

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
UAB – UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO À DISTÂNCIA PARA PROFESSORES  
DE MATEMÁTICA – MÍDIAS DIGITAIS – DIDÁTICA

**JOSÉ ROGERIO GUIMARÃES PINTO LAPUENTE**

**PRÁTICA DE ENSINO E INVESTIGAÇÃO SOBRE PROBABILIDADES**

TURMA DE 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Porto Alegre

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
UAB – UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO À DISTÂNCIA PARA PROFESSORES  
DE MATEMÁTICA – MÍDIAS DIGITAIS – DIDÁTICA

**JOSÉ ROGERIO GUIMARÃES PINTO LAPUENTE**

**PRÁTICA DE ENSINO E INVESTIGAÇÃO SOBRE PROBABILIDADES**

**TURMA DE 3º ANO DO ENSINO MÉDIO**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização à Distância para Professores de Matemática, como requisito parcial à aprovação da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Luciana Neves Nunes

Porto Alegre

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

**PRÁTICA DE ENSINO E INVESTIGAÇÃO SOBRE PROBABILIDADES**

TURMA DE 3º ANO ENSINO MÉDIO

**JOSÉ ROGERIO GUIMARÃES PINTO LAPUENTE**

**Comissão examinadora**

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Luciana Neves Nunes

Prof. Dr. Cleber Bisognin

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço primeiramente a Deus que iluminou o meu caminho durante esta caminhada.

A minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Luciana Neves Nunes, pela dedicação e sabedoria; e a todos os demais professores e funcionários do curso.

A UFRGS que em parceria com a UAB e a Prefeitura Municipal de Jaguarão me proporcionaram essa especialização, muito importante na minha formação como professor.

Aos alunos, professores e funcionários do Colégio Estadual Carlos Alberto Ribas.

A todos meus colegas de curso pelo companheirismo.

A minha família e a todos aqueles que de uma maneira ou de outra estiveram ao meu lado, dando apoio, força e confiança.

E muito especialmente a minha esposa Elisa que com todo seu amor, carinho, paciência e companheirismo soube estar comigo sempre, dando-me força e apoio.

## **EPÍGRAFE**

“Não é o desafio com que nos deparamos que determina quem somos e o que estamos nos tornando, mas a maneira com que respondemos a esse desafio. Somos combatentes, idealistas, mas plenamente conscientes. Porque o ter consciência não nos obriga a ter sabedoria sobre as coisas, só nos obriga a sermos conscientes. Problemas para vencer, liberdade para provar. E enquanto acreditarmos nos nossos sonhos, nada será por acaso.”

(Henfil)

## RESUMO

A experiência didática realizada teve como objetivo, planejar e desenvolver um plano de ensino sobre noções iniciais de probabilidades que encaminhasse para uma apreensão significativa e abrangente desse conteúdo através de uma pedagogia que tem como ponto de partida a realidade e atividades práticas. Para atingir este objetivo foi necessário analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, considerando as dificuldades encontradas pelo professor no ensino, e pelo aluno, na aprendizagem. A metodologia empregada é baseada na Engenharia Didática, que é uma prática docente. A justificativa da escolha do conteúdo vai ao encontro do que afirma Bordier (1991), “se os matemáticos que contribuíram para a criação e o desenvolvimento da teoria das probabilidades encontraram dificuldades, pode-se presumir, sem grande dificuldade, que o mesmo aconteça com alunos e professores”. Sendo assim e baseado na minha própria experiência elaborei um plano de ensino onde a forma como o conteúdo foi apresentado ao aluno influenciou no saber matemático com mudanças positivas no comportamento e no conhecimento adquirido pelos alunos. A partir da prática de ensino pude concluir que a receptividade quanto ao conteúdo foi melhor, à medida que os alunos foram participativos no processo de construção do conhecimento e tiveram valorizados conhecimentos trazidos por eles, além do uso de recursos tecnológicos como o vídeo, que é muito útil, quando bem escolhido para introduzir um novo assunto, ou seja, a forma didática com a qual o conteúdo é apresentado ao aluno influencia fortemente o significado do saber matemático que ele terá.

Palavras chave: Experiência didática; Probabilidades; Ensino; Aprendizagem; Engenharia Didática; Saber matemático.

## RESUMEN

La experiencia didáctica realizada tuvo como objetivo planificar y desarrollar un plan de enseñanza sobre nociones iniciales de probabilidades que condujeran a una comprensión significativa e integral de los contenidos a través de una pedagogía que tiene como punto de partida la realidad y actividades prácticas. Para lograr este objetivo fue necesario analizar el funcionamiento del contenido habitual de la educación, teniendo en cuenta las dificultades encontradas por el profesor en la enseñanza y el estudiante en el aprendizaje. La metodología utilizada se basa en el Plan de Ingeniería Didáctica, que es una práctica docente. La justificación de la elección del contenido va de encuentro con lo que declara Bordier (1991), "si los matemáticos que han contribuido a la creación y el desarrollo de la teoría encontraron dificultades, se puede suponer, sin lugar a dudas, que lo mismo suceda con los estudiantes y los maestros. "Siendo así y con base en mi experiencia personal elaboré un programa de enseñanza donde la forma como contenido fue presentado al alumno influyó en el saber matemático con mudanzas positivas en el comportamiento y los conocimientos adquiridos por los estudiantes. Desde la práctica de la enseñanza pude concluir que la capacidad de respuesta cuanto al contenido fue mejor, a medida que los estudiantes fueron participante en el proceso de construcción del conocimiento y tuvieron valorizados conocimientos aportado por ellos, además del uso de recursos tecnológicos como el vídeo, que es muy útil, cuando bien elegido para introducir un tema nuevo, es decir, la manera didáctica con la que se presenta el contenido para el estudiante influye fuertemente en el sentido de los conocimientos matemáticos que el alumno tendrá.

Palabras clave: Experiencia Didáctica; Probabilidad, Enseñanza, Aprendizaje,

Ingeniería didáctica; Saber matemático.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>08</b>
<b>2. ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS.....</b>	<b>11</b>
<b>3. ESTUDO TEÓRICO.....</b>	<b>13</b>
<b>4. PLANO DE ENSINO.....</b>	<b>18</b>
<b>4.1Estratégias para a coleta de dados.....</b>	<b>21</b>
<b>5. EXPERIÊNCIA DIDÁTICA E SUA ANÁLISE.....</b>	<b>22</b>
<b>5.1 Hipóteses e análise das mesmas.....</b>	<b>34</b>
<b>5.2 Síntese do que foi feito.....</b>	<b>37</b>
<b>6. CONCLUSÕES E REFLEXÕES PESSOAIS.....</b>	<b>38</b>
<b>7. REFERÊNCIAS.....</b>	<b>40</b>
<b>8. ANEXOS .....</b>	<b>41</b>



## 1. INTRODUÇÃO

Meu nome é José Rogerio Guimarães Pinto Lapuente e fiz a minha formação em Licenciatura plena em Matemática pela Universidade Católica de Pelotas. Sou professor atuante da rede estadual de ensino desde 1993, e na área de Matemática e Física desde 2001.

Este TCC tem o objetivo de relatar a engenharia didática que desenvolvi em que utilizei o recurso didático de vídeo e abordagens alternativas para absorção de conteúdos e desenvolvimento de habilidades no ensino do conteúdo de probabilidades. O trabalho foi realizado com 24 alunos do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Carlos Alberto Ribas, que está situada em Jaguarão/ RS.

Especificamente, a engenharia foi desenvolvida com os objetivos de planejar e desenvolver um plano de ensino sobre noções iniciais de probabilidades que encaminhasse uma apreensão significativa e abrangente da noção de probabilidades através de uma pedagogia que tem como ponto de partida a realidade e atividades práticas.

A metodologia empregada é inspirada na “Engenharia Didática”, que é uma expressão com duplo sentido. Designa produções para o ensino, derivadas de resultados de pesquisa, e também designa uma específica metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula.

A *teoria* da Engenharia Didática foi criada para atender a duas questões: (site UFRGS)

- a) a questão das relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino;
- b) a questão do lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa.

Nessa linha, prática de ensino é articulada com prática de investigação.

O tema foi escolhido pelo conhecimento das dificuldades encontradas por alunos em aprender o conteúdo e professores em elaborar um plano de ensino que valorize a ação dos alunos, ou seja, com uma abordagem construtivista.

O vídeo escolhido como recurso didático tem o título de “Como Funciona a Mega Sena”. Esse vídeo pode ser encontrado no seguinte endereço na internet: <http://lazer.hsw.uol.com.br/mega-sena4.htm>.

A escolha do vídeo ocorreu pelo fato deste apresentar uma aplicação importante da teoria da probabilidade, que teve origem nos “jogos de azar”, começando com trabalhos de matemáticos contratados, ou interessados, eles próprios em jogar. Tornou-se depois um fundamento sobre o qual se baseia a Estatística, além de aplicações científicas, no estudo de fenômenos físicos, biológicos ou sociais.

A utilização de jogos em sala de aula pode se tornar uma maneira eficaz de familiarizar o aluno com o mundo probabilístico. O objetivo de utilizar o vídeo foi fazer uma correspondência simples e direta do ensino com o cotidiano, despertando o interesse do aluno pelo conteúdo.

Conversando com colegas e baseado na minha própria experiência pessoal, observei que os professores, na sua maioria, apóiam-se nas sequências propostas em livros didáticos fornecidos aos alunos, não procurando outras fontes de material didático, e dificilmente usam recursos diversificados e tecnológicos, como vídeos e softwares. Também existem os professores que procuram abordar o conteúdo, a partir de situações do cotidiano, propondo problemas para depois construir os conceitos. Entretanto, poucos utilizam jogos em sala de aula como ferramenta didática. Cabe também ressaltar que poucos professores abordam a história das probabilidades em suas aulas.

Quanto às dificuldades encontradas pelos alunos, existem várias, principalmente porque alguns alunos não apresentam um raciocínio lógico necessário para o ensino do conteúdo, o qual deveria estar formado neste nível de ensino.

Os alunos confundem quando aplicar a fórmula da união de dois eventos ou da probabilidade condicional ou da multiplicação de probabilidades, quando um evento é mutuamente exclusivo, quando são independentes.

O ensino do conteúdo exige retomar conteúdos anteriormente estudados, pois são pré-requisitos, tais como divisibilidade, divisores, múltiplos, números primos, teoria de conjuntos, estatística e a própria análise combinatória, pois embora já tenham sido desenvolvidos, quando surgem, em alguns casos, exigem ser recordados.

Uma dificuldade apontada pelos alunos é quando aplicar a análise combinatória na solução do problema, que entendi ser como neste exercício:

*Uma urna contém 2 bolas brancas e 5 bolas vermelhas. Retirando-se simultaneamente 2 bolas, calcule a probabilidade de :*

- a) As bolas serem de cores diferentes*
- b) As duas bolas serem vermelhas*

*Este problema exige do aluno saber que o espaço amostral é uma combinação de 7 bolas para tomar 2 e ainda saber porque trata-se de uma combinação e não de um arranjo e que no item “a” o evento é o produto das seguintes combinações:”tomar 1 entre 2 bolas brancas dadas” e tomar 1, entre 5 bolas vermelhas dadas”.*

*Apesar de poderem ser resolvidos pela multiplicação de probabilidades, respeitando a ordem na letra “a”. Isto significa transformá-lo de retirada simultânea, em retiradas sucessivas sem reposição*

*O conteúdo exige que o professor tenha uma seqüencia didática organizada.*

*No entanto, segundo Bordier (1991), “se os matemáticos que contribuíram para a criação e o desenvolvimento da teoria das probabilidades encontraram dificuldades, pode-se presumir, sem grande dificuldade que o mesmo aconteça com alunos e professores”.*

## 2. ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

### **Livro: “Matemática: Volume único” de Manoel Paiva (2005)**

O autor inicia o conteúdo de probabilidade com um pequeno texto tratando da História da Matemática, onde cita o nome de Pierre de Fermat e Blaise Pascal como sendo desencadeadores da Teoria das probabilidades a partir de reflexões sobre problemas colocados a Pascal por um jogador, Chevalier de Mére.

Logo após o autor apresenta um problema disparador, e aproveita para dar início ao estudo de conceitos como experimento aleatório, espaço amostral de um experimento aleatório, evento e espaço amostral equiprovável, para depois definir probabilidade. Os demais conceitos são definidos de maneira objetiva e tradicional, explicando a teoria e exemplificando com problemas envolvendo jogos de azar e aplicando exercícios, os quais não apresentam em grande quantidade.

Um fato negativo é de que o autor não retorna a discutir a solução do problema colocado no início do conteúdo.

### **Livro: “Matemática: Volume único” de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida (2004)**

Os autores iniciaram o capítulo abordando a grande relação entre a teoria das probabilidades e os jogos de azar, mas observam que embora os jogos de azar tenham historicamente impulsionado o desenvolvimento da teoria das probabilidades, esta tem aplicações em outras ciências, como biologia e finanças.

O livro apresenta vários exercícios envolvendo jogos de azar, entre eles a mega sena, além de exercícios que abrangem fatos do cotidiano do aluno, e que possuem relação com outras áreas do conhecimento. Observei ainda, que os exercícios são apresentados em boa quantidade e que são bastante complexos. O livro faz uma abordagem bastante interessante do conteúdo, apresentando recursos suficientes para que o aluno construa o conhecimento necessário para resolução dos problemas propostos.

No final do capítulo os autores retornam a abordar a História da teoria das probabilidades, citando nomes importantes como de: Pacioli, Laplace, Pascal e Cardano.

E assim como Paiva, apresenta neste capítulo, uma das questões solucionadas por Pascal, e que deram origem à teoria das probabilidades:

*Num jogo de bola entre duas equipes, as apostas somam 22 ducados e são necessários 60 pontos para que uma delas seja ganhadora. Por algum incidente, o jogo é interrompido quando uma tem 50 pontos e a outra 30. Como dividir o prêmio em dinheiro entre as duas equipes. (Página 385)*

**Livro: “Matemática: Aula por aula – 2ª série” de Benigno Barreto Filho e Cláudio Xavier da Silva (2005).**

Os autores iniciam o estudo com um texto que trata da aplicação da teoria não só em jogos como em outras ciências, seguido de abordagem histórica do conteúdo, dois fatores importantes para estimular o aluno. Mas acredito que além desta abordagem, o autor poderia usar um problema para dar início ao estudo, pois logo após já parte para conceitos dos elementos do estudo.

O conteúdo é abordado de forma tradicional, definindo o conteúdo, exemplificando e partindo para a aplicação de exercícios. Quanto aos exercícios, o autor apresenta ainda exercícios complementares, diversificados, embora na sua maioria, voltados para os jogos de azar.

É um livro interessante na medida em que o professor saiba usá-lo fazendo estas correções e aliado a outros recursos didáticos.

### 3. ESTUDO TEÓRICO

Cabral Júnior (2009) apresenta uma dissertação em que o tema é o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade, no Ensino Médio.

O objetivo de sua pesquisa é verificar quais são as contribuições e dificuldades dos professores em planejar e desenvolver uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA) sobre noções iniciais de probabilidade para alunos do Ensino Médio.

O objetivo se desdobrou na seguinte questão de pesquisa: \_“Quais as dificuldades e contribuições do professor no planejamento e desenvolvimento de uma THA sobre noções iniciais de probabilidade?\_”

A metodologia de pesquisa do autor é do tipo qualitativo e foi realizada com três professores da rede pública estadual (SP), em uma escola de Ensino Médio e com estrutura física em condições razoáveis de utilização, no período da manhã, contando com um total de 96 alunos.

O desenvolvimento da THA foi acompanhado pelo pesquisador, onde foram elaborados relatórios das oito aulas (de cinquenta minutos cada) baseados em observações efetuadas durante as aulas, com o propósito de traçar um perfil em seus aspectos acadêmico e profissional, quais as metodologias empregadas em suas aulas e também as noções concedidas sobre o processo ensino e aprendizagem, os professores responderam a um questionário.

Para responder as questões de investigação foi feita a análise de dados, no momento da (re)-elaboração da THA e no momento do desenvolvimento em sala de aula.

Observando:

- 1) No momento da (re)-elaboração da THA:
  - a) Conhecimentos e dificuldades dos professores em relação ao conteúdo matemático proposto;
  - b) Conhecimentos e dificuldades dos professores em relação à metodologia recomendada para a abordagem dos conceitos propostos;
  - c) Sugestões dos professores na ampliação e modificação da THA.
- 2) No momento do desenvolvimento em sala de aula:

- a) Abordagem da THA com os alunos;
- b) A interação entre professor-aluno-conhecimento;
- c) Sequência de desenvolvimento escolhida pelo professor.

O autor apresenta duas visões de probabilidade: segundo o enfoque combinatório e o enfoque frequentista.

### **Enfoque combinatório**

Segundo Lopes & Coutinho (2009):

*“A probabilidade combinatória é a mais conhecida e estruturada na educação básica. O enfoque clássico ou combinatório é aquele em que a probabilidade é expressa como a razão entre o número de sucessos que realizam o evento que se quer estudar e o número total de resultados possíveis do experimento aleatório”.*

### **Enfoque frequentista**

Segundo Gadino, Batenero & Canizares (1996), *“a ausência de fatores pessoais e a demonstração prática por meio da experimentação são os principais elementos nesse enfoque, denotando seu caráter objetivo”.*

O autor destaca duas pesquisas que abordam o tema: a de Coutinho e a de Silva.

Coutinho (1996) *aplicou, em 1993, na França, um questionário para identificar concepções espontâneas sobre probabilidade em alunos de 2ª série do Ensino Médio e como trabalhar com estas concepções à luz dos resultados de pesquisas nacionais e internacionais, tanto na Educação Matemática como na Psicologia da Educação. A questão da pesquisa era: Quais as concepções espontâneas em alunos de 16-18 anos sobre probabilidade? Como trabalhar com estas concepções para que elas não se tornem um obstáculo epistemológico ou didático no decorrer do processo de aprendizagem?*

Silva (2002), “*propõe uma integração das concepções frequentista e clássica de probabilidade com o intuito de tornar a aprendizagem significativa e abrangente no que tange seus conceitos iniciais*”.

O autor relaciona as dificuldades dos professores em elaborar seu plano de ensino apresentando uma lista contendo os principais problemas referentes ao ensino e à aprendizagem do conceito de probabilidade no Ensino Médio, que segundo Silva (2002), são:

- Ausência de alguns tópicos importantes no processo de ensino e aprendizagem de probabilidade, tais como: caracterização de experimentos aleatórios e determinísticos. Noção de acaso e espaços amostrais não equiprováveis;
- Exclusividade de perspectiva clássica de probabilidade;
- Utilização do termo “definição-exemplo-exercício” para abordar as noções introdutórias do conceito de probabilidade (evento, espaço amostral e a própria definição de probabilidade que é realizada exclusivamente pela visão laplacional); totalmente contrária a uma proposta que parta de uma situação-problema e que somente após algumas etapas se institucionalize o conceito;
- Não consideração do caráter de uma formação em espiral que retome e aprofunde algumas noções trabalhadas, apenas definindo e dando exemplos de noções como: tipos de experimentos, experimentos aleatórios, tipos de eventos e história de teoria da probabilidade.

A partir dos resultados obtidos na revisão bibliográfica o autor elabora uma sequência de ensino de probabilidade, que foi apresentada para três professores desenvolverem com seus alunos, na expectativa de avaliar a THA e ao mesmo tempo elaborar novas hipóteses sobre o processo de ensino aprendizagem de probabilidades. O foco de investigação foram os professores e não os alunos.

A 1ª versão da THA desenvolvida foi composta:

#### Aula 1 – JOGO DA DIFERENÇA (parte 1)

Objetivo: Primeiros contatos com a frequência relativa, para possíveis conjecturas sobre sua estabilização ou não.



### Aula 2 – JOGO DA DIFERENÇA (parte 2)

Objetivos: Identificar e resolver uma situação-problema com a aproximação dos seguintes conceitos: evento simples, evento composto, evento certo, evento impossível e espaço amostral equiprovável e não equiprovável.

### Aula 3 – EXPERIMENTO: Queda da moeda

Objetivo: Caracterização de experimento aleatório e experimento determinístico explicitando suas principais diferenças.

### Aula 4 – JOGO: FACES DA MOEDA

Objetivo: Salientar a importância do par ordenado para cálculo do número de possibilidades de um evento.

### AULA 5 – JOGO DA TAMPA

Objetivo: Verificar concretamente por meio de um experimento aleatório a existência de um espaço amostral não equiprovável.

### AULA 6 – JOGO: PRODUTO PAR OU IMPAR

Objetivo: Obter o espaço amostral para o cálculo de probabilidades

### AULA 7 – ENEM 2006

Objetivo: Identificar o problema como experimento aleatório e os seus eventos. Calcular e comparar as probabilidades desses eventos mutuamente exclusivos.

### AULA 8 – ELABORAÇÃO DE UM JOGO DA SOMA

Objetivo: Avaliar se houve por parte dos alunos a apropriação de conhecimentos sobre eventos, espaço amostral e probabilidade.

A realização da pesquisa mostrou que os professores que participaram do estudo têm conhecimento da abordagem laplaciana na introdução do conceito de probabilidade, no entanto carecem de embasamento teórico sobre a possibilidade de apreensão da noção de probabilidade utilizando-se da confrontação dos enfoques frequentista e laplaciano. Este fato limitou as suas contribuições na elaboração e

desenvolvimento da THA, conduzindo os professores a uma atitude mais contemplativa do que crítica em relação às atividades apresentadas.

#### 4. PLANO DE ENSINO

Com o objetivo de propor e experimentar uma intervenção que modifique para melhor a sala de aula, construí o plano que incluiu atividades adequadas aos objetivos do plano, hipóteses que dizem respeito ao que seria esperado sobre os conhecimentos anteriores dos alunos e com relação ao desenvolvimento do processo de aprendizagem e estratégias para coleta de dados.

<b>MOMENTO/ CONTEÚDO</b>	<b>OBJETIVO</b>	<b>AÇÃO</b>	<b>RECURSO</b>
<b>MOMENTO 1</b>  <b>TEMPO:</b> 2 horas/ aula  <b>CONTEÚDO</b>  Probabilidade de acertar na mega-sena	Motivar os alunos para o novo tema, introduzindo-o através de uma situação contextualizada e de grande aplicação que são os jogos de azar, através do vídeo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Informar alguns aspectos gerais do vídeo</li> <li>• Assistir o vídeo</li> <li>• Fazer uma análise em conjunto e através de perguntas sobre o conteúdo do vídeo</li> <li>• Colocar para os alunos o seguinte questionamento para posterior solução: É mais fácil acertar na quina ou na mega sena?</li> </ul>	Vídeo  Volantes de mega-sena e quina
<b>MOMENTO 2</b>  <b>TEMPO:</b> 2 Horas/ aula  <b>CONTEÚDO:</b>  História e aplicações da teoria das probabilidades	Usar a História e aplicações da teoria como elemento de motivação em sala de aula, a fim de diminuir a resistência usualmente encontrada diante do assunto e para auxiliar numa apreensão mais significativa de conceitos da teoria.	Fazer uma inserção do contexto histórico em que se desenvolveu a teoria das probabilidades;  Fazer uma análise retrospectiva das dificuldades da teoria através de sua História;  Apresentar aplicações da teoria das probabilidades, mostrando de quantas	Livro Didático  Pesquisas na internet

		<p>e quais maneiras ela pode ser aplicada no cotidiano.</p> <p>Os alunos realizarão pesquisas sobre o assunto para ser entregue e apresentados neste momento, para isto os alunos tomarão conhecimento da pesquisa com antecedência</p>	
<p><b>MOMENTO 3</b></p> <p><b>TEMPO:</b></p> <p>2 Horas/ aula</p> <p><b>CONTEÚDO:</b></p> <p>Experimento aleatório e determinístico, espaço amostral e evento</p>	<p>Caracterização de experimento determinístico e experimento aleatório, obterem espaço amostral e eventos para o cálculo de probabilidades a fim de auxiliar o aluno quanto à compreensão do conteúdo em estudo.</p>	<p>Apresentar os dois tipos de experimentos, diferenciando-os através de exemplos.</p> <p>Introduzir a definição de espaço amostral e evento, tendo como apoio ferramentas didáticas e a árvore de possibilidades.</p> <p>Se necessário, recordar conteúdos como par ordenado, conjuntos, divisores, múltiplos, números primos, análise combinatória, entre outros;</p> <p>Aplicação de problemas diversificados, utilizando como apoio ferramentas didáticas.</p>	<p>Livro Didático</p> <p>Dados</p> <p>Moedas</p> <p>Urnas contendo bolas de diversos números e cores</p> <p>Data show</p>
<p><b>MOMENTO 4</b></p> <p><b>TEMPO:</b></p> <p>02 Horas/ aula</p> <p><b>CONTEÚDO:</b></p> <p>Equiprobabilidade</p>	<p>Desenvolver com o aluno uma melhor compreensão de equiprobabilidade</p>	<p>Os alunos formarão duplas e realizarão o experimento de lançar uma moeda 20 vezes, observando a face voltada para cima e anotando os resultados em uma tabela, onde no final, com as 12 duplas</p>	<p>Moedas</p> <p>Tabelas</p>

		<p>obteremos 240 lançamentos.</p> <p>De posse destes dados construiremos uma nova tabela contendo frequências relativas e absolutas.</p> <p>Definição de espaço amostral equiprovável e orientações sobre o baixo número de repetições, onde para considerar-se como uma aproximação de probabilidade teríamos que efetuar alguns milhares de jogadas, citando exemplos de experimentos como este dos quais se tem conhecimento.</p>	
<p><b>MOMENTO 5</b></p> <p><b>TEMPO:</b></p> <p>03 Horas/ aula</p> <p><b>CONTEÚDO:</b></p> <p>Probabilidades e suas propriedades</p>	<p>Apreensão do conceito e propriedades de probabilidades</p>	<p>Construir uma definição do cálculo de probabilidades e realizar exemplos que se pode criar na própria sala de aula, como exemplo: Qual é a probabilidade de sortear um aluno da turma e ela ser menina? Ter mais de 13 anos? Sortear um aluno da escola e ele pertencer a esta turma? Entre vários outros possíveis.</p> <p>Propriedades e resolução de problemas diversos que tenham alguma aplicação no cotidiano.</p>	<p>Dados;</p> <p>Moedas;</p> <p>Urna contendo bolas;</p> <p>Livro Didático;</p>
	<p>Reconhecer e resolver</p>	<p>Nesta aula já terá sido</p>	<p>Livro</p>

<p><b>MOMENTO 6</b></p> <p><b>TEMPO:</b></p> <p><b>03</b> Horas/ aulas</p> <p><b>CONTEÚDO:</b></p> <p>União de dois eventos, probabilidade condicional e multiplicação de probabilidades</p>	<p>problemas que pedem determinada propriedade e desenvolver no educando atitudes para o seu exercício da cidadania.</p>	<p>solicitado aos alunos pesquisas como: Resultado da última eleição para prefeito na cidade, nascimento de crianças nos últimos anos, levantamentos de pessoas residentes na quadra dos alunos, incluindo idade e sexo.</p> <p>Criar situações de aprendizagem com dados da própria turma, como: Total de alunos, número de alunos aprovados em Física, em Matemática, em Matemática e Física, em nenhuma das matérias.</p> <p>A partir daí temos um manancial de situações para trabalhar o conteúdo, através das suas propriedades, e também reconhecer eventos independentes e mutuamente exclusivos.</p> <p>E por fim solucionar a situação problema inicial que é comparar a mega sena e a quina, calculando a probabilidade de acertar também outros prêmios como a quadra, e também fazer uma comparação entre os preços das apostas nos dois jogos em função da</p>	<p>Didático</p>
--	--	--	-----------------

		quantidade de dezenas apostadas.	
--	--	----------------------------------	--

#### 4.1 Estratégias para a coleta de dados:

- a) Coletar material escrito pelos alunos;
- b) Realizar gravações das falas dos alunos;
- c) Vídeos e fotos;
- d) Diário do professor.

## 5. A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA E SUA ANÁLISE

### *MOMENTO 1- 17 de junho (dois períodos): APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DO VÍDEO “Como Funciona a Mega Sena”*

Informei aspectos sobre o conteúdo do vídeo “Como Funciona a Mega Sena” que iriam assistir e a sua relação com o novo conteúdo. Durante a apresentação foi possível perceber que o assunto do vídeo conseguiu a atenção dos alunos, que na verdade tinham muitas curiosidades sobre como o jogo funciona e principalmente não tinham idéia da probabilidade de acertar seu prêmio principal. O conteúdo do vídeo ainda serviu para que percebessem o elo que existe entre o conteúdo que seria estudado e o cotidiano.



Figura 1 – Grupo assistindo vídeo

Outro fato que lhes chamou muito atenção foi sobre a colocação do Matemático de que não devemos considerar os jogos deste tipo como um investimento, mas sim, como entretenimento, não podendo aplicar de forma alguma um valor significativo, pois este depende da sorte, muita sorte, com probabilidade de 1 para 50 milhões aproximadamente. Foi possível perceber que eles não tinham idéia desta probabilidade, pois a grande maioria das pessoas joga, mas não tem esta ideia, o pensamento é que são apenas seis números para se acertar num total de 60, apesar de encontrarmos no verso do boleto de aposta esta probabilidade.

Os alunos receberam uma folha contendo 13 questionamentos sobre o assunto do vídeo. As perguntas sobre o conteúdo do vídeo podem ser vista no **Anexo 1**.

Além do vídeo, cada aluno deveria levar para esta aula, bilhetes de apostas da mega-sena e quina, para realizarem apostas e futura comparação de resultados.

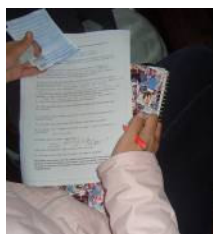


Figura 2 – Boleto de Mega e Quina

O vídeo também serviu para:

- Que os alunos formassem, da sua forma um primeiro conceito de probabilidade;
- Dar uma primeira ideia de Equiprobabilidade, onde em vários momentos o matemático comenta que apesar de haverem números sorteados mais vezes do que outros todos têm a mesma probabilidade de serem sorteados.

Por falta de tempo e por depender de pesquisa, não foi possível realizar as duas questões a seguir, ficando para outro momento.

Questão 5 – De posse de seu cartão de aposta, realize uma aposta de seis números, e vamos fazer uma análise do número mais apostado na turma:

Questão 8 – Qual é a previsão do matemático para este sorteio? Faça uma pesquisa do resultado do sorteio comentado no vídeo e compare os resultados?



O resultado a que me referi foi referente ao sorteio da mega sena da virada.

A questão 13 (Em qual loteria é mais fácil de acertar. Na mega ou na quina?) funcionou como um problema disparador, sendo resolvido no momento 7 da prática de ensino.

Concluindo, o vídeo foi fundamental e eficiente pra introduzir o conteúdo. Os fatos foram constatados com base nas respostas do grupo e observação de seus comportamentos enquanto assistiam ao vídeo.

### ***MOMENTO 2 – 18 DE JUNHO (dois períodos): HISTÓRIA E APLICAÇÃO DE PROBABILIDADES***

Para dar tempo de os alunos pesquisarem sobre o assunto e se organizarem em grupos, solicitei esta tarefa no dia 11 de junho.

A tarefa foi realizar pesquisa na internet sobre aplicações e História das Probabilidades, devendo o trabalho ser entregue e apresentado para o grande grupo nesta data, 18 de junho.

Houve muito boas apresentações, servindo assim para inserção do contexto histórico em que se desenvolveu a teoria das probabilidades e a sua aplicação no cotidiano, tais como Biologia, Economia, Estatística, dentre outros.

Além de apresentações dos trabalhos fizemos uma abordagem no livro didático adotado pela escola que é Xavier e Barreto (2005).

Apresentaram-se três grupos, restando dois grupos para apresentarem seus trabalhos numa outra aula.



Figuras 3;4;5 – Grupos 1, 2 e 3

Fizemos nesta aula o levantamento do número mais apostado pelos alunos nas apostas feitas por eles na aula 1. O resultado foi o número 27, com seis vezes, mas ficou claro para os alunos de que mesmo ele tendo sido sorteado mais vezes a probabilidade de todos é a mesma.



Figura 6 – Alunas em sala de aula

**MOMENTO 3 – 21 DE JUNHO (dois períodos): EXPERIMENTO ALEATÓRIO, EXPERIMENTO DETERMINÍSTICO, ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO.**

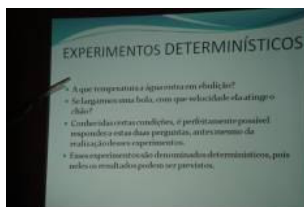


Figura 7 – Slide Experimentos Determinísticos

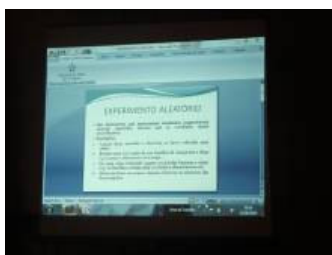


Figura 8 – Slide Experimentos Aleatórios



Figura 9 – Slide Espaço Amostral



Figura 10 – Slide Evento

Os alunos compreenderam a diferença entre experimentos aleatórios, que são aqueles que podem ser repetidos diversas vezes sob as mesmas condições iniciais, e mesmo assim não é possível determinar previamente o resultado e os experimentos determinísticos que são aqueles em que podemos determinar os resultados nas diversas vezes que repetimos o experimento.

Com o intuito de auxiliar os alunos quanto à compreensão do conteúdo em estudo, apresentei exemplos dos experimentos. Convém salientar que o objeto de estudo são os experimentos aleatórios.

Espaço amostral foi apresentado como sendo o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório e evento como sendo qualquer subconjunto de um espaço amostral. Neste tópico havia pré-requisitos, tais como divisibilidade, divisores, múltiplos, números primos, par ordenado, teoria de conjuntos, que exigiram ser recordados.

Foram propostas atividades do livro envolvendo evento e espaço amostral.

### **23 de Junho (1 período): CONTINUAÇÃO DA APRESENTAÇÃO DOS TRABALHOS**

Esta aula não estava prevista, foi realizada em função de faltar à apresentação de dois grupos no momento 2.



Figura 11 – Grupo 4

***MOMENTO 4 - 24 DE JUNHO (dois períodos): ESPAÇO AMOSTRAL EQUIPROVÁVEL***

Um espaço amostral é equiprovável se as frequências relativas de seus elementos tendem a um mesmo valor quando o número de vezes que o experimento é repetido tende ao infinito. Para auxiliar na ilustração deste conceito, estava previsto para este momento, o seguinte experimento:

Os alunos formariam duplas e fariam o experimento de lançar uma moeda 20 vezes, observando a face voltada para cima e anotando em uma tabela, onde no final com os resultados das 12 duplas obteríamos 240 lançamentos organizados em uma tabela contendo frequências absolutas e relativas, ainda que sejam estas um baixo número de jogadas.

Entretanto, não foi possível a realização do experimento, de forma que resolvi abordar o conteúdo citando experimentos já realizados, mas foi possível constatar que os alunos entenderam a idéia de equiprobabilidade. Neste tópico um pré-requisito fundamental é a Estatística. Ainda neste momento realizamos correções de atividades de espaço amostral e evento, propostos no momento 3.

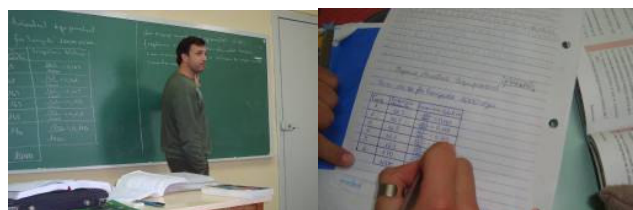


Figura 12 e 13– Aula espaço amostral equiprovável

**MOMENTO 5 – 28 DE JUNHO (dois períodos): DETERMINAÇÃO DA PROBABILIDADE DE OCORRÊNCIA DE UM EVENTO**

Entendendo que os alunos haviam adquirido o conhecimento necessário, principalmente de espaço amostral e evento, parti para a determinação da probabilidade de ocorrência de um evento.

Cálculo de probabilidades: Quando um fenômeno (ou experimento) aleatório, com espaço amostral finito, consideramos que todo evento elementar tem a mesma “chance” de ocorrer (o espaço é equiprovável), a probabilidade de ocorrer um evento A, é indicado por  $p(A)$ , é um número que mede essa chance e é dado por:

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Para auxiliar na ilustração deste conceito, utilizei recursos como dados, moedas e urna contendo bolas de cores diferentes.

Com o intuito de fazer uma ligação com o conteúdo e o cotidiano do aluno, os problemas de introdução foram criados com dados tirados da própria sala de aula como:

“Qual é a probabilidade de sortear um aluno da turma e ele ser menino?”

Também entreguei uma lista de problemas (**Anexo 2**) para os alunos, que fez parte da avaliação.

**MOMENTO 6 - 01 DE JULHO (três períodos): UNIÃO DE DOIS EVENTOS, PROBABILIDADE CONDICIONAL E MULTIPLICAÇÃO DE PROBABILIDADES**

Trabalhei estes conceitos criando problemas com situações criadas na própria sala de aula, com auxílio de uma urna contendo bolas, e também de dados, além do livro didático.

## APRESENTAÇÃO DOS TRABALHOS DE PESQUISAS

Em momento anterior eu havia solicitado aos alunos quatro trabalhos de pesquisa que foram sorteados entre os grupos para serem apresentados e entregues nesta data. Todos os grupos apresentaram o histórico dos dados coletados para a turma.

De posse destes dados elaborei atividades para serem desenvolvidas no próximo encontro, envolvendo o conteúdo, servindo também como avaliação, seguido de cada grupo está uma atividade.

**Grupo 1-** O grupo realizou entrevista em 17 residências de uma quadra da cidade, coletando dados das pessoas residentes como: nome, idade, sexo, número de pessoas na residência e endereço. O grupo apresentou em seu trabalho fotos e vídeos realizados durante a pesquisa.



Figura 14– Grupo 1

**Grupo 1-** Coleta de dados em 17 residências da cidade.

Dados:

- Nomes dos moradores;
- Idade;
- Sexo;
- Nº de pessoas;
- Endereço.

**TABELA**

<b>Idade / Sexo</b>	<b>Feminino</b>	<b>Masculino</b>	<b>Total</b>
Mais de 30 anos	11	16	27
Menos de 30 anos	12	11	23
Total	23	27	50

### Atividades:

1- Os eventos ser homem e ter mais de 30 anos são mutuamente exclusivos? Por quê?

2- Uma pessoa é escolhida ao acaso, determine a probabilidade:

- De essa pessoa ser do sexo masculino:
- De essa pessoa ter mais de 30 anos:
- De essa pessoa ter menos de 30 anos ou ser do sexo masculino:
- De ter mais de 30 anos, sabendo que é do sexo feminino:
- De ser mulher com mais de 30 anos:

**Grupo 2** – O grupo coletou dados sobre nascimento de crianças em Jaguarão - entre os anos de 2004 e 2008. Apresentaram dados como: número de crianças nascidas em cada ano por parto normal, cesáreo e total em cada ano e no geral, através de tabela e gráfico.



Figura 15 – Grupo 2

**Grupo 2** – Número de nascimento de crianças nascidas nos anos de 2004 a 2008 em Jaguarão.

Dados:

- Parto normal;
- Parto cesáreo.

**TABELA**

Partos/ Ano	2004	2005	2006	2007	2008	Total
Normal	231	210	196	168	148	953

Cesáreo	270	204	178	169	178	999
Total	501	414	374	337	326	1952

**Atividade:**

Uma criança é escolhida ao acaso, determine a probabilidade:

- De ter nascido no ano de 2004;
- De ter nascido de parto normal;
- De ter nascido no ano de 2007 com parto cesáreo;
- De ter nascido de parto normal, sabendo que foi no ano de 2008:

**Grupo 3** – O grupo realizou pesquisa sobre a última eleição para prefeito e vereadores na cidade. Os dados apresentados pelo grupo foram: Resultado da eleição; Total de votantes no município.



Figura 16 – Grupo 3

**Grupo 3-** Eleições 2008 em Jaguarão.

Dados:

- Candidatos;
- Nome do Partido;
- Votação para prefeito.

**TABELA**

Número	Partido	Votação
13	PT	6.886
11	PP	5.500
14	PTB	4.986



Nulos		530
Branco		439
Total		18.341

### Atividades:

1- Escolhendo-se aleatoriamente um dos eleitores:

- a) Qual é a probabilidade de esse eleitor ter votado no PP?
- b) Supondo-se que ele não votou no candidato do PT. Qual é a probabilidade de que esse eleitor tenha votado em branco?

2 - Considerando os eventos:

Votar para prefeito no candidato do PT;

Votar para prefeito no candidato PP;

Estes eventos são mutuamente exclusivos? Por quê?

**Grupo 4** – O grupo realizou pesquisa sobre a população (urbana e rural) e a área do município. O grupo apresentou os dados através de tabela.



Figura 17 – Grupo 4

**Grupo 4** - Área e população do município de Jaguarão.

Área do Município:

Dados:

- Área Total: 2.054,390 Km<sup>2</sup>

População de Jaguarão no ano de 2000:

Dados:

- Homens: 14.831
- Mulheres: 15.258
- População Urbana: 27.186
- População Rural: 2.903
- População Total: 30.089

**Atividades:**

1 - Qual é a probabilidade de escolhendo aleatoriamente uma pessoa:

- a) Essa ser mulher?
- b) Essa ser do meio rural?

2 - Supondo que na população rural o total de mulheres sejam 500, construa uma tabela com esses dados, e determine a probabilidade de escolher aleatoriamente uma pessoa e ela ser homem do meio rural;

***Momento 7 – 05 de Julho (3 períodos)***

De posse dos dados das pesquisas realizadas pelos alunos, elaborei duas folhas de problemas de aplicação, valendo como uma pequena avaliação (**Anexos 3 e 4**).



Figura 18 – Aluno realizando as atividades

Ainda foi possível propor a solução do problema colocado no Momento 1, já que neste momento (7) os alunos já tinham adquirido o conhecimento necessário para a sua solução, este problema havia sido colocado no momento 1, funcionando como um problema disparador:

“Em qual loteria é mais fácil acertar. Na mega-sena ou na quina?”

Os alunos determinaram a probabilidade de acertar no prêmio principal da mega-sena e da quina e constataram que é mais fácil acertar na quina.

Observação: A previsão era de 6 encontros, mas foram necessários 8 encontros, em razão de avaliações e de correção de atividades propostas.

### **5.1. Hipóteses e análises das mesmas**

- HIPÓTESE 1 – Pressuponho que a abordagem Histórica contribua para motivar os alunos a aprender o conteúdo e que cause interesse nos mesmos;

A validade desta hipótese foi registrada em um vídeo mostrando que todos os alunos participaram da apresentação dos trabalhos, e souberam com as suas palavras falar sobre a História da teoria, o que mostrou interesse de todos.

- HIPÓTESE 2 – Pressuponho que citar aplicações da teoria das probabilidades, assim como de quantas e quais maneiras ela pode ser utilizada no cotidiano, além do trabalho de pesquisa que deverão apresentar sirva para o aluno compreender que a teoria não é aplicada somente nos jogos de azar, onde teve origem.

A validade desta hipótese foi registrada em um vídeo que mostra os alunos durante a apresentação do trabalho sobre a História e aplicação da probabilidade citando ramos em que a probabilidade é aplicada.

- HIPÓTESE 3 – Pressuponho que a utilização do vídeo sirva para motivar os alunos à medida que eles considerem interessante conhecer e calcular a probabilidade de ocorrer determinado fenômeno;

A validade desta hipótese foi registrada em um vídeo que mostrou os alunos se empenhando nas atividades propostas, trocando ideias entre eles, e essas dedicações tiveram durante as outras tarefas que realizamos.

- HIPÓTESE 4– Pressuponho que as atividades propostas permitam distinguir um experimento determinístico de um experimento aleatório;

A validade desta hipótese foi registrada em um vídeo que mostrou uma aluna diferenciando e dando exemplos de cada fenômeno, embora com as suas palavras, percebe-se que ela entendeu o conteúdo.

- HIPÓTESE 5 – Pressuponho que alguns alunos apresentarão algumas dificuldades para criarem o espaço amostral e evento, que necessitarão de conhecimentos de árvore de possibilidades, par ordenado, análise combinatória, múltiplos, divisores, entre outros;

A validade desta hipótese foi registrada em um vídeo que mostrou um aluno com dificuldade em determinar o espaço amostral no lançamento de dois dados, necessitando assim uma abordagem da ideia de par ordenado.

- HIPÓTESE 6 – Pressuponho que as pesquisas feitas fora da escola tragam conhecimentos prévios dos alunos e que contribuirão para a elaboração de atividades;

Os alunos realizaram boas pesquisas, trouxeram conhecimentos prévios que possibilitaram realizar tarefas relacionadas com dados importantes, que influenciam sua vida social.

- HIPÓTESE 7– Pressuponho que o trabalho amenizará possíveis dificuldades de aprendizagem, já diagnosticadas, a partir do momento que eles tenham bem formulados os conceitos da teoria, demonstrando na sua maioria um bom desempenho nas atividades propostas;

Aproveitamento dos alunos:

Abaixo de 50% - 1 aluno

De 50% a 60% - 0

Entre 60% e 70% - 5 alunos

De 70% a 80% - 6 alunos

Entre 80% e 90% - 6 alunos

De 90% a 100% - 6 alunos

Segue em anexo as avaliações de alguns alunos que considerei boa (**Anexos 3 e 4**), média (**Anexo 2**) ou ruim (**Anexo 5**).

- **HIPÓTESE 8** – Pressuponho que o conhecimento do conteúdo sirva para tornar o educando capacitado a exercer mais conscienciosamente sua cidadania, tornando-o apto a compreender as informações veiculadas, fazer previsões e tomar decisões que influenciam suas vidas pessoais e em comunidade.

Esta hipótese pode ser validada até mesmo ao terem assistido o vídeo, pois o matemático deixa bem claro que não se pode encarar o jogo como investimento, aplicando um dinheiro que possa fazer falta, esta foi resposta dos alunos a questão 10, pode ser observado na resposta do aluno (**Anexo 01**).

Além disto, vários comentários foram feitos sobre a aplicação da probabilidade, por exemplo, antes de colocar um negócio, realizando uma pesquisa de mercado, semelhantes a que eles realizaram.

## **5.2. Síntese do que foi feito, conclusões e reflexões sobre a engenharia**

Este trabalho tratou do ensino de Probabilidades, voltado para o aluno do ensino Médio e utilizou como recursos didáticos alternativos a exibição de vídeo, uso de software, formulação de problemas, uso de modelagem, e ainda a execução de exercícios com utilização de moedas, dados e bolas.

Para tentar obter uma melhoria no cenário do ensino e da aprendizagem, foi desenvolvido um plano de ensino cujo principal objetivo foi planejar e desenvolver um plano de ensino sobre noções iniciais de probabilidades que encaminhe uma apreensão significativa e abrangente da noção de probabilidades através de uma pedagogia que tem como ponto de partida a realidade e atividades práticas.

Antes de iniciar a prática, foram formuladas oito hipóteses. As hipóteses eram referentes a possíveis facilidades e dificuldades que os alunos apresentariam e eficácia do uso dos recursos pedagógicos. A partir dos dados coletados na prática, foi possível se verificar que as oito hipóteses foram validadas.

O plano de Ensino permitiu uma abordagem razoavelmente abrangente do conteúdo, ainda que seja um conteúdo bastante extenso e de problemas muito variados, necessitando ainda de outros momentos para abordagem de vários outros problemas, aplicados em diversos ramos do conhecimento, que envolvem o cálculo de probabilidade.

## 6. CONCLUSÕES E REFLEXÕES PESSOAIS

Com a prática foi possível desenvolver uma compreensão melhor do conteúdo de probabilidade, já que para realizar o trabalho foi necessária bastante pesquisa como: revisão bibliográfica de obras de vários autores, dissertações, análise de dificuldades encontradas pelos alunos em aprender o conteúdo.

Com isto foi possível abordar o conteúdo de forma diferente a abordada em outros momentos, como por exemplo, abordando a História da Probabilidade.

Quanto à escolha dos recursos, eu nunca havia utilizado o vídeo na sala de aula. A partir de então percebi que este sendo bem escolhido é uma ferramenta didática importante para dar motivação ao aluno. Neste caso escolhi um vídeo que mostra uma situação concreta, familiar e contextualizada que são os jogos de azar, havendo assim uma aprendizagem significativa.

O estudo teórico foi fundamental na elaboração do meu plano de ensino, apesar deste, se fundamentar numa quantidade maior de jogos.

Fundamentado nesta teoria elaborei um plano de ensino, onde procurei:

- ✓ Confrontação entre o enfoque frequentista e combinatório;
- ✓ Não utilizar apenas as propostas oferecidas pelo livro didático;
- ✓ Diferenciar experimento determinístico e aleatório;
- ✓ Utilizar ferramentas como jogos para melhor compreensão das atividades;
- ✓ Não intervir no processo de conhecimento do aluno, de maneira a impossibilitar que ele tenha certas percepções na busca do conhecimento;

Com a prática desenvolvi uma compreensão melhor a respeito das possibilidades de utilização de recursos como o vídeo, utilizado nesta Engenharia. Eles são muito úteis para introduzir um novo assunto, para despertar o interesse no aluno em aprofundar a matéria.

Entre as dificuldades dos alunos, diagnosticada antes da prática, cito a resolução de problemas que envolvam a probabilidade condicional, união de dois eventos e multiplicação de probabilidades. Problemas envolvendo estas propriedades foram abordados envolvendo dados das pesquisas feitas pelos alunos, isto ajudou a motivar os alunos a aprender e tornar mais simples as suas soluções.

Um fato negativo foi o número de alunos que erraram uma questão por considerar o número 1 como número primo, por bastante falta de atenção, pois haviam feito exercícios abordando números primos, divisores, múltiplos, etc, pura falta de atenção.

Durante a prática identifiquei mudanças positivas no comportamento e no conhecimento adquirido pelos alunos. A receptividade quanto ao conteúdo foi melhor, à medida que foram participativos no processo de construção do conhecimento e tiveram valorizados conhecimentos trazidos por eles, ou seja, a forma didática com a qual o conteúdo é apresentado ao aluno influencia fortemente o significado do saber matemático que ele terá.

Além dos alunos, colegas, professores também perceberam que eu estava buscando melhor qualidade em minhas experiências, isso fez com que todos se motivassem em melhorar a qualidade do ensino.



## 7. REFERÊNCIAS

Cabral Junior, Rubens de Souza. Abordagem das Noções Iniciais de Probabilidade em uma Perspectiva Construtivista. 2009. 102f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009. Disponível em [HTTP://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/CABRALJR\\_rubens\\_souza.html](http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/CABRALJR_rubens_souza.html): acessado em 15/04/2010.

SILVA, Cláudio Xavier; FILHO, Barreto., Matemática 2ª: aula por aula. 2ª ed. renov.-São Paulo: FTD, 2005.

PAIVA, Manoel., Matemática: volume único. 1ª Ed. São Paulo: Moderna, 2005.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto., Matemática: volume único. 2ª Ed. São Paulo: Atual, 2004.

Base teórica do projeto TCC no curso de especialização à distância para professores de matemática –Mídias digitais – Didática. Disponível em <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/tcc/>. Acesso em 16 de abril de 2011.

## 8. ANEXOS

## Anexo 01

1 - Qual é o assunto do vídeo?  
*Probabilidade de sair o prêmio da Mega-sena da Sinalada.*

2 - Qual é a dezena que mais número de vezes foi sorteada?  
*41*

3 - Apesar de haverem números que tenham sido sorteados mais vezes do que outros, para você a chance de cada um dos sessenta números é a mesma?  
*Sim, porque os números são sorteados aleatoriamente*

4 - Qual é aposta mínima e a máxima que pode ser feita na mega sena?  
*A mínima é R\$ 2,00 e a máxima é R\$ 10.000,00*

5 - De posse de seu cartão de aposta, realize uma aposta de 6 números, e vamos fazer uma análise do número mais apostado na turma.  
*O número mais apostado pela turma foi 37*

6 - Conforme foi dito pelo Matemático, qual é a sua chance de ganhar o prêmio principal da mega sena?  
*1 em 50 milhões*

7 - Qual é sua idéia de probabilidade?  
*Previsão da ocorrência de determinado fato*

8 - Qual é a previsão do matemático para este sorteio? Faça uma pesquisa do resultado do sorteio comentado no vídeo e compare os resultados?  
*A resposta está no final da folha.*

9 - Você tinha idéia da probabilidade de acertar neste jogo?  
*Não, não sabia que era tão difícil acertar.*

10 - Você arriscaria jogar um valor significativo neste jogo? Do que depende o seu resultado?  
*Não, para ganhar é necessário sorte.*

11 - O que foi mais proveitoso para você no vídeo? Você achou interessante o conteúdo deste?  
*Achei interessante a probabilidade de uma pessoa acertar com os mesmos números a cada 192 anos. Se jogar o aposta máxima (R\$ 10000,00)*

12 - Já tendo você conhecimento de Análise Combinatória, responda?

a) O número de resultados possíveis na mega é feito por arranjo ou combinação?  
*Combinação.*

b) Quantos são os possíveis resultados?  

$$C_{60,6} = 50063860 \quad C_{60,6} = \frac{60!}{(60-6)!6!} = \frac{60 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 57 \cdot 56 \cdot 55 \cdot 54!}{54! \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{600766320}{12} = 50063860$$

c) Por que uma aposta de 7 números custa R\$14,00?  
*Porque aumentam as chances de ganhar, e como se você tivesse feito sete jogos com 6 números diferentes.*

13 - Em qual loteria é mais fácil de acertar. Na mega ou na quina?  
*Na quina.*

*Perguntas como esta, além de outras curiosidades sobre estas loterias, além de outras aplicações do conteúdo, serão abordadas e esclarecidas no desenvolvimento de nossas próximas aulas, com o conhecimento de probabilidades.*

$$C_{80,5} = \frac{80!}{(80-5)!5!} = \frac{80 \cdot 79 \cdot 78 \cdot 77 \cdot 76 \cdot 75!}{75! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{2884801920}{120} = 24040016$$

*Resposta da questão 8: conforme o matemático há 80% de chance de ter seu mais premiados. O resultado do sorteio foi: 2 apostadores acertaram os 6 números, outras 734 apostas acertaram a quina e 55388 ganharam a quadra. Os números sorteados foram: 10-21-40-46-49-58*

## Anexo 02

**PROBLEMAS SOBRE PROBABILIDADES / 2010**

**1ª Questão:** Em um lançamento de dois dados, um amarelo e outro verde, qual a probabilidade de que a soma dos pontos obtidos seja:

a) 7  $\frac{1}{6} = 16\%$  ✓  
b) Diferente de 7  $\frac{30}{36} = \frac{5}{6} = 83\%$  ✓

**2ª Questão:** Numa prova de matemática, com duas questões, 20 alunos acertaram as duas questões, 50 acertaram a 1ª questão e 40 acertaram a 2ª questão. Sabendo que todos os alunos acertaram pelo menos 01 das questões, procure saber:

1) Quantos alunos fizeram a prova?  $70$  alunos ✓  
2) Escolhendo aleatoriamente um aluno entre os que fizeram a prova, calcule a probabilidade de esse aluno ter acertado apenas uma questão.  
 $\frac{50}{70} = 71\%$  ✓

**3ª Questão:** Considere uma urna contendo 22 bolas (10 azuis, 08 brancas e 04 verdes). Uma bola é retirada da urna e, a seguir, sem reposição de bola, uma segunda bola é retirada. Calcule a probabilidade de as duas bolas serem azuis.

$$\frac{10}{22} \times \frac{9}{21} = \frac{15}{77}$$
 ✓

**4ª Questão:** No lançamento de duas moedas, a probabilidade de se obter pelo menos uma cara é:

a) 50%  
b) 100%  
c) 25%\*  
 d) 75% ✓  
e) 33%

**5ª Questão:** Uma urna contém 10 bolas pretas e 08 bolas vermelhas. Retiramos 03 bolas, sem reposição. Qual é a probabilidade de as duas primeiras serem pretas e a terceira, vermelha?

a) 5/34 ✓  
b) 7/18  
c) 1/2  
d) 6/17  
e) 1/19

$$\frac{10}{18} \times \frac{9}{17} \times \frac{8}{16} = \frac{720}{4896} = \frac{80}{544} = \frac{10}{68} = \frac{5}{34}$$

**6ª Questão:** Escolhido ao acaso um elemento do conjunto dos divisores positivos de 60, a probabilidade de que ele seja primo é:

a) 1/2  
b) 1/5  
c) 1/3  
 d) 1/4 ✓  
e) 1/6

$$D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

$$P = \{1, 2, 3, 5\} \quad \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

**7ª Questão:** Um senhor enviou 150 cartas para um concurso, no qual seria sorteada uma (01) só carta de um total de 5.500 cartas. A probabilidade de 01 das cartas deste senhor ser sorteada é:

a) 3/55  
 b) 3/110 ✓  
c) 1/5.350  
d) 1/5.499  
e) 1/5.500

$$\frac{150}{5500} = \frac{3}{110}$$

Página 1

## Anexo 03

Problemas com dados das pesquisas realizadas pelos grupos

**Grupo 1 - Coleta de dados em 17 residências da cidade.**

Dados:

- Nomes dos moradores;
- Idade;
- Sexo;
- Nº de pessoas;
- Endereço.

TABELA

Idade / Sexo	Feminino	Masculino	Total
Mais de 30 anos	11	16	27
Menos de 30 anos	12	11	23
Total	23	27	50

Atividades:

1- Os eventos ser homem e ter mais de 30 anos são mutuamente exclusivos? Por quê?

*Não, porque tem elementos em comum*

2- Uma pessoa é escolhida ao acaso, determine a probabilidade:

a) de essa pessoa ser do sexo masculino:  $\frac{27}{50} = 54\%$

b) de essa pessoa ter mais de 30 anos:  $\frac{27}{50} = 54\%$

c) de essa pessoa ter menos de 30 anos ou ser do sexo masculino:  $P(A \cup B) = \frac{23 + 27 - 11}{50} = \frac{39}{50}$

d) de ter mais de 30 anos, sabendo que é do sexo feminino:  $\frac{11}{23} = 47\%$

e) de ser mulher com mais de 30 anos:  $\frac{11}{50}$

**Grupo 2 - Número de nascimento de crianças nascidas nos anos de 2004 a 2008 em Jaguarão.**

Dados:

- Parto normal;
- Parto cesáreo.

TABELA

Partos/ Ano	2004	2005	2006	2007	2008	Total
Normal	231	210	196	168	148	953
Cesáreo	270	204	178	169	178	999
Total	501	414	374	337	326	1952

Atividade:

→ Uma criança é escolhida ao acaso, determine a probabilidade:

a) de ter nascido no ano de 2004:  $\frac{501}{1952}$

b) de ter nascido de parto normal:  $\frac{953}{1952}$

c) de ter nascido no ano de 2007 com parto cesáreo:  $\frac{169}{1952}$

d) de ter nascido de parto normal, sabendo que foi no ano de 2008:  $\frac{148}{953}$

## Anexo 04

**Grupo 3- Área e população do município de Jaguarão.**Área do Município:

## Dados:

- Área Total: 2.054.390 Km<sup>2</sup>
- Área Urbana: 28.470 Km<sup>2</sup>
- Zona Rural: 2.542 Km<sup>2</sup>

População de Jaguarão no ano de 2000:

## Dados:

- Homens: 14.831
- Mulheres: 15.258
- População Urbana: 27.186
- População Rural: 2.903
- População Total: 30.089

**Atividades:**

1 - Qual é a probabilidade de escolhendo aleatoriamente uma pessoa:

- a) essa ser mulher?  $15258/30089$  ✓
- b) essa ser do meio rural?  $2903/30089$  ✓

2 - Supondo que na população <sup>rural</sup> ~~urbana~~ o total de mulheres sejam 500, construa uma tabela com esses dados, e determine a probabilidade de escolher aleatoriamente uma pessoa e ela ser homem do meio rural;

	Homem	Mulher	Total
Rural	2403	500	2903
urbano	14831	15258	27186
Total	17234	15758	30089

**Grupo 4- Eleições 2008 em Jaguarão.**

## Dados:

- Candidatos;
- Nome do Partido;
- Votação para prefeito e vereador.

**TABELA**

Número	Partido	Votação
13	PT	6.886
11	PP	5.500
14	PTB	4.986
Nulos		530
Branco		439
Total		18.341

$$\frac{2403}{30089}$$

**Atividades:**

1- Escolhendo-se aleatoriamente um dos eleitores:

- a) Qual é a probabilidade de esse eleitor ter votado no PP?  $5500/18341$  ✓
- b) Supondo-se que ele não votou no candidato do PT. Qual é a probabilidade de que esse eleitor tenha votado em branco?  $439/11455$  ✓

2 - Considerando os eventos:

Votar no candidato A;

Votar no candidato B;

Estes eventos são mutuamente exclusivos? Por quê?

Sim, Porque tem elementos em comum ✓

## Anexo 05

COLÉGIO CARLOS ALBERTO RIBAS - CECAR	
DISCIPLINA: Matemática    PROF.º José Rogerio G. P. Lapuente	
NOME: _____	
SÉRIE/TURMA: <u>3ºA</u>	DATA: <u>5/7/2010</u>
<p>1ª Questão: Em um lançamento de dois dados, um amarelo e outro verde, qual a probabilidade de que a soma dos pontos obtidos seja 10 (dez)?</p> <p><math>\frac{3}{36} = \frac{1}{12} = 8\%</math> ✓</p>	
<p>2ª Questão: Numa prova de matemática, com duas questões, 30 alunos acertaram as duas questões, 50 acertaram a 1ª questão e 60 acertaram a 2ª questão. Sabendo que todos os alunos acertaram pelo menos 01 das questões. Escolhendo aleatoriamente um aluno entre os que fizeram a prova, calcule a probabilidade de:</p> <p>a) de esse aluno ter acertado as duas questões: <math>\frac{30}{110} = 27\%</math> X</p> <p>b) de esse aluno ter acertado somente a 1ª questão: <math>\frac{50}{110} = 45\%</math> X</p>	
<p>3ª Questão: Considere uma urna contendo 20 bolas (10 azuis, 06 brancas e 04 verdes). Uma bola é retirada da urna e, a seguir, sem reposição de bola, uma segunda bola é retirada. Calcule a probabilidade de:</p> <p>a) as duas bolas serem azuis: <math>\frac{10}{20} \times \frac{9}{19} = 23\%</math> ✓</p> <p>b) a primeira ser branca e a segunda ser verde: <math>\frac{6}{20} \times \frac{4}{19} = 6\%</math> ✓</p>	
<p>4ª Questão: No lançamento de duas moedas, a probabilidade de se obter uma cara é:</p> <p>X 50%    b) 100%    c) 25%    d) 75%    e) 33%</p> <p>✓</p>	
<p>5ª Questão: Escolhido ao acaso um elemento do conjunto dos divisores positivos de 30, a probabilidade de que ele seja múltiplo de 5 é: (1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30)</p> <p><math>\frac{3}{8} = 37\%</math> X</p> <p>a) <del>3/4</del>    b) 5/8    c) 5/30    d) 4/5    e) 8/30</p> <p>Boa Prova!</p>	
Página 1	