* (2007). As condições de contorno são descritas por uma condição de terceira espécie, chamada de condição de contorno de Robin, ou como apresentada por Pedroi *et al.* (2007) como condição de Neumann generalizada, descrita no código comercial por:

$$-\mathbf{n} \cdot (-C \nabla \mathbf{u} - \alpha \mathbf{u} + \gamma) = 0 \quad (3.4)$$

Onde \mathbf{n} é o vetor normal unitário na fronteira do domínio.

As propriedades acústicas utilizadas são apresentadas por Marzani *et al.* (2008). Para o aço foram consideradas a densidade como sendo 7932 kg/m^3 , a velocidade de propagação da onda transversal como 3260 m/s e a velocidade de propagação da onda longitudinal como 5960 m/s .

3.2 Validação do Modelo Numérico

A validação do modelo numérico foi proposta tendo em vista as limitações de acesso a equipamentos para medição direta dos deslocamentos. Para tal validação seriam necessários equipamentos de interferometria *laser* (tal tipo de medição é muito dificultada, pois os deslocamentos são da ordem de nanômetros tornando tais medidas muito caras de serem realizadas) e sistemas de aquisição de sinais sofisticados, bem como outras abordagens matemáticas para a tradução dessas medidas em curvas de dispersão.

A abordagem adotada para a validação foi a solução das equações de Laplace, obtendo um sistema de equações transcendentais que são a solução analítica para tal problema, porém elas são resolvidas através de ferramentas do cálculo numérico, a solução dessas equações é realizada por um pacote comercial, chamado *Disperse*, tal solução será adotada como resultado de referência para o presente trabalho (Ver referência Pavlakovic e Lowe, 2003).

A dedução abaixo é feita considerando uma placa semi-infinita em um sistema cartesiano, podendo ser expandida a qualquer geometria. A geometria analisada pode ser vista na Figura 3.1.



Figura 3.1: Placa semi-infinita.

Com base na segunda lei de Newton tem-se:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.5)$$

Sabe-se, também, que a lei de Hooke generalizada que relaciona a tensão com a deformação para materiais isotrópicos é:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.6)$$

$$\text{Sendo } \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.7)$$

Onde λ e μ são as duas constantes de Lamé, σ_{ij} é o tensor de tensões, ε_{ij} é o tensor de deformações, u é o deslocamento e ρ é a densidade. A equação de equilíbrio apresentada em 3.8 é a substituição da equação 3.7 em 3.6 e posteriormente em 3.5. Na forma vetorial a equação de equilíbrio para o problema é:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.8)$$

Utilizando a decomposição de Helmholtz na variável de deslocamento \mathbf{u} , obtêm-se um potencial escalar ϕ e um campo potencial ψ .

$$\mathbf{u} = \nabla \phi + \nabla \times \psi \quad (3.9)$$

Aplicando a equação 3.9 em 3.8 e utilizando a técnica de solução por separação de variáveis obtêm-se as equações abaixo:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \phi = c_L^2 \phi \quad (3.10 \text{ a})$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \psi = c_S^2 \psi \quad (3.10 \text{ b})$$

Onde c_L é a velocidade longitudinal e c_S e a velocidade transversal de propagação da onda no meio. Aplicando as devidas condições de contorno, faces superior e inferior livres (ver referência Drozd, 2008 e Su *et al.*, 2006), obtêm-se as equações transcendentais, que para modos simétricos:

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = - \frac{4k^2 qp}{(k^2 - q^2)^2} \quad (3.11 \text{ a})$$

E para modos anti-simétricos:

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = - \frac{(k^2 - q^2)^2}{4k^2 pq} \quad (3.11 \text{ b})$$

Onde $p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2$, $q^2 = \frac{\omega^2}{c_S^2} - k^2$ e $k = \frac{\omega}{v_p}$, h é a espessura da chapa e v_p é a velocidade de fase.

3.3 Geometrias Analisadas e suas Curvas de Dispersão

As geometrias analisadas podem ser vistas no Apêndice B, Figura B.1. Elas foram selecionadas por seu uso na indústria. O tubo foi selecionado, pois o programa *Disperse* dispõe da referida geometria. A outra geometria selecionada foi um perfil I, o qual é largamente utilizado na indústria metal-mecânica e na construção civil por apresentar melhores características para a resistência de cargas de flexão se comparadas a outras geometrias. Nenhuma referência foi encontrada na literatura sobre a utilização de métodos de monitoramento por ondas guiadas em um perfil I, sendo essa uma motivação para tal escolha.

Buscaram-se referências sobre a faixa de frequências de excitação normalmente utilizadas em ondas guiadas para cada uma das geometrias estudadas, tanto Cawley *et al.* (2003) quanto Clarke e Strohaecker (2009) usam frequências abaixo de 100 kHz para a realização dos seus ensaios em tubos. Nenhuma referência foi encontrada para o perfil I, portanto, foi escolhida a mesma faixa de frequência utilizada para estudar o duto.

A seleção das frequências faz parte dos parâmetros de entrada do modelo, para cada frequência os autovalores (eles representam o número de onda da onda que propaga no meio) são armazenados. Gerando um plano que contém os números de onda nas ordenadas e as frequências no eixo das abscissas. Para a obtenção do gráfico de velocidade de fase versus frequência deve-se utilizar a equação 3.12.

$$v_p = \frac{\omega}{k} \quad (3.12)$$

Onde v_p é a velocidade de fase. Outro conceito que surge é o de velocidade de grupo, v_g , que pode ser obtida pela derivação da velocidade de fase pela frequência angular, como pode ser visto na equação 3.13.

$$v_g = \frac{\partial v_p}{\partial \omega} \quad (3.13)$$

Outra questão abordada foi o conceito de densidade superficial instantânea de energia da propagação da onda, representada pelo Vetor de Poynting, conceito originalmente empregado para ondas eletromagnéticas, porém nesse caso utilizado para descrever ondas mecânicas.

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2} \text{Re}(\boldsymbol{\sigma} \dot{\mathbf{u}}^*) \quad (3.14)$$

Onde $\dot{\mathbf{u}}^*$ é o conjugado da velocidade e \mathbf{P} é o fluxo médio de energia ao longo do tempo, equação 3.14.

Para o estudo das curvas de dispersão realizou-se uma análise da malha de elementos finitos utilizada, isto é, foram testadas três malhas com grande variação no número de graus de liberdade, buscando evidenciar a convergência dos resultados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

No presente capítulo serão apresentados os resultados dos estudos realizados, iniciando-se pelo estudo de convergência de malha, mostrando a validação do modelo e finalizando com as curvas de dispersão e gráficos de energia para o perfil I.

4.1 Estudo da Malha

Um dos principais parâmetros analisados em estudos de elementos finitos é a convergência da malha. Para tal análise escolheu-se, arbitrariamente, três curvas de dispersão apresentadas na Figura 4.1.

Pela análise dessa figura, percebe-se que a malha não apresenta influência significativa nos resultados, sendo assim não se vê necessidade da utilização de malhas refinadas. A Tabela 4.1 mostra os dados referentes às malhas utilizadas para a discretização do tubo.

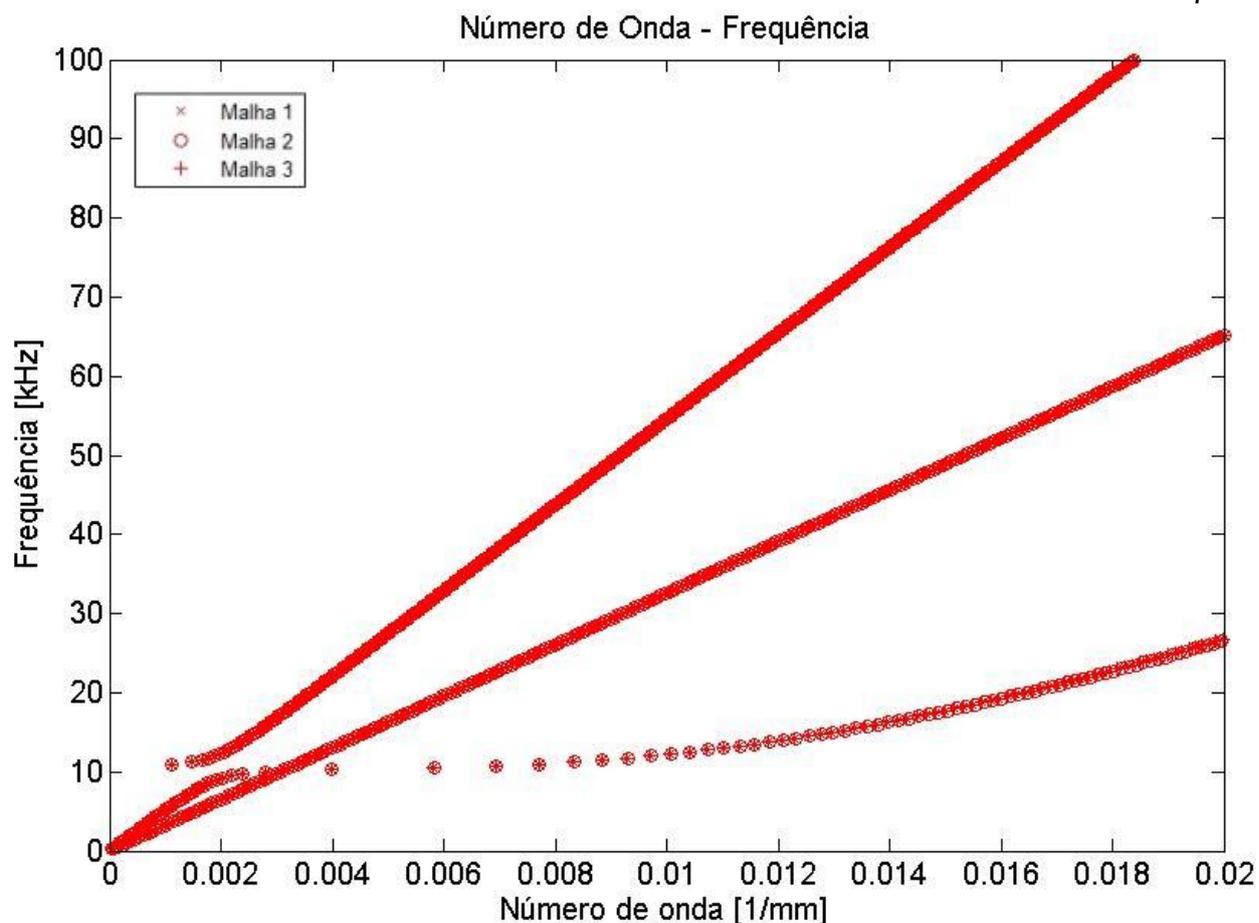


Figura 4.1: Gráfico de convergência de malha.

Tabela 4.1: Graus de liberdade e número de elementos utilizados no modelo.

	Malha 1	Malha 2	Malha 3
Número de elementos	108	1728	5504
Graus de liberdade	1944	23328	70080

A Figura 4.2 mostra as três malhas utilizadas para a discretização do tubo. Em 'a' observa-se a malha 1, em 'b' a malha 2 e em 'c' a malha 3, referenciadas na Figura 4.1.

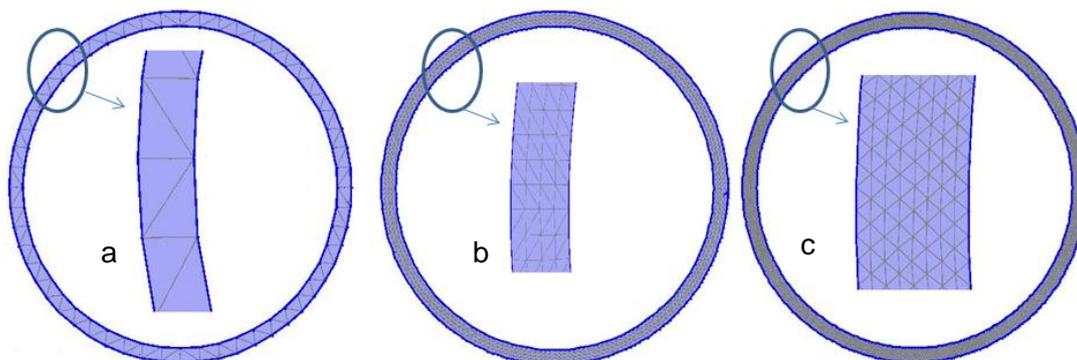


Figura 4.2: Malhas utilizadas para a discretização.

4.2 Validação do Modelo

A validação do modelo está representada na Figura 4.3, na qual se percebe que os resultados numéricos se aproximam consideravelmente dos da referência, obtidos pelo

DISPERSE. Deve-se atentar ao fato de que os números de onda graficados são aqueles que apresentam parte imaginária nula, ou seja, são modos propagantes. As curvas de dispersão com todos os modos encontrados pelo método para o referido tubo deste trabalho encontram-se no Apêndice III.

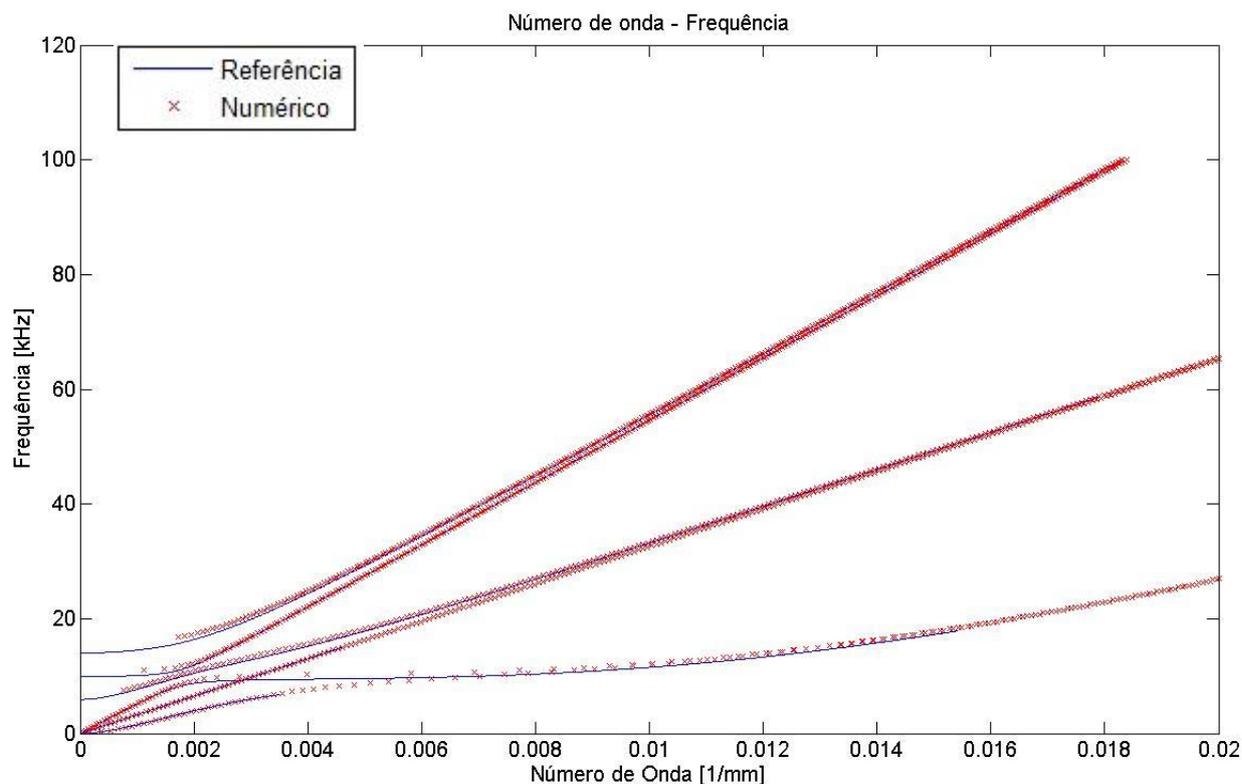


Figura 4.3: Gráfico de comparação entre a referência e o modelo numérico.

Selecionou-se um modo, aparentemente o que apresentava maior diferença, e a calculou-se esta diferença. Na Figura 4.4 observa-se o modo escolhido e na Figura 4.5 observa-se a diferença percentual da frequência em função do número de onda. O processamento dos dados aponta uma diferença relativa máxima de 8,47%.

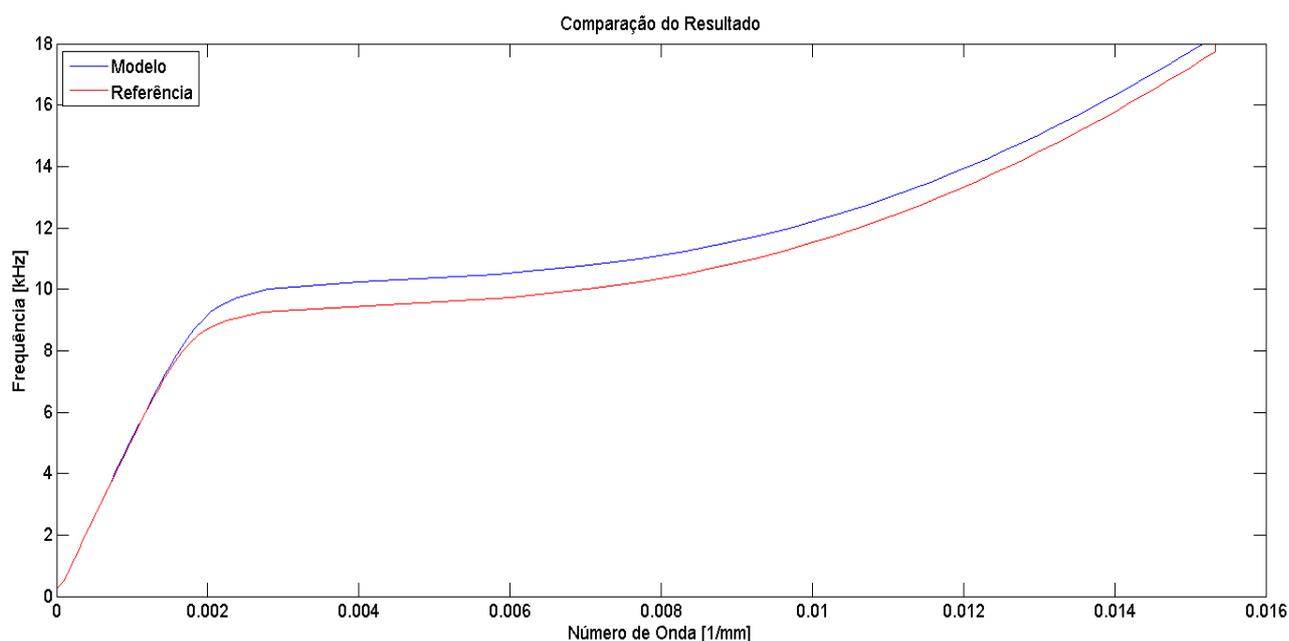


Figura 4.4: Modo selecionado para obtenção dos valores de diferença.

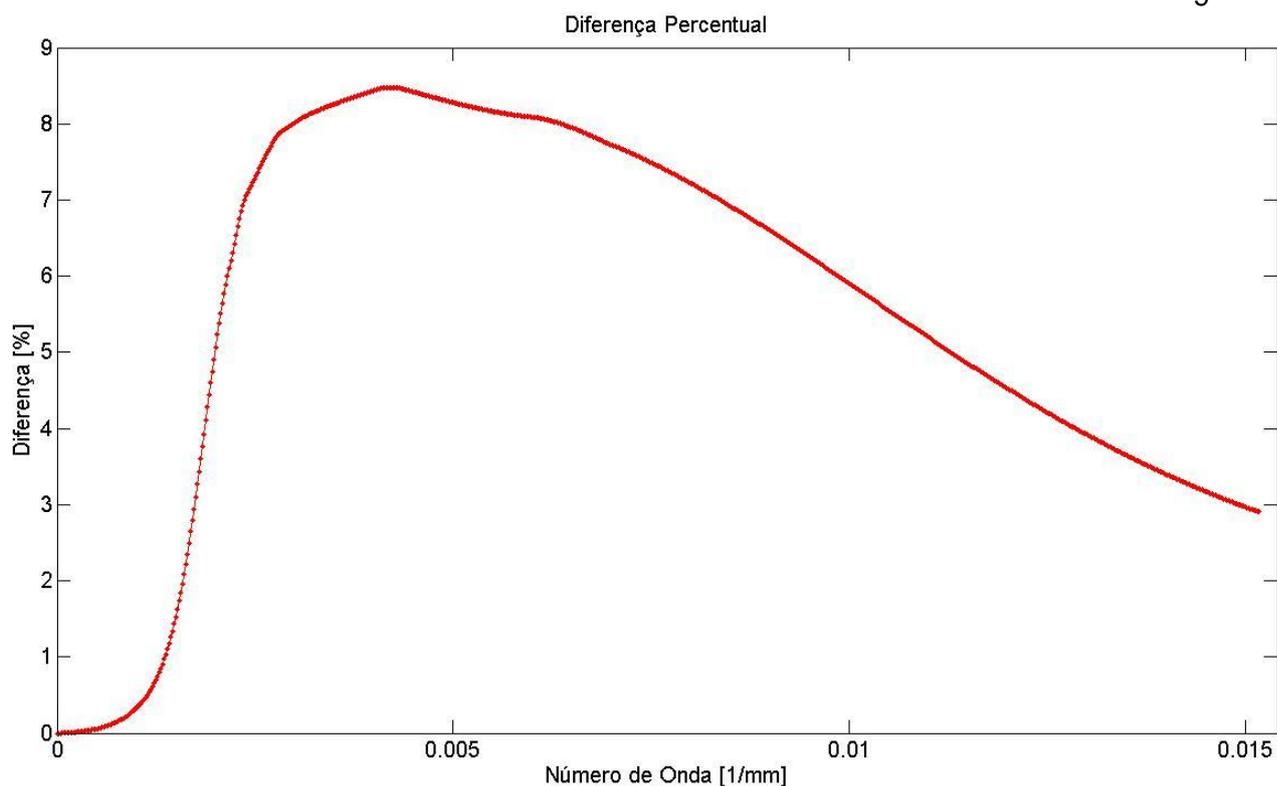


Figura 4.5: Diferença percentual em função do número de onda.

4.3 Curvas de Dispersão para o Perfil I

Os resultados apresentados a seguir indicam alta densidade de modos de onda que propagam em um perfil I. A Figura 4.6 mostra o gráfico de frequência versus número de onda. Na Figura 4.7 observa-se o gráfico de velocidade de fase versus frequência e na Figura 4.8 é apresentado o gráfico de velocidade de grupo versus frequência. A frequência de 100 kHz, por exemplo, apresenta 62 modos de propagação. O modelo contém 19182 graus de liberdade e é constituído de 1432 elementos. Na Figura 4.9 observa-se a malha utilizada.

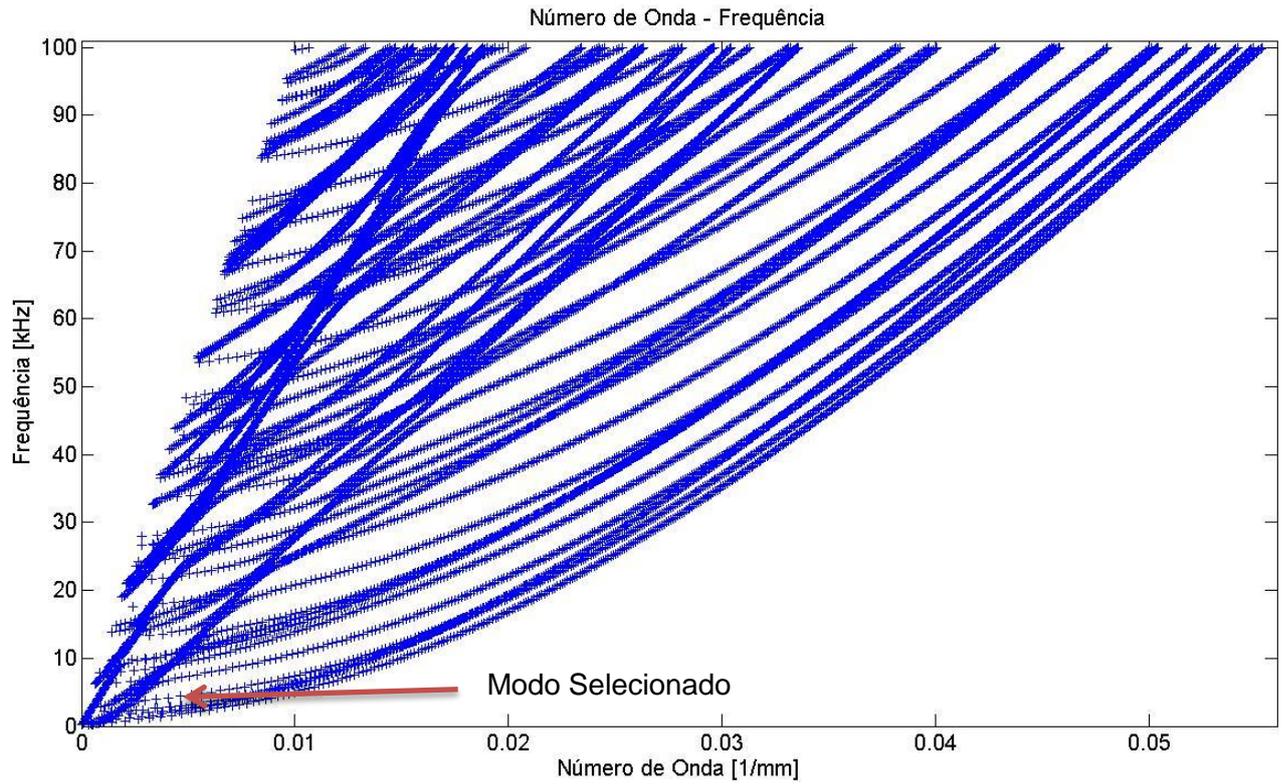


Figura 4.6: Gráfico de frequência em função do número de onda para o Perfil I.

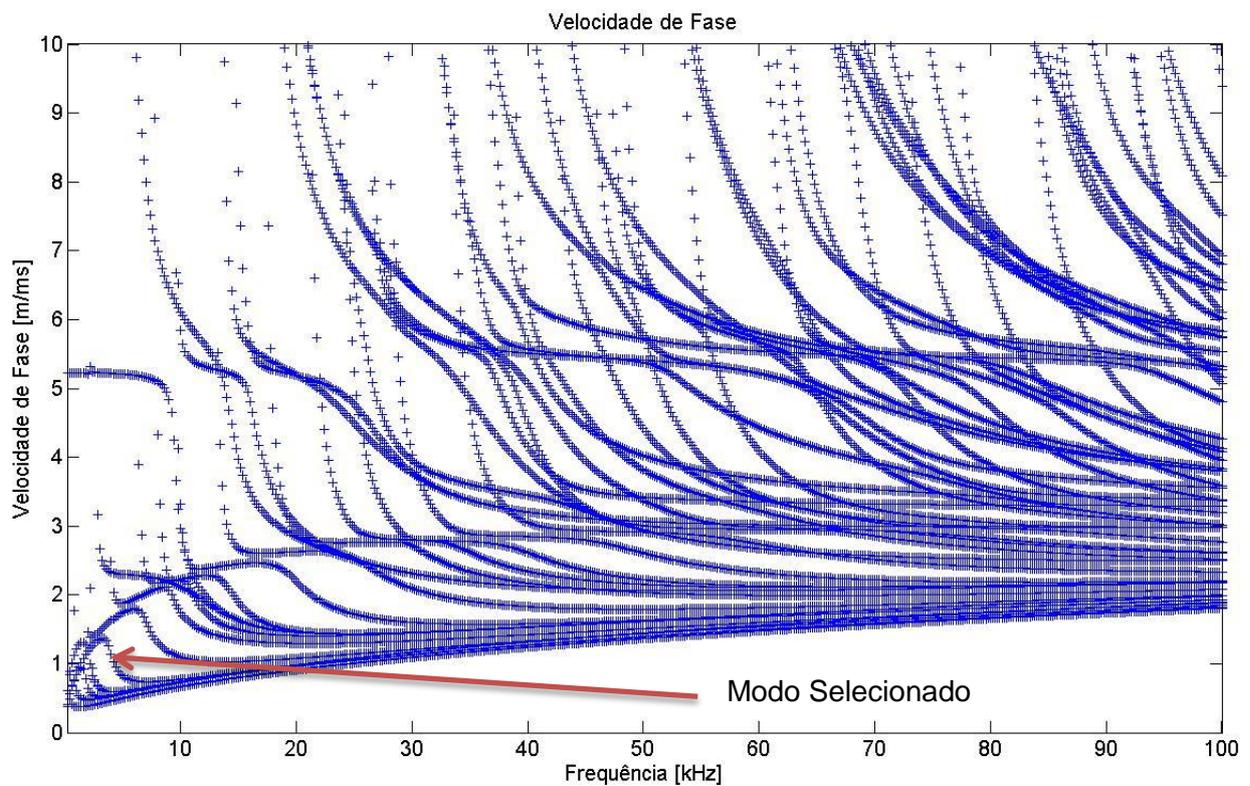


Figura 4.7: Gráfico da velocidade de fase em função da frequência para o Perfil I.

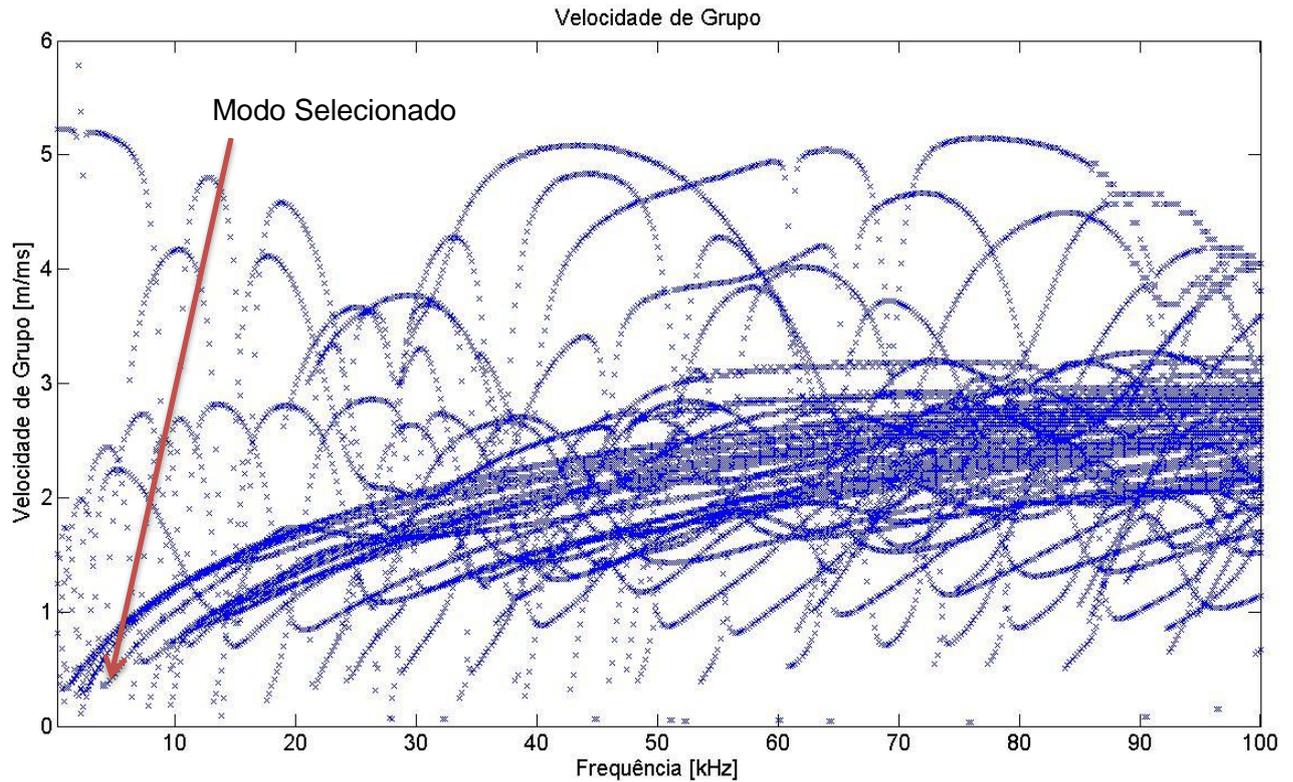


Figura 4.8: Gráfico da velocidade de grupo em função da frequência para o Perfil I.

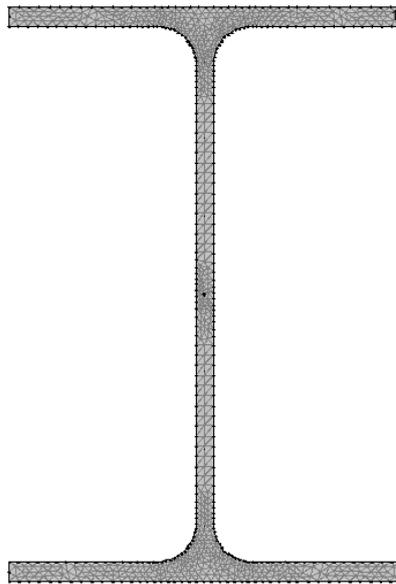


Figura 4.9: Malha utilizada no modelo.

A Figura 4.10 apresenta em escala de cor a densidade de energia, Vetor de Poynting, normalizado do modo selecionado, indicado na Figura 4.6. Observa-se para esse modo de propagação concentração de energia na alma, na parte inferior da mesa superior e na parte superior da mesa inferior.

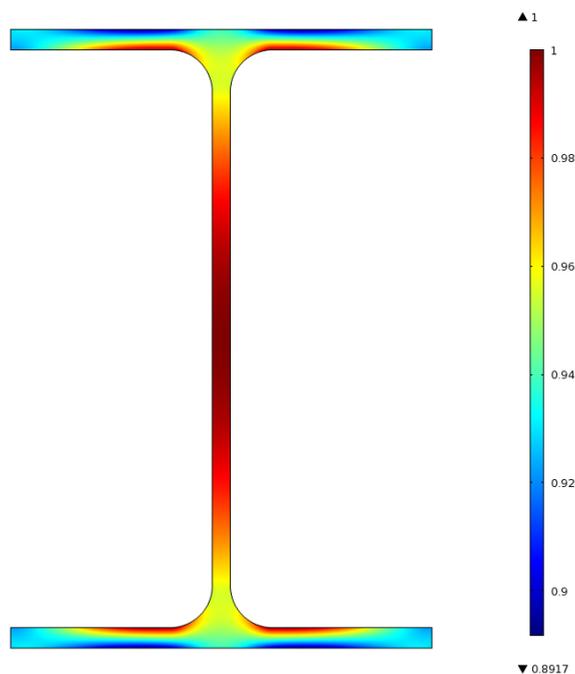


Figura 4.10: Gráfico de densidade de energia, vetor de Poynting.

A Figura 4.11 apresenta em gráfico de cores os deslocamentos fora do plano e em vetores os deslocamentos no plano, ambos normalizados pelo maior deslocamento.

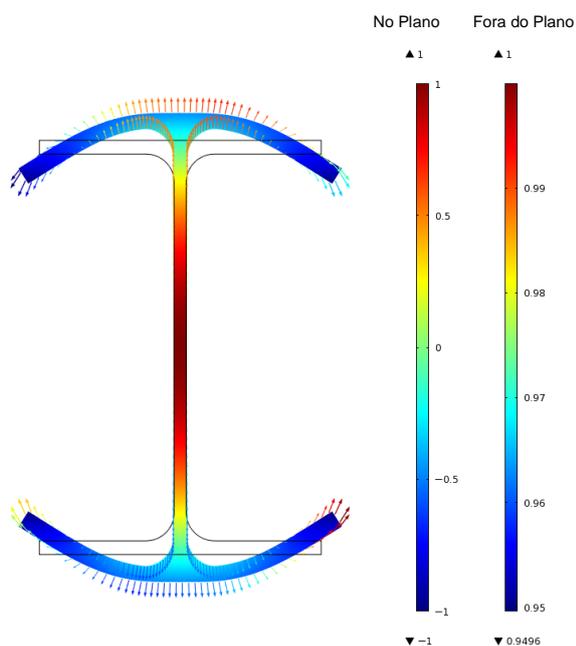


Figura 4.11: Gráficos de deslocamentos no plano, em vetores, e fora do plano, em cores.

5 CONCLUSÃO

Os estudos realizados sobre a análise de convergência de malha apontam para um método robusto no quesito discretização pelo método dos elementos finitos.

A análise dos resultados do ponto de vista dos ensaios não destrutivos apresenta resultados satisfatórios, pois a diferença entre o valor obtido pelo modelo numérico e a referência mostra-se mais acentuada nas regiões mais dispersivas, faixa que usualmente não é utilizada na técnica de ondas guiadas.

Esse trabalho traz dados importantes para a indústria metal-mecânica e petroquímica, pois permite a análise dos modos propagantes bem como a distribuição de energia da onda, além dos deslocamentos da seção geométrica.

Futuros estudos devem ser realizados, como a generalização dos materiais, tais como a utilização de materiais viscoelásticos, hiperelásticos. Deve-se atentar ao fato de que tais resultados apresentados no presente trabalho não foram comparados a resultados experimentais por falta de equipamentos adequados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alleyne, D.N., Pavlakovic, B., Lowe, M.J.S., Cawley, P., "**Rapid, long range inspection of chemical plant pipework using guided waves**", Key Engineering Materials, Vol. 270-273, pp. 434-441, 2004.

Bartoli I., Marzania A., Scalea F., Viola E., "**Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section**", Journal of Sound and Vibration, Vol. 295, pp. 685–707, 2006.

Cawley P., Lowe S., Alleyne N., Pavlakovic B., Wilcox P. "**Practical long range guided wave testing: applications to pipes and rail**", Material Evaluation, Vol.61, pp. 66-74, 2003.

Cegla F. "**Energy concentration at the center of large aspect ratio rectangular waveguides at high frequencies**", The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 123, pp. 4218-4226, 2008.

Cegla F., Cawley P., Allin J., Davies J., "**High-Temperature (>500°C) Wall Thickness Monitoring Using Dry-Coupled Ultrasonic Waveguide Transducers**", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 58, pp. 156-167, 2011.

Clarke, T., Strohaecker T. "**Quantificação da deformação de dutos monitorados por sistemas baseados em Ondas Guiadas**". Conaend & IEV, 2010, Santos - SP. Anais do 28º Conaend e 14º IEV, 2010.

Clarke T. "**Guided Wave Health Monitoring of Complex Structures**", tese de doutorado, programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, Imperial College, Londres, Inglaterra, 182 pp, 2009.

COMSOL, '**User's Guide and Introduction Version 3.5**', Comsol AB, 2008.

Drozdz M. "**Efficient Finite Element Modelling of Ultrasound Waves in Elastic Media**", tese de doutorado, programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, Imperial College, Londres, Inglaterra, 218pp, 2008.

Fan Z., Lowe M., Castaings M., Bacon C. "**Torsional waves propagation along a waveguide of arbitrary cross section immersed in a perfect fluid**", *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 124, pp. 2002-2010, 2008.

Galvani A., Cawley P., "**The Reflection of Guided Waves from Simple Supports in Pipes**", *The Journal of the Acoustical Society of America*. Vol. 129, pp. 1869-1880, 2011.

Gravić L., "**Computation of Propagative Waves in Free Rail Using a Finite Element Technique**", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 185, pp. 531-543, 1995.

Gunawan A., Hirose S., “**Boundary element analysis of guided waves in a bar with an arbitrary cross-section**”, Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 29, pp. 913-924, 2005.

Hayashi T., Song W., Rose J., “**Guided wave dispersion curves for a bar with an arbitrary cross-section, a rod and rail example**”, Ultrasonics, Vol. 41, pp. 175-183, 2003.

Hayashi T., Tamayama C., Murase M., “**Wave structure analysis of guided waves in a bar with an arbitrary cross-section**”, Ultrasonics, Vol. 44, pp. 17-24, 2006.

Hesse D., Cawley P., “**Surface wave modes in rails**”, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 120, pp. 733-740, 2006.

Hunter A. J., Croxford A. J. “**Optimization of Experimental Parameters for Sparse Array Imaging**”, Review of progress in quantitative nondestructive evaluation AIP Conf. Proc., Vol. 29, pp. 1852-1859, 2010;

Kwun, H., Dynes, C.P., “**Long-range guided wave inspection of pipe using magnetostrictive sensor technology: the feasibility of defect characterization**”, Proceedings of Nondestructive Evaluation of utilities and Pipelines II, pp. 28-34, 1998.

Lagasse P. “**Higher-order finite-element analysis of topographic guides supporting elastic surface waves**” The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 53, pp. 1116-1122, 1973.

Loveday P., “**Simulation of Piezoelectric excitation of Guided Waves Using Waveguide Finite Elements**”, IEEE Transactions on Ultrasonic , Ferroelectrics , and Frequency Control , Vol. 55, pp. 2038-2045, 2008.

Marinho, M. G., Santos, J. M., Carneval, R. O. “**Integrity Assessment and Repair of Flexible Risers**”, Proceedings of OMAE2006 – 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Hamburgo, Alemanha, 2006.

Martins C. “**Desenvolvimento de Metodologias de Inspeção e Monitoramento de Risers Flexíveis através de Técnicas Micromagnéticas de Análise de Tensões**”, tese de doutorado, programa de pós-graduação em Engenharia de Materiais Metalurgica e Minas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 144pp, 2008.

Marzani A. Viola E., Bartoli I., Scalea F, Rizzo P. “**A semi-analytical finite element formulation for modeling stress wave propagation in axisymmetric damped waveguides**” Journal of Sound and Vibration, Vol. 318, pp. 488–505, 2008.

MATLAB, “**R2011a Documentation**”, Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2011.

Pavlakovic B., Lowe M., ‘**Disperse User’s Manual**’, Imperial College London, Londres, Inglaterra, 2003.

Pedroi M., Castaings M., Hosten B., Bacon C. “**Wave Propagation Along Transversely Periodic Structures**”, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 121, pp. 1935-1944, 2007.

Treysède F., “**Elastic Waves in Helical Waveguides**”, Wave Motion, vol. 45, pp. 457-470, 2008.

Royer, D., Dieulesaint, E., **“Elastic Waves in Solids I: Free and Guided Propagation”**, Springer, Alemanha, 1º Edição, 2000.

Su Z., Ye Le, Ye Lu, **‘Guided Lamb waves for identification of damage in composite structures: A review’**, Journal of Sound and Vibration, Vol. 295, pp. 753–780, 2006.

Timoshenko S., Gere J., **'Mecânica dos Sólidos'**, vol. I, LTC, Brasil, 1994.

A. APÊNDICE I

1 Condição de contorno de Robin

A condição de contorno de Robin, ou de terceira espécie, é um tipo de condição de contorno aplicada a uma equação diferencial ordinária ou parcial, e é especificada como uma combinação linear entre os valores da função e da sua derivada nas fronteiras do domínio (para mais detalhes ver a documentação do *MATLAB 2011*).

A condição de contorno de Robin é uma combinação ponderada das condições de contorno de Dirichet e Neumann. Isto contrasta com condições de contorno mistas, que são condições de contorno de diferentes tipos especificados em diferentes subconjuntos do limite. Condições de contorno Robin também são chamadas de condições de contorno de impedância, a partir de sua aplicação em problemas eletromagnéticos.

Se Ω é o domínio no qual a equação é dada e $\partial\Omega$ é a fronteira, a condição de contorno de Robin é, Equação A.1:

$$au + b \frac{\partial u}{\partial n} = g \text{ em } \partial\Omega \quad (\text{A.1})$$

Para as constantes a e b não nulos g é uma função definida, u é a função de interesse definida em Ω e n é o vetor normal unitário. Condições de contorno de Robin são comumente usadas na resolução de Sturm-Liouville (problemas representados por equações diferenciais de segunda ordem linear na forma modal) problemas que aparecem em muitos contextos em ciência e engenharia (Equação de Laplace na forma modal).

2 Equação de Laplace

Trata-se de uma equação diferencial de alta relevância, pois descreve o comportamento físico de vários campos da ciência, como, por exemplo, a astronomia, o eletromagnetismo, a mecânica dos fluidos, formulando as funções potencial gravitacional, elétrica, fluidica, entre outras aplicações. Com efeito, a teoria geral de soluções para a equação de Laplace é conhecida como teoria do potencial, que tem como base a decomposição de Helmholtz (para mais detalhes ver a documentação do *MATLAB 2011*).

3 Decomposição de Helmholtz

Na área do cálculo vetorial, o teorema de Helmholtz, também conhecido como teorema fundamental do cálculo vetorial, afirma que se um campo vetorial tridimensional suficientemente suave pode ser resolvido através da soma de um vetor irrotacional e um vetor solenoidal; isso é conhecido como a decomposição de Helmholtz (para mais detalhes ver a documentação do *MATLAB 2011*).

Isso implica que qualquer vetor \mathbf{F} pode ser considerado como a generalização de um par de potenciais, um potencial escalar, φ , e um potencial vetorial, Ψ , Equação A.2:

$$\mathbf{F} = \Delta\varphi + \Delta \times \Psi \quad (\text{A.2})$$

4 Função transcendental

Uma função transcendental é uma função a qual não satisfaz uma equação polinomial cujos coeficientes são eles próprios polinomiais. Mais tecnicamente, uma função de uma variável é transcendental se ela é algebricamente independente desta variável. Uma função transcendental não pode ser expressa em termo de uma sequência finita de operações algébricas (para mais detalhes ver a documentação do *MATLAB 2011*).

Função transcendental é um termo frequentemente usado para descrever as funções trigonométricas.

5 Vetor de Poynting

A energia produzida pelas fontes internas em um volume V é contabilizada em parte como energia armazenada na forma de energia cinética e potencial, com o resto como energia irradiada para fora. A potência irradiada é igual ao fluxo do vetor de Poynting que atravessa a superfície S que delimita o volume V . Ou seja, o Vetor de Poynting é um vetor cujo módulo representa a densidade superficial instantânea de energia mecânica que se propaga por unidade de tempo na direção e sentido da onda mecânica associada, e por definição na direção e sentido do vetor de Poynting em si. Seu módulo representa, portanto, a quantidade de energia que atravessa uma seção transversal de área unitária em posição perpendicular à direção de propagação da onda por intervalo de tempo. De uma maneira formal, o vetor de Poynting é definido através do produto vetorial do tensor de tensões e do vetor de velocidades da respectiva onda mecânica (Royer 2000).

O vetor de Poynting é geralmente representado pelo símbolo: \vec{S} , e tem por unidade o Joule por metro quadrado e por segundo [J/m^2s], ou simplificadaamente Watt por metro quadrado [W/m^2], σ representa o tensor de tensão e \dot{u} representa o vetor de velocidade da onda.

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}} \quad (\text{A.3})$$

Para uma onda mecânica harmônica o fluxo médio de energia ao longo do tempo pode ser encontrado como segue, Equação A.4:

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}} \quad (\text{A.4a})$$

$$\mathbf{S} = \text{Re}(\boldsymbol{\sigma} e^{I\omega t}) \times \text{Re}(\dot{\mathbf{u}} e^{I\omega t}) \quad (\text{A.4b})$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma} e^{I\omega t} + \boldsymbol{\sigma}^* e^{-I\omega t}) \times (\dot{\mathbf{u}} e^{I\omega t} + \dot{\mathbf{u}}^* e^{-I\omega t}) \quad (\text{A.4c})$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{4}(\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}}^* + (\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}}^*)^* + \boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}} e^{2I\omega t} + (\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}} e^{2I\omega t})^*) \quad (\text{A.4d})$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\text{Re}(\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}}^*) \times \text{Re}(\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}} e^{2I\omega t})) \quad (\text{A.4e})$$

Onde, $I = \sqrt{-1}$, k é o número de onda, $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular, f é a frequência, t é o tempo. Então o fluxo médio de energia ao longo do tempo é definido por:

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{S} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (\text{Re}(\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}}^*) \times \text{Re}(\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}} e^{2I\omega t})) dt \quad (\text{A.5})$$

Sendo que $\text{Re}(e^{2I\omega t}) = \cos(2\omega t)$ cuja média é zero, sendo assim o segundo termo do integrando é zero, restando somente o primeiro, a equação para o cálculo de $\bar{\mathbf{S}}$ é, Equação A.6:

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \text{Re}(\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\mathbf{u}}^*) \quad (\text{A.6})$$

6 Operador delta de Kronecker

Na matemática, o delta de Kronecker, é a notação definida por:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

Na forma matricial o operador corresponde a matriz identidade (para mais detalhes ver a documentação do *MATLAB 2011*).

$$\delta = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7 Velocidade de fase e velocidade de grupo

A velocidade de fase consiste na velocidade com que um ponto caracterizado por determinada fase em uma onda periódica simples se desloca no espaço. A velocidade de fase de uma onda é a taxa na qual a fase da onda se propaga no espaço. Esta é a velocidade com que a fase de qualquer componente de frequência de uma onda propaga, qualquer fase da onda (por exemplo, a crista) aparecerá viajar a velocidade de fase. Usualmente difere da velocidade de grupo, que caracteriza mais corretamente as perturbações periódicas nascidas da dispersão de uma onda em um meio dispersivo. A velocidade de grupo de uma onda é a velocidade com que a forma geral da amplitude da onda, conhecida como a modulação ou envelope da onda, se propaga através do espaço (Royer 2000).

B. APÊNDICE II

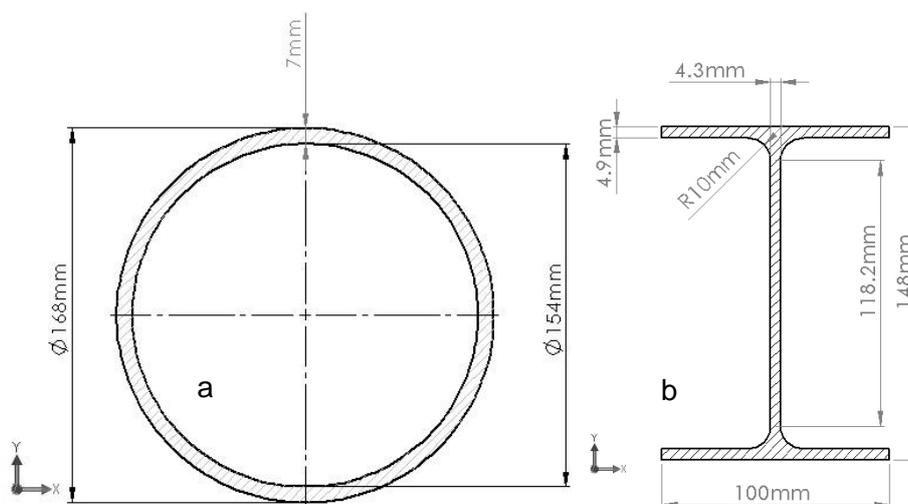


Figura B.1: a) Dimensões do duto metálico. b) Dimensões do perfil I.

C. APÊNDICE III

Os resultados apresentados a seguir indicam alta densidade de modos de onda que propagam em um tubo, a Figura 4.6 é o gráfico de frequência versus número de onda, na Figura 4.7 observa-se o gráfico de velocidade de fase versus frequência e na Figura 4.8 é apresentado o gráfico de velocidade de grupo versus frequência. A frequência de 100 kHz, por exemplo, apresenta 92 modos de propagação. O modelo contém 70080 graus de liberdade e é constituído de 5504 elementos, na Figura 4.9, observa-se a malha utilizada.

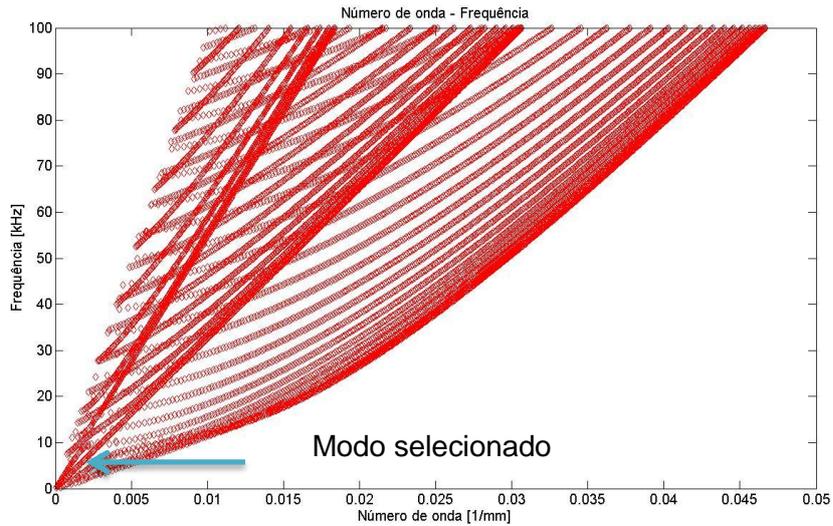


Figura C.1: Gráfico de frequência em função do número de onda para o tubo.

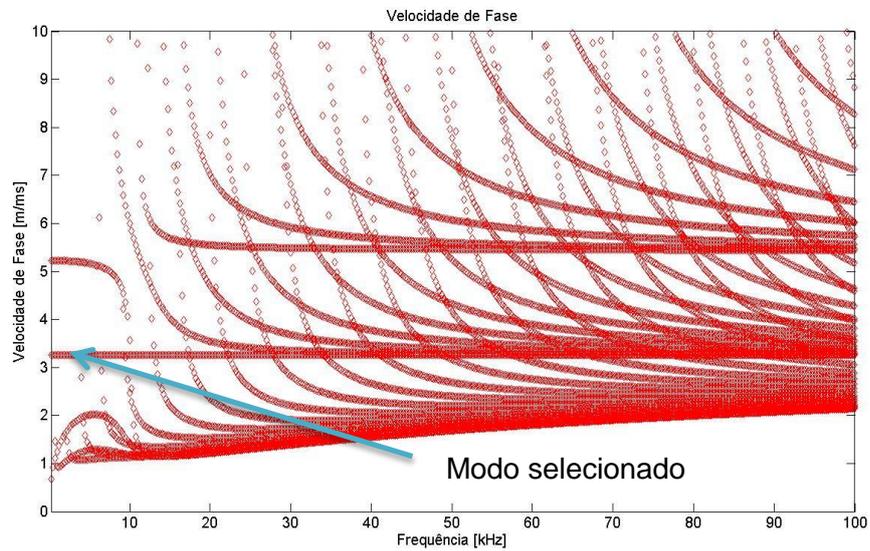


Figura C.2: Gráfico de velocidade de fase em função da frequência para o tubo.

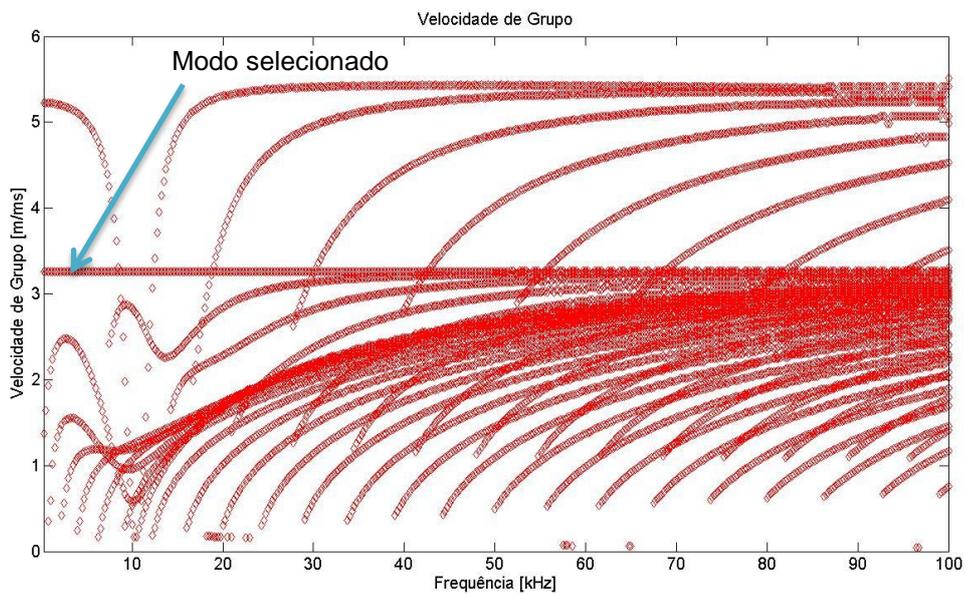


Figura C.3: Gráfico de velocidade de grupo em função da frequência para o tubo.

A Figura 4.10 apresenta em escala de cor a densidade de energia, Vetor de Poynting, normalizado do modo selecionado (Shear Horizontal, SH), modo que apresenta velocidades de fase e de grupo constantes para uma frequência de 5 kHz. Observa-se que para esse modo de propagação, há concentração de energia na parte externa do tubo.

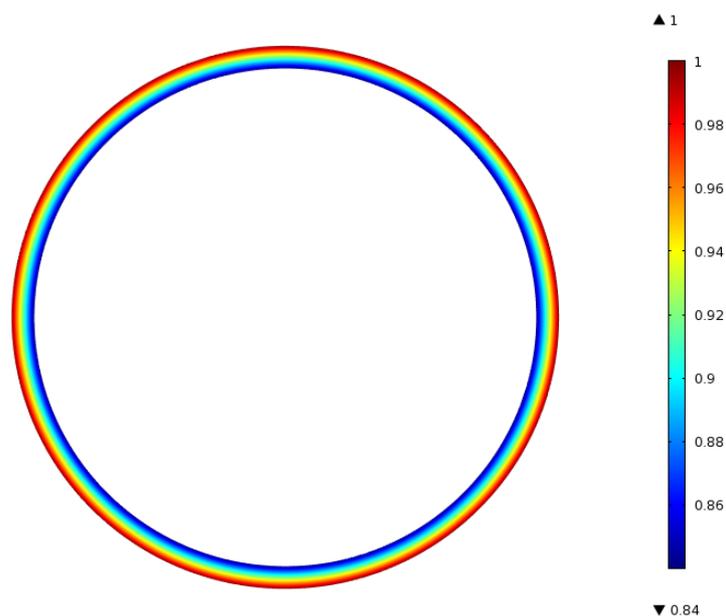


Figura C.4: Gráfico de densidade de energia, vetor de Poynting.

A Figura 4.11 apresenta em gráfico de cores os deslocamentos fora do plano e em vetores os deslocamentos no plano, ambos normalizados pelo maior deslocamento.

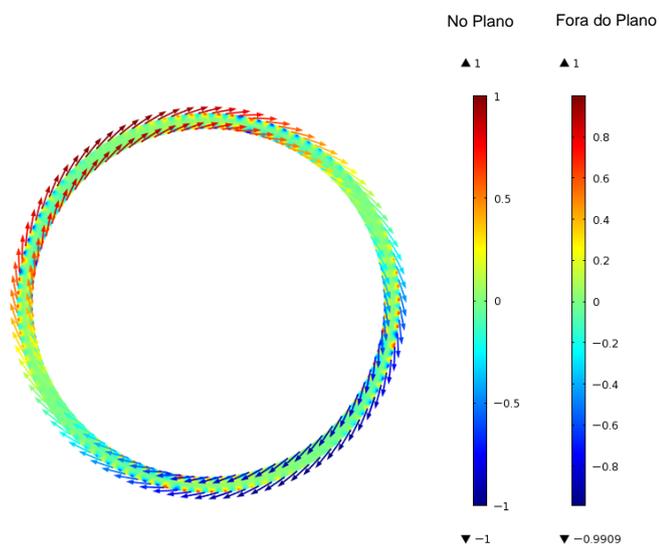


Figura C.5: Gráficos de deslocamentos no plano, em vetores, e fora do plano, em cores.