

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Marcele Ceolin

UM ESTUDO SOBRE NÚMEROS INTEIROS:

Investigando a Resolução de Situações-Problema

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA:
TRIPÉ PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Marcele Ceolin

UM ESTUDO SOBRE NÚMEROS INTEIROS:

Investigando a Resolução de Situações-Problema

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Rogério Ricardo Steffenon

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

UM ESTUDO SOBRE NÚMEROS INTEIROS:

Investigando a Resolução de Situações-Problema

MARCELE CEOLIN

Comissão examinadora:

Prof. Dr. Rogério Ricardo Steffenon
Orientador

Profa. Dra. Márcia Rodrigues Notare
Avaliadora

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos...

Aos meus pais Aduilio e Marlei por inculcaram em seus filhos a importância dos estudos;

Ao meu noivo Dairan pelo constante carinho e motivação;

Ao Prof. Rogério Ricardo Steffenon por sua orientação e apoio;

Aos colegas de curso pelo companheirismo;

Aos funcionários e professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul;

À Deus por dar-me a inteligência e a vontade de estudar.

“A resolução de problemas é a coluna vertebral da instrução matemática desde o Papiro de Rhind.”

George Polya

RESUMO

Nosso trabalho teve por objetivo investigar as estratégias de resolução de situações-problema aditivos envolvendo Números Inteiros. Escolhemos este tema por perceber grandes dificuldades dos alunos durante nossa experiência e, também, por defendermos o grande potencial existente quando desenvolvemos o ensino e a aprendizagem baseados na resolução de problemas. Utilizamos como recursos pedagógicos um vídeo sensibilizador, pesquisa na internet e questionário com situações-problema. Nossa pesquisa foi realizada numa escola ciclada de Ensino Fundamental, localizada no município de Cachoeirinha – RS, numa turma de C10 (equivalente a 6ª série) com 25 alunos, durante um período de oito horas-aula. A pesquisa foi baseada na metodologia Engenharia Didática que trata basicamente da prática em sala de aula. Dividimos a prática em três momentos, sendo, um momento para introdução do conteúdo com o vídeo; pesquisa na internet de conceitos relacionados ao assunto e resolução de problema individual e em grupos. No decorrer do desenvolvimento das atividades percebemos a motivação e o interesse dos alunos, cada vez mais participativos e autoconfiantes. Como resultado do trabalho, obtivemos diversas estratégias de resolução dos problemas propostos, corretas ou erradas, que poderão ajudar professores de matemática a buscar novos meios para ensinar o conteúdo.

Palavras-chave: Números Inteiros; Situações-problema aditivas; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Our study aimed to investigate the strategies for resolving problem situations involving whole numbers additive. We chose this theme since we have perceived great difficulties in our students' experiences and also to defend the great potential that exists when we develop teaching and learning based on solving problems. We used video as a teaching resource sensitizer, internet research, and questionnaire with problem situations. Our research was performed in a cycling school for elementary school, located in Cachoeirinha - RS, in C 10 group (equivalent to 6th grade) with 25 students during a period of eight hour classes. The research methodology was used in Engineering Curriculum that essentially deals with practice in the classroom. We divided the practice in three different moments, a moment for release of the video content, Internet search of concepts related to the subject and problem solving individually and in groups. During the development of the activities we saw the motivation and interest of students, increasingly participatory and self-confident. As a result of the investigation, we obtained several strategies for solving the proposed problems, right or wrong, that may help Mathematics teachers to seek new ways to teach content.

Keywords: Integer; Situations problem-additive; Elementary School.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	09
2	PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA	12
2.1	Delimitação do Tema	12
2.2	Ensino Usual	15
2.3	Dificuldades de Aprendizagem	17
3	ESTUDO TEÓRICO	19
3.1	Considerações sobre a Resolução de Problemas	19
3.1.1	Resolução de problemas segundo Polya.....	21
3.1.2	Solução de problemas segundo Pozo.....	22
3.1.3	A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.....	23
3.2	Considerações sobre os Números Inteiros	26
3.2.1	Os Números Inteiros nos Parâmetros Curriculares Nacionais.....	27
4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	29
4.1	Engenharia Didática	29
4.2	Sujeitos da Pesquisa	30
4.3	Plano de Ensino	31
4.3.1	Pressupostos.....	32
4.3.2	Atividades e Estratégias de Ensino.....	33
4.3.3	Estratégias para Coleta de Dados.....	35
4.4	A Experimentação	36
4.4.1	Descrição da Prática.....	36
4.4.2	Análise <i>a posteriori</i>	38
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
	APÊNDICE A – Pré-teste	60
	APÊNDICE B – Questionário sobre o vídeo	62
	APÊNDICE C – Questionário para pesquisa na internet	64
	APÊNDICE D – Situações-problema	66

1 INTRODUÇÃO

Independentemente de nossa atividade funcional e do grau de conhecimento, quase que diariamente, somos submetidos a resolver situações que envolvam conhecimentos matemáticos. Isto mostra a necessidade de sabermos manipular dados a fim de obtermos um resultado e conseqüentemente a importância de o professor, agente do processo de ensino-aprendizagem, fazer uso do método de resolução de problemas em suas aulas.

Este trabalho tem como propósito investigar as estratégias de resolução de problemas aditivos envolvendo números inteiros. A motivação para o desenvolvimento do mesmo está diretamente ligada à nossa prática pedagógica. Temos atuado como professora de Matemática durante os últimos três anos letivos (2008-2010) nas séries finais do Ensino Fundamental, dentre estas sempre com 6ª série (ou equivalente C10).

Em nossa experiência pedagógica enfrentamos muitas dificuldades para tentar fazer com que os alunos entendessem as operações (adição e subtração) com números inteiros. Observamos que o fracasso era mais evidente quando apareciam os números negativos, mas tão evidente que chegavam a errar o resultado de $6 - 2$, por exemplo. Assim, além de muitas outras dificuldades, os alunos não conseguiam compreender que podemos representar números nos dois sentidos da reta numérica a partir do zero, aumentando em uma direção e diminuindo em outra.

O que causa todo esse transtorno é que geralmente as operações com os números inteiros são enfatizadas apenas de forma a memorizarmos regras para efetuar cálculos e sem contextualização.

Na perspectiva de trazer uma contribuição para tentar superar as dificuldades existentes no cenário do ensino atual o nosso trabalho tem por objetivo principal conhecer os métodos de resolução de problemas aditivos com números inteiros utilizados pelos alunos, e está voltado para alunos do Primeiro Ano do Terceiro Ciclo (C10) do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Tiradentes, localizada em Cachoeirinha – RS – Brasil.

A pesquisa foi desenvolvida através da metodologia Engenharia Didática, pois, baseia-se diretamente prática de sala de aula. Para o desenvolvimento da prática pedagógica utilizamos como recursos pedagógicos de motivação um vídeo introdutório nomeado “Números Menores que Zero” (disponível em <http://novotelecurso.blogspot.com/2009/03/numeros-menores-que-zero.html>) e uma pesquisa na internet. Posteriormente, os alunos foram submetidos à resolução de situações-problema individualmente e em grupos, a serem analisadas.

Como objetivo complementar, procuramos desenvolver nos alunos a cooperação, a criatividade, o espírito crítico, a autonomia e a autoconfiança.

A proposta que apresentamos neste trabalho é resultado de um processo de construção mediado por leituras, pesquisas, práticas e reflexões, o qual sintetizamos na organização de seu texto, que compreende três capítulos.

No Capítulo 1 apresentamos a problemática e a justificativa deste trabalho, através da delimitação do tema, e de pesquisas sobre o ensino atual e dificuldades enfrentadas pelos alunos.

O Capítulo 2 tem como objetivo apresentar nosso aporte teórico, ou seja, estudos de diferentes pesquisadores sobre a resolução de problemas e considerações sobre os números inteiros.

No Capítulo 3 apresentamos os procedimentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento deste trabalho, ou melhor, nele está descrito todo o plano de ação, o desenvolvimento da prática e sua análise.

Por fim, apresentamos as considerações finais que englobam as reflexões da professora/pesquisadora.

2 PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA

2.1 Delimitação do Tema

Primando o aperfeiçoamento de nossos conhecimentos matemáticos e do processo de ensino-aprendizagem, optamos por abordar o ensino dos Números Inteiros, mais especificadamente, a resolução de problemas aditivos envolvendo números inteiros positivos e negativos, voltado para alunos de uma classe do primeiro ano do terceiro ciclo (C10), equivalente à 6ª série (7º ano) do Ensino Fundamental, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Tiradentes, localizada no Município de Cachoeirinha – RS. No resultado final deste trabalho, pretendemos analisar a maneira como o aluno resolve problemas, numa investigação sobre esta estratégia.

Utilizamos como recurso pedagógico um vídeo de sensibilização intitulado “*Números Menores que Zero*”. Este trata da questão de que os números negativos foram criados pelo homem para resolver problemas práticos do dia-a-dia. Além disso, ressalta que o número negativo está presente em muitas situações, como nas medidas de temperatura, em saldos bancários, etc. O vídeo encontra-se postado no endereço da internet: <<http://novotelecurso.blogspot.com/2009/03/numeros-menores-que-zero.html>>.

Ainda, abordamos a proposta do uso do laboratório de informática da escola para pesquisa na internet de questões relacionadas ao vídeo e conhecimentos necessários para a compreensão dos problemas a serem resolvidos.

São objetivos do trabalho:

- Investigar a resolução de situações-problema envolvendo números inteiros;

- Contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem do conteúdo abordado;

- Propor uma mudança na prática didática usual, por menor que seja, mas que contribua para a melhoria do cenário encontrado.

A motivação para o estudo deste conteúdo surgiu da experiência da autora/pesquisadora lecionar sempre com a 6ª série (7º ano), ou equivalente, do Ensino Fundamental durante os seus três primeiros anos de carreira no magistério. Durante este tempo, observamos a grande dificuldade dos alunos para operar (adicionar e subtrair) com números inteiros. Enquanto as operações ficam restritas aos inteiros positivos, assemelhando-se aos números naturais, os resultados são satisfatórios. O fracasso torna-se evidente, quando são requisitados resolução de problemas ou expressões numéricas que apresentam números negativos.

Contudo, a razão da escolha do tema deve-se principalmente por crermos no grande potencial de basearmos o ensino na resolução de situações-problema ligadas à realidade do aluno.

No que se refere à importância da resolução de problemas citamos os Parâmetros Curriculares de Matemática do Ensino Fundamental (PCN, 1998) que nos traz:

Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. (PCN, 1998, p.40)

Assim, a resolução de problemas possibilita aos alunos a mobilização de conhecimentos e o desenvolvimento da capacidade de gerenciar as informações que estão ao seu alcance, assim como a ampliação da visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e o desenvolvimento da sua autoconfiança.

Quanto ao vídeo de sensibilização, optamos por *Números Menores que Zero* porque trata de questões cotidianas próximas da realidade do alunado, são situações que estimulam a curiosidade do aluno e instigam ao debate, além de serem de fácil compreensão.

Conforme os PCN (1998), no que se refere às diferentes formas e usos da tecnologia, um dos principais agentes de transformação da sociedade, temos que:

Também a atual tecnologia de produção de vídeos educativos permite que conceitos, figuras, relações, gráficos sejam apresentados de forma atrativa e dinâmica. Nos vídeos, o ritmo e a cor são fatores estéticos importantes para captar o interesse do observador. Além disso, esse tipo de recurso possibilita uma observação mais completa e detalhada na medida em que permite parar a imagem, voltar, antecipar. (PCN, 1998, p. 46)

Além disso, vale lembrar as palavras de Moran (1995), em seu artigo “O vídeo na sala de aula”:

O vídeo é sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas, não separadas. Daí a sua força. Nos atingem por todos os sentidos e de todas as maneiras. O vídeo nos seduz, informa, entretém, projeta em outras realidades (no imaginário) em outros tempos e espaços. O vídeo combina a comunicação sensorial-cinestésica, com a audiovisual, a intuição com a lógica, a emoção com a razão. (1995, p. 2)

A linguagem do vídeo responde à sensibilidade dos jovens e da grande maioria da população adulta, cuja comunicação resulta do encontro entre palavras, gestos e movimentos, distanciando-se do gênero do livro didático, da linearidade das atividades da sala de aula e da rotina escolar. Assim, o uso do vídeo em sala de aula, recurso de comunicação, não deve ser negligenciado, pela sua enorme capacidade de sensibilização e motivação dos alunos.

Quando propomos o uso do laboratório de informática para a pesquisa, entende-se que o computador, como um recurso didático, é uma ferramenta que pode incentivar e propiciar aulas que despertem a curiosidade dos alunos nos estudos.

Os PCN (1998, p. 44) de Matemática reforçam a importância do uso dos computadores na sala de aula, ao apresentar os seguintes comentários:

As experiências escolares com o computador também têm mostrado que seu uso efetivo pode levar ao estabelecimento de uma nova relação professor-aluno, marcada por uma maior proximidade,

interação e colaboração. Isso define uma nova visão do professor, que longe de considerar-se um profissional pronto, ao final de sua formação acadêmica, tem de continuar em formação permanente ao longo de sua vida profissional. (PCN, 1998, p. 44)

Sabemos que a maioria de nossos alunos tem tido contato lúdico com a tecnologia em seu cotidiano, e conseqüentemente o uso adequado que fazem do computador pode ajudá-los no processo de aprendizagem, favorecendo a construção da mesma.

2.2 Ensino Usual

Da reflexão sobre a experiência profissional e relatos de professores de matemática que já ministraram aulas sobre Números Inteiros verificamos que usualmente o ensino se procede da seguinte forma: apresentação de situações cotidianas em que os números negativos são utilizados; formas de representação do Conjunto dos Números Inteiros (conjunto e reta numérica); definições de Módulo e Números Opostos ou Simétricos; Comparação de números inteiros; e a seguir, introduzem-se as Operações com Números Inteiros. A introdução das operações se dá com uma situação-problema, mas, a partir daí os exercícios sobre operações, geralmente, aparecem com cálculos aritméticos puros, onde as “Regras de Sinais” devem ser decoradas.

Durante a experiência profissional da autora/pesquisadora tivemos a oportunidade de fazer uso de material concreto. Por exemplo, a construção por todos os alunos de uma reta numérica inteira para visualização, fixação e uso na resolução de exercícios. Também fizemos uso, para a resolução de adição e subtração de inteiros, de um material concreto composto por um quadrado azul representando o número inteiro +1 (temos 1) e um triângulo vermelho representando -1 (devemos 1), sendo que, quando conseguimos formar a “casinha” significa que estamos com saldo nulo (não temos, nem devemos).

Observe o modelo do material concreto na Figura 1 a seguir:

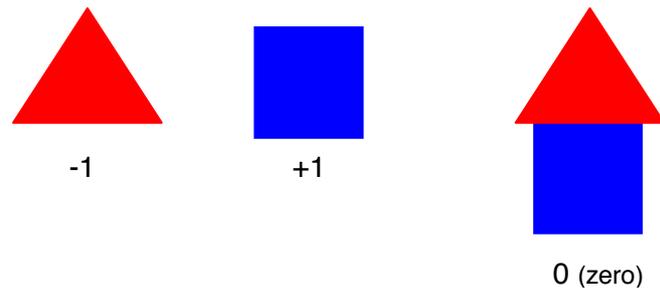


Figura 1 – Modelo de material concreto

Agora, também com a intenção de verificar como se dá o ensino atual, faremos a análise de alguns livros didáticos que contemplem o ensino de Números Inteiros, visto que muitos professores seguem fielmente os conteúdos dispostos nos livros.

Em Dante (2005), volume dedicado à 6^a série do ensino fundamental, para investigar a abordagem feita sobre o tema, verificamos que a proposta explora a ideia de número positivo e de número negativo através de diversas situações-problema; apresenta o conjunto dos números inteiros; aborda as coordenadas cartesianas: localização de pontos no plano; define módulo de um número inteiro e números opostos ou simétricos; faz a comparação de números inteiros; e apresenta as operações com números inteiros. O texto que aborda a adição e a subtração de números inteiros trata mais da linguagem matemática formal e não de problemas contextualizados. Como recurso de apoio pedagógico o livro apresenta a ideia de um jogo (Figura 2) relacionado às localizações no plano cartesiano. Observe:

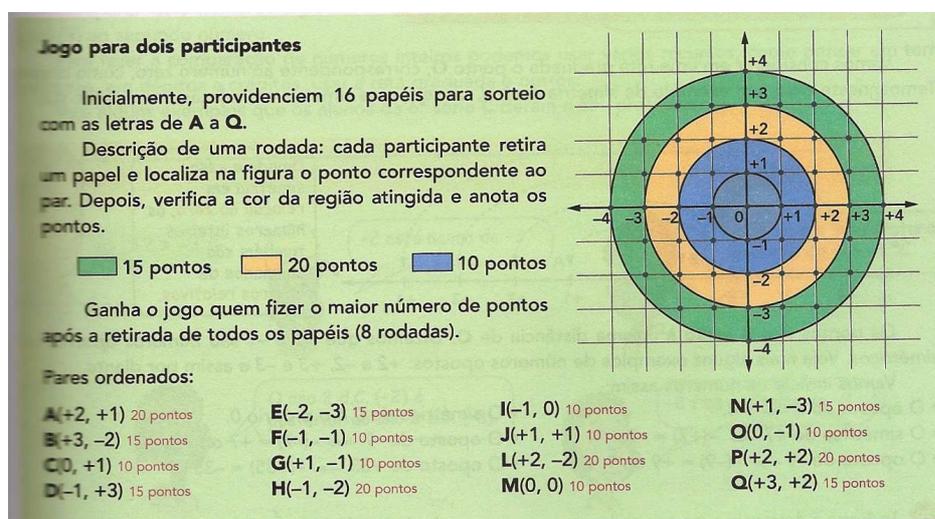


Figura 2 - Fonte: Tudo é Matemática – Dante (2005, p. 29)

Em outro texto, Bonjorno (2006), 6ª série, apresenta basicamente a mesma proposta de ensino, ou seja, difere ao tratar primeiramente de noções de simetria para posteriormente definir números simétricos; quando se refere à adição e à subtração de números inteiros dá mais destaque à resolução de problemas e sugere o uso da calculadora (apresenta exercícios para serem resolvidos com o uso da calculadora).

O texto de Andrini (2002), volume para 6ª série, apresenta o tema mais sintetizado e durante a apresentação da adição e da subtração não dá muita ênfase a resolução de problemas aplicados no cotidiano, mas aborda mais problemas na revisão do capítulo. O que nos chama a atenção, é que este livro trata do tema no capítulo 8, diferentemente da sequência abordada nos outros livros (capítulo 1).

Portanto, confrontando as informações sobre o ensino usual e a análise dos livros, chegamos à conclusão de que os professores estão seguindo fielmente a sequência abordada nos livros e que, em geral, não estão buscando alternativas para melhorar o ensino-aprendizagem na sala de aula.

2.3 Dificuldades de Aprendizagem

Embora, o aluno já utilize intuitivamente de números negativos de forma mental em seu cotidiano, o mesmo desconhece o conceito quando relacionamos quantidade negativa nas operações matemáticas, ou seja, ele não consegue abstrair utilizando a representação numérica.

Em procedimentos mecânicos notamos que o aluno em alguns momentos até reproduz os cálculos matemáticos com números inteiros, mas sabemos que, em geral, essa situação é como se fosse algo totalmente distante da realidade, sem significado. Ao inserirmos a resolução de problemas neste contexto, observamos que o conteúdo ganha significado e que o aluno torna-se mais motivado para solucionar situações desafiadoras.

Entretanto, as maiores dificuldades dos alunos para com os números inteiros se apresentam na resolução de situações-problemas, não conseguindo interpretar os dados apresentados nem representar o problema matematicamente.

Com a intenção de esclarecer melhor algumas dificuldades enfrentadas pelos alunos com os números inteiros propomos um pré-teste (APENDICE A) aos alunos de uma classe de 7ª série (8º ano) que já haviam estudado o conteúdo sobre Números Inteiros. Os alunos responderam as questões em duplas (13 duplas) durante um período de 45 minutos, sem a intervenção do professor/pesquisador e avisados que os procedimentos utilizados por eles seriam analisados posteriormente para um estudo de um curso de especialização, mas que nenhum aluno seria prejudicado, caso não conseguisse resolver ou cometesse erros. Logo, observamos que algumas duplas não se dispuseram a colaborar com a pesquisa, pois deixaram o pré-teste praticamente em branco. Dos que responderam apenas uma dupla expôs a ideia de que números inteiros “são os números positivos e negativos”, os restantes escreveram basicamente que “número inteiro é um número racional” (resposta dada acreditamos que devido ao fato, conforme professora regente da turma, de os mesmo estarem estudando o Conjunto dos Números Racionais). Quanto à questão número 2, fica evidente a quantidade de erros relacionados com a operação de subtração, por exemplo, quando resolveram $(-9) - (+16)$ os alunos obtiveram, na maioria, a resposta -7 ou $+7$. Já, quando nos referimos à questão 3 que trata da resolução de problemas nos deparamos com uma quantidade ainda maior de erros. Na letra a) apenas 3 duplas responderam corretamente, sendo que os mesmos utilizaram-se da reta numérica para resolução. Na b) vários grupos referiram-se que o elevador tivesse parado no subsolo, mas não souberam representar numericamente. Nos itens c), d) e e) foram respondidas com maior frequência de acertos, mas os alunos não fizeram uso da linguagem matemática (números positivos e negativos).

Assim, comparando e refletindo sobre os resultados obtidos durante nossa experiência profissional e a análise do pré-teste descrito acima, verificamos que o alunado possui um déficit muito grande quanto à interpretação e representação de números positivos e negativos na resolução de problemas e que nós, como mediadores do processo de ensino-aprendizagem, precisamos buscar meios para melhorar este cenário atual.

3 ESTUDO TEÓRICO

Podemos citar vários educadores preocupados com o processo de ensino-aprendizagem, buscando caminhos e soluções para um melhor desempenho e aproveitamento dos conteúdos trabalhados em sala de aula, entre eles Vygotsky *apud* Gonçalves relata que:

O processo de Ensino-Aprendizagem na escola deve ser construído, então, tomando como ponto de partida o nível de desenvolvimento real da criança – num dado momento e com relação a um determinado conteúdo a ser desenvolvido – e como ponto de chegada os objetos estabelecidos pela escola, supostamente adequados à faixa etária e ao nível de conhecimento e habilidades de cada grupo de crianças. (2007, p. 17)

No processo de ensino e aprendizagem devemos sempre ter consciência de alguns aspectos importantes, como o nível de desenvolvimento e o conhecimento prévio de cada criança, para que esta possa compreender um novo assunto a ser estudado.

3.1 Considerações sobre a Resolução de Problemas

Sabemos que o processo de ensino e aprendizagem são campos complexos dentro da educação. E, também, que existe diferença entre ensino e aprendizagem, ou seja, ensinar não implica em aprender.

Como a aprendizagem é o objetivo maior da escola, devemos nos adequar a tendências metodológicas que propiciem este produto final. O uso da *História da Matemática*, dos *recursos tecnológicos* disponíveis bem como a *resolução de problemas* são recomendados como alternativas metodológicas nas aulas de matemática. Tais tendências colaboram para o rompimento de visões mais tradicionais das aulas, ou seja, aulas de matemática apresentadas como algo pronto e acabado.

Sendo o foco deste trabalho a investigação de estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução de situações-problema, devemos então saber primeiramente o que significa uma situação-problema e quais os objetivos de sua resolução.

Para melhor conceituarmos o que é uma situação-problema, podemos dizer que é toda e qualquer situação onde se deseja obter uma solução, cuja resposta exige pôr à prova tudo o que se sabe. Geralmente, a resolução surge de um raciocínio passo a passo, cuja solução ou resultado causa grande satisfação quando assim descoberta.

Conforme exposto em Malta (2008, p.51):

Problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver, que o problema passa a ser um ponto de partida e que, através da resolução de problemas, os professores devem fazer as conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Segundo Dante (2003, p. 20):

Situações-problema são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos... Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que resposta se relacione a algo que desperte interesse.

Ainda, conforme Dante (2005, p. 30 – Manual Pedagógico do Professor), a resolução de problemas deve ter por metas:

- Fazer o aluno pensar;
- Desenvolver o raciocínio do aluno;
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- Levar os alunos a conhecer as aplicações da matemática;
- Tornar as aulas de matemática mais interessantes e motivadoras.

Agora, abordaremos brevemente alguns educadores que desenvolveram estudos sobre a resolução de problemas.

3.1.1 Resolução de problemas segundo Polya

Para Polya (1986), a resolução de um problema é na verdade um desafio e um pouco de descobrimento, uma vez que não existe um método rígido que o aluno possa sempre seguir para encontrar a solução de uma situação-problema. Acredita que as atividades propostas aos alunos devem ser desafiadoras e, ainda, complementa que atividades rotineiras aniquilam o interesse e o desenvolvimento intelectual dos alunos.

Em uma de suas obras “A Arte de Resolver Problemas”, o autor apresenta uma espécie de passos que orienta o raciocínio para a resolução de um problema. No livro esses passos são chamados por Polya de “Como resolver um Problema”.

A seguir apresentamos um resumo desses quatro passos:

Primeiro: É preciso *compreender* o problema.

Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?

É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?

Trace uma figura. Adote uma notação adequada.

Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?

Segundo: Estabelecimento de um Plano.

Encontre a conexão entre os dados e a incógnita.

É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata.

É preciso chegar afinal a um *plano* para a resolução.

Terceiro: Execução do Plano.

Execute o plano.

Ao executar o seu plano de resolução, *verifique cada passo*. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?

Quarto: Retrospectiva.

Examine a solução obtida.

É possível *verificar o resultado*? É possível verificar o argumento?

É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance?

É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Portanto, o professor deve ser um agente participante, no sentido de fazer coerentemente as devidas interferências ao examinar a solução que cada aluno encontrou. Se está correta ou não: se correta devem ser feitos questionamentos, do tipo se existem outras maneiras de se chegar à mesma solução; e se errada, verificar onde está o erro e ajudá-lo nesse processo construtivo na busca da solução correta.

3.1.2 Solução de problemas segundo Pozo

Pozo dá maior destaque para a aprendizagem da solução de problemas, apontando isto como responsabilidade de todos os componentes curriculares. Ou seja, sua obra sai um pouco do universo Matemático destacado por Polya e vai mais para o campo da educação, nos dando uma visão mais atual sobre a resolução de problemas.

A solução de problemas é vista como uma forma de aprender a aprender.

Segundo Pozo *apud* Malta (2008, p. 39):

“Ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidade e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado. (...) a aprendizagem da solução de problemas somente se transformará em autônoma e espontânea se transportada para o âmbito do cotidiano, se for gerada no aluno a atitude de procurar respostas para suas próprias perguntas/problemas, se ele se habituar a questionar ao invés de receber respostas já elaboradas por outros...”

Neste contexto, percebemos uma evolução no conceito de resolução de problemas apontado por Polya, sendo bem mais abrangente. Para Pozo existem outros fatores para que se consiga resolver problemas com sucesso, sendo eles: a diferença entre exercício e problema, os diversos significados de “resolver um problema” em Matemática, tipos de problemas no ensino de Matemática, e o ensino e a aprendizagem do processo de solução de um problema matemático.

Pozo destaca que a resolução de problemas não pode ser vista como uma técnica a ser ensinada. Tendo o professor como mediador desse processo de construção de conhecimento e a responsabilização de todas as áreas de conhecimento podemos formar sujeitos capazes de continuar a aprender, ou como coloca Pozo *apud* Malta (2008, p. 46), um aluno capaz de *aprender a aprender*.

3.1.3 A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud

Gerard Vergnaud é um psicólogo francês pertencente à tradição piagetiana, que procura valorizar os caminhos que o aluno percorre para solucionar um problema.

Como, neste trabalho, a nossa preocupação é investigar as estratégias de resolução de problemas feita pelo aluno, citamos a “Teoria dos campos conceituais” de Vergnaud, que pode ser uma ferramenta de análise das dificuldades dos alunos na resolução de problemas. Segundo essa teoria, o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio por parte do aprendiz vai acontecendo ao longo do tempo, por meio da experiência com um grande número de situações, maturidade e aprendizagem, tanto dentro quanto fora da escola. Vergnaud *apud* Júnior, define como campo conceitual:

Um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.

Uma vez identificadas estas dificuldades, a teoria fornece subsídios para um delineamento de estratégias que colaboram para uma progressiva superação, isto é, para o progressivo, porém lento, domínio dos campos conceituais envolvidos. Os dois grandes campos conceituais são o aditivo que reúne situações-problema que envolvem adição e subtração e o multiplicativo, que envolve também problemas com divisão.

Em se tratando da teoria do Campo Conceitual Aditivo, objetivo do nosso trabalho, Vergnaud ao estudar como as crianças resolvem problemas de soma e subtração percebeu que elas procuram respostas usando procedimentos diversos do tradicional, com base em vivências e aprendizados anteriores. Em geral, quando defrontados com uma nova situação, eles tentam adaptar conhecimentos adquiridos anteriormente nesta nova situação. O conhecimento dos alunos, por sua vez, tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica, quanto implícito, no sentido de que os alunos podem usá-lo em ação, escolhendo operações adequadas, sem, contudo conseguirem expressar as razões dessa adequação.

Conforme a Revista Nova Escola (2007, pg. 69) Vergnaud divide o Campo aditivo em cinco classes e fala que as características de cada uma delas podem ser percebidas pela forma como é elaborado o enunciado do problema. São elas:

- Transformação: alteração do estado inicial por meio de uma situação positiva ou negativa que interfere no resultado final;
- Combinação de medidas: junção de conjuntos de quantidades preestabelecidas;
- Comparação: confronto de duas quantidades para achar a diferença;
- Composição de transformações: alterações sucessivas do estado inicial;
- Estados relativos: transformação de um estado relativo em outro estado relativo (essa categoria não é abordada nos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1ª a 4ª série por ser de maior complexidade).

Nessa concepção, podemos mudar totalmente a maneira de ensinar problemas de adição e subtração, variando o lugar em que a incógnita é colocada no enunciado e, assim, possibilitando ao estudante o entendimento do sentido das operações e a resolução a partir de raciocínios diferentes.

O quadro abaixo (Figura 3) mostra as perspectivas do campo aditivo.

Um novo jeito de fazer contas		
Ao lidar com o conceito de campo aditivo, você perceberá que as diferenças de abordagem em relação à maneira tradicional não se restringem ao enunciado: os caminhos que o aluno usa para resolver o desafio do enunciado são importantes e devem ser valorizados na discussão em grupo.		
ENUNCIADO	PERSPECTIVA ANTERIOR	PERSPECTIVA DO CAMPO ADITIVO
	A incógnita está sempre no fim do enunciado ($5 + 5 = ?$; $16 - 3 = ?$)	A incógnita pode estar em qualquer parte do enunciado ($? + 5 = 10$; $16 - ? = 13$)
PALAVRA-CHAVE	Palavras como "ganhar" e "perder" dão certeza ao aluno sobre a operação a ser usada	Não se estimula o uso. As crianças precisam analisar os dados do problema para decidir a melhor estratégia a ser utilizada
COMO O ALUNO PENSA	Para chegar ao resultado, é preciso saber qual operação usar (soma ou subtração)	Com várias possibilidades de chegar ao valor final, o aluno tem mais autonomia e o pensamento fica menos engessado
RESOLUÇÃO	Está diretamente ligada à operação proposta no enunciado	Está atrelada à análise das informações e à criação de procedimentos próprios
INTERAÇÃO COM O ALUNO	Cabe ao professor validar ou não a resposta encontrada	O professor propõe discussões em grupo e o aluno tem recursos para justificar seus procedimentos
REGISTRO	Conta armada	O percurso do raciocínio é valorizado, seja ele feito com contas parciais, armadas ou não, desenho de pauzinho ou outra estratégia

Figura 3 - Fonte Revista Nova Escola (maio 2007)

Em se tratando do texto *Adição e subtração: significados*, presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais do terceiro e quarto ciclos (2008, pg. 107) temos a sugestão de que a adição e a subtração sejam desenvolvidas paralelamente por meio de situações-problema dos mesmo tipos indicadas por Vergnaud, ou seja, associadas à ideia de combinar estados para obter um outro - ação de "juntar"; associadas à ideia de transformação, ou seja, alteração de um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa; associadas à ideia de comparação; associadas à composição de transformações (com variações positivas e negativas) e que levam à necessidade dos números inteiros negativos.

Portanto, uma das maiores contribuições da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud é a investigação dos fatores que interferem no sucesso da criança em resolver problemas, sendo, que a maior ou menor dificuldade na resolução de problemas aditivos está principalmente relacionada ao nível de cognição do aluno, o que, na maioria das vezes, não se dá de forma espontânea e independe de seu nível de escolaridade.

3.2 Considerações sobre os Números Inteiros

Ainda hoje, historiadores pesquisam sobre a origem dos números inteiros. Não conhecemos ao certo como se deu seu aparecimento, mas sabemos que muitos matemáticos contribuíram para isso.

Neste trabalho não citaremos os aspectos históricos da evolução dos números inteiros, mas achamos interessante escrever o que nos revela recentemente Baldino *apud* Gonçalves (2007, p.14):

“As dificuldades dos números inteiros são antigas. Em sua resenha histórica, Glaeser (1981) descreve as hesitações e perplexidades de matemáticos famosos que, embora usassem os números inteiros sem tropeços em suas pesquisas, buscavam em vão uma explicação convincente da regra dos sinais. A explicação definitiva, tal como conhecemos hoje, foi apresentada pela primeira vez por Haenkel, em fins do século passado. Glaeser cita Stendhal, escritor francês que, em autobiografia, se refere a um episódio de sua meninice, datado de fins do Século XVIII, pelo que se vê que suas dúvidas diante dos números inteiros eram essencialmente as mesmas ainda exibidas pelos alunos de hoje.”

Ainda, a autora (Gonçalves, 2007) nos relata que através do seu estudo sobre Números Inteiros podemos trabalhar nas séries iniciais do Ensino Fundamental (3^a e 4^a) com os números negativos, pois os alunos já trazem consigo uma experiência com os números associadas aos jogos, reportagens, etc. Ressalta, também, a importância de as situações-problema a serem resolvidas pertencerem ao universo percebido do aluno; a realização de atividades com materiais concretos; atividade com jogos; recorte de jornais; interpretação de gráficos; construção de tabelas e painéis; uso do ambiente computacional e a importância da pesquisa.

Assim, se antigamente, para pensadores e matemáticos era um desafio compreender os números negativos, podemos entender como os estudantes possuem dificuldades quando necessitam operar com esses números. Vale lembrar da importância de se utilizar a história matemática no ensino, e ressaltar que as regras não foram simplesmente inventadas, mas decorrem dos fundamentos da Matemática. Também, podemos concluir que, a partir da concepção de introduzir os números negativos já nas séries iniciais, quando os alunos chegassem na 6^a série (7^o ano) teriam menos dificuldades com o conjunto dos números inteiros.

3.2.1 Os Números Inteiros nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Refletindo sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais dos Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática (PCN – 1998, p. 97) temos que: “A análise da evolução histórica dos números negativos mostra que por muito tempo não houve necessidade de pensar em números negativos e por isso a concepção desses números representou para o homem um grande desafio.”

Como na escola o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades, e os resultados, no que se refere à sua aprendizagem têm sido bastante insatisfatórios, os PCN de Matemática do Ensino Fundamental auxiliam na escolha de caminhos mais adequados para abordar os números inteiros e sugerem o conhecimento de alguns obstáculos que o aluno enfrenta ao entrar em contato com esses números, como:

- Conferir significado às quantidades negativas;
- Reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir de zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido;
- Reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero origem);
- Perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais - por exemplo, é possível “adicionar 6 a um número e obter 1 no resultado”, como também é possível “subtrair um número de 2 e obter 9”;
- Interpretar sentenças do tipo $x = -y$, (o aluno costuma pensar que necessariamente x é positivo e $-y$ é negativo). (1998, p. 98)

Ainda, evidenciam que ao desenvolvermos um tratamento exclusivamente formal no trabalho com os números inteiros, corremos o risco de reduzir seu estudo a um formalismo vazio, que geralmente leva a equívocos e é facilmente esquecido. Assim, devemos buscar situações que permitam aos alunos reconhecer alguns aspectos formais dos números inteiros, a compreensão das regras de cálculo com os inteiros, a partir de experiências práticas e do conhecimento que possuem sobre os números naturais.

Partindo desta ideia, no que se refere aos conteúdos propostos para o ensino de Matemática no terceiro ciclo temos que:

Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, “falta”, orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas idéias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações. (Brasil, 1998, p. 66)

Além das concepções tratadas acima, o texto do PCN (1998) destaca, de uma forma geral, incluindo os Números Inteiros que a resolução de problemas é pouco trabalhada nas aulas de Matemática, e que isto contribui para que os alunos apresentem dificuldades para construir o significado de número e operação.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentaremos a metodologia de investigação utilizada para o desenvolvimento deste trabalho, os sujeitos da pesquisa, o plano de ensino, a experiência didática e a análise das atividades desenvolvidas pelos alunos.

4.1 Engenharia Didática

Escolhemos a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, porque julgamos ferramenta apropriada para o nosso estudo, visto estar focada diretamente na prática de ensino.

Justificamos a metodologia escolhida, com as palavras de Artigue (1996) *apud* Kern (2008, p. 71):

A engenharia didática vista como metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais nada por um esquema experimental baseado em 'realizações didáticas' na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e análise de seqüências de ensino.

Ainda, conforme Garcia (2005), a Engenharia Didática é uma expressão com duplo sentido. Designa produções para o ensino, derivadas de resultados de pesquisa, e também designa uma específica metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula.

Esta metodologia foi criada para atender a duas questões:

- a) a questão das relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino;
- b) a questão do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa.

Assim, a teoria da Engenharia Didática pode ser vista como referencial para o desenvolvimento de produtos para o ensino, gerados na junção do conhecimento

prático com o conhecimento teórico, ou seja, nesta metodologia a prática de ensino é articulada com prática de investigação.

Após a escolha de um problema para investigação, devemos desenvolver quatro fases da Engenharia, propostas a seguir:

- A fase da *Análise Prévia* tem por objetivo analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, para propor uma intervenção que modifique para melhor a sala de aula usual. A análise inclui as dimensões epistemológica, didática e cognitiva.

- A fase da *Análise a priori, concepção e implementação* é a concepção da sequência de atividades que vão subsidiar a situação didática a ser implementada. É preciso descrever e justificar as escolhas efetuadas – do conteúdo, da abordagem, da sequência de ensino e dos recursos que serão utilizados. A partir dessas escolhas elabora-se e implementa-se um Plano de Ações que se apresenta numa sequência didática. Neste momento, são redigidas hipóteses que serão comparadas com os resultados finais, contribuindo para validação da Engenharia.

- A fase da *Análise a posteriori* é a validação da experiência essencialmente interna, fundada no confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori. Investigação daquilo que foi considerado nas hipóteses e que, na prática, sofreu distorções, deixando de ser válido, utilizando para isto, material coletado durante a prática.

- A última fase é a da *Validação da experiência*, ou seja, trata-se de redigir as conclusões finais, explicando, em função dos dados coletados, quais hipóteses são ou não válidas.

Contudo, fica evidente que na metodologia da Engenharia Didática a validação da experiência não se dá pela comparação com outros grupos que não foram submetidos ao plano de ações (atividades), como acontece em outras metodologias, mas pela confrontação das análises *a priori* e *a posteriori*.

4.2 Sujeitos da Pesquisa

Os sujeitos da pesquisa são alunos do período matutino, de uma escola municipal, localizada em Cachoeirinha, RS. Esta escola é regida por Ciclos de

Formação, sendo que, existem três ciclos e cada ciclo compreende três anos de formação. Atende aproximadamente 1000 alunos do Ensino Fundamental durante os períodos da manhã e tarde.

Dentre os alunos, escolhemos uma turma do primeiro ano do terceiro ciclo (C10), equivalente à 6^a série do ensino fundamental das escolas seriadas (atualmente 7^o ano do ensino fundamental), composta de 25 alunos com média de 12 anos de idade, pois verificamos que no plano de estudos da escola consta para este ano o estudo dos Números Inteiros.

A professora/pesquisadora atua como docente de matemática titular da turma escolhida para o trabalho, portanto, além de conhecer as dificuldades usuais enfrentadas pelos alunos, nosso trabalho propõe a investigação das dificuldades e as estratégias de resolução de problemas envolvendo operações com números inteiros.

4.3 Plano de Ensino

O planejamento da proposta de ensino em sala de aula caracterizar-se-á pelo Estudo dos Números Inteiros: Adição e Subtração, investigando a resolução de problemas. O plano será desenvolvido numa turma de C10 do Ensino Fundamental, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Tiradentes, localizada no Município de Cachoeirinha – RS, nos dias 7, 14 e 21 de junho de 2010, totalizando 8 horas/aula.

O objetivo principal deste plano de ensino é investigar os procedimentos usados pelos alunos na resolução de problemas aditivos que envolvem os números inteiros e propiciar uma melhora na compreensão e resolução dos problemas com números positivos e negativos. Além disso, propor a interação e a cooperação entre os alunos através da apresentação do vídeo “Números menores que zero” e da resolução de problemas em grupos.

O tema investigação da resolução de situações-problema com números inteiros justifica-se não só por causa da constatação de grandes dificuldades enfrentadas pelos alunos, mas também, conforme BANZATO (2002), a justificativa apóia-se “em Kamii (1985), que ressalta a importância de considerar o erro como processo do pensamento da criança, cabendo ao professor intervir nesse processo

de raciocínio e não apenas corrigir a resposta final". Além disso, a resolução de problemas é considerada por vários autores (Polya, 1995; Krulik & Reis, 1997 e outros) e por muitos professores de Matemática, como uma das principais tarefas da disciplina, ou seja, é o momento em que os alunos aplicam os seus conhecimentos prévios e se envolvem emocionalmente na busca de soluções para determinada situação.

Assim, devemos considerar o erro como parte do processo de aprendizagem e não somente o começo da dificuldade, pois é ele quem indica o raciocínio da criança, que orienta as estratégias visando o sucesso.

4.3.1 Pressupostos

Conforme a metodologia que estamos utilizando para o desenvolvimento deste trabalho – engenharia didática – em parte do Capítulo I, elaboramos a *Análise Prévia* composta dos métodos usuais de ensino do conteúdo abordado e das dificuldades enfrentadas pelos alunos (que nos serviram também como justificativa para elaboração deste trabalho). Agora, implementamos a *Análise a priori* constituída das hipóteses relacionadas ao nosso estudo.

Pressupomos que:

Hipótese 1 - os alunos consigam relacionar o vídeo com a matemática;

Hipótese 2 - os alunos tenham conhecimento básico sobre o manuseio do computador e saibam proceder com pesquisas através de sites de busca;

Hipótese 3 - os alunos dominem os conhecimentos básicos relacionados aos números inteiros;

Hipótese 4 - os alunos tenham dificuldades de interpretar e representar matematicamente a resolução dos problemas;

Hipótese 5 - os alunos apresentem as mesmas dificuldades e estratégias na resolução dos problemas;

Hipótese 6 - o presente trabalho proporcione uma melhora no ensino-aprendizagem de Adição e Subtração com Números Inteiros.

4.3.2 Atividades e Estratégias de Ensino

As atividades desenvolvidas serão realizadas parte em sala de aula e parte no laboratório de informática da escola. Em todas as situações, a professora/pesquisadora estará observando o desenvolvimento e a interação dos alunos, sempre priorizando a construção do conhecimento e respeitando o ritmo individual de cada um.

O plano está dividido em três momentos. O primeiro, está relacionado à introdução do trabalho através da apresentação do vídeo, representação das ideias por escrito conforme questionário e, posteriormente, discussão das mesmas.

O segundo momento será dedicado à pesquisa na internet de conceitos e assuntos gerais abordados no vídeo, além de conhecimentos prévios para a resolução dos problemas a serem propostos.

Segundo Demo é preciso repensar a educação guiada pela simples reprodução do conhecimento, estruturada na aula repassada pelo professor e copiada pelo aluno. Em entrevista a Casimiro, Demo fala que:

Se a criança também é levada a buscar seu material, a fazer sua elaboração, a se expressar argumentando, a buscar fundamentar o que diz, a fazer uma crítica ao que vê e lê, aí ela vai amanhecendo como sujeito capaz de ter uma proposta própria. Isso é o que queria, na verdade, Piaget. Ele sempre disse que a criança é um grande pesquisador: é curiosa, quer ver as coisas, quebra os brinquedos para ver o que tem lá dentro, pergunta muito. (Demo)

Nesta concepção do autor, a educação não é só ensino, instrução, treino, mas, sobretudo, formação da autonomia crítica e criativa.

No último momento, os alunos devem resolver a quatro problemas pré-estabelecidos, individualmente, e a partir disto, socializar suas respostas e, em grupos, tomar a decisão pelo senso comum de qual a solução mais apropriada.

Assim, além de os alunos serem instigados a usarem a imaginação e o poder da argumentação, devem refletir e discutir as respostas para posterior tomada de uma decisão.

Abaixo, segue uma tabela resumo do plano de ensino a ser desenvolvido com os alunos.

Tabela 1: Resumo do Plano de Ensino

Tempo	Objetivo	Ação / Atividade	Estratégias e Recursos
1º Momento 2 horas-aula	- Introduzir a discussão sobre a resolução de situações-problema com Números Inteiros.	- Assistir ao Vídeo. - Resolver, individualmente, o questionário sobre o vídeo. - Socializar e discutir as respostas do questionário, em grande grupo.	- Vídeo “Números menores que Zero”. - Questionário relacionado ao vídeo (APENDICE B). - Papel e lápis. - Socialização e discussão das respostas no grande grupo.
2º Momento 2 horas-aula	- Motivar os alunos para a pesquisa. - Proporcionar a autonomia e a autoconfiança. - Desenvolver o conceito de números negativo a partir dos inteiros.	- Pesquisar na internet, através de sites de busca.	- Computadores conectados a internet. - Questionário para pesquisa (APENDICE C) - Alunos divididos em grupos para pesquisa.
	- Desenvolver as	- Resolver	- Situações-

<p>3º</p> <p>Momento</p> <p>4 horas-aula</p>	<p>operações de adição e subtração com inteiros.</p> <p>- Identificar as dificuldades e estratégias de resolução utilizadas pelos alunos.</p> <p>- Favorecer a interação, a cooperação e a tomada de decisão dos alunos.</p>	<p>situações-problema individual e em grupos.</p> <p>- Discutir as respostas.</p>	<p>problema contextualizadas (APENDICE D).</p>
---	--	---	--

4.3.3 Estratégias para Coleta de Dados

No decorrer do desenvolvimento do plano de ensino prático utilizaremos algumas estratégias para a coleta de dados, dados estes que serão analisados e confrontados com as hipóteses consideradas na análise *a priori*. As estratégias utilizadas serão:

- Observação das atividades propostas;
- Escritos dos alunos;
- Imagens fotográficas capturadas no decorrer das atividades;
- Entrevistas dos alunos (gravação).

4.4 A Experimentação

Quanto à experimentação, estamos nos referindo à descrição da prática pedagógica e à análise dos dados coletados confrontados com os pressupostos.

4.4.1 Descrição da Prática

A prática pedagógica foi desenvolvida na Escola Municipal de Ensino Fundamental Tiradentes, localizada no município de Cachoeirinha – RS, em uma classe do Primeiro ano do Terceiro Ciclo (C10) do Ensino Fundamental, equivalente à 6ª série, atual 7º ano, das Escolas Seriadadas. A turma compunha 25 alunos regularmente matriculados.

O primeiro momento da prática ocorreu no dia 07 de junho de 2010, durante 2 horas-aula, com 20 alunos presentes. Neste momento, tivemos por objetivo introduzir a discussão sobre Números Inteiros, mais especificamente de números negativos, através da apresentação do vídeo sensibilizador “Números Menores que Zero”. Descrevendo a prática, relatamos que já no início precisamos improvisar, pois o projetor multimídia que havia sido solicitado para ser instalado na sala de aula não pode ser utilizado devido não haver uma tomada específica para o aparelho e nem um “T” que servisse para plugar o aparelho. Sendo assim, o vídeo foi apresentado na tela do notebook (da professora/pesquisadora) com os alunos próximos para que fosse possível visualizar melhor. Os alunos assistiram ao vídeo duas vezes e após em duplas responderam o questionário sobre o vídeo (APENDICE B) que foi disponibilizado aos mesmos. Após todos os alunos responderem o questionário, abriu-se espaço para discussões. Observamos que os alunos ficaram intimidados para exporem suas ideias, mas no geral falaram alguma coisa. Logo, propomos que os alunos fossem entrevistados falando sobre o assunto relacionado ao vídeo, mas apenas dois dos alunos presentes se disponibilizaram. Ao finalizar este momento perguntamos aos alunos se eles gostaram do vídeo e se achavam que o uso de vídeos em sala de aula ajudaria a melhorar a aprendizagem; todos responderam que gostaram e que acham que os professores deveriam usar

mais vídeos em aula, pois as aulas ficam mais interativas, e visuais, melhorando a compreensão dos assuntos a serem estudados.

No segundo momento, que ocorreu no dia 14 de junho de 2010 e teve duração de 2 horas-aula estavam presentes 20 alunos. Neste momento tivemos por objetivo a interação dos alunos com os recursos tecnológicos e desenvolvimento da autonomia através da pesquisa na internet. Os alunos, ainda em sala de aula, foram orientados para desenvolver a pesquisa através do site de busca www.google.com.br e receberam o questionário a ser respondido. No laboratório de informática, os alunos dispostos em duplas, devido ao número reduzido de computadores, realizaram a pesquisa. Os mesmos solicitaram muito a ajuda da professora/pesquisadora, mas mesmo assim poucos alunos concluíram o questionário.

O último momento foi dividido em duas etapas. Este momento objetivou investigar os procedimentos utilizados pelos alunos na resolução de situações-problema. A primeira etapa realizou-se no dia 21 de junho de 2010 durante 2 horas-aula com 23 alunos presentes. Durante esta etapa os alunos foram orientados sobre como iria ser este momento do trabalho. Após, os alunos receberam uma folha com as questões a serem respondidas individualmente. Observamos que a maior parte dos alunos teve dificuldades para responder. Alguns questionamentos foram respondidos pela professora no decorrer da atividade. Por fim, todos entregaram as situações-problema, nem sempre respondidas, para serem analisadas.

A segunda etapa realizou-se no dia 28 de junho de 2010, também durante 2 horas-aula com apenas 18 alunos presentes. Nesta etapa os alunos responderam os mesmos problemas da etapa anterior, porém em grupos. Formamos 3 grupos de 4 alunos e 2 grupos de 3 alunos. Solicitamos aos alunos que interagissem e discutissem cada questão, no grupo, para posteriormente tomar a decisão da melhor resposta. Também, pedimos aos alunos que cada grupo falasse/explicasse para a turma toda, sobre como e quais ideias utilizaram para a resolução de uma das questões. Todos os grupos entregaram o questionário completo.

Portanto, esta é a síntese da experiência didática, sem a apresentação dos resultados obtidos. A análise do material produzido pelos alunos está descrito na próxima etapa.

4.4.2 Análise *a posteriori*

A análise posterior foi subsidiada pela coleta de dados através de escritos dos alunos, fotografias e a constante observação do professora/pesquisadora. Sempre procuramos mostrar em cada hipótese respostas consideradas boas (corretas), porém, em alguns casos apresentamos também respostas incorretas. No trabalho não constam todos os escritos produzidos pelos alunos.

Assim, verificaremos a validade de cada pressuposto citado anteriormente.

Hipótese 1 – pressupomos que os alunos consigam relacionar o vídeo com a Matemática.

A relação do vídeo “Números Menores que Zero” com a matemática foi analisada através de um questionário respondido em duplas e relatos de alguns alunos. As Figuras 4 e 5 mostram, consecutivamente, os alunos reunidos assistindo o vídeo e respondendo o questionário.



Figura 4



Figura 5

Assim, verificou-se que a questão 1, “De que trata o vídeo?”, obteve resposta unânime que trata de números negativos, sendo ainda, que algumas duplas acrescentaram outros comentários. A Figura 6 apresenta exemplos de respostas dadas por três grupos de alunos.

1) De que trata o vídeo? *Números menores que zero.*

1) De que trata o vídeo?

O vídeo se trata de números negativos e não é o zero o menor número.

É o seu saldo bancário no banco.

1) De que trata o vídeo?

O número negativo é o assunto do vídeo e usado em várias formas, faladas no vídeo como, saldo bancário, temperatura etc. É também explicado a forma de usar os sinais, na temperatura o \oplus representa temperatura acima de zero e \ominus abaixo de zero.

Figura 6 – Respostas dadas pelos grupos de alunos à questão 1.

Portanto, concluímos que os alunos entenderam o assunto tratado no vídeo.

Quanto à questão 2, “Cite palavras-chave relacionadas ao vídeo?”, inicialmente observamos uma falta de entendimento de o que seriam palavras-chave, mas após uma explicação da professora/pesquisadora os alunos citaram as seguintes palavras: negativo, menor que zero, sinal de menos, abaixo de zero, dívida, termômetro, escalas, extratos bancários, entre outras. Entre os grupos evidenciou-se um que parece não ter entendido claramente o que são palavras-chave. A Figura 7 apresenta a resposta citada por este grupo de alunos.

2) Cite palavras-chave relacionadas ao vídeo? *sobre o termômetro, sobre o saldo do banco, sobre a conta do mercado.*

Figura 7 – Resposta da questão 2 dada por um grupo de alunos.

Portanto, a questão não foi de fácil compreensão por parte de todos os alunos, mesmo após receberem algumas explicações.

Na questão 3, “Que assuntos de matemática são tratados no vídeo?”, esperávamos que os alunos respondessem que o vídeo tratou-se dos números

inteiros, pois já tinham conhecimento sobre o conjunto, mas nenhuma dupla se referiu especificamente aos números inteiros. Os alunos novamente falaram sobre os números negativos, saldos negativos, sinal de menos, termômetro, “contas” negativas. A Figura 8 mostra uma resposta que chamou atenção pelos detalhes.

3) Que assuntos de Matemática são tratados no vídeo?
 Os assuntos são a representação dos números negativos e positivos em contas bancárias em temperatura e explicações para que foram criados quem criou para resolver coisas etc.

Figura 8 – Resposta da questão 3

A questão 4, “Escreva com suas palavras o que você entendeu sobre o vídeo. E o que você não entendeu?”, foi respondida pela maioria das duplas apenas parcialmente, ou seja, somente responderam o que foi entendido. Duas das dez duplas responderam sobre algo que não haviam entendido. A Figura 9 mostra a resposta das duas duplas referidas acima. Na primeira resposta aparece a opinião da dupla, e na segunda aparece a opinião individual das integrantes da dupla.

4) Escreva com suas palavras o que você entendeu sobre o vídeo. E o que você não entendeu.
 Eu entendi que o vídeo se tratava sobre números negativos e suposições do dia a dia e o que eu não entendi das coisas sobre os termômetros.

4) Escreva com suas palavras o que você entendeu sobre o vídeo. E o que você não entendeu.

ALUNA 1 - Na minha parte eu entendi quase tudo mas o que eu não entendi foi quando o número negativo vai depois do número.

ALUNA 2 - Eu entendi sobre o vídeo que o zero não é o único número menor mais que sim existe muitos outros números menores que o zero.

Figura 9 – Resposta dada pelos alunos na questão 4.

Nesta questão, percebemos o quanto os alunos têm dificuldades para expressarem suas ideias.

Na última questão, 5, “Quais problemas cotidianos são apresentados no vídeo?”, os alunos citaram que os problemas cotidianos apresentado no vídeo foram contas em supermercados ou bares, temperaturas abaixo e acima de zero, saldo bancário. A Figura 10 apresenta a resposta de uma das duplas.

5) Quais problemas cotidianos são apresentados no vídeo?

Os problemas são contas de mercado, contas extratos e saldos bancários, temperaturas e como ele foi inventado o termômetro e os números negativos e positivos.

Figura 10 – Uma das respostas da questão 5.

No relato de um aluno podemos concluir que ele prestou atenção e entendeu a mensagem do vídeo. O aluno falou que ele entendeu que o vídeo “explica como o número positivo e negativo atua nas nossas contas, e como ele pode ser usado, como ele foi inventado e para que ele foi inventado.” Além disso, falou sobre o caso da aceitação dos números negativos ao longo da história.

Portanto, podemos concluir que a partir da análise dos trabalhos dos alunos a hipótese de que os alunos conseguissem relacionar o vídeo com a matemática foi validada na maior parte de seus objetivos. Observamos a grande motivação e participação dos alunos perante a didática utilizada.

Hipótese 2 - pressupomos que os alunos tenham conhecimento básico sobre o manuseio do computador e saibam proceder com pesquisas através de sites de **busca**.

Na atividade de pesquisa o que atrapalhou o bom desempenho dos alunos não foi a questão do manuseio do computador, pois, todos os alunos apresentaram conhecimentos básicos de informática. Mas, na pesquisa em si os alunos sentiram muita dificuldade de encontrar na internet o que estava sendo solicitado. Os mesmos digitavam as palavras-chave das perguntas solicitadas ou as perguntas inteiras no site de busca Google e a partir daí eles acessavam a primeira página (sítio) que aparecia (não importando o enfoque) sobre o referido assunto.

Acredita-se que ocorreu falha tanto dos alunos como da didática utilizada, ou seja, os alunos não fizeram a leitura do que se apresentava no site e a didática falhou de forma que deixou a pesquisa muito ampla. Poderíamos ter fornecido aos alunos sites específicos sobre os assuntos. Outra falha foi a questão da não exigência das fontes de pesquisa. Assim, alguns alunos responderam as questões com suas próprias palavras e também muitos deixaram questões em branco.

Portanto, observamos a grande motivação dos alunos em realizarem a pesquisa através do uso dos recursos tecnológicos, mas ao mesmo tempo, percebemos uma frustração tanto dos alunos quanto da professora/pesquisadora por causa do mau desenvolvimento da pesquisa. Logo, a hipótese apenas foi validada quanto aos conhecimentos básicos de informática dos alunos. As figuras 11, 12 e 13, apresentam algumas respostas dos alunos que estavam dispostos em duplas.

2) O que é saldo positivo e saldo negativo? Saldo positivo são os números maiores que zero e saldo negativo são os números menores que o zero.

Figura 11 – Resposta pessoal de uma dupla de alunos.

O que é saldo positivo e saldo negativo?

No final de 2009 o Instituto de Previdência Social dos Servidores Municipais de Barueri (IPRESP) fechou o ano com saldo positivo de R\$ 136.016,83. Além de futuras aposentadorias, o valor também foi arrecadado para garantir a concessão de benefícios previdenciários aos servidores públicos municipais.

Figura 12 – Resposta com outro enfoque.

1) O que é saldo bancário? O saldo da conta bancária é a diferença entre o débito (o dinheiro que "sai" da conta, sinal -) e o crédito (o dinheiro que "entra" na conta, sinal +).

Figura 13 - Resposta retirada do site http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=111&fileName=Saldo_bancario.pdf

Hipótese 3 – pressupomos que os alunos dominem os conhecimentos básicos relacionados aos números inteiros.

O conhecimento prévio dos alunos relacionado aos números inteiros foi analisado a partir das respostas individuais das situações-problema número 1 e 2. Na questão 1 procuramos analisar a diferença entre o que é positivo e o negativo, e ainda o significado de saldo; e na questão 2 avaliamos a questão da comparação entre os números inteiros.

Assim, na análise da questão 1 observamos que doze dos vinte e três alunos que responderam a questão não distinguiram o que era positivo e o que era negativo, ou seja, não aplicaram o conceito de saldo de gols pesquisado e desenvolvido anteriormente. Eles apenas somaram os gols marcados com os gols sofridos como se tudo fosse positivo. Outros dois alunos acertaram a ideia do saldo, mas não o colocaram com sendo positivo ou negativo, portanto erraram na classificação do campeonato. A Figura 14 apresenta a questão resolvida erroneamente e a Figura 15 traz a questão resolvida corretamente.

1) Em um campeonato de futebol apresenta-se a seguinte tabela de gols marcados e sofridos. Complete a tabela com o saldo de gols de cada equipe e o total de gols marcados e sofridos:

Equipe	Gols Marcados	Gols Sofridos	Saldo
Palmeiras	23	19	42
Grêmio	17	15	32
Bahia	15	21	36
Internacional	17	17	34
Total	72	72	144

Agora, indique o campeão e a classificação geral dos times no campeonato.

Equipe	Pontos	Lugar
Palmeiras	42	1º
Bahia	36	2º
Internacional	34	3º
Grêmio	32	4º

Figura 14 – Questão respondida erroneamente.

1) Em um campeonato de futebol apresenta-se a seguinte tabela de gols marcados e sofridos. Complete a tabela com o saldo de gols de cada equipe e o total de gols marcados e sofridos:

$$\begin{array}{r} 23 \\ - 19 \\ \hline 04 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 17 \\ \hline 40 \\ + 15 \\ \hline 55 \\ + 17 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 15 \\ \hline 34 \\ + 21 \\ \hline 55 \\ + 14 \\ \hline 69 \end{array}$$

Equipe	Gols Marcados	Gols Sofridos	Saldo
Palmeiras	23	19	+04
Grêmio	17	15	+02
Bahia	15	21	-06
Internacional	17	17	0
Total	72	72	0

Agora, indique o campeão e a classificação geral dos times no campeonato.

0° Campeão é o Palmeiras
 1°: Grêmio.
 2°: Internacional
 3°: Bahia

Figura 15 – Questão respondida corretamente.

Na questão 2, vinte dos vinte e um alunos que responderam a questão acertaram o dia da semana em que a temperatura foi maior, porém quando se trata da menor temperatura seis alunos dos vinte e um erraram, portanto erraram a resposta principal da questão. A Figura 16 mostra a resolução da situação-problema 2 feita corretamente.

2) A tabela fornece a temperatura medida, sempre à mesma hora, em Gramado-RS, durante uma semana do mês de julho.

DIAS	D	S	T	Q	Q	S	S
°C	5	8	-1	-4	0	-2	3

Qual foi a variação entre a maior e a menor temperatura registrada?

A VARIAÇÃO FOI DE 12° GRAUS, ENTRE SEGUNDA 8°C E QUARTA -4°C.

Figura 16 – Resolução correta.

Portanto, como na maior parte das respostas analisadas os alunos obtiveram sucesso, então consideramos que a hipótese foi satisfeita.

Hipótese 4 – pressupomos que os alunos tenham dificuldades de interpretar e representar matematicamente a resolução dos problemas.

Analisando os quatro problemas através da observação em sala de aula (questionamentos dos alunos à professora) e da resolução individual, percebemos que as maiores dificuldades dos alunos foram com a definição de saldo na questão 1 (como visto na hipótese 1); a falta de atenção e observação das “três retiradas” na questão 3, além da não diferenciação entre o depósito e a retirada; e a questão 4 rendeu comentários de que estivesse errada, pois, como alguém poderia morrer antes de nascer. A questão 4 foi comentada e esclarecida em sala de aula em virtude dos muitos questionamentos.

No que se refere à representação matemática, nenhum aluno fez uso da linguagem matemática formal. Acreditamos que isso seja resultado, em grande parte, da falta de interpretação dos problemas. A seguir, a Figura 17 traz um exemplo da falta de compreensão e representação na linguagem matemática.

3) O senhor Mendonça tinha saldo de 800 reais Fez três retiradas de 250 reais cada uma, depositou 220 reais e, por fim, retirou 450 reais. Quanto passou a ser seu saldo? Passou a ser de crédito ou débito? *Ele ficou com o saldo de débito.*

$$\begin{array}{r}
 800 \\
 - 750 \\
 + 250 \\
 - 450 \\
 \hline
 220
 \end{array}$$

Figura 17 – Solução errada devido má interpretação do problema.

A partir da análise, a hipótese é validada, ou seja, os alunos possuem uma grande dificuldade de interpretação de problemas matemáticos.

Hipótese 5 – pressupomos que os alunos apresentem as mesmas dificuldades e estratégias na resolução dos problemas.

Como abordado na hipótese anterior, um dos grandes vilões que dificulta a resolução de problemas é a má interpretação de textos. Acreditamos que este fato seja decorrente da falta de estímulo e hábito da leitura.

Na análise das questões resolvidas pelos alunos individualmente e em grupo, percebemos que quase sempre utilizaram as mesmas estratégias para resolução.

Apresentamos as questões dos alunos que obtiveram sucesso, em função da nossa última hipótese que se trata da melhora no ensino e aprendizagem. Analisando questão por questão, dos que obtiveram sucesso, podemos perceber as seguintes formas de resolução:

- Na questão 1, os alunos calcularam o saldo de gols subtraindo a quantidade de gols sofridos da quantidade de gols marcados. A partir daí, determinaram o time campeão e a classificação geral comparando os números inteiros. A Figura 18 mostra a estratégia de resolução da questão 1 utilizada pelos alunos.

1) Em um campeonato de futebol apresenta-se a seguinte tabela de gols marcados e sofridos. Complete a tabela com o saldo de gols de cada equipe e o total de gols marcados e sofridos:

Equipe	Gols Marcados	Gols Sofridos	Saldo
Palmeiras	23	19	+04
Grêmio	17	15	+02
Bahia	15	21	-06
Internacional	17	17	00
Total	72	71	00

Agora, indique o campeão e a classificação geral dos times no campeonato.

0 1º é o Palmeiras com o saldo de +04.
 0 2º é o Grêmio com saldo de +02.
 0 3º é o Internacional com o saldo de 00.
 0 4º é o Bahia com o saldo de -06.

Figura 18 – Questão 1.

- Na questão 2, os alunos quase sempre calcularam mentalmente a variação da temperatura pedida, com exceção do caso em que a resolução foi individual, apenas um aluno utilizou-se da reta numérica inteira para resolver o problema, e quando em grupo, dois dos cinco grupos utilizaram a reta numérica. A próxima Figura apresenta a resolução da situação com o uso da reta numérica inteira.

2) A tabela fornece a temperatura medida, sempre à mesma hora, em Gramado-RS, durante uma semana do mês de julho.

DIAS	D	S	T	Q	Q	S	S
°C	5	8	-1	-4	0	-2	3

Qual foi a variação entre a maior e a menor temperatura registrada?

$$\begin{array}{r} +8 \\ -4 \\ \hline 12 \end{array}$$
 - A variação foi de 12 graus, a maior temperatura foi segunda-feira e a menor foi quarta-feira.

Figura 19 – Questão 2.

- Na questão 3, os alunos utilizaram-se das operações fundamentais para resolver o problema. Observamos três raciocínios diferentes. Observe as Figuras a seguir.

3) O senhor Mendonça tinha saldo de 800 reais. Fez três retiradas de 250 reais cada uma, depositou 220 reais e, por fim, retirou 450 reais. Quanto passou a ser seu saldo? Passou a ser de crédito ou débito?

$$\begin{array}{r} 250 \\ 3 \times \\ \hline 750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 800 \\ - 750 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 220 \\ \hline 270 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 270 \\ - 450 \\ \hline -180 \end{array}$$
 O senhor Mendonça ficou com um débito de 180 reais.

Figura 20 – Questão 3.

Na Figura 20, o aluno primeiramente calculou através de uma multiplicação a quantia retirada e após, utilizando-se de adições e subtrações, obteve a resposta final.

3) O senhor Mendonça tinha saldo de 800 reais Fez três retiradas de 250 reais cada uma, depositou 220 reais e, por fim, retirou 450 reais. Quanto passou a ser seu saldo? Passou a ser de crédito ou débito?

O seu saldo passou a ser -180 reais.
Ele passou a ser débito.

Figura 21 – Questão 3.

Na Figura 21, o aluno apenas utilizou adições e subtração, fazendo uma sequência de retiradas e depósitos conforme o texto apresenta.

3) O senhor Mendonça tinha saldo de 800 reais Fez três retiradas de 250 reais cada uma, depositou 220 reais e, por fim, retirou 450 reais. Quanto passou a ser seu saldo? Passou a ser de crédito ou débito?

R) Seu Mendonça ficou com 180 reais de saldo negativo.

Figura 22 – Questão 3.

Na Figura 22, o aluno calculou o total de pontos positivos e o total de pontos negativos para finalmente efetuar a diferença entre positivos e negativos.

- Na questão 4, os alunos efetuaram a subtração do número de maior módulo pelo número de menor módulo, obtendo assim a idade em que Pitágoras morreu. Pelas observações feitas acreditamos que os alunos não tenham pensado na ideia de que a Idade = Ano de Morte – Ano de Nascimento, e nem na linha do tempo, mas

apenas pensaram em subtrair o menor número do maior, sem levar em consideração a questão de o problema se tratar do tempo a.C.. A figura 23, mostra a estratégia de resolução do problema 4 utilizada pelos alunos.

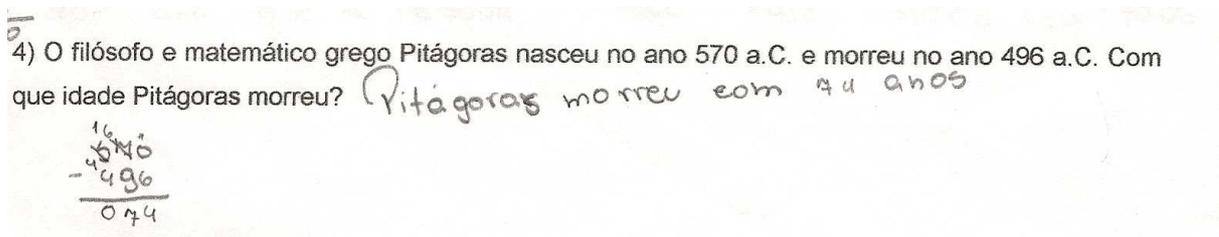


Figura 23 – Questão 4.

Portanto, sintetizando a análise desta hipótese, pode-se dizer, com raras exceções, que os alunos apresentaram as mesmas dificuldades e as mesmas estratégias para resolver as situações-problema, sendo assim, a hipótese é válida.

Hipótese 6 – pressupomos que o presente trabalho proporcione uma melhora no ensino-aprendizagem de Adição e Subtração com Números Inteiros.

Para validar esta hipótese comparamos o percentual aproximado de acertos das questões resolvidas individualmente e da resolução em grupos. A Tabela 2 traz a comparação entre a quantidade de acertos individual e em grupo por questão.

Tabela 2: Quadro comparativo

Questão	Acertos (resolução individual)	Acertos (resolução em grupo)
1	35 %	80%
2	62%	60%
3	28%	40%
4	67%	100%

A partir da tabela observamos que ocorreu um grande progresso quando os alunos resolveram as questões em grupos, ou seja, a discussão sobre as respostas dadas individualmente fez com que os alunos chegassem, no grupo, à conclusão e à tomada de decisão pelas respostas mais adequadas.

Portanto, a partir dos dados percentuais podemos comprovar que o trabalho desenvolvido proporcionou, em geral, uma melhora no ensino, sendo os alunos motivados a reflexão e ao desenvolvimento do trabalho em grupo.

As Figuras 24 e 25 apresentam grupos de alunos resolvendo as situações-problema.



Figura 24



Figura 25

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tratou do ensino de Números Inteiros, ou melhor, da Resolução de Problemas Aditivos envolvendo Números Inteiros, e esteve voltado para alunos do Primeiro Ano do Terceiro Ciclo (C10) do Ensino Fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Tiradentes, localizada em Cachoeirinha – RS – Brasil. Durante o desenvolvimento da prática utilizamos como recursos didáticos o vídeo de sensibilização disponível em <http://novotelecurso.blogspot.com/2009/03/numeros-menores-que-zero.html> e nomeado como “Números Menores que Zero” e, além disso, fizemos uso do laboratório de informática para pesquisa na internet.

Para tentar obter uma melhoria no cenário do ensino e da aprendizagem, foi desenvolvido um plano de ensino cujo principal objetivo foi a investigação dos procedimentos usados pelos alunos na resolução de problemas aditivos que envolvem os números positivos e negativos. Ainda, a partir do plano de ensino tentamos propiciar a interação, a cooperação e a autonomia dos alunos através de atividades em grupos.

Para tentar contemplar o objetivo do plano, antes de iniciar a prática, foram formuladas seis hipóteses a serem validadas. No decorrer da prática, foram coletados dados para a pesquisa através de observação em aula, escritos de alunos, imagens fotográficas e gravações. Assim, pode-se verificar que as hipóteses: de os alunos relacionarem o vídeo com a matemática; possuírem conhecimentos básicos de informática; possuírem conhecimentos básicos de números inteiros; terem dificuldades de interpretação e representação dos problemas na linguagem matemática; usarem as mesmas estratégias de resolução nas situações-problema e obterem uma melhora no ensino-aprendizagem foram validadas, com exceção, da hipótese de que os alunos conseguiriam proceder com a pesquisa na internet através de sites de busca.

Após a prática de ensino e a análise das hipóteses, podemos dizer que o plano precisa passar por algumas reformulações, para corresponder melhor aos seus objetivos, nos seguintes aspectos: no momento que se trata da pesquisa na internet, o professor precisa direcionar melhor a pesquisa, indicando sites

relacionados ao assunto a ser pesquisado para que o aluno não perca o foco da pesquisa, e também, achar alguma forma que exija que os alunos efetivamente leiam o conteúdo dos sites e não simplesmente façam cópias sem entender o que está sendo pesquisado.

Agora, refletindo sobre o trabalho desenvolvido, podemos afirmar que tanto os alunos quanto a professora/pesquisadora construíram uma compreensão melhor do conteúdo e dos recursos utilizados. Percebemos o quanto é interessante e produtivo o uso didático de vídeos em sala de aula, pois os alunos sentem-se motivados, o que é importante para que ocorra a aprendizagem. Também, o recurso da informática, se bem utilizado, é ótimo para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem. Ainda, a ideia do trabalho em grupo, muitas vezes descartada pelos professores por acharem que gera muita bagunça, é excelente para o bom desempenho do ensino e da aprendizagem, além de propiciar um melhor convívio social.

Comparando o nosso estudo com o estudo teórico de Banzatto (2002), podemos concluir que existem coincidências quanto às dificuldades dos alunos, ou seja, através das resoluções escritas e das falas dos alunos percebemos uma diversidade cultural, a dificuldade de entender o que é saldo de gols, principalmente entre as meninas; compreender a variação de temperatura e, em alguns casos, conhecer a ordem dos dias da semana; representar uma dívida (ou saque ou retirada) como negativa e um depósito como positivo, e ainda, diferenciar débito de crédito e imaginar a linha do tempo. Verificamos como é complexa a subtração, quando o minuendo é menor que o subtraendo.

Após o confronto dos dados coletados com os pressupostos, na Tabela 2 podemos verificar e sintetizar que os problemas 1 e 3 apresentaram uma porcentagem relevante de erros quando resolvidos individualmente, e quando em grupos, a questão 3 continua com menos da metade de acertos. Tanto na resolução individual como em grupo os alunos utilizaram as mesmas estratégias, a única diferença que em grupos, após a discussão, houve uma tomada de decisão pelas respostas corretas aumentando a porcentagem de acertos.

O procedimento mais utilizado para resolução da situação-problema 1, foi a soma da quantidade de gols marcados com a quantidade de gols sofridos sem diferenciação de o que era positivo e o que era negativo, ou seja, não ocorreu o

entendimento do conceito de saldo de gols pela maioria dos alunos, em especial mais ainda pelas meninas. Logo, calculando o saldo incorretamente, não obtiveram êxito na classificação das equipes.

Para a realização do problema 3, os alunos que obtiveram sucesso apresentaram três raciocínios conforme apresentado na análise da hipótese 5. E os alunos que erraram, ou interpretaram a questão sem perceber as “três retiradas”, ou não diferenciaram o que era depósito (+) e retirada (-), surpreendente, pois parecia que o contexto de ter/dever estava muito claro para eles, antes da realização do trabalho.

Já, nas questões 2 e 4 houve êxito de mais de 50% dos alunos, tanto na resolução individual como em grupos. Na questão 2, os alunos identificaram a maior e a menor temperatura e após calcularam a variação somando os valores como se fossem positivos. Apenas um aluno apresentou a reta numérica para a resolução. Na questão 4, os alunos subtraíram o número de menor módulo do número de maior módulo, obtendo o resultado. Em alguns casos, percebemos que haviam somado, mas como resultaria em uma idade absurda, passaram a subtrair também. Ainda, na questão 4, mesmo com a explicação da professora durante a aula acreditamos que os alunos não tenham adquirido uma real compreensão da questão, ou seja, nenhum aluno apresentou a linha do tempo.

Assim, as dificuldades apresentadas pelos alunos e as diversas estratégias de resolução dos problemas utilizadas faz com que concordemos com Bell (1986), apud Banzatto (2002), de que a utilização de problemas aditivos com números negativos exige que os alunos se familiarizem com determinadas situações-problema ou determinadas estruturas de problemas.

O trabalho proporcionou à professora/pesquisadora uma reflexão e um amadurecimento sobre as possibilidades de utilização das mídias digitais e dos recursos tecnológicos em sala de aula ficando evidente que são instrumentos pedagógicos com grande potencial para o avanço do ensino e aprendizagem, pois, motivam os alunos em sala de aula, fator essencial para a construção do conhecimento.

As dificuldades enfrentadas pelos alunos com o conteúdo sobre problemas aditivos com números inteiros foram, acreditamos pelos resultados obtidos, em partes sanadas através, principalmente, da discussão em grupo.

Verificamos uma mudança no comportamento dos alunos quanto ao expor suas ideias, inicialmente os alunos sentiram-se tímidos para falar e debater, mas com o decorrer das etapas da prática os alunos passaram a perguntar, a debater no grupo e até a falar para a turma toda. Sendo assim, este foi outro aspecto positivo para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem.

Portanto, tomando como base este trabalho devemos sempre nos ater às dificuldades enfrentadas pelos alunos e proporcionar meios favoráveis que viabilizem a construção do conhecimento. Também, nós educadores devemos dar importância e considerar a bagagem extra-escolar que os alunos trazem consigo. Além disso, acreditamos que dar ênfase ao método de resolução de problemas favorece o espírito criativo, inovador e independente dos nossos alunos, podendo contribuir favoravelmente no processo de ensino-aprendizagem.

Devemos buscar meios para inovar a sala de aula de forma que realmente se torne um ambiente de ensino e aprendizagem, ou seja, acreditamos que possivelmente um desses meios seja saber quais as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver os problemas matemáticos. Assim, as estratégias de sucesso serão disseminadas entre os alunos e as consideradas equivocadas serão esclarecidas e discutidas.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Álvaro; ZAMPIROLO, Maria José C. de V. **Novo Praticando Matemática**. 1ª ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2002. Obra em quatro volumes para alunos de 5ª a 8ª séries.

BANZATTO, Graziela Bortoletto. **Educação Matemática e Investigação-Ação: Aprendendo problemas aditivos com números negativos junto aos meus alunos**. GT Educação Matemática/ n. 19. UNIMEP, 2002. Disponível em: <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_26/educacao_matematica.pdf>. Acessado em 05 de maio de 2010.

BONJORNIO, José Roberto; BONJORNIO, Regina Azenha; AYRTON, Olivares. **Matemática: fazendo a diferença**. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2006. Obra em quatro volumes para alunos de 5ª a 8ª séries.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** – ensino de quinta à oitava série. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CASIMIRO, Vitor. “**A criança é um grande pesquisador**” - Pedro Demo. Disponível em: <<http://www.educacional.com.br/entrevistas/entrevista0035.asp>>. Acessado em: 13 de maio de 2010.

COSTA, Carolina. **Campo Aditivo. Operações Irmãs**. NOVA ESCOLA: A Revista de quem educa. Nº 202, ano XXII, maio 2007, p. 67 - 78.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de problemas de matemática**. 1ª a 5ª séries. Para estudantes do curso Magistério e professores do 1º grau. 12ª ed. São Paulo: Ática, 2003.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Editora Ática, 2005. Obra em quatro volumes para alunos de 5ª a 8ª séries.

GARCIA, Vera Clotilde. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática**. Zetetike, Campinas - UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118.

Disponível em: <http://143.54.226.61/~vclotilde/publicacoes/ENGENHARIA%20ZETEIKE2005.pdf>. Acessado em 01/10/2010.

GONÇALVES, Renata Siano. **Um estudo com os Números Inteiros usando o Programa Aplusix com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental**. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/GONCALVES_renata_siano.html. Acessado em 15 de abril de 2010.

GROSSI, Gabriel Pillar. **Todos perdem quando não usamos a pesquisa na prática**. NOVA ESCOLA: A Revista de quem educa. Edição especial, nº 20, outubro 2008.

JÚNIOR, Gabriel Dias de Carvaho. **A teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e o Planejamento Didático**. Artigo, Rede Católica de Educação, 2008. Disponível em: http://www.redecatolicadeeducacao.com.br/admin/pdf/ago_2008.pdf. Acessado em: 20 de setembro de 2010.

KERN, Newton Bohrer. **Uma introdução ao pensamento algébrico através de relações funcionais**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Porto Alegre, 2008. Disponível em: http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/novas_abordagens/modulo_l/dissertacao_newton_kern.pdf. Acessado em: 20 de agosto de 2010.

MALTA, Gláucia Helena Sarmiento. **Grafos no Ensino Médio: uma inserção possível**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Porto Alegre, 2008. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/14829/000668628.pdf?sequence=1>. Acessado em: 10 de agosto de 2010.

MORAN, José Manuel. **O Vídeo na Sala de Aula**. Artigo publicado na revista Comunicação & Educação. São Paulo, ECA – ED. Moderna, [2]: 27 a 35, jan./abr. de 1995. Disponível em: <http://www.eca.usp.br/prof/moran/vidsal.htm>. Acessado em: março 2010.

_____ <http://novotelecurso.blogspot.com/2009/03/numeros-menores-que-zero.html>. Acesso em 17 de abril de 2010.

POLYA, George. A arte de resolver problemas. Primeira reimpressão. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciências, 1986. 179 p.

APENDICES

APENDICE A
PRÉ-TESTE

PRÉ-TESTE

1) Você já ouviu falar sobre Números Inteiros?

() Sim () Não

Se sim, o que você acha que é um Número Inteiro?

2) Calcule:

a) $(+28) + (+2) =$

f) $-8 - 2 =$

b) $0 + (-13) =$

g) $19 - 23 =$

c) $(-8) + (-51) =$

h) $-90 + 10 =$

d) $0 - (-17) =$

i) $-17 + 14 + 3 =$

e) $(-9) - (+16) =$

j) $-10 + (6 - 4) =$

3) Use operações de adição e subtração com números inteiros (positivos e negativos) para resolver os problemas.

a) No deserto do Saara, a temperatura pode alcançar 51°C acima de zero durante o dia e, a noite, pode chegar a 4°C abaixo de zero. Nestas condições:

- Indique, usando números positivos ou negativos, a temperatura durante o dia. _____

- Indique, usando números positivos ou negativos, a temperatura durante a noite. _____

- Qual a variação da temperatura? Explique como você calculou. _____

b) Um elevador, partindo do térreo, subiu, inicialmente, 3 andares e, em seguida, desceu 4 andares. Em qual andar o elevador parou?

c) Em um jogo de perde-ou-ganha, Juca fez quatro jogadas. Na primeira, ganhou 30 pontos; na segunda, perdeu 26 pontos; na terceira, perdeu 34 pontos, na quarta, ganhou 29 pontos. Nessas condições, determine se Juca ganhou ou perdeu pontos após essas quatro rodadas. Qual a quantidade de pontos que ganhou ou perdeu?

d) Já estou devendo para meu amigo Paulo R\$ 10,00. Hoje, fomos comprar merenda no recreio e lhe emprestei R\$ 6,00 para pagar o lanche. Com relação ao meu amigo, estou com crédito ou débito? De quanto?

e) Suponha que uma pessoa tinha 283 reais em sua conta bancária. Retirou 154 reais, num outro dia, 216 reais e, logo depois, depositou 90 reais. O saldo dessa pessoa passou a ser de débito ou crédito? De quanto?

APENDICE B
QUESTIONÁRIO SOBRE O VÍDEO

QUESTIONÁRIO SOBRE O VÍDEO

- 1) De que trata o vídeo?
- 2) Cite palavras-chave relacionadas ao vídeo?
- 3) Que assuntos de Matemática são tratados no vídeo?
- 4) Escreva com suas palavras o que você entendeu sobre o vídeo. E o que você não entendeu.
- 5) Quais problemas cotidianos são apresentados no vídeo?

APENDICE C
QUESTIONÁRIO PARA PESQUISA NA INTERNET

QUESTIONÁRIO PARA PESQUISA NA INTERNET

- 1) O que é saldo bancário?
- 2) O que é saldo positivo e saldo negativo?
- 3) O que é crédito? E débito?
- 4) O que é um termômetro? Para que serve?
- 5) Quais são as escalas de temperatura mais utilizadas? Onde são utilizadas?
- 6) O que é saldo de gols?

APENDICE D
SITUAÇÕES-PROBLEMA

SITUAÇÕES-PROBLEMA

1) Em um campeonato de futebol apresenta-se a seguinte tabela de gols marcados e sofridos. Complete a tabela com o saldo de gols de cada equipe e o total de gols marcados e sofridos:

Equipe	Gols Marcados	Gols Sofridos	Saldo
Palmeiras	23	19	
Grêmio	17	15	
Bahia	15	21	
Internacional	17	17	
Total			

Agora, indique o campeão e a classificação geral dos times no campeonato.

2) A tabela fornece a temperatura medida, sempre à mesma hora, em Gramado-RS, durante uma semana do mês de julho.

DIAS	D	S	T	Q	Q	S	S
°C	5	8	-1	-4	0	-2	3

Qual foi a variação entre a maior e a menor temperatura registrada?

3) O senhor Mendonça tinha saldo de 800 reais. Fez três retiradas de 250 reais cada uma, depositou 220 reais e, por fim, retirou 450 reais. Quanto passou a ser seu saldo? Passou a ser de crédito ou débito?

4) O filósofo e matemático grego Pitágoras nasceu no ano 570 a.C. e morreu no ano 496 a.C. Com que idade Pitágoras morreu?