UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

DENISE VIEIRA KAZANOWSKI

ENSINO DE GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS EM MINAS DO LEÃO: ALGUMAS REFLEXÕES

Porto Alegre
2010

DENISE VIEIRA KAZANOWSKI

ENSINO DE GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS EM MINAS DO LEÃO: ALGUMAS REFLEXÕES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Francisco Egger Moellwald

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ENSINO DE GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS EM MINAS DO LEÃO: ALGUMAS REFLEXÕES

Denise Vieira Kazanowski

Comissão Examinadora

Profa. Dra. Helena Dória Lucas de Oliveira (FACED/UFRGS)
Profa. Dra. Elisabete Zardo Búrigo (IM/UFRGS)
Prof. Dr. Alvino Alves Sant´Ana (IM/UFRGS)

AGRADECIMENTOS

Aos professores da UFRGS que acreditam no Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática e se preocupam com a formação e valorização dos professores da educação básica.

Ao orientador deste trabalho, Francisco Egger Moellwald, pela tranquilidade e competência com que me acompanhou. Suas críticas e sugestões foram fundamentais para a realização desta dissertação.

Às professoras que participaram do Grupo de Estudos, aceitando o desafio de aprender e rever conceitos.

À secretária municipal de educação de Minas do Leão, Silvia Maria Lasek Nunes, que acreditou e permitiu o desenvolvimento do trabalho com as professoras do município.

Aos colegas do mestrado, em especial aos amigos de estudos nos finais de semana: Dircélia, Juliana, Sandro, Márcio e Vasco, pelo apoio nos momentos difíceis.

Às colegas de escola que sempre me incentivaram, em especial as colegas Diarone Santos Câmara e Sandra Andrea Viezzer.

Aos meus pais Mariano Kazanowski e Ema Vieira Kazanowski, que sempre me apoiaram na busca do conhecimento.

Não poderia deixar de agradecer aos meus amores, meu esposo Ricardo Salles Netto e aos meus filhos Gabriel e Gustavo, pelo apoio e pela compreensão de minhas ausências.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Denise Vieira Kazanowski

RESUMO

O objetivo deste trabalho é contribuir com a ampliação do ensino de geometria nas séries iniciais, em especial no município de Minas do Leão, bem como fomentar a discussão sobre o tema. Para tanto organizei um Grupo de Estudos formado por 21 professoras, todas envolvidas com as séries iniciais do município. Neste Grupo desenvolvemos atividades de natureza geométrica, dirigidas às séries iniciais, estudamos, analisamos e discutimos as orientações contidas nos PCN, buscando um suporte teórico para o desenvolvimento da geometria nas séries iniciais com maior qualidade. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, as fontes de dados são os relatórios dos 11 encontros, filmagem de alguns encontros e entrevistas com as professoras envolvidas no Grupo, além de observações do cotidiano escolar. Relaciono as atividades do Grupo de Estudos com os ambientes de aprendizagem descritos por Skovsmose (2008), destacando e exemplificando a movimentação entre os diferentes ambientes. Mesmo sem terem sido uma escolha prévia, estes ambientes se fizeram presentes ao longo dos encontros do Grupo. Também comento sobre o alcance das atividades do Grupo a partir de observações e entrevistas realizadas com as professoras. Considero que, após a vivência no Grupo de Estudos, as professoras modificaram sua percepção sobre a geometria nas séries iniciais, incluindo e ampliando atividades de natureza geométrica em suas aulas, dando início a um processo de atualização curricular. Acrescentei a esta dissertação um apêndice, no qual disponibilizo todas as atividades desenvolvidas junto ao Grupo de Estudos.

Palavras-chave: Geometria nas séries iniciais. Grupo de estudos. Ambientes de aprendizagem.

ABSTRACT

The objective of this work is to contribute with the broadening of geometry education in the initial grades, especially in the city of Minas do Leão, as well as foster the discussion on the theme. Therefore I organized a Study Group with 21 teachers, all involved with the initial grades of the city. In this Group we developed geometric activities, directed to these grades. We also studied, analyzed, and discussed the PCN guidelines, looking for a theoretical support that may help develop the study of geometry in the initial grades with bigger quality. The research was qualitative in nature; its information sources were constituted by the reports of 11 meetings, filming of some of these meetings, and interviews with the teachers of the Group, besides some day-to-day school observation. Here, I relate the activities of the Study Group to Skovsmose's learning environments (2008), highlighting and exemplifying the transit between different environments; even without having been a previous option, these environments became present throughout the Group meetings. I also comment on the range of the Group activities based on observation and interviews carried out with the teachers. I consider that after the experience in the Study Group the teachers have changed their perception on geometry education in the initial grades, including and extending geometric activities in their classes, starting a curricular update. I added to this dissertation an appendix, in which I provide the activities developed within the Study Group.

Keywords: Geometry in the initial series. Study Group. Learning environments.

.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação.
MEC – Ministério de Educação e Cultura.
OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais.
PNLD – Programa Nacional do Livro Didático.
PPG-ENSIMAT – Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática.
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O presente trabalho é fruto de um grande desejo de contribuir para uma melhoria da qualidade do ensino de matemática nas séries iniciais, particularmente no município de Minas do Leão, onde leciono e realizei meu estágio de docência do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática (PPG-ENSIMAT) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Ao longo da minha experiência docente venho observando como a matemática está sendo trabalhada nas séries iniciais, em especial a geometria, e percebo a necessidade de mudanças, de adequações aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e, principalmente, de capacitação e atualização das professoras.

Aproveitei as inquietações das professoras das séries iniciais após a realização da Prova Brasil, em especial as dificuldades com a geometria, e imaginei, em caráter experimental, formar um Grupo de Estudos sobre o ensino de geometria nas séries iniciais, constituindo-se este o tema de meu estágio de docência. Com o apoio e suporte da Secretaria Municipal de Educação de Minas do Leão coloquei em prática esse trabalho. Pretendia partilhar meus anseios com minhas colegas, auxiliá-las na implementação da geometria nas séries iniciais, assim como ampliar meus conhecimentos sobre o assunto. O trabalho com o Grupo de estudos foi produtivo e resolvi analisá-lo mais atentamente, produzindo esta dissertação a fim de fomentar a discussão sobre o tema.

No primeiro capítulo justifico a escolha do tema: “Geometria nas séries iniciais em Minas do Leão”. Abordo a relevância do tema para a comunidade na qual a pesquisa foi realizada e discuto determinadas justificativas para a ausência do ensino de geometria nas séries iniciais do município.

No segundo capítulo relato minha experiência com o Grupo de Estudos. Iniciando pela sua constituição, exponho sua dinâmica e os conteúdos abordados. Por fim, descrevo e comento algumas de nossas atividades.

No terceiro capítulo apresento certas relações entre os Ambientes de Aprendizagem descritos por Ole Skovsmose (2008) e as atividades desenvolvidas com o Grupo de Estudos. E no quarto e último capítulo analiso os reflexos das atividades do Grupo de Estudos a partir de entrevistas com as professoras envolvidas.

Por fim, no apêndice, apresento todas as atividades desenvolvidas no Grupo de Estudos, sendo que estas estão separadas em três grandes blocos: Orientação Espacial, Objetos Tridimensionais e Objetos Bidimensionais.

A análise desta experiência mostra que é possível e necessário trabalhar geometria nas séries iniciais, auxiliando os professores neste trabalho. Além disso, exemplifica como a teoria dos ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2008) pode se fazer presente na formação de professores de matemática. Tenho a expectativa de que outros professores tornem própria esta experiência, utilizando-se destes registros.

Este trabalho não esgota o tema; muitas questões ficam abertas à espera de investigações. Espero que outras reflexões sejam desencadeadas a partir da sua leitura.

1 A GEOMETRIA NAS ESCOLAS DO MUNICÍPIO DE MINAS DO LEÃO – RS

1.1 POR QUE A GEOMETRIA DAS SÉRIES INICIAIS EM MINAS DO LEÃO?

Considero importante esclarecer os motivos para a escolha deste tema e para tanto se torna necessário conhecer parte da minha experiência como professora de Matemática na rede municipal de Minas do Leão, RS.

Minas do Leão é um pequeno município do estado do Rio Grande do Sul, sua população total era de 7.631 habitantes, de acordo com o Censo Demográfico do IBGE (2010). Atualmente possui três escolas municipais, duas estaduais e uma particular; aproximadamente 2000 alunos. Este trabalho contou com a participação de pelo menos duas professoras de cada escola mencionada.

Para tanto, acredito que seja de suma importância, especificar as escolas envolvidas nesse processo (dados referentes ao ano de 2008, fornecidos pelas respectivas escolas):

- Escola Municipal de Ensino Fundamental Ricardo Porto, com 221 alunos, sendo 155 nas séries iniciais e quatro professoras participantes do Grupo;
- Escola Municipal de Ensino Fundamental Francisco Antônio Luiz, com 96 alunos, 51 nas séries iniciais e duas professoras participantes;
- Escola Municipal de Ensino Fundamental São Miguel, com 371 alunos, 225 nas séries iniciais e seis professoras participantes.
- Escola Estadual de Ensino Fundamental Getúlio Dorneles Vargas, com 604 alunos, 265 nas séries iniciais e três professoras participantes;
- Escola Estadual de Ensino Médio Horta Barbosa, com cerca de 780 alunos, 190 nas séries iniciais, e duas professoras participantes.
- Escola de Educação Infantil Anjinho Travesso, com 15 alunos, 4 professoras participaram do Grupo de Estudos.

Durante este estudo observei que as professoras que lecionam com as séries iniciais em sua maioria são professoras concursadas, tendo como formação inicial o antigo Magistério. Atualmente possuem ou estão concluindo o ensino superior em diferentes áreas da educação. Durante os encontros foram unânimes ao afirmarem que têm receio de desenvolver geometria com seus alunos de séries iniciais e que não abordam os conteúdos relativos ao bloco espaço e forma, descritos nos PCN.

Há alguns anos tenho observado a ausência do ensino de geometria nas escolas de Minas do Leão, em especial nas séries iniciais. Nestas séries, as aulas de geometria se reduzem ao reconhecimento de algumas figuras geométricas como o quadrado, o retângulo, o círculo e o triângulo. Não são abordadas propriedades ou qualquer outro tópico de geometria, apenas a nomenclatura e o reconhecimento visual das figuras.

Preocupa-me sobremaneira o fato de que a geometria não consta no programa das escolas de Minas do Leão, em nenhuma de suas séries iniciais, (como podemos verificar no anexo A), embora esteja presente nos livros didáticos que estão nessas escolas (listados no anexo B) e nos PCN. Esta situação sempre me inquietou, pois percebo a ausência de familiaridade apresentada pelos alunos nas aulas de geometria nas séries finais do ensino fundamental, nas quais leciono.

Acredito que a presença do ensino de geometria nas séries iniciais dessas escolas facilitaria a aprendizagem da geometria nas séries finais do ensino fundamental, possibilitando um aprofundamento dos conteúdos. Atualmente, nessas escolas, o estudo da geometria só é iniciado nas séries finais, o que exige um tempo maior e mais aulas para a introdução do conteúdo.

Ao longo da rotina escolar, observando e conversando com algumas professoras de séries iniciais da escola São Miguel, na qual leciono, pude perceber que a situação não lhes causava o menor desconforto. Para elas era normal não ensinar geometria, pois não constava no programa da escola, que fora elaborado por elas próprias, tornando, assim, legítima a exclusão do ensino da mesma.

Importa observar que em Minas do Leão a elaboração do currículo escolar é realizada pelas professoras, baseando-se em orientações dos PCN e da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) 9394/96:

> "Art. 26. Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.
> § 1º Os currículos a que se refere o *caput* devem abranger, obrigatoriamente, o estudo da língua portuguesa e da matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente do Brasil" (BRASIL, 1996).

Utilizando-se desta generalidade conferida à matemática, as professoras do município acabaram excluindo alguns tópicos presentes nos PCN, e um dos excluídos foi o bloco Espaço e Forma. A seleção dos conteúdos constantes dos Planos de Estudo do município é realizada pelas professoras, considerando a Proposta Pedagógica e o Regimento Escolar elaborados por cada escola. A seguir, tais documentos são encaminhados à Secretaria Municipal de Educação, onde são apreciados. Sendo aprovados, eles entram em vigor nas escolas no ano seguinte.

Em 2007, com a chegada da Prova Brasil na escola, as professoras depararam-se com a cobrança dos conhecimentos sobre geometria e viram-se obrigadas a trabalhá-los na sala de aula. Ficaram aflitas. E assim acabou se revelando o problema principal: praticamente ausente dos programas de suas escolas, as professoras não trabalhavam geometria e não dominavam seus conceitos e conteúdos; não necessitavam estudá-los ou buscar conhecer seus procedimentos, terminologias, etc. Como iriam trabalhar com seus alunos?

Diante desta problemática, visando compreender melhor a situação e contribuir para a melhoria da qualidade do ensino de geometria no município de Minas do Leão, decidi realizar meu estágio de docência do PPG-ENSIMAT com suas professoras, enfocando uma geometria para as séries iniciais.

Apresento, a seguir, algumas reflexões sobre o ensino de geometria nas séries iniciais.

1.2 RELEVÂNCIA DO ENSINO DE GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS DE MINAS DO LEÃO

Considerando a ausência do ensino de geometria nas séries iniciais no município, senti a necessidade de explorar e estudar argumentos para a inclusão do ensino de geometria nestas séries. A primeira fonte pesquisada consistiu das orientações do Ministério de Educação e Cultura (MEC). Explorei os conteúdos do bloco Espaço e Forma, presentes nos PCN da 1ª à 4ª série (BRASIL, 1997) e na Matriz de Referência de Matemática – Sistema de Avaliação do Ensino Básico (Saeb/Prova Brasil): Tema I – Espaço e Forma (BRASIL, 2007).

Os PCN chegaram às escolas em 1997; neles encontramos como referência ao ensino de geometria o bloco Espaço e Forma, contendo a listagem dos conteúdos conceituais e procedimentais e algumas orientações didáticas sobre o assunto:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1997, p.55).

> Estudos sobre a construção do espaço pela criança destacam que a estruturação espacial se inicia muito cedo [...] É multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive que a criança aprenderá a construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim distanciar-se do espaço sensorial ou físico. É o aspecto experimental que colocará em relação esses dois espaços: o sensível e o geométrico. De um lado, a experimentação permite agir, antecipar, ver, explicar o que se passa no espaço sensível, e, de outro, possibilita o trabalho sobre as representações dos objetos do espaço geométrico e, assim, desprender-se da manipulação dos objetos reais para raciocinar sobre representações mentais. (BRASIL, 1997, p. 125-126)

Lendo estas orientações percebi que não é apenas minha a posição de que a geometria deve ser abordada nas séries iniciais, gerada a partir das minhas experiências em sala de aula, mas de muitos educadores e acadêmicos, estando inclusive nas recomendações do MEC.

Mas as escolas do município de Minas do Leão ainda não estavam adaptadas a essas orientações, considerando que faz mais de dez anos que receberam os PCN e que as professoras não modificaram os Planos de Estudos, mesmo possuindo autonomia para fazê-lo. Assim, a geometria ainda não havia sido contemplada.

Desta forma, originado em questões como: "É justo nossos alunos não vivenciarem atividades de natureza geométrica no início da sua formação escolar?" E, "Está correto privá-los desses conhecimentos?", nosso Grupo de Estudos[1] constituiu-se a partir da crença na necessidade de pensar modos de estudar e ensinar geometria nas séries iniciais, visando manter os Planos de Estudos das escolas do município em contínua atualização.

Ao analisar a Matriz de Referência de Matemática - Saeb/Prova Brasil: Tema I - Espaço e Forma (BRASIL, 2007), percebemos, como professoras do Grupo de Estudos, tratar-se dos mesmos tópicos previstos nos PCN. Isto já era esperado, pois "as matrizes têm como referência os PCN e foram construídas a partir de uma consulta nacional aos currículos propostos pelas Secretarias Estaduais de Educação e por algumas redes municipais" (BRASIL, 2007, p. 6).

Dez anos após os PCN, chega às escolas a Prova Brasil, tendo como base os conteúdos previstos nos mesmos, "avaliando o que os alunos sabem e são capazes de fazer,

[1] Refiro-me a Grupo de Estudos, com iniciais maiúsculas, para indicar o grupo constituído durante este trabalho com algumas professoras do Município de Minas do Leão, durante o ano de 2008.

em diversos momentos de seu percurso escolar, considerando as condições existentes nas escolas brasileiras” (BRASIL, 2007, p. 5). E nossos alunos, em Minas do Leão, ainda não estavam preparados, ao menos não em relação ao tema Espaço e Forma.

O despreparo apresentado por esses alunos durante a Prova Brasil, aplicada em 2007, serviu como motivação para as professoras começarem a pensar na hipótese de incluir a geometria em suas aulas e perceberem a defasagem dos seus conhecimentos geométricos relativamente aos documentos oficiais.

Não me detive apenas nas orientações do MEC relativas ao ensino de geometria nas séries iniciais, consultei outras fontes, diferentes autores, professores, pesquisadores da área de educação matemática tais como, Fainguelernt (1999), D´Ambrosio (1999), Dante (1996) e Lorenzato (1995), e todos são unânimes em afirmar que o estudo da geometria escolar deve iniciar cedo**:**

> A importância de se investigar a introdução da Geometria desde a pré-escola até o 2º grau, como exploração do espaço e como uma estrutura lógica é justificada pelo papel formativo que ela desempenha na construção do conhecimento. (...) Pode-se afirmar que ela oferece um vasto campo de idéias e métodos de muito valor, quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização (FAINGUELERNT, 1999, p. 22).
>
> A geometria vem sendo deixada de lado, é pouco estudada e muitas vezes relegada ao segundo plano nas escolas. Contudo, é voz corrente entre os educadores matemáticos de todo o mundo que ela deve ser encarada com prioridade nos programas escolares (D’ AMBROSIO, 1999, p. 7).
>
> Há consenso entre os educadores matemáticos que a geometria deve ser trabalhada desde a pré-escola, pois a criança vive rodeada de formas e dimensões. Enquanto observa, compara e manipula objetos, está fazendo geometria (DANTE, 1996, p. 202).
>
> É na pré-escola que o ensino de Geometria deve se iniciar (LORENZATO, 1995, p. 8).

Já como Grupo de Estudos, aproveitando a experiência das professoras, também encontramos referências ao ensino de geometria nos livros didáticos disponíveis nas escolas (A listagem de alguns livros disponíveis estão nos anexos B e C).

Para as professoras do Grupo, o que primeiramente tornou o ensino de geometria relevante nas séries iniciais foram as dificuldades encontradas na Prova Brasil. A partir dessas dificuldades, elas perceberam a necessidade de se adaptar às exigências oficiais. Ao longo dos encontros do Grupo, discutimos a importância do ensino de geometria nas séries iniciais, conforme os documentos oficiais, mas também analisamos a situação para além dessa obrigatoriedade, evidenciando aspectos utilitários e formativos da geometria nessas séries.

As professoras comentaram sobre a presença da geometria em diversas carreiras profissionais e sobre a necessidade de conhecimentos geométricos para a resolução de problemas cotidianos. Também houve referências à necessidade de conhecimentos geométricos para uma melhor compreensão e apreciação das obras do homem e da natureza. Chegamos à conclusão que a geometria é necessária para a ampliação da compreensão do mundo que nos cerca.

Segundo Fonseca et al (2005, p.92) o ensino de geometria ultrapassa o uso imediato, ligando-se a aspectos mais formativos. Refere-se ao

> papel da Geometria como veículo para o desenvolvimento de habilidades e competências tais como a percepção espacial e a resolução de problemas (escolares ou não), uma vez que ela oferece aos alunos as oportunidades de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair [...], favorecendo o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo nos alunos.

Este papel da geometria, como instrumento para o desenvolvimento de habilidades e competências, não foi destacado nos estudos do Grupo, mas esteve presente em diferentes atividades, principalmente nas atividades de redescoberta.

Com o objetivo de manter o trabalho docente em constante atualização e, em especial, atualizar os planos de estudos do município, incluindo a geometria nas séries iniciais, torna-se necessário que as professoras continuem estudando e recebam o apoio de seus superiores: equipe diretiva da escola, secretarias de educação, ...

Diante de todas estas constatações torna-se incoerente o ensino de geometria permanecer ausente no currículo escolar do município, e clara a necessidade de atualização de seus planos de ensino para as séries iniciais.

1.3 POR QUE A GEOMETRIA NÃO É TRABALHADA NAS SÉRIES INICIAIS DE MINAS DO LEÃO: ALGUMAS JUSTIFICATIVAS

Segundo Lorenzato (1995)**,** muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas e, não conhecendo a geometria também não conhecem o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação de um futuro cidadão crítico, um cidadão que compreenda o mundo que o cerca. Como ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece, vivem o dilema de tentar ensinar geometria sem conhecê-la ou, simplesmente, não ensiná-la.

Minha experiência realizou-se em 2008, mais de dez anos depois das constatações de Lorenzato. Portanto não esperava encontrar as professoras de Minas do Leão em situação semelhante, mas para minha surpresa foi o que percebi.

Convivendo com as professoras durante o período de estágio de docência do PPG-ENSIMAT, na constituição de nosso Grupo de Estudos, e observando suas colocações, conclui que elas não dominavam os conteúdos de geometria. Alguns termos, comuns na geometria escolar, como perpendicular, agudo, vértice, dentre outros, eram desconhecidos por elas. Fiquei intrigada**.** Como essas professoras, com anos de exercício na profissão, cada uma com sua formação, mas todas habilitadas a trabalhar com as séries iniciais, não conheciam termos básicos de geometria? Afirmavam isto constantemente, a cada conteúdo apresentado nos encontros do Grupo de Estudos. Relatavam fatos da sua história escolar, da qual a geometria não fazia parte. Quando alguém se lembrava de aulas de geometria, eram referidos apenas fórmulas e cálculos, os quais elas não compreendiam; apenas os seguiam como “receitas” prontas.

Analisando as fichas de inscrição no Grupo, percebi que muitas dessas professoras eram oriundas do mesmo curso de Magistério, oferecido por uma escola local, da qual eu também havia sido aluna. E lembro bem que nesse curso de formação não era abordado nenhum conteúdo de geometria.

Após a formação no Magistério, as professoras cursaram, ou estavam cursando, o Ensino Superior, a maioria em Pedagogia. Segundo relatos dessas professoras, também nesses cursos elas não estudavam geometria. O pouco de geometria que conheciam eram vagas lembranças de quando cursavam, como alunas, a 5ª ou 6ª série do 1º grau, atual Ensino Fundamental. Mas agora chegara o momento em que precisavam trabalhar geometria com seus alunos.

Concordei com essas professoras quando afirmaram que não podiam desenvolver com seus alunos conteúdos que não dominavam, mas salientei que era possível aprendê-los**.** Neste sentido, importa mencionar que tais professoras são auxiliadas e supervisionadas pelas equipes diretivas das escolas e pelas secretarias de educação que, no entanto, também não percebem a ausência da geometria nestas séries. O Grupo de Estudos propunha-se a ser um início nessa direção, quebrando assim o círculo vicioso: "a geração que não estudou geometria não sabe como ensiná-la" (LORENZATO, 1995, p.4).

Porém, estas professoras não trabalham isoladas, elas são auxiliadas e supervisionadas pelas equipes diretivas das escolas e pelas secretarias de educação que também não percebem a ausência da geometria nestas séries.

Outra possível causa da omissão do ensino de geometria nas séries iniciais é a crença de que necessitamos a geometria apenas para reconhecer algumas formas geométricas, e que geometria não é uma área da matemática a ser desenvolvida com as séries iniciais. Em um questionário aplicado no primeiro encontro do Grupo de Estudos, uma das professoras escreveu que já trabalhava geometria, pois desenvolvia com seus alunos atividades nas quais eles identificavam as figuras geométricas — quadrado, círculo, triângulo e retângulo. Para esta professora isto bastava de conhecimento geométrico para os alunos; ela estava tranquila.

Embora saibamos que trabalhar geometria vai além de reconhecer figuras — basta observar os conteúdos listados nos PCN —, tive a sensação de que as professoras desconheciam as orientações desses parâmetros e consideravam que o reconhecimento de algumas figuras geométricas era suficiente no ensino de geometria das séries iniciais. Reafirmando a crença de que não é necessário trabalhar geometria nas séries iniciais, no mesmo questionário outra professora escreveu: "[...] neste ano não há necessidade de trabalhar geometria dentro da matemática", referindo-se a 2ª série do Ensino Fundamental.

Portanto, essas professoras acreditavam que a forma como estavam trabalhando era suficiente; não percebiam sua carência e as de seus alunos quanto à geometria. Para essas professoras geometria limita-se ao reconhecimento de formas geométricas, não percebem sua existência no cotidiano, não relacionam, por exemplo, geometria e localização, mapas, ou geometria e construção civil, artes; ou outros exemplos em que a geometria se faz presente no cotidiano. Mas, além disso, essas professoras não percebem a necessidade de conhecimento de conceitos geométricos para a compreensão do mundo que nos cerca. "Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da matemática torna-se distorcida". (Lorenzato, 1995, p.5).

Lorenzato (1995) também aponta para a importância que desempenha o livro didático no ensino de geometria. Em muitos desses livros a geometria era apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomenclaturas e fórmulas, desligada de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica**.** Noutros**,** a geometria era reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico.

Além disso, conforme Lorenzato (1995), durante certo tempo a geometria quase sempre era apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo. Assim, a geometria recebia efetiva contribuição por parte dos livros didáticos da época para que fosse preterida na sala de aula. Pelos relatos das professoras, provavelmente essa foi a contribuição do livro didático durante suas formações, contribuindo para que a geometria não se fizesse presente em suas aulas.

Por outro lado, durante o desenvolvimento das atividades com o Grupo de Estudos, realizado em 2008, o livro didático não se apresentava mais como um contribuinte à preterição da geometria, mas como um incentivo ao seu ensino. Percebemos essa contribuição analisando o livro didático adotado[2] pelas escolas das professoras envolvidas no Grupo de Estudos no referido ano letivo e outros livros disponíveis em suas bibliotecas (A listagem de alguns livros disponíveis estão nos anexos B e C). A geometria estava presente em praticamente todos os capítulos, que apresentavam atividades interessantes, traziam situações-problema, explorando objetos do mundo físico e integrando a geometria com outras áreas do conhecimento. Enfim**,** um livro didático diferente dos referidos por Lorenzato (1995) há mais de uma década. Esta mudança deve-se especialmente aos cerca de 20 anos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e aos PCN.

Mas mesmo dispondo de livros que contribuem para o ensino de geometria nas séries iniciais, esta área ainda não estava sendo trabalhada em sala de aula, pois as professoras, segundo seus relatos, não os utilizavam com seus alunos. Um dos motivos para sua não utilização era a quantidade de livros disponíveis; as professoras alegavam que não eram suficientes para todos os alunos. A fala de uma das professoras do Grupo ilustra bem esta situação: “Não costumo usar o livro com os alunos. Dá muita confusão. Preciso ir até a biblioteca, pegar os livros, distribuir e orientar os alunos para a atividade**.** Só aí já perdemos meia hora de aula, os alunos ficam sozinhos e a desordem se inicia. Não dá para deixar o livro com eles porque não volta para a sala de aula, fica em casa. Então, prefiro preparar a minha aula e passar no quadro ou dar uma folhinha.”

---

[2] CENTURIÓN, Marília.Porta Aberta: Matemática.São Paulo:FTD,2005.

As professoras também disseram que utilizavam vários livros didáticos para preparar suas aulas, selecionando as atividades que consideravam mais apropriadas aos seus alunos, o que é louvável. Porém, ao realizarem essa seleção ignoravam a geometria, pois consideravam as atividades envolvendo geometria complexas para seus alunos, “tão pequenos”. Além disso, afirmavam não ter segurança para desenvolver essas atividades.

Portanto não basta dispor de livros didáticos adequados**.** É necessário utilizá-los e para isso é necessário conhecê-los e**,** principalmente**,** considerar importante trabalhar a geometria. No Grupo de Estudos busquei realizar esta ponte: livro didático-professor.

Outro motivo para a ausência da geometria nas escolas do município é a estafante jornada de trabalho de suas professoras. A maioria das que participaram do Grupo de Estudos trabalhava 40h semanais ou mais, algumas em duas ou mais escolas, precisando se dividir entre os diversos compromissos e exigências de cada escola. Consequentemente**,** elas dispunham de poucas horas para planejamento, reflexões e atualizações.

Além disto, o trabalho em sala de aula traz consigo uma série de situações a serem encaminhadas pela professora: dificuldades de aprendizagem, problemas disciplinares, falta de material didático, entre outras. As professoras acabam se envolvendo na solução destas situações, que muitas vezes necessitam de um encaminhamento imediato para que o conteúdo possa ser desenvolvido**,** não sobrando tempo para reflexões acerca dos conteúdos a serem trabalhados**.** Portanto, acabam não percebendo o abandono da geometria**.** Por nunca terem estudado nem trabalhado com esta área, as professoras não percebem sua ausência; já naturalizada.

2 O GRUPO DE ESTUDOS

2.1 CONSTITUIÇÃO DO GRUPO DE ESTUDOS: AMPLIANDO O ENSINO DE GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS EM MINAS DO LEÃO

Como já expus no capítulo anterior, sou professora de matemática das séries finais do ensino fundamental e tenho observado a ausência do ensino de geometria nas séries iniciais na escola em que leciono, assim como o despreparo das professoras destas séries para trabalhar com o tema.

Visando compreender melhor esta situação e auxiliar na inclusão e no ensino de geometria das escolas do município, resolvi realizar meu estágio de docência do PPG-ENSIMAT com enfoque na geometria das séries iniciais. Pretendia atingir em torno de quatro professoras destas séries na escola em que leciono, Escola Municipal de Ensino Fundamental São Miguel.

Como estágio de docência, planejei um Grupo de Estudos sobre o ensino de geometria nas séries iniciais, contando com o apoio da secretaria municipal de educação. Mas, para minha surpresa, ao apresentar a proposta para a Secretária de Educação do município, esta solicitou que o convite fosse estendido às professoras de toda a rede de ensino de Minas do Leão, ou seja, para seis escolas: duas estaduais, três municipais e uma particular de Educação Infantil. Aceitei o desafio.

As professoras foram convidadas, mesmo sem ter uma data para início das atividades, pois precisava saber do interesse e da disponibilidade do grupo. Após o convite iniciou-se uma pressão por parte das convidadas para o início do curso, pois estavam empolgadas com a ideia de estudar uma geometria voltada às séries iniciais do Ensino Fundamental.

Compareceram aos encontros vinte e uma professoras, com diferentes formações: uma em letras, uma em geografia, dez formadas em pedagogia, quatro cursando pedagogia, uma cursando matemática e quatro formadas em matemática. Um grupo heterogêneo. Todas envolvidas com as séries iniciais, algumas atuando, outras já tendo atuado neste nível de ensino.

2.2 A DINÂMICA DO GRUPO DE ESTUDOS

Os encontros ocorreram na Escola Municipal São Miguel, em Minas do Leão, uma vez por semana, realizados sempre após o término da jornada de trabalho das professoras que, mesmo cansadas, nunca demonstraram insatisfação. Estavam sempre interessadas em aprender, discutir, expor suas reflexões.

Preparei atividades de natureza geométrica, dirigidas às séries iniciais**,** abordando os conteúdos recomendados pelos PCN e pela Matriz de Referência de Matemática – Saeb/Prova Brasil – Tema I – Espaço e Forma (BRASIL, 2007), com o objetivo de oferecer às professoras um suporte teórico para desenvolverem suas aulas com maior segurança.

Ao planejar os encontros sempre tive a preocupação de torná-los agradáveis, procurei apresentar atividades práticas e teóricas, retiradas de livros didáticos e outras fontes, que envolvessem materiais disponíveis na Escola São Miguel, para que pudessem ser desenvolvidas com os alunos das professoras do Grupo de Estudos. As atividades que não conseguíamos desenvolver num encontro ficavam para o próximo, respeitando sempre a disposição desse grupo**.** Muitas vezes, empolgadas com o debate**,** as professoras não percebiam o tempo passar.

As atividades eram realizadas em pequenos grupos, onde comentários, dúvidas e dificuldades eram expostos com naturalidade**;** uma colega sempre auxiliava a outra. Após a conclusão das tarefas realizávamos a discussão em grande grupo, analisando as soluções para cada item e sua aplicabilidade na sala de aula.

No terceiro encontro apareceram relatos da aplicação de algumas atividades vistas nos encontros anteriores. Então inserimos a rotina do relato a cada início de encontro, no qual as professoras comentavam atividades de geometria desenvolvidas em suas aulas.

Outra rotina inserida foi o “tema de casa”: leituras e seleções de atividades. Como as professoras do Grupo de Estudos tinham diferentes formações e experiências os debates eram ricos em contribuições. A integração de diferentes áreas foi produtiva, pois todas as professoras enriqueciam as atividades propostas com seus distintos pontos de vista, cada uma utilizando-se da sua experiência. Para Nóvoa (1997), “[...] a concepção de espaços coletivos de trabalho pode constituir um excelente instrumento de formação”, e foi exatamente o que ocorreu: criou-se um espaço heterogêneo como instrumento de formação de professores.

As professoras mostraram-se sempre comprometidas com o trabalho. Ocasionalmente, quando alguma delas precisava faltar, justificava-se com antecedência e se colocava a par do que tinha sido trabalhado naquele dia.

Por vezes o planejamento era totalmente modificado, pois ficávamos discutindo outras questões e as atividades previstas acabavam ficando para outro encontro. Uma grande discussão que tivemos foi em torno da Prova Brasil e do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). As professoras destacavam a relação direta entre os conteúdos presentes na Prova Brasil e os PCN, e expunham sobre a necessidade das escolas do município se adequarem às recomendações desses documentos. Também comentavam sobre a elaboração do cálculo do IDEB, enfatizando a influência da distorção série-idade, muitas vezes consequência da reprovação. Esta dinâmica revelou-se produtiva, pois reflexões como esta, a respeito de confiabilidade e de responsabilidade, são importantes se desejamos prevenir a execução cega, do ponto de vista ético, de procedimentos mecanizados (SKOVSMOSE, 2008).

Durante os encontros as professoras também expuseram algumas das dificuldades vivenciadas por elas em sala de aula: alunos apáticos, mal alimentados, mal tratados, que apresentavam problemas de conduta e dificuldades de aprendizagem, famílias não comprometidas com a educação dos filhos. O Grupo de Estudos tornou-se uma oportunidade de debate e reflexão sobre o trabalho docente.

2.3 CONTEÚDOS ABORDADOS

Estudando as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª série), conteúdos do bloco Espaço e Forma, e a Matriz de Referência de Matemática – Saeb/Prova Brasil: Tema I - Espaço e Forma**,** decidimos abordar todos os conteúdos listados. Mas durante os encontros percebemos que eram muitos e o tempo de estudo foi ficando escasso. Então, fomos seguindo a ordem em que estavam listados, mas não conseguimos estudar todos. Optamos por dar mais atenção a alguns conteúdos mesmo que isto implicasse em não abordarmos outros. Nossa estratégia foi analisar o que era possível dentro do tempo que dispúnhamos sem comprometer a qualidade do estudo e das discussões.

Segue a lista de conteúdos, retirada dos PCN, abordados nos encontros:

> - Localização de pessoas/objetos no espaço com base em um ou mais pontos de referência e algumas indicações de posição.
> - Movimentação de pessoas/objetos no espaço com base em um ou dois pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido.
> - Descrição da localização e movimentação de pessoas/objetos no espaço usando sua própria terminologia.
> - Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma.
> - Interpretação e representação de posição e de movimento no espaço a partir da análise de maquetes, esboços, croquis, itinerários.

> - Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de características das mesmas como, por exemplo: Têm superfícies arredondadas ou planas, são simétricas ou não.
> - Estabelecimento de comparações entre objetos de espaço físico e objetos geométricos – esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos - sem uso obrigatório da nomenclatura.
> - Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.
> - Construção e representação de formas geométricas. (BRASIL, 1997, p.72-73)
> - Descrição, interpretação e representação da movimentação de uma pessoa ou objeto no espaço e construção de itinerários.
> - Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos, como a esfera, o cone, o cilindro e outros.
> - Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas.
> - Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.
> - Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais.
> - Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.
> - Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc.
> - Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc. (BRASIL, 1997, p. 88-89).

Durante os encontros, sondei as professoras a respeito do que já trabalhavam de geometria e de suas dificuldades ligadas a esta área. Houve algumas manifestações que considerei esclarecedoras: uma relatou que não trabalhava com geometria, pois se sentia insegura e percebia pouca relação entre geometria e os conteúdos de matemática com que costumava trabalhar**:** números e operações. As demais professoras concordaram, acrescentando que não sabiam geometria, que nunca haviam estudado este conteúdo em suas vidas escolares e por isso apresentavam certa resistência em trabalhá-lo.

Surgiram-se alguns pequenos comentários[3], como: “Já percebi que os livros didáticos trazem muita coisa sobre geometria, mas prefiro não trabalhar este conteúdo porque não o domino.” E: “No ano passado, fiz alguns enfeites natalinos com formas geométricas e identificamos aquelas partezinhas, que agora eu não lembro o nome. Os alunos gostaram.” Explicitando a colocação da professora, as formas geométricas referiam-se aos sólidos de Platão, e as “partezinhas”: vértices, faces e arestas.

Pelos comentários feitos, percebi que o conteúdo realmente não era dominado pelas professoras. Muitos termos como bidimensional, tridimensional, paralelismo, perpendicularismo, poliedros e outros utilizados em geometria eram desconhecidos, causando

[3] As professoras autorizaram a divulgação das informações obtidas ao longo do estudo conforme o formulário de consentimento – Anexo - D

estranhamento no grupo. Portanto, ao longo dos encontros procuramos estudar detalhadamente os conteúdos de geometria para as séries iniciais na busca de entendimento para as professoras e adequações para o trabalho com as crianças.

2.4 ALGUMAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E ANALISADAS PELO GRUPO DE ESTUDOS

Tendo identificado os conteúdos a serem abordados, iniciei a seleção das atividades a serem desenvolvidas com o Grupo. Procurei atividades que auxiliassem as professoras na construção da sua aprendizagem, mas também pudessem ser desenvolvidas nas salas de aula, com as crianças, necessitando de poucas adaptações. Levei em consideração que há diferenças em como se dá a aprendizagem em adultos e em crianças: “[...] os adultos constroem novos conhecimentos sem a necessidade de modificar suas estruturas intelectuais, enquanto as crianças estão ao mesmo tempo formando a sua inteligência” (DELVAL, 1998, p. 56).

Utilizei como base as orientações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática – Ensino de primeira a quarta série (BRASIL, 1997), o livro Espaço & Forma (PIRES et. al., 2000), alguns livros didáticos de que a escola dispunha e outras atividades de minha autoria. Propus atividades visando a formação das professoras do Grupo, sabendo que algumas delas não estavam familiarizadas com a geometria escolar; atividades que pudessem ser desenvolvidas e analisadas pelas professoras e que, além disso, pudessem ser levadas para a sala de aula, para as crianças, com as devidas adaptações.

Ao longo dos encontros procurei incluir materiais manipulativos ou atividades práticas envolvendo cada conteúdo estudado, pois o aspecto experimental é essencial para a compreensão dos conceitos geométricos, principalmente quando estamos trabalhando com crianças, conforme orientações contidas nos PCN:

> Num primeiro momento, o espaço se apresenta para a criança de forma essencialmente prática: ela constrói suas primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos.
> Esse espaço percebido pela criança — espaço perceptivo, em que o conhecimento dos objetos resulta de um contato direto com eles — lhe possibilitará a construção de um espaço representativo — em que ela é, por exemplo, capaz de evocar os objetos em sua ausência.
> O ponto, a reta, o quadrado não pertencem ao espaço perceptivo. Podem ser concebidos de maneira ideal, mas rigorosamente não fazem parte desse espaço sensível. Pode-se então dizer que a Geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico — dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos.
> A questão que se pode levantar, então, é: como passar de um espaço a outro?

> É multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive que a criança aprenderá a construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, distanciar-se do espaço sensorial ou físico. É o aspecto experimental que colocará em relação esses dois espaços: o sensível e o geométrico. De um lado, a experimentação permite agir, antecipar, ver, explicar o que se passa no espaço sensível, e, de outro, possibilita o trabalho sobre as representações dos objetos do espaço geométrico e, assim, desprender-se da manipulação dos objetos reais para raciocinar sobre representações mentais (BRASIL, 1997, p.126).

Assim nos referíamos a esta passagem durante as discussões: “não podemos esquecer que para ensinar as crianças é necessário partir do concreto, espaço perceptível, para só depois chegarmos ao representativo.” Era desta forma que algumas professoras explicavam a necessidade do concreto, sentida por elas mesmas muitas vezes durante os encontros: “Só consigo contar os vértices, as faces e as arestas de um poliedro se o tiver em mãos, ainda me confundo se só usar o desenho ou a imagem mental que tenho.”

Pires et. al. (2000) chamam nossa atenção para falsas ideias, segundo as quais basta mostrar objetos geométricos ou enunciar suas propriedades ao aluno**,** para que este delas se aproprie. A compreensão das relações geométricas pelas crianças exige sua ação sobre os objetos. Não basta apresentarmos ao nosso aluno vários materiais concretos e nos darmos por satisfeitos, certos de termos desenvolvido uma boa aula. É necessária uma abordagem didática direcionada, que explore as propriedades matemáticas existentes nos objetos**,** levando o aluno a compreender as relações geométricas neles contidas. “Os objetos reais são simples pretexto de pensamento matemático. São suas propriedades que serão repertoriadas, diferenciadas, comparadas” (PIRES et. al., 2000, p. 31). Portanto, ao trabalharmos com materiais concretos precisamos lembrar que o essencial é a abordagem didática que faremos em relação às propriedades e não o material concreto em si.

2.4.1 Orientação Espacial

Iniciamos nosso estudo de geometria com o tema Orientação Espacial. Segundo os PCN (BRASIL, 1997), a estruturação espacial se inicia, desde muito cedo, pela constituição de um sistema de coordenadas relativo ao próprio corpo da criança. Gradualmente, ela toma consciência de seu deslocamento.

> Num primeiro momento, o espaço se apresenta para a criança de forma essencialmente prática: ela constrói suas primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos. As capacidades de deslocar-se mentalmente e de perceber o espaço de diferentes pontos de vista são condições necessárias à coordenação espacial e nesse processo está a origem das noções de direção, sentido, distância, ângulo e muitas outras essenciais à construção do pensamento geométrico (BRASIL, 1997, p. 126).

Desenvolvemos várias atividades práticas, nas quais o aluno era instigado a se localizar e a orientar colegas, percebendo a necessidade de referenciais e da utilização de termos como esquerda, direita, para cima, para baixo, giro e outros. Essas atividades não eram consideradas pelas professoras como atividades de matemática, muito menos de geometria; eram percebidas como brincadeiras, diversão. Após o estudo de orientação espacial no Grupo, algumas professoras aplicaram as atividades com seus alunos e ficaram satisfeitas com o envolvimento da turma, tanto que comentaram que desejavam continuar a desenvolver noções de orientação espacial em suas classes. Vejamos alguns exemplos[4].

Atividade1.2.1: “Minha sala de aula.

Uma pessoa quer vir a esta sala de aula e colocar um presente em sua classe. Ela precisa de um desenho para chegar à sua classe. Um mapa da sala ajudaria. Como podemos fazer um mapa para essa pessoa?” (PIRES, et. al., 2000, p. 61).

Atividade1.2.5: “Eu vou para a escola.

Representar o itinerário do caminho de casa até a escola assinalando os pontos de referência principais” (PIRES, et. al., 2000. p.84).

Logo que estas duas atividades foram apresentadas ao Grupo, muitas professoras demonstraram interesse em desenvolvê-las em suas aulas. Algumas as aplicaram e relataram o ocorrido no encontro seguinte, ficaram surpresas com os detalhes apresentados por alguns alunos em suas construções assim como com a confusão de informações apresentadas por outros. Comentaram que acharam produtivas as atividades, pois relacionam vários conceitos matemáticos com o cotidiano. Ficaram satisfeitas com o empenho dos alunos em realizar as atividades. De modo geral, segundo relatos, os alunos “gostaram” do trabalho. Essas professoras afirmaram que no primeiro semestre do próximo ano letivo desejam iniciar o

[4] Todas as atividades desenvolvidas com o Grupo de Estudos constam no apêndice deste trabalho.

trabalho com mapas. A professora com formação em geografia relatou as dificuldades que encontrava ao iniciar o trabalho com mapas na 5ª série, enfatizando a importância do estudo de orientação espacial desde a Educação Infantil.

Atividade 1.9: Siga o mestre

Os alunos deverão se movimentar segundo as orientações de um "mestre", as ordens serão dadas utilizando os ângulos. Exemplos:

Um passo para frente e girar 180°.

Dois passos em frente e girar 90° para a esquerda.

No primeiro momento o professor é o mestre, o grupo todo executa a ordem dada.

Num segundo momento um colega assumirá o lugar do professor.

Elaborada por Denise Vieira Kazanowski.

Atividade 1.10: Orientando o colega

Dois alunos serão escolhidos, o primeiro terá os olhos vendados, o outro escolherá uma posição distante do primeiro colega. A turma guiará o colega de olhos vendados até o segundo colega. Cada aluno dará uma ordem.

Elaborada por Denise Vieira Kazanowski.

Estas duas atividades foram desenvolvidas no Grupo, o que gerou uma "festa". Tínhamos a impressão de estarmos numa turma de séries iniciais; as professoras faziam perguntas e brincadeiras, imitando seus alunos.

Uma situação, que caracterizo como não familiar para algumas professoras, associa-se ao conceito de lateralidade. Após os giros, essas professoras precisaram de ajuda para identificar direita e esquerda. No entanto, elas também gostaram dessas atividades e comentaram que iriam aplicá-las em suas turmas.

No encontro seguinte também foram feitos relatos da aplicação com os alunos. As professoras consideraram positivo o fato de a turma participar da atividade como um único grupo; assim todos prestam atenção em todos os comandos dados. Uma das professoras relatou ter aplicado em sua turma, o pré-escolar, a atividade "Siga o mestre". Salientou que seus alunos interpretaram corretamente as ordens e se divertiram. Esta foi a primeira vez que ela trabalhou com ângulos com seu pré-escolar. Relatos como este mostram que os estudos do Grupo estavam tendo uma boa repercussão nas salas de aula.

Atividade 1.11.3: “O caminho de Kátia.

Observe a ilustração e a descrição do caminho que Kátia percorreu.

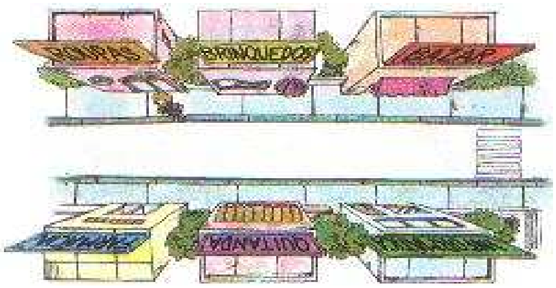


Figura 01: Atividade 1.11.3 O caminho de Kátia
Fonte: (BARBOSA, 2006, p.237).

1°) Kátia saiu da loja de roupas e deu um giro de ¼ de volta para a esquerda.

2°) Andou em frente, passou por duas lojas e parou.

3°) Deu um giro de ¼ de volta para a direita e atravessou a rua.

4°) Deu um giro de ¼ de volta para a direita, andou em frente, passou por duas lojas e parou.

5°) Deu um giro de ½ volta, andou em frente e entrou na segunda loja.

a) Em que loja Kátia entrou?

b) Se Kátia saísse da loja de roupas, desse um giro de ½ volta e andasse em frente, onde ela entraria?

c) Por que não foi necessário dizer no 5° passo se o giro de ½ volta foi para a direita ou para a esquerda?” (BARBOSA, 2006, p. 237).

Esta atividade gerou muitas discussões, não conseguíamos chegar a um consenso. A solução foi dramatizar. Durante a dramatização as professoras mostraram-se muito atentas, analisando e questionando as ordens dadas. Só assim conseguimos chegar a um consenso.

As professoras se lembraram da época em que eram alunas, quando as aulas de matemática resumiam-se a cálculos intermináveis e uma ordem exemplar: “muito silêncio”, “poucas perguntas”. Abordaram mudanças ocorridas nas salas de aula e a necessidade de mudar, “atualizar” nossas aulas, tornado-as mais dinâmicas e atraentes aos alunos.

Outra questão levantada dizia respeito ao trabalho de algumas professoras com a orientação espacial, mas sempre voltado ao registro e à avaliação em geografia. Até então não relacionavam este tipo de atividade com matemática; para elas, matemática restringia-se ao estudo dos números e das operações. Com o estudo realizado no Grupo, elas ampliaram sua visão sobre o ensino de matemática.

Atividade 1.12.5: Medindo ângulos

Usando o transferidor meça os ângulos internos da figura 02.

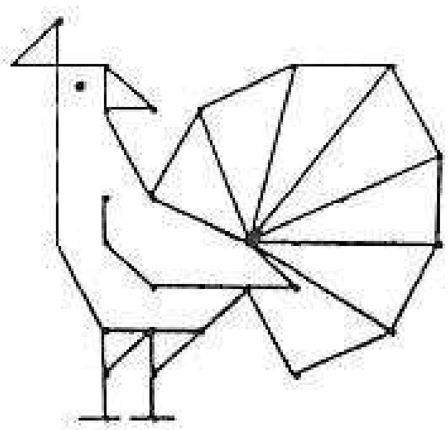


Figura 02: Atividade 1.12.5: Medindo ângulos
Fonte: Denise Vieira Kazanowski

Nem sempre o planejado dá certo. Nesta atividade o objetivo era exercitar o uso do transferidor, porém a figura possui muitos ângulos o que tornou o trabalho cansativo e confuso. Chegamos à conclusão de que a atividade pode ser realizada, porém com uma figura com menor quantidade de ângulos. Outra possibilidade é a figura ser a mesma, mas com uma quantidade menor de ângulos a medir. Nem sempre trazemos atividades “adequadas” para nossas metas, mas é possível adequá-las, inclusive em conjunto com a turma.

2.4.2 Objetos Tridimensionais

Após a abordagem do tema orientação espacial, passamos a estudar objetos tridimensionais. Segundo Dante:

> [...] a geometria das séries iniciais deve ser a Geometria experimental, ou geometria manipulativa, na qual o aluno manipula objetos ou embalagens, descobre seus elementos, suas características ou propriedades e também descobre as diferenças e as semelhanças entre um e outro (2006, p. 34-35).

A iniciação à geometria feita há alguns anos a partir das ideias de ponto, reta e plano tem sido criticada porque estes são elementos geométricos ideais, não existentes concretamente, não visíveis, são abstrações e, além disto, os dois últimos são ilimitados**:** não tem começo, nem fim. Isto dificulta ou torna impossível a compreensão do assunto pelas crianças.

Atualmente as crianças estudam objetos tridimensionais, abstraindo noções como poliedro, corpo redondo, face, aresta e vértice. Embora tais noções sejam abstratas, os objetos que elas caracterizam são concretos. Observo aqui a necessidade de distinguir os objetos da natureza e aqueles criados pelo homem, os objetos físicos, dos objetos geométricos que são abstrações humanas. Um bom exemplo, na distinção entre os referidos objetos, são as embalagens utilizadas na atividade 2.7: Descobrindo algumas planificações (a referida atividade encontra-se no apêndice página 99. Nesta atividade desmontamos diversas embalagens de papelão, considerando-as superfícies de sólidos, a fim de identificar suas planificações e a presença de alguns polígonos. Ao identificarmos a presença de alguns polígonos nestas planificações estamos passando do espaço perceptível - as planificações de papelão - para o espaço representativo, como as definições de quadrado, retângulo e círculo. Pois, o quadrado, o retângulo e o círculo não pertencem ao espaço perceptivo. Podem ser concebidos de maneira ideal, mas rigorosamente não fazem parte desse espaço sensível. Pode-se então dizer que a Geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico — dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos (BRASIL, 1997, p.126).

O fato de iniciar o trabalho de geometria pelas formas tridimensionais chamou a atenção de uma das professoras do grupo:

> [...] sei que agora querem que a gente inicie o trabalho por essas formas, eu não me sinto segura, porque sempre iniciei o trabalho com as quintas séries pelas definições de ponto, reta, plano [...], agora terei que me adaptar. Mas acho que faz mais sentido iniciar pelo concreto, principalmente nas séries iniciais, o que vai facilitar o trabalho nas séries seguintes.

Este comentário mostra o quanto está enraizada no trabalho das professoras a ideia de uma geometria apenas conceitual, na qual os alunos pouco relacionam e compreendem o que está sendo trabalhado; apenas decoram conceitos e exercícios.

Para o trabalho com objetos tridimensionais, desenvolvemos atividades variadas com embalagens de diferentes formatos, construímos representações com diferentes materiais: canudinhos, palitos, sabão e cartolina. Tínhamos como finalidade a compreensão de conceitos como: sólido geométrico, corpo redondo, poliedros, prismas, pirâmides, sólidos de Platão, vértices, faces e arestas. Também identificamos as faces poligonais e circulares desses objetos tridimensionais e algumas propriedades desses polígonos.

Vejamos algumas dessas atividades.

Atividade 2.3: Observando embalagens – Trabalhando com objetos tridimensionais

2.3.1 Embalagens com diferentes formas estarão dispostas sobre a mesa, a tarefa é classificá-las em grupo de acordo com algum critério.

Após realizarem a tarefa, cada grupo fará o relato explicando o critério utilizado. Após o relato de cada grupo, o professor solicitará que verifiquem quais objetos rolam com mais facilidade e quais conseguimos apoiar inteiramente cada face sobre a mesa.

A seguir o professor explicará que este é o critério utilizado para classificar os objetos em poliedro ou corpo redondo e os definirá formalmente.

2.3.2 Identifiquem poliedros e corpos redondos no cotidiano, em especial na sala de aula. Vamos listar alguns objetos classificando-os em corpos redondos ou poliedros.

2.3.3 Dispondo apenas de alguns poliedros (prismas e pirâmides) que critérios podemos utilizar para agrupá-los? Após o relato dos grupos, a professora agrupa os poliedros em prismas, pirâmides expondo as definições.

2.3.4 Nomeando alguns sólidos

A professora solicita que os alunos em grupos pesquisem o nome de cada sólido. Mas, no grupo, vamos nomeá-los. Para isso utilizamos uma tabela contendo a figura, e espaços a serem preenchidos: nomenclatura, quantidade de vértices, faces e arestas.

Elaborada por Denise Vieira Kazanowski

Em pequenos grupos, as professoras realizaram e analisaram diferentes embalagens, observaram as formas presentes, seguindo a solicitação de classificá-las utilizando o critério que desejassem.

As discussões foram muitas. Cada grupo apresentou seus critérios ao grande grupo. A apresentação dos critérios evidenciou que as professoras não dominavam as nomenclaturas usadas pela geometria acadêmica: face, prisma, corpo redondo, pirâmide de base... ; palavras como estas, de grande uso no trabalho com sólidos geométricos, não apareceram nas apresentações. Elas empregaram termos como *ladinho* para indicar face e *bico* no lugar de vértice.

Conforme as professoras utilizavam a linguagem de que dispunham, eu as auxiliava definindo termos como vértices, faces e arestas, para expressar os critérios utilizados. Discutimos como tratar essa questão com os alunos em sala de aula, e chegamos à conclusão de que a melhor forma seria introduzir a nomenclatura acadêmica aos poucos, corrigindo os alunos em suas falas e atividades de sala de aula, assim como fizemos no Grupo.

Após as apresentações, estudamos algumas definições: corpo redondo, poliedro, prisma, pirâmide, sólido de Platão, vértice, face, aresta. Todos os conceitos foram analisados pelo grupo, sempre com muitos questionamentos e reflexões. As professoras comentavam sobre como iriam ensinar aos seus pequenos alunos tais conceitos, pois os consideravam muito complexos. Mas nos encontros seguintes, algumas professoras relataram que haviam desenvolvido a atividade com os alunos e se surpreenderam com a tranquilidade no andamento do trabalho e o empenho dos alunos

Um comentário que chamou minha atenção foi: “nunca tinha ouvido falar destes sólidos de Platão.” E outras professoras concordaram. Fiquei surpresa, pois esperava que ao menos tivessem “ouvido falar”, embora não soubessem exatamente do que se tratava. Percebi então a necessidade de desenvolver estudos como este, pelos quais as professoras discutissem os conteúdos e os conceitos a serem trabalhos com seus alunos.

A seguir cada professora-aluna escolheu um poliedro para construir, tínhamos uma lista com alguns poliedros: cubo ou hexaedro, paralelepípedo, prisma triangular, prisma pentagonal,prisma hexagonal, pirâmide de base quadrada, pirâmide de base pentagonal, pirâmide de base hexagonal, tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Alguns poliedros foram repetidos. O trabalho de construção dos poliedros foi realizado em casa, o que considerei negativo, pois algumas professoras não conseguiram montar o poliedro escolhido e acabaram desistindo da tarefa ou montando outro, mais simples. Portanto, se for necessário realizar um trabalho com poliedros em outro momento, farei sua construção em sala de aula a fim de aproveitar os erros e acertos para discutir e ampliar o conhecimento sobre o assunto.

Então fomos contar vértices, faces e arestas. A troca no Grupo foi grande, as professoras discutiram, analisaram. Uma colega ajudando a outra, perceberam que utilizavam maneiras diferentes para contar os elementos e que cada colega os visualizava de maneira diferente.

Iniciamos pela tabela dos prismas. Após todas as professoras completarem a tabela, fui ao quadro e com a ajuda do Grupo anotei as respostas. Solicitei que algumas relatassem como haviam chegado a esses valores. Uma professora disse que precisava do material concreto, que não conseguia imaginar os elementos sem o concreto, para ela era necessário marcar os vértices, por exemplo, para ter certeza de que estava contando de forma correta. Já outra preferia os desenhos presentes na tabela e também marcava os elementos a fim de contar todos. E, ainda, outras preferiam imaginar o poliedro agrupando mentalmente seus elementos. Algumas o dividiam mentalmente. Enfim, o Grupo percebeu que não existe uma única forma para a contagem dos elementos, a contagem é muito individual e provavelmente cada aluno teria a sua melhor forma.

Após relatos e discussões, solicitei que observassem os valores da tabela e procurassem alguma relação entre os números de vértices, faces e arestas. Elas identificaram algumas relações como: nas pirâmides o número de vértices e faces é sempre o mesmo, a quantidade de arestas é sempre maior que a quantidade de faces ou vértices. Após vários comentários e discussões em grande grupo, uma colega percebeu que somando a quantidade de vértices e faces e diminuindo 2 encontrávamos o número de arestas; como não conheciam a relação de Euler, aproveitei a oportunidade para apresentá-la à turma.

Atividade 2.7: Descobrindo as planificações

Ao apresentar esta atividade às professoras julguei importante ressaltar que as embalagens seriam consideradas superfícies de sólidos, apenas consideradas desta forma, pois percebemos que as embalagens são ocas e não sólidas. Relação análoga vale para outros elementos geométricos, como a superfície cilíndrica e a esférica.

2.7.1 Desmontar com cuidado algumas embalagens, considerando-as superfícies de sólidos, a fim de identificar planificações e a presença de alguns polígonos.

2.7.2 Competição das planificações

Alunas em grupos, uma aluna de cada grupo virá ao centro da sala e retirará de um envelope a planificação de um sólido e terá que identificar o sólido que ela representa. Se a aluna acertar, marca ponto para a sua equipe. Caso erre, a outra equipe terá a chance de identificar o sólido. Elaborada por Denise Vieira Kazanowski.

Desmontamos cuidadosamente algumas embalagens e verificamos a presença de figuras poligonais e circulares na planificação dos sólidos. Também distinguimos formas tridimensionais, caracterizadas por terem um comprimento, uma largura e uma altura, de bidimensionais, verificando como isto era novidade para as professoras. Uma delas fez o seguinte comentário: “Agora entendi, o círculo é bidimensional, não considero a altura, e o cilindro e a esfera são tridimensionais. Não tinha me dado conta disso.” Considero que os estudos realizados com o Grupo tenham oferecido possibilidades de reflexão e aprendizagem as suas professoras.

Na atividade “Competição das planificações”, as professoras apresentaram-se temerosas, pois precisavam ir ao centro da sala, retirar de um envelope uma planificação e encontrar o sólido correspondente. Algumas tiveram dificuldades, mas com a ajuda do Grupo identificavam o sólido. Durante a atividade, algumas professoras relataram como pensavam para encontrar o sólido, e nesse "pensamento" estavam presentes as características de cada sólido: prismas possuiam duas bases congruentes e faces formadas por paralelogramos; ou pirâmides, que tinham uma base e faces formadas por triângulos.

Atividade 2.8: Diferentes planificações da superfície do cubo

2.8.1 Usando papel quadriculado desenhar diferentes planificações para o cubo. A tarefa será realizada em grupos, cada grupo relatará seu trabalho ao grande grupo. Ao final dos relatos serão apresentadas as 11 planificações possíveis para o cubo.

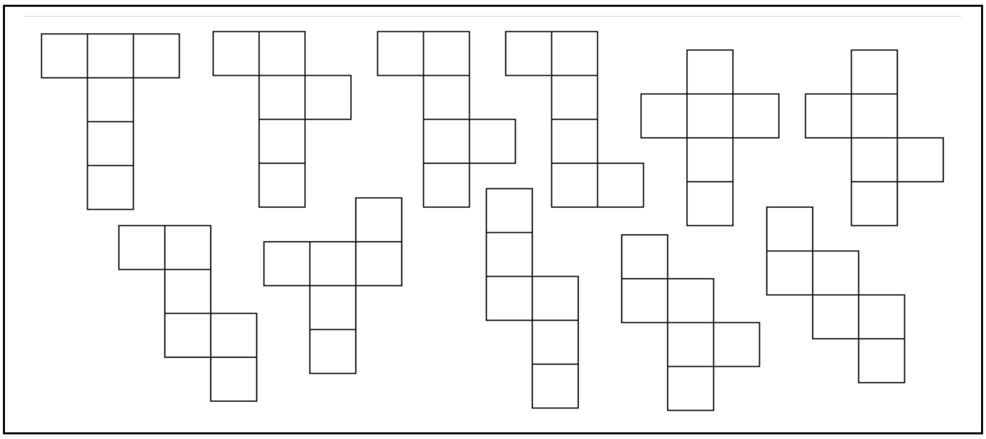
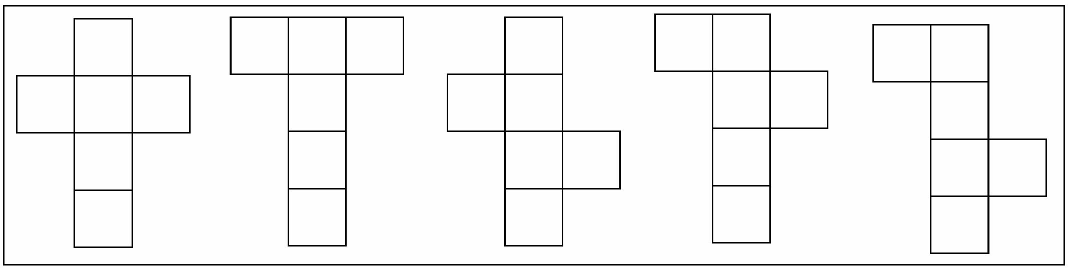


Figura 03: Atividade 2.8: Diferentes planificações do cubo
Fonte: Adaptado de PIRES et. al. (2000.p.107).

Nesta atividade desmontamos cuidadosamente um cubo, representamos uma planificação no papel quadriculado e, em seguida, obtivemos outras planificações. Surgiram muitas dúvidas, como: "Ao girarmos uma planificação, obtemos outra?" Analisamos o giro, a rotação, e percebemos tratar-se da mesma planificação.

As professoras mostraram-se resistentes à atividade, não queriam arriscar respostas e, talvez, dar uma resposta errada. Então, iniciamos a resolução da tarefa em grande grupo, no quadro. Com sugestões diversas conseguimos cinco planificações diferentes e todas acreditavam que estas eram as únicas. Solicitei que tentassem identificar outras, mas elas foram unânimes; afirmavam que só existiam estas:



Após insistirem que eram apenas cinco as diferentes planificações do cubo, ficaram surpresas quando comentei que o cubo possuía onze planificações diferentes e, ao analisarem as onze planificações, ficaram em dúvida se realmente todas eram possíveis. A fim de esclarecer a dúvida, recortamos essas planificações e montamos os cubos.

Durante este trabalho, as professoras apresentaram grande dificuldade em visualizar as planificações, sempre recorriam ao material concreto, à construção do modelo. Porém em nenhum momento sentiram a necessidade de demonstração da quantidade de planificações do cubo e também não questionaram a possibilidade da existência de outras planificações, além das 11. Infelizmente. Para elas o que o livro ou eu, "a professora", afirmávamos era considerado verdade, não necessitando ser provado. Elas aceitavam tudo que a professora associava a uma verdade matemática.

Tenho observado está postura em praticamente todas as professoras de séries iniciais com as quais tive contato, elas não percebem a necessidade de provar ou demonstrar conceitos matemáticos, os aceitam como corretos, prontos e acabados, como se os conhecimentos surgissem do nada, como mágica. Também percebo que os alunos dessas professoras acabam acreditando que matemática é magia, que os conhecimentos estão prontos nos livros e surgiram como obra do acaso. Não defendo a necessidade de demonstrações formais nas séries iniciais, mas defendo que seja mostrado aos alunos que a matemática é fruto de anos de estudos e que os conceitos que temos hoje não surgiram do nada, mas de estudos, erros e acertos.

Comentamos sobre o medo de errar e que podemos aprender com nossos erros. Uma das professoras relatou que aplicou numa turma de 2º ano das séries iniciais uma atividade sugerida no Grupo, na qual o aluno identificava formas de objetos geométricos como o cilindro e o cone com a forma de objetos do seu cotidiano. Ela também aplicou esta atividade na 4ª série[5] e, para sua surpresa, os alunos do 2º ano apresentaram melhor desempenho que os da 4ª série. "Não sei, parece que os menores não têm medo de errar, então aprendem com mais facilidade", comentou a professora.

Atividade 2.11**:** Modelo de questão da Prova Brasil

"Os alunos da 4ª série estão montando um cubo para fazer um dado para a aula de matemática. Eles utilizam o molde abaixo, onde os números 3 e 4 representam duas de suas faces paralelas.

[5] Na escola dessa professora, a 4ª série corresponde atualmente ao 5º ano das séries iniciais. As escolas do município estão implantando gradualmente o Ensino Fundamental de nove anos.

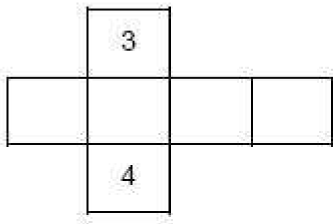


Figura 05: Atividade 2.11: Planificação do cubo-questão.
Fonte: BRASIL (2007, p. 68).

Sabendo que no dado a soma dos números em duas faces paralelas quaisquer totaliza sempre 7, que algarismos deverão estar escritos nas faces vazias?”

(A)	1	2	5	6
(B)	2	1	6	5
(C)	2	5	1	6
(D)	1	2	6	5

Figura 06: Atividade 2.11: Planificação do cubo-alternativas.
Fonte: BRASIL (2007, p. 68).

Esta questão foi incluída nos estudos do Grupo porque uma professora relatou tê-la encontrado, e não sabia como resolvê-la.

Para solucioná-la tivemos que recorrer à construção de um cubo. Apenas depois que utilizamos o material concreto, as dúvidas sobre qual alternativa era a correta foram solucionadas.

Também analisamos algumas questões das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), envolvendo planificação de sólidos**.** Embora só participem da OBMEP alunos matriculados a partir da 5ª série (6°ano), é interessante sabermos como esses conteúdos estão sendo cobrados. As professoras apresentaram dificuldades para tais atividades; algumas não conseguiam visualizar o sólido, necessitando da construção de modelos e de discussões em grupos.

Uma observação das professoras se dirigiu aos enunciados das questões, cujas leituras eram essenciais à realização das tarefas. Elas comentaram que muitas vezes não trabalhavam com o aluno a leitura do enunciado**:** “pedimos sempre a mesma coisa: calcula, marca a resposta certa.” Ou seja, as professoras não apresentavam enunciados com informações variadas como os propostos pela OBMEP; na tentativa de simplificar para o aluno, elas acabavam trabalhando com enunciados curtos, objetivos, com pouca informação. No caso da OBMEP, os enunciados apresentam muitas informações que, se não forem identificadas pelo aluno, tornam complicada, se não impossível, a resolução do exercício.

2.4.3 Figuras Bidimensionais

Iniciamos o trabalho com figuras bidimensionais juntamente com o estudo dos objetos tridimensionais, ao identificarmos a presença de alguns polígonos durante as atividades de planificação desses objetos. Nesta etapa abordamos, de forma mais detalhada, os polígonos, o círculo e a circunferência.

Trabalhamos com construções**,** usando transferidor e compasso, instrumentos não familiares, em termos de uso, para as professoras, construímos alguns polígonos regulares. O uso dos instrumentos tornou a atividade desafiadora. As professoras demonstraram empenho e capricho. Algumas, além de realizarem a tarefa, anotavam detalhadamente cada passo a fim de repetir a experiência com seus alunos. As colegas auxiliavam umas às outras e ao final todas conseguiram concluir as atividades propostas.

Estudamos definições e propriedades, que muitas vezes eram consideradas simples e óbvias. Mas depois desse trabalho, elas perceberam que definir e compreender uma definição nem sempre é tarefa simples.

A partir do quarto encontro, o Grupo já estava mais integrado**.** Os relatos e explicações entre as colegas ocorriam de forma mais espontânea e a participação das mesmas tornou-se enriquecedora em todas as atividades.

Vejamos algumas atividades relativas à simetria.

A fim de definir simetria utilizei o seguinte encaminhamento:

Atividade 3.1.4. **“**Borrões de tinta.

Providencie tinta guache de várias cores e uma folha de cartolina.

Dobre a folha ao meio, marque o vinco e desdobre.

Depois, ponha 3 ou 4 borrões de tinta guache de um único lado da dobra.

Dobre novamente a cartolina ao meio, espere por 10 min. e então abra.

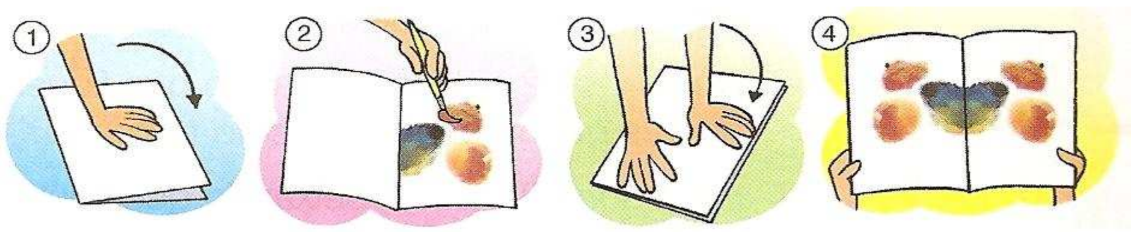


Figura 07: Atividade 3.14: Borões de tinta.
Fonte: CENTURIÓN, 2005, p.132.

Você obteve figuras, aproximadamente, simétricas de um lado e do outro do vinco da cartolina. Nesse caso, o vinco é o eixo de simetria."

Fonte: Centurión (2005, p.132).

"Quando dobramos uma figura ao meio e as partes coincidem, dizemos que ela apresenta simetria. A dobra ou a linha tracejada chama-se eixo de simetria" (DANTE, 2000, p. 180).

Atividade 3.1.8: "Desenhando simetricamente.

Complete as figuras simétricas observando os eixos de simetria."

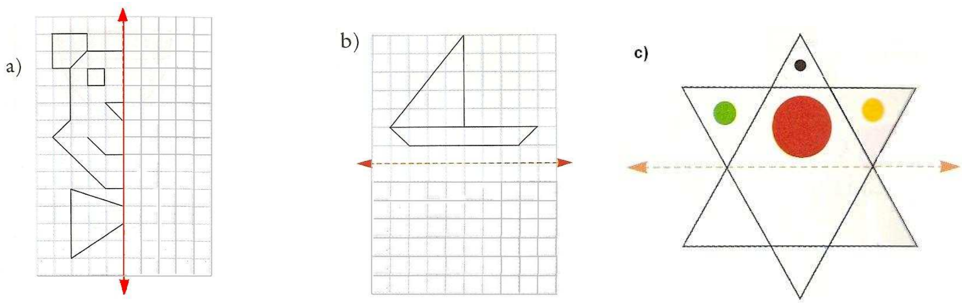


Figura 08: Atividade 3.8.1 Desenhando simetricamente.
Fonte: DANTE (2000, p. 108).

Durante as atividades era evidente a falta de familiaridade das professoras com alguns conceitos. O trabalho com simetria, segundo relatos das professoras, era desenvolvido com os alunos, mas não usavam termos como simetria, eixo de simetria ou algo parecido, realizavam atividades como as apresentadas por mim apenas em suas aulas de artes**.** As atividades não eram novidade, mas o conceito de simetria, com este nome e suas propriedades**,** era novidade.

Outra novidade, que gerou certo conflito entre as professoras, surgiu durante a leitura de um trecho da Matriz de Referência de Matemática IDEB – Saeb / Prova Brasil, referente a caracterizações dos quadriláteros:

> Por meio de figuras, ele (o aluno) deve ser capaz de reconhecer as características próprias dos quadriláteros e perceber que um quadrilátero satisfaz as definições do retângulo e do losango; que um paralelogramo satisfaz as definições do trapézio; e que tanto o losango quanto o retângulo satisfazem a definição do paralelogramo. (BRASIL, 2007).

Muitas professoras não conseguiram entender este texto. Quando propus sua leitura, buscava exatamente este conflito. Nos encontros anteriores, durante alguns relatos, percebi que as professoras supunham que o estudo das “figuras geométricas” era algo muito simples: “Os nossos alunos sabem muito bem o que é um quadrado, um triângulo ou retângulo.” Pretendia mostrar a essas professoras que o estudo dos polígonos é mais complexo.

Comentamos as definições mínimas de cada quadrilátero e algumas propriedades; a polêmica foi grande, todas participaram atentamente das discussões.

Durante o estudo da nomenclatura dos polígonos, relacionando nomenclatura e número de lados do polígono, as professoras salientaram que**,** embora algumas figuras apresentassem aparências diferentes**,** tinham o mesmo nome**.** Elas acharam curiosa essa situação, pois estávamos considerando o número de lados da figura e elas tinham como imagem mental apenas os polígonos regulares. Por exemplo, elas consideravam como pentágono apenas os pentágonos regulares. Os pentágonos não regulares eram desconsiderados como pentágonos até o momento.

Outra curiosidade ocorreu ao tratarmos dos polígonos com quatro lados**.** A primeira resposta referia-se apenas ao quadrado como sendo um polígono de quatro lados, mas, após alguns comentários, as professoras conseguiram identificar que são vários os quadriláteros e que o quadrado é apenas um deles.

Os relatos de atividades realizadas com os alunos eram cada vez mais frequentes e interessantes. Uma professora de Educação Infantil, juntamente com seus alunos, preparou biscoitinhos com formatos geométricos. Ficaram lindos! Ela trouxe alguns para o Grupo saborear.

Outra professora relatou estar desenvolvendo com seus alunos um projeto sobre trânsito**.** Além de trabalhar questões relativas ao trânsito, ela aproveitou o tema para trabalhar os polígonos presentes nas placas**.** Ela comentou que teve a idéia de incluir o trabalho com polígonos devido ao estudo do Grupo: “Usando as coisas vistas no curso tive a ideia de usar as placas de trânsito.”

3 AMBIENTES DE APRENDIZAGEM E AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM O GRUPO DE ESTUDOS: ALGUMAS REFLEXÕES

"Reflexões incluem considerações tanto gerais quanto específicas a respeito dos conhecimentos, das ações e das práticas" (SKOVSMOSE, 2008, p.58). Neste sentido, apresento algumas reflexões acerca das relações entre o trabalho desenvolvido junto ao Grupo de Estudos e os ambientes de aprendizagem descritos por Skovsmose (2008).

Desenvolvi o trabalho no Grupo de Estudos como estágio de docência, exigência do PPG-ENSIMAT; não havia pensado nesta atividade como dissertação. Coletei algumas informações a fim de elaborar o relatório de estágio. Mas o trabalho com o Grupo me encantou e desejei analisá-lo mais detalhadamente, escolhi esta experiência como base para a dissertação, mas como era apenas um estágio não havia pensado em uma fundamentação teórica.

Tive grande dificuldade em encontrar uma teorização adequada, pois as atividades com o Grupo de Estudos já haviam encerrado. Necessitava de algo que se adequasse aos nossos encontros. Ao assistir algumas defesas de dissertações do PPG-ENSIMAT, descobri Skovsmose. Percebi que muito do que ele escrevia esteve presente nos encontros do Grupo e está presente nas minhas crenças como professora de matemática. Acredito, assim como Skovsmose (2008), que numa aula de matemática o diálogo, as discussões, a busca por explicações e as descobertas devem se fazer presentes, mas em certos momentos precisamos considerar a inclusão de uma linguagem matemática mais formal. Um dos grandes desafios do professor consiste em equilibrar essa diversidade de situações linguísticas na sala de aula. Percebi em Skovsmose a possibilidade desse equilíbrio.

Ao longo deste capítulo procuro esclarecer algumas relações entre os ambientes de aprendizagem descritos por Skovsmose (2008) e as atividades do Grupo de Estudos, comentando e exemplificando os diferentes ambientes.

3.1 AMBIENTES DE APRENDIZAGEM - OLE SKOVSMOSE

Para Skovsmose (2008), as práticas de sala de aula circulam entre dois paradigmas: o paradigma do exercício e o paradigma dos cenários para investigação. A educação matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício, no qual o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e, depois, os alunos trabalham com exercícios selecionados.

Neste paradigma, a justificativa da relevância dos exercícios não é parte da aula de matemática em si mesma e a premissa central é que existe uma, e somente uma, resposta correta (SKOVSMOSE, 2008).

Distintamente do paradigma do exercício está o cenário para investigação. Skovsmose (2008) chama de cenário para investigação um ambiente de aprendizagem que pode dar suporte a um trabalho de investigação, relacionando-o com a educação matemática crítica, “como a expressão das preocupações sobre os papéis sociopolíticos que a educação matemática pode desempenhar na sociedade” (SKOVSMOSE, 2008, p.101), e com o conceito de materacia, “competência similar à literacia caracterizada por Freire” (SKOVSMOSE, 2008, p.16).

O cenário para investigação não se refere apenas às habilidades matemáticas, mas também à competência em interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática, ou seja, utiliza-se a matemática como suporte para uma democracia com competência na sociedade. É baseado em diálogos e discussões, propiciando ao aluno formular questões e buscar explicações.

Skovsmose (2008) distingue entre o paradigma do exercício e o cenário para investigação. Esta distinção está relacionada a referências que visam levar os estudantes a produzir significados para atividades e conceitos matemáticos. O autor utiliza a expressão “tipos de referência”, geralmente aludindo à produção de significados na educação matemática. Segundo Lins (2004, p.21), “o significado de um objeto é aquilo que se pode e efetivamente se diz de uma coisa no interior de uma atividade.”

Para Skovsmose (2008) há três diferentes tipos de referência, produção de significados na educação matemática: referência à matemática pura, referência à semi-realidade e referência à realidade.

A referência à matemática pura utiliza questões e atividades matemáticas alusivas somente à matemática. No caso da semi-realidade temos uma realidade construída, inventada por um autor de livro didático ou pelo professor, por exemplo. É uma situação artificial, estabelecida pelo exercício matemático. Por fim podemos ter como referência a realidade, com situações da vida real.

Ao citar o termo realidade, Skovsmose (2008) não se preocupa em definir realidade ou procurar múltiplas realidades, nem mesmo referir-se à realidade como verdade ou como produção, reconstrução, ou imposição da verdade; a expressão “referência à realidade” diz respeito ao uso de situações e problemas cotidianos, incluindo discussões sobre suas peculiaridades nas aulas de matemática.

Combinando os dois paradigmas e as três diferentes referências, Skovsmose (2008, p.23) apresenta seis possíveis ambientes de aprendizagem, observados na seguinte matriz:

	Exercício	Cenário para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Figura 09: Ambientes de aprendizagem.
Fonte: SKOVSMOSE (2008, p. 23).

Na seção seguinte exemplificarei os seis ambientes de aprendizagem utilizando algumas atividades desenvolvidas junto ao Grupo de Estudos.

3.2 AMBIENTES DE APRENDIZAGEM NO GRUPO DE ESTUDOS

Ao longo dos encontros realizados com o Grupo de Estudos, busquei proporcionar às professoras momentos de exploração e discussão das atividades, sempre as instigando a argumentar e buscar explicações para diversas situações**.** Esta perspectiva caracteriza uma prática de sala aula baseada nos cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2008), porém o “paradigma do exercício”, no qual a aula de matemática é dividida em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e, depois, os alunos trabalham com exercícios selecionados, e a justificativa da relevância dos exercícios não é parte da aula de matemática em si mesma (SKOVSMOSE, 2008), não fora abandonado.

Skovsmose (2008) explica que os paradigmas do exercício e dos cenários para investigação simbolizam um terreno imenso de possibilidades. E que não pretende oferecer uma classificação claramente determinada, mas elaborar uma noção de ambientes de aprendizagem, visando facilitar as discussões sobre mudanças na educação matemática.

Também não sugere que um ambiente de aprendizagem particular represente o objetivo último para a educação matemática, crítica ou não. Sustenta que a educação matemática deve mover-se entre os diferentes ambientes tal como apresentado na matriz.

Salienta, ainda, a importância de alunos e professores, juntos, encontrarem seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem. A rota entre os diferentes ambientes pode ajudar a atribuir novos significados para as atividades dos alunos.

Esta foi a dinâmica do Grupo, circulamos pelos diferentes ambientes de aprendizagem e juntas fomos escolhendo e traçando o caminho a ser percorrido. Por vezes, tivemos a necessidade de realizar atividades no paradigma do exercício, com o objetivo de esclarecer e fixar alguns conteúdos. Em outros momentos**,** o debate, a exploração e a adequação de estratégias, características dos cenários para a investigação, tornaram-se mais presentes.

A fim de elucidar a movimentação pelos diferentes ambientes de aprendizagem apresento, a seguir, exemplos de atividades desenvolvidas junto ao Grupo de Estudos.

Em uma delas, as professoras foram convidadas a descobrir relações numéricas a partir da análise de tabelas, preenchidas por elas, contendo as quantidades de vértices, faces e arestas de diversos poliedros. Após explorações e debates**,** elas conseguiram chegar a algumas relações, dentre elas à de Euler: $V + F = A + 2$, onde V, F e A correspondem, respectivamente, aos números de vértices, faces e arestas desses poliedros.

A seguir, elas foram instigadas a solucionar exercícios algébricos tais como: "Determine o número de vértices de um poliedro sabendo que possui 8 faces e 12 arestas."

No primeiro momento trabalhamos no ambiente tipo (2), tendo como referência a matemática pura e situando-nos no paradigma dos cenários para investigação. Segundo Skovsmose (2008, p.21), "Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações", o que ocorreu nesta atividade, pois, ao procurarem relações entre as quantidades de vértices, faces e arestas, as professoras formularam questões e procuraram explicações. Concluíram, por exemplo, que nas pirâmides o número de vértices e faces é o mesmo. Uma das professoras argumentou mostrando uma pirâmide "(...) é só observar e pensar um pouquinho. Veja bem, se a base é quadrada precisamos de 4 triângulos para os lados (as faces) e teremos quatro vértices, o próximo vértice será a união das (faces) laterais, fechando 5 vértices e também 5 faces: as 4 laterais e a base.Viram? O mesmo ocorrerá com qualquer outra base. Se for um pentágono temos 1 face que é a base e as cinco laterais, ou seja 6 faces, e 6 vértices: cinco vértices na base e um bem em cima." Outra professora acrescentou: "E o número de vértices e faces é sempre um a mais que a quantidade de lados da base."

Algumas das considerações foram contestadas pelas próprias colegas: "O número de arestas dos prismas é o dobro do número de faces", afirmou uma professora ao observar que o cubo e o paralelepípedo possuem 12 arestas e 6 faces. Mas antes que eu pudesse responder, outra se manifestou: "Não mesmo. Isso aconteceu com o cubo e o paralelepípedo, já para os outros não dá certo", referindo-se aos outros prismas da tabela. Várias "descobertas" foram expostas até chegarmos à relação de Euler.

Atividades como esta, nas quais os alunos expõem suas conclusões, gerando comentários e explicações, num momento de debates e descobertas caracteriza um cenário investigativo.

No segundo momento, ao serem instigadas a solucionar exercícios algébricos envolvendo a relação de Euler: $V + F = A + 2$, substituição de valores numéricos e resolução de equações do 1° grau, continuamos tendo como referência a matemática pura. Porém, no paradigma do exercício, no qual a premissa central é que existe uma, e somente uma, resposta correta, não havendo espaço para outras argumentações.

Os ambientes (3) e (4) referem-se à semi-realidade, uma realidade construída para a aula de matemática, uma situação artificial, imaginada pelo autor do problema, estabelecida pelo exercício (SKOVSMOSE, 2008). No ambiente tipo (3), a prática situa-se no paradigma do exercício, e a semi-realidade pode ser uma referência que ofereça suporte para alguns alunos na resolução de problemas.

Segundo Skovsmose (2008), resolver exercícios, tendo como referência a semi-realidade, torna-se uma competência muito complexa e baseada num contrato bem específico entre professor e alunos. Entre os princípios desse acordo temos:

- a semi-realidade é totalmente descrita pelo texto do exercício, nenhuma outra informação é importante para a resolução do exercício;
- o único propósito é resolver o exercício;
- somente quantidades mensuradas são relevantes;
- toda informação quantitativa é exata.

Ao utilizarmos a semi-realidade em nossas aulas, necessitamos reconhecer "que a maneira como a matemática se enquadra na semi-realidade não tem nada a ver com a relação entre matemática e realidade, caso contrário, a ideologia da certeza encontra seu lugar" (SKOVSMOSE, 2008, p.25).

É importante ressaltar que

> Vemos a ideologia da certeza como uma estrutura geral e fundamental de interpretação para um número crescente de questões que transformam a matemática em 'linguagem de poder'. Essa visão da matemática - como um sistema perfeito, como pura, como ferramenta infalível se bem usada - contribuí para o controle político" (SKOVSMOSE, 2006, p.129).

Ao trabalharmos com a semi-realidade, é interessante perceber que tais situações apresentam características diferentes de situações que utilizam como referência a realidade.

Na semi-realidade o uso da matemática escolar é facilitado, pois a semi-realidade é totalmente descrita pelo texto do exercício, considera-se somente quantidades mensuradas e toda informação quantitativa é exata. Resta ao aluno utilizar-se das ideias e técnicas matemáticas, apresentadas anteriormente pelo professor, para encontrar a resposta certa, que sempre existe e é única. De outra forma, utilizando como referência a realidade, estamos expondo nossos alunos a situações que não são totalmente previsíveis, temos a possibilidade de encontrar várias soluções ou nenhuma solução para a questão proposta, encontramos situações únicas com suas dificuldades e peculiaridades.

No ambiente (4), a referência à produção de exercícios faz um convite para que os alunos explorem e sugiram explicações. A atividade também ocorre numa semi-realidade, mas no paradigma dos cenários para investigação, no qual os alunos assumem o processo de exploração e explicação (SKOVSMOSE, 2008).

Como exemplo do ambiente tipo (3) no Grupo de Estudos, apresento a atividade "Mapa e códigos" (Bigode & Gimenez 2005, p.154).

Atividade 1.6: Mapa e códigos

Nesse mapa, minha escola pode ser localizada pelo código C2; o correio, pelo código A5.

Figura 10: Atividade 1.6: Mapas e códigos
Fonte: Bigode & Gimenez (2005, p.154)

1.6.1 O que está localizado no quadrinho:

a) D3? c) C1? e) E2?

b) B3? d) E3? f) E5?

1.6.2 Dê o código de localização de cada estabelecimento:

a) Farmácia b) Açougue c) Livraria

Esta atividade tem como referência uma semi-realidade, pois o mapa foi criado pelo autor do livro, especialmente para esta atividade; trata-se de uma situação artificial. Esta referência, o mapa, não faz sentido fora do contexto de sala de aula, ela só existe para esta aula de matemática, para ser utilizada como suporte para a resolução dos exercícios propostos.

As localizações são “perfeitas”, não geram dúvidas, nem incluem quantidades não exatas. As informações necessárias estão totalmente descritas pelo enunciado do exercício e mais informações são totalmente irrelevantes. O único propósito de apresentar o exercício é resolvê-lo. Características de uma semi-realidade.

Propus esta atividade, assim como a descrevi. Apenas entreguei uma folha e solicitei às professoras que respondessem as perguntas, sem oportunizar reflexões. Portanto, a atividade poderia ser incluída no paradigma do exercício tendo como referência uma semi-realidade.

Mas o Grupo não apenas solucionou a atividade, como eu havia previsto. Também discutimos e analisamos cada item. Durante esta análise foi sugerido, por uma das professoras, que trouxéssemos a atividade para o cotidiano dos alunos. A partir desse momento, iniciou-se outra discussão: como incluir o cotidiano nesta atividade?

Após algumas sugestões: “Ora, vamos colocar o nosso bairro”. “Vamos fazer um novo mapa, com o bairro da escola e apresentar aos alunos”. “Acho melhor que os alunos façam e não nós, professoras; afinal de contas se eles fizerem vão pensar e aprender mais”. “Mas se pedirmos um mapa do bairro mesmo vai ficar complicado”. Após estas e outras argumentações, acrescentamos mais dois itens na atividade original:

1.6.3 Se você fosse escolher uma dessas casas ou prédios para morar, qual seria? Explique sua escolha e dê a localização.

1.6.4 Agora é com você. Elabore um mapa de uma cidade fictícia que você considere ideal para morar, coloque a sua casa e os estabelecimentos que considerar necessário.

Com o debate passamos do ambiente tipo (3), no paradigma do exercício, para o (4), produzindo e aperfeiçoando estratégias, segundo um ambiente de investigação. A inclusão destes itens tem a intenção de propiciar aos alunos destas professoras a exploração do ambiente tipo (4), pois eles também serão convidados a produzir e aperfeiçoar estratégias numa semi-realidade.

Cabe lembrar que “o cenário somente se torna um cenário para investigação se os alunos aceitam o convite” (SKOVSMOSE, 2008 p. 21). Portanto, a atividade é apenas um convite. Quem definirá em qual paradigma estará, exercício ou cenário de investigação, serão os alunos e a professora. Os alunos porque podem aceitar ou não o convite, e a professora porque o encaminhamento dado durante a realização da atividade pode oferecer ou não recursos para a investigação.

Nos ambientes de aprendizagem tipos (5) e (6), as referências utilizadas são situações da vida real, observando-se a maneira como a matemática opera nestas situações.

Um bom exemplo de ambiente de aprendizagem tipo (5) se apresentou em uma atividade relatada no Grupo de Estudos. Esta atividade ocorreu numa turma de 3ª série do Ensino Fundamental. Ao trabalhar a localização em mapas, a professora utilizou um mapa do município para cada aluno e solicitou que pintassem a rua onde residiam. A seguir, ela fez uma exposição dos mapas. Embora a proposta consistisse apenas na identificação da rua, outros comentários e questionamentos surgiram: como se localizar no mapa, onde está cada bairro, a proximidade ou não da escola, a proximidade entre as casas dos colegas, etc.

Neste exemplo, temos como referência a vida real — o mapa da cidade e a rua onde cada aluno reside —, distintamente do exemplo anterior, no qual tínhamos um mapa fictício. Aqui não se trata de uma situação artificial, criada apenas para a sala de aula, mas de um mapa que representa uma realidade e faz sentido fora da sala de aula.

Sendo uma referência à realidade, a atividade oferece “uma condição diferente para a comunicação entre o professor e os alunos, uma vez que agora faz sentido questionar e suplementar a informação dada pelo exercício” (SKOVSMOSE, 2008 p.26), pois os alunos conhecem o local e, portanto, tem maiores condições para comentar, questionar e complementar a atividade.

Contudo esta atividade encontra-se no paradigma do exercício, pois a professora já havia apresentado o mapa aos alunos e identificado algumas ruas. Aos alunos coube apenas identificar a sua rua, sendo que a professora já havia indicado o “caminho”. A justificativa da relevância dos exercícios não era parte da aula de matemática em si mesma e a premissa central da atividade é que existia uma, e somente uma, resposta correta, características do paradigma do exercício, segundo Skovsmose (2008). Portanto esta atividade se enquadra no ambiente de aprendizagem tipo (5).

Para ilustrar o ambiente (6) apresento outro relato de atividade desenvolvida por uma das professoras do Grupo de Estudos. A professora confeccionava jogos didáticos com sua turma, e um grupo ficou responsável pela elaboração de dados de papel para os jogos. O papel disponível era reduzido e os alunos desse grupo tinham que aproveitá-lo da melhor forma possível. Iniciou-se assim uma pesquisa de dias.

O primeiro passo foi buscar o molde de um dado, uma planificação do cubo. Com orientação da professora**,** aqueles alunos descobriram que havia mais de um molde. Assim**,** obtiveram as várias planificações do cubo e iniciaram as medições. Elaboraram e aperfeiçoaram estratégias. Haviam esquecido as abas necessárias para a colagem das faces e, ao considerá-las**,** modificaram as estratégias já elaboradas**.** Finalmente**,** após várias tentativas**,** encontraram uma maneira, segundo a professora, "mais econômica", aproveitando o papel da melhor forma**,** evitando desperdícios.

As referências utilizadas nesta atividade são reais, tornando possível aos alunos produzir diferentes significados para as atividades, e não somente para os conceitos. Durante esta atividade os alunos vivenciaram mais que conceitos matemáticos, tiveram a oportunidade de vivenciar a sua aplicabilidade. Foram além da simples confecção do cubo: partindo de uma situação "real", sentiram a necessidade de solucionar as dificuldades que foram surgindo ao longo da tarefa e desta forma foram produzindo diferentes significados.

Os alunos aceitaram o desafio e foram buscar soluções para o problema, assumindo o processo de exploração e explicação. O pressuposto de que há uma**,** e somente uma**,** resposta correta não fazia sentido. O professor teve o papel de orientador. Estas são características do ambiente de aprendizagem do tipo (6), conforme Skovsmose (2008).

Assim como Skovsmose (2008), acredito na importância de se criar condições para se refletir sobre mecanismos que envolvem a matemática, e a busca de um caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem pode proporcionar novos recursos para levar os alunos à reflexão. No Grupo de Estudos buscamos construir um espaço de reflexão nos movimentando entre os diferentes ambientes de aprendizagem. Parafraseando Skovsmose (2008), discutimos o que estávamos aprendendo, como estávamos aprendendo, e a relevância do que estávamos aprendendo, não esquecendo sua utilidade para nossas aulas.

4 ENCERRADAS AS ATIVIDADES DO GRUPO, O QUE FICOU?

Um ano após a realização do Grupo de Estudos entrevistei algumas professoras a fim de verificar o alcance de nossos encontros. Elaborei algumas questões para uma entrevista semi-estruturada[6], "a qual se desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações" (LÜDKE e ANDRÉ, 1988, p.34). Escolhi este tipo de entrevista por sua flexibilidade; ela poderia ser adaptada a situações não previamente elaboradas, que porventura surgissem ao longo da conversa. Uma das minhas preocupações era que as professoras se sentissem à vontade e expusessem o que pensavam e o que sentiam a respeito do seu trabalho com geometria nas séries iniciais.

Analisando as informações obtidas por meio das entrevistas, percebi semelhanças e contradições nas falas das professoras. Mas isto não me preocupou, devido a nossa singularidade; percebemos de forma única o mundo em sua pluralidade de verdades. "Para Vattimo, o ocidente vive uma situação explosiva, uma pluralização que parece irrefreável e que torna impossível conceber o mundo e a história de acordo com pontos de vista unitários" (LARROSA, 2006, p.154). Portanto, não me preocupei com a possibilidade de não encontrar unicidade nas informações obtidas.

Algumas entrevistadas elogiaram a forma de trabalho do Grupo, principalmente as atividades práticas: "A melhor parte foram as atividades práticas. Porque não foram cansativas. A gente fez e agora não esquece. Principalmente aquelas de figuras geométricas [...]". Esta mesma entrevistada afirmou que em outros cursos de formação de que participou houve muitas leituras, o que os tornou cansativos. Apenas uma das entrevistadas destacou como negativo as poucas leituras, afirmando que algumas atividades práticas ficaram um tanto "soltas", necessitando talvez de mais esclarecimentos teóricos.

Durante a realização dos encontros sempre busquei um equilíbrio entre teoria e prática, mas o estudo voltou-se mais às atividades práticas do que teóricas, pois um dos meus objetivos era oferecer às professoras sugestões de atividades para serem desenvolvidas com os alunos. Ao perceber o entusiasmo das professoras diante de cada atividade prática proposta, ao participar dos debates que surgiam durante e após a realização das atividades, me sentia mais motivada a continuar apresentando tais atividades. Outra motivação eram os relatos, nos

[6] As questões da entrevista constam no Anexo D.

quais as professoras descreviam o desenvolvimento das atividades vistas no Grupo e aplicadas em suas aulas. A elaboração das atividades, em geral, se dava a partir de cada encontro; não

foi algo pré-elaborado. Esta maneira de docência conecta-se a uma perspectiva de ouvir e perceber o outro em suas manifestações; trata-se de uma prática docente em realização.

Ao longo dos encontros construímos e reconstruímos conceitos, não só de geometria, mas das aulas de matemática como um todo. Fomos além da geometria: discutimos metodologias de ensino, trocamos sugestões, refletimos sobre a nossa experiência enquanto alunas de matemática, sobre nossa postura como professoras de matemática, sempre buscando a melhor forma, em nossa opinião, para trabalharmos com nossos alunos. Refiro-me às conversas paralelas que tínhamos durante os encontros. Por exemplo, ao resolvermos uma atividade, as professoras comentavam de suas posturas em sala de aula: “Eu não deixo os alunos conversarem durante a resolução das atividades, eu gosto de silêncio total”. Outra acrescentava “Eu gosto que eles conversem porque assim estão trocando ideias e a aula fica mais interessante, duas cabeças pensam melhor que uma”. Ou ainda, “O que a gente faz quando um aluno resolve uma questão corretamente e erra só no final, coloco errado, meio certo, certo? O que vocês fariam nesse caso.” Ou “O que vocês fazem com os alunos que já passaram no dia da recuperação? Eu mando fazer a mesma prova dos colegas para exercitar, e vocês?”

Entretanto, em um aspecto as entrevistadas foram unânimes: todas demonstraram interesse em retomar os encontros, principalmente pela troca de experiências, pelo espaço de aprendizagem e reflexão construído no Grupo. Destacaram a necessidade da continuidade de um trabalho de incentivo e apoio ao ensino de geometria. Algumas relataram que durante a participação no Grupo desenvolveram junto aos seus alunos atividades de caráter geométrico e que as dúvidas que surgiam eram esclarecidas no Grupo. Porém, após o encerramento dos encontros, ao longo do ano seguinte, mais dúvidas surgiram e, não havendo os encontros do Grupo, não tinham como esclarecê-las, o que dificultou a continuidade do trabalho em sala de aula.

Algumas professoras afirmaram que ainda se sentem inseguras ao trabalhar geometria, não dominam alguns conteúdos, e precisam de auxílio, o qual a escola não oferece. Como nos explica uma das entrevistadas: “Eu participei dos encontros, mas ainda não sei bem trabalhar geometria com meus alunos e não sei para quem pedir ajuda, então acabo não trabalhando muita coisa”. Isto evidencia a necessidade de um trabalho contínuo, a fim de que o ensino de geometria ocorra com mais qualidade nas séries/anos iniciais.

Em conversas, as professoras sugeriram retomar o Grupo de Estudos com uma dinâmica diferente: encontros mensais, ao invés de semanais, e ao longo de todo o ano letivo, não apenas num período específico. Além disso, todas as professoras seriam responsáveis pela organização do material de trabalho, uma ou duas professoras a cada encontro, distintamente do que ocorreu no Grupo de Estudos, no qual todo material de trabalho foi organizado por mim. O que se espera são momentos nos quais as professoras possam aprender juntas, esclarecendo suas dúvidas, expondo suas experiências de sala de aula; enfim**,** um espaço para troca de experiências. A viabilização destes encontros ainda está sendo estudada.

Também houve homogeneidade ao responderem a seguinte questão: "Consideras suficiente o que é trabalhado de geometria nas séries iniciais?" Todas afirmaram que não consideram suficiente o trabalho de geometria realizado na sua escola, que é necessário trabalhar mais geometria nas séries iniciais. Uma das entrevistadas afirmou que "a geometria não está prevista na listagem de conteúdos mínimos" e que "apenas a professora da 4ª série trabalha geometria por causa da Prova Brasil", o que ela considera falho, pois todas as séries deveriam fazê-lo.

O fato das professoras perceberem a necessidade de ampliar o ensino de geometria nas séries iniciais constitui um aspecto positivo do trabalho do Grupo de Estudos, pois antes não tinham esta percepção. Consideravam desnecessário o ensino de geometria nas séries iniciais, deixando-o apenas para as séries seguintes, como relataram algumas entrevistadas: "Antes eu não via importância em trabalhar geometria, achava que era só para os alunos maiores. Só fui ver que dá para trabalhar com os pequenos no curso". "Não dava tanta importância como eu dou agora, vi que eles (os alunos) precisam sair (das séries iniciais) com uma base."

Constatei que algumas das atividades desenvolvidas no Grupo de Estudos continuam sendo utilizadas pelas professoras, principalmente as relacionadas à orientação espacial. O comentário de uma das entrevistadas ilustra esta afirmação: "Esta parte (orientação espacial) foi a que mais gostei e que mais usei com meus alunos". Outra relatou que já trabalhava com atividades de orientação espacial, mas nunca associadas à matemática, e que as atividades apresentadas no Grupo serviram para complementar o seu trabalho.

Além das atividades propostas no Grupo, percebi que algumas professoras têm buscado outras atividades de caráter geométrico; hábitos que não tinham antes. Como descreveu esta entrevistada: "Olhando livros, acho cada vez mais atividades que antes eu não via. E quando via achava que nunca ia usar, que era para as outras séries, para os alunos maiores. Agora consigo usar esse tipo de atividade (referindo-se à geometria), enxergo mais coisas para trabalhar”. Porém alguns tópicos de geometria ainda não foram contemplados pelas professoras.

Ao optar pelo tema desta pesquisa pretendia auxiliar às professoras do município de Minas do Leão na ampliação do ensino de geometria nas séries iniciais, pois observando as professoras e os alunos das séries iniciais ao longo da rotina escolar percebia a ausência deste tópico. Embora o ensino de geometria nas séries iniciais ainda seja precário, como pude perceber nas entrevistas, a necessidade de incluí-lo nas mesmas se faz presente.

Acredito que estas professoras saíram de uma “zona de conforto”, na qual não trablhavam geometria com seus alunos, e agora estão em uma “zona de risco”, buscando desenvolver alguns tópicos de geometria em suas aulas.. Na zona de conforto, “a situação educativa mostra alto grau de previsibilidade” (PENTEADO, apud SKOVSMOSE 2008, p. 49) e o professor tem maior segurança. Ao negligenciar o ensino de geometria, as professoras se mantinham na zona de conforto, tendo maior segurança e previsibilidade em suas aulas. Mas ao iniciarem o trabalho com geometria, elas se depararam com situações inesperadas, para as quais não tinham solução imediata, entrando então em uma zona de risco, o que causa certo receio diante do questionamento dos alunos.

As trocas ocorridas durante os encontros do Grupo de Estudos tornavam possível às professoras continuarem o trabalho na zona de risco, representavam um apoio para tanto. Com o fim das atividades do Grupo, algumas professoras preferiram voltar à zona de conforto**,** abandonando o ensino de geometria. Portanto, é fundamental que haja mais ações de incentivo ao ensino de geometria nas séries iniciais para auxiliar estas professoras a aproveitarem novas oportunidades de aprendizagem associadas à zona de risco. Saliento que tais ações envolvem o setor público, como a parceria da Secretaria Municipal de Educação de Minas do Leão na realização de nosso Grupo de Estudos.

Mais que um trabalho acadêmico, este trabalho proporcionou reflexões acerca não só do ensino de geometria, mas do ser professor de matemática nas séries iniciais, do ser professor reflexivo. Para Schön (1997), um professor reflexivo permite ser surpreendido pelo que o aluno faz, reflete sobre esse fato, reformula o problema suscitado pela situação e testa a hipótese que formulou sobre o modo de pensar do aluno; num processo de reflexão-na-ação.

Ao longo dos encontros do grupo, esta foi a postura adotada por mim. Embora os conteúdos de geometria para as séries iniciais fossem os principais objetivos dos encontros, sempre disponibilizava tempo para refletir sobre o modo de pensar das alunas-professoras e questioná-las na busca de compreendê-las melhor. Para o planejamento de cada encontro, considerei como base os conteúdos de geometria para as séries iniciais listados pelos PCN e principalmente as reflexões do encontro anterior.

Vale ressaltar que para Schön (1997, p.83):

> [...] é possível olhar retrospectivamente e refletir sobre a reflexão-na-ação. Após a aula, o professor pode pensar no que aconteceu, no que observou, no significado que lhe deu e na eventual adoção de sentidos. Refletir sobre a reflexão-na-ação é uma ação, uma observação e uma descrição, que exige o uso de palavras.

Portanto, esta dissertação possibilitou a minha reflexão sobre a reflexão-na-ação dos encontros com o Grupo.

Nessa reflexão, saliento Lorenzato (1995), quando afirma que as professoras de matemática não ensinam geometria porque não estudaram geometria. E porque não a conhecem, não reconhecem sua importância. Neste sentido, enfatizo a necessidade de atualização destas professoras. O Grupo de Estudos se apresentou como uma possibilidade de atualização, como um espaço de reflexões. Reflexões estas de caráter local, voltadas às necessidades e peculiaridades desta comunidade singular.

Relembro que este Grupo de Estudos foi organizado em caráter experimental, com o objetivo de fornecer às professoras das séries iniciais um suporte teórico e prático para suas aulas de geometria nas séries iniciais. Com a parceira da secretaria municipal de educação e das professoras envolvidas, realizamos 40 horas de estudos ao longo do segundo semestre de 2008.

Ao organizar o Grupo de Estudos, várias professoras se posicionaram de acordo, como que vindo ao encontro de meu desejo e preocupação. Nossa meta comum era estudar uma geometria voltada às séries iniciais

Acredito ter atingido meus objetivos. Principalmente ao ouvir afirmações como esta: “Vi coisas que eu nunca tinha visto na minha vida”, em referência aos conteúdos de geometria abordados no Grupo. Ou, esta: “Antes eu não via importância (no ensino de geometria para as séries iniciais), só fui ver essa importância depois do curso”, em referência ao Grupo de Estudos. Afirmações que sugerem uma mudança na visão destas professoras sobre o ensino de geometria das séries iniciais após a experiência com o Grupo de Estudos. Esta experiência, como diria Bondía (2002), tocou algumas das professoras e ao tocá-las provocou-lhes alguma modificação.

No trabalho com o Grupo de Estudos, procurei explorar, além das atividades de caráter geométrico e a postura de um professor reflexivo, os diferentes ambientes de aprendizagem de Skovsmose, embora não os tenha definido formalmente.

As professoras-alunas tiveram a oportunidade de vivenciar cada um deles e, a partir desta vivência, talvez incluí-los em suas práticas de sala de aula, enriquecendo, não apenas a aula de geometria, mas sua prática docente como um todo.

Na busca por uma fundamentação teórica adequada, deparei-me com Skovsmose e, na leitura de alguns de seus textos, considero ter encontrado o que procurava. O estudo de duas de suas publicações: “Educação Matemática Crítica” e “Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica”, foi muito prazeroso. Encontrei nelas muitas das minhas crenças, enquanto professora de matemática. E as recomendo a todos os professores de Matemática.

Escolhi os ambientes de aprendizagem descritos por esse autor, principalmente por sua mobilidade, por acreditar que “a educação matemática deve se mover entre os diferentes ambientes” (SKOVSMOSE, 2008, p. 32), como apresentado no capítulo 3, na busca de um equilíbrio.

Ao realizar o trabalho com o Grupo de Estudos, tinha a convicção de que somente estes encontros não seriam suficientes para introduzir o ensino de geometria nas séries iniciais. Mas resolvi realizá-los a fim de iniciar uma discussão sobre o assunto, auxiliando as professoras nessa introdução. Portanto, acredito ter alcançado meu objetivo.

Registro, ainda, a importância deste trabalho para o meu crescimento profissional. Tive a oportunidade de repensar minha prática de sala de aula, ao vivenciar uma articulação entre os saberes acadêmicos e os saberes da prática, visando a qualificação das professoras. As várias leituras e reflexões realizadas ao longo do trabalho foram fundamentais para a ampliação de meus conhecimentos, bem como a convivência com as professoras e os saberes de suas experiências.

Destaco o caráter local desta pesquisa. Escolhi desenvolvê-la localmente por acreditar que devemos agir na comunidade onde estamos inseridos, procurando torná-la melhor, refletindo e buscando soluções em grupos, trabalhando juntos.

Este trabalho é parte da minha contribuição ao ensino de matemática, em especial ao ensino de matemática em Minas do Leão. Espero que seja útil a outros que, assim como eu, preocupam-se com a educação e tentam qualificá-la.

5 E PARA PENSAR À FRENTE

Chego ao término deste trabalho com a sensação de que o mesmo se encontra inacabado, com um sentimento de que muito ainda precisa ser feito a fim de vivenciarmos um ensino de geometria de qualidade nas séries iniciais em Minas do Leão. Por ora acredito que as atividades do Grupo de Estudos representaram um passo importante nessa busca

Uma oportunidade para a sequência desta discussão é a reorganização dos Planos de Estudos que, segundo informações da direção da escola, ocorreria neste ano letivo (2010). A escolha dos conteúdos é realizada pelas próprias professoras, tendo a oportunidade de acrescentar ou retirar tópicos dos Planos de Estudos das séries iniciais, é a oportunidade de incluir alguns tópicos de geometria, pois atualmente a geometria não está presente nesses Planos de Estudo, como podemos verificar no Anexo A deste trabalho.

Apenas o Plano de Estudos da pré-escola faz uma pequena referência à geometria no item: Formas geométricas. Nos demais Planos de Estudos não há referência sobre o assunto, ficando a cargo de cada professora desenvolver, ou não, atividades de caráter geométrico com seus alunos, como salientou uma das entrevistadas: “O primeiro passo, referindo-se à ampliação do ensino de geometria nas séries iniciais, é colocar a geometria nos Planos. Porque primeiro desenvolvemos os conteúdos que estão listados nos Planos, para só depois trabalharmos alguma coisa extra, quando dá tempo”. Porém, está reorganização ainda não ocorreu, embora estejamos no final do ano letivo de 2010, talvez ocorra no próximo ano.

Convivendo com o Grupo de Estudos acredito ter encontrado uma boa dinâmica para a formação continuada destas professoras. Caracterizo como “boa” a dinâmica do Grupo pelo comprometimento das professoras, pelo envolvimento e responsabilidade de cada uma. Não posso precisar os motivos que desencadearam esse comportamento. Mas posso destacar alguns aspectos que considero positivos e que talvez o tenham influenciado. O primeiro deve-se ao convite feito às professoras e à forma afirmativa com que elas o receberam, caracterizando, assim, um desejo de participação no grupo. pois é fundamental que o professor deseje, que aceite o convite.

Também considero primordial um planejamento flexível, que se adapte às necessidades dos envolvidos, além de respeitar os professores e seus saberes. Nas atividades do Grupo construímos um espaço de discussões, reflexões e aprendizagens, no qual as professoras podiam expor suas dúvidas e opiniões. A partir destas discussões, o planejamento era adaptado, sem perder o foco “ensino de geometria nas séries iniciais”. Outra característica do planejamento foi a escolha dos materiais; procurei materiais disponíveis na escola, que estivessem ao alcance do professor para que a proposta se mostrasse viável para a sala de aula.

Outro aspecto positivo refere-se à periodicidade dos encontros. Tínhamos encontros semanais, com duração de 4 horas cada um. Esta periodicidade possibilitava relatos de atividades aplicadas, bem como esclarecimento de dúvidas oriundas da prática escolar. As professoras tinham a possibilidade de experimentar e observar nas suas salas de aula as sugestões dadas no Grupo, relatar e esclarecer dúvidas no encontro seguinte, avaliando e propondo novas alternativas. Desta forma, o Grupo tornou-se um espaço de apoio, acompanhamento e criação. Durante a entrevista, realizada um ano após o término das atividades, as professoras relataram que sentiam falta desse acompanhamento.

Além disto, no Grupo as atividades oscilavam entre práticas e teóricas, discussões e definições fechadas, assim como os ambientes de aprendizagem, descritos por Skovsmose (2008). Trabalhamos nos cenários para investigação bem como no paradigma do exercício, movimentando-nos entre os ambientes de aprendizagem. Buscamos uma fundamentação teórica e prática para o ensino de geometria nas séries iniciais, refletindo sobre a prática, mas também abordando conhecimentos da matemática pura. Esse movimento contribuiu para o comprometimento do Grupo, pois as professoras tinham a possibilidade de discutir e expor suas opiniões, e também dispunham de momentos de estudo e aprofundamento dos conteúdos relacionados à geometria.

Em suma, após a experiência com o Grupo, creio que uma “boa” proposta para a formação de professores em exercício convidará os professores a participar, sem obrigá-los a isto. Importa que os professores sejam respeitados e valorizados, instigados a refletir, opinar, experimentar, sugerir e criar alternativas. Para tanto se faz necessário um planejamento flexível, que considere as necessidades dos professores e seus saberes, oferecendo encontros periódicos ao longo do ano letivo, sejam mensais ou semanais; possibilitando avaliações sobre o produzido, e criando um espaço de reflexão, apoio mútuo e aprendizagem. Porém, este é um assunto que necessita um estudo mais aprofundado; neste trabalho apresento apenas as minhas constatações após a experiência com o Grupo.

Nos estudos realizados com o Grupo de Estudos algumas questões ficaram abertas, necessitando uma abordagem mais detalhada em encontros futuros. Entre elas a questão do erro. Na realização das atividades propostas algumas professoras expuseram o seu medo de errar e acabamos discutindo, de forma superficial, a relação entre o erro, o medo de errar e suas implicações na aprendizagem.

Outra questão a ser discutida posteriormente é o uso do livro didático, a maioria das professoras do Grupo consideraram os livros didáticos de matemática inadequados aos seus alunos, o consideram "muito difícil". Seria interessante continuarmos esta e outras discussões numa nova oportunidade.

Tornou-se evidente a necessidade da continuidade das atividades de incentivo à melhoria do ensino de geometria em Minas do Leão. A forma como esta continuidade ocorrerá ainda não está definida, mas o importante é que esta necessidade surgiu a partir da percepção das professoras. E mais, elas desejam ampliar o ensino de geometria nas séries iniciais, como evidenciei nas entrevistas. O desafio agora é descobrir qual a melhor maneira de auxiliá-las na nova empreitada.

Segundo Skosmose (2008,p.35),"(...) a incerteza não deve ser eliminada.O desafio é enfrentá-la". Buscando enfrentar nossas incertezas quanto ao ensino de matemática, eu e mais duas colegas, professoras de matemática em Minas do Leão, estamos idealizando a criação de um laboratório de matemática para o próximo ano letivo, 2011.

Não temos certeza se o nome "laboratório de matemática" é adequado. Estamos elaborando o projeto a ser apresentado à secretaria de educação antes do início do ano letivo de 2011. Saliento a importância do apoio dos órgãos públicos para a viabilização de melhorias na qualidade do ensino. Acredito que teremos este apoio em nosso município, pois sempre que propomos ações que beneficiem nossos alunos somos apoiadas.

Iremos propor a criação de um espaço no qual as professoras possam estudar e discutir sobre o ensino de matemática. Um espaço impulsionador para a atualização do ensino de matemática, oferecendo a possibilidade de trabalharmos juntas: professoras das séries/anos iniciais e finais. Assim como no Grupo de Estudos, um espaço de aprendizagem e reflexão. Porém, visando o ensino de matemática como um todo, não apenas a geometria das séries iniciais.

Ainda não definimos sua dinâmica, mas pretendemos implantá-lo em caráter experimental na escola São Miguel, onde lecionamos. Inicialmente solicitaremos algumas de nossas horas para nos dedicarmos a esta atividade, sem abandonarmos nossas turmas. Planejamos oferecer oficinas, construção de materiais didáticos, mas principalmente a criação de um espaço de reflexão sobre nossa prática escolar, servindo de subsídio às aulas de matemática ministradas na escola.

Sabemos que muito ainda precisa ser feito, estamos trabalhando na busca de uma educação matemática de qualidade em Minas do Leão.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Juliane Matsubara. (Editora responsável). **Projeto Aratibá**: matemática/obra coletiva, concebida e produzida pela Editora Moderna. Matemática 5ª série. São Paulo: Moderna, 2006.

BIGODE, Antônio José Lopes; GIMENEZ, Joaquim. **Matemática do Cotidiano & suas Conexões** 1ª série. São Paulo: FTD, 2005.

BONDÍA, Jorge Larrosa. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**. n.19, (Jan/Fev/Mar/Abr), 2002. p. 20-28.

BRASIL. Prova Brasil – **Matrizes de referência, tópicos e descritores**: Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2007.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: 1996.

CENTURIÓN, Marília. **Porta aberta**: Matemática 3ª série. São Paulo: FTD, 2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Vivência e construção**: Matemática 1ª série. 2 ed. São Paulo: Ática, 2006.

______. **Vivência e construção**: Matemática 4ª série. São Paulo: Ática, 2000.

______. **Didática da matemática na pré-escola**. Série educação. São Paulo: Ática, 1996.

D´AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. In: ______. **Educação matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999. p. 7-9.

DELVAL, Juan. **Crescer e pensar:** a construção do conhecimento na escola. Porto Alegre: Artes Médicas. 1998.

FAINGUELERNET, Estela Kaufman. **Educação matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FONSECA, Maria da Conceição F. R., et al. **O ensino de geometria na escola fundamental**: três questões para a formação dos ciclos iniciais.Belo Horizonte: Autêntica,2005.

LARROSA, Jorge. “Agamenon e seu porqueiro”. In: LARROSA, Jorge. **Pedagogia profana:** danças, piruetas e mascaradas. Alfredo Veiga-Neto (Trad.). Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 149-166.

LINS, Rômulo C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo de C. (Orgs.). **Educação matemática em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **A educação matemática em revista**. n. 4. (1º semestre), 1995. p. 3-11.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1988. 99 p. (Coleção temas básicos de educação e ensino).

NÓVOA, Antônio. (Org). Formação de professores e formação docente. In: ______. (Org.). **Os professores e a sua formação**. 3. ed.Portugal (Lisboa): Dom Quixote, 1997. p.15-33.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. **Espaço e forma:** a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: PROEM, 2000.

SCHÖN, Donald A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: Nóvoa, António, "Os Professores e sua Formação". 3. ed. Portugal (Lisboa): Dom Quixote, 1997. p.77-91.

SKOVSMOSE, Olé. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2008.

______. **Educação matemática crítica:** a questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2006.

A N E X O S

Anexo A – Programas séries iniciais

Neste anexo constam os programas de matemática referentes às séries iniciais do ensino fundamental das escolas em que lecionam as professoras envolvidas no Grupo de Estudos. Tais programas foram disponibilizados pelas respectivas escolas.

Como as escolas estão implantando o ensino fundamental de nove anos e extinguindo o ensino fundamental de oito anos, algumas turmas recebem a denominação ano, referindo-se aos nove anos; outras turmas são denominadas série, em referência ao ensino fundamental de oito anos.

Escola Estadual de Ensino Médio Engenheiro Frederico Horta Barbosa

Pré escolar

Matemática: compreender conceitos matemáticos, identificar posições e relações espaciais.

Primeiro ano

Além da construção, conceitualização e sistematização as operações aritméticas e da apropriação do sistema de numeração, o objetivo é instigar e desafiar o aluno para que ele relacione a matemática a tudo que lhe seja útil na relação de seu cotidiano.

Escrever a numeração de 0 a 99;

Reconhecer conjuntos;

Dominar cálculos de adição e subtração;

Resolver problemas.

Segundo Ano

Além da construção, conceitualização e sistematização as operações aritméticas e da apropriação do sistema de numeração, o objetivo é instigar e desafiar o aluno para que ele relacione a matemática a tudo que lhe seja útil na relação de seu cotidiano.

Escrever a numeração de 0 a 99;

Reconhecer conjuntos;

Dominar cálculos de adição e subtração;

Resolver problemas.

Terceiro ano

Valer-se do conhecimento da lógica matemática, identificando, analisando e abstraindo através de situações problema, numa relação com seu cotidiano e com as áreas do conhecimento.

Resolução de desafios e de situações problema, envolvendo as quatro operações matemáticas, resolução de problemas teóricos, que envolvem dúzia, meia dúzia, dezena, centena e meia centena.

Compreensão do sistema de numeração.

Compreensão do significado das operações.

Terceira série

Dominar as quatro operações.

Reconhecer a multiplicação e a divisão por 10, 100 e 1000.

Reconhecer o nome dos termos das quatro operações

Dominar a prova real e as quatro operações.

Conhecer as unidades de tempo.

Quarta série

Compreender o significado das operações frente as diferentes situações do cotidiano.

Desenvolver o pensamento lógico, o espírito investigativo, crítico e criativo através da resolução de situações-problemas, tornando-os autônomos e preparados para continuar aprimorando a aprendizagem.

Escola Estadual de Ensino Fundamental Getúlio Dornelles Vargas

Primeiro Ano

Ampliar o conhecimento dos números.

Contar oral e mentalmente objetos.

Utilizar estratégias pessoais para resolver problemas que envolvam as quatro operações.

Indicar o número certo quando houver poucos objetos.

Usar o calendário.

Comparar, identificar e estimar grandezas (comprimento, massa, temperatura e capacidade) e iniciar o uso de instrumentos de medidas.

Começar usar e fazer tabelas simples.

Segundo ano

Realizar contagem oral.

Saber regras do sistema numérico.

Ler e produzir escritas numéricas (até 100).

Ampliar o uso de estratégias pessoais para resolver problemas envolvendo as quatro operações.

Saber de memória alguns resultados.

Usar diversas estratégias de cálculos.

Terceiro Ano

Dominar o sistema de numeração:

Ler e escever numeris até 300 000;

Ordenar numerais em ordem crescente e decrescente;

Compor e decompor numerais;

Reconhecer o valor posicional do algarismo no numeral;

Reconhecer numerais ordinais até 50;

Reconhecer números romanos até 50;

Identificar numerais pares e ímpares.

Dominar a adição de números naturais.

Dominar a subtração de números naturais.

Dominar a multiplicação de números naturais.

Dominar a divisão de números naturais.

Conhecer horas.

Aplicar corretamente o sistema de medidas:

Reconhecer as medidas de capacidade (litro, meio litro e quarto de litro)

Identificar o sistema de comprimento (meio, meio metro e quarto de metro)

Resolver problemas.

Terceira série

Dominar o sistema de numeração:

Ler e escrever numerais de 2000 até 10000

Ordenar numerais em ordem crescente e decrescente

Compor e decompor numerais.

Dominar a adição de números naturais.

Introduzir a multiplicação de números naturais.

Introduzir a divisão d números naturais.

Resolver problemas.

Aplicar corretamente o sistema de medidas:

Identificar o sistema de comprimento (metro, meio metro e quarto de metro).

Quarta série

Numeração até 999 999 999.

Valor posicional.

Ordem crescente e decrescente.

Compor e decompor.

Sucessor e antecessor.

Numeração romana até 100.

Cálculo de números naturais envolvendo as quatro operações.

Sistemas de medidas: metro(m), massa(g), capacidade(l).

Frações.

Sistema monetário.

Expressões numéricas (adição, subtração, multiplicação, divisão), com parênteses, colchetes e chaves.

Interpretar e construir tabelas simples, de dupla entrada, gráficos de colunas, barras, linhas e de setor.

Escola Municipal de Ensino Fundamental Ricardo Porto

Primeira série

Conhecer numerais e sua quantidade.

Compreender o significado das operações matemáticas.

Desenvolver o raciocínio lógico.

Construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e perseverança na busca de soluções.

Segunda série

Localizar-se no espaço.

Dominar sistema de numeração até 100 (lendo, escrevendo, identificando antecessor e sucessor)

Somar e subtrair números inteiros.

Resolver problemas, através das histórias matemáticas.

Terceira série

Dominar o sistema de numeração até 300 000.

Dominar a adição de números naturais.

Dominar a subtração de números naturais.

Dominar a multiplicação de números naturais (até a tabuada do 9).

Dominar a divisão de números naturais (divisor até 9).

Reconhecer o nome dos termos das quatro operações.

Conhecer as unidades de tempo.

Conhecer horas.

Resolver problemas envolvendo as quatro operações e sistema monetário.

Quarta série

Dominar o sistema de numeração.

Dominar a adição.

Dominar a subtração.

Dominar a multiplicação.

Dividir os números naturais.

Resolver problemas.

Resolver expressões envolvendo parênteses, colchetes e chaves.

Reconhecer unidades de medidas (quilo, meio quilo e ¼ de quilo)

Identificar metro, ½ metro e ¼ de metro

Conhecer frações.

Escola Municipal de Ensino Fundamental Francisco Antônio Luiz

Pré escolar

Reconhecer e valorizar os números, as operações numéricas, as contagens orais e as noções espaciais como ferramentas necessárias no seu cotidiano.

Comunicar idéias matemáticas, hipóteses, processos utilizados e resultados encontrados em situações-problemas relativas a quantidade, espaço físico e medida, utilizando a linguagem oral e matemática.

Ter confiança em suas próprias estratégias e na capacidade para lidar com situações matemáticas novas, utilizando seus conhecimentos prévios.

1ª série

Além da construção, conceitualização e sistematização das operações aritméticas e da apropriação do sistema de numeração, o objetivo da 1 série é instigar e desafiar o aluno para que ele relacione a matemática a tudo que lhe for útil na relação dos problemas de seu cotidiano.

Desenvolvimento da estrutura de classificar, ordenar, conservar quantidade.

Relações de correspondência.

Numerais de 0 a 99.

Sucessor e antecessor.

Dúzia e dezena.

Qualificação de diferentes qualidades e objetos (conjuntos).

Cálculos de subtração e adição.

Resolução de problemas de adição e subtração.

2ª série

Valer-se do conhecimento da lógica matemática, identificando, analisando e abstraindo através de situações problema, numa relação com seu cotidiano e com as áreas do conhecimento.

Resolução de desafios e de situações problema, estimulando o espírito crítico e a busca do conhecimento, desenvolvendo a criatividade e a investigação. Criação e resolução de problemas vivências, envolvendo as quatro operações matemáticas, resolução de problemas teóricos, que envolvam dúzia, meia dúzia, dezena, meia dezena, centena e meia centena.

Vivência de situações que promovam a construção do conceito de número e compreensão do sistema de numeração decimal, identificação, leitura e escrita de numerais, reconhecendo e aplicando sistema monetário em atividades práticas e teóricas.

Compreensão do significado das operações e uso adequado das habilidades de cálculo, solução de situações do cotidiano, resolução de cálculos envolvendo adição e subtração, noções e aplicação de atividades que envolvam a multiplicação e divisão.

Conhecimento de horas.

3ª série

Dominar o sistema de numeração.

Dominar a adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.

Reconhecer a multiplicação e divisão por 10, 100 e 1000.

Reconhecer o nome dos termos das quatro operações.

Conhecer as unidades de tempo.

Conhecer horas.

4ª série

Dominar o sistema de numeração

Dominar a adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.

Resolver problemas envolvendo as quatro operações.

Resolver expressões numéricas com parênteses envolvendo aição, subtração multiplicação e divisão.

Escola São Miguel

Pré II

Conteúdos Conceituais:

- família;
- escola;
- meios de transporte;
- alimentos;
- casa;
- diversões;
- pessoas;
- datas comemorativas;
- locais relacionadas à vivência da criança;
- a criança e o mundo que a rodeia;
- ética;

- respeito ao próximo;
- o ar;
- medidas;
- formas geométricas;
- identificação dos numerais;
- reconhecer a quantidade referente a cada número;
- trabalho com diferentes quantidades, adicionando ou subtraindo elementos;
- higiene corporal, alimentar e ambiental;
- semelhanças e diferenças;
- figura fundo;
- percepção visual;
- percepção auditiva;
- percepção olfativa;
- percepção gustativa
- percepção tátil;
- esquema corporal;
- orientação têmporo-espacial;
- análise e síntese.

Primeira Série

Matemática

- Conhecer numerais e sua quantidade.
- Compreender o significado das operações matemáticas.
- Desenvolver o raciocínio lógico.
- Construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e perseverança na busca de soluções.

Segunda Série

Matemática

- Localizar-se no espaço.
- Dominar sistema de numeração até 100 (lendo, escrevendo, identificando numerador e sucessor).
- Somar e subtrair números inteiros.

- Resolver problemas, através das histórias matemáticas.

Terceira Série

Matemática

- Dominar o sistema de numeração, utilizando material concreto, até 5000, avançando conforme desempenho da turma.
- Vivência de situações que promovam a construção do conceito de número e compreensão do sistema de numeração decimal, identificação, leitura e escrita de numerais relacionando a sua quantidade, reconhecendo e aplicando o sistema monetário em atividades práticas e teóricas.
- Resolução de desafios e de situações problema, estimulando o espírito crítico e a busca do conhecimento, desenvolvendo a criatividade e a investigação. Criação e resolução de problemas e vivências, envolvendo as quatro operações matemáticas e que envolvam dúzia, meia dúzia, dezena, meia dezena, centena e meia centena.
- Compreensão do significado das operações e uso adequado das habilidades de cálculos, solução de situações do cotidiano, resolução de cálculos envolvendo adição e subtração.
- Noções e aplicação de atividades que envolvam multiplicação até 5 e divisão até 3, no mínimo.
- Conhecer horas, relacionando a situações do dia-a-dia.
- Desenvolver a capacidade de síntese, através de gráficos e relatórios matemáticos.

Quarta Série

Matemática

- Dominar o sistema de numeração, no mínimo até 100.000.
- Dominar a adição de números naturais.
- Dominar a subtração de números naturais.
- Dominar a multiplicação, até 9.
- Dominar a divisão de números naturais, divisor até 9.
- Reconhecer a multiplicação e divisão por 10, 100 e 1000.
- Reconhecer o nome dos termos das quatro operações.
- Conhecer horas.
- Resolver problemas, situações-problemas e histórias matemáticas.

Anexo B – Livros utilizados

Segue a listagem de alguns livros que foram consultados ao longo do trabalho com o Grupo de Estudos. Estes livros encontram-se disponíveis na biblioteca da Escola Municipal de Ensino Fundamental São Miguel, local da realização dos encontros.

BARBOSA, Juliane Matsubara. **Projeto Aratibá**: matemática/obra coletiva, concebida e produzida pela Editora Moderna. Matemática 5ª série. São Paulo: Moderna, 2006.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BIGODE, Antônio José Lopes; GIMENEZ, Joaquim. **Matemática do cotidiano & suas conexões** 1ª série. São Paulo: FTD, 2005.

______. **Matemática do cotidiano & suas conexões:** 4ª série. São Paulo: FTD, 2005.

CENTURIÓN, Marília. **Porta Aberta**: Matemática. 3ª série. São Paulo: FTD, 2005.

CHACUR, Regina Maria et al. **Pensar e construir:** Matemática. 3ª série. São Paulo: Scipione, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Vivência e construção:** Matemática. 1ª série. 2. ed. São Paulo: Ática, 2006.

______. **Vivência e construção:** Matemática. 3ª série. São Paulo: Ática, 2006.

______. **Vivência e construção:** Matemática. 7ª série. São Paulo: Ática, 2005.

______. **Vivência e construção:** Matemática. 4ª série. São Paulo: Ática, 2000.

GIOVANNI, José Ruy. CASTRUCCI, Benedito. GIOVANNI JR. José Ruy. **A conquista da Matemática**: 7ª série. São Paulo: FTD, 1998.

GIOVANNI, José Ruy; JUNIOR, Giovanni. **A conquista da Matemática:** a + novinha. São Paulo: FTD, 2004.

GRASSESCHI, Maria Cecília C. et al. **PROMAT:** projeto oficina de Matemática. 5ª série. São Paulo: FTD, 1999.

IMENES, Luiz Márcio et. al. **Novo caminho:** Matemática. 4ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática para todos.** 5ª série. 3 ed. São Paulo: Scipione, 2007.

MARSICO, Maria Tereza et. al. **Caracol**: ensino fundamental. Matemática 4ª série. São Paulo: Scipione, 2004.

Anexo C – Livros séries finais

Listagem de alguns livros de matemática das séries finais do ensino fundamental, disponíveis na biblioteca da Escola Municipal de Ensino Fundamental São Miguel, local da realização dos encontros.

BARBOSA, Juliane Matsubara. **Projeto Aratibá**: Matemática/obra coletiva, concebida e produzida pela Editora Moderna. Matemática 5ª série. São Paulo: Moderna, 2006.

______. **Projeto Aratibá**: Matemática/obra coletiva, concebida e produzida pela Editora Moderna. Matemática 6ª série. São Paulo: Moderna, 2006.

______. **Projeto Aratibá**: Matemática/obra coletiva, concebida e produzida pela Editora Moderna. Matemática 7ª série. São Paulo: Moderna, 2006.

______. **Projeto Aratibá**: Matemática/obra coletiva, concebida e produzida pela Editora Moderna. Matemática 8ª série. São Paulo: Moderna, 2006.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. Matemática 5ª série. 2. ed. São Paulo: Ática, 2005.

______. **Tudo é matemática**. Matemática 6ª série. 2. ed. São Paulo: Ática, 2005.

______. **Tudo é matemática**. Matemática 7ª série. 2. ed. São Paulo: Ática: 2005.

______. **Tudo é matemática**. Matemática 8ª série. 2. ed. São Paulo: Ática, 2005.

GIOVANNI, José Ruy; JUNIOR, Giovanni. **A Conquista da Matemática:** a + novinha. 5ª série. São Paulo: FTD, 2004.

______. **A conquista da Matemática:** a + novinha. 6ª série. São Paulo: FTD, 2004.

______.**A conquista da Matemática:** a + novinha. 7ª série. São Paulo: FTD, 2004.

______.**A conquista da Matemática:** a + novinha. 8ª série. São Paulo: FTD, 2004.

Anexo D - Formulário de Consentimento do Estudo

O presente estudo vincula-se à dissertação de mestrado de Denise Vieira Kazanowski, aluna do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob orientação do professor doutor Francisco Egger Moellwald.

Este estudo tem os seguintes objetivos:

a) Contribuir para a melhoria do ensino da geometria nas séries iniciais do ensino fundamental de Minas do Leão, através da formação de um grupo de estudos de professores deste município.

b) Fornecer aos professores de séries iniciais suporte teórico e prático para suas aulas de geometria nas séries iniciais.

Eu, ____, entendo que:
(participante do estudo)

1. A informação obtida ao longo de nossos encontros será utilizada para a escrita deste estudo, que poderá ser disponibilizado aos interessados nessa área de pesquisa.

2. Nomes próprios serão utilizados na escrita apenas com a autorização dos participantes.

3. Antes da versão final do estudo eu posso revê-lo e negociar eventuais modificações com o pesquisador.

4. Eu receberei uma cópia da versão final do estudo após sua conclusão.

5. Eu tenho o direito de abandonar este estudo a qualquer momento. Neste caso, as informações obtidas de mim ao longo do mesmo me serão devolvidas imediatamente.

6. Este consentimento pode ser revisto de acordo com as contingências do estudo.

7. Eu permito ao pesquisador a gravação de entrevistas com um gravador.

8. Eu permito ser citado com ou sem menção específica.

Eu concordo em participar deste estudo de acordo com os termos precedentes.

Assinatura do participante: ____

Data: ____________________________

Eu concordo em conduzir e relatar este estudo de acordo com os termos precedentes.

Assinatura da pesquisadora: ____

Data: ____________________________

Anexo E - Entrevista semi-estruturada

Como já sabes estou buscando uma idéia do alcance dos encontros realizados com o nosso Grupo de Estudos. E necessito de mais algumas informações.

1) Em 2009 trabalhaste geometria com teus alunos? De que formas? Lembras de alguma(s) atividade(s) em especial? Poderias descrevê-la(s)? Tens algum registro desta(s) atividade(s)?

2) Trabalhavas geometria antes do curso?

Se não trabalhavas, por que não trabalhavas?

Se trabalhavas, quais conteúdos empregaste? Mudou alguma “coisa” depois da tua participação no Grupo?

3) Pretendes trabalhar geometria com teus alunos em 2010? Quais conteúdos ou atividades pretendes desenvolver?

4) Consideras suficiente o que é trabalhado de geometria nas séries/anos iniciais? Caso não consideres isto suficiente, o que seria necessário, na tua opinião, para ampliar o ensino de geometria das séries/anos iniciais em nossas escolas? Quais ações deveriam ser tomadas? Considere nesta questão formas de atuação docente e discente. Leve em conta, também, livros didáticos sobre o tema.

5) Qual a tua opinião sobre a forma de trabalho do Grupo de Estudos, sobre esse tipo de formação para professores? Qual a melhor forma de estudo para a formação de professores em serviço?

A P Ê N D I C E

Apêndice A: Atividades desenvolvidas com o Grupo de Estudos

Neste apêndice apresento as atividades desenvolvidas com um Grupo de Estudos formado por professoras que atuam no município de Minas do Leão e que de alguma forma estão envolvidas com as séries iniciais do ensino fundamental.[7] Trata-se de uma coletânea de atividades de natureza geométrica, dirigidas às séries iniciais, na qual abordo os conteúdos recomendados pelos PCN e pela Matriz de Referência de Matemática – Saeb/Prova Brasil – Tema I – Espaço e Forma (BRASIL, 2007). Meu objetivo é oferecer a suas professoras um suporte teórico e prático para o desenvolvimento de aulas com maior segurança.

As referidas atividades foram selecionadas visando auxiliar as professoras na construção de sua aprendizagem e de forma a poderem ser desenvolvidas nas salas de aula, com as crianças, necessitando de poucas adaptações. Elas estão organizadas em três grandes blocos:

- Orientação Espacial, página 73;
- Objetos Tridimensionais, página 89;
- Objetos Bidimensionais, página 104.

1. Orientação Espacial

Conteúdos

- Localização de pessoas/objetos no espaço com base em um ou mais pontos de referência e algumas indicações de posição.
- Movimentação de pessoas/objetos no espaço com base em um ou dois pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido.
- Descrição da localização e movimentação de pessoas/objetos no espaço usando sua própria termologia.

---

[7] As escolas, cujas professoras fazem parte do Grupo de Estudos, estão implantando o ensino fundamental de nove anos e extinguindo o de oito anos. Assim, algumas turmas já recebem a denominação ano, referindo-se aos nove anos, e outras ainda são denominadas série, em referência ao ensino fundamental de oito anos. Neste texto utilizaremos o termo série, referindo-nos, por exemplo, às séries iniciais do ensino fundamental.

- Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma.
- Interpretação e representação de posição e de movimento no espaço a partir da análise de maquetes, esboços, croquis, itinerários.
- Descrição, interpretação e representação da movimentação de uma pessoa ou objeto no espaço e construção de itinerários. (BRASIL, 1997, p.72-73)

Objetivos

1. Reconhecer a orientação espacial como conteúdo a ser trabalhado nas séries iniciais e indicado pelos PCNs.
2. Localização de pessoas/objetos no espaço com base em um ou mais pontos de referência e algumas indicações de posição, direção e sentido.
3. Reconhecer ângulos como giro.
4. Reconhecer ângulos como abertura, inclinação.
5. Reconhecer a possível origem histórica da divisão da circunferência em 360°.
6. Identificar a presença de ângulos em diferentes objetos do cotidiano.
7. Representar e medir ângulos.
8. Definir e identificar retas paralelas e perpendiculares
9. Compreender e estimular o desenho em perspectiva nas séries iniciais.
10. Verificar a presença da geometria na arte e em elementos da natureza.

Atividade 1.1. Leitura - Trecho PCN

Espaço e Forma

Num primeiro momento, o espaço se apresenta para a criança de forma essencialmente prática: ela constrói suas primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos.

Esse espaço percebido pela criança – espaço perceptivo, em que o conhecimento dos objetos resulta de um contato direto com eles – lhe possibilitará a construção de um espaço representativo – em que ela é, por exemplo, capaz de evocar os objetos em sua ausência.

O ponto, a reta, o quadrado não pertencem ao espaço perceptivo. Podem ser concebidos de maneira ideal, mas rigorosamente não fazem parte desse espaço sensível.

Pode-se então dizer que a Geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico – dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos.

A questão que se pode levantar, então, é: como passar de um espaço a outro?

É multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive que a criança aprenderá a construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, distanciar-se do espaço sensorial ou físico. É o aspecto experimental que colocará em relação esses dois espaços: o sensível e o geométrico. De um lado, a experimentação permite agir, antecipar, ver, explicar o que se passa no espaço sensível, e, de outro, possibilita o trabalho sobre as representações dos objetos do espaço geométrico e, assim, desprender-se da manipulação dos objetos reais para raciocinar sobre representações mentais.

A localização é apontada como um fator fundamental de apreensão do espaço e está ligada inicialmente à necessidade de levar em conta a orientação. Para orientar-se no espaço é preciso começar por se orientar a partir de seu próprio corpo. O conhecimento do corpo procede do conhecimento do espaço e, ao mesmo tempo, o torna possível.

No primeiro ciclo, é fundamental propor atividades para que o aluno seja estimulado a progredir na capacidade de estabelecer pontos de referência em seu entorno, para efeito de localização.

Isso pode ser feito por meio de atividades em que o aluno se situe no espaço, desloque-se nele, dê e receba instruções de localização, compreenda e utilize termos como esquerda, direita, giro, distância, deslocamento, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás, perto.

Outro trabalho rico que deve ser explorado é o de construção de itinerários, a partir de instruções dadas. É interessante que os alunos relatem oralmente como é o trajeto do lugar onde moram até a escola, desenhem o itinerário que fazem, sempre dando pontos de referência.

No segundo ciclo, o trabalho de localização pode ser aprofundado por meio de atividades que mostram a possibilidade de utilizarem-se malhas, diagramas, tabelas e mapas.

O estudo do espaço na escola pode ser feito a partir de atividades que tenham a ver com outras áreas, como a Geografia, a Astronomia, a Educação Física e a Arte.

Fonte: BRASIL (1997, p. 81-82).

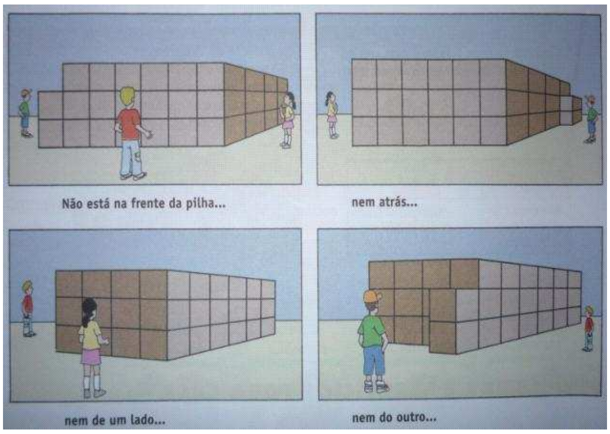
Atividade 1.2. Atividades retiradas do livro “Espaço e Forma” sobre orientação espacial.

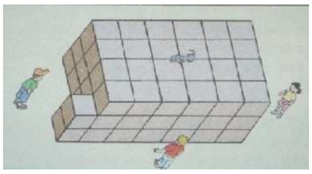
1.2.1. MINHA SALA DE AULA - Uma pessoa quer vir a esta sala de aula e colocar um presente em sua classe. Ela precisa de um desenho para chegar à sua classe. Um mapa da sala ajudaria. Como podemos fazer um mapa para essa pessoa?
1.2.2. COLOCANDO O RABO NO BURRO OU O VESTIDO NA BONECA. O objetivo é que o aluno descreva oralmente orientações para que o colega consiga chegar a um lugar pré-determinado.
1.2.3. FOTOS E PERCURSOS –
a)Em pequenos grupos as crianças fizeram o trajeto da classe até a biblioteca, procurando anotar lugares essenciais para comunicar a uma outra pessoa, de modo que ela pudesse fazer esse mesmo caminho. Na sequência a professora fotografou três momentos do trajeto de cada grupo. Depois cada grupo recebeu 3 fotos de um grupo, que não o seu, para ordená-las e descrever o local em que foi tirada a foto e a posição de que tirou a foto.
b)A professora mostra à turma 3 fotos de um outro percurso para que descubram o percurso feito, ordenem as fotos, escrevam e ilustrem um pequeno texto com as suas conclusões.
1.2.4. O MAPA DAS CAIXINHAS – Colocar uma caixa no corredor, ao lado da sala de aula, sobre ela arrumar 12 caixinhas (de sabonete) cada uma com um objeto diferente: giz, borracha, grampo de cabelo, botão, tampinha de refrigerante, bala, clipes, anel, bola de gude, moeda agulha retrós de linha. As caixinhas ficam abertas e dispostas em filas e colunas. Os alunos observam a caixa, prestando atenção na posição de cada caixinha e do objeto contido nela, fazem anotações. De volta as suas classes elaboram o mapa das caixinhas.
1.2.5. EU VOU PARA A ESCOLA - Representar o itinerário do caminho de casa até a escola assinalando os pontos de referência principais.

Fonte: Pires, et. al (2000, p.61-93).

Atividade 1.3 – Onde está o cão?

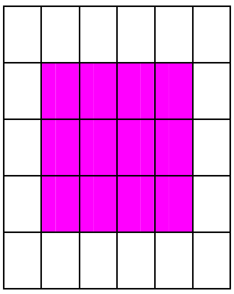
Três irmãos querem dar um banho no cão. O bicho, muito esperto, escondeu-se numa pilha de caixotes. Onde está o cão?

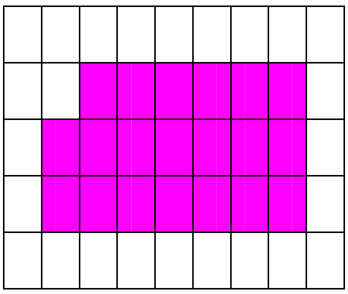


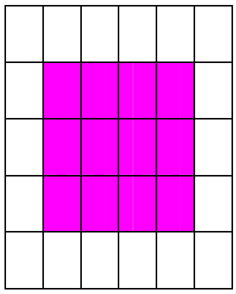


Podemos ver uma pilha de caixotes de diferentes ângulos, dependendo do lugar onde nos posicionamos para observá-la.

Usando papel quadriculado, Fábio, Paula e Marcel representaram, cada um, a vista simplificada da pilha. Observe os desenhos: eles não são exatamente iguais ao que a pessoa vê. São desenhos bem simplificados, nos quais a cor e outros detalhes não importam, nem os relevos aparecem.


Vista de Fábio


Vista de Marcel


Vista de Paula

- Por que as crianças não conseguem encontrar o cão?
- Fábio, Paula e Marcel estão observando a pilha de caixas. Há duas caixas que Fábio e Marcel vêem e Paula não vê. Quais são?
- Quem está usando boné: Fábio ou Marcel?

Fonte: Imenes & Lellis (2007, p. 32)

Atividade 1.4 – Que caminho seguir?

Talvez você queira saber por que estamos estudando vistas. A razão é a seguinte: essas representações são bastante úteis. Vamos dar apenas um exemplo de sua utilidade: os mapas e as plantas de casa são vistas superiores desses lugares.

Na ilustração abaixo, você vê um mapa turístico da região central da cidade de Natal.

Se você não mora em Natal, conviria ter um mapa como esse ao visitar a cidade, a fim de que pudesse circular por ela, descobrindo suas belezas sem correr o risco de se perder.

Explique que caminho deve fazer uma pessoa que está no Centro de Turismo e quer ir ao Museu Câmara Cascudo.

Fonte: Imenes & Lellis (2007, p. 33)

Atividade 1.5. Desenhando vistas.

a) Os alunos em grupos devem empilhar 3 caixas de palitos de dentes (seu prédio) da maneira que desejarem, e desenhar, utilizando papel quadriculado, 4 vistas simplificadas: vista frontal, lateral direita, lateral esquerda e superior.

b) Cada grupo monta um “prédio” e outro grupo deve desenhar as vistas.

Atividade 1.6. Mapa e códigos

Nesse mapa, minha escola pode ser localizada pelo código C2; o correio, pelo código A5.

1.6.1. O que está localizado no quadrinho:

a)D3? c)C1? e)E2?

b) B3? d) E3? f)E5?

1.6.2. Dê o código de localização de cada estabelecimento:

a)Farmácia b) Açougue c)Livraria

1.6.3. Se você fosse escolher uma dessas casas ou prédios para morar, qual seria? Dê sua localização.

Fonte: Bigode & Gimenez (2005A, p.154).

Atividade 1.7. Conhecendo ângulos

Desenhar e recortar um disco de papel. Através de dobraduras, identificar uma volta completa como 360°, meia volta 180° (ângulo raso) um quarto de volta, 90° (ângulo reto), e o ângulo de 45°.

Usando as dobraduras do círculo, identificar ângulos na sala de aula. A professora comentará em especial sobre a presença e utilidade do ângulo reto.

Fonte: Giovanni (2004, p. 57)

Atividade 1.8. Histórico e definições

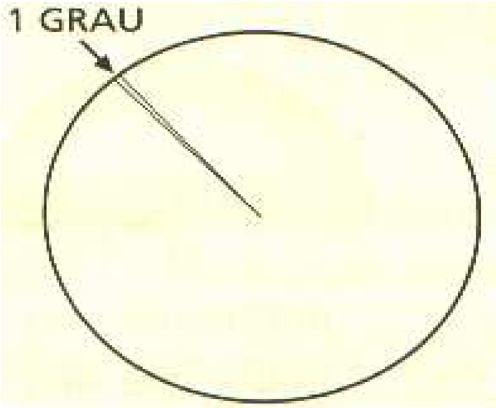
Histórico da divisão da circunferência em 360°, Representação de ângulos (vértice e lados) e comentários sobre a presença dos ângulos em diferentes situações cotidianas.

Origem da unidade padrão das medidas de ângulo: o grau

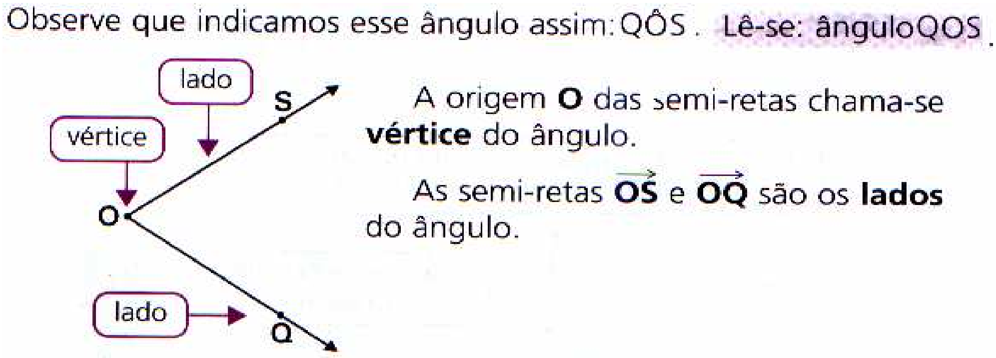
Há aproximadamente 3000 a.c; os babilônios habitavam a região conhecida como Mesopotâmia. Eles possuíam grandes conhecimentos sobre Astronomia e Matemática.

Dentre as observações que fizeram sobre os movimentos dos planetas, está a de que a Terra leva aproximadamente 365 dias para dar a volta completa em torno do Sol. Talvez por isso os babilônios tenham dividido o círculo em 360 partes iguais. Cada uma dessas partes foi mais tarde chamada grau.

O grau tem sido usado, ao longo dos séculos, como unidade padrão para medir ângulos.



Definições



Fonte: Marsico (2004, p. 97-98).

Atividade 1.9. Siga o mestre

Os alunos deverão se movimentar segundo as orientações de um "mestre", as ordens serão dadas utilizando os ângulos. Exemplos:

Um passo para frente e girar 180°.

Dois passos em frente e girar 90° para a esquerda.

No primeiro momento o professor é o mestre, o grupo todo executa a ordem dada.

Num segundo momento um colega assumirá o lugar do professor.

Atividade 1.10. Orientando o colega

Dois alunos serão escolhidos, o primeiro terá os olhos vendados, o outro escolherá uma posição distante do primeiro colega. A turma guiará o colega de olhos vendados até o segundo colega. Cada aluno dará uma ordem.

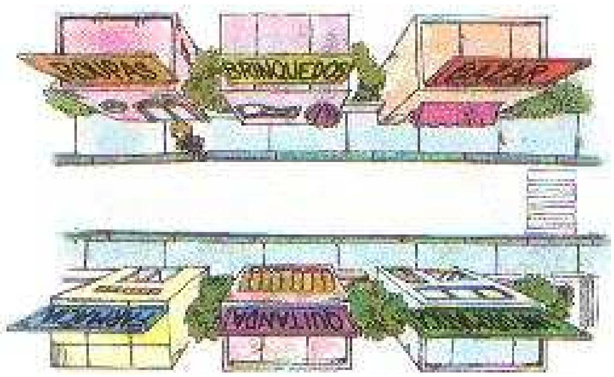
Numa terceira variação um colega terá que conduzir outro que estará de olhos vendados até um objeto, pode ser uma competição entre duas equipes, cada equipe com uma dupla.

Atividade 1. 11. Coletânea de exercícios

1.11.1. Luana estava de frente para o espelho vendo se seu vestido novo tinha ficado bonito. Sem sair do lugar, ela deu um giro de uma volta. Em que posição ela parou ao terminar o giro?

1.11.2. Um carrossel começou a girar no sentido horário (mesmo sentido dos ponteiros do relógio). Em determinado instante, ele completou 20 voltas. Quantos giros de ¼ de volta serão necessários para o carrossel completar 21 voltas?

1.11.3. Observe a ilustração e a descrição do caminho que Kátia percorreu.



1°) Kátia saiu da loja de roupas e deu um giro de ¼ de volta para a esquerda.

2°) Andou em frente, passou por duas lojas e parou.

3°) Deu um giro de ¼ de volta para a direita e atravessou a rua.

4°) Deu um giro de ¼ de volta para a direita, andou em frente, passou por duas lojas e parou.

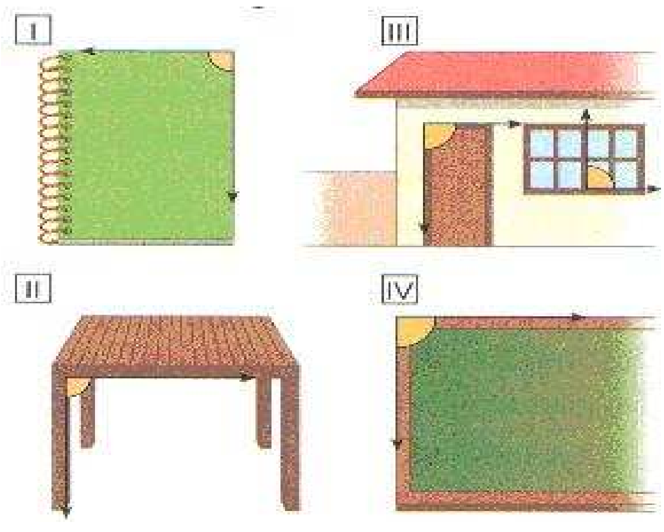
5°) Deu um giro de ½ volta, andou em frente e entrou na segunda loja.

a) Em que loja Kátia entrou? Para responder esta questão vamos dramatizar.

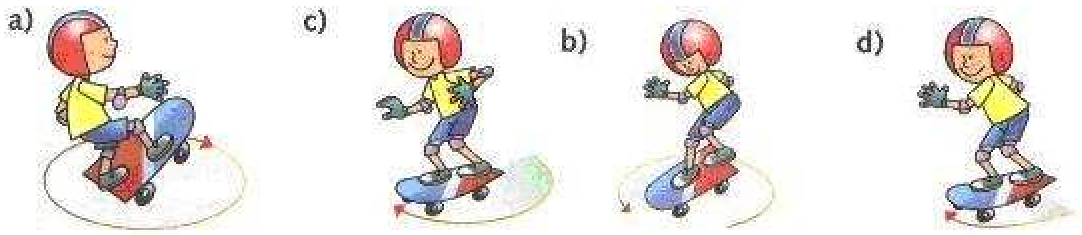
b) Se Kátia saísse da loja de roupas, desse um giro de ½ volta e andasse em frente, onde ela entraria?

c) Por que não foi necessário dizer no 5° passo se o giro de ½ volta foi para a direita ou para a esquerda?

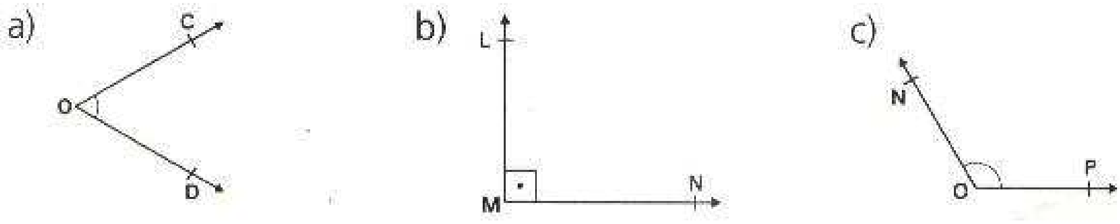
1.11.4. Descubra o que há de comum nos ângulos destacados a seguir.



1.11.5. Observe os giros que Kiko fez com o Skate e descreva cada manobra usando a palavra giro.



1.11.6.Usando o disco da atividade 1, classifique cada ângulo a seguir em ângulo reto, agudo ou obtuso.



1.11.7. Classifique as afirmações em verdadeira ou falsa.

a) Juca desenhou um ângulo de medida menor que 120°. Esse ângulo pode ser reto, agudo ou obtuso.

b) O ângulo obtuso está associado a um giro de menos de ¼ de volta.

c) O ângulo de ½ volta mede 180°.

Fonte: Barbosa (2006, p. 237-238)

Atividade 1.12. Medindo ângulos

1.12.1.Unir dois palitos de picolé com um percevejo. Os alunos precisam repetir as aberturas dos palitos mostradas pela professora. O objetivo é que os alunos sintam a necessidade de uma medida para realizar as aberturas corretamente. Após a professora explica que para medirmos aberturas ângulos podemos usar os graus. Uma volta completa tem 360°, meia volta 180°, um quarto de volta 90°.

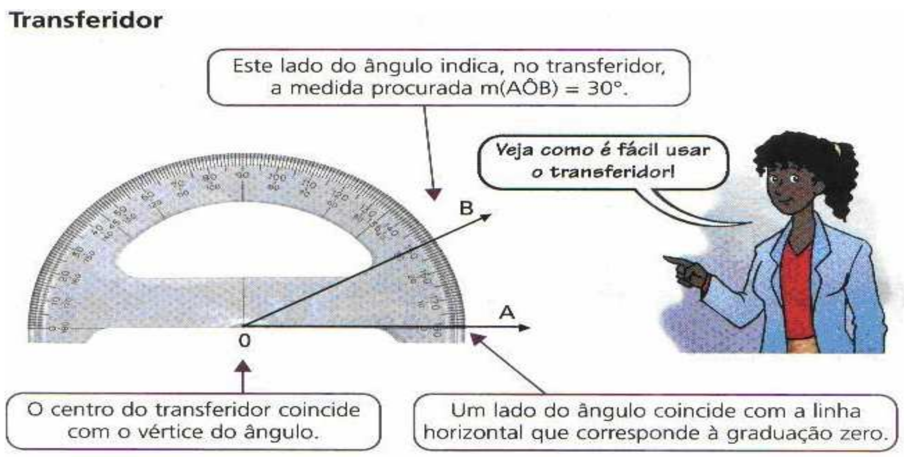
1.12.2. Uso do transferidor

Uma forma de medir ângulos em graus é através do uso de um transferidor: Veja como fazemos para medir ângulos com esse instrumento.

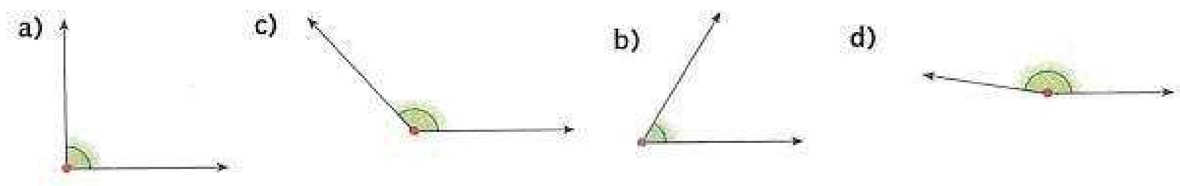
1°. O centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo.

2° A linha que indica o zero grau do transferidor deve ficar alinhada com um dos lados do ângulo.

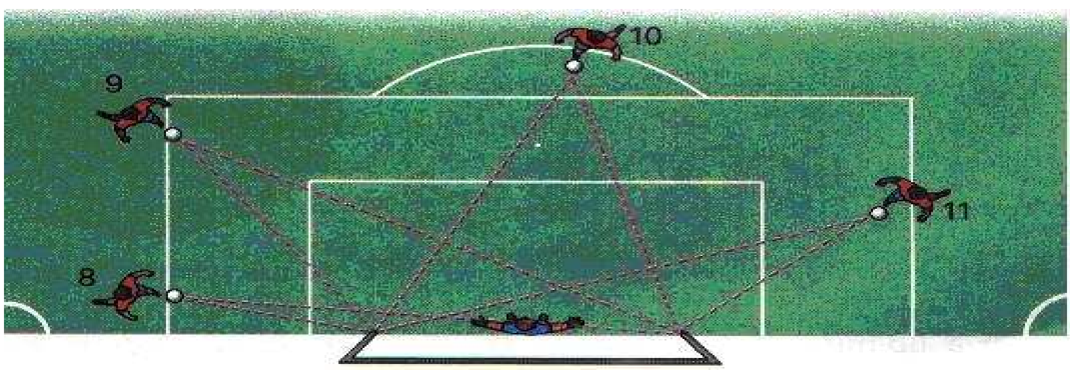
3° A medida do ângulo pode ser lida no transferidor. Ela está alinhada com o outro lado do ângulo. O ângulo abaixo mede 30°.



1.12.3.Usando o transferidor, meça os ângulos a seguir.



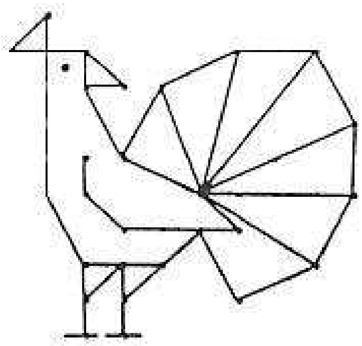
1.12.4. Observe a cena e descubra qual dos quatro jogadores está em melhor posição (maior ângulo) para fazer o gol.



Fonte: Marisco (2004, p. 98-99).

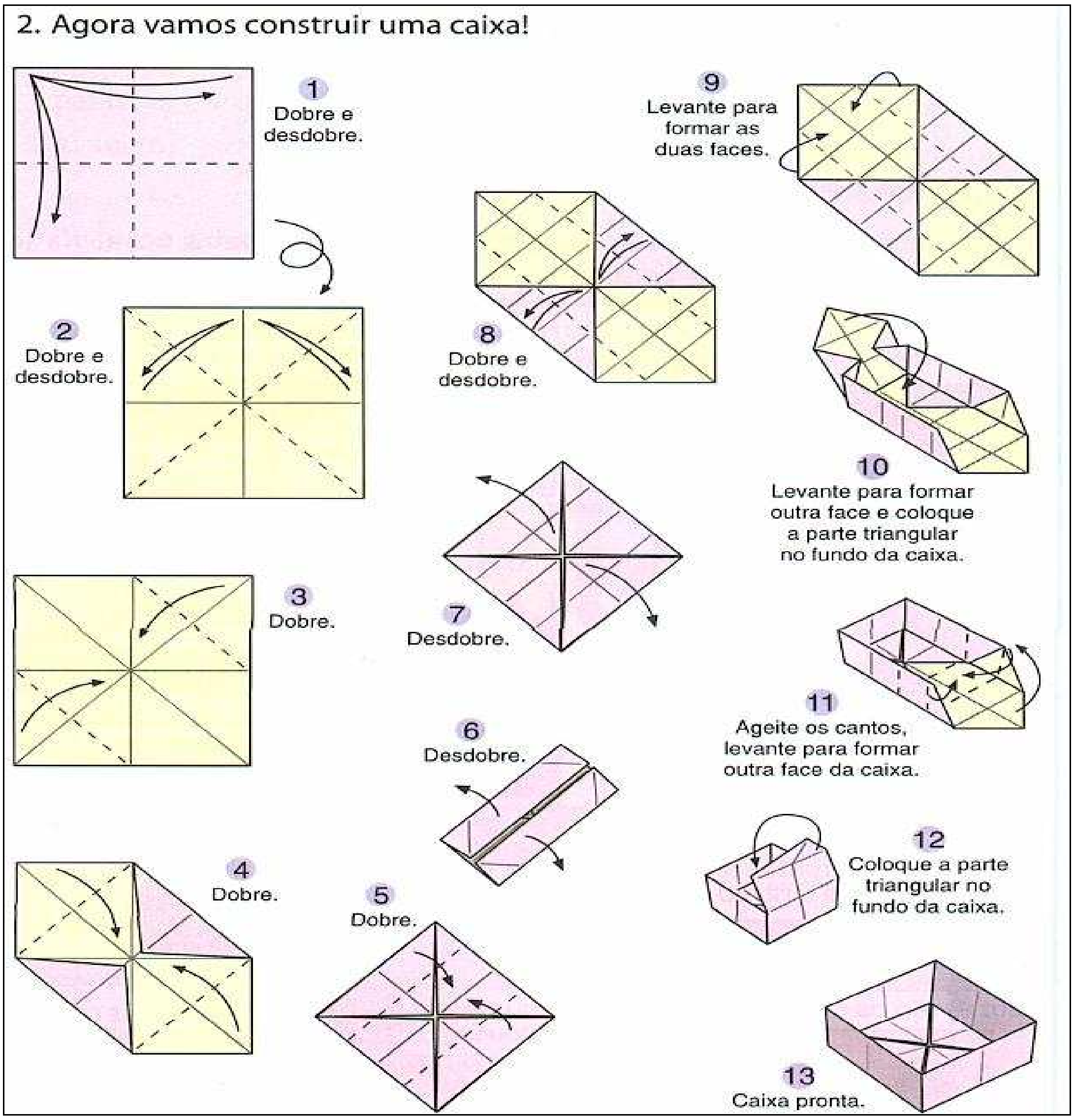
1.12.5. Usando o transferido meça os ângulos da figura

Sugestão: medir somente alguns ângulos, pois a figura tem vários ângulos.



1.13. Dobradura paralelas e perpendiculares

Construir uma caixinha através de dobradura com orientações da professora.



Fonte: Chacur. et. al. (2001, p. 129)

Durante a construção da dobradura é interessante chamar a atenção dos alunos para os ângulos e as retas paralelas e perpendiculares.

Após a construção da caixinha: vamos desmontá-la com cuidado. Abrindo a folha notaremos os vincos. Vamos passar canetinha vermelha nas linhas horizontais e, azul nas linhas verticais.

Professora fará alguns questionamentos:

a) Observando apenas as linhas vermelhas, elas se cruzam?

b) Imaginando que elas continuassem infinitamente, em algum ponto elas se cruzariam?

Esses tipos de retas são chamadas retas paralelas.

Duas retas de um plano são paralelas quando não têm pontos em comum.

c) E se observarmos somente as azuis, também são paralelas? Por quê?

d) Agora vamos observar uma reta azul e uma vermelha elas são paralelas? Por quê?

e) Se elas continuassem infinitamente, se cruzariam em quantos pontos?

f) Qual o ângulo formado nesses cruzamentos?

Retas desse tipo são chamadas perpendiculares.

Duas retas são perpendiculares quando têm um único ponto em comum formando quatro ângulos retos.

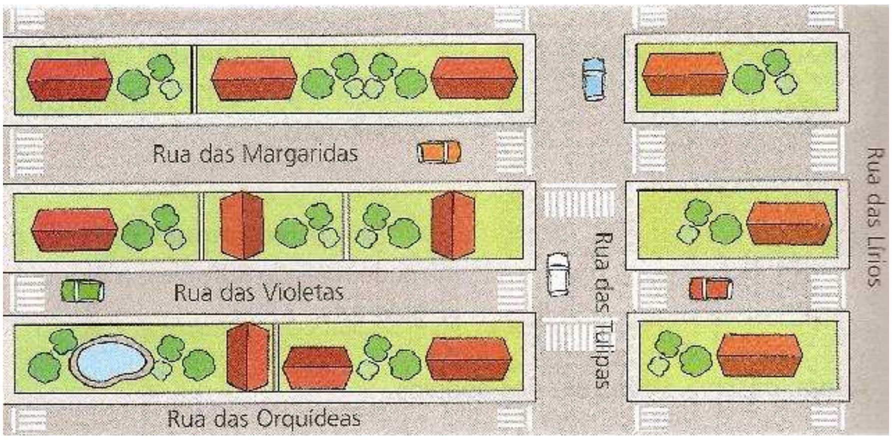
1.14. Onde temos linhas paralelas e perpendiculares?

Oralmente fazer um levantamento de locais onde percebemos linhas paralelas e perpendiculares.

1.15. Paralelas e perpendiculares nos mapas

1.15.1.Oralmente fazer um levantamento de locais onde percebemos linhas paralelas e perpendiculares.

1.15.2.Observe o mapa



Complete corretamente as frases com as palavras paralelas ou perpendiculares.

a) A rua das Orquídeas e a das Violetas são....................................

b) A rua dos Lírios e a das Orquídeas são ....

c)A rua das Tulipas e a dos Lírios são ....

d)A rua das Rosas e a das Margaridas são ....

e) A rua das Rosas e a das Tulipas são ....

Fonte: Marisco. et. al. (2004, p.102).

1.15.3. Agora observe este outro mapa e responda as questões

Partindo de sua casa, Patrícia atravessa a rua e segue em frente pela próxima rua perpendicular à sua casa. Depois, pega a primeira rua paralela à sua virando à esquerda. Em seguida entra na primeira rua perpendicular à rua em que está e vai até o final do quarteirão.

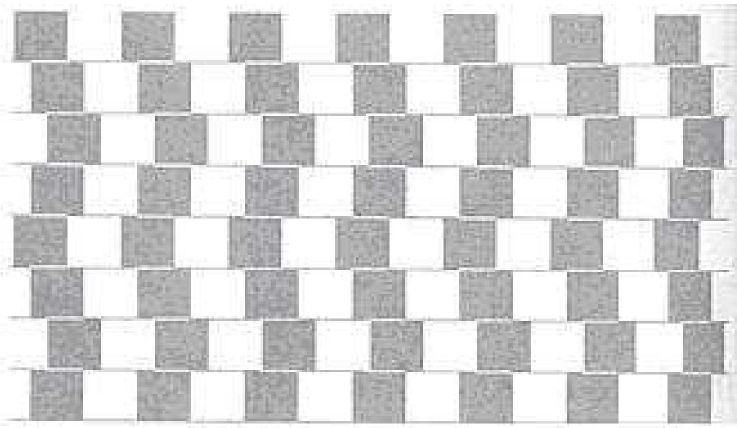
a) Onde Patrícia chegou?

b) Descreva o menor caminho, pelas ruas, que levaria Patrícia ao clube.

Fonte: Barbosa (2006, p.242)

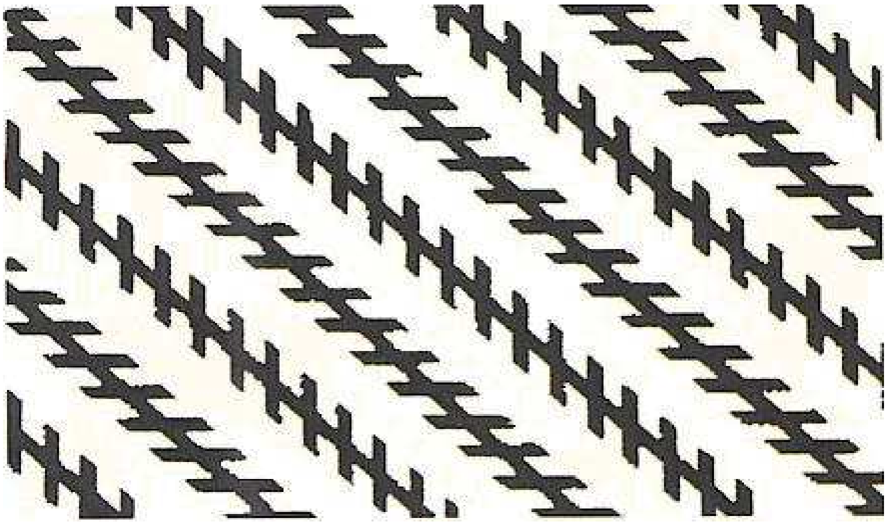
1.16. Ilusão de óptica

1.16.1. Observe atentamente a figura, as linhas horizontais dessa figura são paralelas?



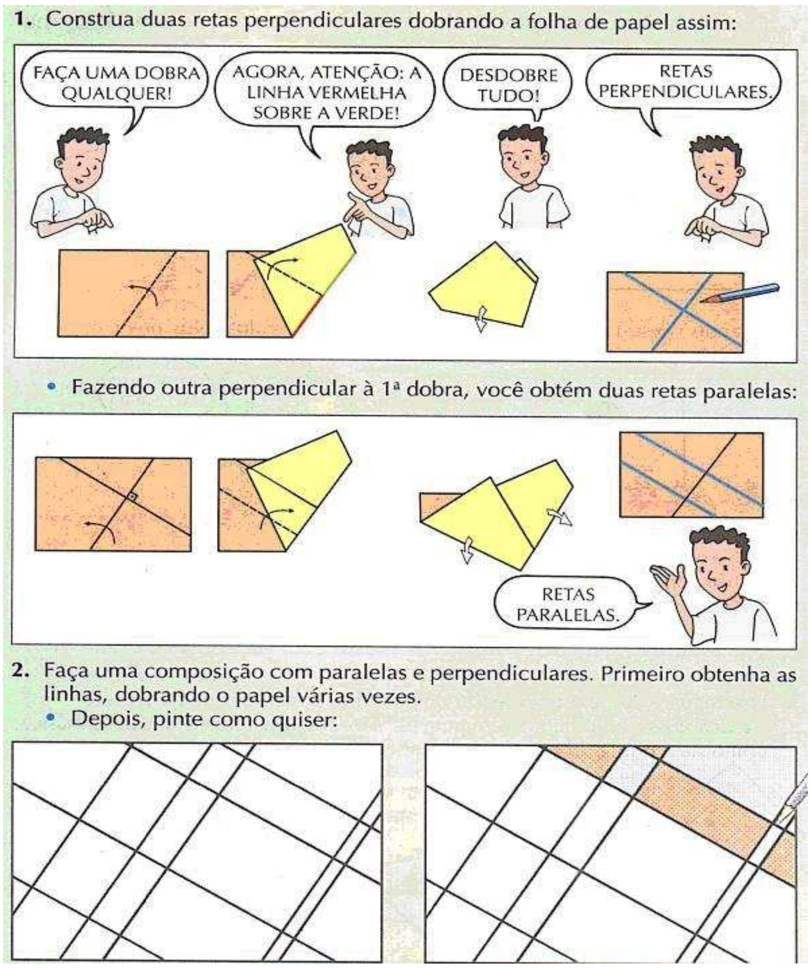
Fonte: Barbosa (2006, p.242)

1.16. 2. As inclinadas deste desenho são paralelas?



Fonte: Chacur. et. al. (2001, p.127)

1.17. Composição com paralelas e perpendiculares



Fonte: Imenes. et. al. (1997, p.51).

2. Objetos Tridimensionais

Conteúdos

- Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de características das mesmas como, por exemplo: tem superfícies arredondadas ou planas, são simétricas ou não.
- Estabelecimento de comparações entre objetos de espaço físico e objetos geométricos – esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos - sem uso obrigatório da nomenclatura.
- Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.
- Construção e representação de formas geométricas. (BRASIL, 1997, p.73)
- Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos, como a esfera, o cone, o cilindro e outros.
- Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas.
- Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.
- Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais. (BRASIL, 1997, p.88-89.)

Objetivos

1. Reconhecer semelhanças e diferenças entre corpos redondos e poliedros.
2. Reconhecer algumas definições: tridimensionalidade, bidimensionalidade, corpos redondos, poliedros, pirâmides e prismas.
3. Comparar objetos do espaço físico e objetos geométricos.
4. Reconhecer os elementos de um sólido: faces, vértices e arestas.
5. Reconhecer planificações de diferentes sólidos.

Atividade 2.1. Leitura de um trecho dos PCNs

Espaço e Forma

Com relação às formas, experiências mostram que as crianças discriminam algumas formas geométricas bem mais cedo do que as reproduzem.

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades.

Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas.

Os objetos que povoam o espaço são a fonte principal do trabalho de exploração das formas. O aluno deve ser incentivado, por exemplo, a identificar posições relativas dos objetos, a reconhecer no seu entorno e nos objetos que nele se encontram formas distintas, tridimensionais e bidimensionais, planas e não planas, a fazer construções, modelos ou desenhos do espaço (de diferentes pontos de vista) e descrevê-los.

Um trabalho constante de observação e construção das formas é que levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre elas. Para tanto, diferentes atividades podem ser realizadas: compor e decompor figuras, perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras, etc.

Dessa exploração resultará o reconhecimento de figuras tridimensionais (como cubos, paralelepípedos, esferas, cilindros, cones, pirâmides, etc.) e bidimensionais (como quadrados, retângulos, círculos, triângulos, pentágonos, etc.) e a identificação de suas propriedades.

Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode ocorrer por meio de atividades em que ele possa explorar formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teia de aranha, ou formas em obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc.

As atividades geométricas podem contribuir também para o desenvolvimento de procedimentos de estimativa visual, seja de comprimentos, ângulos ou outras propriedades métricas das figuras, sem usar instrumentos de desenho ou de medida. Isso pode ser feito, por exemplo, por meio de trabalhos com dobraduras, recortes, espelhos, empilhamentos, ou pela modelagem de formas em argila ou massa.

Construir maquetes e descrever o que nelas está sendo representado é também uma atividade muito importante, especialmente no sentido de dar ao professor uma visão do domínio geométrico de seus alunos.

O uso de alguns *softwares* disponíveis também é uma forma de levar o aluno a raciocinar geometricamente.

Fonte: BRASIL, (1997, p.127-128).

Atividade 2.2. Explorando Objetos Tridimensionais

Observando embalagens

2.2.1.Embalagens com diferentes formas estarão dispostas sobre a mesa, a tarefa é classificá-las em grupo de acordo com algum critério.

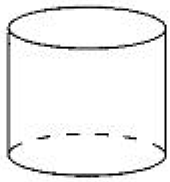
Após realizarem a tarefa, cada grupo fará o relato explicando o critério utilizado.

Após o relato de cada grupo, o professor solicita que verifiquem quais sólidos rolam com mais facilidade e quais conseguimos apoiar inteiramente cada face sobre a mesa.

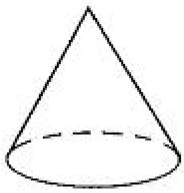
A seguir o professor explica que este é o critério utilizado para classificar um sólido em poliedro ou corpo redondo e os define formalmente.

Em geometria, **sólido** é uma figura geométrica tridimensional (que tem três dimensões: comprimento, largura e altura).

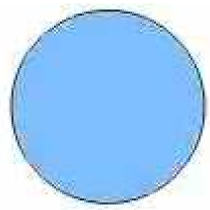
Corpos redondos são objetos do espaço tridimensional limitados por superfícies arredondadas (como a esfera) e os que são limitados por superfícies arredondadas e planas (como o cone e o cilindro).



Cilindro



Cone



Esfera

Poliedros são sólidos limitados por um conjunto finito de polígonos, suas faces. Não possuem partes arredondadas.

2.2.2. Identifiquem poliedros e corpos redondos no cotidiano, em especial na sala de aula. Vamos listar alguns objetos classificando-os em corpos redondos ou poliedros.

2.2.3. Dispondo apenas de alguns poliedros (prismas e pirâmides) que critérios podemos utilizar para agrupá-los? Após o relato dos grupos a professora agrupa os poliedros em prismas, pirâmides expondo as definições.

Prismas são poliedros que apresentam pelo menos duas faces paralelas e congruentes (mesma forma e mesmo tamanho) chamadas de bases; suas faces laterais são sempre paralelogramos (com diferentes peculiaridades: retângulos, quadrados, etc.).

Pirâmides são poliedros em que as faces laterais são todas triangulares e têm um vértice em comum. Uma face identificada como base é um polígono qualquer.

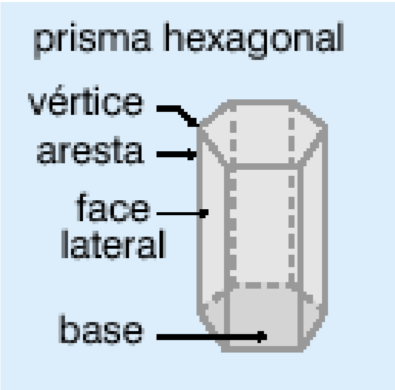
2.2.4.Assistir e comentar o DVD *Mão na forma*: sólidos de Platão (6 min)

2.2.5. Nomeando alguns sólidos

A professora solicita que os alunos em grupos pesquisem o nome de cada sólido. Mas, no grupo, vamos nomeá-los.

As alunas em grupos deverão determinar os números de vértices, faces e arestas de cada sólido, completando as tabelas a seguir. Durante este trabalho exploraremos as maneiras diferentes de contar corretamente os elementos destes sólidos, as formas diferentes serão apresentadas ao grupo pelas professoras e discutidas.

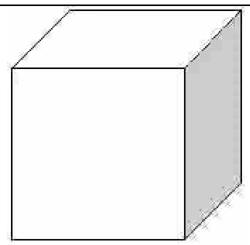
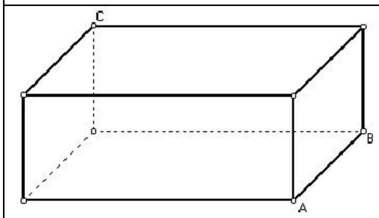
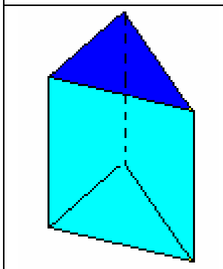
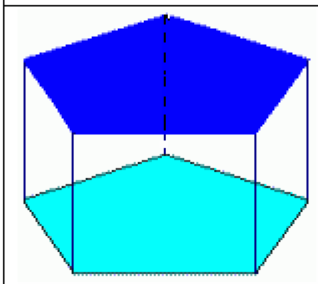
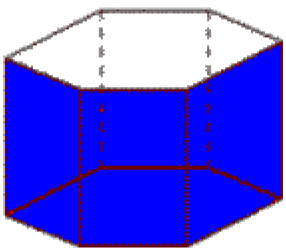
Definições:

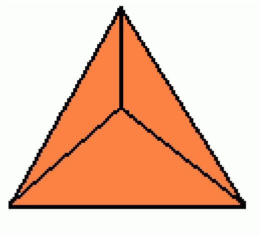
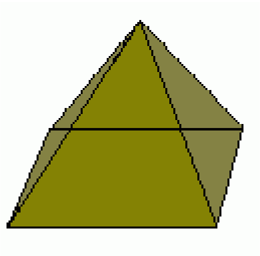
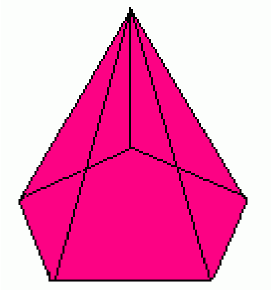
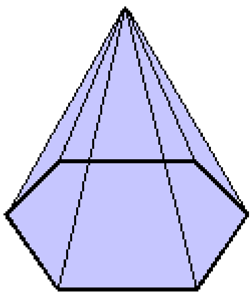


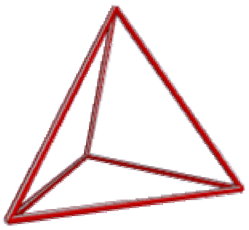
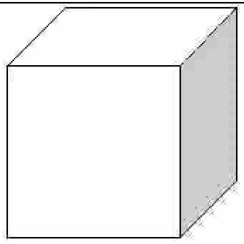
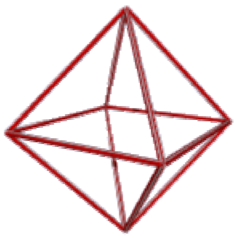
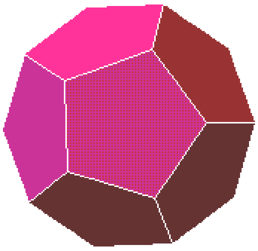
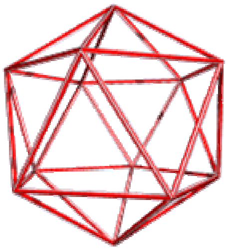
Faces: polígonos planos que limitam um sólido.

Arestas: segmentos de reta que separam uma face da outra. Duas faces adjacentes possuem uma aresta em comum.

Vértices: extremos das arestas.

Prismas				
Sólido	**Nome**	**Vértices**	**Faces**	**Arestas**
	Cubo			
	Paralelepípedo ou Bloco retangular			
	Prisma de base triangular			
	Prisma de base pentagonal			
	Prisma de base hexagonal			

Pirâmides				
Sólido	**Nomenclatura**	**Vértices**	**Faces**	**Arestas**
	Pirâmide de base triangular			
	Pirâmide de base quadrada			
	Pirâmide de base pentagonal			
	Pirâmide de base hexagonal			

Sólidos de Platão				
Sólido	Nomenclatura	Vértices	Faces	Arestas
	Tetraedro			
	Hexaedro			
	Octaedro			
	Dodecaedro			
	Icosaedro			

2.2.6. Após o preenchimento das tabelas, as alunas serão questionadas sobre as relações existentes entre estes números, o objetivo é induzir as alunas a perceberem a relação de Euler.

Obs.: Salientar que as figuras representam sólidos transparentes para fins de visualização de faces e arestas, que não poderiam ser visualizadas de outra forma.

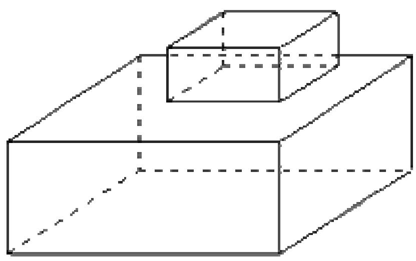
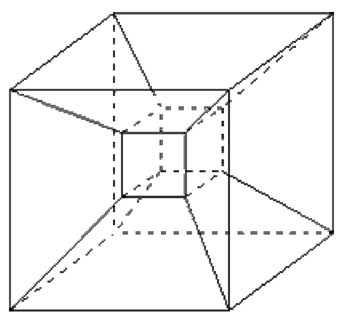
Atividade 2.3. Relação de Euler

Relação de Euler

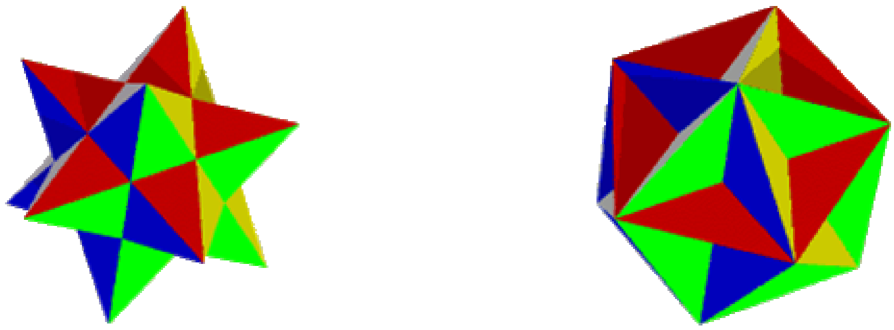
A fórmula de Euler é dada pela expressão $V + F - A = 2$, onde V, F e A são, respectivamente, o número de vértices, faces e arestas do poliedro. Euler descobriu-a em 1750 e fez extensas verificações da sua conjectura, para diversos tipos de sólidos, mas não apresentou nenhuma demonstração, dizendo o seguinte:

"Devo admitir em primeiro lugar que ainda não consegui uma demonstração rigorosa deste teorema... Como, em todo o caso, a sua verdade foi estabelecida em tantos casos, não pode haver dúvidas que é verdadeiro para qualquer sólido. Portanto a proposição parece satisfatoriamente demonstrada".

Mais tarde, Euler acabou por apresentar uma demonstração. Para Euler, o teorema aplicar-se-ía a todos os poliedros. No entanto, vários matemáticos atacaram essa tese, contestando o fato de não ser dada uma definição inequívoca de poliedro. Este fato originou uma grande controvérsia à volta deste teorema, levando a sucessivas demonstrações e refutações da sua validade. Algumas refutações baseavam-se na descoberta de poliedros que não verificavam a teoria. Alguns destes poliedros não-eulerianos, também designados por "monstros", apresentam-se na figura seguinte.

Outros poliedros que não verificam o teorema de Euler são o pequeno dodecaedro estrelado e o grande dodecaedro.



Fonte: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm43/fm_euler.htm .Acesso em 24/08/2008.

Atividade 2.4. Sólidos de sabão

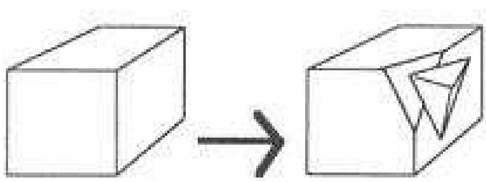
Adaptado de: http:// www. Matematicahoje . com . br / telas / autor / artigos / artigos_ publicados. asp?aux=Sabao. Acesso em 24/08/2008

O objetivo desta atividade é revisar o conteúdo trabalhado no encontro anterior e apresentar mais uma sugestão para o trabalho com sólidos geométricos às professoras.

Para esta atividade usaremos uma barra de sabão de glicerina.

1° - Analisaremos a barra de sabão enquanto sólido (tridimensional, poliedro, prisma, bloco retangular ou paralelepípedo, quantidade de vértices, faces e arestas).

2º - A professora fará um corte no sabão conforme ilustração.



A seguir analisaremos cada um desses sólidos.

3° - Um aluno será convidado cortar novamente a barra de sabão restante, obtendo novos sólidos que serão também analisados pelo grupo.

Atividade 2.5. Outras sugestões

Sugestões para a representação de superfícies de sólidos geométricos com outros materiais: palitos de madeira, canudinhos, garrafas pet, chapas de raio-X. Também montaremos prismas com baralhos de cartas, a fim de constatarmos que mesmo mexendo estes sólidos mantém seu volume.

Foi apresentado um modelo de cada construção e exploraremos sua utilização com os alunos.

Atividade 2.6. Descobrindo algumas planificações

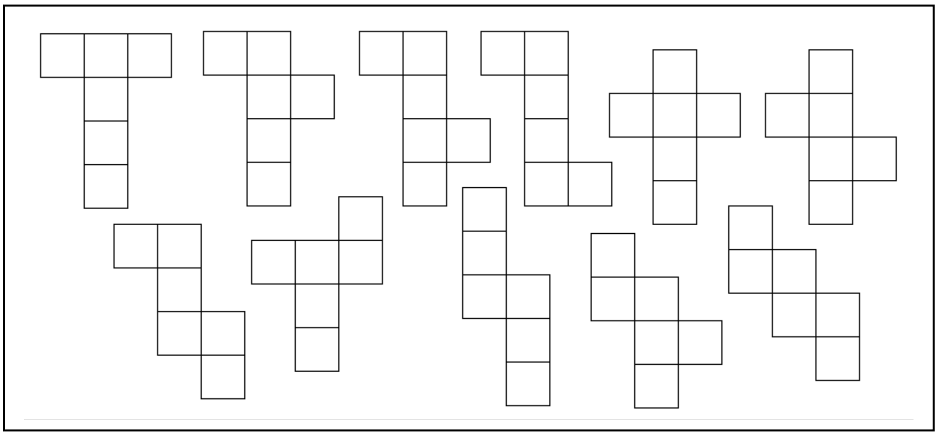
2.6.1. Desmontar com cuidado algumas embalagens considerando-as superfícies de sólidos, a fim de identificar planificações e a presença de alguns polígonos.

2.6.2. Competição das planificações

Alunas em grupos, uma aluna de cada grupo virá ao centro da sala e retirará de um envelope a planificação de um sólido e terá que identificar a que sólido representa. Se a aluna acertar marca ponto para a sua equipe, caso erre a outra equipe terá a chance de identificar o sólido.

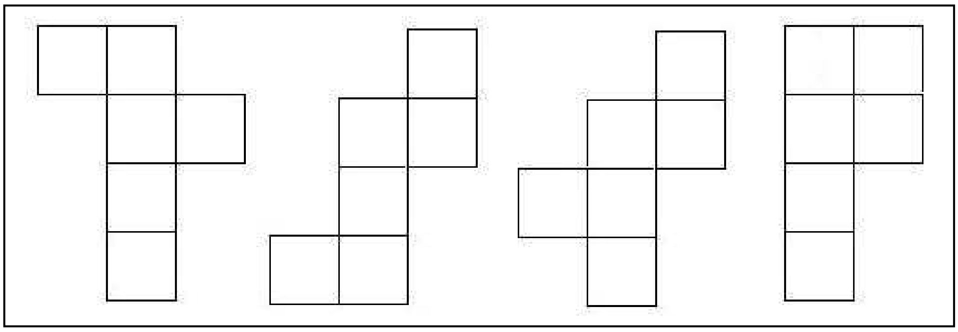
Atividade 2.7 – Diferentes planificações da superfície do cubo

2.7.1. Usando o papel quadriculado desenhar diferentes planificações para a superfície do cubo. A tarefa será realizada em grupos, cada grupo relatará seu trabalho ao grande grupo. Ao final dos relatos serão apresentadas as 11 planificações possíveis para o cubo.

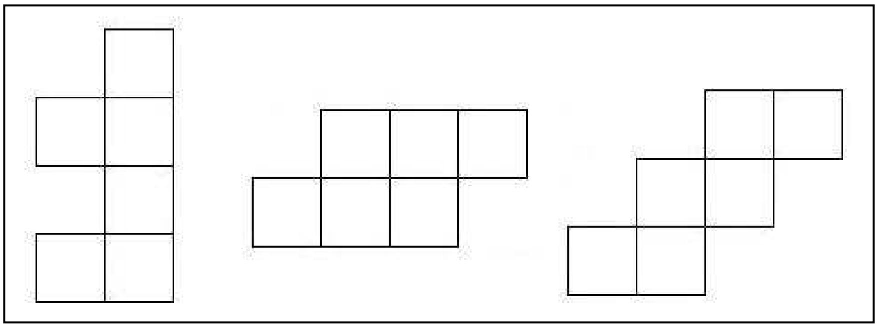


2.7.2. Cubo

2.7.2.1. Dentre os moldes abaixo, um deles não é uma planificação de cubo. Descubra qual é.



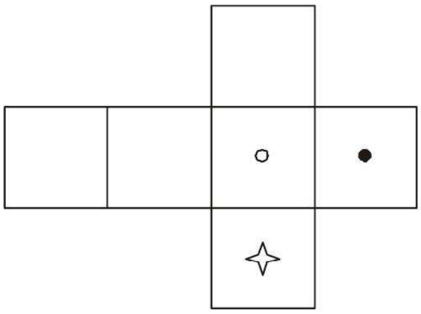
2.8.2.2. Dentre os moldes abaixo, somente um deles é uma planificação de cubo. Descubra qual é.



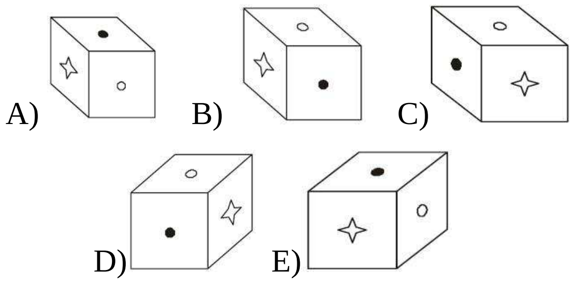
Fonte**:** Pires, et al. (2006,p.165)

Atividade 2.8. Olimpíadas de Matemática

2.8.1. A figura abaixo foi desenhada em cartolina e dobrada de modo a formar um cubo.

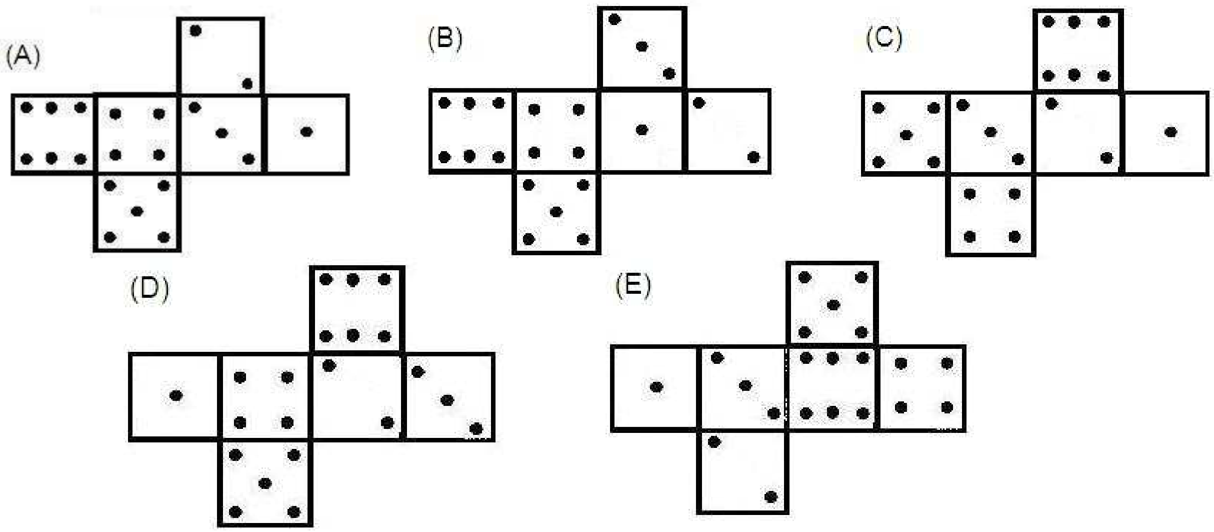


Qual das alternativas mostra o cubo assim formado?



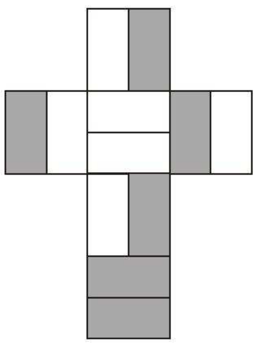
Fonte: Banco de Questões OBMEP (2005, p.12).

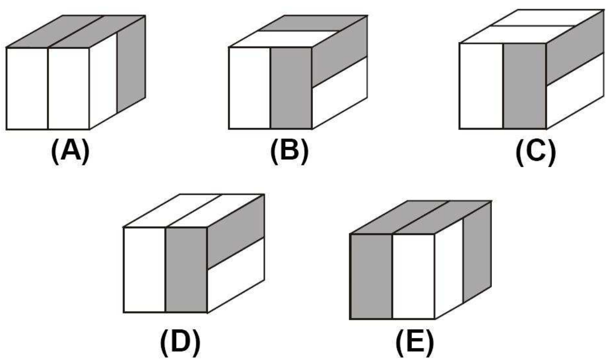
2.8.2. Com as figuras mostradas podemos montar cinco dados diferentes. Com qual delas podemos montar um dado no qual a soma do número de pontos em quais quer duas faces opostas é 7?



Fonte: OBMEP, 2008,1ª Fase, Nível 1.

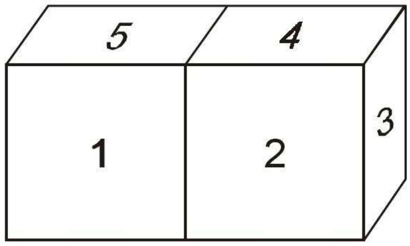
2.8.3. Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme?





Fonte: OBMEP, 2006 1ª Fase, Nível 1.

2.8.4. As doze faces de dois cubos foram marcadas com números de 1 a 12, de modo que a soma dos números de duas faces opostas em qualquer um dos cubos é sempre a mesma. Joãozinho colou duas faces com números pares, obtendo a figura ao lado. Qual o produto dos números das faces coladas?

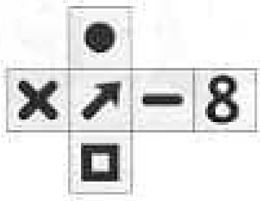


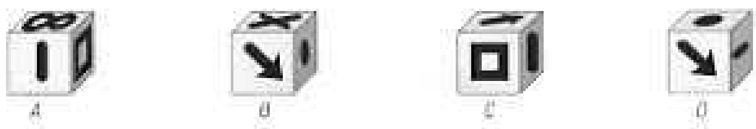
(A) 42 **(B)** 48 **(C)** 60 **(D)** 70 **(E)** 72

Fonte: OBMEP, 2006, 1ª Fase, Nível 1.

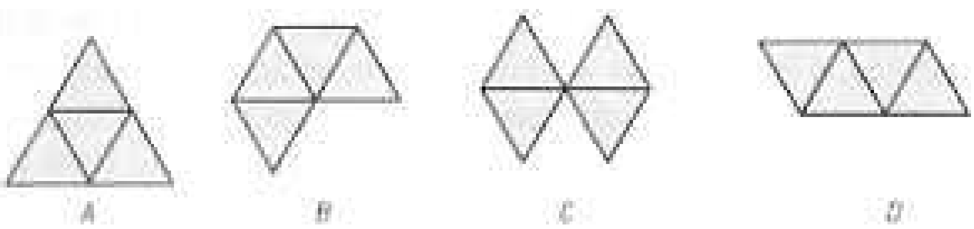
Atividade 2.9. Coletânea de atividades

2.9.1.Identifica qual das figuras a seguir representa o cubo construído com a planificação dada.

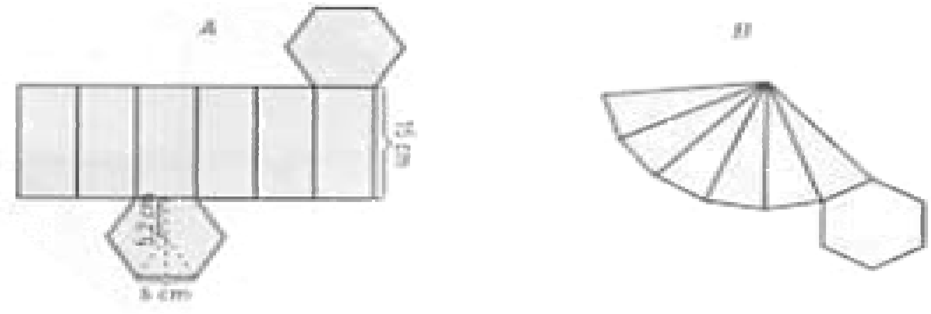




2.9.2. Quais das figuras seguintes são planificações da superfície de uma pirâmide regular?



2.9.3. Quais são os sólidos geométricos que se pode obter a partir destas planificações de superfície?



Fonte: http://matematica5.no.sapo.pt/aprende.htm. Acesso em 24/09/2008

Atividade 2.10 – Estudando a Matriz de referência da Prova Brasil utilizada no IDEB

Leitura e comentários do trecho e da questão a seguir.

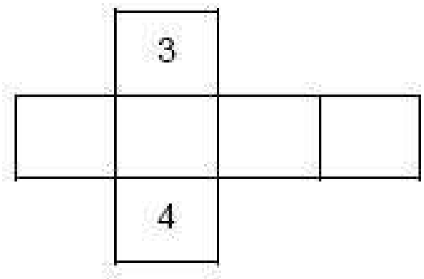
D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.

Por meio deste descritor podem-se avaliar habilidades relacionadas à capacidade de o aluno diferenciar um sólido com faces, arestas e vértices (poliedro) de corpos redondos (cilindro, cones e esferas), pelas suas características. Essa distinção é feita a partir da visualização dos objetos que os representam, com base no reconhecimento de cada componente (faces, arestas, vértices, ângulos), tanto do poliedro quanto dos corpos redondos, considerando-se também a forma planificada das superfícies dos respectivos sólidos.

Com respeito a planificações é importante destacar para o aluno que a esfera não tem uma planificação, ou seja, não é possível cortá-la e depois tentar colocá-la no plano sem deformar, esticar ou dobrar. Essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema contextualizadas, que envolvem a composição e decomposição de figuras, reconhecimento de semelhanças e diferenças entre superfícies planas e arredondadas, formas das faces, simetrias, além do reconhecimento de elementos que compõem essas figuras (faces, arestas, vértices, ângulos). Por exemplo, nos testes, solicita-se que o aluno identifique dentre algumas figuras aquelas que possuem faces circulares, ou as que representam uma esfera; ou que identifique a forma de um cubo desmontado, entre outros.

Exemplo:

Os alunos da 4ªsérie estão montando um cubo para fazer um dado para a aula de matemática. Eles utilizam o molde abaixo, onde os números 3 e 4 representam duas de suas faces paralelas.



Sabendo que no dado a soma dos números em duas faces paralelas quaisquer totaliza sempre 7, que algarismos deverão estar escritos nas faces vazias?

(A)	1	2	5	6
(B)	2	1	6	5
(C)	2	5	1	6
(D)	**1**	**2**	**6**	**5**

Fonte: BRASIL. Prova Brasil – (2007, p. 66-68).

3. Figuras bidimensionais

Conteúdos

- Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.
- Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc.
- Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc (BRASIL, 1997, p.88-89).

Objetivos

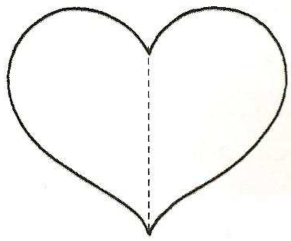
1. Identificação de figuras poligonais.
2. Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos usando critérios como número de lados, tipos de ângulos.
3. Percepção de elementos geométricos nas construções humanas e nos elementos da natureza.
4. Reconhecer a presença ou a ausência de eixos de simetria.
5. Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos usando critérios como número de lados, número de ângulos.
6. Estudo do triângulo: definição, classificações, relações métricas entre seus lados, soma dos ângulos internos.
7. Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).
8. Identificação de diferenças entre círculo e circunferência.

Atividade 3.1. Simetria

3.1.1 Dobraduras e recortes

Nesta atividade vamos precisar de: tesoura, régua, lápis e uma folha de ofício.

Recortar um coração seguindo as instruções da professora.

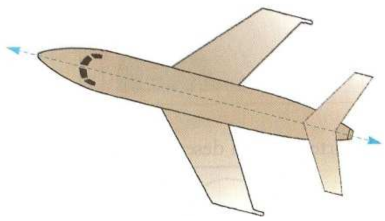


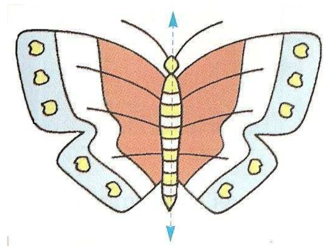
- o Dobre a folha ao meio.
- o Desenhe metade do coração.
- o Recorte
- o Abra a figura recortada.
- o Faça uma linha sobre a dobra.
- o Observe a figura que você fez e responda:
- o Quando você dobra a figura ao meio, as duas partes coincidem?

Fonte: Dante (2000, p. 107)

3.1.2. Dobrando figuras

Recorte as figuras e dobre-as ao meio de modo que as duas partes coincidam. Faça uma linha tracejada no lugar da dobra, use a régua.

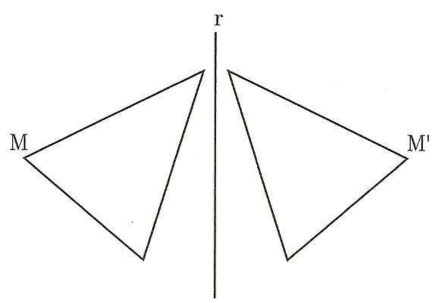




Fonte: Dante (2000, p. 108)

3.1.3. Definição

Simetria axial – ou reflexão numa reta



No plano, uma simetria relativa a uma reta r é uma transformação que a todo ponto M do plano associa o ponto M’. A reta r é a mediatriz do segmento MM’ (ou seja, a reta perpendicular a MM’ em seu ponto médio) Fonte: Pires, et al (2000, p. 182)

Quando dobramos uma figura ao meio e as partes coincidem, dizemos que ela apresenta simetria. A dobra ou a linha tracejada chama-se eixo de simetria.

Fonte: Dante (2000, p. 180)

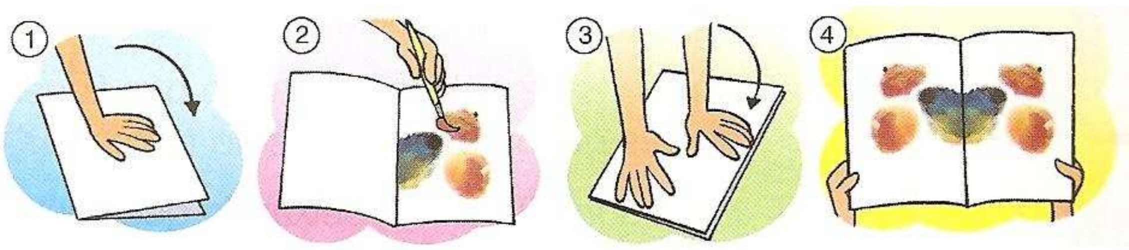
3.1.4. Borrões de tinta

Providencie tinta guache de várias cores e uma folha de cartolina.

Dobre a folha ao meio, marque o vinco e desdobre.

Depois, ponha 3 ou 4 borrões de tinta guache de um único lado da dobra.

Dobre novamente a cartolina ao meio, espere por 10 min e então abra.

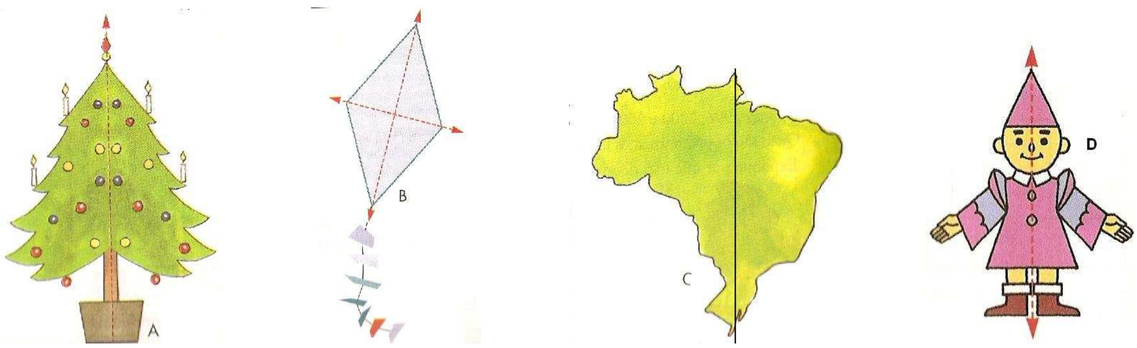


Você obteve figuras aproximadamente simétricas de um lado e do outro do vinco da cartolina. Nesse caso, o vinco é o eixo de simetria.

Fonte: Centurión (2005, p.132).

3.1.5. Eixos de simetria?

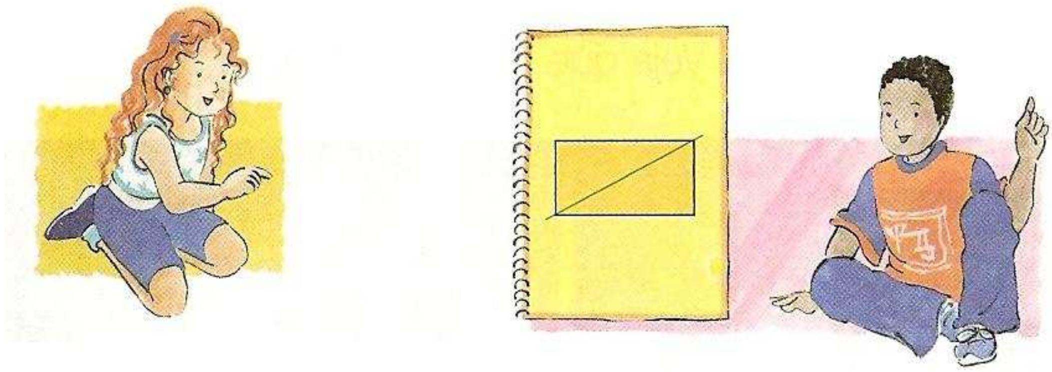
Nestas figuras, as linhas tracejadas são eixos de simetria?Escreva sim ou não para cada uma.



Fonte: Dante (2000, p.106)

3.1.6. É eixo de simetria?

Mariana diz que traçou com lápis azul um eixo de simetria do retângulo em seu caderno. Beto não concorda com Mariana.



a) E agora? Quem tem razão? Por quê?

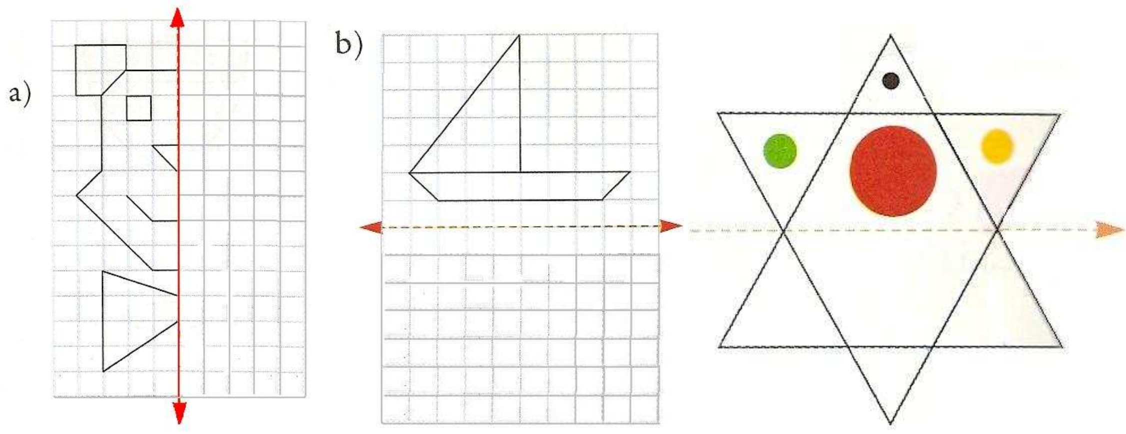
Fonte: Centurión (2005, p.132)

3.1.7.Recorte

Recortar figuras de jornais, ou revistas, que apresentem elementos da natureza, nos quais se possa observar a presença de um ou mais eixos de simetria.

3.1.8. Desenhando simetricamente

Complete as figuras simétricas observando os eixos de simetria.



Fonte: Dante (2000, p.108).

3.1.9. Vídeo

Assistir e comentar o DVD Arte e Matemática- Parte I:Simetria.

Atividade 3.2. Conteúdos PCNs e IDEB

Leitura e comentários sobre as orientações contidas nos PCNs e na Matriz de referência de Matemática IDEB – Saeb/ Prova Brasil - Tema I. Espaço e forma, relacionados com este e com os próximos encontros.

Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática – 1º a 4ª série – Espaço e Forma

Conteúdos - 1° ciclo

1. Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.
2. Construção e representação de formas geométricas.

Conteúdos - 2º ciclo

1. Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.
2. Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc.
3. Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc.
4. Composição e decomposição de figuras planas e identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares.
5. Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas.
6. Representação de figuras geométricas.

Fonte: BRASIL (1997, p.72 e 88)

IDEB - Matriz de referência de Matemática – Saeb/ Prova Brasil -

Tema I. Espaço e Forma

D3 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.

As habilidades que podem ser avaliadas por meio deste descritor referem-se ao reconhecimento, pelo aluno, de um polígono (figura fechada formada pela união de segmentos de reta), classificando-o pela quantidade de lados, que terá, por sua vez, a mesma quantidade de ângulos. Além disso, o aluno deve observar que os polígonos podem ser regulares (ter os lados e os ângulos congruentes), ou não regulares (não ter lados e ângulos congruentes), e no caso dos triângulos, a classificação deve ser feita quanto aos lados e aos ângulos.

Essas habilidades são avaliadas nos testes do Saeb e da Prova Brasil por meio de contextos, nos quais é solicitado ao aluno identificar semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc. Exploram-se, também, características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados; e, ainda, composição e decomposição de figuras planas; identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares e ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas.

D4 – Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).

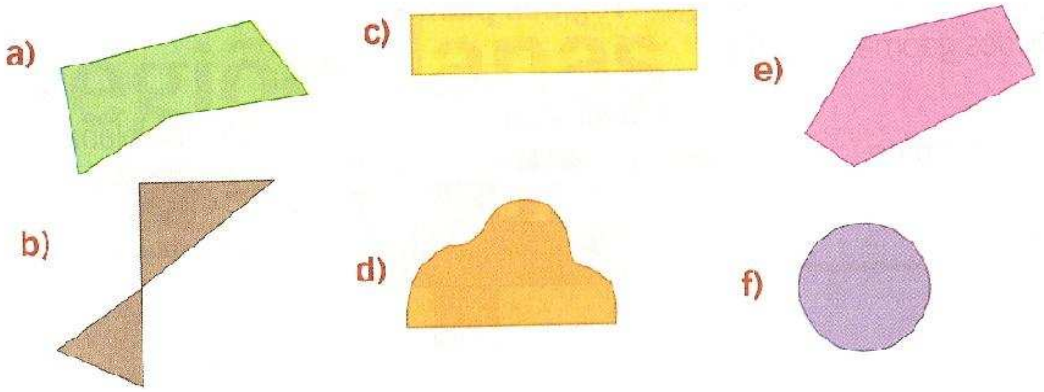
Por meio deste descritor podem-se avaliar a habilidade de o aluno perceber, apenas conceitualmente, as diferenças entre os quadriláteros. Por meio de figuras, ele deve ser capaz de reconhecer as características próprias dos quadriláteros e perceber que um quadrilátero satisfaz as definições do retângulo e do losango; que um paralelogramo satisfaz as definições do trapézio; e que tanto o losango quanto o retângulo satisfazem a definição do paralelogramo. Pela visualização ele deve identificar, ainda, as definições dos respectivos quadriláteros.

Essa habilidade é avaliada por meio de situações-problema contextualizadas, nas quais o aluno seja capaz de identificar características próprias das figuras quadriláteras, de acordo com a posição dos lados: lados paralelos, perpendiculares e concorrentes.

Fonte: BRASIL (2007, p.68-69).

Atividade 3.3. Que são polígonos?

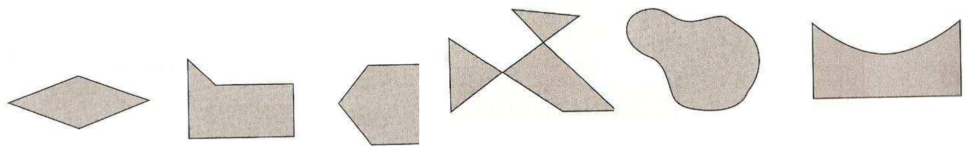
3.3.1. Marca as regiões planas que têm seus contornos constituídos apenas por trechos retilíneos que não se cruzam.



As regiões planas cujos contornos são formados apenas por trechos retilíneos que não se cruzam são chamadas regiões poligonais. Seus contornos são denominados polígonos.

São regiões poligonais

Não são regiões poligonais



Fonte: Dante (2006, p.62)

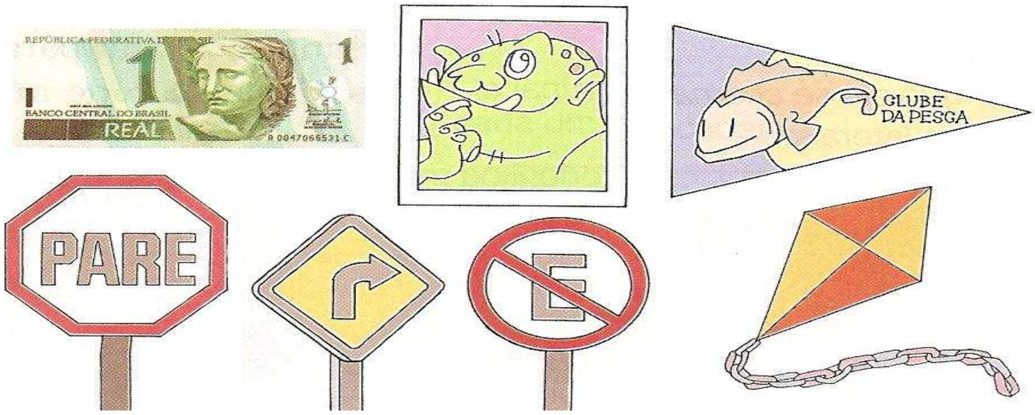
Em alguns textos o termo polígono refere-se a uma região do plano limitada por um contorno, formado de vários (poli) ângulos (gonos). Em qualquer situação, polígonos são figuras: formadas por segmentos consecutivos.

- fechadas.
- simples (não se cruzam).

Fonte: Pires (2000, p. 173-174)

Obs.: Ressaltar a diferença entre polígono e região poligonal e o fato de empregarmos essa linguagem quando, por exemplo, falamos em calcular o perímetro e a área de um polígono. Deixando claro que calcular a área de uma região poligonal é uma coisa e calcular o perímetro de seu contorno é outra.

3.3.2. Entre os objetos quais lembram regiões poligonais? Por quê?

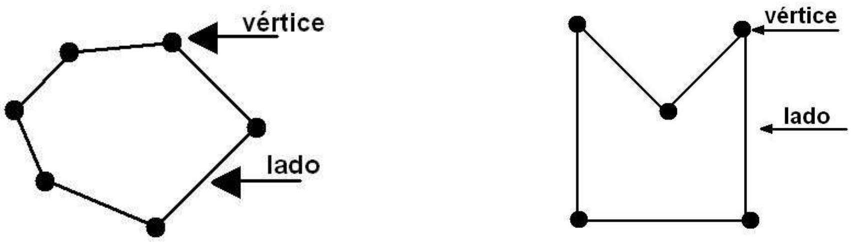


Fonte: Dante (2006, p. 63).

3.3.3. Escreva o nome de objetos da sala de aula que dão ideia de regiões poligonais.
Fonte: Dante (2006, p.63)

3.3.4. Elementos

Um polígono é formado por segmentos de reta. Veja o nome de alguns elementos de um polígono.



Cada segmento de reta é chamado lado do polígono.

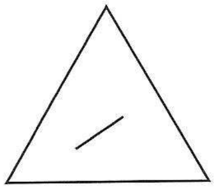
O encontro de dois lados é um ponto chamado vértice do polígono

Agora responda, quantos lados e quantos vértices têm cada um dos polígonos acima.
Fonte: Dante (2006, p.65)

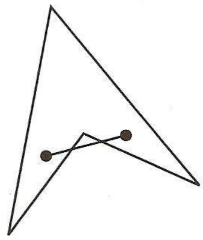
3.3.5. Polígonos convexos

Os polígonos podem se diferenciar por serem convexos ou não.

Em polígonos convexos, um segmento que une quaisquer dois pontos do seu interior está totalmente contido no polígono.



Quando isso não acontece, dizemos que o polígono é não convexo.



Fonte: Pires (2000, p. 174).

Atividade 3.4. Nomenclatura

3.4.1.De acordo com o número de lados, os principais polígonos recebem nomes particulares.

Sugestão: os alunos podem pesquisar anteriormente o nome dado a cada polígono de acordo com o número de lados.

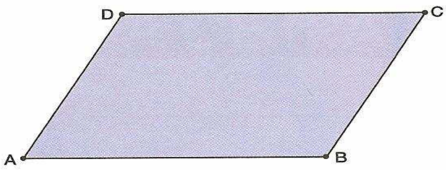
Nº de lados do polígono	**Nome**
3 lados	Triângulo
4 lados	Quadrilátero
5 lados	Pentágono
6 lados	Hexágono
7 lados	Heptágono
8 lados	Octógono
9 lados	Eneágono
10 lados	Decágono
11 lados	Undecágono
12 lados	Dodecágono
15 lados	Pentadecágono
20 lados	Icoságono

Fonte: Giovanni (2002, p.28)

Obs.: Comentar a tendência de associarmos o quadrado aos polígonos de 4 lados.

3.4.2. Escreve o nome do polígono de acordo com o nº de lados

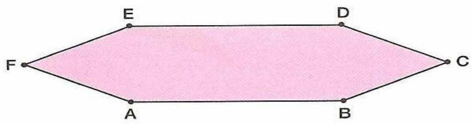
a)



_______ lados

nome _______________

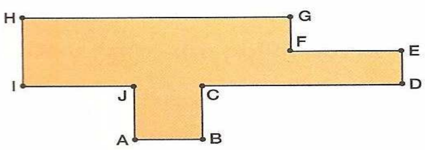
b)



_______ lados

nome _______________

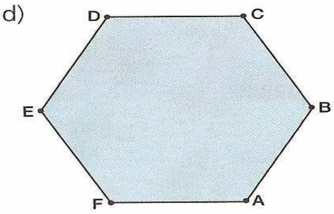
c)



_______ lados

nome _______________

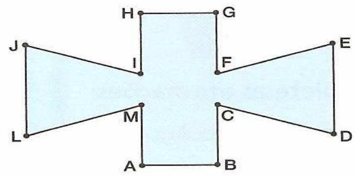
d)



_______ lados

nome _______________

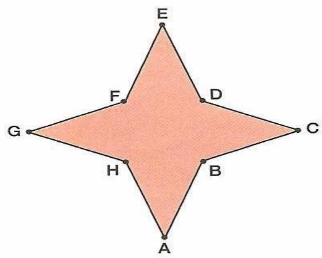
e)



_______ lados

nome _______________

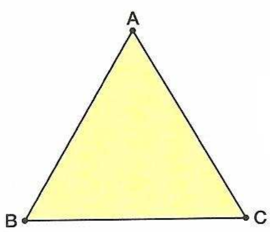
f)



_______ lados

nome _______________

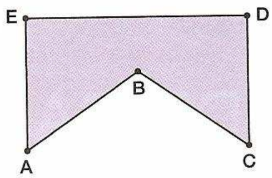
g)



_______ lados

nome _______________

h)



_______ lados

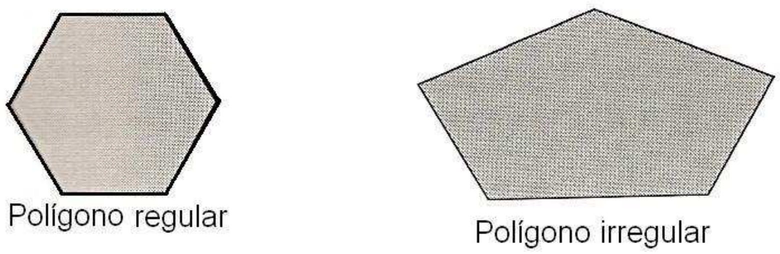
nome _______________

Fonte: Giovanni (atividades, 2002, p.17).

Atividade 3.5. Polígonos Regulares

3.5.1.Definição

Alguns polígonos são chamados regulares. Os polígonos regulares têm, respectivamente, todos os seus lados e todos os seus ângulos com mesma medida.



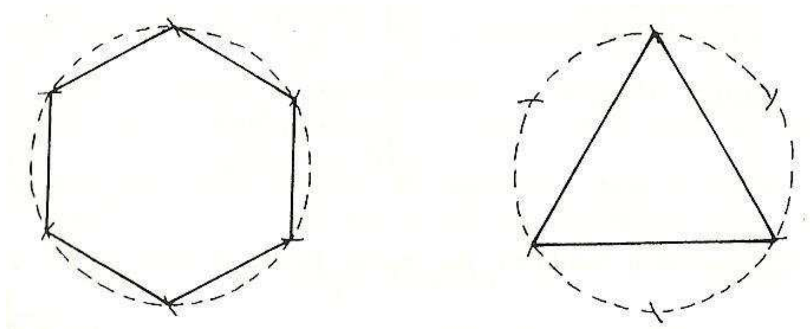
Fonte: Pires (2000, p.175).

3.5.2.Construção

Construir polígonos regulares com orientação da professora.

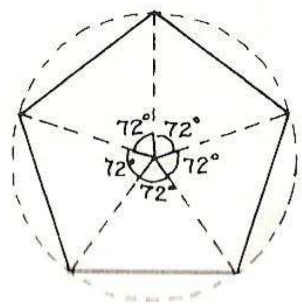
<u>Hexágono e triângulo</u>

Trace uma circunferência e, conservando a abertura do compasso igual ao raio, marque sobre a mesma, pontos a partir do primeiro, escolhido arbitrariamente. Com isso, a circunferência fica dividida em seis partes iguais. Com a régua, unindo os pontos consecutivos, obtém-se o hexágono regular. Se os pontos forem unidos alternadamente, obtém-se o triângulo equilátero.



Construção de polígono regular a partir do ângulo central

Ângulo central é um ângulo cujo vértice está no centro do círculo e cujos lados são raios desse círculo. Como num polígono regular temos ‘n’ ângulos centrais iguais, unindo o centro aos vértices do polígono inscrito, cada ângulo central terá medida igual a $\frac{360º}{n}$. Com essas aberturas, determinam-se ‘n’ pontos sobre a circunferência que, unidos, formam o polígono regular de ‘n’ lados.



Fonte: Ledur (1991, p. 24-25).

Atividade 3.6. Diagonal

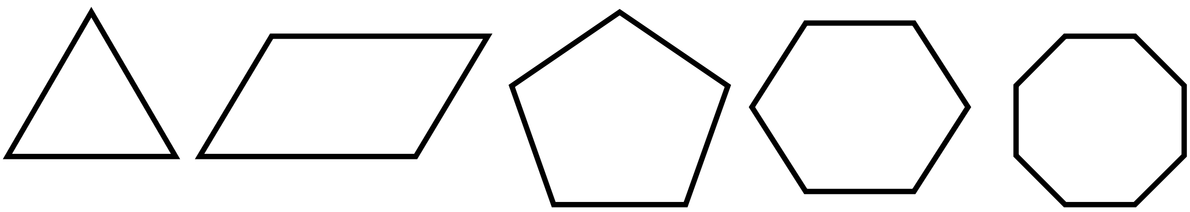
3.6.1.Definição

As diagonais de um polígono são segmentos que unem dois vértices não consecutivos desse polígono. Em todos os polígonos com mais de 3 lados, podemos traçar e contar as diagonais.

Fonte: Pires (2000, p.175)

3.6.2.Traçando diagonais

a) Trace, se possível, as diagonais dos polígonos.



b) Complete a tabela

Polígono	Nº de vértices (n)	Nº de diagonais que partem de cada vértice (n-3)	Nº Total de Diagonais
Triângulo			
Quadrilátero			
Pentágono			
Hexágono			
Octógono			

c) Considerando d o número total de diagonais e n o número de vértices, como podemos generalizar o número total de diagonais?

Obs. Com orientação da professora espera-se que o grupo conclua a generalização: $d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$

Fonte: Giovanni (1998, p.193).

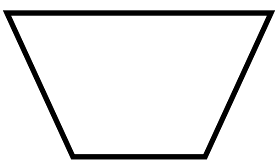
Atividade 3.7. Triângulos - Definição

Triângulo é todo polígono de três lados.

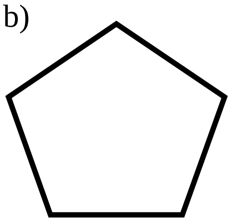
“Os triângulos são polígonos muito especiais porque todas as demais figuras poligonais podem ser decompostas em triângulos.” Pires (2000, p.176).

Faça a decomposição de cada figura em triângulos utilizando o mínimo de triângulos

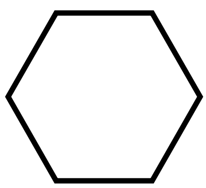
a)



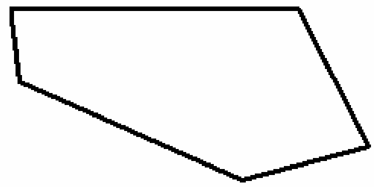
b)



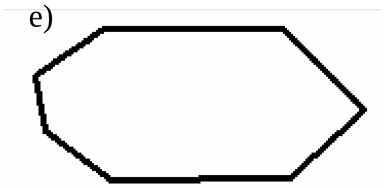
c)



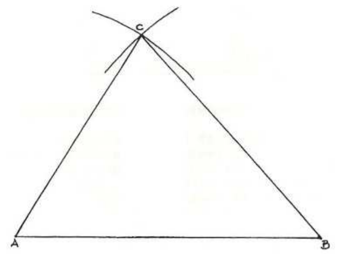
d)



e)



Atividade 3.8. Triângulos - Relações métricas



Construa triângulos cujos lados meçam:

a) 7 cm, 8 cm e 9 cm

Trace um segmento de reta $\overline{AB}$ AB com 9 cm. Fazendo centro em A e usando o compasso com abertura de 7 cm, descreva um arco.Abrindo o compasso com 8 cm, faça centro em B e descreva um arco que intercepte o arco anterior no ponto C, que será o terceiro vértice do triângulo ABC, obtido traçando-se os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$.

b) 5 cm, 4 cm e 10 cm.

c) 5 cm, 4 cm e 9 cm.

- Foi possível a construção desses triângulos?
- O que aconteceu?
- Compare a soma das medidas dos dois menores lados com a medida do maior.

Ao repetir o processo anterior para essas medidas, constata-se que não é possível determinar o terceiro vértice necessário ao desenho do triângulo. Isso significa que existe uma relação entre as medidas dos lados de um triângulo.

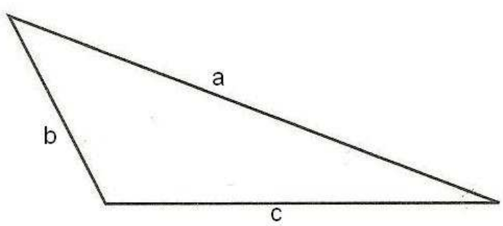
Fonte: Ledur (1991, p.16).

Cada lado tem que ter medida menor que a soma das medidas dos outros dois lados. Sendo a, b e c a medida de cada um dos lados de um triângulo qualquer, temos:

$a < b + c$

$b < a + c$

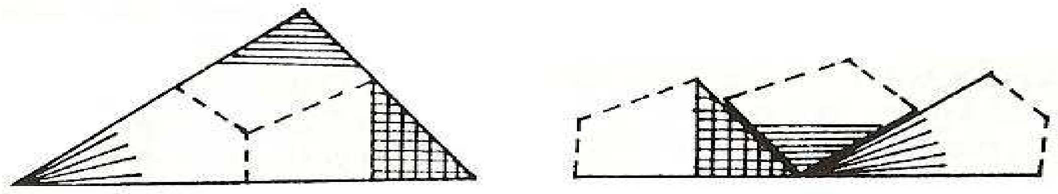
$c < b + a$



Fonte: Pires (2000, p.176).

Atividade 3.9. Triângulos - Soma dos ângulos internos

Recorte um triângulo qualquer e pinte os seus ângulos internos. Marque um ponto no interior desse triângulo. Corte de um ponto qualquer de cada lado do triângulo até o ponto marcado no seu interior, dividindo assim o triângulo em três pedaços. Justaponha os ângulos que estão pintados e verifique a soma dos ângulos internos.



A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180°.

Fonte: Ledur (1991, p.20).

Os triângulos são figuras geométricas importantes porque geram as demais figuras. Assim, é possível determinar a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer, divida-o em triângulos a partir do vértice. Para isso é preciso traçar as diagonais que partem de um dos vértices desse polígono transformando-o em triângulos. A partir dessa divisão basta somar a quantidade de triângulos e determinar a soma dos ângulos internos do polígono como mostra a tabela abaixo

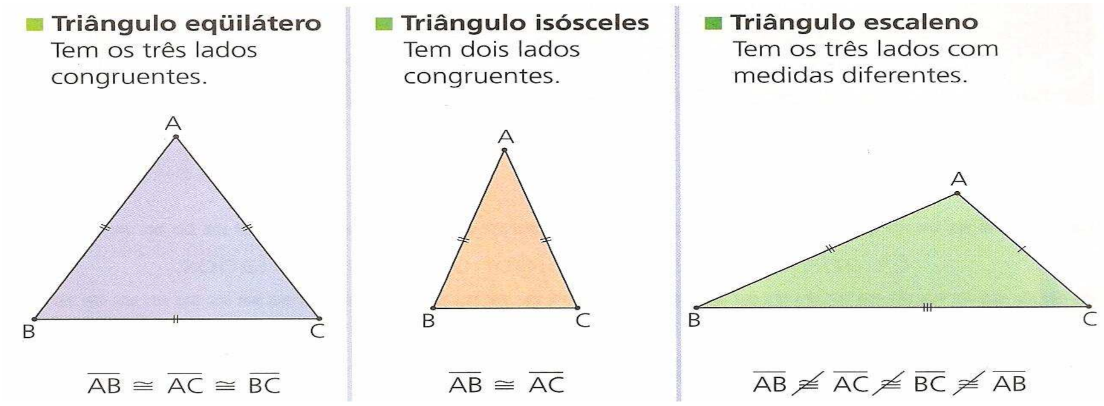
Polígono	**Nº de lados**	**Nº de diagonais que partem de cada vértice**	**Nº de triângulos**	**Soma dos ângulos internos**
Quadrilátero	4	1	2	360º
Pentágono	5	2	3	540º
Hexágono	6	3	4	720º
Octógono	8	5	6	1080º
Eneágono	9	6	7	1260º
Decágono	10	7	8	1440º

Se considerarmos polígonos regulares é possível determinar o valor de cada um dos seus ângulos internos a partir da soma dos ângulos desse polígono.

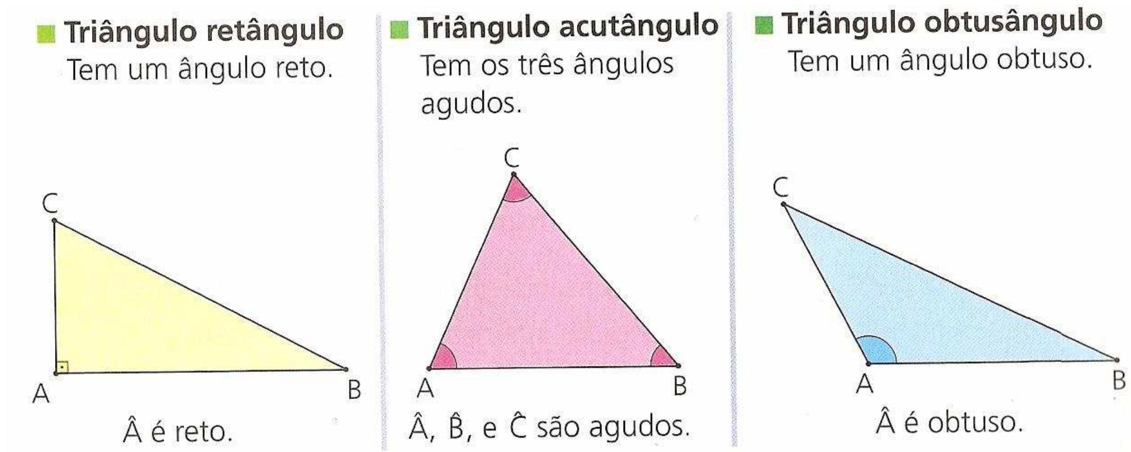
Fonte: Pires (2000, p.177)

Atividade 3.10. Triângulos - Classificação

Considerando a medida dos lados, os triângulos classificam-se em:



Considerando a medida dos ângulos internos, os triângulos classificam-se em:



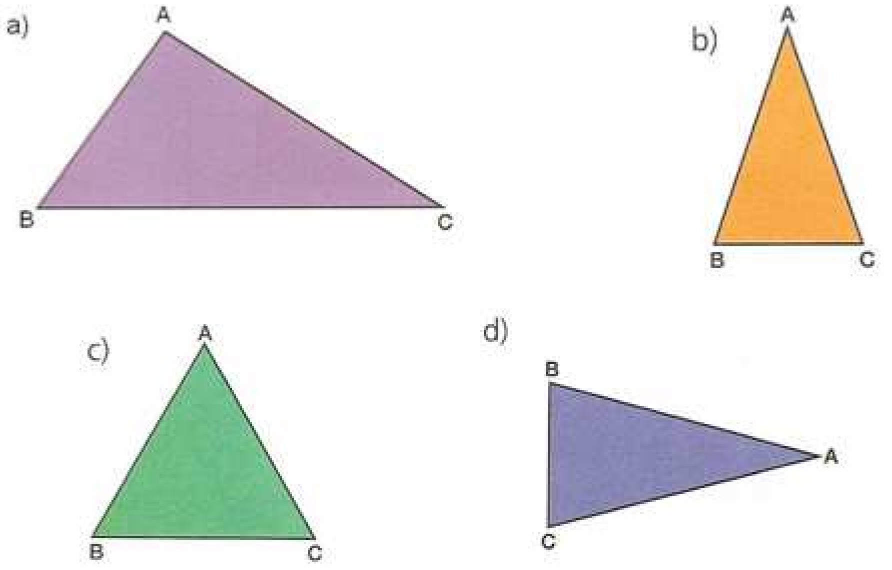
Fonte: Giovanni (2002, p.43)

3.10.1.Questionamentos

a)Por que apenas um ângulo reto, no triângulo retângulo? E possível termos dois ângulos retos num triângulo? Por quê?

b)Por que apenas um ângulo obtuso no triângulo obtusângulo?

3.10.2.Usa a régua para medir os lados dos triângulos e classifique-os em: eqüilátero, isósceles ou escaleno.



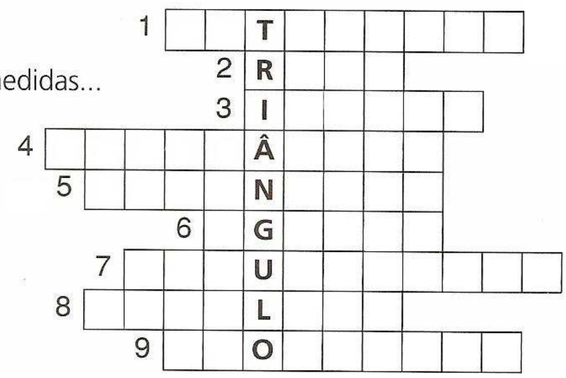
Fonte: Giovanni (atividades, 2002, p.37).

3.10.3 Construir vários tipos de triângulos, depois classificá-los verificando que um triângulo pode ter mais de uma denominação.

Se mudarmos a posição de um triângulo, mudamos sua classificação? Perceber que os triângulos podem situar-se de qualquer maneira no plano.

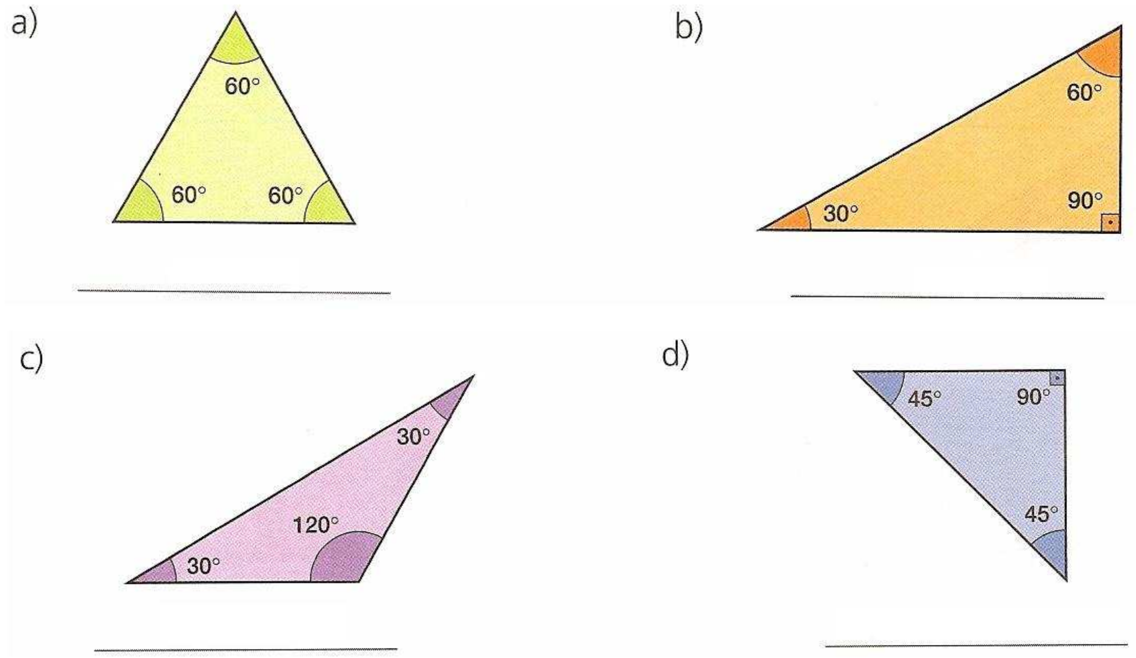
3.10.4. Cruzadinha

1. Triângulo que tem um ângulo de 90º.
2. Um dos ângulos do triângulo retângulo.
3. Os ângulos do triângulo eqüilátero têm medidas...
4. Triângulo de três lados congruentes.
5. Polígono de três lados.
6. Ângulos do triângulo acutângulo.
7. Triângulo que tem um ângulo obtuso.
8. Triângulo de três lados diferentes.
9. Triângulo de dois lados congruentes.



Fonte: Giovanni (atividades, 2002, p.38)

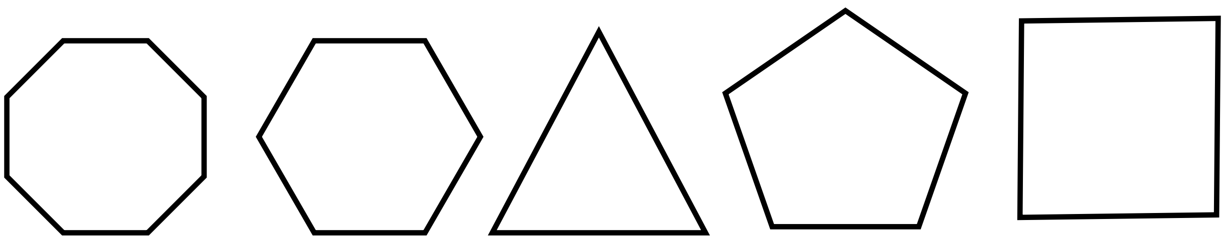
3.10.5. Classifica os triângulos seguintes em retângulo, acutângulo ou obtusângulo:



Fonte: Giovanni (atividades, 2002, p.38).

Atividade 3.11. Triângulos - Ladrilhando pisos

Recortar os polígonos e escolher alguns para ladrilhar o piso da sua casa. Seja criativo!



É possível ladrilhar uma região plana com:

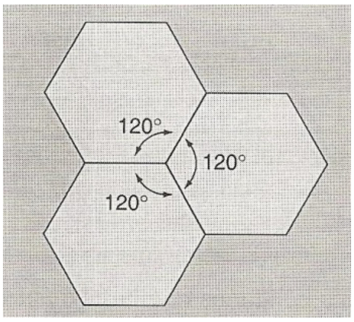
a) triângulos eqüiláteros?

b) quadrados?

c) pentágonos regulares?

d) hexágonos regulares?

e) octógonos regulares?



A medida dos ângulos internos de um polígono é fundamental para decidir se ele é ou não é recomendável para pavimentar uma superfície plana. A medida do ângulo interno de um polígono regular deve ser um divisor de 360º para que seja possível compor um ângulo de 360º com os vértices dos ladrilhos do mesmo tipo.

Fonte: Pires (2000, p.178).

Atividade 3.12. DVD

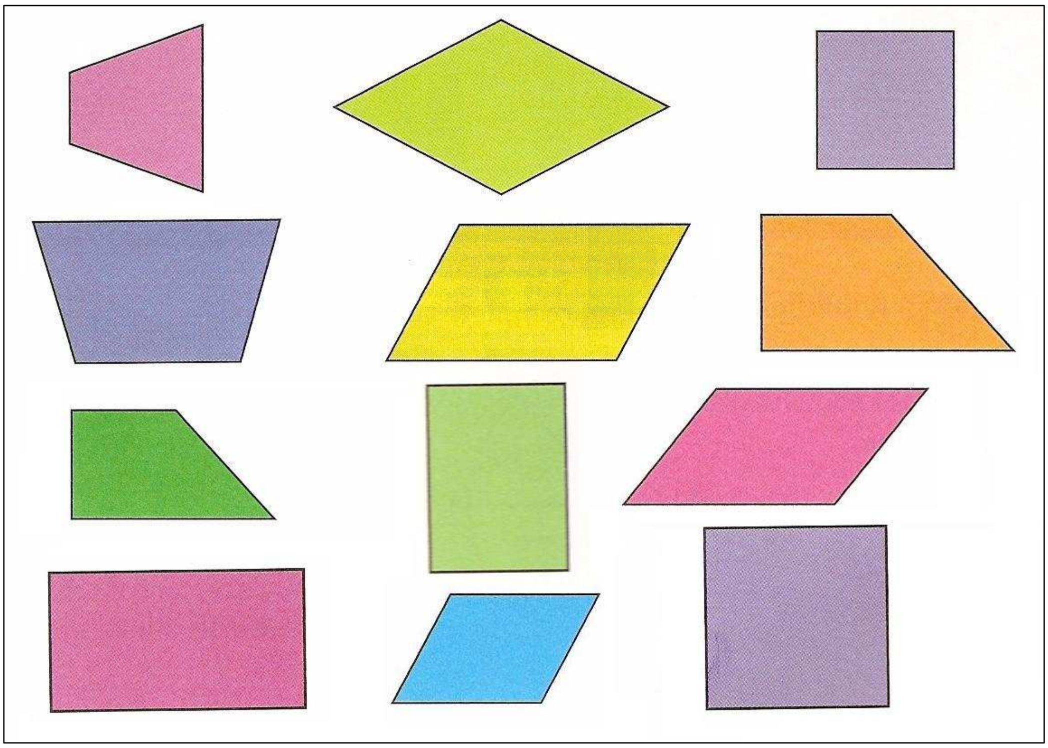
Assistir ao DVD Mão na forma: Diálogo geométrico, enviado pelo MEC às escolas. O DVD exemplifica o uso de triângulos nas construções humanas e na natureza.

Atividade 3.13. Quadriláteros - Classificação

3.13.1. Conhecimentos prévios

Explorar os conhecimentos prévios dos alunos. Recortar os quadriláteros e separá-los analisando suas semelhanças e diferenças. Identificar a nomenclatura correta.

A atividade será realizada em pequenos grupos, depois discutida no grande grupo sempre com o auxilio da professora.

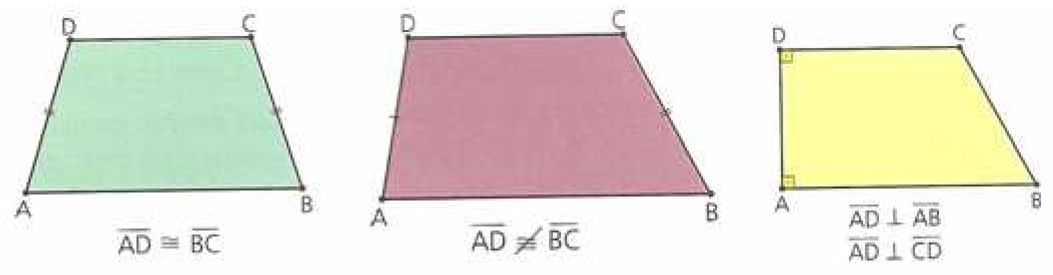


3.13.2. Definições

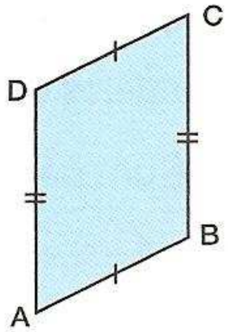
Os quadriláteros também podem ser classificados usando alguns critérios como o paralelismo de seus lados, a medida dos seus ângulos ou dos seus lados.

Podemos definir **trapézio** como o quadrilátero que tem pelo menos um par de lados paralelos. Esses lados são denominados bases do trapézio.

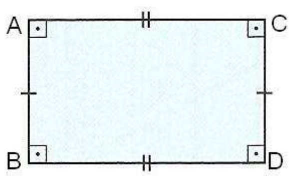
Há trapézios isósceles, escalenos e retângulos.



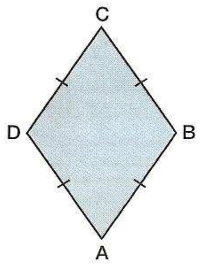
Paralelogramos são quadriláteros cujos lados são dois a dois paralelos. Podemos considerar então que um paralelogramo é um trapézio particular (se o paralelogramo tem dois pares de lados paralelos e, portanto, um par de lados paralelos, então é um trapézio). Num paralelogramo os lados opostos têm a mesma medida e os ângulos opostos também têm a mesma medida. Já dois ângulos consecutivos somam 180º. Num paralelogramo, as diagonais se cortam no meio.



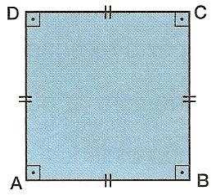
O **retângulo** é um paralelogramo que tem um ângulo reto (e se tem um, os demais também são retos).



O **losango** é um paralelogramo em que todos os lados têm o mesmo tamanho. No losango as diagonais são perpendiculares e se cortam ao meio.



O **quadrado** é um retângulo que também é um losango.



Os quadriláteros convexos podem ser decompostos em dois triângulos. Assim sendo, a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360º (2 x 180º).

É possível construir diversos quadriláteros com régua e compasso, sabendo-se as suas características.

Fonte: Pires et al. (2000, p.179).

Atividade 3.14. Tangram

3.14.1.Histórico

Tangram

O tangram é um quebra-cabeça formado por sete figuras geométricas.

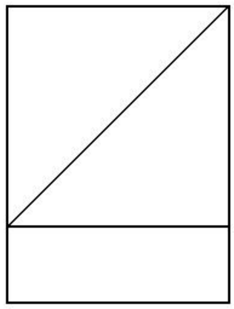
Este jogo surgiu há mais de 4 mil anos atrás na China.Existem diversas histórias sobre a sua origem.Uma delas é a de um chinês que segurava um ladrilho quadrado, que, por descuido, deixou cair, quebrando-se em sete partes.

Na verdade, isso é uma lenda! Não se sabe ao certo quando e quem inventou o tangram.

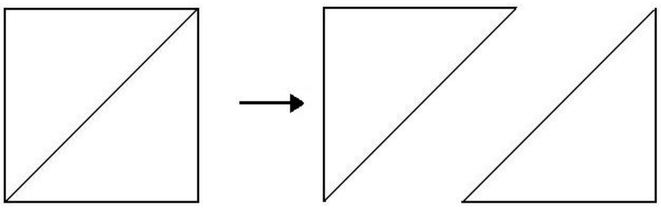
Fonte: Chacur (2001, p.92).

3.14.2. Construir o tangram por dobradura.

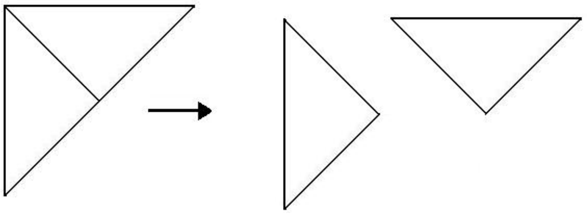
1° Dobra-se a folha de ofício a fim de se obter o maior quadrado possível.



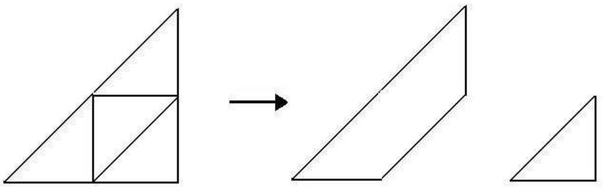
2º Recorta-se o quadrado em dois triângulos.



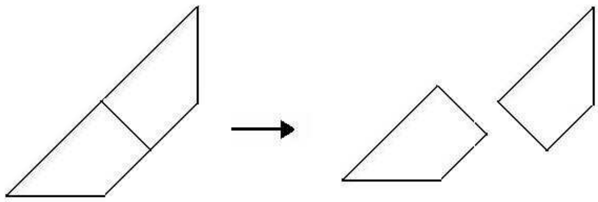
3º Um dos triângulos deve ser dobrado ao meio e recortado, formando dois triângulos retângulos menores.



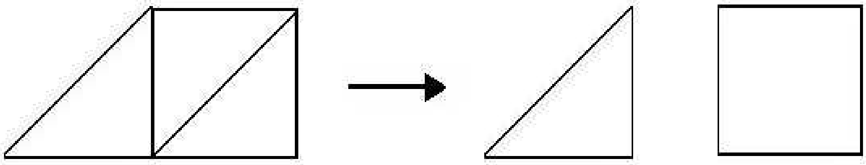
4º O outro triângulo retângulo dobra-se e recorta-se formando um triângulo retângulo pequeno e um trapézio.



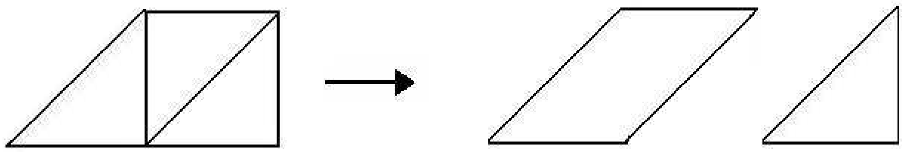
5º O trapézio é dividido ao meio, originando dois trapézios retângulos.



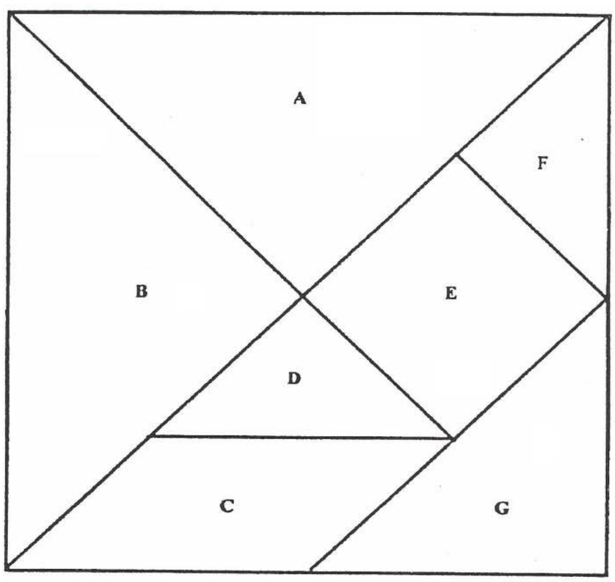
6º Um dos trapézios é dobrado originando um quadrado e um triângulo retângulo.



7º Outro dos trapézios é dobrado de forma a originar um triângulo retângulo e um paralelogramo.



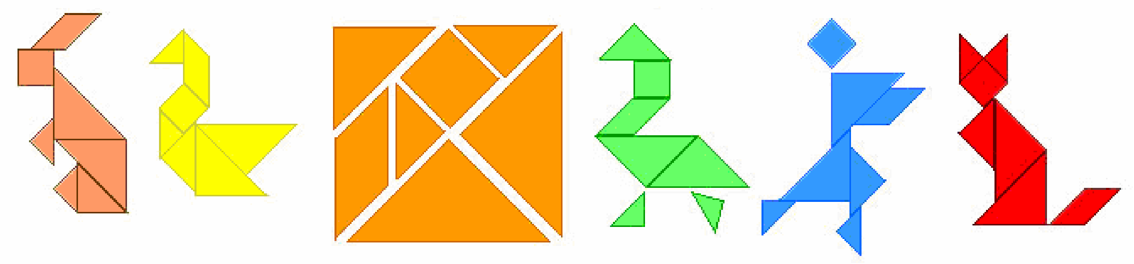
Temos assim as sete peças do Tangram



Identificar os triângulos presentes no Tangram bem como suas classificações.

3.14.3. Brincando com o Tangram

3.14.3.1.Usando as sete peças do Tangram, podemos nos divertir formando figuras. Vejamos alguns exemplos:



3.14.3.2. Agora é com você**:** crie formas com o seu Tangram.

Fonte: Chacur (2001, p.93).

Vamos guardar as peças do Tangram num envelope, pois o usaremos na próxima atividade.

3.14.3.3. Usando as peças do seu Tangram, construído no encontro anterior, responda.

a) Quantas peças têm a forma triangular?

b) Como podemos classificar esses triângulos?

c) Quantas peças têm a forma de um quadrilátero? Quais? Como podemos classificá-los?

3.14.3.4. Faça o que se pede com as peças do tangram e desenhe as soluções em seu caderno.

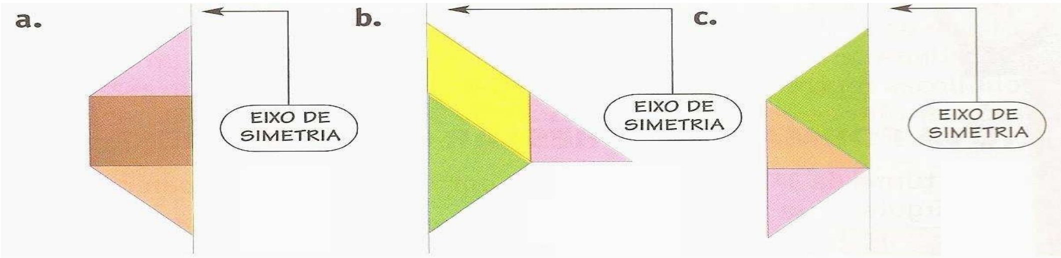
a) Construa 2 quadrados, utilizando em cada um apenas duas peças.

b) Construa um quadrado, utilizando 3 peças.

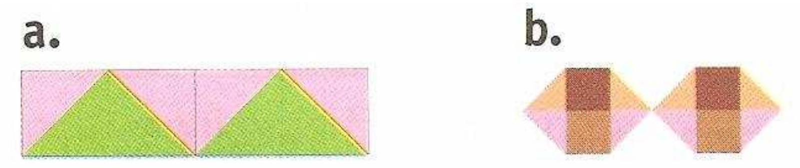
c) Construa um quadrado, utilizando 4 peças.

d) Usando 3 peças do tangram construa um quadrilátero com apenas um par de lados paralelos.

3.14.3.5. Usando as peças de seu tangram e do colega, completem as figuras para que sejam simétricas em relação ao eixo de simetria. Atividade a ser realizada em duplas.

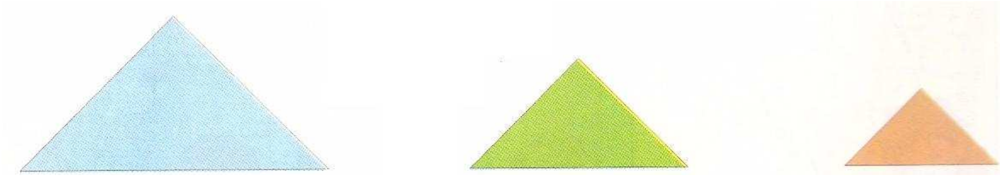


3.14.3.6. André e Carlos usaram as peças de seus tangrans e criaram duas seqüências de figuras simétricas. Descubra o segredo destas seqüências. Desenhe e pinte em seu caderno.

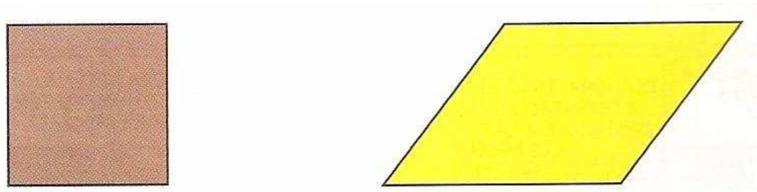


3.14.3.7. A turma da 3ª série descobriu que cada triângulo do tangram tem um eixo de simetria.

Desenhe os triângulos em seu caderno, descubra e trace os eixos de simetria.



3.14.3.8. Observe estas peças do tangram:



a) Descubra todos os eixos de simetria de cada uma delas.

b) Trace os eixos que você descobriu em cada uma.

Fonte: Chacur (2001, p.171)

Atividade 3.15. Desafio com palitos

Alunos deverão solucionar o desafio dado pela professora.

a) Utilizando 8 palitos forme um quadrado.

b) Utilizando 8 palitos forme um quadrilátero com lados congruentes, diferente do quadrado.

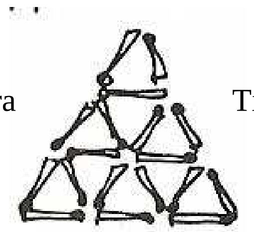
c) Encontre o maior número de retângulos diferentes formados com 12 palitos.

d) Utilizando 6 palitos forme 4 triângulos eqüiláteros.

e) Usando 5 palitos forme 2 triângulos isósceles com um vértice comum.

f)Dada a figura abaixo, junta mais três palitos e forma 5 triângulos eqüiláteros.

g) Dada a figura  tira 6 palitos deixando 5 quadrados.

h) Dada a figura  Tira 5 palitos deixando 5 triângulos e 2 losangos.

i) Dada a figura  Muda a posição de 3 fósforos e obtém 5 triângulos.

Fonte: Sá (1992, p.72-74).

Atividade 3.16. Circunferência e círculo

3.16.1. Construindo uma circunferência

Assinale um ponto qualquer em uma folha e, a seguir, usando uma régua, marque muitos pontos que tenham igual distância do primeiro. Marcando muitos pontos, até completar a volta, tente uni-los. Quanto mais pontos estiverem marcados, tanto mais esta linha que os une se aproximará de uma circunferência, e o primeiro ponto marcado é o centro. A circunferência é, então, o conjunto de infinitos pontos eqüidistantes de um ponto chamado centro. A distância do centro até qualquer ponto da circunferência chama-se raio. Fonte: Ledur (1991, p.51,)

3.16.2 Improvisando um compasso

Material: um pedaço de barbante e um lápis.

1º Amarre uma das pontas do barbante no lápis. Faça um nó na outra ponta.

2º Marque um ponto no seu caderno e nomeie-o com a letra C, o centro.

3º Segure o nó nesse ponto C. Estique o barbante mantendo o lápis bem em pé.

4º Mantendo o barbante bem esticado, movimente o lápis ao redor do ponto, traçando, assim, a circunferência. Fonte: Grasseschi (1999, p.38).

3.16.3. Definições

Circunferência é o conjunto de infinitos pontos eqüidistantes de um ponto chamado centro. A distância do centro até qualquer ponto da circunferência chama-se raio.

Círculo é a região do plano limitada pela circunferência.

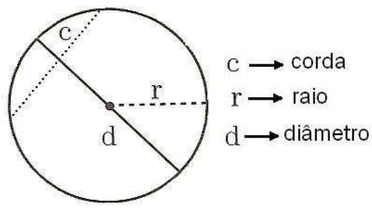
Corda é o segmento de reta traçado entre dois pontos da circunferência.

Num círculo podemos destacar como elementos o raio e o diâmetro.

O raio é a distância fixa que existe do centro à circunferência.

Diâmetro é qualquer segmento de reta que contém o centro da circunferência e que tem os extremos nessa circunferência.

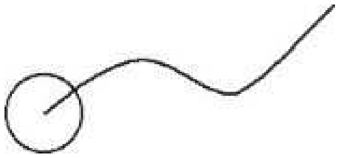
Um círculo admite uma infinidade de eixos de simetria, seus diâmetros. O diâmetro é a maior das cordas.



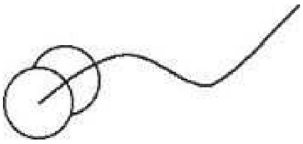
Se dividirmos um círculo por meio do seu diâmetro obteremos dois semicírculos. Fonte: Pires (2000, p.180)

3.16.3. Figuras circulares – diversão

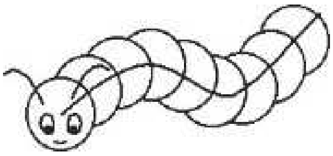
Fazendo uma lagarta



Primeiro faça uma curva qualquer e uma circunferência com centro numa das extremidades



Mantendo a abertura, trace semi-circunferências centrando o compasso nas intersecções com a curva inicial



Repita as semi-circunferências até o fim e desenhe uma carinha na primeira.

Fonte: Falzetta (1998).

Atividade 3.17. Bandeira Brasileira

Construindo a bandeira do Brasil

Pouca gente sabe, mas para construir a bandeira nacional direitinho é preciso seguir regras que estão definidas na Constituição do Brasil.

Siga os passos para construir sua bandeira.

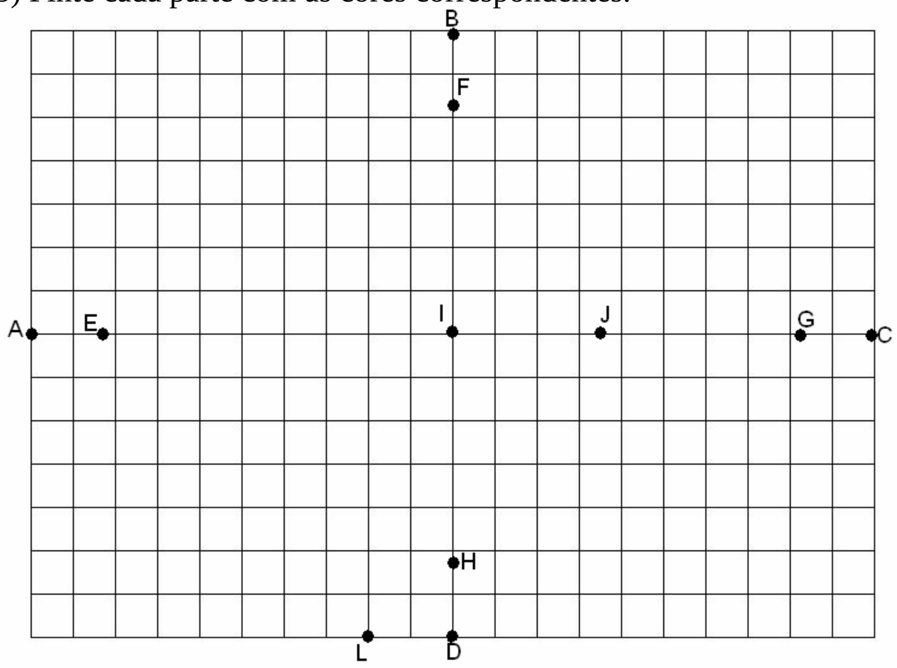
1) Para desenhar o retângulo externo, escolha uma unidade de medida M. O retângulo vai ter 14 medidas de largura por 20 medidas de comprimento. Se você usar o papel quadriculado, a unidade de medida M vai ser 1 quadrinho.

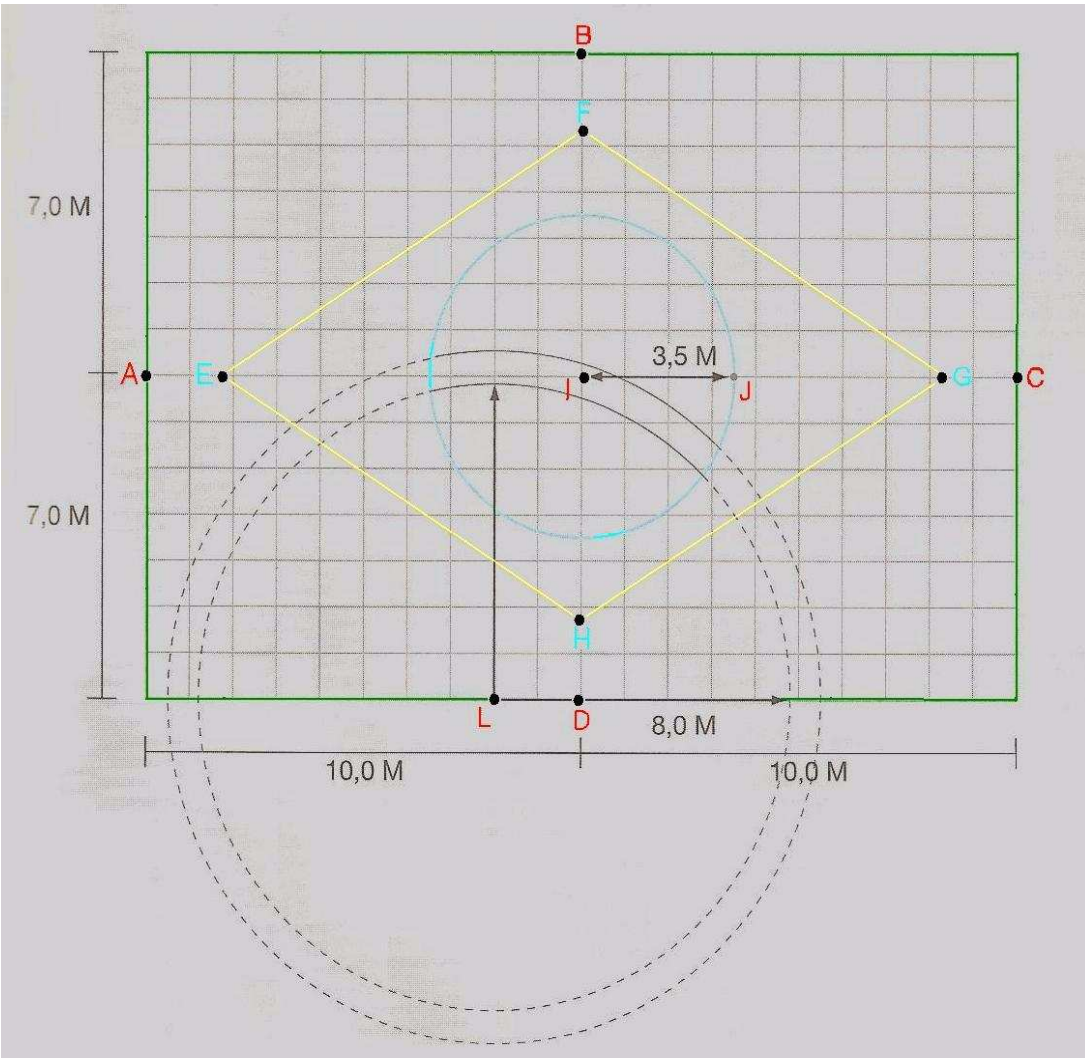
2) Os vértices do losango (pontos E, F, G e H), que são a parte amarela da bandeira, ficam a uma distância de 1 medida e 7 décimos (1,7M) em relação aos pontos A, B, C, e D. Trace os lados do losango unindo os pontos E, F, G e H.

3) O raio do círculo azul celeste mede 3 medidas e meia (3,5M) com centro no meio do retângulo (ponto I)

4) A faixa branca em forma de arco com a frase “Ordem e Progresso” tem meia medida (0,5M) de largura. O centro dos arcos da faixa branca é o ponto L, que está a duas medidas do ponto D.

5) Pinte cada parte com as cores correspondentes.





Fonte: Bigode (2005B, p.83).

Atividade 3.18. DVD

Assistir ao DVD Matemática 23 : Conversa de professor/Matemática - Formas geométricas enviado pelo MEC às escolas. O DVD aborda tópicos sobre a importância da geometria, aspectos históricos, utilidade prática da geometria e sugestões didáticas.

Referências Bibliográficas

BARBOSA, Juliane Matsubara. **Projeto Aratibá**: Matemática/obra coletiva, concebida e produzida pela Editora Moderna. Matemática 5ª série. São Paulo: Moderna, 2006.

BRASIL. **Prova Brasil** - Matrizes de Referência, Tópicos e Descritores: Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2007.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BIGODE, Antônio José Lopes. GIMENEZ, Joaquim. **Matemática do cotidiano & suas conexões** 1ª série. São Paulo: FTD, 2005A.

BIGODE, Antônio José Lopes. GIMENEZ, Joaquim. **Matemática do cotidiano & suas conexões** 4ª série. São Paulo: FTD, 2005B.

______. **Matemática do cotidiano & suas conexões:** 4ª série. São Paulo: FTD, 2005.

CENTURIÓN, Marília. **Porta Aberta:** Matemática 3ª série. São Paulo: FTD, 2005.

CHACUR, Regina Maria et al. **Pensar e construir:** Matemática. 3ª série. São Paulo: Scipione, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Vivência e construção:** Matemática. 3ª série. 2. ed. São Paulo: Ática, 2006.

______ DANTE, Luiz Roberto. **Vivência e construção:** Matemática. 4ª série. São Paulo: Ática, 2000.

______. **Vivência e construção:** Matemática. 7ª série. São Paulo: Ática, 2005.

DVD. **TV Escola.** Secretaria de Educação a Distância, Matemática n.º 19. Arte e Matemática Parte I: Simetria.

DVD. **TV Escola**. Secretaria de Educação a Distância. Matemática n°20. Arte e Matemática. Parte II: Forma dentro da forma.

DVD. **TV Escola.** Secretaria de Educação a Distância. Matemática n° 21 Mão na forma: sólidos de Platão.

DVD. **TV Escola.** Secretaria de Educação a Distância. Matemática n° 23 Conversa de professor/Matemática- Formas Geométricas.

FALZETTA, Ricardo. A geometria em cores. Revista Nova Escola. Agosto,1998.

GIOVANNI, José Ruy. FERNANDES, Tereza Marangoni. OGASSAWARA, Elenice Lunico. **Desenho geométrico:** novo, v.1. São Paulo: FTD, 2002.

GIOVANNI, José Ruy. CASTRUCCI, Benedito. GIOVANNI JUNIOR. José Ruy. **A conquista da Matemática**: 7ª série. São Paulo: FTD, 1998.

GIOVANNI, José Ruy. GIOVANNI JUNIOR, José Ruy. **A conquista da Matemática**: a + novinha. São Paulo: FTD, 2004.

GRASSESCHI, Maria Cecília C. et al. **PROMAT:** projeto oficina de matemática, 5ª série. São Paulo: FTD, 1999.

IMENES, Luiz Márcio et. al. **Novo caminho:** Matemática. 4ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática para todos.** 5ª série. 3 ed. São Paulo: Scipione, 2007.

LEDUR, Elsa Alice. et al. **Metodologia do Ensino-Aprendizagem da Geometria Plana.** São Leopoldo: UNISINOS, 1991.

MARSICO, Maria Tereza.et. al. **Caracol:** ensino fundamental. Matemática 4ª série .São Paulo: Scipione, 2004.

Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas OBMEP. Banco de Questões, 2005.

Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas OBMEP. Banco de Questões, 2006.

Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas OBMEP. Prova 1ª Fase, Nível 1, 2006.

Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas OBMEP. Prova 1ª Fase, Nível 1, 2008.

PIRES, Célia Maria Carolino. CURI, Edda. CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. **Espaço & Forma:** A construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: PROEM, 2000.

SÁ, António Júlio A. César de. FARIA, Margarida Costa S. Leite. **Clube de Matemática**: A aventura da descoberta. Portugal: Asa, 1992.

http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos_publicados.asp?aux=Sabao. Acesso em 24/09/2008.

http://matematica5.no.sapo.pt/aprende.htm. Acesso em 24/09/2008.

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm43/fm_euler.htm.Acesso em 20/08/2008.