



IX Oktoberforum – PPGEQ

19, 20 e 21 de outubro de 2010

DESENVOLVIMENTO DE SOLUÇÕES ANALÍTICAS PARA CHAMAS DIFUSIVAS

Felipe Norte Pereira¹, Álvaro Luiz de Bortoli², Nilson Romeu Marcílio¹

¹ Departamento de Engenharia Química

² Instituto de Matemática

Departamento de Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

R. Eng. Luis Englert, s/n. Campus Central. CEP: 90040-040 - Porto Alegre - RS - BRASIL,

E-MAIL: felipe.norte.P@gmail.com

Resumo: Os processos de conversão de energia tendem a considerar cada vez mais restrições econômicas e ambientais, tornando necessário o entendimento da interação entre a combustão e a turbulência. O presente trabalho visa o desenvolvimento de soluções analíticas para a velocidade axial e fração de mistura médias de um jato de chama difusiva turbulento, em coordenadas cilíndricas. Para a obtenção de tais soluções, foi aplicada uma transformação de similaridade, desprezando-se os efeitos de flutuabilidade e gradiente de pressão na chama. Para quantificar a viscosidade turbulenta foi utilizada uma expressão semi-empírica. A expressão analítica obtida para a fração de mistura foi comparada com resultados experimentais de uma chama de hidrogênio/nitrogênio 50/50%, e representou de modo satisfatório os pontos do experimento.

Palavras-chave: combustão, solução analítica, dinâmica de fluidos

1. Introdução

A teoria de combustão é uma importante área da fenomenologia clássica, que contempla uma ampla gama de fenômenos naturais. De modo geral, a combustão é rápida quando comparada com a mistura dos componentes a nível molecular, ocorrendo em camadas mais finas do que as escalas de comprimentos típicas da turbulência, especialmente para valores de Damköhler elevados.

Diversos modelos para soluções aproximadas de chamas difusivas podem ser encontrados na literatura, dentre os quais, vale a pena citar: WILLIAMS (1985), LIÑAN (1991), PETERS & DONNERHACK (1981), PETERS (2000), WARNATZ *et al.* (2001), VEYNANTE & VERVISH (2003), FERNÁNDEZ-TARRAZO *et al.* (2006).

Os desenvolvimentos analíticos presentes nesse trabalho foram motivados pelas seguintes obras:

— PETERS & DONNERHACK (1985), que calcula a fração de mistura de uma chama axissimétrica utilizando uma transformação de similaridade, considerando a viscosidade turbulenta constante em toda a extensão da chama.

— AGRAWAL & PRASAD (2003), que desenvolveram expressões analíticas para a viscosidade turbulenta de jatos, plumas e esteiras.

O presente trabalho tem por objetivo determinar expressões analíticas para a velocidade axial e fração de mistura para um jato de chama difusiva, utilizando a transformação de similaridade aplicada por PETERS &

DONNERHACK (1985), mas considerando a viscosidade turbulenta obtida por AGRAWAL & PRASAD (2003), que varia ao longo do comprimento e raio da chama.

As expressões obtidas para a fração de mistura foram comparadas com dados experimentais para uma chama de hidrogênio/nitrogênio.

2. Materiais e Métodos

Em um sistema homogêneo, onde uma corrente de combustível é misturada com um oxidante, a fração de mistura pode ser definida como a razão entre a fração mássica de combustível não queimado com a fração de combustível original presente na corrente de combustível (Eq. 1).

$$\tilde{Z} = \frac{Y_{F,u}}{Y_{F,1}} \quad (1)$$

Considerando a estequiometria da reação, a fração de mistura pode ser escrita em função da fração de combustível e de oxidante em um dado ponto da chama (Eq. 2).

$$\tilde{Z} = \frac{v Y_F - Y_{O_2} + Y_{O_{2,2}}}{v Y_{F,1} + Y_{O_{2,2}}} \quad v = \frac{v_{O_2} W_{O_2}}{v_F W_F} \quad (2)$$

A utilização da fração de mistura ao invés da fração mássica facilita a resolução do sistema de equações. Além disso, a partir da fração de mistura é possível determinar as frações mássicas dos componentes da reação global.

Para análise, considerou-se uma chama difusiva, na qual o combustível, que sai de um bocal de diâmetro d com velocidade u_0 , mistura-se com o ar ambiente por convecção e difusão, formando um jato de chama (Figura 1).

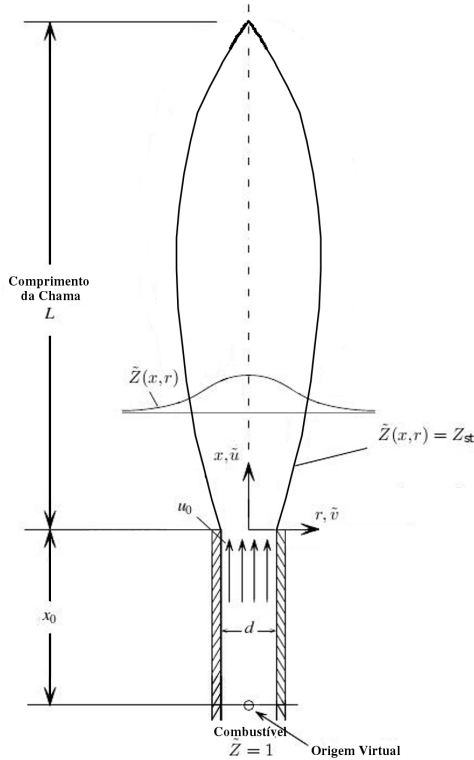


Figura 1. Representação esquemática de um jato de chama

Escolheu-se a geometria de um jato, pelo fato desta ser representativa da classe de chamas não pré-misturadas.

Essa estrutura leva a um problema axissimétrico bidimensional, governado pelas equações da Continuidade (Eq. 3), Momento (Eq. 4) e Fração de Mistura (Eq. 5) em termos da média de Favre.

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{V}_j) = 0 \quad (3)$$

$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial t} + \tilde{V}_j \frac{\partial \tilde{V}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{j,i}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{V}_j \tilde{V}_i) + \bar{\rho} g_i \quad (4)$$

$$\bar{\rho} \left(\frac{\partial \tilde{Z}}{\partial t} + \tilde{V}_j \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\bar{\rho} v_{t,j}}{Sc} \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial x_j} \right) \quad (5)$$

A média de Favre corresponde a uma média temporal ponderada pela massa específica, podendo ser escrita de acordo com a equação 6.

$$\tilde{u} = \frac{\overline{\rho u}}{\bar{\rho}} = \frac{\int_0^T \rho u dt}{\int_0^T \rho dt} \quad (6)$$

De modo a simplificar as equações 3, 4 e 5, foram

feitas as seguintes considerações:

- Estado estacionário.
- Desprezaram-se os efeitos de fluatibilidade e gradiente de pressão.
- Considerou-se a hipótese de camada limite.
- Desprezou-se o componente de tensão viscosa quando comparado à tensão de Reynolds $(\bar{\rho} \tilde{V}_i \tilde{V}_j)$.

Com essas simplificações, é possível obter as equações 7, 8 e 9, escritas em coordenadas cilíndricas na forma:

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u} r)}{\partial x} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{v} r)}{\partial r} = 0, \quad (7)$$

$$\bar{\rho} \tilde{u} r \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \bar{\rho} \tilde{v} r \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\bar{\rho} v_{t,r} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \right), \quad (8)$$

$$\bar{\rho} \tilde{u} r \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial x} + \bar{\rho} \tilde{v} r \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\bar{\rho} v_{t,r}}{Sc} \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial r} \right). \quad (9)$$

A tensão de Reynolds foi modelada de acordo com a Eq. 10.

$$-\overline{\rho u' v'} = \bar{\rho} v_{t,r} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \quad (10)$$

As equações 7, 8 e 9 estão sujeitas às seguintes condições de contorno (Eq. 11):

$$\begin{aligned} r=0: \quad & \tilde{v}=0, \quad \tilde{Z}=\tilde{Z}_{cl} \\ r \rightarrow \infty: \quad & \tilde{u}=0, \quad \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r}=0, \quad \tilde{Z}=0 \end{aligned} \quad (11)$$

A equação da Continuidade (Eq. 7) é automaticamente satisfeita com a introdução da função corrente (Eq. 12).

$$\bar{\rho} \tilde{u} r = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \bar{\rho} \tilde{v} r = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (12)$$

Utilizou-se uma transformação de similaridade (Eq. 13), segundo o trabalho de PETERS & DONNERHACK (1985), de modo a simplificar o sistema de equações e possibilitar sua resolução analítica.

$$\eta = \frac{\bar{r}}{\zeta}, \quad \bar{r}^2 = 2 \int_0^r \frac{\bar{\rho}}{\rho_\infty} r dr, \quad \zeta = x + x_0 \quad (13)$$

A transformação dada pela Eq. 13 leva ao surgimento de uma coordenada radial ponderada pela massa específica (\bar{r}). A nova coordenada axial ζ corresponde à soma entre a coordenada axial x e o deslocamento da chama em relação ao bocal x_0 .

Com a transformação de similaridade, o sistema de coordenadas (x, r) é transformado em (ζ, η) utilizando-se a regra da cadeia mostrada na Eq. 14.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial \eta}{\partial \zeta} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial \eta}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{r}}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (14)$$

Introduzindo-se a função corrente adimensional F (Eq. 15), as velocidades axial e radial podem ser escritas como função de F (Eq. 16), do seguinte modo:

$$F(\eta) = \frac{\psi}{\rho_\infty v_{tr} \zeta}, \quad (15)$$

$$\tilde{u} = \frac{1}{\eta \zeta} \frac{\partial (v_{tr} F)}{\partial \eta}, \quad (16)$$

$$\bar{\rho} \tilde{v} r = -\rho_\infty \left(v_{tr} F - \eta \frac{\partial (v_{tr} F)}{\partial \eta} \right).$$

A variável v_{tr} presente nas equações 15 e 16 corresponde à viscosidade turbulenta. Para quantificar a viscosidade turbulenta, foi utilizada uma expressão semi-empírica obtida por AGRAWAL & PRASAD (2003) para um jato axissimétrico de chama difusiva (Eq. 17).

$$v_{tr} = \frac{U_c c^4}{4} x \left(\frac{1 - \exp(-\zeta^2)}{\zeta^2} \right), \quad \zeta = \frac{r}{c x} \quad (17)$$

A variável U_c corresponde a velocidade axial na linha de centro, que, para um jato axissimétrico, varia como x^{-1} .

De modo a simplificar os cálculos, foi considerado que a fração de mistura corresponde ao produto de duas funções: a fração de mistura na linha de centro \tilde{Z}_{cl} , função somente de ζ , e a variável ω , como mostra a equação 18.

$$\tilde{Z} = \tilde{Z}_{cl} \omega \quad (18)$$

Considerando o parâmetro de Chapman-Rubesin C apresentado na equação 19.

$$C = \frac{\bar{\rho}^2 v_t r^2}{\rho_\infty^2 v_{tr} \bar{r}^2} \quad (19)$$

De acordo com PETERS & DONNERHACK (1985), o parâmetro de Chapman-Rubesin também pode ser escrito como:

$$C = \frac{(\rho_0 \rho_{st})^{1/2}}{\rho_\infty}. \quad (20)$$

Substituindo as equações 16 e 18 nas equações 8 e 9, e aplicando a regra da cadeia descrita pela equação 14, chega-se nas equações 21 e 22

$$-\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{v_{tr} F}{\eta} \frac{\partial (v_{tr} F)}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[C v_{tr} \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial (v_{tr} F)}{\partial \eta} \right) \right] \quad (21)$$

$$-\frac{\partial}{\partial \eta} \left((v_{tr} F) \omega \right) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{C}{Sc} \eta v_{tr} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) \quad (22)$$

sujeitas às seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} \eta=0: \quad & F=0, \quad \omega=1, \\ \eta \rightarrow \infty: \quad & (v_{tr} F)'=0, \quad (v_{tr} F)''=0, \quad \omega=0. \end{aligned} \quad (23)$$

De modo a resolver as equações diferenciais 21 e 22 analiticamente, o termo exponencial da equação 17 foi aproximado por uma série de Taylor truncada.

Efetuada a expansão do termo exponencial da equação 17 em uma série de Taylor truncada no segundo termo, resulta em:

$$\exp(-\zeta^2) \approx 1 - \zeta^2. \quad (24)$$

Com essa consideração, a viscosidade turbulenta pode ser escrita de acordo com Eq. 25.

$$v_{tr} = \frac{U_c c^4}{4} x \quad (25)$$

Agora, a viscosidade turbulenta torna-se independente de η , já que U_c é função somente de ζ . Desse modo, as equações 21 e 22 podem ser simplificadas, resultando nas equações 26 e 27.

$$-\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{F}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left[C \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \eta} \right) \right] \quad (26)$$

$$-\frac{\partial}{\partial \eta} (F \omega) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{C}{Sc} \eta \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) \quad (27)$$

Resolvendo-se a equação 26 para determinar o valor da função corrente adimensional (F) (Eq. 28).

$$F = C (\gamma \eta)^2 \left(1 + \frac{(\gamma \eta)^2}{4} \right)^{-1} \quad (28)$$

O parâmetro γ é uma constante, com relação a η , obtido durante a integração da equação 26.

A substituição de Eq. 28 em Eq. 16, leva a uma expressão para a velocidade axial em termos de (ζ, η) (Eq. 29).

$$\tilde{u} = \frac{2 v_{tr} C \gamma^2}{\zeta} \left(1 + \frac{(\gamma \eta)^2}{4} \right)^{-2} \quad (29)$$

Analisando a expressão 29, visualiza-se que a velocidade na linha de centro ($\tilde{u}(\zeta, \eta=0)$) é proporcional a x^{-1} , o que está de acordo com a consideração inicial feita para U_c na equação 17.

Combinando a equação do movimento na direção x com a equação da continuidade e integrando desde $r = 0$ até $r \rightarrow \infty$, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^\infty \bar{\rho} \tilde{u}^2 r dr \right] + [\bar{\rho} \tilde{u} \tilde{v} r]_0^\infty = \left[\bar{\rho} v_{tr} r \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \right]_0^\infty. \quad (30)$$

Com as condições de contornos dadas pela Eq. 11, os dois últimos termos da Eq. 30 são iguais a zero. Logo, a integral do primeiro termo da Eq. 30 é independente de x , e portanto é igual a integral em $x = 0$. Considerando uma velocidade de saída do jato contante através de um orifício de raio R , o momento do jato pode ser escrito de acordo com:

$$\int_0^\infty \bar{\rho} \tilde{u}^2 r dr = \frac{\rho_0 u_0^2 R^2}{2}, \quad (31)$$

onde ρ_0 corresponde à massa específica da corrente de combustível que sai do orifício de raio R .

Substituindo a equação 29 na equação 31, determina-se o valor de γ através da expressão:

$$\gamma^2 = \frac{3}{64} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_\infty C^2} \right) \cdot \left(\frac{\tilde{u}_0 d}{v_{tr}} \right)^2. \quad (32)$$

Para quantificar a variação do número de Schmidt (Sc) com a composição da chama, considerou-se que Sc varia linearmente com a fração de mistura, de acordo com a equação:

$$Sc = (Sc_F - Sc_{Ox}) \tilde{Z} + Sc_{Ox}, \quad (33)$$

onde Sc_F e Sc_{Ox} correspondem ao número de Schmidt para o combustível e oxidante, respectivamente.

De modo a expressar a variação do número de Schmidt como dependente de (\tilde{Z}_{cl}, ω) (Eq. 34), a equação 18 foi substituída na equação 33.

$$\begin{aligned} Sc &= A_1 \omega + A_2 \\ A_1 &= (Sc_F - Sc_{Ox}) \tilde{Z}_{cl} \quad A_2 = Sc_{Ox} \end{aligned} \quad (34)$$

Substituindo as equações 28 e 34 na equação 27, integra-se a 27 para determinar ω (Eq 35).

$$\omega = A_2 \left[(A_1 + A_2) \left(1 + \frac{(\gamma \eta)^2}{4} \right)^{2A_2} - A_1 \right]^{-1} \quad (35)$$

Combinando a equação da fração de mistura (Eq. 9) com a equação da continuidade (Eq. 7), e integrando desde

$r = 0$ até $r \rightarrow \infty$, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^\infty \bar{\rho} \tilde{u} \tilde{Z} r dr \right] + [\bar{\rho} \tilde{v} \tilde{Z} r]_0^\infty = \left[\frac{\bar{\rho} v_{tr} r}{Sc} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \right]_0^\infty \quad (36)$$

Analisando as condições de contornos dadas pela Eq. 11, chega-se à conclusão que os dois últimos termos da equação 36 são iguais a zero, e portanto, o primeiro termo dessa equação, que representa o fluxo de massa integrado, deve ser independente de x . Considerando uma velocidade de saída do jato contante através de um orifício de raio R , chega-se na equação 37.

$$\int_0^\infty \bar{\rho} \tilde{u} \tilde{Z} r dr = \frac{\rho_0 u_0 R^2}{2} \quad (37)$$

Substituindo as equações 18, 35, 29 na equação 37, é possível determinar uma expressão para a fração de mistura na linha de centro (\tilde{Z}_{cl}) de acordo com a equação:

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{cl} &= \frac{1}{32 A_2} \left(\frac{u_0 d}{v_{tr}} \right) (\zeta/d)^{-1} \beta \\ \beta &= \left[\int_1^\infty (\mu^2 ((A_1 + A_2) \mu^{2A_2} - A_1))^{-1} d\mu \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (38)$$

onde μ é uma variável de integração da equação para β .

De modo a simplificar a equação 38, foi considerado que $A_1 \ll A_1 + A_2$. A diferença entre o número de Schmidt do combustível (hidrogênio) e do oxidante (oxigênio) é pequena, e quando esse valor é multiplicado por \tilde{Z}_{cl} , torna-se ainda menor, o que justifica essa simplificação. Desse modo, a equação 38 pode ser escrita como 39.

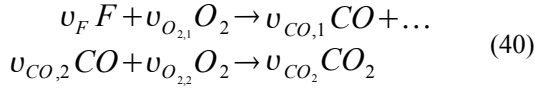
$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{cl} &= Sc_{Ox} \left[\left(\frac{1}{32} \frac{\rho_0}{\rho_\infty C} \left(\frac{u_0 d}{v_{tr}} \right) (\zeta/d)^{-1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{(2Sc_{Ox} + 1)}{Sc_{Ox}} \right)^{-1} - (Sc_F - Sc_{Ox}) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (39)$$

Assim, tem-se uma expressão analítica para a fração de mistura, que corresponde ao produto da Eq. 39 pela Eq. 35.

Outra metodologia que ainda está em desenvolvimento é o cálculo da fração de mistura para uma reação de combustão com mais de um passo.

Neste caso, a definição original da fração de mistura continua a mesma, porém, de modo a quantificar os produtos intermediários em cada passo da reação, torna-se necessário decompor a fração de mistura em partes constitutivas, onde cada parte está diretamente relacionada com a fração de um dos componentes da reação.

De modo a ilustrar esta metodologia, considerou-se uma reação de combustão de dois passos.



Realizando uma combinação linear com as taxas de geração dos componentes F, CO e CO₂ de modo que o valor resultante seja zero, chega-se na equação 41:

$$\frac{dY_F}{W_F} + \frac{dY_{CO}}{W_{CO}x} + \frac{dY_{CO_2}}{W_{CO_2}x} = 0, \quad x = \frac{u_{CO,1}}{u_F} \quad (41)$$

Integrando a expressão 41 desde o tempo zero (mistura não queimada) até um tempo t qualquer, chega-se na equação 42.

$$\frac{(Y_F - Y_{F,u})}{W_F} + \frac{(Y_{CO} - Y_{CO,u})}{W_{CO}x} + \frac{(Y_{CO_2} - Y_{CO_2,u})}{W_{CO_2}x} = 0 \quad (42)$$

Utilizando a definição de fração de mistura dada pela equação 1, e considerando as concentrações de monóxido e dióxido de carbono nulas no início da combustão ($Y_{CO,u} = Y_{CO_2,u} = 0$), bem como que o jato de combustível que sai do bocal ($x=0$) contém somente combustível ($Y_{F,1} = 1$), chega-se na seguinte expressão para fração de mistura:

$$\tilde{Z} = Y_F + \frac{W_F}{W_{CO}x} Y_{CO} + \frac{W_F}{W_{CO_2}x} Y_{CO_2} \quad (43)$$

Desse modo, pode-se decompor a fração de mistura em três termos, cada um relacionado com a fração mássica de um composto da reação.

$$\tilde{Z}_1 = Y_F, \quad \tilde{Z}_2 = \frac{W_F}{W_{CO}x} Y_{CO}, \quad \tilde{Z}_3 = \frac{W_F}{W_{CO_2}x} Y_{CO_2} \quad (44)$$

Substituindo Z_1 , Z_2 e Z_3 nas equações de balanço de massa por componente, chega-se nas equações 45, 46, e 47.

$$\bar{\rho} \frac{D\tilde{Z}_1}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot (D\bar{\rho} \vec{\nabla} \tilde{Z}_1) + \dot{m}_{F,1} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{D\tilde{Z}_2}{Dt} &= \vec{\nabla} \cdot (D\bar{\rho} \vec{\nabla} \tilde{Z}_2) + \frac{W_F}{xW_{CO}} \dot{m}_{CO,1} + \\ &+ \frac{W_F}{xW_{CO}} \dot{m}_{CO,2} \end{aligned} \quad (46)$$

$$\bar{\rho} \frac{D\tilde{Z}_3}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot (D\bar{\rho} \vec{\nabla} \tilde{Z}_3) + \frac{W_F}{xW_{CO_2}} \dot{m}_{CO_2,2} \quad (47)$$

Desse modo, o sistema de equações passa a ser composto por Z_1 , Z_2 e Z_3 , ao invés de uma fração de mistura única.

A obtenção de resultados analíticos para reações com

mais de um passo ainda está em desenvolvimento.

O resultado obtido para a reação de um passo (Eq. 35 e 39) foi comparado com dados experimentais (BARLOW, 2010) para um jato de chama difusiva de hidrogênio/nitrogênio (50/50%).

As figuras 2, 3, 4 e 5 mostram a comparação da expressão obtida para a fração de mistura com dados experimentais.

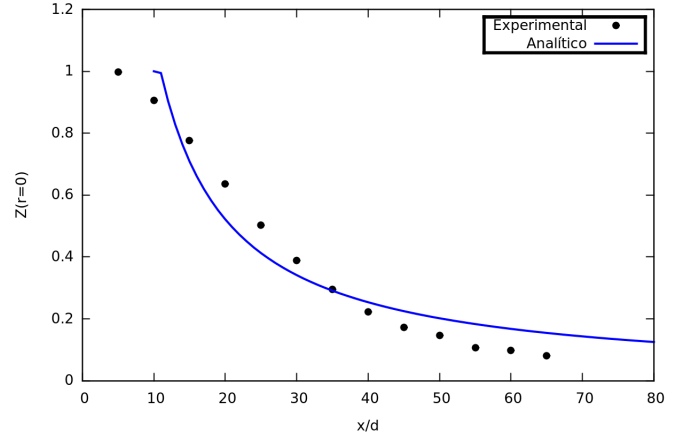


Figura 2. Comparação entre a fração de mistura analítica e a experimental ao longo da linha de centro do jato

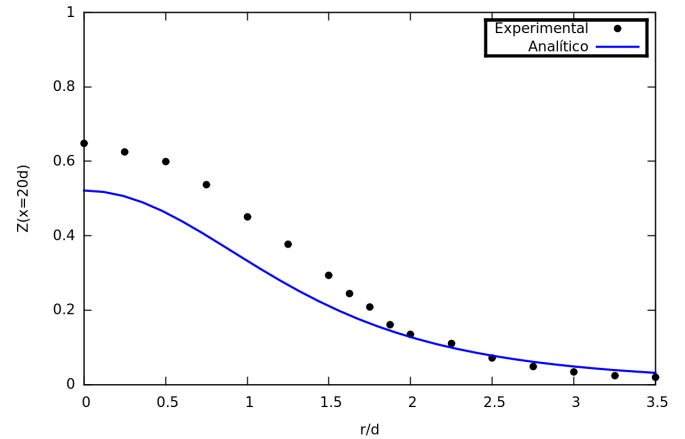


Figura 3. Comparação entre a fração de mistura analítica e a experimental para $x = 20 d$

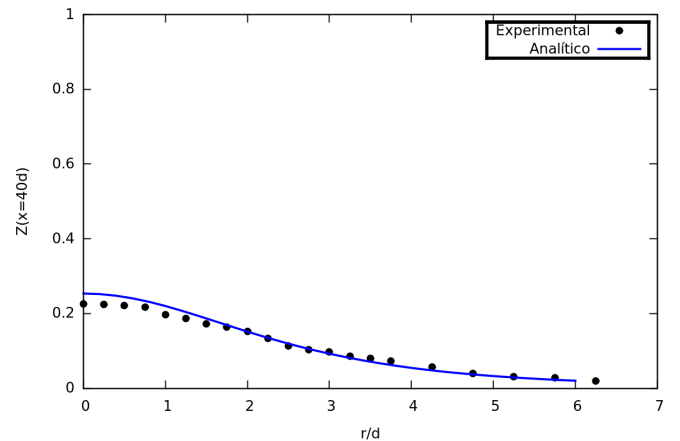


Figura 4. Comparação entre a fração de mistura analítica e a experimental para $x = 40 d$

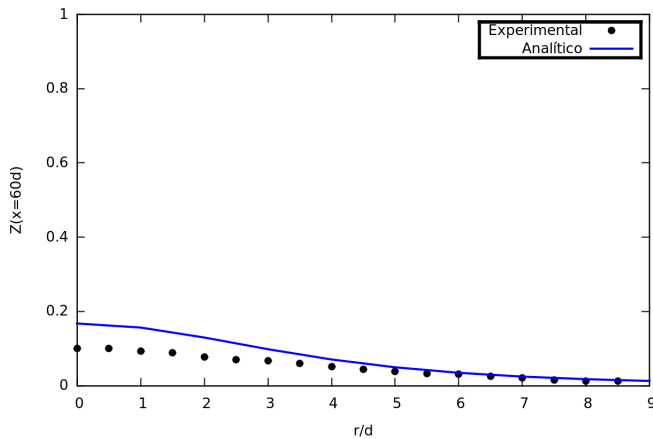


Figura 5. Comparação entre a fração de mistura analítica e a experimental para $x = 60 d$

3. Resultados e Discussões

A figura 2 mostra a comparação entre as frações de mistura analítica e experimental ao longo da linha de centro do jato ($r=0$). A curva obtida possui um comportamento decrescente ao longo da coordenada axial, o que corresponde ao comportamento usual de um jato de chama não confinado.

As figuras 3, 4 e 5 mostram a comparação entre as frações de mistura analítica e experimental para x/d igual a 20, 40 e 60, respectivamente.

A solução analítica para a fração de mistura ao longo da linha de centro do jato é válida para $x/d > 10$, como mostra a figura 2. A expressão obtida para a fração de mistura varia com x de modo similar a x^{-1} . Portanto, a solução tende a valores muito elevados para valores pequenos de x/d , o que faz com que ela não seja capaz de representar a entrada do jato. Além disso, o comportamento da solução analítica difere levemente dos dados experimentais com relação a concavidade da curva. A curva analítica possui concavidade positiva com relação a x , enquanto os pontos experimentais seguem um comportamento similar ao da função $e^{-c x^2}$.

Para a fração de mistura ao longo da coordenada radial (figuras 3, 4 e 5), a solução analítica possui um comportamento similar ao dado experimental. De modo geral, os resultados apresentaram maior discrepância no início da chama, de modo que o erro obtido tende a diminuir a medida que o valor do raio aumenta.

4. Conclusões

A expressão analítica obtida para a fração de mistura representou de modo satisfatório um jato de chama de hidrogênio, com exceção para valores pequenos de x/d , ou seja, próximos a entrada do jato.

Em termos da variação radial, a solução tende a possuir menores discrepâncias quando o valor do raio aumenta.

O perfil axial da fração de mistura pode ser aproximado satisfatoriamente por uma função Gaussiana (AGRAWAL & PRASAD, 2003; DE BORTOLI, 2009). Portanto, o próximo passo desse estudo consiste em melhorar a expressão da viscosidade turbulenta para obter

uma equação para fração de mistura com formato mais próximo dos dados experimentais na direção axial, e ainda obter soluções analíticas para reações com mais de um passo.

5. Nomenclatura

- C = Parâmetro de Chapman-Rubesin
- c = Parâmetro na equação da viscosidade turbulenta
- d = Diâmetro do orifício por onde sai o jato de combustível (m)
- F = Função corrente adimensional
- P = Pressão (Pa)
- r = Coordenada radial (m)
- \bar{r} = Coordenada radial ponderada pela massa específica (m)
- R = Raio do orifício por onde sai o jato de combustível (m)
- Sc_F = Número de Schmidt do combustível
- Sc_{Ox} = Número de Schmidt do oxidante
- t = Variável tempo (s)
- u_0 = Velocidade de saída do jato pelo orifício (m/s)
- \tilde{u} = Média de Favre da velocidade axial (m/s)
- \tilde{v} = Média de Favre da velocidade radial (m/s)
- u'', v'' = Componentes flutuantes da velocidade (m/s)
- W_{CO} = Massa molar de CO (g/mol)
- W_{CO_2} = Massa molar de CO₂ (g/mol)
- W_F = Massa molar do combustível F (g/mol)
- W_{O_2} = Massa molar de O₂ (g/mol)
- x = Coordenada axial (m)
- Y_{CO} = Fração mássica de CO
- Y_{CO_2} = Fração mássica de CO₂
- Y_F = Fração mássica do combustível F
- $Y_{F,u}$ = Fração mássica de combustível F na mistura não queimada
- $Y_{F,1}$ = Fração mássica de combustível F no jato que sai do bocal ($x=0$)
- Y_{O_2} = Fração mássica de oxigênio
- $Y_{O_2,2}$ = Fração mássica de oxigênio em $r \rightarrow \infty$
- \tilde{Z} = Média de Favre da fração de mistura
- \tilde{Z}_{cl} = Média de Favre da fração de mistura ao longo da linha de centro
- ρ_0 = Massa específica do combustível (kg/m³)
- ρ_∞ = Massa específica do oxidante (kg/m³)
- $\bar{\rho}$ = Média de Reynolds da massa específica (kg/m³)
- ν_t = Viscosidade (m²/s)
- ν_{tr} = Viscosidade turbulenta (m²/s)
- ψ = Função corrente (kg/s)
- ν_{CO} = Coeficiente estequiométrico do CO na 1ª reação
- ν_F = Coeficiente estequiométrico do combustível F
- ν_{O_2} = Coeficiente estequiométrico do O₂

ζ, η = Coordenadas utilizadas na transformação de similaridade
 ω = Fração de mistura normalizada

5. Referências

AGRAWAL, R. A.; PRASAD, A. Integral solution for the mean flow profiles of turbulent jets, plumes, and wakes.....

Journal of Fluids Engineering, v. 145, Setembro 2003.

BARLOW, R. H₂ /N₂ jet flames, consultado em março de 2010 em www.ca.sandia.gov/TNF.

DE BORTOLI, A. L. Analytical/numerical solutions for confined jet diffusion flame (Sandia Flame C).

Latin American Applied Research, v. 34, p. 157–163, 2009.

FERNÁNDEZ-TARRAZO, E.; SÁNCHEZ, A. L.; LIÑÁN, A.; WILLIAMS, F. A. A simple one-step chemistry model for partially premixed hydrocarbon combustion.

Combustion and Flame, v. 147, p. 32–38, 2006.

LIÑÁN, A. *The structure of diffusion flames in fluid dynamical aspects of combustion theory*. Longman Scientific and Technical, UK, 1991.

PETERS, N. *Turbulent Combustion*. Cambridge University, 2000.

PETERS, N.; DONNERHACK, S. Structure and Similarity of Nitric Oxide Production in Turbulent Diffusion Flames. In: 18° SYMP. (INT.) ON COMBUSTION, The Combustion Institute, 1981, Anais.

VEYNANTE, D.; VERVISH, L. *Turbulent combustion modeling*. Lecture Series du Von Kármán Institute, 2003.

WARNATZ, J.; MAAS, U.; DIBBLE, R. W. *Combustion: Physical and Chemical Fundamentals, Modeling and Simulation, Experiments, Pollutant Formation*. 3ª ed., Springer-Verlog, 2001.

WILLIAMS, F. A. *Combustion Theory*. 2ª ed., Addison-Weskey, Redwood City, CA, 1985.