UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS E DIDÁTICAS:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Jarbas Dionísio Camargo

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA:
uma discussão possível

Sapucaia do Sul
2010

Jarbas Dionísio Camargo

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA:

uma discussão possível

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática

Orientadora:
Profa. Dra. Lucia Helena Marques Carrasco

Sapucaia do Sul

2010

Jarbas Dionísio Camargo

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NOS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA:
uma discussão possível

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática

Orientadora:
Profa. Dra. Lucia Helena Marques Carrasco

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. Dra. Lucia Helena Marques Carrasco – UFRGS

Profa. Dra Luciana Neves Nunes

RESUMO

No presente trabalho são relatadas três experiências, interferências nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática em sala de aula, realizadas como exigência do curso Matemática, Mídias Digitais e Didática, no período 2009/2010, apoiadas na metodologia de pesquisa Engenharia Didática. As primeiras experiências trazem à tona questões referentes ao estudo dos quadriláteros, fazendo uso do software geogebra com uma turma de quinta série, e ao estudo da semelhança de triângulos, segundo os princípios da metodologia de ensino Resolução de Problemas, fazendo ainda uso do mesmo software, desta vez com um grupo de alunos de sexta série. A terceira engenharia trata mais especificamente do estudo da resolução de problemas, tendo por objetivo principal provocar o estudante a transformar uma (possível) atitude estática em uma atitude dinâmica, diante de uma situação problema. Para tanto, utilizou-se, com uma turma de quinta série, um vídeo sensibilizador cujo conteúdo traz um pouco da história da matemática e das aplicações no dia a dia, evidenciando que esta ciência é uma construção humana. A prática se complementou com a exposição da heurística proposta por Polya na resolução de problemas. No decorrer do trabalho as experiências relatadas vão sendo articuladas às contribuições de autores que tratam do assunto resolução de problemas no ensino de matemática, em especial Polya, Huanca e Lins, com o objetivo de evidenciar a importância e algumas diferentes abordagens dessa metodologia. Pretende-se com isso propor uma reflexão a respeito de como, normalmente, ocorrem as práticas de ensino, enfatizando que a resolução de problemas pode funcionar como uma eficiente ferramenta nos processos de ensino e de aprendizagem, desde que seja planejada de forma flexível, tomando-se a cada momento uma abordagem diferente, sempre ajustada ao grupo de alunos envolvido na experiência pedagógica.

Palavras chave: **Ensino. 2. Aprendizagem. 3. Matemática. 4. Engenharia Didática. 5. Resolução de Problemas. 6. Mídias Digitais.**

ABSTRACT

In the present paper reports three experiments, interference in the process of teaching and learning math classroom, conducted as a requirement of mathematics courses, and Digital Media. Curriculum for the period 2009/2010, supported by the Engineering Teaching research methodology. The experiments show issues concerning the study of quadrilaterals, using the software Geogebra with a class of fifth grade and the study of similar triangles, according to the principles of Problem Solving Methodology, making even use the same software, this time with a group of sixth grade. The third deals more specifically with the engineering study of problem solving with the main objective cause the student to become (possibly) a very proactive attitude in the face of a problem. For this, was used with a class of fifth grade a sensitizer whose video features a brief history of mathematics and everyday applications, showing that science is a human construct. The practice was completed with the exposure of the heuristic proposed by Polya in solving problem. During the study the experiences reported are being articulated to the contributions of authors that discuss problem solving in Mathematics teaching, especially Poyla, Huanca and Lins, with the purpose of emphasizing the importance of some approaches to this as a reflections on, usually, teaching practices, emphasizing that the solutions may function as an efficient tool in the planned in a teaching learning process, since that is planned in a flexible manner taking the each time a different approach, always set the group of students involved in teaching experience.

KEYWORDS: **Teaching. 2. Learning. 3. Mathematics. 4. Didactical Engineering. 5. Troubleshooting. 6. Digital Média.**

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Ingressei no curso de licenciatura em Matemática em 2001, no Centro Universitário La Salle, em Canoas (RS), concluindo o mesmo no primeiro semestre de 2007. Em 2005 passei a ministrar aulas de matemática, no regime de contrato emergencial, na Escola Estadual de Ensino Fundamental Álvaro Moreyra, localizada no Bairro Rio Branco, município de Canoas, onde sou lotado e continuo atuando até hoje. Em 2006 passei a trabalhar também na escola Estadual de Ensino Médio São Francisco de Assis, localizada no Bairro Mathias Velho, no município de Canoas, na qual também continuo atuando até o presente momento. Embora antes desse período já ministrasse aulas particulares, foi a partir do trabalho no Estado que começaram minhas inquietudes. Durante minha graduação sempre colocava em discussão questões referentes à prática em sala de aula, em particular nas cadeiras de Laboratório de Matemática onde estudávamos metodologias de ensino e dificuldades de aprendizagem em matemática. Após iniciar minhas práticas de docência participei por duas vezes, em 2006 e 2007, de cursos para professores de matemática, oferecido pelo Departamento de Matemática Pura e Aplicada da UFRGS, realizados no período de férias das escolas públicas, cujo enfoque era a resolução de problemas no ensino básico. A busca por aperfeiçoamento se justifica principalmente porque venho observando a forma de trabalho e as dificuldades inerentes ao ensino de matemática, quando vejo, por exemplo, um colega professor solicitar que o aluno resolva uma lista com vinte equações de primeiro ou de segundo graus, ou ainda, quando vejo um colega professor apresentar uma lista interminável de expressões numéricas ou vários problemas, na maioria, pouco desafiadores aos alunos. Considero lamentável que ainda ocorram práticas caracterizadas por pura mecanização de listas de cálculos aritméticos e algébricos. Além do mais, como se justificaria nos dias de hoje, uma prática que não valorizasse o modo de pensar, o contexto social, a habilidade de resolver problemas, a criatividade e a autonomia do aluno?

A partir destas dificuldades e percebendo o quanto preciso aprender para poder ajudar meu aluno a adquirir algum conhecimento em matemática, sempre que possível procurei por cursos de aperfeiçoamento e, em 2009, ingressei no curso de especialização em educação matemática, intitulado Matemática Mídias Digitais e

Didática, oferecido pela UFRGS/UAB. Esse curso propõe em seu currículo a realização de três pesquisas em educação matemática a serem realizadas em sala de aula, intituladas engenharias didáticas, o próprio nome da metodologia de pesquisa adotada para as mesmas. Durante o processo de construção e após a realização dessas pesquisas muitos foram os materiais de estudo, sobretudo dissertações de mestrado em educação matemática, onde foram encontradas pesquisas relacionadas à resolução de problemas no ensino de matemática, como Huanca (2006), Pereira (2004) entre outros, que, em conjunto com minhas observações durante a realização das engenharias didáticas, delinearam o caminho para a produção deste trabalho.

Embora minha primeira engenharia não tenha abordado a resolução de problemas, foi a partir da mesma, ao introduzir o uso do software geométrico GeoGebra™ na construção de quadriláteros, com uma turma de quinta série, que senti a necessidade de tomar tal caminho, pois, ao solicitar a análise e comparação de figuras prototípicas e de figuras dinâmicas, que são passíveis de manipulação e alterações, presenciei a dificuldade dos meus alunos quando enfrentam uma situação nova, diferente da rotina na sala de aula. Também percebi o quanto é produtivo trabalhar com essas situações diferenciadas e o quanto uma atividade instigante, que leve o aluno a articular outros conhecimentos e técnicas ou a procurar por essas, promove crescimento, nas suas atitudes e no campo cognitivo.

Portanto, dentro dessas perspectivas e considerando as engenharias realizadas, pretendo neste trabalho apresentar uma discussão acerca do tema resolução de problemas no ensino de matemática, embasado em uma articulação entre as três engenharias didáticas realizadas no decorrer do curso Matemática, Mídias Digitais e Didática e algumas ideias de autores como Polya, Lins, entre outros.

Saliento que tal temática costuma ser apresentada sob três principais vertentes que são: resolução de problemas num contexto de exercício para treinar operações e conceitos matemáticos, ou seja, como aplicação; resolução de problemas como um conteúdo a ser abordado em sala de aula; e resolução de problemas como uma metodologia de ensino, sendo essa última entendida como um caminho para se chegar a conceitos e conteúdos matemáticos. Assim, tendo por objetivo principal evidenciar a estreita relação entre o ensino de matemática e a resolução de problemas, procuro inicialmente diagnosticar momentos em que as três referidas vertentes aparecem em práticas desenvolvidas nas aulas de matemática, culminando com a referência a atividades ligadas a resolução de problemas, explicitadas em termos da abordagem mais apropriada a cada situação. Parto do pressuposto que não há uma abordagem ideal, estanque, única, e assumo as diferentes abordagens como possíveis estratégias de ensino de matemática. É importante salientar que não pretendo expor ou mostrar verdades absolutas, mas, dentro do possível, gostaria de propor ao leitor uma reflexão sobre sua prática, principalmente no âmbito da resolução de problemas.

2 ENGENHARIAS DIDÁTICAS

A metodologia de pesquisa engenharia didática, segundo Machado (2002), tem por finalidade analisar processos de ensino em matemática através da experiência prática, cujo laboratório é a própria sala de aula, na qual o professor pesquisador aplica e extrai dados relevantes ao seu projeto de ensino-aprendizagem, dados esses que lhe permitem responder questões e hipóteses anteriormente formuladas.

Uma engenharia didática caracteriza-se principalmente por sua estrutura, que busca validar a pesquisa através do confronto entre uma análise a priori embasada em um quadro teórico do assunto e, uma análise *a posteriori* embasada no quadro experimental, diferindo assim de outras metodologias de pesquisa em educação, as quais não admitem uma análise a priori ou validam-se exclusivamente de forma quantitativa através de métodos comparativos estatísticos.

De acordo com Machado (2002), Uma engenharia didática tem por objetivo o estudo de um determinado assunto, levando em conta, principalmente, a complexidade dos fenômenos da sala de aula.

Minhas três engenharias têm esta característica, sempre abordando um assunto a ser trabalhado fazendo uso de uma metodologia de ensino diferenciada, buscando uma possível intervenção nos processos de ensino e de aprendizagem, levando em conta a complexidade da sala de aula.

Uma engenharia didática admite quatro fases. A primeira, análises preliminares consistem em uma revisão teórica sobre o assunto abordado na pesquisa e um estudo do campo de ação, espaço físico e população, buscando minimizar situações que venham a comprometer o confronto entre as análises na validação da pesquisa. Conforme Machado (2002): "As análises preliminares são feitas principalmente para embasar a concepção da engenharia, porém elas são retomadas e aprofundadas durante todo transcorrer do trabalho" (p.201, 202).

Nesse sentido, esta análise inclui a distinção de três dimensões – epistemológica, didática e cognitiva – que se caracterizam pelo levantamento das características do saber em jogo, das características do funcionamento do sistema de ensino e das características do público ao qual se dirige a pesquisa (GARCIA, 2005).

A segunda fase, concepção e análise *a priori*, embasada nas análises preliminares, consiste na escolha das ferramentas de controle na experimentação e visa identificar e descrever as principais características da ação, verificando o saber em jogo e as possíveis mudanças que a metodologia de ensino adotada provocará na população a ser pesquisada, levantando hipóteses a serem testadas na fase da experimentação. Assim “análise a priori comporta uma parte de descrição e outra de previsão e está centrada nas características de uma situação didática que se quis criar e que se quer aplicar aos alunos visados pela experimentação” (MACHADO, 2002, p. 205).

A terceira fase, experimentação consiste na aplicação da pesquisa com a população de alunos. Conforme Machado (2002), é nessa fase que explicamos os objetivos e as condições da mesma aos sujeitos pesquisados, esclarecendo o contrato didático, aplicamos os instrumentos e registramos as observações retiradas durante a experimentação. Além disso, não podemos deixar de observar as escolhas feitas nas análises *a priori*, para que não haja prejuízo na validação da engenharia.

Na última fase, análise *a posteriori* e validação, faz-se o estudo dos dados obtidos durante a experimentação confrontando-os com as análises a priori, visto que “[...] é da confrontação entre as análises *a priori* e *a posteriori* que se validam ou se refutam as hipóteses levantadas no princípio da engenharia” (MACHADO, 2002 p.208).

As quatro fases aqui descritas estão sintetizadas e exemplificadas nas seções que tratam da apresentação e justificativa dos temas estudados, comportando as análises preliminares e uma parte das análises a priori, nas seções que expõem os planos de ensino, as hipóteses e as intervenções realizadas, que comportam a outra parte das análises *a priori* e a experimentação e, finalmente, nas seções relativas à descrição e à análise das práticas, que comportam as análises *a posteriori* e a validação.

Seguindo estes princípios da engenharia didática, foram realizadas as três intervenções nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática que aqui serão descritas. Essas, juntamente com minhas demais experiências profissionais, levam-me a propor neste trabalho uma reflexão sobre o assunto resolução de problemas no ensino de matemática, já que no decorrer das mesmas foi possível verificar que resolver problemas exige habilidade, termo que no dicionário é sinônimo de capacidade, inteligência, facilidade de executar alguma coisa, ou seja, prática na manipulação de ideias e de ferramentas atreladas ao processo de resolução do problema. Por outro lado, Branca (1997) traz a própria resolução de problemas como habilidade básica. Segundo esse autor "[...] a maior parte das respostas dadas às questões sobre habilidades básicas tem incluído alguma alusão ao conceito de resolução de problemas." (p.6), portanto o assunto resolução de problemas a meu ver é, no mínimo, passível de discussão e análise.

2.1 TEMA E JUSTIFICATIVA PARA A PRIMEIRA ENGENHARIA DIDÁTICA

O assunto escolhido para essa primeira engenharia trata da construção de quadriláteros a partir de retas paralelas, paralelogramos retângulos e não retângulos. A experiência que será relatada ocorreu em uma quinta série, em 5/10/2009, na Escola Estadual de Ensino Fundamental Álvaro Moreyra, localizada no Bairro Rio Branco na cidade de Canoas (RS).

O conteúdo em questão foi trabalhado a partir da utilização do software de geometria dinâmica Geogebra, como ferramenta para construção de quadriláteros paralelogramos, associado a alguns protótipos dessas figuras, estabelecendo assim, relações entre as figuras prontas e as construções e manipulações no Geogebra.

Dificuldades encontradas por professores e alunos interferem diretamente nos processos de ensino e de aprendizagem. Observando o modelo de Van Hiele[1] que trata justamente de certas dificuldades em geometria, é possível verificar que métodos adotados em livros didáticos ferem diretamente algumas características básicas que, segundo esse autor, norteiam os estudos em geometria. Como exemplo, destaco que o avanço do aluno depende mais da instrução do que da sua idade ou maturidade e, também, que não há entendimento entre pessoas que estão raciocinando em níveis diferentes (BECKER, 2009).

[1] Segundo Becker (2009, p.22) o modelo de Van Hiele foi resultado de um trabalho realizado pelos educadores Pierre Marie Van Hiele e Dina Hiele-Geldof no final da década de 50. A idéia principal é de que o pensamento geométrico se desenvolve em cinco níveis de forma sequencial e hierárquica, desde a primeira relação com figuras geométricas até a compreensão dos diversos sistemas de geometria.

Neste sentido, uma abordagem significativa em geometria, deve ser tomada logo no inicio dos estudos, para que futuramente o aluno possa compreender e operar com conteúdos mais complexos, tais como identificação de propriedades das figuras, cálculos de área e volume, relação entre ângulos e medidas nos triângulos e polígonos quaisquer, verificação de semelhanças e congruências. Dentro desse contexto, o Geogebra é um importante recurso de aprendizagem, pois além de trazer ferramentas de desenho, régua e compasso, permite medir segmentos e ângulos e, principalmente, é um programa de geometria dinâmica. Assim, podemos construir um quadrilátero a partir de segmentos paralelos e movimentá-lo, de forma que um paralelogramo qualquer seja transformado em retângulo, propiciando também a visualização e percepção de propriedades que se alteram ou não em cada figura, dependendo da sua forma e do procedimento de construção adotado.

2.1.1 Plano de ensino, hipóteses e estratégias para coleta de dados

Este trabalho abordou o ensino do conteúdo de geometria plana, estudo dos quadriláteros, cujo foco principal, foi levar o aluno de 5° série do Ensino Fundamental, a partir da construção e manipulação de algumas figuras no Geogebra, a verificar características comuns dos quadriláteros e a perceber a relação entre as figuras e seus conceitos, relacionando-as com protótipos. Também tinha por objetivo que os alunos observassem no Geogebra o que acontece com as medidas de ângulos e lados de um paralelogramo quando movimentamos seus vértices. Para tanto foi seguido o seguinte roteiro de aula:

- Construir no geogebra um paralelogramo.
- Assinalar as medidas dos lados e dos ângulos desse polígono.
- Responder as questões propostas (Ver ANEXO A).

Para realização dessa proposta em uma aula com duração de dois períodos, contemplando as análises a priori, foi fornecida uma folha com desenhos de vários quadriláteros, retângulos e não retângulos e a turma foi dividida em grupos de três alunos para trabalhar em cada computador no laboratório de informática, momento esse em que foi lhes apresentado o software Geogebra. Em seguida, foi feito um comentário sobre as ferramentas de construção básicas do programa: inserção de pontos, retas, segmentos de reta, a ferramenta compasso, bem como construir retas paralelas. Após solicitei que construíssem um paralelogramo obtendo as medidas dos lados e ângulos do mesmo e fui os orientado durante todo o processo de construção. O objetivo então era movimentar os vértices da figura construída alterando sua forma visual inicial e anotar o que acontecia com as medidas assinaladas. Seguindo o referido roteiro e com vistas ainda nas análises a priori, levando em conta o público alvo e o conteúdo em estudo, foram levantadas as seguintes hipóteses:

1 - O aluno apresentará entusiasmo em trabalhar com o Geogebra.

2 - O aluno deverá conhecer um ângulo reto, agudo e obtuso.

3 - O aluno deverá reconhecer e diferenciar um quadrilátero retângulo de um não retângulo.

4 - O aluno não reconhece um quadrado como quadrilátero retângulo, ou seja, ele não define propriedades comuns a esses quadriláteros. O mesmo deve acontecer em relação ao losango.

5 - O aluno não reconhece um retângulo como paralelogramo.

6 - O aluno não encontrará dificuldades em construir o paralelogramo inicial e assinalar suas medidas.

7 - Ao final do trabalho o aluno será capaz de reconhecer os quadriláteros, retângulos, quadrados e losangos como paralelogramos e identificar as propriedades comuns a algumas destas figuras.

Para verificação destas hipóteses os dados foram coletados da seguinte maneira: antes da referida prática, foi solicitado ao aluno um trabalho escrito (Ver ANEXO A), no qual ele deveria classificar alguns quadriláteros de acordo com características próprias da figura. Após a prática com o Geogebra, ele refez a atividade. Esse procedimento foi adotado visando confrontar os conhecimentos prévios com os adquiridos após a prática. Também foram salvas algumas construções realizadas pelos alunos no geogebra, (Ver ANEXO B) e durante todo tempo da prática observei o grupo, fazendo anotações acerca de suas atitudes.

2.1.2 Análise da prática

Com base na análise da atividade proposta (ver ANEXO A) e de acordo com a prática e as hipóteses iniciais foi possível verificar os seguintes resultados.

Hipótese 1 - Embasado nas observações e em relatos verbais do grupo de alunos onde figuraram as palavras, “muito legal”, “adorei”, “foi ótimo”, entre outras, acredito que essa hipótese foi verificada de forma positiva.

Hipótese 2 - Esta hipótese foi parcialmente comprovada, foi possível verificar que um grupo não reconheceu ângulo reto ao assinalar para as figuras A e E da atividade proposta, quatro ângulos de 90°.

Hipótese 3 - De acordo com a atividade final, ou seja, após a prática, foi possível verificar que, com exceção do mesmo grupo referido na hipótese anterior, todos reconheceram as figuras A e E como não retângulos, portanto essa hipótese foi positivamente comprovada.

Hipótese 4 - Essa hipótese também foi verificada de forma positiva, pois na atividade final todos assinalaram para as figuras B e C, quatro ângulos retos, porém na questão assinale falso ou verdadeiro, assinalaram falso para a afirmação “todo quadrado é retângulo”. O mesmo aconteceu na classificação das figuras, pois ninguém admitiu a figura B como retângulo, limitando-se às medidas dos lados para defini-la.

Hipótese 5 - Esta hipótese foi parcialmente comprovada, pois alguns assinalaram lados opostos paralelos para figura B e não verificaram o mesmo para figura C e vice-versa.

Hipótese 6 - Com exceção de um grupo, todos encontraram dificuldades na construção. Foi possível verificar que as dificuldades se deram em função da falta de prática com o manuseio do mouse para marcar um ponto, por exemplo, clicavam fora do mesmo criando outro ponto, o mesmo aconteceu com as retas. Também o não conhecimento sobre os significados de paralelas, ângulo e segmento atrapalharam um pouco, (ver ANEXO B), assim se tornou mais fácil à construção para aqueles que sabiam estes conceitos, embora já houvéssemos trabalhado com algumas definições, construir é diferente de visualizar e definir. Outro fator de influência nas dificuldades é a curiosidade em mexer com outras ferramentas do Geogebra, alguns brincavam construindo e até pintando polígonos, gostei da iniciativa, mas a questão é que às vezes acabavam por apagar a construção do paralelogramo e novamente tínhamos de retomar as orientações.

Hipótese 7 - Essa hipótese foi refutada, pois ninguém admitiu, ao classificar as figuras, quadrado como losango e quadrado como retângulo. Os alunos também apresentaram contradições ao assinalar as características das figuras como, por exemplo, assinalando para figura C “lados opostos paralelos” e não assinalando “ângulos opostos iguais”. Outro exemplo é que apenas um grupo reconheceu e assinalou, “nenhuma das alternativas anteriores” para figura E da atividade inicial (ver ANEXO A).

2.1.3 Conclusões

Após uma reflexão sobre esta prática com o Geogebra, foi possível perceber que seria preciso reformular as atividades, as questões propostas não estavam de acordo com maturidade dos alunos, e considero que deveria trabalhar apenas com duas figuras durante a atividade, como por exemplo, um paralelogramo qualquer e um quadrado. A justificativa seria que, ao trabalhar com quatro figuras, acabamos induzindo eles ao erro e gerando confusões. Além disso, o objetivo principal de levá-los a reconhecer um quadrado como retângulo e ambas as figuras como paralelogramos, não foi alcançado. Mas, comparando a uma aula tradicional embasada na explanação do professor sobre figuras protótipos que os livros didáticos trazem e, tendo em vista que “O estudante, restrito ao lápis e o papel, no caderno ou no livro didático, não desenvolveu o conceito de invariância.” (GARCIA. 2005 p.8) foi possível verificar que a possibilidade de movimentar e transformar uma figura, com ação direta do aluno, pode se constituir em um método importante para se atingir o referido objetivo, contudo acredito que limitar a atividade, comparando figuras, uma a uma de cada vez, e dedicando-se mais tempo para as atividades surtirá melhores resultados.

Um aspecto positivo foi em relação ao vocabulário e certa compreensão do significado das palavras, muitos alunos usaram palavras como “segmento de reta”, “retas paralelas” e “ângulos opostos” no texto solicitado sobre a prática, também nas atividades foi possível detectar um pouco mais de clareza ao se referirem essas características nas figuras, inclusive um grupo usou a régua para realizar a atividade número um após a prática. Nesse sentido volto a afirmar que este tipo de atividade deve ser melhor planejada, limitando ao máximo seus objetivos.

2.2 TEMA E JUSTIFICATIVA PARA A SEGUNDA ENGENHARIA DIDÁTICA

O assunto escolhido para essa segunda engenharia aborda o ensino do conteúdo semelhança de triângulos, com um grupo de dez alunos da sexta série, na mesma escola da prática anterior, no período de 16 a 27 de novembro de 2009.

A abordagem se deu a partir de uma situação problema (ver ANEXO C), cuja resolução exigiu o conhecimento em questão. Também foi utilizado o software geogebra na construção de triângulos semelhantes

O Estudo da semelhança de triângulos através da resolução de um problema prático, neste nível de ensino, justifica-se por propiciar que o aluno relacione o conhecimento escolar com situações comuns do dia-dia, observando ainda que para compreender e desenvolver um plano de ação, na busca da solução, se fará necessária uma série de relações entre outros conteúdos matemáticos. Nesse sentido a construção de triângulos semelhantes no Geogebra vem enriquecer e facilitar o trabalho, evitando a perda de tempo e a menor precisão nas construções comparando ao desenho no papel. Construções manuais exigem mais habilidade, pré-conhecimentos de propriedades geométricas e facilidade com réguas, transferidores etc., enquanto a construção no geogebra ou em outro software geométrico, além de se tornar mais precisa, traz propriedades intrínsecas às figuras construídas, permitindo ainda transformações sem perdas dessas propriedades.

Para finalizar, acredito que o problema disparador proposto contempla as características de “um bom problema” para o ensino, o que significa, conforme PEREIRA (2004), que

> - tenha enunciado acessível e de fácil compreensão
> - exercite o pensar matemático do aluno
> - exija criatividade na resolução
> - possa servir também de “trampolim” para a introdução ou consolidação de importantes idéias e/ou conceitos matemáticos, e, não seja muito fácil ou muito difícil e sim natural e interessante. (p.6).

Uma abordagem da forma aqui sugerida e no nível em questão certamente provocará efeitos positivos, vislumbrando, além do estudo de um conteúdo matemático, o desenvolvimento da autonomia. De acordo com os PCN:

> Uma opção metodológica que considera a atuação do aluno na construção de seus próprios conhecimentos, valoriza suas experiências, seus conhecimentos prévios e a interação professor-aluno e aluno-aluno, buscando essencialmente a passagem progressiva de situações em que o aluno é dirigido por outrem a situações dirigidas pelo próprio aluno. (BRASIL, 1997, p.94).

Nesse mesmo âmbito, a sugerida proposta está engajada em uma atividade de experiência introdutória e de produção pessoal de conhecimento por parte do aluno. Um significado positivo desta atividade, provavelmente será refletido na sequência dos estudos desses alunos, pois é no final do ensino fundamental e, principalmente, no ensino médio que figuram as maiores dificuldades de assimilação e entendimento dos conteúdos relacionados à semelhança de triângulos. Nesse momento o aluno parece não conhecer os conceitos e ideias de razão e proporcionalidade, ficando bloqueados para estudar, por exemplo, o conteúdo trigonometria.

2.2.1 Plano de ensino, hipóteses e estratégias para coleta de dados

Partindo do problema disparador o plano de ensino terá como foco principal, o ensino do conteúdo semelhança de triângulos, com um grupo de dez alunos da sexta série. O objetivo principal do planejamento é levar o aluno a perceber a relação entre os conceitos e aplicações do conteúdo razão e proporção estudados atualmente na sexta série, com as relações métricas e conceitos novos que surgirão com o conteúdo semelhança de triângulos, percebendo ainda que um conjunto de conhecimentos, além dos citados, mais a idéia de cálculo de área, contribuem para um pensar matemático e o desenvolvimento de uma habilidade, nesse caso de resolver um problema prático.

Para delinear o caminho a ser seguido, tendo em vista a maior carga horária para realização desta prática, assim como maior complexidade, o referido plano de ensino foi norteado de acordo com a seguinte tabela de planejamento:

OBJETIVO	AÇÃO	RECURSOS DIDÁTICOS
16/11 Dois períodos de 50 min. Apresentação do problema. Construção de um plano de ação para resolver o problema.	Apresentar e discutir o problema. Pesquisa sobre os conteúdos a serem estudados. Pesquisa Bibliográfica.	Aula expositiva. Livros didáticos disponíveis na biblioteca da escola
22/11 três períodos de 50min 1° período: Buscar na internet, problemas parecidos. 2° e 3° períodos: Estudar as características de triângulos semelhantes, todos os casos.	Pesquisar problemas parecidos e relacionados a semelhança de triângulos. Construir triângulos semelhantes.	Laboratório de informática. Pesquisa na internet. GOOGLE e outros sugeridos pelo aluno. Software Geogebra para construção de triângulos semelhantes.
27/11 três períodos. Execução do plano de ação. Resolver o problema.	Construir triângulos semelhantes aos dados no problema. Encontrar pelo menos uma solução para o problema.	Software Geogebra. Calculadora e material de uso comum.

Tabela 1 – Cronograma e plano de ensino.

Para resolver o problema proposto, embasado nas ideias de Polya, após uma breve explicação sobre as etapas que precisam ser avançadas sequencialmente na resolução de um problema, fomos à biblioteca da escola realizar uma pesquisa em alguns livros didáticos que contemplavam o assunto, atividade essa voltada à busca de parâmetros com situações parecidas, problemas correlatos. Com o mesmo intuito, num segundo momento, foi realizada uma pesquisa na internet, em alguns sites matemáticos, em particular "só matemática" e "matemática essencial", selecionados no GOOGLE pelos alunos. Após, foi explicado como construir triângulos semelhantes com o software geogebra, em especial o caso AA, auxiliando-os até que dominassem as ferramentas necessárias para construção do mesmo e começassem na resolução do problema proposto.

Com vistas nas análises preliminares e no plano de ação proposto, foram levantadas as seguintes hipóteses para validação da pesquisa:

1 - O aluno irá demonstrar interesse e satisfação na realização das atividades.

2 - O aluno esteja familiarizado com pesquisa bibliográfica e em meio eletrônico.

3 - O aluno domine os conceitos e principais propriedades das razões e proporções.

4 - Todos os alunos convidados comparecerão do início ao fim das atividades.

5 - O aluno se mostrará comprometido com a realização das atividades.

6 - O aluno encontrará alguma solução para o problema proposto.

7 - As estratégias adotadas serão suficientes para execução de um plano de ação em busca da solução do problema.

Para validar essas hipóteses foi coletado material escrito pelo aluno, foram captadas imagens das atividades realizadas pelo aluno com o geogebra, foi solicitado que um aluno anotasse os principais fatos ocorridos durante a prática na visão do grupo e foi escrito um diário para relatar as aulas.

2.2.2 Análise da prática

O foco principal deste trabalho foi o estudo da semelhança de triângulos e suas aplicações, com um grupo de alunos de sexta série, utilizando-se para tanto, dos recursos didáticos digitais, pesquisa em meio eletrônico e o software geogebra.

O plano de ensino foi elaborado visando contemplar a metodologia da resolução de problemas no ensino de matemática, cujo principal objetivo foi levar o aluno a perceber relações internas da matemática, como o conteúdo razões e proporções anteriormente estudadas por esses alunos, com a semelhança de triângulos e, também perceber as relações entre conteúdos matemáticos e questões práticas do dia-dia.

De acordo com as hipóteses anteriores ao plano de ensino, conclui-se que:

Hipótese 1 - Esta hipótese foi comprovada positivamente, alguns fatos comprobatórios são que os alunos convidados foram selecionados por não terem problemas com notas, ou seja, não corria o risco de melhorar conceito ou serem prejudicados com a atividade, portanto compareceram e participaram por livre e espontânea vontade. Outro fato está em algumas descrições feitas pelo grupo, tais como:

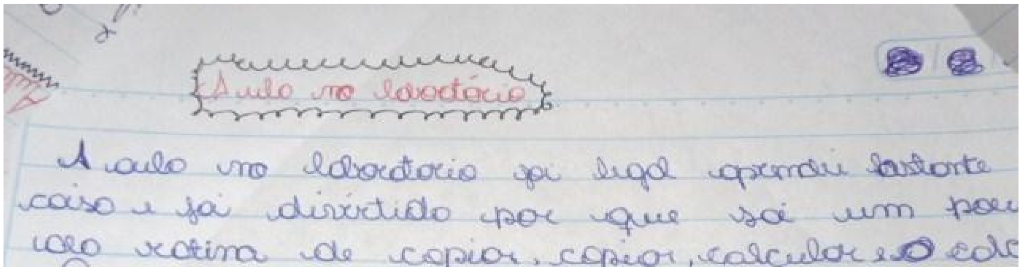


Figura 01 - Relato de aluno

Demonstra a satisfação em realizar a tarefa, o que é compreensível, por ser uma atividade diferenciada das aulas tradicionais que conhecem.

Hipótese 2 - Quanto a essa hipótese os alunos convidados encontraram um pouco de dificuldade, pois, ao digitar, por exemplo, problemas de semelhança de triângulos no site de pesquisa Google, apareceram uma infinidade de sites relacionados. Encontrar uma situação adequada à questão proposta requer maturidade e familiaridade com pesquisa na internet, o que estes alunos ainda não adquiriram. Para sanar essas dificuldades seria interessante pré-selecionar alguns sites para pesquisa, da mesma forma que se fez com a pesquisa bibliográfica.

Hipótese 3 - Hipótese comprovada, pois observou-se que os alunos, de maneira espontânea, montaram as proporções, relacionando os lados dos triângulos, e utilizaram a propriedade fundamental para encontrar o valor desconhecido. Observe alguns passos da resolução de um problema que solicita as medidas de determinadas alturas:

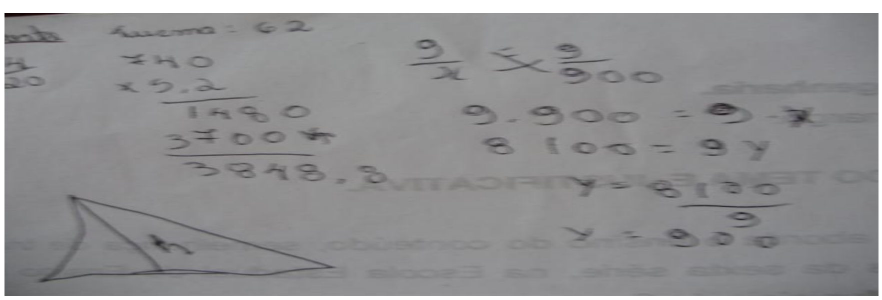


Figura 02 - Cálculo de aluno

Hipótese 4 - Hipótese refutada, pois apenas seis dos dez alunos convidados se apresentaram para realização das atividades. Os outros alunos ausentes alegaram esquecer o compromisso e que não iriam aos outros encontros por não haverem comparecido ao primeiro. Neste sentido, para uma próxima experiência será interessante considerar as atividades para fins avaliativos, na tentativa de obter assim uma melhor aceitação dos alunos.

Hipótese 5 - Como descrito na primeira e quarta hipóteses, percebe-se o interesse do grupo que participou. Outro fato é que a atividade foi realizada no turno inverso, mas como eu estava envolvido com outras atividades, em outras turmas, antes do horário marcado para a realização desta prática, os alunos convidados sempre compareciam pouco antes do horário e ficavam me pressionando para iniciarmos logo com as atividades. A cada inicio o grupo de alunos buscava retomar o que foi levantado na aula anterior para então dar continuidade, demonstrando, portanto, compromisso com o trabalho. Foi possível perceber certa ansiedade em resolver o problema e demonstrar suas habilidades, acredito terem tomado a questão como desafio, já que não haviam trabalhado o conteúdo semelhança de triângulos anteriormente.

Hipótese 6 - Hipótese comprovada de forma positiva, pois o grupo resolveu o problema de maneira satisfatória, o que é possível perceber analisando construções e cálculos por eles efetuados, destacados nas figuras a seguir:

Figura 03 - Construção do aluno no GEOGEBRA

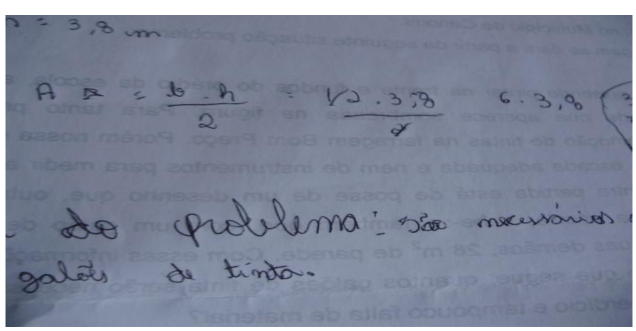


Figura 04 - Cálculo apresentado pelo aluno (área do triângulo)

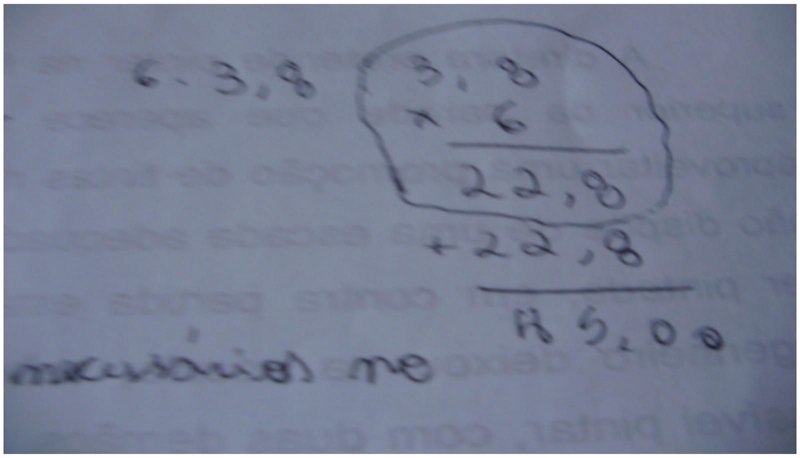


Figura 05 - Cálculo apresentado pelo aluno (área do triângulo)

Hipótese 7 - Hipótese parcialmente comprovada, uma pré-seleção de sites para pesquisa, nortearia melhor os trabalhos, evitando-se tempo dispendioso para realização de outras ações. Mas analisando o geral, as estratégias adotadas foram de grande validade, tendo em vista a solução positiva do problema. De igual validade foram as construções no geogebra, pois a possibilidade de movimentar as figuras e comparar semelhanças foi de grande aceitação por parte do grupo de alunos participantes.

Agora observe o plano de ação construído pelos alunos.

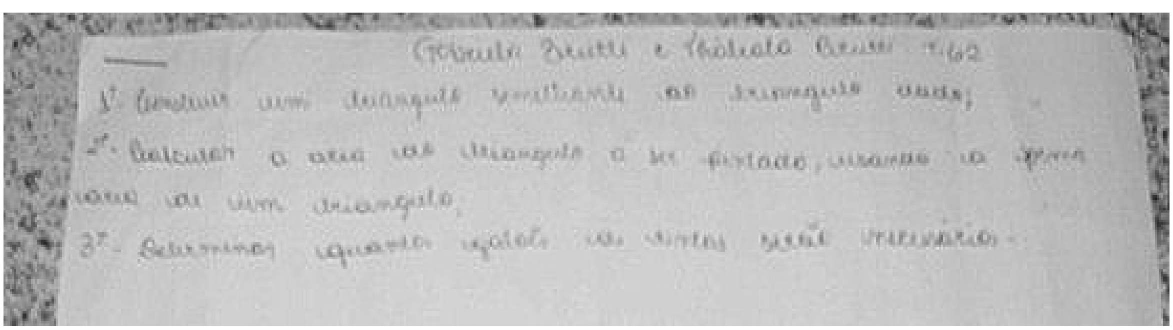


Figura 06 - Texto criado pelo aluno

De acordo com o plano de ação, o grupo construiu triângulos semelhantes aos do problema após calcularam as alturas desconhecidas usando a semelhança de triângulos. De posse das alturas, usaram a fórmula para determinar a área de um triângulo, para então concluir que seriam necessários dois galões de tinta.

2.2.3 Conclusões

Após esta análise acredito que a experiência foi muito produtiva, porém, para outro momento, algumas modificações, como aumentar o grupo de alunos, propor o problema de maneira que seja necessário fazer observações de ângulos e medições na prática para obter os triângulos que aparecem na figura, ou ainda, trabalhar com as relações trigonométricas para resolver o problema, seriam alternativas interessantes e trariam uma nova e significativa abordagem para pesquisa.

2.3 TEMA E JUSTIFICATIVA PARA A TERCEIRA ENGENHARIA DIDÁTICA

Neste trabalho abordei o ensino da resolução de problemas que envolvem as quatro operações numéricas. A proposta de ensino foi desenvolvida com uma turma de quinta série do Ensino Fundamental na Escola Estadual de Ensino Médio São Francisco de Assis, durante 6 horas/aula semanais, no período de 6 e 20 de junho.

Para realização da atividade foi utilizado um vídeo sensibilizador intitulado Donald no País da Matemágica[2]. Esse vídeo apresenta uma história, na qual o pato Donald, ao dizer que odeia matemática, é convidado a fazer um passeio, que se torna uma aventura interessante, com aplicações práticas da matemática, fornecendo ainda uma visão histórica desta ciência.

A escolha do vídeo esteve vinculada à faixa etária do público alvo, pois baseado em relatos de alunos no dia-dia em sala de aula, acreditava que alguns desses alunos se identificavam com o pensamento negativo em relação à matemática, apresentado por Donald no início do vídeo. Por outro lado, através da idéia do vídeo, percebi ser possível levantar uma discussão referente à atenção, dedicação, paciência e estudo necessário para compreender matemática.

A escolha do conteúdo se justifica na experiência pessoal, reflexo das reclamações comuns por parte dos professores, o aluno não tem interesse, não

[2] Donald no país da matemágica é um curta de 27 minutos. Vídeo educativo lançado pela Disney nos anos 50. Apresentado em 3 partes no YOU TUBE. Disponível em: http://www.youtube.com/watch?gl=BR&v=hWLAtn3KVw8.

sabe interpretar, não quer ler a questão, entre outras. Por outro lado ao apresentar uma situação problema ao meu aluno percebia sua dificuldade, verificada na presença de perguntas do tipo:

- Que conta devo fazer?
- É de mais ou de menos?
- Devo multiplicar ou dividir?

Estes fatos provocaram-me a pensar que resolver uma situação problema é conteúdo a ser trabalhado em sala de aula.

As principais dificuldades percebidas dizem respeito à compreensão do enunciado e identificação da pergunta que o problema apresenta, o que acredito estar associado às poucas propostas de ensino que contemplem esse contexto de resolução de problemas. Segundo POLYA, "a resolução de problemas era uma arte prática, como nadar, ou esquiar ou tocar piano. Um indivíduo aprende tais artes imitando e praticando." (POLYA apud HUNCAN, 2006, p. 30), portanto mais um conteúdo a ser trabalhado. Destaco também as ideias de HUNCAN (2006) que apresentou uma dissertação em que tratou do uso da metodologia de ensino-aprendizagem avaliação de matemática através da resolução de problemas, como uma metodologia alternativa para trabalhar a construção de conceitos e conteúdos trigonométricos no segundo ano do ensino médio. O objetivo principal do autor era verificar e responder a pergunta: O uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas constitui-se num bom caminho alternativo para construção de conceitos e conteúdos trigonométricos pelos alunos de Ensino Médio?

O autor fez um estudo sobre o conteúdo de trigonometria, contemplando uma abordagem histórica do assunto. Fez também uma análise sobre o que os PCNs do Ensino Médio dizem a respeito do conteúdo. Em particular ressalto que o autor dedicou um capítulo do seu trabalho para uma análise teórica detalhada sobre a resolução de problemas, onde embasado em importantes autores, apresentou uma abordagem histórica sobre o assunto, trazendo as variadas formas que este vem se apresentando, sempre ocupando uma posição muito especial no ensino aprendizagem de matemática.

Apoiado nas evidências observadas e registradas durante a pesquisa, o autor concluiu que nas atividades práticas por ele desenvolvidas, através da resolução de problemas, o aluno participa de maneira mais ativa, principalmente ao resolver e discutir sobre os problemas e atividades realizadas com o grande grupo e com o professor. O autor observou também que uma abordagem nesse âmbito não é fácil, pois requer estudo e dedicação, no entanto, na medida em que as atividades são bem planejadas, de forma gradativa e de acordo com o grau de dificuldade do assunto, possibilitam um crescimento contínuo por parte do aluno. Ao final o autor conclui que a metodologia de ensino-aprendizagem através da resolução de problemas constitui-se num bom caminho alternativo para possibilitar a construção de conceitos e conteúdos matemáticos.

Assim, escolhi fazer uma intervenção com ênfase nas etapas de resolução de uma situação problema. É importante salientar que a ideia não se constituiu em fornecer uma receita pronta para resolver problemas, pois a mesma não existe, mas sim propiciar diferentes situações problema, procurar também, além de discutir ideias do aluno, apresentar estratégias de solução, objetivando principalmente conduzir o aluno a construir ou ampliar o grau de entendimento e a capacidade de planejar resoluções num contexto de problemas.

2.3.1 Plano de ensino, hipóteses e estratégias para coleta de dados

O objetivo geral do planejamento constituiu-se em detectar e sanar dificuldades encontradas pelos alunos ao resolver problemas que envolvam as quatro operações fundamentais, essencialmente no processo de interpretação do problema, reconhecimento da pergunta que está sendo feita, verificação das informações mais relevantes e construção de possíveis estratégias de resolução.

Esta abordagem se justificou pela na necessidade de trabalhar com compreensão os significados de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como, desenvolver a percepção, a auto-estima e uma atitude positiva em relação à matemática. Ao trabalhar os conteúdos matemáticos percebo que uma pequena parcela dos alunos possui esta atitude positiva, principalmente em atividades que envolvam situações problema. Acredito, ainda, que, em geral, o aluno conhece e sabe resolver cálculos com as quatro operações fundamentais, porém não consegue identificar qual deve usar em determinada situação problema.

O plano de ensino seguiu a seguinte tabela de planejamento.

Objetivos/Hipóteses a serem atendidas	Atividades	Estratégias e recursos
08/06. 1 período. Verificar pré-conhecimentos sobre as quatro operações fundamentais	Resolver questões que envolvam as quatro operações fundamentais. Um representante de cada grupo expõe as soluções encontradas	Organizar a turma em grupos e fornecer uma pequena lista de exercícios. Reservar espaço no quadro para cada grupo expor seus resultados. Discutir as soluções.
09/06. 1 período. Verificar a capacidade de resolver situações problema, simples.	Resolver problemas simples que envolvam alguma das ideias de juntar, acrescentar, tirar, comparar, adicionar parcelas iguais, proporcionalidade, repartir em partes iguais. Cada grupo expõe oralmente seus resultados	Fornecer uma pequena lista de problemas para os grupos. Reservar espaço no quadro para cada grupo expor seus resultados. Solicitar a exposição oral de argumentos para validar a solução
10/06. 1 período. Verificar a capacidade de resolver situações problema mais elaboradas	Resolver em grupo problemas que envolvam mais de uma das ideias descritas anteriormente. Cada grupo expõe oralmente seus resultados	Fornecer uma pequena lista de problemas para os grupos. Discutir os resultados encontrados com o grande grupo.
11/06. 1° período. Introduzir um contexto que estimule o interesse em estudar matemática.	Assistir a um vídeo Discutir o contexto do vídeo	Vídeo do Donald no país da matemágica. E o Vídeo, porque será que odiamos matemática.
11/06. 2° período Desenvolver a capacidade de construir estratégias para resolver um problema mais elaborado.	Construir estratégias de solução para alguns problemas.	Aula expositiva. Giz e quadro. Ajuda individual em cada grupo.
15/06. 1 período.	Resolver problemas mais elaborados.	Fornecer uma pequena lista de problemas.

Desenvolver a capacidade de resolver um problema mais elaborado. Desenvolver auto-estima em relação à matemática.	Cada grupo expõe oralmente seus resultados.	Deixar em aberto o espaço para quem necessitar do quadro. Discutir as soluções encontradas, com o grande grupo.

Tabela 2 – Cronograma e plano de ensino.

Para realização das atividades a turma, composta de 38 alunos, foi dividida em grupos sendo que um representante de cada grupo deveria expor os resultados encontrados pelo grupo aos colegas. Foram então apresentadas as atividades (ver ANEXO D) a fim de verificar as principais dificuldades encontradas. Num segundo momento foi inserido o vídeo Donald no país da matemágica para posterior discussão, visando estimular o interesse e autonomia do aluno. Seguindo com exposição dos processos de resolução de um problema embasado na proposta de Polya. O referido plano, referenciado nas análises a *priori* buscou verificar as seguintes hipóteses enumeradas abaixo.

1 - O aluno não mostrará interesse em discutir as questões em grupo e expor suas ideias para o grande grupo.

2 - O aluno sabe calcular usando os algoritmos das operações adição, subtração, multiplicação e divisão.

3 - O aluno consegue resolver questões simples que envolvam as ideias de juntar, acrescentar, tirar, comparar, adicionar parcelas iguais, proporcionalidade, repartir em partes iguais.

4 - O aluno não irá identificar quais operações usar para resolver problemas mais elaborados, que envolvam mais de uma das ideias sugeridas anteriormente.

5 - O aluno poderá apresentar soluções absurdas em problemas mais elaborados, que envolvam mais de uma das ideias sugeridas na terceira hipótese.

Após a intervenção com o vídeo e a apresentação de estratégias de solução de um problema.

6 - O aluno demonstrará mais interesse em participar das atividades em sala de aula.

7 - O aluno não apresentará soluções absurdas para as questões propostas.

8 - O aluno fará uma análise mais detalhada das questões problema antes de efetuar qualquer cálculo, fazendo registros, desenhos, tabelas ou outra associação qualquer referente aos dados do problema.

9 - O aluno irá identificar quais operações usar para resolver o problema.

10 - O aluno irá conseguir construir uma estratégia de ação e resolverá os problemas.

11 - O aluno encontrará argumentos para justificar a veracidade da sua solução, demonstrando interesse em apresentar para o grande grupo.

Para verificação e possível validação das hipóteses foi solicitado e coletado material escrito pelos alunos na forma de relatório de atividades. Foram registrados acontecimentos importantes em um diário de classe e proposta uma auto-avaliação do aluno e foram retomadas as atividades (ver ANEXO D).

2.3.2 Análise da prática

Com base na análise da atividade proposta (ver ANEXO D) e de acordo com a prática e as hipóteses iniciais foi possível verificar os seguintes resultados.

Hipótese 1 - Esta hipótese não se confirmou, pois os grupos discutiram intensamente sobre as questões e todos queriam ir até o quadro para expor os resultados, acredito que o fato se deu porque esses alunos estão na grande maioria seguros com relação às quatro operações, principalmente com números naturais, também acredito ser comum quererem defender os resultados por terem certeza do que estavam fazendo.

Hipótese 2 - Com base na hipótese anterior, em que o aluno demonstrou interesse em expor seus resultados e, de acordo com o que havia previsto para esta etapa, os resultados foram bastante satisfatórios.

Hipótese 3 - Esta hipótese não foi confirmada de forma satisfatória, embora em alguns casos, como no exercício (c) da aula 2, todos tenham conseguido resolver conforme o exemplo. Posteriormente verifiquei que existem dificuldades na compreensão de problemas, mesmo dos mais simples.

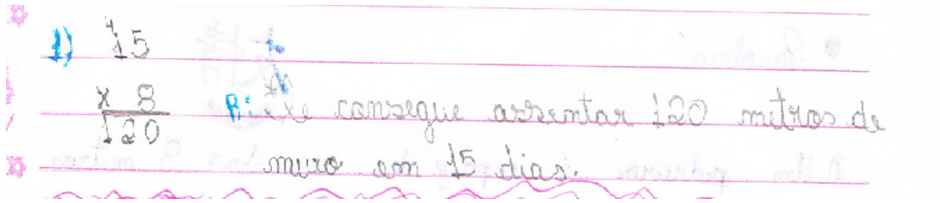


Figura 07 - Cálculo de aluno

O mesmo ocorreu com o problema (a), aula 2, dos sapatos. Observe o resultado abaixo onde só faltou a especificação do valor encontrado, em reais.

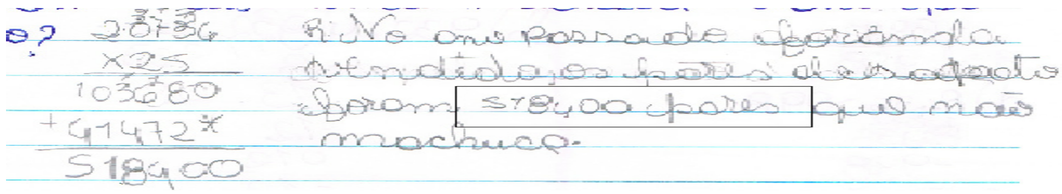


Figura 08 - Solução apresentada pelo aluno

Observe o raciocínio bastante satisfatório no problema (b), aula 2, da loteria, onde faltou determinar o total procurado.

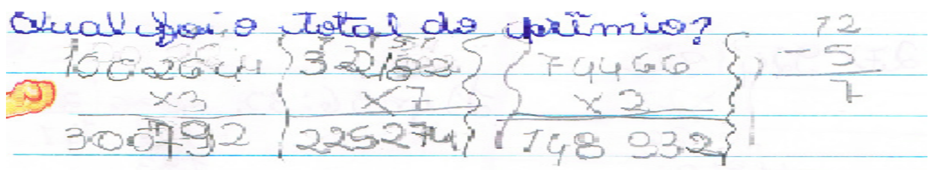


Figura 09 - Cálculo apresentado pelo aluno

Já outro grupo apresentou a resolução completa.

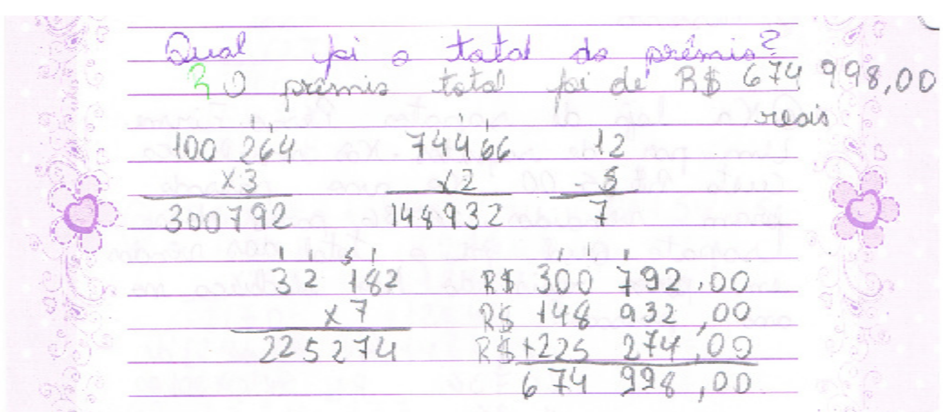


Figura 10 - Cálculo apresentado pelo aluno

Hipótese 4 - De acordo com o que havia comentado na hipótese anterior, mesmo nos problemas mais simples como o que segue, problema (b), aula 2, alguns alunos encontram dificuldades de interpretação e na busca de soluções para o problema. Observe o exemplo.

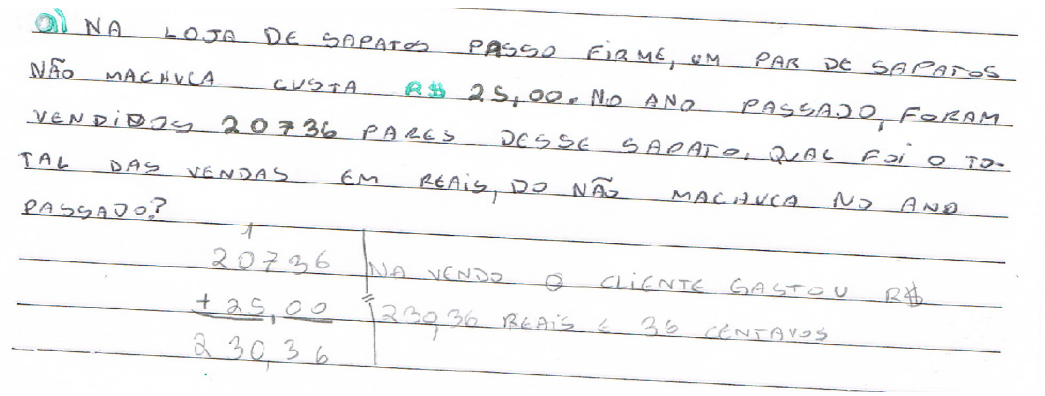


Figura 11 - Solução apresentada pelo aluno

Percebe-se que esse grupo não conseguiu reconhecer ideias básicas, confundindo valor de um par de sapatos com o n° de pares de sapatos.

Observe este outro exemplo em que o grupo não entendeu que a distribuição do valor do prêmio obedecia a uma ordem bem definida, de acordo com o n° de ganhadores e o grupo somou os prêmios como se houvessem apenas três ganhadores.

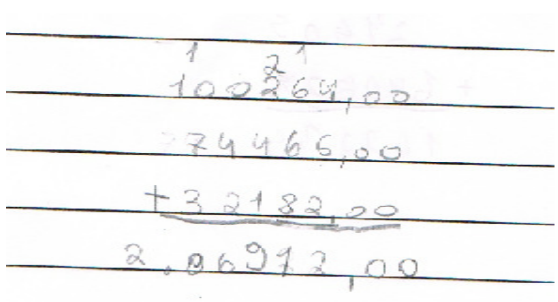


Figura 12 - Cálculo apresentado pelo aluno

Hipótese 5 - Temos um exemplo, que comprova a dificuldade de interpretar, até mesmo, problemas bastante simples. Observemos as soluções apresentadas abaixo para os problemas (d) e (e) da aula 3.

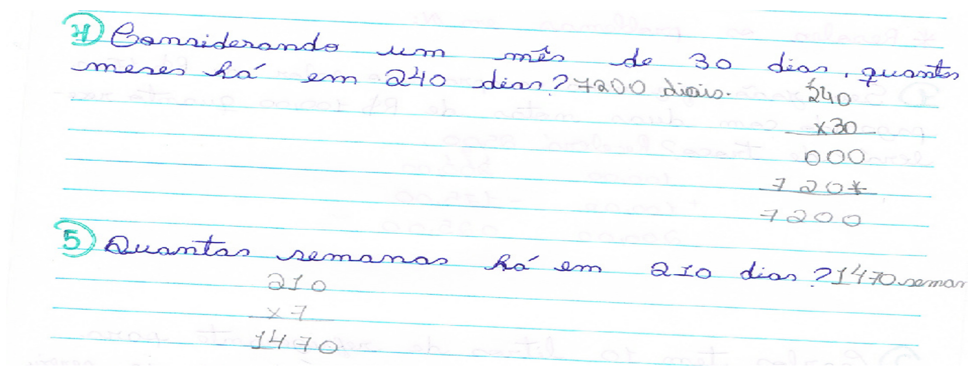


Figura 13 - Solução apresentada pelo aluno

A seguir apresento as análises das hipóteses que foram levantadas após a intervenção com o vídeo e a apresentação de estratégias de solução de um problema.

Hipótese 6 – Após assistirmos ao vídeo e discutirmos a ideia de que não devemos ter medo ou baixa estima em relação à matemática, os alunos se mostraram mais ativos, o vídeo os animou, pois de acordo com os comentários da própria turma, nunca haviam assistido a um vídeo em aulas de matemática e queriam ver outros relacionados aos assuntos das nossas aulas. Também se sentiram mais encorajados após minhas explanações sobre os problemas propostos, onde procurei separar dados numéricos, fazer conjecturas e levantar hipóteses em relação a possíveis caminhos para resolvê-los, deixando claro, sobretudo, que não é conveniente tomarmos decisões ou efetuarmos cálculos, sem antes fazermos uma análise mais detalhada do problema.

Hipótese 7 – Esta hipótese, pode-se dizer que foi comprovada positivamente, pois após as intervenções do vídeo e das discussões relatadas na hipótese anterior, observou-se uma turma de alunos mais concentrada, discutindo sobre o exercício e principalmente não fazendo perguntas sem sentido como as de quem não leu o problema.

Hipótese 8 - Observando a solução apresentada por um dos grupos que não resolveu corretamente a questão (b), aula 3, que envolvia uma fração, percebe-se que, embora não esteja correto, agora já houve uma preocupação em delinear um caminho para resolver a questão, fazendo um desenho para representar o problema.

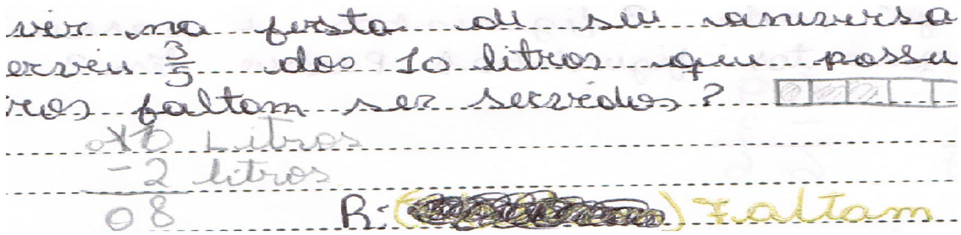


Figura 14 - Cálculo e desenho apresentado pelo aluno

Hipótese 9 - Após as intervenções, o grupo que estava confuso com as questões (d) e (e), aula 2, apresentou uma solução adequada e argumentou com os colegas sobre a veracidade da solução.

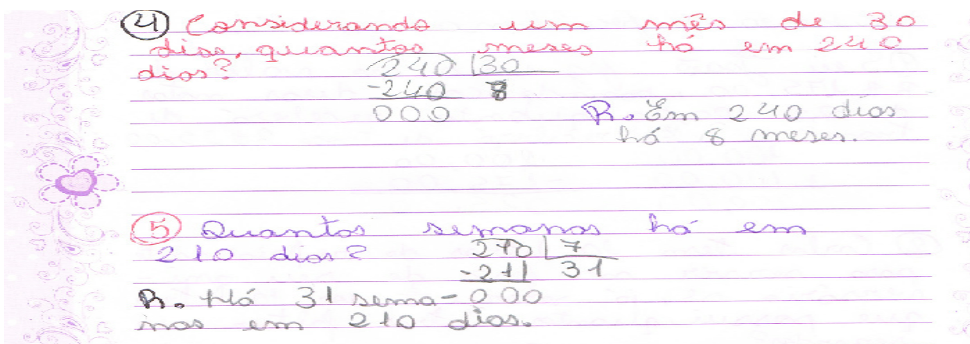


Figura 15 - Solução apresentada pelo aluno

Hipótese 10 - O exemplo de resolução da questão proposta na aula 6, mostra que alguns alunos foram capazes de criar estratégias diferenciadas para resolver um problema, nesse caso, utilizando a ideia de proporcionalidade.

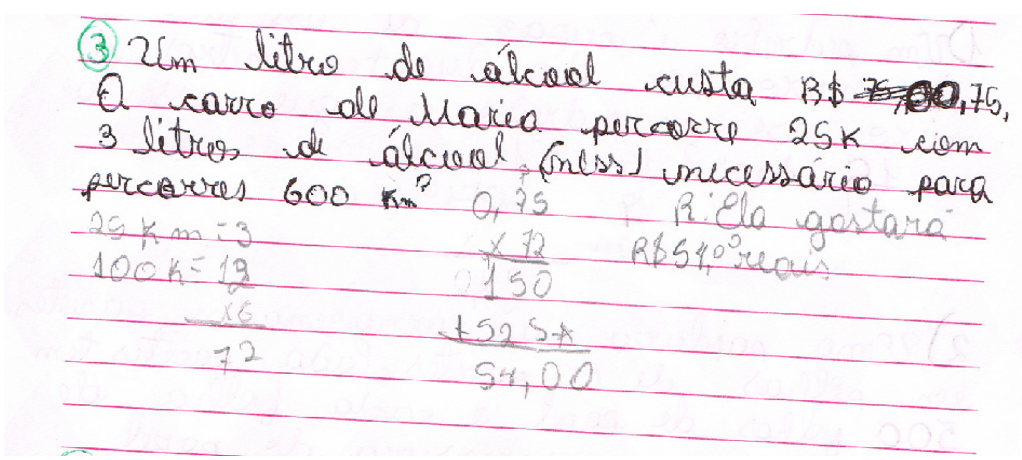


Figura 16 - Solução apresentada pelo aluno

Diferente do primeiro exemplo, esse outro grupo apresentou uma solução mais tradicional, usando operações numéricas a que estão, digamos, mais acostumados.

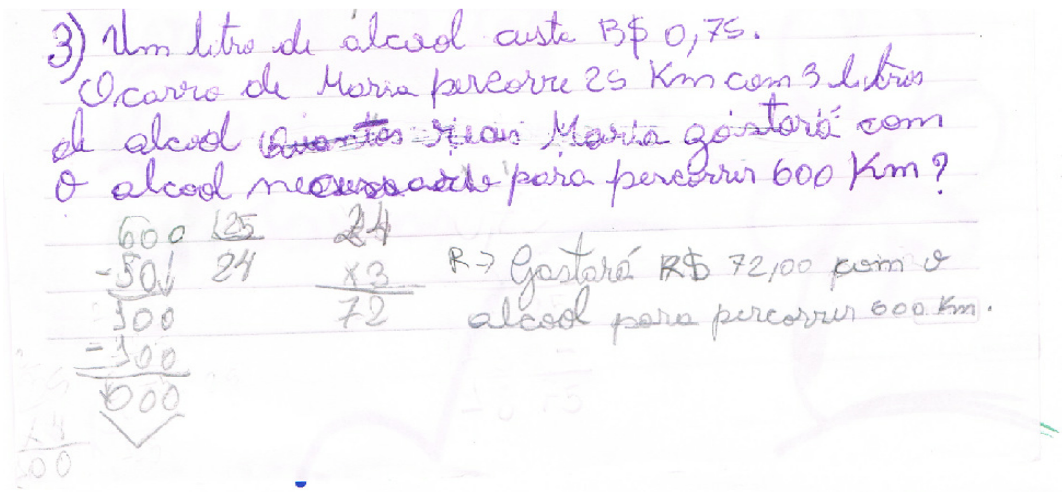


Figura 17 - Solução apresentada pelo aluno

Hipótese 11 – Principalmente nesse último problema, os alunos mostraram-se mais entusiasmados e afoitos para apresentar a resolução. Os argumentos foram as operações usadas, nada muito complexo ou diferente do usual, mas considerando o nível de quinta série e o curto espaço de tempo em que efetuamos esta prática, acredito ter contribuído para o desenvolvimento desses alunos numa introdução à resolução de problemas.

2.3.3 Conclusões

Analisando essa prática foi possível compreender melhor as dificuldades que o aluno apresenta quando se depara com problemas. Verifiquei que o aluno não está acostumado a enfrentar situações que envolvam resolução de problemas e é preciso instigá-lo a pensar. Para ensinar a resolver um problema não basta apresentar um exemplo, pois, na maioria das vezes, alguns poucos alunos conseguem entender o que foi feito. Nesse sentido, o vídeo sensibilizador se mostrou de grande validade, promovendo auto-estima e confiança, mostrando que todos têm condições de pensar e agir fazendo uso da matemática.

A perspectiva resolução de problemas como um conteúdo a ser trabalhado em sala de aula, embora tenha mudado o enfoque no decorrer dos anos, mantém algumas práticas que envolvam estratégias de resolução de problemas em sala de aula que serão sempre de grande aproveitamento. A partir dessa prática pedagógica foi possível perceber que um vídeo, seja no âmbito da sensibilização ou por apresentar diferentes abordagens e/ou aplicações de conteúdos, será bastante favorável nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática. Por se tornar uma intervenção diferenciada da rotina da sala de aula, envolvendo o aluno em imagens, falas, brincadeiras, exemplos práticos, tem grande possibilidade de constituir-se um estímulo ao estudo de matemática.

Também foi possível observar um crescimento intelectual dos meus alunos durante essa prática. Aqueles alunos que antes se limitavam a copiar, ao final da prática mostravam-se interessados em resolver as questões propostas e tornaram-se indagadores quanto às soluções apresentadas, perguntando inclusive os porquês das ações e estratégias utilizadas, assim como, se as soluções estavam de acordo com o problema proposto. O aluno se mostrou também mais capaz e ousado. Como observei nos dados coletados alguns lançaram mão de ideias novas para resolver uma dada situação problema, não estando tão limitados às quatro operações.

Para finalizar, acredito que essa prática foi muito produtiva proporcionando um crescimento significativo para o meu trabalho como docente. Pretendo realizar outras intervenções no sentido de promover a capacidade e o interesse do aluno em resolver questões desafiadoras, sem se restringirem ao uso de cálculos e à aplicação de fórmulas e sempre buscando uma melhor compreensão do que está se fazendo.

3 REFLEXÕES DAS PRÁTICAS COMO UM TODO

Este capítulo, que tem por base a análise das engenharias didáticas, minha experiência profissional e documentos estudados durante todo decorrer do curso Matemática Mídias Digitais e Didática, vem trazer uma discussão acerca do tema resolução de problemas nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática, de aplicação inegavelmente importante nas aulas de matemática.

O assunto aqui discutido obedece a um processo histórico, no decorrer do qual sofre modificações na sua abordagem desde os anos 80 principalmente, processo esse tratado em Huanca (2006), mas que foge ao âmbito deste trabalho.

O tema aqui proposto nasceu durante a realização da minha primeira engenharia didática, que, embora não incluísse resolução de problemas em sua estrutura, abriu espaço para que o aluno, diante da situação nova de manipular um programa de geometria, buscasse autonomia. Isso ficou evidenciado pela mobilização dos alunos na busca de estratégias para operar com o Geogebra. De acordo com Polya (1997, p.1) tem-se que: "Se o fim por si só não sugere de imediato os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema." Ainda nesse contexto os alunos tiveram de comparar as figuras construídas no Geogebra com protótipos no papel, classificando-as conforme suas características geométricas, confrontando ideias, aguçando a capacidade de argumentação, fazendo uso de uma linguagem mais específica da matemática. Todos esses fatos apontam para a síntese estabelecida por Polya (1978), segundo a qual resolver um problema requer confronto de ideias no estabelecimento e execução de um plano para resolvê-lo.

Diante do referido quadro, na minha segunda engenharia didática propus a resolução de um problema como estratégia de ensino do conteúdo semelhança de triângulos, tal engenharia trouxe à tona algumas dificuldades e considerações relevantes. O problema proposto foi resolvido segundo as etapas delineadas por Polya (1978): compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e verificação do resultado. A dificuldade maior ocorreu no momento do estabelecimento e execução de um plano, já que o conteúdo semelhança de triângulos era novo para aquele grupo de alunos. O plano acabou incluindo uma pesquisa nos livros didáticos, tarefa esta não comum ao referido grupo. Também as construções no Geogebra geraram interessantes discussões. Durante toda esta fase do trabalho procurei seguir as orientações de Polya (1978), fazendo indagações que conduziram meu aluno à construção e execução do plano, sempre procurando deixar que o grupo trabalhasse de forma autônoma e independente. Nessa prática e também em outras situações anteriores em sala de aula foi possível perceber a inércia, baixo estima, desinteresse e, principalmente, a falta de iniciativa do estudante diante de uma situação problema. Assim, na terceira e última engenharia didática realizada no curso, procurei tratar a questão da resolução de problemas num nível de escolarização mais inicial, ou seja, com alunos de quinta série, mas, desta vez, embasado nos resultados anteriores, busquei tratar o assunto Resolução de Problemas como um conteúdo a ser trabalhado em sala de aula. Nessa prática inseri um vídeo sensibilizador que instigasse o espírito criativo, investigativo e a vontade de aprender do aluno, visando encorajá-lo em relação à matemática, tendo em vista, conforme diz Carrasco (2005) acerca dessa área de conhecimento, que:

> Seria preciso mostrar através de uma perspectiva histórica, como ocorre seu desenvolvimento, revendo que não são mentes especiais que a produzem e que seu estudo está presente no mundo como em qualquer outra ciência. (p.255)

Seguindo essa ideia de simplificar e mostrar a matemática como construção humana e, portanto ao alcance de todos, os problemas escolhidos também foram bastante simples concordando com a maturidade dos alunos. Nesse sentido enfatizei a resolução de problemas como um conteúdo, pois o que estava em jogo não eram as operações matemáticas ou os conceitos usados para resolver o problema, mas sim quais os cálculos e conceitos que seriam necessários, ou seja, o estudo visou à valorização das heurísticas e do processo de resolução em si, que, embora não seja único, sempre envolve as fases de compreensão, planejamento, ação e validação de resultados.

Todo esse processo de ensino-aprendizagem em matemática, visa desenvolver o raciocínio do educando, fazendo-o pensar e conhecer aplicações da matemática, tornando a sala de aula um espaço de debate, discussão e trocas de ideias, valorizando, dessa forma, inclusive pré-conhecimentos do aluno, matemáticos ou não. De acordo com LINS (2001),

> [...] não há razão, tampouco, para que a introdução de significados matemáticos (ou, como dizia Vygotsky, conceitos científicos) exclua da escola os significados não-matemáticos, já que o papel que uns e outros cumprem é o mesmo, como parte da organização da atividade humana. (p.28).

Embasado nas ideias até aqui descritas, convido o leitor a refletir sobre a proposta de que resolução de problemas se faça presente nas situações de aprendizagem em matemática e que o professor busque a verificação do melhor contexto a abordá-la. Decidindo por resolução de problemas como um caminho de aprendizagem em matemática, ou seja, uma metodologia de ensino, o professor precisa certificar-se da maturidade e desenvolvimento cognitivo do aluno, sob pena de não atingir seus objetivos. Se o aluno não adquirir habilidades mínimas de compreensão e planejamento na busca de resoluções de um problema, certamente não perceberá significado nos conteúdos matemáticos pretendidos pelo professor. Portanto, uma intervenção com problemas rotineiros mais simples, desses encontrados em livros didáticos, poderá ser útil numa fase inicial, assim como o auxilio do professor com alguma heurística de resolução se fará necessária, isso tudo tendo em vista a perspectiva da resolução de problemas como um conteúdo a ser trabalhado.

Se considerarmos, por outro lado, a perspectiva em que o assunto matemático a ser tratado é colocado em primeiro plano e a resolução de problemas é considerada como aplicação de conteúdos e conceitos, corremos o risco de conduzir o aluno à falsa idéia de que todo problema consiste na aplicação de algum conceito e, portanto, comporta um algoritmo matemático para resolvê-lo. Dessa ideia surgem as perguntas formuladas por alunos, muito comuns em sala de aula, como por exemplo, que conta eu devo fazer, é de mais ou é de menos. Além disso, na maioria das vezes, os alunos não dedicam grande esforço, nem demonstram interesse em analisar a situação apresentada. Nesse contexto é preciso apresentar algum problema mais complexo ou que não admita solução exata, mas sim aproximações, de forma a que o aluno tenha de tomar decisões embasadas em resultados pré-estabelecidos, articulando as ideias apresentadas no enunciado do problema e no processo de resolução. Sintetizando, uma abordagem menos trivial, que não favoreça a simples identificação do algoritmo a ser utilizado e que possibilite o confronto e a articulação de ideias durante a busca de solução, (HUANCA, 2006; POLYA, 1997).

Em qualquer das perspectivas sugeridas tem-se que investigar e avaliar a maturidade do educando, pois o processo de aprendizagem deve iniciar de “onde o aluno está” (WALLE *apud* HUANCA, 2006, p. 33), buscando um melhor aproveitamento do plano de ensino que se pretende propor na realização dos objetivos pretendidos. Vários são os ângulos a serem observados: desenvolvimento do aluno nos processos de resolução de problemas, habilidades de cálculo aritmético ou algébrico, articulação de idéias, verificação e defesa de pontos de vista através de argumentação organizada e coerente, fazendo-se uso para tanto, de diferentes estratégias nos processos de ensino e de aprendizagem em matemática.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer deste trabalho apresentei três propostas desenvolvidas em sala de aula, à luz das engenharias didáticas, visando intervenções nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática com o objetivo de buscar uma melhor apresentação do conteúdo, de forma a valorizar o pensar autônomo do aluno. Para tanto, em todos os planos utilizei algum apoio tecnológico atrelado a uma metodologia de ensino que contemplasse a resolução de problemas.

Considerando os objetivos dessas propostas de ensino, desenvolvi um estudo, uma reflexão, acerca da resolução de problemas em educação matemática. Procurei, também, evidenciar a necessidade de um planejamento minucioso e de um estudo das características do público alvo, destacando a verificação do nível de entendimento, de maturidade e de experiência dos alunos para a resolução de problemas, partindo sempre da valorização dos processos de ensino que contemplem o pensar matemático em detrimento à simples memorização e mecanização técnica.

Assim, procurei apresentar a resolução de problemas com o cuidado de situá-los, preferencialmente, dentro de algum contexto empírico, concluindo que se faz necessária uma abordagem da resolução de probemas como um conteúdo a ser trabalhado em sala de aula quando em uma pré-análise se perceber que o aluno ainda não desenvolveu nenhuma habilidade na resolução de problemas. Exercício para aplicar ou fixar conceitos e conteúdos, buscando também ampliar a habilidade de resolver problemas quando já existe uma familiarização com este tipo de abordagem. E a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino quando o aluno demonstrar habilidade e experiência, mostrando-se ativo e apto a encarar situações problema, capaz de entender, criar ou acompanhar um raciocínio matemático, tornando assim o método mais rico e significativo.

De acordo com as análises e articulações de ideias apresentadas até aqui, procurei contribuir para uma reflexão e escolha do melhor enfoque a ser dado para resolução de problemas, no qual o professor participe ativamente do aprendizado do seu aluno, valorizando o pensamento do mesmo e promovendo sua auto-estima. Procurei assim fornecer algum subsídio para que futuros profissionais em educação matemática estejam, no decorrer de suas práticas docentes, abertos a convites para futuras investigações, sempre questionando-se quanto à tarefa de ensinar matemática e buscando aperfeiçoamento através de projetos de pesquisa nesta área tão importante e bela do desenvolvimento humano.

5 REFERÊNCIAS

BECKER, Marcelo. **Uma alternativa para o ensino de geometria**: visualização geométrica e representações de sólidos no plano. 111F. Dissertação (Curso de pós-graduação em Educação Matemática) – UFRGS. RS, 2009. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/17161>

BRANCA, Nicolas A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, Stephen, REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução: DOMINGUES, Hygino H. CORBO, Olga. SP: Atual, 1997. P.4-12.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais.** Introdução aos parâmetros curriculares nacionais: Secretaria de Educação fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARRASCO, Lucia Helena Marques. Conhecimento matemático: Uma construção ao alcance de todos. In: FILIPOUSKI, Ana Mariza Ribeiro; MARCHI, Diana Maria; SCHAFFER, Neiva Otero. **Teorias e fazeres na Escola em mudança**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2005. P. 253–268.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**: ensino fundamental. São Paulo: Ática, 2005.

GARCIA. Vera Clotilde. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **Zetetike**, Campinas – UNICAMP. V.13, n.23, 2005. p – 85-118. Disponível em: <http://143.54.226.61/~vclotilde/publicacoes/ENGENHARIA%20ZETEIKE2005.pdf>

GIOVANNI, José Ruy. CASTRUCCI, Benedito. **A conquista da matemática**: teoria e aplicação. São Paulo: FTD, 1985.

GUELLI, Oscar. **Matemática:** uma aventura do pensamento. São Paulo: Ática, 2002.

HUANCA, Roger Ruben Huaman. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula**. 198F. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP. SP, 2006. Disponível em: <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2006/huamanhuanca_rr_me_rcla.pdf>

IMENES, Luiz Márcio. LELLIS, Marcelo. **MATEMÁTICA 8° SÉRIE**. São Paulo: Scipione, 1998. P.18-25.

LIMA, Elon Lages et al. **Temas e problemas elementares**. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, RJ, 2005.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o Século XXI**. 4 ed. SP: Papirus, 2001

MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática**: Uma introdução. 2ed. São Paulo: Educ, 2002.

MEDEIROS, Cleide Farias de. Por uma educação Matemática com intersubjetividade. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Educação Matemática.** São Paulo: Editora Moraes LTDA. 1985.

PEREIRA, Mariângela. **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas no 3° ciclo do ensino fundamental.** 262 F. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNESP. SP: 2004. Disponível em: <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2004/pereira_m_me_rcla.pdf>

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Tradução de Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. 179p.

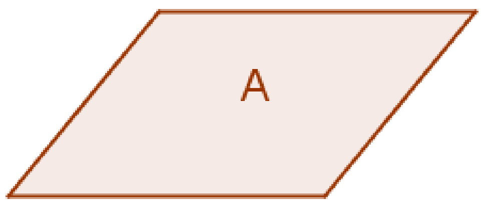
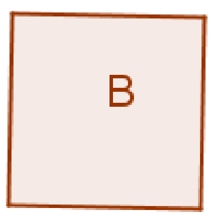
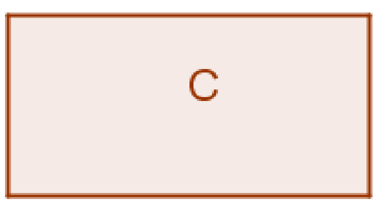
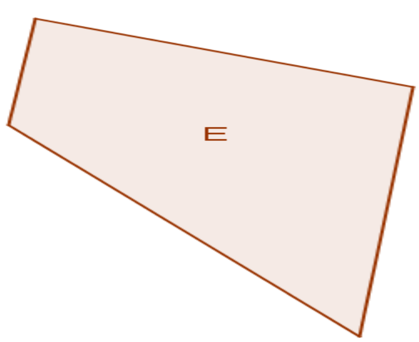
_________. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, Stephen, REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. SP: Atual, 1997. P.1-3.

RAMOS, A et al. Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução**.** Texto apresentado para a disciplina MAT 450. In **Seminários de Resolução de Problemas**, no Instituto de Matemática e estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP). São Paulo: 2002. Disponível em: <HTTP://www.miniweb.com.br/ciencias(Artigos)resolução_problemas.pdf>
Acesso em 09 nov.2009.

ANEXOS

ANEXO A – Atividade escrita proposta para Engenharia I

Assinale com um x as características pertinentes a cada figura.

	( ) lados opostos paralelos ( ) Quatro lados de mesma medida ( ) ângulos opostos iguais ( ) lados opostos iguais ( ) Quatro ângulos de 90° ( ) nenhuma das características anteriores
	( ) lados opostos paralelos ( ) Quatro lados de mesma medida ( ) ângulos opostos iguais ( ) lados opostos iguais ( ) Quatro ângulos de 90° ( ) nenhuma das características anteriores
	( ) lados opostos paralelos ( ) Quatro lados de mesma medida ( ) ângulos opostos iguais ( ) lados opostos iguais ( ) Quatro ângulos de 90° ( ) nenhuma das características anteriores
	( ) lados opostos paralelos ( ) Quatro lados de mesma medida ( ) ângulos opostos iguais ( ) lados opostos iguais ( ) Quatro ângulos de 90° ( ) nenhuma das características anteriores

Agora classifique cada quadrilátero acima de acordo com suas características.

Paralelogramo:______________________________

Retângulo:_________________________________

Quadrado:_________________________________

Losango___________________________________

De acordo com a classificação das figuras, assinale V ou F para cada afirmação:

( ) Todo paralelogramo é retângulo

( ) Todo quadrado é retângulo

( ) Todo retângulo é quadrado

( ) Todo quadrado é losango

( ) Qualquer quadrilátero é paralelogramo

ANEXO B – Construções dos alunos no geogebra

Foto no laboratório, erro ao definir ângulo.

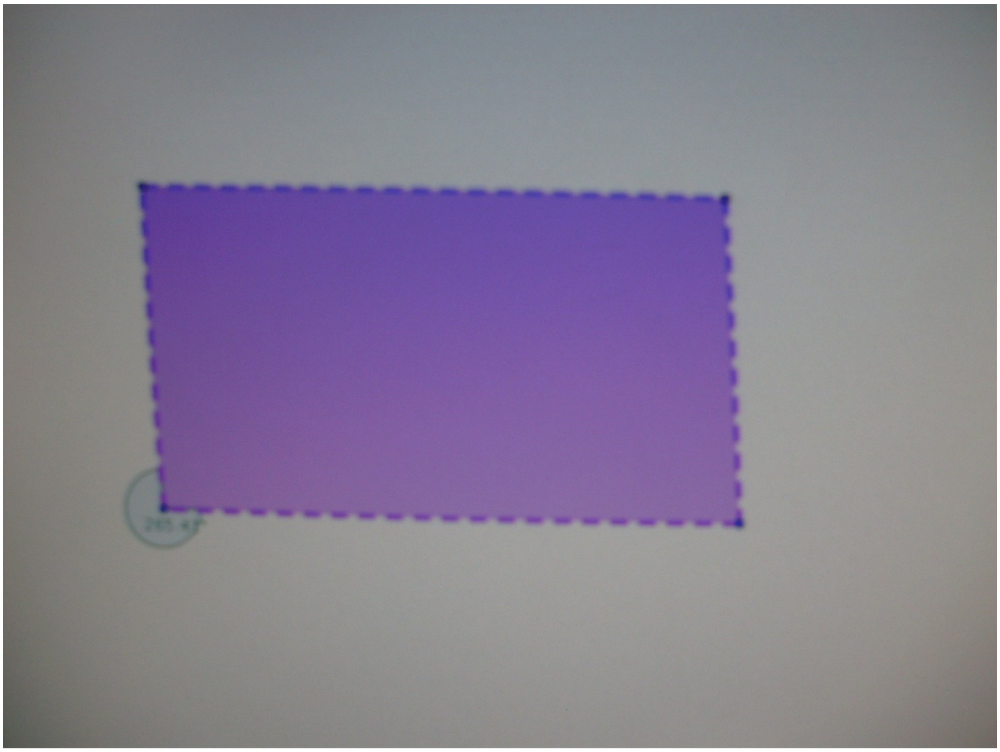


Foto no laboratório, erro ao definir ângulo.

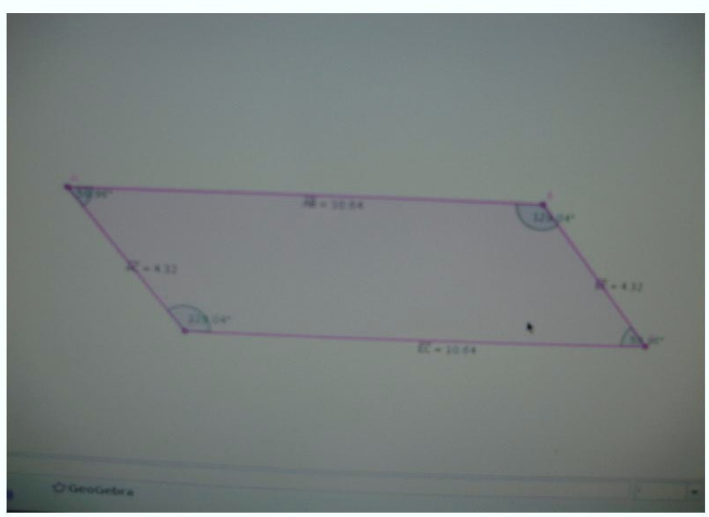
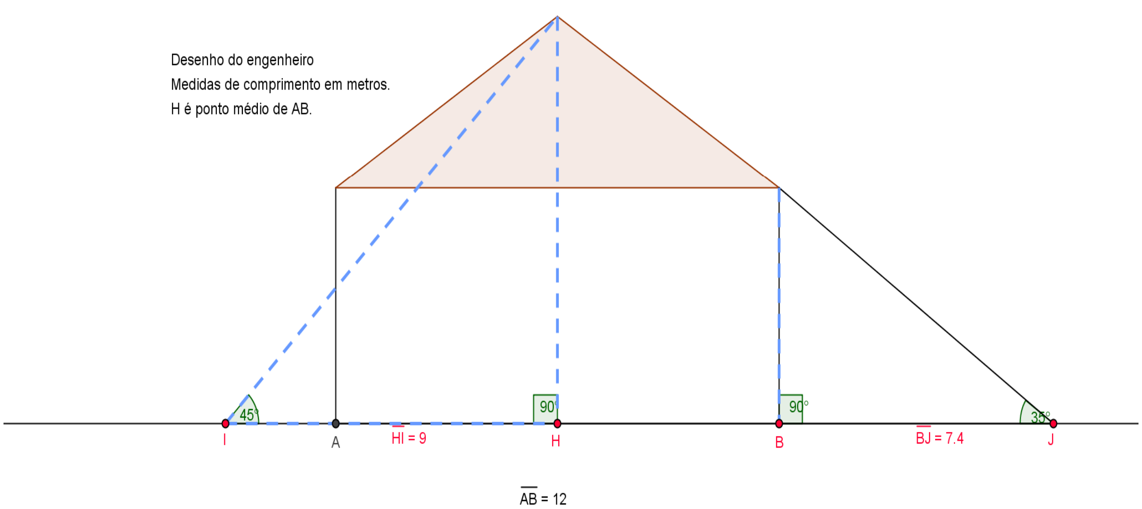


Foto no laboratório, construção perfeita.

ANEXO C – Situação problema criada

A diretora pretende pintar na frente e fundos do prédio da escola, a parte superior da parede que aparece sombreada na figura. Para tanto pretende aproveitar uma promoção de tintas na ferragem Bom Preço. Porém nossa diretora não dispõe de uma escada adequada e nem de instrumentos para medir a área a ser pintada, em contra partida está de posse de um desenho que, outrora um engenheiro deixou na escola, sabe-se também que, com um galão de tinta é possível pintar, com duas demãos, 28 m^2 de parede. Com essas informações e de acordo com o desenho que segue, quantos galões de tinta serão necessários, de modo a, não haver desperdício e tampouco falta de material?



ANEXO D – Atividades propostas (Engenharia III)

Atividade aula 1

- Resolva as seguintes operações:

a) 435 + 1972 b) 5007 + 3429 c) 7481 - 6993 d) 8435 - 998 e) 15 x 345

f) 27 x 924 g) 235 x 4321 h) 932 : 4 i) 372 : 6 f) 4536 : 32

Atividade aula 2

Resolva:

a) Na loja de sapatos Passo firme, um par de sapatos Não Machuca custa R$ 25,00. No ano passado foram vendidos 20736 pares desse sapato. Qual foi o total das vendas em reais do Não Machuca no ano passado?

b) Doze pessoas ganharam na loteria, o premio foi repartido assim;

- Três pessoas receberam R$ 100264,00 cada uma;

- Duas pessoas receberam R$ 74466,00 cada uma

- As demais receberam R$ 32182,00 cada uma.

Qual foi o total do prêmio?

c) Um Pedreiro é capaz de assentar 8 metros de muro por dia. Quantos metros de muro, esse pedreiro consegue assentar em 15 dias?

Atividade aula 3

Resolva:

a) Seu João fez uma compra no valor de R$ 175,00 pagando com duas notas de 100 reais quanto receberá de troco?

b) Carlos tem 10 litros de refrigerante para servir na festa do seu aniversário se, já serviu 3/5 dos 10 litros que possui, quantos litros faltam ser servidos?

c) Numa adição de três parcelas, a primeira é 18, a segunda é o dobro da primeira e a terceira é o triplo da segunda. Qual é a soma?

d) Considerando um mês de 30 dias, quantos meses há em 240 dias?

e) Quantas semanas há em 210 dias?

Atividade aula 6

Um litro de álcool custa R$ 0,75. O carro de Mario percorre 25 km com 3 litros de álcool. Quantos reais Mario gastará com o álcool necessário para percorrer 600km.

Após solicitei que cada aluno elaborasse argumentos para responder as seguintes questões referentes ao vídeo assistido;

- Você gostou do vídeo? Por quê?

- Qual é o assunto tratado no vídeo?

- O vídeo sugere alguma mensagem? Qual?

- Existe alguma relação entre o vídeo e nossas aulas de matemática?