

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**MODELAGEM ESTOCÁSTICA DE
SISTEMAS HIERÁRQUICOS DE ESTOQUES**

José Carlos Fiorioli

Porto Alegre, 2002

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**MODELAGEM ESTOCÁSTICA DE SISTEMAS
HIERÁRQUICOS DE ESTOQUES**

José Carlos Fiorioli

Orientador: Professor Flávio Sanson Fogliatto, *Ph.D.*

Banca Examinadora:

**Cláudio Walter, Doutor
Prof. PPGEP/UFRGS**

**Leonardo Junqueira Lustosa, Ph.D.
Prof. DEI/PUC-RIO**

**Leonardo Rocha de Oliveira, Ph.D.
Prof. PPGEP/UFRGS**

**Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de
Produção como requisito parcial à obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

Área de concentração: Gerência da Produção

Porto Alegre, junho de 2002.

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

Prof. Flávio Sanson Fogliatto, *Ph.D.*

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientador

Prof. Luís Antônio Lindau, Ph. D.

Coordenador PPGE/UFGRS

Banca Examinadora:

Cláudio Walter, Doutor
Prof. PPGE/ UFGRS

Leonardo Junqueira Lustosa, *Ph.D.*
Prof. DEI/PUC-RIO

Leonardo Rocha de Oliveira, *Ph.D.*
Prof. PPGE/UFGRS

“Penso que a essência da vida, no que me diz respeito, é descobrir algo que se goste de fazer, que dê sentido à vida e depois se colocar em uma situação que permita fazê-lo”

Isaac Asimov

AGRADECIMENTOS

Agradeço de modo especial ao Professor Flávio Sanson Fogliatto, *Ph.D.*, por sua valiosa orientação, pelo exemplo de excelência na condução dos assuntos acadêmicos e pelo estímulo permanente decisivos para a realização deste trabalho.

À Coordenação do PPGEP, pelo apoio nas atividades desenvolvidas durante o Curso de Mestrado.

Aos professores do PPGEP, pelos ensinamentos que permitiram construir a base desta dissertação.

Aos funcionários do PPGEP, pela compreensão e amizade que sempre me dedicaram.

À Coordenação da Biblioteca da Escola de Engenharia, pela contribuição dada durante a revisão final deste documento.

Aos meus pais, Basílio (*in memoriam*) e Lourdes, pelo magnífico exemplo de persistência e retidão de caráter e às minhas irmãs Maria da Graça e Neiva, pela amizade, apoio e compreensão incondicionais.

À minha esposa Rosana e às minhas filhas Thais e Carla, um agradecimento muito especial pelo apoio dado nos principais momentos da minha vida, pela compreensão da importância deste trabalho e, principalmente, pelo amor que colocam em tudo o que fazem.

SUMÁRIO

| | |
|---|-------------|
| AGRADECIMENTOS | v |
| SUMÁRIO | vi |
| LISTA DE FIGURAS | viii |
| LISTA DE QUADROS | ix |
| RESUMO | x |
| ABSTRACT | xi |
| | |
| 1 INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 O TEMA E SUA IMPORTÂNCIA..... | 2 |
| 1.2 OBJETIVOS..... | 3 |
| 1.2.1 Objetivo Geral..... | 3 |
| 1.2.2 Objetivos Específicos..... | 4 |
| 1.3 LIMITAÇÕES DO ESTUDO..... | 4 |
| 1.4 METODOLOGIA DE PESQUISA..... | 5 |
| 1.4.1 Método de Pesquisa..... | 5 |
| 1.4.2 Etapas do Método..... | 6 |
| 1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO..... | 6 |
| | |
| 2 REFERENCIAL TEÓRICO | 8 |
| 2.1 GESTÃO DE ESTOQUES..... | 8 |
| 2.1.1 Fatores que contribuem para a elevação dos níveis de estoque..... | 8 |
| 2.1.2 Fatores que contribuem para a redução dos níveis de estoque..... | 10 |
| 2.1.3 Tipos de Estoques..... | 11 |
| 2.1.4 Sistemas Básicos de Revisão de Estoques..... | 12 |
| 2.1.4.1 Sistema de Revisão Periódica (<i>P System</i>)..... | 12 |
| 2.1.4.2 Sistema de Revisão Contínua (<i>Q System</i>)..... | 12 |
| 2.1.4.3 Sistemas de Revisão Mista..... | 13 |
| 2.1.4.4 Comparativo das Vantagens dos Sistemas de Revisão Periódica e Contínua..... | 13 |
| 2.1.5 Políticas de Suprimento..... | 14 |
| 2.2 ELEMENTOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE DE ESTOQUES..... | 15 |
| 2.2.1 Demanda..... | 15 |
| 2.2.2 Custos..... | 16 |
| 2.2.3 Lote Econômico..... | 17 |
| 2.2.4 <i>Lead Time</i> | 18 |
| 2.2.5 Ponto de Pedido..... | 18 |
| 2.2.6 Ruptura de Estoque..... | 19 |
| 2.2.7 Nível de Serviço..... | 19 |
| 2.2.8 Níveis Hierárquicos..... | 19 |
| 2.3 ESTRUTURA DOS SISTEMAS DE CONTROLE DE ESTOQUES..... | 19 |
| 2.3.1 Sistemas Básicos de Estoques..... | 19 |
| 2.3.2 Sistemas Hierárquicos de Estoques..... | 20 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.4 | MODELAGEM DE SISTEMAS DE CONTROLE DE ESTOQUES..... | 24 |
| 2.5 | OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE CONTROLE DE ESTOQUES..... | 25 |
| 3 | MODELAGEM ESTOCÁSTICA E OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS | |
| | HIERÁRQUICOS DE ESTOQUES..... | 27 |
| 3.1 | HABILITADORES DA MODELAGEM E DA OTIMIZAÇÃO..... | 30 |
| 3.1.1 | Programação Matemática..... | 30 |
| 3.1.2 | Otimização Não-Linear..... | 31 |
| 3.1.3 | Diagrama de Fluxo de Dados | 31 |
| 3.1.4 | Programação Computacional..... | 32 |
| 3.2 | MODELAGEM DE UM SISTEMA HIERÁRQUICO DE ESTOQUES..... | 33 |
| 3.2.1 | Características do Problema..... | 34 |
| 3.2.2 | Ambiente do Centro de Distribuição..... | 35 |
| 3.2.3 | Ambiente dos Centros de Distribuição Regional..... | 35 |
| 3.2.4 | Objetivos e Suposições..... | 36 |
| 3.2.5 | Estimativa do Nível de Serviço oferecido aos consumidores..... | 37 |
| 3.3 | DIAGRAMAS DE FLUXO DE DADOS BÁSICOS..... | 41 |
| 3.4 | OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS HIERÁRQUICOS DE ESTOQUES..... | 44 |
| 4 | APLICATIVO COMPUTACIONAL: OTIMIZADOR..... | 49 |
| 4.1 | ESTRUTURA DO <i>OTIMIZADOR</i> | 50 |
| 4.1.1 | Rotinas Básicas..... | 50 |
| 4.1.2 | Entradas do Aplicativo..... | 50 |
| 4.1.3 | Processamento..... | 52 |
| 4.1.3.1 | Distribuição de Probabilidade utilizada..... | 55 |
| 4.1.3.2 | Rotina de Cálculo do GRG..... | 55 |
| 4.1.4 | Saídas do Aplicativo..... | 56 |
| 4.2 | DESEMPENHO DO <i>OTIMIZADOR</i> | 56 |
| 5 | APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO..... | 58 |
| 5.1 | OPERACIONALIZAÇÃO DO MODELO..... | 59 |
| 5.2 | ANÁLISE DE DESEMPENHO DO MODELO..... | 62 |
| 5.2.1 | Vantagens..... | 62 |
| 5.2.2 | Desvantagens..... | 62 |
| 5.2.3 | Comparativo entre os resultados do Modelo e os resultados obtidos por Simulação..... | 63 |
| 5.2.4 | Validação..... | 64 |
| 6 | CONCLUSÕES..... | 65 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 68 |
| | BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA..... | 72 |
| | ANEXO A – Descrição do Algoritmo GRG..... | 74 |
| | ANEXO B – Validação do Algoritmo GRG..... | 78 |
| | ANEXO C – Notação utilizada..... | 83 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Modelo da metodologia de Pesquisa Operacional..... | 5 |
| Figura 2 – Configuração típica de um Sistema Básico de Estoques..... | 20 |
| Figura 3 – Configuração típica de um Sistema Hierárquico de Estoques..... | 21 |
| Figura 4 – Processos de entrada, demanda e saída de um SHE com 2 níveis..... | 22 |
| Figura 5 – Representação genérica de um DFD..... | 33 |
| Figura 6 – Evento 1: Obtenção das medidas estatísticas do SHE..... | 43 |
| Figura 7 – Evento 2: Obtenção do nível de serviço oferecido aos consumidores..... | 44 |
| Figura 8 – SHE com um depósito central e quatro depósitos regionais..... | 49 |
| Figura 9 – Dados utilizados no OTIMIZADOR..... | 52 |
| Figura 10 – Processamento do CD..... | 53 |
| Figura 11 – Processamento dos CDRs..... | 54 |
| Figura 12 – Tela de apresentação dos resultados finais do OTIMIZADOR..... | 56 |
| Figura 13 – Relatório de apresentação dos resultados finais do OTIMIZADOR..... | 57 |
| Figura 14 – Resultados da otimização do SHE modelado..... | 60 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|----|
| Quadro 1 – Principais abordagens utilizadas na modelagem de SHEs..... | 28 |
| Quadro 2 – Comparativo entre abordagens ao problema de SHEs..... | 34 |
| Quadro 3 – Tempos de processamento do OTIMIZADOR..... | 57 |
| Quadro 4 – Variáveis e valores utilizados no OTIMIZADOR..... | 58 |
| Quadro 5 – Resultados da otimização do SHE modelado..... | 59 |
| Quadro 6 – Comparativo entre as abordagens SBE e SHE..... | 61 |
| Quadro 7 – Análise de sensibilidade do nível mínimo do estoque..... | 64 |
| Quadro 8 – Análise dos objetivos da dissertação..... | 66 |

RESUMO

Esta dissertação apresenta a Modelagem Estocástica de Sistemas Hierárquicos de Estoques (SHEs) como um instrumento de uso gerencial, orientado para a maximização do nível de serviço oferecido aos consumidores finais e a minimização do nível global de estoques em uma cadeia de abastecimento. Tal modelagem envolve otimização de sistemas não-lineares com integrais indefinidas, normalmente tratados através de simulação, dada a impossibilidade de estabelecer uma solução analítica para o problema. Neste trabalho, diferentemente, a solução é obtida através da otimização do sistema, a partir de uma modelagem que estabelece os níveis de estoque-alvo, os pontos de reposição de estoques, os níveis de serviço oferecidos aos consumidores finais e o nível ótimo global de estoques. A sua operacionalização utiliza um aplicativo computacional, projetado e desenvolvido especificamente para este fim. Estruturas hierárquicas, quando otimizadas localmente, em cada um de seus níveis, podem apresentar resultados subótimos em nível global. Assim, não é suficiente identificar os ótimos locais para compor uma solução otimizada para o sistema. Para resolver esse problema, a maior parte dos pesquisadores utiliza simulação. A qualidade das soluções assim obtidas geralmente é inferior à qualidade da solução obtida mediante otimização global do sistema. A presente modelagem tem como objetivo gerar soluções mais qualificadas para o problema da otimização de SHEs. Nesta dissertação, as principais abordagens para otimização de SHEs são apresentadas e analisadas, com destaque para o trabalho de Rosenbaum (1981), cujos resultados, obtidos através de simulação, são comparados com os resultados deste trabalho.

ABSTRACT

This thesis presents Multiechelon Inventory System (MIS) modeling as a managerial tool aiming at the maximization of service levels and minimization of inventories in a Supply Chain. In general, the optimization process requires dealing with non-linear systems of equations involving indefinite integration. Due to difficulties in finding an analytical solution for that kind of problem, it is usual to solve it through simulation. In this thesis a non-linear optimization model is developed and applied to determine optimum target inventory levels, optimal reorder points, service levels and total system inventory levels. Optimization is accomplished using a software specifically designed for that purpose. MIS optimization may lead to different results when performed locally and globally. Thus, it is not sufficient to identify local optima in order to find a global optimum solution. To overcome difficulties in the optimization process most researchers attempt at visualizing an optimum global solution to MIS optimization using simulation. The quality of those solutions is poor when compared with those generated by optimization. The model presented here aims at producing more qualified solutions to the MIS optimization problem. In this thesis several MIS optimization approaches are presented and compared, with special emphasis on the work of Rosenbaum (1981). Its results, obtained through simulation, are compared with results obtained in this thesis, and some conclusions are drawn.

1 INTRODUÇÃO

A modelagem de Sistemas de Estoques é uma das atividades que mais tem contribuído para o avanço dos processos de gestão empresarial. No âmbito das empresas, estoques elevados podem trazer bons resultados em situações onde há uma forte demanda pelo produto estocado, ou quando estes são condicionantes da oferta de um alto nível de serviço ao consumidor. Em situações de retração de demanda, esses mesmos estoques podem ser prejudiciais à saúde financeira da empresa, em razão dos custos adicionais que produzem. Esta natureza ambivalente dos estoques torna difíceis as decisões sobre as quantidades e a localização dos produtos a estocar. Quando adequadas, essas decisões podem neutralizar as discontinuidades produzidas pelas diferenças entre as taxas de fornecimento e consumo de um item, em um dado ambiente. Quando as quantidades de bens em estoque são reduzidas e insuficientes para atender a demanda, ou quando são liberadas com atraso, seus custos diretos são menores, mas podem gerar outros custos, indiretos, de difícil mensuração (vendas perdidas, baixos níveis de serviço e comprometimento de imagem). No caso de superdimensionamento, quando a quantidade de produtos estocados é superior às necessidades geradas pela demanda, é possível oferecer elevados níveis de serviço, porém incorrendo em custos adicionais de armazenamento e manuseio.

A modelagem, *grosso modo*, pode ser feita para Sistemas Básicos de Estoques (SBEs), que são estruturas de estocagem não hierárquicas com um único nível, e para Sistemas Hierárquicos de Estoques (SHEs), que são formados por duas ou mais estruturas de estocagem, interconectadas, pertencentes a uma mesma rede de produção ou abastecimento. Os SHEs se caracterizam pela estocagem de produtos em mais de um local do sistema, dispostos hierarquicamente tal que alguns locais são abastecidos por fontes internas em um nível superior da estrutura. No caso dos SHEs, o nível superior do sistema se abastece externamente e funciona como fonte de abastecimento para o nível imediatamente abaixo que, por sua vez, pode ser demandado por fontes internas, de um nível inferior, ou por fontes externas ao sistema. Fica clara a dependência direta entre as demandas observadas nos diferentes níveis da estrutura e a necessidade de coordenação entre as políticas de estoques adotadas nesses níveis.

Os estudos iniciais sobre SHEs referem-se, na sua maior parte, a questões específicas sobre o seu funcionamento, como o estudo de Clark e Scarf (1960), que trabalharam com o conceito de balanceamento de estoques. Em um artigo posterior, publicado em 1994, Clark faz uma análise retrospectiva, onde relata que antes dos anos sessentas os estoques eram

considerados de modo independente nos diferentes níveis, embora estivessem diretamente interconectados, na realidade. Para superar esta deficiência, o Modelo de Arrow-Harris-Marschak – AHM (Arrow *et al.* (1951) apud Clark, 1994) foi utilizado na determinação do nível de estoque-alvo ótimo. Com o desenvolvimento do Modelo METRIC (Sherbrooke, 1968), a base conceitual para o uso de rotinas de otimização avançou significativamente. O METRIC foi um dos primeiros modelos usados com eficiência para calcular estoques ótimos, considerando os diferentes níveis de um sistema hierárquico. Mais recentemente, a partir de 1990, encontra-se na literatura um número maior de trabalhos voltados para a otimização de SHEs, basicamente em relação a custos e à política de ressuprimento (ver Axsäter (1990); Rogers e Tsubakitani (1991); Sinha e Matta (1991); Hausman e Erkip (1994); Nahmias e Smith (1994); Chew e Johnson (1996), entre outros).

Esta dissertação tem como tema a modelagem estocástica de um SHE, desenvolvida para um único produto. A modelagem proposta visa a otimização do sistema através da maximização dos níveis de serviço oferecidos aos consumidores finais e da minimização do nível global de estoques.

1.1 O TEMA E SUA IMPORTÂNCIA

A importância das decisões sobre estoques cresce à medida que as estruturas de fornecimento e consumo se ampliam, gerando a necessidade de formação e gerenciamento de estoques interdependentes em diferentes níveis e locais de um sistema. Em razão desta interdependência, as decisões têm que ser analisadas de modo integrado.

A crescente busca de eficiência no processo de administração de estoques contribuiu para o surgimento de diferentes abordagens de otimização dos SHEs orientadas principalmente para o ambiente militar (objeto dos primeiros estudos). Nos últimos anos, embora tenha havido uma ampliação do domínio de aplicação da teoria dos SHEs, com o desenvolvimento de soluções mais voltadas às empresas (Cohen *et al.* (1990); Robinson *et al.* (1993); Graves, 1996), ainda é incipiente a utilização prática de modelos multi-hierárquicos.

O estudo dos problemas de estoque envolve variáveis que interferem diretamente nos resultados obtidos pelas empresas. A estruturação, delimitação e definição dos objetivos de um sistema de estoques constituem a primeira etapa do estudo. Parte destas atividades se refere a variáveis que estão sob controle da empresa (como tamanho do lote e ponto de pedido) e parte, fora de controle (como demanda e tempos de produção dos fornecedores). Superada esta etapa, parte-se para a construção de um modelo matemático. Este modelo deve

representar satisfatoriamente o sistema, mesmo sendo uma simplificação da realidade. De acordo com Pidd (1998), é exatamente essa simplificação que torna os modelos úteis. O modelo deve indicar, de modo integrado, o nível de eficácia das decisões sobre as variáveis controláveis em um ambiente definido por variáveis não controláveis e por restrições próprias do sistema ou necessárias ao tratamento do problema. Variáveis tais como o custo total, os níveis de estoques e os níveis de serviço por período são utilizadas na avaliação do desempenho dos sistemas de estoques. Por exemplo, Song (1994) mostra que o efeito das variações do *lead time* sobre as políticas de otimização depende da estrutura de custo dos estoques. Algumas variáveis não controláveis, como a demanda, podem ser consideradas estocásticas, devendo, neste caso, ser modeladas por distribuições de probabilidade. A formulação matemática dos critérios de desempenho do sistema em função das variáveis de decisão e de um conjunto de restrições possibilita a otimização do sistema de estoques.

Do ponto de vista matemático, as abordagens tradicionais para a modelagem de SHEs são complexas, o que dificulta a sua aplicação prática. A estocasticidade de determinadas variáveis, como demanda e *lead time*, pode gerar estruturas matemáticas de solução analítica difícil ou até mesmo inexistente. Este é o problema central, objeto desta dissertação. Complementarmente, a seguinte questão é discutida:

em que medida são significativas as diferenças observadas nos processos de otimização de estruturas hierárquicas, quando tratadas como uma série de SBEs, como se fossem sistemas isolados, ou como um SHE integrado?

A hipótese básica é que a abordagem aqui proposta para modelar estocasticamente um SHE tem menor complexidade em comparação com as abordagens tradicionais e produz resultados superiores quando comparados com modelagens de SBEs, como se fossem sistemas isolados.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

A dissertação tem como objetivo o desenvolvimento de um modelo estocástico para um SHE de um único produto, com um depósito central e k depósitos regionais, orientado para a maximização dos níveis de serviço oferecidos aos consumidores finais e a minimização dos estoques do sistema.

1.2.2 Objetivos Específicos

Desenvolver um modelo descritivo que contribua para o desenvolvimento de modelos prescritivos para SHEs.

Revisar a bibliografia sobre SBEs e SHEs.

Apresentar uma introdução à modelagem estocástica e determinística de Sistemas de Estoques.

Estruturar o Diagrama de Fluxo de Dados (DFD) de um SHE, com o objetivo de facilitar a compreensão do sistema e apoiar a programação de um aplicativo computacional.

Desenvolver um aplicativo computacional para auxiliar na otimização de SHEs com um único produto.

Através do modelo estocástico proposto, definir níveis de estoque-alvo, pontos de reposição de estoques, níveis de serviço oferecidos aos consumidores finais e nível global de estoque no sistema.

1.3 LIMITAÇÕES DO ESTUDO

A modelagem desenvolvida refere-se a um SHE de um único produto, com custo total proporcional às quantidades estocadas nos seus diferentes níveis, o que torna desnecessária a utilização expressa do custo como variável de otimização.

O foco do trabalho é a modelagem estocástica de SHEs. Não é dada ênfase na revisão de algoritmos que possam ser utilizados na otimização do modelo proposto.

A validação do modelo está restrita ao ambiente definido para sua aplicação. O trabalho limita-se a verificar o desempenho do modelo proposto através da sua aplicação em um ambiente de SHE. Procedimentos desta natureza, conforme Richardson (1985), são válidos por seu caráter explicativo. De acordo com Bruyne (1977), o caráter científico destes procedimentos, considerada a sua natureza particular, está condicionado à sua integração com os processos da pesquisa global, onde a crítica epistemológica dos problemas e dos conceitos é tratada com profundidade. Apesar de suas limitações, o procedimento adotado permite algumas generalizações no campo empírico, porém, sujeitas ao que Bruyne (1977) denomina "validade transitória", cuja principal característica é não ser conclusiva, dado que novas e relevantes informações podem surgir.

Neste trabalho considera-se um tipo específico de sistema de estoque, denominado sistema puro, que se caracteriza por não considerar as operações de produção anteriores ao processo de fornecimento. Soluções ótimas, obtidas através de modelos, não correspondem necessariamente a soluções ótimas no mundo real (Johnson e Montgomery, 1974).

1.4 METODOLOGIA DE PESQUISA

Problemas de otimização, a exemplo do tema central deste trabalho, podem ser tratados através da Pesquisa Operacional. A Figura 1 apresenta um modelo adaptado de Winston (1994) para representar a metodologia de Pesquisa Operacional. O presente trabalho é desenvolvido com base nesse modelo, cujo método é apresentado na seção 1.4.1.

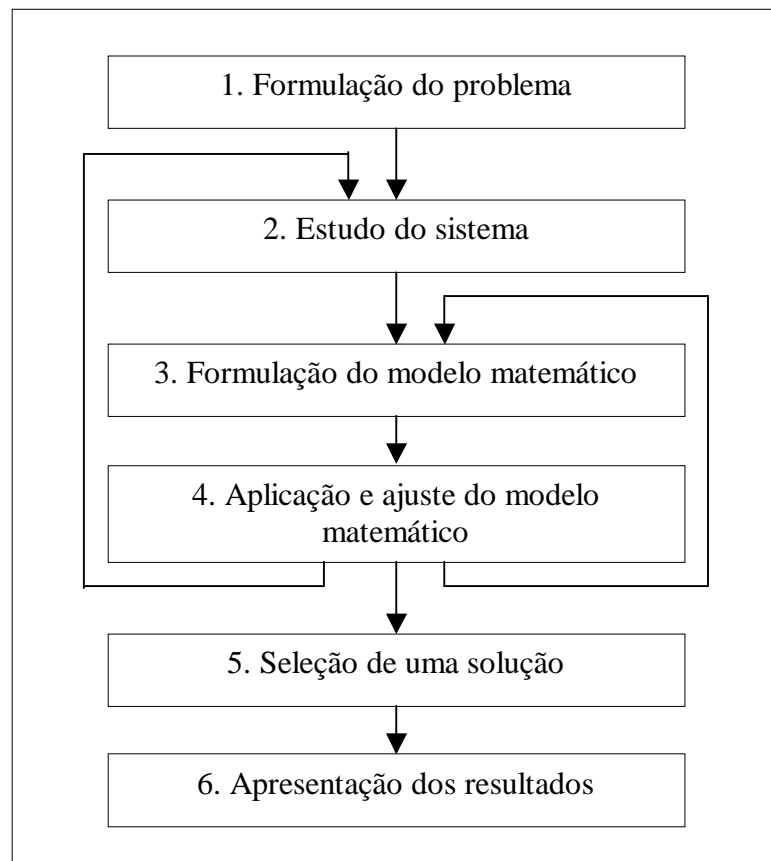


Figura 1 – Modelo da metodologia de Pesquisa Operacional

1.4.1 Método de Pesquisa

De acordo com Johnson e Montgomery (1974), a Pesquisa Operacional pode ser definida como um método científico de gestão do processo decisório. Nesse método, os problemas de decisão são descritos através de modelos matemáticos que, depois de analisados e solucionados, determinam a decisão ótima. A modelagem de problemas de Pesquisa

Operacional compreende a determinação da função-objetivo a ser minimizada ou maximizada e a identificação das restrições (limitações do sistema) a serem consideradas na busca da solução do problema.

1.4.2 Etapas do Método

As principais etapas descritas por Winston (1994) para o Método de Pesquisa Operacional compreendem:

- a) formulação do problema - identificação dos objetivos e das possíveis alternativas que levem à consecução dos mesmos;
- b) estudo do sistema - estimativa dos parâmetros que afetam o problema estudado, identificação das limitações do sistema e das suas relações com outros sistemas, tanto internos como externos ao ambiente analisado;
- c) formulação de um modelo matemático para o problema - geração das equações e inequações que definem a eficiência e as limitações do sistema, respectivamente;
- d) ajuste e aplicação do modelo - verificação do grau de aderência do modelo à realidade representada e solução matemática do sistema de equações e inequações;
- e) seleção de uma solução viável - identificação de uma solução viável, com base em critérios de eficiência (minimização ou maximização da função-objetivo); e
- f) apresentação dos resultados - divulgação da solução do problema de tomada de decisão.

Nesta dissertação, utiliza-se o método descrito acima para desenvolver um modelo estocástico para um SHE de um único produto, com um depósito central e k depósitos regionais, orientado para a maximização dos níveis de serviço e a minimização dos estoques.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O Capítulo 1 introduz a modelagem de Sistemas de Estoques, apresenta o tema do trabalho e sua importância, estabelece os objetivos do estudo e suas limitações, descreve a metodologia utilizada e apresenta a estrutura da dissertação.

O Capítulo 2 apresenta o referencial teórico utilizado para desenvolver a dissertação. São analisados os principais aspectos da Gestão de Estoques e apresentados os elementos que

compõem os Sistemas de Controle de Estoques, a estrutura, a modelagem e a otimização destes sistemas.

O Capítulo 3 trata da Modelagem Estocástica e Otimização de SHEs. Neste capítulo são apresentados e descritos os habilitadores da modelagem e da otimização, os elementos e as principais etapas da modelagem, os DFDs básicos e o processo de otimização.

O Capítulo 4 apresenta o aplicativo computacional *OTIMIZADOR*, projetado e desenvolvido especificamente para apoiar a operacionalização do processo de otimização.

O Capítulo 5 descreve a aplicação do modelo proposto e os resultados obtidos, com ênfase nos aspectos ligados ao referencial teórico. Também analisa o desempenho do modelo, comparando-o com as abordagens tradicionais.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho, bem como sugestões para futuras pesquisas.

As referências bibliográficas e a bibliografia adicional são apresentadas ao final do documento.

Os Anexos também fazem parte deste trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A fundamentação teórica do trabalho compreende a Gestão de Estoques, sob o ponto de vista geral, e os Sistemas de Controle de Estoques, nos seus aspectos particulares relacionados à estrutura, modelagem e otimização.

2.1 GESTÃO DE ESTOQUES

A gestão eficiente dos estoques é importante para qualquer tipo de empresa. Se a empresa trabalhar com margens de lucro reduzidas, eventuais ineficiências na administração dos estoques podem implicar no seu desaparecimento (Krajewski e Ritzman, 1999).

Estoques são criados quando materiais, componentes ou produtos finais são armazenados em quantidades superiores ao seu uso. Estoques são esvaziados quando o consumo destes itens excede o seu recebimento. Segundo Taylor (1999), estoque é definido como o conjunto de itens mantidos por uma empresa, destinados ao atendimento das demandas às quais está sujeita. Estas podem ser internas, ligadas aos processos de abastecimento e produção, ou externas, ligadas aos processos de distribuição e consumo.

Embora o gerenciamento de estoques em uma empresa pressuponha a aceitação, o enfrentamento e o gerenciamento de interesses departamentais conflitantes (Silver e Peterson, 1985), é possível identificar seis fatores básicos que caracterizam a importância dos estoques nos negócios: (i) a capacidade de amortecimento das variações produzidas no sistema por diferentes taxas de produção e consumo de produtos; (ii) o valor intrínseco dos itens estocados; (iii) a função de mecanismo de segurança contra atrasos de fornecimento; (iv) a redução do impacto das oscilações da demanda por sazonalidade sob a forma de estoque de antecipação; (v) a possibilidade de obtenção de descontos junto a fornecedores, em função das quantidades pedidas; e (vi) a função de redutor de perdas no processo produtivo, principalmente sob a forma de estoque em processamento.

A administração adequada dos estoques é condição *sine qua non* para qualificar a administração empresarial em praticamente todos os setores de atividade econômica.

2.1.1 Fatores que contribuem para a elevação dos níveis de estoque

Diversos fatores pressionam os níveis de estoque para cima, contribuindo para a formação e manutenção de estoques em uma organização. Os principais são apresentados a seguir.

a) Serviço ao Cliente

Através da geração de estoques, é possível agilizar a entrega de produtos aos clientes; as rupturas de estoques e os pedidos pendentes são minimizados quando a empresa mantém estoques elevados. Ruptura de estoque ocorre quando um item não está disponível para satisfazer a demanda no momento e no local do sistema em que esta ocorre (Krajewski e Ritzman, 1999). Um pedido pendente é um pedido que não foi atendido no momento inicialmente previsto, mas que pode ser atendido mais tarde. Clientes que se dispõem a esperar pelo atendimento de um pedido pendente podem não aceitar novos atrasos, o que pode levá-los a buscar novos fornecedores.

b) Custo do Pedido

Cada vez que a empresa coloca um pedido ao fornecedor, ela incorre em custos relacionados à preparação, envio, processamento e inspeção do referido pedido (Silver e Peterson, 1985). Esses custos independem do tamanho do pedido para um mesmo item.

c) Custos de *Set up*

Custos gerados pela necessidade de preparação de máquinas e ferramentas em um processo produtivo. Segundo Krajewski e Ritzman (1999) esses custos, por serem independentes do tamanho do lote a ser produzido, freqüentemente são subestimados.

d) Utilização da Força de Trabalho e dos Equipamentos

Estoques elevados contribuem para aumentar a produtividade da força de trabalho e para facilitar a melhor utilização dos equipamentos usados no processo produtivo. Pedidos maiores e menos freqüentes são colocados, o que reduz o número de *setups*. Ocorrem menos reprogramações de produção por falta de matéria-prima ou componentes. Aumenta a taxa geral de utilização dos recursos usados no processo produtivo em razão da estabilização da taxa de produção, principalmente em situações de demanda cíclica ou sazonal (Krajewski e Ritzman, 1999).

e) Custos de Transporte

Os custos de transporte externo podem ser reduzidos em razão da elevação dos níveis de estoque. Segundo Ballou (2001), a composição e o tamanho das cargas

podem representar uma significativa economia, tanto em termos de espaço como em tempo de carregamento, e levar a uma racionalização na escolha dos modais mais adequados.

f) Pagamento a fornecedores

Caso seja possível tolerar estoques mais elevados, uma empresa pode reduzir os pagamentos totais feitos aos fornecedores. Krajewski e Ritzman (1999) observam que em períodos que antecedem a elevação de preços, empresas bem informadas podem enviar pedidos maiores que os normais, evitando, desta forma, o impacto causado pelos novos preços. Negociações envolvendo a concessão de descontos por quantidade também podem justificar estoques mais altos.

g) Cobertura de erros e ineficiências gerenciais

De acordo com Bowersox (1978), a busca de proteção contra as incertezas pode induzir os gerentes dos níveis médios e superiores a trabalhar com estoques elevados. Assim, eventuais dificuldades no processo de tomada de decisão acabam sendo minimizadas, permanecendo encobertos os erros e as ineficiências gerenciais.

2.1.2 Fatores que contribuem para a redução dos níveis de estoque

Vários fatores contribuem para a manutenção de níveis reduzidos de estoque em uma organização. Entre eles destacam-se os custos de armazenagem e manuseio, o custo de oportunidade, tributos, seguros e perdas.

a) Custos de Armazenagem e Manuseio

Custos relacionados à ocupação de espaço em depósitos e à necessidade de movimentação dos estoques de um local para outro, tanto interna como externamente.

b) Custo de Oportunidade

Os recursos financeiros utilizados para formar e gerenciar estoques poderiam ser aplicados em outros investimentos com maior retorno para a empresa. Sob este ponto de vista, quanto menores os estoques, menores os custos de oportunidade. Para Johnson e Montgomery (1974) esse custo constitui-se em um dos fatores mais relevantes na avaliação de desempenho de um sistema de controle de estoques.

Segundo Wiendahl (1995), esses recursos são fundamentais na modernização dos equipamentos de produção das empresas.

c) Tributos, Seguros e Perdas

A incidência de tributos e o seguro são calculados com base na quantidade de itens em estoque; quanto maiores estas quantidades, maiores os tributos e o seguro. De acordo com Krajewski e Ritzman (1999) os custos decorrentes de perdas assumem três formas básicas: furtos realizados por clientes ou funcionários, obsolescência causada por razões tecnológicas ou mercadológicas e deterioração física em razão da natureza do item ou decorrente da falta de cuidado no seu manuseio.

2.1.3 Tipos de Estoques

A gestão dos estoques é uma tarefa complexa, cuja eficácia depende da compreensão das características dos diferentes processos de sua formação. Neste sentido, conforme Krajewski e Ritzman (1999), podemos classificar os estoques em quatro grupos.

- a) Estoque de Ciclo – parte do estoque total que varia diretamente com o tamanho do lote de compra ou de produção. Quando a taxa de demanda é conhecida e constante, o valor médio do Estoque de Ciclo é igual à metade do lote. Na determinação da frequência dos pedidos e das quantidades a serem pedidas, dois princípios são importantes:
- o tamanho do lote varia diretamente com o ciclo de pedido, isto é o tempo transcorrido entre os pedidos; e
 - quanto maior o ciclo de pedido, maior será o Estoque de Ciclo.
- b) Estoque de Segurança – parte do estoque total destinada a proteger a empresa contra incertezas decorrentes das oscilações da demanda, do *lead time* e do fornecimento. Corresponde à diferença entre o número de períodos que a empresa adianta o seu pedido e o número de períodos do *lead time* de entrega do fornecedor.
- c) Estoque de Antecipação – parte do estoque total usada para absorver as variações das taxas de demanda ou de fornecimento às quais as empresas estão sujeitas.
- d) Estoque em Movimento – parte do estoque total que está sendo movimentada. Corresponde à demanda média por período vezes o número de períodos do *lead time* do item em análise.

2.1.4 Sistemas Básicos de Revisão de Estoques

A definição do tipo e frequência dos procedimentos de revisão de estoques depende de questões tais como: (i) com que frequência a situação dos estoques deve ser avaliada; (ii) qual a quantidade ideal por pedido; e (iii) quando o pedido deve ser feito.

Silver e Peterson (1985), Elsayed e Boucher (1994), Mankiw (1995) e Taylor (1999), fazem referência às questões acima, vinculando-as diretamente ao desempenho da gestão de estoques nas empresas. Os sistemas de controle de estoques ajudam a responder essas perguntas através de três formas básicas de revisão: periódica, contínua e mista (Elsayed e Boucher, 1994; Krajewski e Ritzman, 1999).

2.1.4.1 Sistema de Revisão Periódica (*P System*)

No Sistema de Revisão Periódica (SRP), também conhecido como Sistema de Pedido Periódico ou Sistema de Pedido de Intervalo Fixo, verifica-se a Posição do Estoque (PE) de cada item em intervalos regulares. A PE é uma medida que indica a capacidade de um determinado item em satisfazer futuras demandas. Um novo pedido sempre é colocado ao final de cada revisão, de modo que a PE atinja o Nível de Estoque Alvo (NEA). Tanto a demanda entre as revisões como a quantidade de cada pedido são variáveis; porém, o intervalo de tempo entre pedidos é fixo.

A seleção adequada da periodicidade das revisões (P) e do NEA determina a eficácia do SRP. Independentemente do método adotado para a escolha de P , é fundamental que o NEA seja equivalente à demanda esperada durante o período, resultante da soma de P com o *lead time*, acrescido do estoque de segurança relativo a este mesmo período ($P + \text{lead time}$).

2.1.4.2 Sistema de Revisão Contínua (*Q System*)

O Sistema de Revisão Contínua (SRC), também conhecido como Sistema de Ponto de Pedido ou Sistema de Pedido de Quantidade Fixa, verifica a cada saída de uma unidade do item se está no momento de enviar um novo pedido. Tal revisão contínua força a tomada de decisão sobre a PE. Devem ser considerados para cálculo da PE tanto os Recebimentos Programados (RP), que são pedidos colocados e não recebidos, como o Estoque Disponível (ED) e os Pedidos Pendentes (PP). A formulação da PE é a seguinte:

$$PE = ED - PP + RP \quad (1)$$

Quando a PE atinge um nível mínimo, previamente estabelecido, chamado de ponto de pedido, uma quantidade fixa de Q unidades é solicitada através de um novo pedido. Neste sistema de controle, o tempo entre os pedidos pode variar.

Quanto maior for o estoque de segurança, maior será o ponto de pedido e menor a probabilidade de ocorrência de uma ruptura de estoque.

2.1.4.3 Sistemas de Revisão Mista

a) Sistema de Reabastecimento Opcional (s, S System)

O Sistema de Reabastecimento Opcional, também conhecido como Sistema de Revisão Opcional, Min-Max ou Sistema (s, S), é semelhante ao SRP. A revisão da PE se dá em intervalos fixos. Se a PE alcançar ou ficar abaixo de um determinado nível s , um pedido de tamanho variável é colocado para atender as necessidades projetadas. O novo pedido deve ser grande o suficiente para levar a PE até um determinado nível de estoque S , similar ao NEA do SRP. Porém, após a revisão, se o estoque não tiver caído até o nível s ou abaixo deste, nenhum pedido é colocado. Este sistema evita as revisões contínuas e é bastante adequado quando os custos de revisão e de colocação de pedidos são significativos.

b) Sistema de Estoque-Base

O Sistema de Estoque-Base (SEB) caracteriza-se pela colocação de um pedido toda vez que houver saída de itens de estoque. O tamanho do pedido deve ser igual à quantidade que sair do estoque. Esta política de reposição um-a-um mantém a PE em um nível de estoque-base igual à soma da demanda durante o *lead time* com o estoque de segurança. PEs inferiores ao Estoque-Base equivalem ao ponto de pedido do SRC, porém com quantidades variáveis de modo que a PE seja sempre a mesma. Isto ajuda a minimizar o Estoque de Ciclo, já que a PE é a mais baixa possível para o nível de serviço especificado. O número de pedidos colocados normalmente é maior, mas de menor tamanho. Esta situação é bastante apropriada para itens de alto valor unitário.

2.1.4.4 Comparativo das Vantagens dos Sistemas de Revisão Periódica e Contínua

Nenhum dos dois sistemas é o melhor para todas as situações. Ambos apresentam vantagens e desvantagens. As principais vantagens de cada sistema são descritas a seguir (para detalhamento, Krajewski e Ritzman, 1999).

a) Vantagens do SRP:

- a administração deste tipo de sistema é conveniente, pois os pedidos de reposição são feitos em intervalos fixos;
- os pedidos de diferentes itens para um mesmo fornecedor podem ser agrupados, o que pode reduzir o custo dos pedidos; e
- a PE é calculada somente quando a revisão é feita.

b) Vantagens do SRC:

- a frequência de revisão de cada item pode ser individualizada, o que pode reduzir o custo total dos pedidos e o custo dos estoques mantidos pela empresa;
- lotes de tamanho fixo, grandes o suficiente, podem facilitar a obtenção de descontos por quantidade; e
- baixos estoques de segurança podem gerar economias.

A escolha do melhor sistema para uma dada situação pode não ser uma tarefa simples. Depende das características dos itens e dos mercados fornecedores e consumidores, assim como do porte e da situação econômico-financeira da empresa.

2.1.5 Políticas de Suprimento

De acordo com os Sistemas descritos no item 2.1.4, as políticas de suprimento podem ser agrupadas em seis abordagens (Elsayed e Boucher (1994); Taylor, 1999), descritas a seguir.

- a) *Suprimento Periódico ($S-r$)* - estoques são revisados em intervalos fixos de tempo. O tamanho do pedido é calculado em função do nível do estoque do sistema, no momento da revisão, e do ponto de pedido (quantidade fixa r que sinaliza a necessidade de colocação de um pedido de ressuprimento de estoques). Se o estoque no sistema for superior ao ponto de pedido, não há necessidade de colocação do pedido; se o estoque do sistema for inferior ou igual ao ponto de pedido, será colocado um pedido de uma quantidade equivalente à diferença entre os níveis do estoque-alvo (valor constante S) e do estoque do sistema no momento da revisão.
- b) *Order-up-to S (S, L)* - estoques são revisados em intervalos fixos de tempo, L . Os pedidos sempre são colocados a cada revisão, calculados pela diferença entre o

nível do estoque-alvo (valor constante S) e o nível do estoque do sistema, no momento da revisão. É um caso particular da política de suprimento periódico.

- c) Suprimento Contínuo (S, r) - estoques são revisados continuamente e um pedido será colocado sempre que a diferença entre o nível do estoque-alvo (valor constante S) e o nível do estoque do sistema, no momento da análise, for inferior ou igual ao ponto de pedido. O tamanho do pedido é igual à diferença calculada. A colocação de pedidos pode ocorrer entre intervalos de tempo com diferentes tamanhos.
- d) Suprimento Fixo (Q, r) - estoques são revisados continuamente e um pedido de quantidade fixa Q será colocado sempre que o nível do estoque do sistema for igual ou inferior ao ponto de pedido.
- e) *One-for-one* - a cada saída unitária de estoque corresponde um pedido unitário.
- f) Complemento do Estoque-Base (B) - corresponde a um valor que recoloca a PE no mesmo nível do Estoque-Base. A cada revisão, será colocado um pedido correspondente à diferença entre o Estoque-Base e a PE.

A escolha da Política de Suprimento para uma dada situação depende do Sistema de Revisão utilizado. Johnson e Montgomery (1974) afirmam que a escolha da política mais adequada depende da natureza das perdas econômicas produzidas por essa política. Predominantemente, as políticas (a) e (b) correspondem ao Sistema de Revisão Periódica, as políticas (c), (d) e (e) correspondem ao Sistema de Revisão Contínua e a política (f) corresponde ao Sistema de Estoque-Base/Revisão Mista.

2.2 ELEMENTOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE DE ESTOQUES

2.2.1 Demanda

A demanda é uma variável crítica no funcionamento de um sistema de controle de estoques. Estoques existem para atender a demanda de clientes internos (como operadores que aguardam componentes para dar seqüência a um processo produtivo) e clientes externos à organização. A demanda corresponde à taxa de uso de um item e é expressa pela quantidade de itens consumidos por unidade de tempo. É um dos fatores que mais contribui para gerar incertezas devido às suas variações, podendo ser classificada, segundo sua natureza, em quatro grupos (Elsayed e Boucher, 1994):

- a) estática e determinística - quando o número de unidades demandadas em um determinado período de tempo é conhecido e constante, apresentando a mesma taxa para todos os períodos;
- b) dinâmica e determinística - quando o número de unidades demandadas em um determinado período de tempo é conhecido e constante, com diferentes taxas nos diferentes períodos;
- c) estática e probabilística - quando o número de unidades demandadas é variável, com uma distribuição de probabilidade que depende do tamanho do período e se mantém igual em todos os períodos; e
- d) dinâmica e probabilística - quando o número de unidades demandadas é variável, com uma distribuição de probabilidade que depende do tamanho do período e varia de período para período.

A demanda pode ser dependente ou independente. Itens de demanda dependente geralmente são usados nos processos de geração de produtos, tais como matérias-primas, peças e componentes, e dependem dos processos de produção utilizados pela empresa. Itens de demanda independente, em geral, são produtos finais ou acabados, ligados ao consumo externo.

2.2.2 Custos

Os custos associados aos sistemas de estoques podem ser classificados em três grupos (para maior detalhamento, Elsayed e Boucher, 1994):

- a) custos associados a pedidos de ressuprimento de estoques - vários custos estão associados aos pedidos; os principais são os custos de preparação, colocação, manuseio, envio e inspeção de pedidos;
- b) custos de manutenção de estoques – são os custos de armazenamento, transferência, deterioração e obsolescência dos estoques. Considera-se, também, o custo de oportunidade, proporcional aos recursos financeiros transformados em estoques, que poderiam ser destinados a outros fins; e
- c) custos de ruptura de estoque - são os custos derivados do não atendimento de uma demanda, por falta de produto.

2.2.3 Lote Econômico

Ao definir o tamanho de um lote de compra ou de produção, devem ser consideradas, simultaneamente, as pressões que levam os estoques a serem mantidos em seus níveis mais altos, de modo a reduzir as frequências dos pedidos ou dos *setups*, e aquelas que levam os estoques a serem mantidos em seus níveis mais baixos, de modo a evitar custos desnecessários. Um bom ponto de partida para o balanceamento deste conflito é identificar o lote econômico, que corresponde à quantidade que minimiza os custos totais, considerando os pedidos e a manutenção dos estoques em determinado período (mês, semestre, ano, etc.). Seu cálculo é baseado em 5 premissas (Ballou, 2001):

- a) a taxa de demanda pelo item de interesse é conhecida e constante;
- b) não há restrições (transporte ou manuseio, por exemplo) a respeito do tamanho do lote, desde que o número de itens não seja uma fração;
- c) os dois únicos custos relevantes são o custo dos itens mantidos em estoque e o custo fixo do pedido (compra) ou do *set up* (produção);
- d) as decisões tomadas em relação a um item são independentes das decisões a serem tomadas para outros itens; e
- e) não há incertezas quanto ao *lead time* ou quanto ao fornecimento. O *lead time* é conhecido e constante. As quantidades recebidas correspondem exatamente ao que foi pedido e chegam todas de uma vez.

Adicionalmente, Silver e Peterson (1985) alertam para a importância de não ocorrerem alterações significativas dos fatores de custo ao longo do tempo. Na prática, estas premissas dificilmente são atendidas total e simultaneamente. Mesmo assim, em situações em que uma ou mais destas premissas não se verificam, o lote econômico pode produzir uma boa primeira aproximação.

Os cálculos para determinação do lote econômico devem ser executados conforme descrito a seguir:

- a) identificar o custo total de um lote genérico, de tamanho Q ;
- b) derivar o lote econômico, que corresponde ao valor que minimiza o custo total identificado; e
- c) converter o valor obtido, definindo o número de períodos entre pedidos.

A seguinte notação é utilizada nas expressões apresentadas a seguir:

C = custo total por período, em R\$.

Q = número de unidades de um lote.

E = custo para estocar uma unidade do item durante um período (geralmente calculado como uma proporção do valor do item), em R\$.

D = demanda do período, em unidades.

P = custo de colocação de um pedido ou de um *set up*, em R\$ por lote.

O custo total de um lote de tamanho Q , por período, corresponde à soma do custo de manutenção dos estoques e do custo dos pedidos ou dos *setups* realizados, para o período analisado. Utilizando a notação acima, a expressão que descreve o custo total é:

$$C = \frac{Q}{2}(E) + \frac{D}{Q}(P) \quad (2)$$

Derivando o custo total em relação à Q e igualando o resultado a zero, obtém-se o valor de Q que minimiza o custo total; mais especificamente:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DP}{E}} = EOQ \quad (3)$$

corresponde ao lote econômico, pois gera o menor custo total para o período considerado.

Para manter os custos totais em seus níveis mínimos, permanecendo inalteradas as demais variáveis, eventuais aumentos do custo unitário de estocagem devem ser compensados com reduções no tamanho dos lotes. Da mesma forma, a elevação da demanda deve ser compensada com lotes maiores.

2.2.4 Lead Time

O *lead time* corresponde ao intervalo de tempo decorrido entre a colocação de um pedido e o seu efetivo recebimento no estoque, podendo ser determinístico ou estocástico.

2.2.5 Ponto de Pedido

O ponto de pedido corresponde a um determinado nível de estoque previamente estabelecido, que indica a necessidade de envio de um novo pedido (Johnson e Montgomery

(1974); Bowersox (1978); Krajewski e Ritzman (1999); Ballou, 2001). O cálculo do ponto de pedido depende da política de suprimento adotada e das características da demanda e do *lead time*. Quando a demanda e o *lead time* são constantes e conhecidos, o ponto de pedido é igual à demanda verificada durante o *lead time*. Quando a demanda é variável, o ponto de pedido é igual à demanda média durante o *lead time*, acrescida do estoque de segurança (proteção contra perda de vendas).

2.2.6 Ruptura de Estoque

Ocorre quando um item não está disponível para satisfazer a demanda no momento em que esta ocorrer (Elsayed e Boucher, 1994).

2.2.7 Nível de Serviço

Corresponde à parcela da demanda atendida imediatamente com o estoque disponível no local onde o pedido é colocado (Johnson e Montgomery, 1974). As medidas de nível de serviço mais utilizadas são: a probabilidade de não ocorrência de uma ruptura de estoque, a fração da demanda total atendida (*Fill Rate*) e a duração média das rupturas do estoque.

2.2.8 Níveis Hierárquicos

São os diferentes níveis de uma estrutura hierárquica (Sherbrooke, 1992). Caso haja um único nível, temos um SBE. Diferentemente, um SHE se caracteriza pela alocação de estoques em 2 ou mais níveis na estrutura hierárquica.

2.3 ESTRUTURA DOS SISTEMAS DE CONTROLE DE ESTOQUES

2.3.1 Sistemas Básicos de Estoques

Um SBE caracteriza-se por possuir um único nível, o que torna mais simples seu estudo quando comparado aos SHEs.

No SBE apresentado na Figura 2, a Estrutura Única de Estocagem é abastecida diretamente pelos fornecedores. Os produtos são estocados para atender às demandas imediatas e futuras dos consumidores (Ballou, 2001). Essa é a forma mais simples de apresentação de um sistema de estoques.

Em um SBE, as principais decisões estão ligadas: (i) ao cálculo das quantidades a serem estocadas no sistema; e (ii) à identificação do melhor momento para colocar os pedidos

de ressurgimento. A definição das quantidades considera os benefícios potenciais ligados a melhoria dos serviços oferecidos aos consumidores. A qualidade destes serviços, por sua vez, depende da capacidade de atendimento do sistema aos pedidos nele colocados. Quedas no nível de serviço ocorrem quando uma demanda não puder ser imediatamente atendida, o que caracteriza uma ruptura de estoque, com provável perda de vendas.

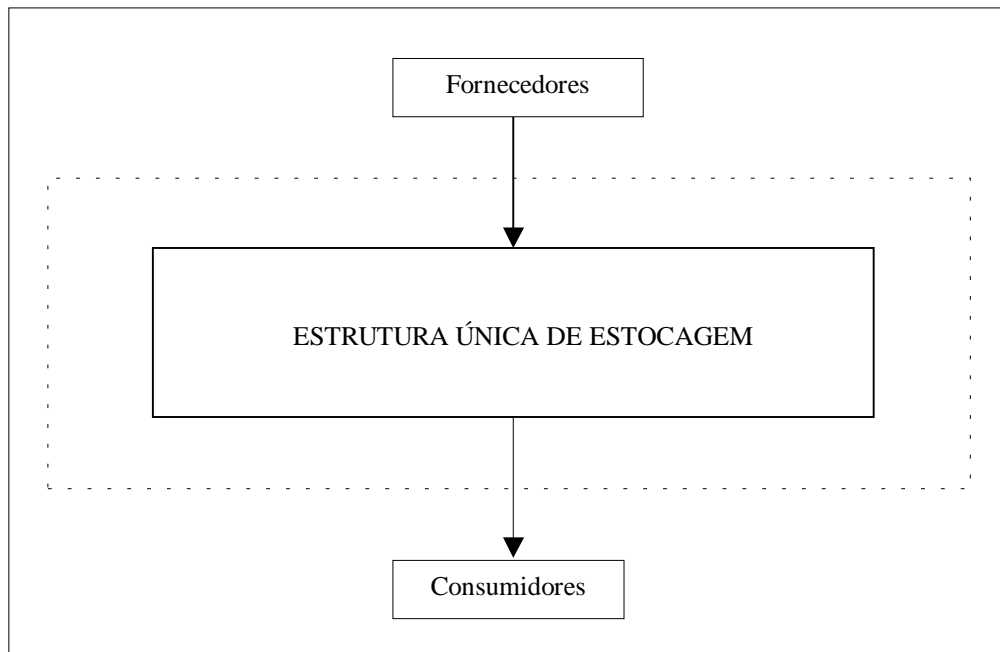


Figura 2 – Configuração típica de um Sistema Básico de Estoques

2.3.2 Sistemas Hierárquicos de Estoques

Em um SHE típico, apresentado na Figura 3, o nível hierárquico mais alto, o Centro de Distribuição (CD), é abastecido diretamente pelos fornecedores. Os vários Centros de Distribuição Regional (CDRs) são abastecidos pelo CD, através de pedidos de ressurgimento, e atendem a demanda dos consumidores, que estão localizados na parte externa do sistema. Embora não seja usual, há situações em que o CD também atende diretamente a demanda dos consumidores. Alguns sistemas mais flexíveis permitem transferências laterais de estoques (trocas diretas entre pontos de um mesmo nível hierárquico) e redistribuição de estoques a partir do CD (ver Jönsson e Silver, 1987).

Em um SHE, as principais decisões estão ligadas: *(i)* à determinação da alocação ótima dos estoques nos diferentes níveis hierárquicos; *(ii)* ao cálculo das quantidades a serem estocadas em cada um dos pontos do sistema; e *(iii)* à identificação do melhor momento para colocar os pedidos de ressurgimento. A dificuldade para determinar a alocação ótima e para

estabelecer as quantidades decorre da complexidade de avaliar objetivamente os benefícios a serem obtidos através de melhorias no serviço oferecido ao consumidor (Johnson e Montgomery, 1974). O nível desse serviço depende da capacidade de atendimento, por parte do sistema, das demandas geradas por pedidos colocados em todos os seus níveis. Sempre que uma demanda não puder ser imediatamente atendida, ocorre uma queda no nível de serviço. A situação de não atendimento por falta de produtos caracteriza uma ruptura de estoque. SHEs estão sujeitos a rupturas nos estoques em seus diversos níveis hierárquicos. A ruptura, no caso dos CDRs, normalmente implica vendas perdidas; no caso do CD, pode gerar pedidos pendentes para os CDRs. As decisões sobre as políticas de controle e alocação dos estoques nos diferentes níveis do sistema devem ser tomadas considerando a interdependência dos estoques, uma das principais características dos sistemas hierárquicos.

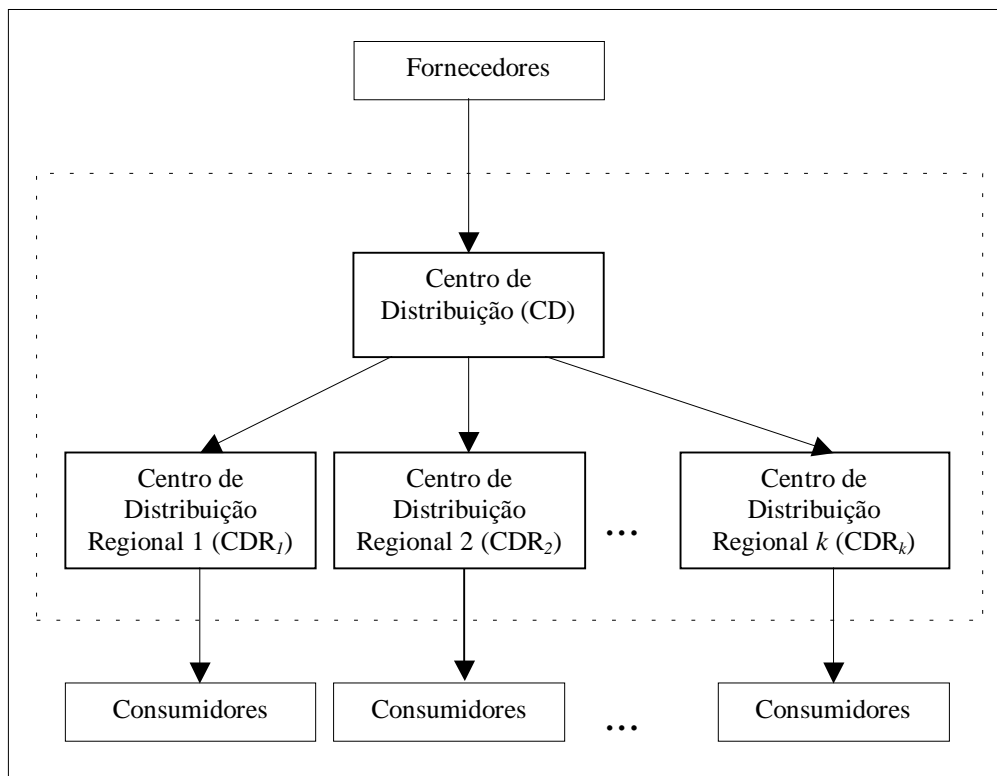


Figura 3 – Configuração típica de um Sistema Hierárquico de Estoques

Outra questão importante no gerenciamento de SHEs é definir o tipo de vínculo entre os estoques do CD e dos CDRs. Como são incertos os tempos e as quantidades associados ao abastecimento e à demanda em cada um dos níveis hierárquicos, pode ser conveniente formar estoques de segurança, com a função de compensar tais incertezas (Fiorioli e Fogliatto, 2001). A localização e o dimensionamento dos estoques de segurança podem ser estabelecidos para os subsistemas que se formam nos diferentes níveis, considerando-os

independentes (cada subsistema tem seu estoque de segurança) ou vinculados (o estoque de segurança é dimensionado para atender a mais de um nível). Esta decisão interfere diretamente no dimensionamento dos estoques totais (Caron e Marchet, 1996).

A estrutura formal de um sistema, em relação a suas características externas, pode ser representada por um conjunto reduzido de variáveis: taxa de entrada, taxa de demanda, taxa de retirada, estoque disponível, nível de pedidos pendentes, posição dos pedidos colocados, estoque líquido e PE (Johnson e Montgomery, 1974). Os itens entram no sistema em um determinado momento a uma taxa de entrada E_t , que representa o fluxo de abastecimento do CD pelos fornecedores. Esses itens são demandados pelos consumidores, a uma taxa de demanda D_t . A taxa de saída S_t representa o efetivo atendimento a essa demanda e depende da capacidade de resposta do sistema, avaliada em função do estoque líquido, Q_t (estoque disponível – pedidos pendentes). Se o estoque líquido no sistema for suficiente para fazer frente à demanda, a taxa de saída será igual à taxa de demanda. Se o estoque líquido for igual a zero, a taxa de saída também será igual a zero. Se o estoque líquido for negativo, a taxa de saída será igual à taxa de entrada.

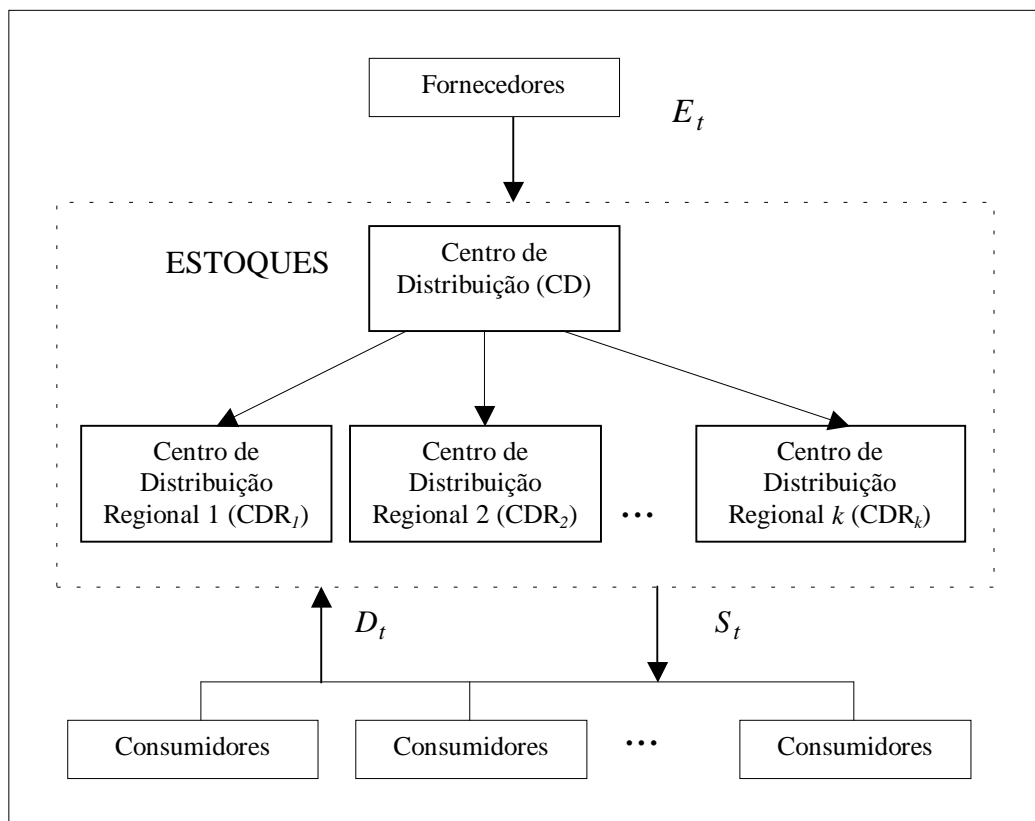


Figura 4 – Processos de entrada, demanda e saída de um SHE com 2 níveis.

A Figura 4 apresenta os processos de entrada, demanda e saída de itens em um SHE no seu nível mais externo.

As variáveis que descrevem o estado do sistema em um determinado momento são apresentadas utilizando a seguinte notação (onde t denota o momento de observação da variável no tempo):

E_t = taxa de entrada do item no sistema, via fornecedores;

D_t = taxa da demanda gerada pelos consumidores para o item;

S_t = taxa de retirada do item do sistema para atender os consumidores;

ED_t = estoque disponível no sistema;

PP_t = nível de pedidos pendentes no sistema;

RP_t = posição dos pedidos colocados e não recebidos;

Q_t = estoque líquido no sistema; e

PE_t = posição de estoque no sistema.

A condição do sistema se altera através dos processos de entrada, demanda e saída de itens, produzindo diferentes níveis de estoque. A taxa de entrada, E_t , está parcialmente sob controle, pois a decisão de quanto e quando pedir aos fornecedores é interna ao sistema. A taxa de saída, S_t , ocorre em consequência da taxa da demanda, D_t , cujo controle está fora do sistema. Quando ocorre ruptura de estoque em qualquer ponto do sistema, as taxas de demanda e saída têm valores diferentes. A formulação básica para esta estrutura, admitindo que o CD atenda imediatamente os pedidos originados nos CDRs e que as situações de ruptura de estoque sempre gerem pendências, é:

$$Q_t = ED_t - PP_t \quad (4)$$

$$PE_t = Q_t + RP_t = ED_t - PP_t + RP_t \quad (5)$$

$$Q_t = Q_0 + \int_0^t [E(a) - D(a)] da \quad (6)$$

$$ED_t = \text{máx}[0, Q_t] \quad (7)$$

$$PP_t = \text{máx}[0, -Q_t] \quad (8)$$

$$S_t = \begin{cases} D_t, & \text{se } Q_t > 0 \\ 0, & \text{se } Q_t = 0 \\ E_t, & \text{se } Q_t < 0 \end{cases} \quad (9)$$

O núcleo da questão dos estoques, considerando todos os níveis do sistema, está na determinação da política de pedidos, indicando quanto pedir e quando fazer os pedidos. O objetivo é obter, simultaneamente, os mais altos níveis de serviço e os melhores resultados econômico-financeiros para a empresa. A maximização dos níveis de serviço e a minimização dos custos totais de manutenção de estoques compõem as principais políticas na gestão de estoques hierárquicos (Clark, 1994).

2.4 MODELAGEM DE SISTEMAS DE CONTROLE DE ESTOQUES

A complexidade e a interdependência presentes no ambiente competitivo das empresas induzem seus gerentes ao uso de ferramentas que projetem as possíveis conseqüências de suas decisões, antes da sua efetiva implementação. Uma alternativa é trabalhar com modelos capazes de capturar a essência da realidade, através de simplificações sobre as suas características mais importantes, mesmo sem a garantia de que a realidade seja representada de modo completo. Se usados de modo adequado, os modelos e a modelagem podem facilitar e qualificar o gerenciamento dos riscos e da incerteza. Modelos são representações externas e explícitas de parte de uma realidade percebida por alguém; são criados com o objetivo de compreender, controlar e modificar parte desta realidade (Pidd, 1998). A construção e utilização de modelos para representar estruturas complexas apresentam duas características importantes: (i) simplificação e representação aproximada de alguns aspectos da realidade em estudo; e (ii) orientação para um propósito previamente definido. A primeira delas, normalmente considerada uma limitação, desempenha um papel fundamental na aplicação dos modelos, justamente por viabilizar o seu uso na prática. A segunda vincula a existência do modelo ao motivo que levou à sua criação; ao uso pretendido para o mesmo.

De acordo com Pidd (1998), uma modelagem adequada de um contexto de interesse deve apresentar as seguintes características:

- a) construção simples, porém apoiada em pensamento crítico e rigoroso;
- b) processo de complexidade gradativa, incremental;
- c) estrutura tão reduzida quanto possível, autocontida e não exaustiva;

- d) processo rico em analogias e similaridades;
- e) coleta e análise de dados dirigidos pelo modelo conceitual; e
- f) construção não-linear, abastecida por *insights*.

Sistemas de controle de estoques fazem parte de estruturas complexas, formadas pela combinação das operações e interfaces das empresas com seus clientes, internos e externos. Deste modo, como parte de uma dada realidade, tais sistemas podem ser modelados com o objetivo de antecipar as principais conseqüências das diferentes decisões empresariais, reduzindo as incertezas e os riscos associados às mesmas.

Do ponto de vista matemático, um modelo expressa um relacionamento funcional que inclui variáveis, parâmetros e equações (Taylor, 1999). De acordo com a estrutura dessas equações e com os valores assumidos pelos parâmetros, respeitados o comportamento e a natureza das variáveis utilizadas, a modelagem pode ser classificada como determinística ou estocástica.

Os sistemas de estoques que apresentam taxa de demanda conhecida e constante e *lead time* e demais parâmetros conhecidos, constantes e independentes das quantidades solicitadas por pedido, podem ser representados por modelos determinísticos (Johnson e Montgomery, 1974). Neste caso, através de um processo de modelagem simples, é possível produzir resultados bastante úteis no controle de sistemas reais de estoques.

Um processo estocástico é representado por um conjunto de variáveis que apresentam comportamento aleatório ao longo do tempo (Law e Kelton, 1991). A modelagem destes processos exige o conhecimento das distribuições de probabilidade de cada variável do sistema analisado. Aplicada à gestão de estoques, a modelagem estocástica produz modelos representativos de sistemas de estoques com demanda e/ou *lead time* variáveis, cujas distribuições de probabilidade são conhecidas ou podem ser inferidas.

2.5 OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE CONTROLE DE ESTOQUES

A otimização de um sistema consiste na identificação da solução que otimiza uma função de interesse respeitando as restrições do sistema. No caso dos sistemas de estoques, as principais decisões tendem a produzir *trade-offs* envolvendo nível de serviço, nível de estoques e custos. Encontrar a melhor relação entre essas variáveis considerando as restrições existentes é a principal meta dos processos de otimização (identificação dos valores máximos ou mínimos, dependendo do problema). A necessidade de oferecer níveis de serviço mais

competitivos pode levar uma empresa a trabalhar com níveis de estoques mais altos. Quanto maiores os estoques, maiores os custos. Quanto maiores os custos, menores as margens de lucro da empresa. Assim, a pressão por maiores níveis de serviço pode gerar margens de lucro cada vez menores. Ao otimizar este sistema, espera-se encontrar a melhor relação entre nível de serviço e margem de lucro. O objetivo é maximizar simultaneamente ambas as variáveis. A solução ótima aponta para o maior nível de serviço a ser adotado, que corresponde à maior margem de lucro possível.

Os modelos de otimização se baseiam em estruturas matemáticas rigorosamente definidas. Estas, ao serem aplicadas a um conjunto de alternativas previamente estabelecidas, têm como objetivo encontrar a solução ótima para o sistema representado, minimizando ou maximizando determinada função (Pidd, 1998). Entre as técnicas utilizadas para otimizar sistemas de controle de estoques, a programação matemática (programação linear e não-linear) é uma das mais utilizadas.

Segundo Powers (1989), os seguintes benefícios podem ser obtidos através dos processos de otimização:

- a) garantia de obtenção da melhor solução possível dentro de um conjunto definido de alternativas de solução;
- b) possibilidade de tratamento detalhado das estruturas complexas do modelo;
- c) possibilidade de comparação entre resultados produzidos por diferentes processos de otimização; e
- d) maior produtividade em relação às abordagens heurísticas.

Estruturas distribuídas, tais como SHEs, se beneficiam mais do que estruturas centralizadas ao utilizarem a otimização (Date, 1986).

A principal desvantagem dos processos de otimização está na relação desfavorável observada entre complexidade e tempo de processamento: aumentos de complexidade podem gerar aumentos proporcionalmente maiores no tempo de processamento da otimização.

As dificuldades encontradas para identificação das soluções ótimas são comparadas em Scheid (1991) com aquelas encontradas por um esquiador que, sob forte nevoeiro, tem que retornar ao vale. Como não consegue ver seu objetivo final, inicia a descida na direção do gradiente e prossegue até começar a subir. Então, escolhe uma nova direção de gradiente e repete o processo de busca.

3 MODELAGEM ESTOCÁSTICA E OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS HIERÁRQUICOS DE ESTOQUES

Estudos sobre modelagem de SHEs têm ocupado espaço crescente nas publicações especializadas. A intensa utilização de recursos computacionais nos processos de simulação do funcionamento de SHEs, com o objetivo de validar os modelos propostos, tem viabilizado pesquisas nesta área. Aggarwal e Dhavale (1975), por exemplo, realizaram simulações para testar o comportamento de um sistema com 2 níveis hierárquicos em função de alterações introduzidas nas políticas de estoque. Bookbinder e Heath (1988) simularam o desempenho de 5 métodos para dimensionamento de lotes em ambientes de demanda determinística e estocástica. McGavin *et al.* (1993) identificaram, utilizando simulação, as políticas de alocação de estoques mais eficientes, em função de vendas perdidas, em 13 diferentes cenários. Cachon e Zipkin (1999) utilizaram a Teoria dos Jogos para verificar, através de simulações, a solução ótima para a minimização dos custos totais de um sistema hierárquico em função do tipo de estratégia adotada nos seus diferentes níveis (competitiva ou cooperativa).

A análise conjunta das principais abordagens adotadas na modelagem de SHEs, apresentadas no Quadro 1, mostra que a maior parte dos pesquisadores trabalhou com estruturas compostas por 2 níveis hierárquicos. Em quase todos os casos, o tratamento da demanda foi estocástico. Os custos são considerados, quase sem exceção, como lineares (ou seja, ganhos de escala não são considerados).

Pode-se observar no Quadro 1 que Svoronos e Zipkin (1988) e Rogers e Tsubakitani (1991) desenvolveram modelos com uma abordagem centrada na minimização do custo total, considerando *lead time* e demanda estocásticos. Esta abordagem geralmente leva a modelos complexos, cuja validação exige o uso intensivo de recursos computacionais, como ocorreu em ambos os trabalhos. Modelos semelhantes, visando a minimização do custo total, foram desenvolvidos por Jönsson e Silver (1987), Axsäter (1990), Cohen *et al.* (1990) e Sinha e Matta (1991); estes autores consideraram demanda estocástica e *lead time* determinístico.

Jönsson e Silver (1987) trabalharam com um modelo de revisão periódica em um ambiente de demanda normalmente distribuída, comparando o desempenho de sistemas com e sem redistribuição de estoques entre os CDRs. Para um mesmo nível de serviço, esses autores identificaram os diferentes custos associados a cada uma dessas situações (com e sem redistribuição).

Quadro 1 – Principais abordagens utilizadas na modelagem de SHEs

| <i>Autor(es)</i> | <i>Níveis</i> | <i>Política</i> | <i>Lead time</i> | <i>Demanda</i> | <i>Custo</i> | <i>Objetivos</i> | <i>Observações</i> |
|------------------------------|---------------|---|--------------------------|--|--|--|---|
| Axsäter (1990) | 2 | <i>One-for-One</i> | Determinístico | Estocástica (independente e estacionária) (Poisson) | Linear | Determinar uma política ótima de ressuprimento Minimizar o custo total do sistema | Não aplicável quando os custos são expressos como funções não-lineares do nível de estoque e das pendências |
| Caron e Marchet (1996) | 2 | Ponto de pedido | Determinístico | Estocástica (Normal) | Não Refere | Analisar o nível de estoque de segurança agregado necessário em sistemas independentes e sistemas vinculados (CD não tem estoque de segurança), em função do <i>lead time</i> e da correlação das demandas | Aplicável a produtos <i>make-to-stock</i> Nível de disponibilidade de estoque avaliado através da "probabilidade de ruptura" |
| Cohen et al. (1990) | 4 | Ponto de pedido (s,S) | Constante | Estocástica | Podem variar de acordo com as políticas adotadas para o mesmo item, em outros CDRs | Minimizar os custos esperados relacionados a estoques de itens e componentes, sujeitos a restrições de serviços | <i>Optimizer</i> (utiliza o método da decomposição nível- por-nível) |
| Graves (1996) | 2 | (R,T) Estoque-base | Determinístico | Estocástica (Poisson) | | Analisar as possíveis políticas para o sistema, em função do CD | |
| Hausman e Erkip (1994) | 1,2 | (S-1,S) | Estocástico (Poisson) | Constante | | Identificar a subotimização do uso de um modelo para um nível | Degenera à medida que o Orçamento assume valores menores |
| Jönsson e Silver (1987) | 2 | Rev.Periódica, com ciclo de pedido pré- estabelecido Estoque-Base (CD) | Constante | Estocástica (Normal) | Linear | Comparar o desempenho de sistemas com e sem redistribuição, em ambientes de controle centralizado, usando os níveis de custo como critério de avaliação | Redistribuição de estoques entre todos os CDRs, uma vez a cada ciclo de pedido |

| <i>Autor(es)</i> | <i>Níveis</i> | <i>Política</i> | <i>Lead time</i> | <i>Demanda</i> | <i>Custo</i> | <i>Objetivos</i> | <i>Observações</i> |
|-----------------------------|---------------|--|---|--|---|--|--|
| Masters (1993) | 2 | <i>One-for-One</i> | Estocástico (arbitrário, estacionário e independente) | Estocástica (estacionária) (Poisson) | Lineares | Definir soluções quase-ótimas para a alocação de estoques para itens de alto valor unitário e níveis de demanda relativamente baixos | Pedidos pendentes no nível superior e vendas perdidas no inferior. Formula e resolve o problema de alocação de estoque com programação matemática não-linear |
| Nahmias e Smith (1994) | 2 | (S) p/CDRs PR, (S) e E-B | Igual a Zero | Binomial Negativa-CDR Normal -CD | Linear | Definir política ótima de ressurgimento | <i>Lead time</i> igual a zero |
| Rogers e Tsubakitani (1991) | 2 | Estoque-Base | Pode variar | Estocástica (Normal) | Linear em cada ponto da demanda | Minimizar o custo total gerado pelo não atendimento imediato dos consumidores (rupturas de estoque) | Solução através de programação matemática não-linear |
| Rosembaum (1981) | 2 | Revisão periódica no CD | Estocástico | Estocástica | Não refere | Identificar o comportamento do sistema em função de variações no lote econômico, no nível de serviço do CD, no <i>lead time</i> e no nível de serviço oferecido aos consumidores | Apresenta intervalos de alternativas de solução ótima |
| Sinha e Matta (1991) | 2 | (R,S) | | Estocástica (Normal Estacionária) | Linear | Minimizar Custo Total | |
| Svoronos e Zipkin (1988) | 2 | (R,Q) | Estocástico (MTP - <i>Mixture of translated Poisson</i>) | Independente nos CDRs Estocástica (Poisson) | Linear | Estimar a média de pedidos pendentes (CDRs); Estimar o estoque médio em cada ponto; Minimizar o custo total | CDRs idênticos; Tempos de atrasos adicionais (ex. transporte) entre envio e recebimento dos pedidos são determinísticos. |
| Svoronos e Zipkin (1991) | 3 | Estoque-base (S-1,S) <i>One-for-One</i> | Depende de variáveis exógenas (ver Restrições) | Estocástica (Poisson) | Apenas refere a possibilidade de calcular os custos totais do sistema | Calcular o estoque médio e a média de pedidos pendentes em cada ponto do sistema, em função do nível de estoque-base | Considera os tempos de transporte entre os níveis como variáveis exógenas, independentes da demanda e dos pedidos no sistema |

Axsäter (1990) apresenta um modelo com dois níveis hierárquicos, em um ambiente de demanda estocástica (a demanda segue uma distribuição de Poisson), independente e estacionária. A aplicação do modelo apresenta restrições quando os custos são expressos como funções não-lineares.

A identificação de políticas de ressuprimento ótimas ou subótimas aparece na literatura com bastante frequência. Os trabalhos de Axsäter (1990), Masters (1993), Hausman e Erkip (1994), Nahmias e Smith (1994) e Graves (1996) constituem exemplos desta abordagem. A demanda, em praticamente todos estes trabalhos, é estocástica e, na maioria deles, segue uma distribuição de Poisson. A única abordagem neste grupo que considera demanda normalmente distribuída é a de Nahmias e Smith (1994), ainda assim em apenas em um dos níveis hierárquicos do sistema analisado.

Svoronos e Zipkin (1991) e Caron e Marchet (1996) tratam de questões mais específicas. Os primeiros calculam o estoque médio e a média de pedidos pendentes, em função do nível de estoque-base, em cada um dos pontos de um sistema com 3 níveis hierárquicos. Caron e Marchet (1996) analisam o nível do estoque de segurança em função do *lead time* e da correlação das demandas, para sistemas independentes e vinculados.

3.1 HABILITADORES DA MODELAGEM E DA OTIMIZAÇÃO

De acordo com o item 2.4, a caracterização de um processo como determinístico depende da possibilidade de que previsões precisas sejam estabelecidas. Os modelos determinísticos, utilizados para representação desses processos, normalmente são mais simples e utilizam elementos básicos de programação matemática em sua construção. Quando fatores desconhecidos incidem de modo aleatório em um processo, torna-se necessária a realização de cálculos probabilísticos para o estabelecimento das previsões. Nesse caso, utiliza-se um modelo estocástico para representação do fenômeno. A fundamentação teórica necessária à modelagem e à otimização contempla os seguintes habilitadores, definidos neste caso como estruturas básicas de conhecimento: Programação Matemática, Otimização Não-linear, DFD e Programação Computacional.

3.1.1 Programação Matemática

De acordo com Shapiro *et al.* (1993), os avanços da Tecnologia da Informação estão ampliando as possibilidades de aplicação da programação matemática na solução de problemas relativos à gestão da cadeia de abastecimento. Problemas de programação são

modelados matematicamente com o objetivo de determinar o melhor uso de recursos escassos, conhecidos os objetivos e as necessidades a eles associados. Quando o modelo é construído em termos de equações lineares, trata-se de um problema de programação linear. Os problemas de programação não-linear, diferentemente, são resolvidos através de modelos definidos em termos de equações não-lineares, normalmente mais complexos e de difícil solução.

3.1.2 Otimização Não-Linear

Conforme Taylor (1999), as técnicas de otimização não-linear geralmente envolvem pesquisa sobre superfícies de solução em busca de picos e vales, ou seja, os valores mais altos e os mais baixos da função-objetivo. O principal problema decorrente do uso destas técnicas é a dificuldade de assegurar que o "ponto ótimo" encontrado é um "ótimo global" e não apenas um "ótimo local". Para minimizar essa dificuldade, utiliza-se nesta dissertação o algoritmo *Generalized Reduced Gradient* (GRG), descrito por Lasdon *et al.* (1978).

3.1.3 Diagrama de Fluxo de Dados

Quando há necessidade de enfatizar as características mais importantes de um sistema, utilizam-se modelos qualitativos ou quantitativos (Yourdon, 1990). A representação de um sistema real pode ser construída através de diferentes modelos, sem perda de eficácia. Existem várias alternativas, como modelos mentais, descritivos, gráficos e matemáticos. Embora seja possível modelar um mesmo sistema usando qualquer uma destas alternativas, é fundamental que as ferramentas de modelagem sejam escolhidas de acordo com o tipo de modelo a ser construído. Na prática, a qualidade do modelo é dependente das ferramentas utilizadas. Um dos fatores determinantes para avaliar a qualidade de um modelo é a sua capacidade de contribuir para a realização dos objetivos estabelecidos para o sistema por ele representado.

Uma das ferramentas mais utilizadas na modelagem de sistemas, o DFD é composto de 4 elementos básicos: processos, repositórios, fluxos e agentes externos. Os processos mostram as conversões (transformação de entradas em saídas de um sistema). Os repositórios são os locais onde os dados são armazenados (geralmente bancos de dados). Os fluxos correspondem às ligações entre os diferentes pontos do sistema e mostram a movimentação dos dados e das informações entre estes pontos. Os agentes externos representam as entidades externas que interagem com o sistema. Os DFDs são apropriados para descrever a

transformação de entradas em saídas, para sistemas operacionais organizados em níveis hierárquicos (Yourdon, 1990).

Os processos são representados por retângulos que contêm números identificadores e as respectivas descrições; os repositórios são representados por retângulos tracejados e contêm a identificação do arquivo correspondente; os fluxos são representados por setas orientadas, indicando o sentido de movimento dos dados/informações e, para representar os agentes externos, são utilizados retângulos com linhas duplas e a identificação do respectivo agente. A representação dos elementos de um DFD está exemplificada na Figura 5.

3.1.4 Programação Computacional

O desenvolvimento acelerado de novas linguagens de programação, nos últimos anos, está viabilizando a implementação de sofisticados modelos matemáticos, na área de estoques. A crescente disponibilidade de computadores com alta velocidade de processamento, capazes de armazenar e processar bilhões de unidades de informação por segundo, está ajudando a criar as condições ideais para a transformação da teoria dos SHEs em soluções empresariais práticas e eficazes, conforme apontado por Clark (1994).

Nos últimos anos, várias linguagens contribuíram para agilizar a implementação de sistemas informatizados nas empresas; entre elas destacam-se as seguintes: *Delphi*[®] (Borland), *Visual Basic*[®] (Microsoft), *Java*[®] (Borland), *C++*[®] e *Flash*[®].

A facilidade de uso, a flexibilidade, a orientação para objetos e a qualidade das respectivas interfaces gráficas, estão permitindo que os usuários dessas linguagens concluam o desenvolvimento de sistemas complexos em prazos cada vez menores.

A crescente utilização de Programação Computacional tem contribuído para o avanço da pesquisa na área de estoques. Por exemplo, Mentzer e Gomes (1991) desenvolveram um aplicativo de apoio ao processo de planejamento estratégico na área de estoques, cuja operação pode ser feita em microcomputadores. A representação de determinadas estruturas, nessa área, freqüentemente depende do uso intensivo de recursos computacionais. Especificamente no caso de SHEs, o tratamento de informações relativas à construção e validação de modelos só se viabiliza com o uso desses recursos.

A Programação Computacional, nesta dissertação, é utilizada como suporte para a operacionalização do modelo proposto na seção 3.4, através de rotinas recursivas de otimização programadas em *Visual Basic*[®] (Microsoft). Essas rotinas são construídas com o

objetivo de maximizar os níveis de serviço e, simultaneamente, minimizar o estoque total de um SHE. De acordo com Petroutsos (1999), o Visual Basic[®] não é apenas uma linguagem de programação, mas um ambiente de desenvolvimento integrado. Essa característica de integração, aliada à facilidade de uso de sua interface gráfica, torna o Visual Basic[®] adequado ao desenvolvimento de rotinas complexas, tais como as que são propostas neste trabalho.

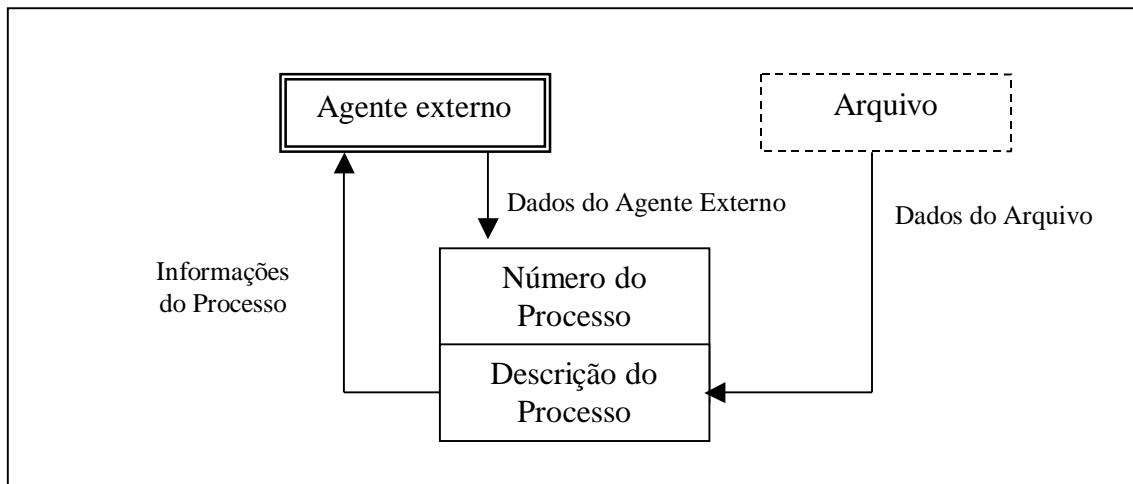


Figura 5 – Representação genérica de um DFD

3.2 MODELAGEM DE UM SISTEMA HIERÁRQUICO DE ESTOQUES

As subseções 3.2.1 a 3.2.5 tratam da caracterização do problema de estoques em ambientes estocásticos e da revisão de um modelo adaptado de Rosenbaum (1981) para um sistema de estoques multi-hierárquicos. A descrição formal do sistema apresentado a seguir é utilizada em todas as subseções. O sistema é composto por um CD (cujos pedidos são atendidos pelos fornecedores) e por vários CDRs (abastecidos pelo CD), responsáveis pelo atendimento da demanda junto aos consumidores finais.

Utilizando um sistema similar, Rosenbaum (1981) desenvolveu e testou, utilizando simulações, um procedimento heurístico para determinar o nível de serviço recebido pelos consumidores a partir de uma determinada combinação de níveis de serviço no CD e nos CDRs. A definição desses níveis de serviço é fundamental na determinação das quantidades e na localização dos estoques do sistema. Como o nível de serviço é definido como a fração da demanda atendida com o estoque disponível no local onde o pedido é colocado, um mesmo nível de serviço oferecido aos consumidores pode ser alcançado através de diferentes

combinações de níveis de serviço no CD e nos CDRs. A melhor combinação é identificada utilizando o critério da minimização do nível médio do estoque total do sistema.

A abordagem utilizada neste trabalho, denominada Abordagem I, se diferencia da abordagem de Rosenbaum (1981), denominada Abordagem II, em três aspectos principais, conforme apresentado no Quadro 2.

Quadro 2 – Comparativo entre abordagens ao problema de SHEs

| Aspecto/Abordagem | Abordagem I | Abordagem II |
|---|-----------------------|-----------------------|
| Obtenção de níveis de serviço, <i>order-up-to</i> e pontos de reposição | Valores calculados | Valores aproximados |
| Método de solução do problema | Otimização não-linear | Simulações sucessivas |
| Apresentação de resultados | Solução ótima | Intervalo de soluções |

- a) na Abordagem I são calculados: a quantidade *order-up-to*, para o CD, e o ponto de pedido para os CDRs; esses valores correspondem, respectivamente, aos diferentes níveis de serviço do CD (*DSL*) e do CDR (*RSL*); diferentemente, na Abordagem II os valores são obtidos por aproximação;
- b) na Abordagem I, o modelo é solucionado utilizando-se otimização não-linear (GRG); na Abordagem II são realizadas várias simulações para identificar o comportamento dos estoques em relação às demais variáveis do sistema; e
- c) diferentemente da Abordagem II que apresenta os resultados em um intervalo de soluções, a Abordagem I estabelece a solução ótima para o problema de SHEs.

3.2.1 Características do Problema

Os itens descritos a seguir são utilizados para caracterizar o problema: demanda, *lead time*, tratamento de pedidos, transferência de estoques, nível de operação do sistema e sistema de controle de estoques. O problema é caracterizado desta forma para que os resultados deste trabalho possam ser comparados com os resultados obtidos por Rosenbaum (1981).

Demanda – é independente e identicamente distribuída em cada um dos CDRs, seguindo uma distribuição normal, sem superposição de intervalos de tempo. A probabilidade da demanda assumir valores negativos é desprezível. A demanda gerada pelos consumidores só incide sobre os CDRs.

Lead times – os *lead times* do CD e CDRs (em situações onde não há estoque no CD) seguem uma distribuição normal estacionária e são mutuamente independentes.

Pedidos - ressuprimentos são atendidos na mesma seqüência em que são colocados. Não há aceleração de pedidos. Não são permitidas cargas parciais dos pedidos feitos pelo CD aos fornecedores.

Transferências de estoque - não são permitidas entre os CDRs.

Nível de Operação do Sistema – o sistema opera em condições estáveis.

Sistema de controle de estoques – pedidos do CD para os fornecedores ocorrem segundo um regime de Revisão Periódica em intervalos de L dias, seguindo uma Política de Suprimento *order-up-to* S (S, L). Pedidos dos CDRs para o CD ocorrem segundo um Sistema de Revisão Periódica, com frequência diária, seguindo uma Política de Suprimento Periódico (EOQ, R).

3.2.2 Ambiente do Centro de Distribuição

Os pedidos para os fornecedores podem ser colocados em intervalos fixos, de L dias, calculados em função das características destes fornecedores e de seu *lead time* de produção (PLT). A quantidade a ser pedida (o número de unidades para atingir S) é calculada com base no DSL e na distribuição de probabilidade da demanda (A) sobre o CD durante o intervalo correspondente a $PLT + L$. Portanto, S é a solução para:

$$1 - DSL = \frac{\int_S^{\infty} (a - S) f_A(a) da}{E[Demanda_L]} \quad (10)$$

onde $f_A(a)$ é a função de densidade de probabilidade de A e $Demanda_L$ é a demanda durante o período L .

3.2.3 Ambiente dos Centros de Distribuição Regional

O sistema calcula um lote econômico EOQ_i para cada CDR_i e usa esta quantidade juntamente com a distribuição de probabilidade de B_i (demanda do consumidor durante o *lead time* do CDR_i , representado por LT_i) e o nível de serviço de entrada do CDR_i (RSL_i) para estabelecer R_i (ponto de pedido no i -ésimo CDR). Assim, R_i é a solução para:

$$1 - RSL_i = \frac{\int_{R_i}^{\infty} (b - R_i) f_{B_i}(b) db}{EOQ_i}, \quad (11)$$

onde $f_{B_i}(b)$ é a função de densidade de probabilidade de B_i .

Como LT_i é uma variável aleatória que representa a soma dos tempos de processamento e trânsito do pedido, RSL_i é a fração da demanda do consumidor que seria atendida através do estoque disponível no CDR_i , se existisse a possibilidade de atingir um nível de serviço de 100% no CD ($DSL = 1$). Isto quer dizer que a fração da demanda do consumidor que efetivamente será atendida pelo estoque de um determinado CDR_i (CSL_i) depende dos valores de DSL e RSL_i . Conseqüentemente, o nível de estoque no sistema também depende destes valores; por isso, é importante determinar quais combinações de DSL, RSL_1, \dots, RSL_k devem ser utilizadas.

3.2.4 Objetivos e Suposições

Os principais objetivos desta abordagem consistem na determinação do nível de serviço CSL_i realmente oferecido aos consumidores pelo CDR_i e na identificação da combinação DSL, RSL_1, \dots, RSL_k mais adequada, considerando as diversas combinações capazes de produzir o mesmo nível de serviço aos consumidores.

Suposições feitas por Rosenbaum (1981) e adotadas na presente abordagem para demanda, pedidos e ruptura de estoque:

- a) demanda do consumidor normalmente distribuída durante o *lead time* do CDR_i ;
- b) demanda sobre o CD normalmente distribuída durante o intervalo correspondente a *Lead time* + Tempo de Revisão, apresentando uma probabilidade desprezível de ser menor do que zero;
- c) quando um pedido de ressuprimento chega em qualquer um dos pontos do sistema, ele é suficiente, em termos de quantidade, para atender a todos os pedidos pendentes; quando ocorre o reabastecimento do CD, todos os pedidos pendentes são loteados e despachados juntos para os respectivos CDR_i ;
- d) pedidos pendentes em todos os pontos do sistema ocorrem somente durante os *lead times*;

- e) quando o estoque disponível no CD (ED) é menor ou igual a um pedido vindo do CDR_{*i*} (EOQ_i unidades), ED é uniformemente distribuído sobre $(0, ED]$; neste caso, é assumido que o CDR_{*i*} fez um pedido de ED unidades e, depois de vender ED unidades adicionais, coloca um pedido subsequente de $EOQ_i - ED$ unidades; e
- f) na primeira vez que o CD entra na situação de estoque zero, todos os CDRs não causadores da ruptura no CD têm uma posição de estoque uniformemente distribuída entre R_i e $R_i + EOQ_i$.

3.2.5 Estimativa do Nível de Serviço oferecido aos consumidores

Para facilitar a notação, considera-se, nesta subseção, o CD e um CDR específico. Esta simplificação permite a supressão dos subscritos de local.

A seguinte notação é utilizada na estimativa de *CSL*:

L = período de revisão do CD em dias, fixo;

DPY = dias trabalhados por ano no sistema;

PLT = *lead time* de Produção;

I = período de revisão do CD + PLT ;

$\mu_A ; \sigma_A$ = média e desvio padrão da demanda no CD durante I ;

$\mu_{DD} ; \sigma_{DD}$ = média e desvio padrão da demanda diária no CD;

S = quantidade *order-up-to* calculada no CD;

R = ponto de pedido no CDR;

T = número de dias que o CD fica em situação de estoque zero durante um intervalo I em que o CD tem seu estoque zerado;

N = estoque disponível no CD;

LT = *lead time* do CDR que começa quando o CD tem estoque;

LT' = *lead time* do CDR que começa quando o CD não tem estoque;

$\mu_B ; \sigma_B$ = média e desvio padrão da demanda sobre o CDR durante LT ;

$\mu_{B'} ; \sigma_{B'}$ = média e desvio padrão da demanda sobre o CDR durante LT' ;

$\mu_{RD}; \sigma_{RD}$ = média e desvio padrão da demanda sobre o CDR;

μ_{AD} = média da demanda anual sobre o CDR;

C = número de unidades pendentes durante um *lead time* do CDR;

G = número de unidades pendentes por ano no CDR;

U = número de unidades disponíveis + pedidos feitos - pedidos pendentes: PE no CDR quando o CD esvazia seu estoque pela primeira vez;

TB = número de dias entre as colocações de pedido no CD (número de dias para esvaziar um estoque de EOQ unidades);

Y = número de dias, após o CD esvaziar seu estoque, que o CDR leva para colocar seu primeiro pedido ao CD;

$E[x]$ = expectância de x ;

$\phi(x)$ = função de densidade da distribuição Normal;

$\Phi(K) = \int_K^{\infty} \phi(x) dx$; e

$f_x(x)$ = função de densidade de probabilidade de X .

A estimativa de CSL é feita através de um método heurístico, com parâmetros de entrada dados por: μ_{RD} , σ_{RD} , $E[LT]$, desvio-padrão $[LT]$, EOQ , RSL , DSL , L , $E[I]$ e desvio-padrão $[I]$. O objetivo é determinar o nível de serviço resultante em um dado CDR, para qualquer nível de serviço de entrada, RSL , no CDR, e qualquer nível de serviço de entrada, DSL , no CD.

CSL é o valor médio da *Fill Rate*, taxa de atendimento da demanda anual, para um determinado item em um CDR específico. Neste cálculo são considerados: a média da demanda anual no CDR e o valor esperado para o número de unidades pendentes por ano no CDR.

$$CSL = 1 - \frac{E[G]}{\mu_{AD}} . \quad (12)$$

Como existe a possibilidade de colocação de pedidos no CD quando este não tem estoque, é necessário reformular a equação (12), explicitando as 2 situações possíveis (disponibilidade de estoque e estoque zero) e suas respectivas probabilidades:

$$CSL = 1 - \frac{E[G | N > 0] \cdot P(N > 0) + E[G | N = 0] \cdot P(N = 0)}{\mu_{AD}} \quad (13)$$

O valor esperado para o número de unidades pendentes por ano no CDR, dado que o CD dispõe de estoque é:

$$E[G | N > 0] = (1 - RSL) \cdot \mu_{AD} \quad (14)$$

A probabilidade de haver estoque disponível no CD durante o intervalo correspondente ao período de revisão do CD + *Lead time* de Produção, I , é:

$$P(N > 0) = DSL \quad (15)$$

O número esperado de unidades pendentes por ano no CDR, durante os *lead times* que começam quando o CD não tem estoque, $E[G | N = 0]$, depende do número de vezes que o estoque pode chegar a zero no CD, da probabilidade de que no mínimo um pedido do CDR seja colocado no CD durante a situação de estoque zero, dado que o CD esvazia seu estoque durante I , ou seja, a probabilidade de Y ser menor do que T ; e do valor esperado para o número de unidades pendentes no CDR, durante um *lead time* do CDR, dado que o CD não tem estoque, $E[C | N = 0]$.

Como o CD pode colocar pedidos para os fornecedores DPY/L vezes por ano, este é o número de situações potenciais de estoque zero. Assim, o valor esperado de unidades pendentes por ano no CDR, durante os *lead times* que começam quando o CD não tem estoque, é:

$$E[G | N = 0] = \frac{DPY}{L} \cdot P(Y < T) \cdot E[C | N = 0] \quad (16)$$

A probabilidade de que o CD esvazie seu estoque durante I é:

$$P(N = 0) = \Phi\left(\frac{S - \mu_A}{\sigma_A}\right). \quad (17)$$

Substituindo as equações (14), (15), (16) e (17) na equação (13), tem-se:

$$CSL = 1 - \left[(1 - RSL) \cdot DSL + \frac{\frac{DPY}{L} \cdot P(Y < T) \cdot E[C | N = 0] \cdot \Phi\left(\frac{S - \mu_A}{\sigma_A}\right)}{\mu_{AD}} \right]. \quad (18)$$

A probabilidade de que no mínimo um pedido do CDR seja colocado no CD durante a situação de estoque zero no CD, dado que o CD esvazia seu estoque durante I , pode ser obtida através de aproximações (Rosenbaum, 1981):

$$P(Y < T) \cong \Omega + \Gamma \quad (19)$$

onde

$$\Omega \cong \frac{\int_S^{S + \mu_{DD} \cdot E[TB]} \frac{1}{\sigma_A} (x - S) \phi\left(\frac{x - \mu_A}{\sigma_A}\right) dx}{E[TB] \cdot \mu_{DD} \Phi\left(\frac{S - \mu_A}{\sigma_A}\right)} \quad (20)$$

é a probabilidade de que no mínimo um pedido do CDR seja colocado no CD durante a situação de estoque zero, dado que o CD esvazia seu estoque durante I , considerando que o número de dias que o CD fica em situação de estoque zero durante um intervalo I é menor que o valor esperado do número de dias entre as colocações de pedido no CD (número de dias para esvaziar um estoque de EOQ unidades) e

$$\Gamma \cong \frac{\Phi\left(\frac{S + \mu_{DD} \cdot E[TB] - \mu_A}{\sigma_A}\right)}{\Phi\left(\frac{S - \mu_A}{\sigma_A}\right)} \quad (21)$$

é a probabilidade de que o número de dias que o CD fica em situação de estoque zero durante um intervalo I seja maior que o valor esperado do número de dias entre as colocações de pedido no CD (número de dias para esvaziar um estoque de EOQ unidades).

Por fim, o valor esperado para o número de unidades pendentes no CDR, durante um *lead time* do CDR, dado que o CD não tem estoque e considerando a demanda normalmente distribuída é:

$$E[C | N = 0] = \int_R^{\infty} (z - R) \frac{1}{\sigma_{B'}} \phi\left(\frac{z - \mu_{B'}}{\sigma_{B'}}\right) dz \quad (22)$$

Substituindo as equações (19) e (22) na equação (18), obtém-se o nível de serviço CSL :

$$CSL = 1 - \left[(1 - RSL) \cdot DSL + \frac{\frac{DPY}{L} \cdot (\Omega + \Gamma) \cdot \int_R^{\infty} (z - R) \frac{1}{\sigma_{B'}} \phi\left(\frac{z - \mu_{B'}}{\sigma_{B'}}\right) dz \cdot \Phi\left(\frac{S - \mu_A}{\sigma_A}\right)}{\mu_{AD}} \right] \quad (23)$$

3.3 DIAGRAMAS DE FLUXO DE DADOS BÁSICOS

Considerando as características dos Sistemas de Estoques: (i) um ou mais níveis hierárquicos; (ii) vários processos funcionais; (iii) intenso fluxo de informações entre os processos; e (iv) diversas operações rotineiras de armazenamento e recuperação de dados, fica clara a possibilidade de utilização de DFDs na modelagem destes sistemas.

A utilização desse tipo de modelagem, nesta fase, é importante porque facilita o desenvolvimento do Estudo do Sistema, conforme previsto na seção 1.4, e por apresentar de modo claro e objetivo a estrutura e as definições básicas necessárias à programação do aplicativo computacional.

Os dois DFDs apresentados a seguir descrevem os eventos mais gerais de um Sistema de Estoques do tipo SHE. Para simplificar o modelo, apenas um CDR está representado (o procedimento é idêntico para a modelagem dos demais CDRs). O evento 1, denominado "Obtenção das medidas estatísticas do SHE", (Figura 6), é representado com 9 repositórios, 34 fluxos (dos quais 9 bidirecionais), 3 agentes externos e 11 processos.

1. Processar o pedido do consumidor.
2. Verificar e atualizar o estoque do CDR.
3. Entregar o produto ao consumidor.
4. Calcular EOQ e ponto de pedido para geração do pedido ao CD.
5. Colocar o pedido no CD.
6. Processar o pedido do CDR para o CD.
7. Verificar e atualizar o estoque do CD.
8. Entregar o produto ao CDR.
9. Calcular as quantidades para geração do pedido ao fornecedor.
10. Colocar o pedido no fornecedor.
11. Calcular as estatísticas do sistema.

O evento 2, denominado "Obtenção do nível de serviço oferecido aos consumidores", apresentado na Figura 7, é representado com 4 repositórios, 19 fluxos, 1 agente externo e 6 processos.

1. Calcular o número esperado de pendências no CDR, por ano, dado que o CD tem estoque, representado por $E[G | N > 0]$.
2. Calcular a probabilidade $P(N > 0)$ de ter estoque no CD, durante o intervalo I .
3. Calcular a probabilidade $P(N = 0)$ de que o CD esvazie o estoque durante o intervalo I .
4. Calcular a probabilidade $P(Y < T)$ de entrada de um pedido, no mínimo, quando o CD está com o estoque vazio.
5. Calcular o número esperado de pendências no CDR, durante um *lead time*, em situação de estoque zero no CD, representado por $E[C | N = 0]$.
6. Calcular o nível de serviço CSL oferecido aos consumidores.

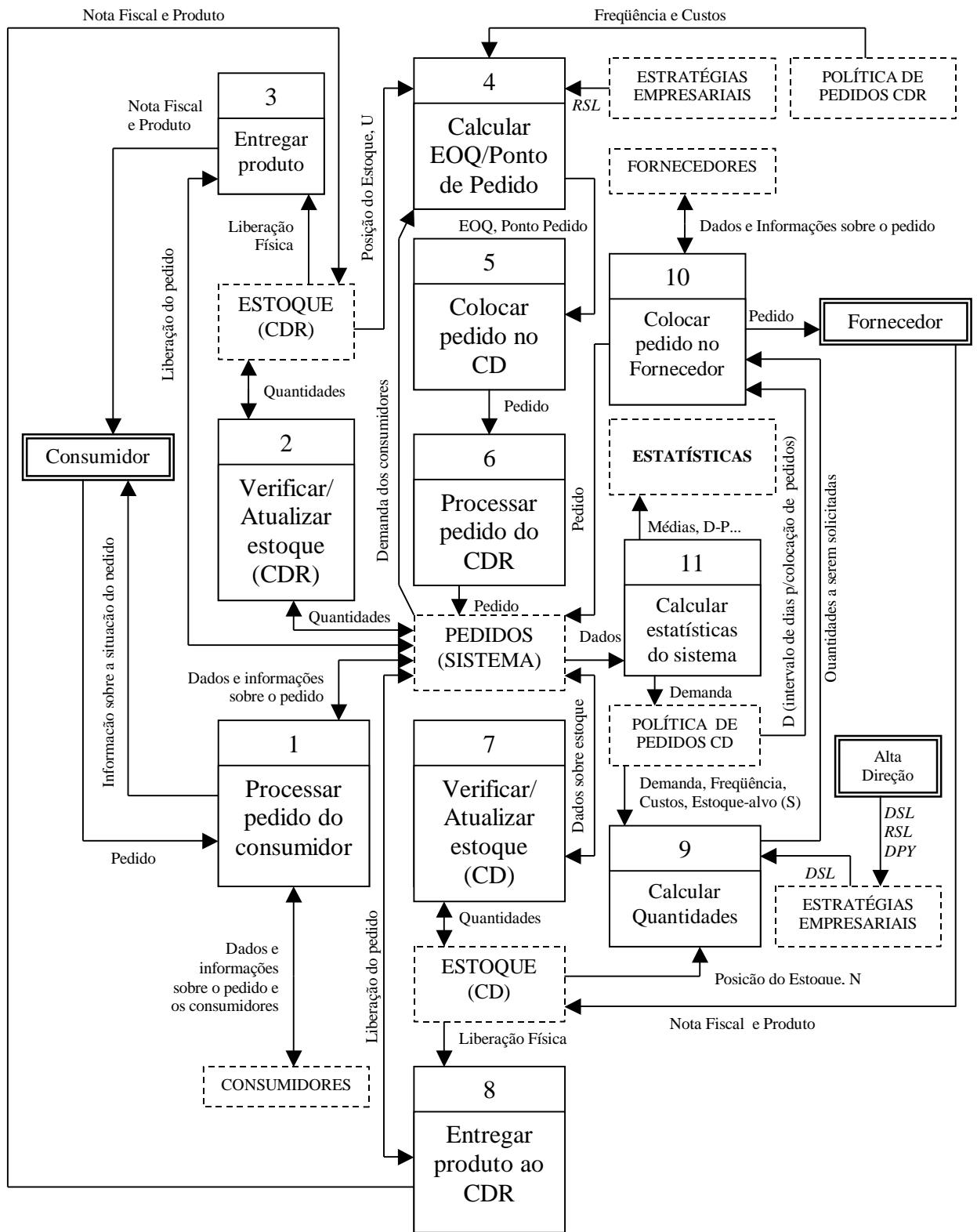
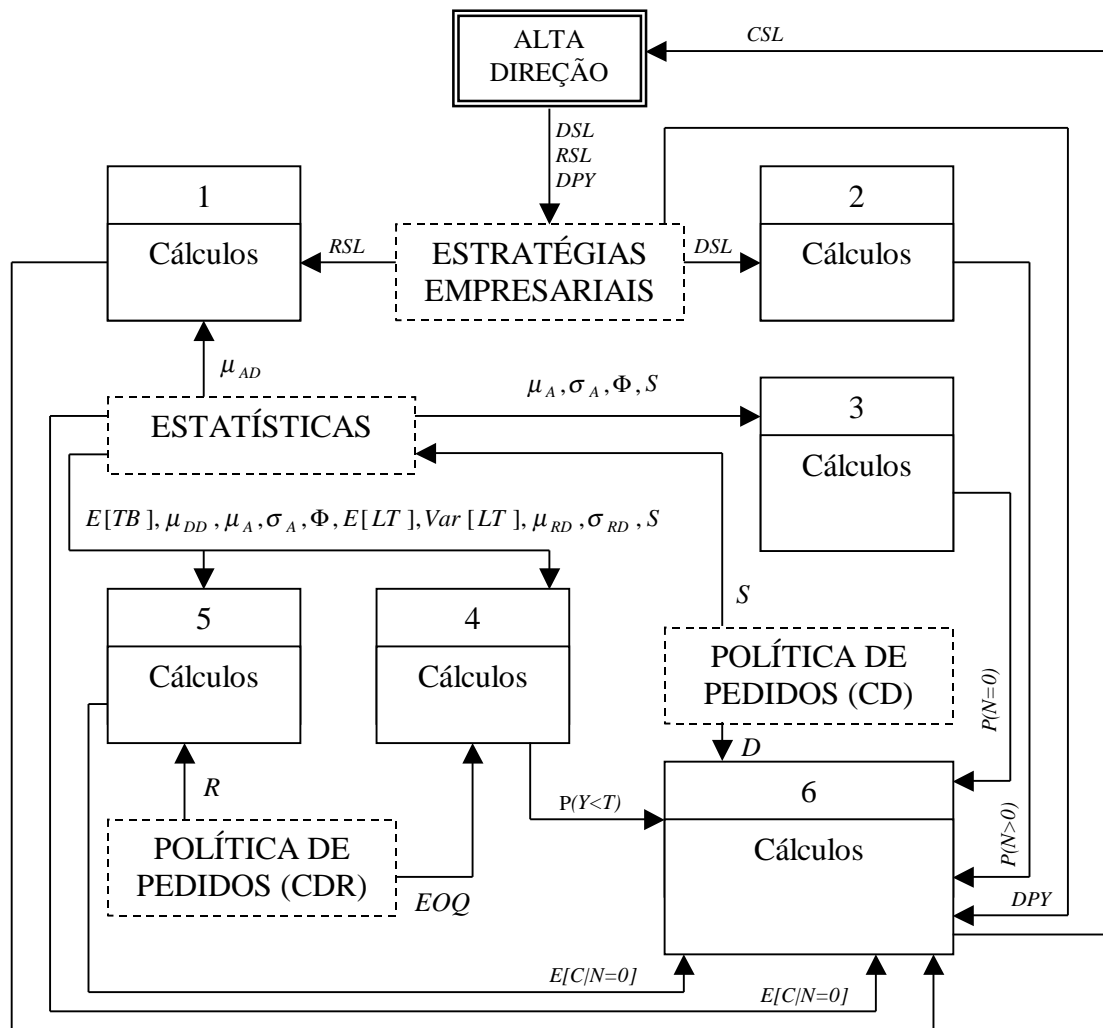


Figura 6 – Evento 1: Obtenção das medidas estatísticas do SHE



FIG/N=01

Figura 7 – Evento 2: Obtenção do nível de serviço oferecido aos consumidores

Observa-se que os processos representados no DFD da Figura 7 dependem da obtenção de uma série de medidas estatísticas decorrentes do funcionamento do SHE estudado. As decisões a respeito da carga anual de trabalho e dos níveis de serviço para o CD e para os CDRs, juntamente com as medidas estatísticas obtidas, permitem a determinação do nível de serviço oferecido ao consumidor (CSL). Diferentes combinações das variáveis de entrada do sistema produzem diferentes níveis de serviço CSL .

3.4 OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS HIERÁRQUICOS DE ESTOQUES

Com base no sistema descrito em 3.2, propõe-se nesta seção um novo modelo que visa a minimização do estoque total e, simultaneamente, a maximização dos níveis de serviço

oferecidos ao consumidor. Para facilitar a descrição formal desse modelo, algumas variáveis de entrada e de decisão utilizam a mesma notação empregada nas seções anteriores.

a) Variáveis de entrada

DPY = dias trabalhados por ano no sistema.

L = período de revisão do CD em dias, fixo.

PLT = *lead time* de produção.

LT_i = *lead time* do CDR_i ($i=1, \dots, k$).

μ_{RD_i} = média da demanda diária no CDR_i ($i=1, \dots, k$).

μ_{DD} = média da demanda diária no CD.

EOQ_i = lote de compra do CDR_i ($i=1, \dots, k$).

b) Variáveis calculadas

$I = L + PLT$.

$\mu_L; \sigma_L$ = média e desvio padrão da demanda no CD durante L .

$\mu_A; \sigma_A$ = média e desvio padrão da demanda no CD durante I .

$\mu_{LT_i}; \sigma_{LT_i}$ = média e desvio padrão da demanda no CDR_i durante LT_i ($i=1, \dots, k$).

μ_{AD_i} = demanda média anual no CDR_i ($i=1, \dots, k$).

c) Variáveis de decisão

CSL_i = nível de serviço oferecido ao consumidor (fração da demanda que efetivamente será atendida com o estoque disponível no CDR_i onde o pedido é colocado).

w = estoque total no sistema.

RSL_i = nível de serviço de entrada do CDR_i .

DSL = nível de serviço no CD.

S = quantidade *order-up-to* calculada no CD.

R_i = ponto de pedido no CDR_i ($i=1, \dots, k$).

d) Função-Objetivo

Na formulação da função-objetivo são utilizados: o valor médio das rupturas de estoque nos CDRs (representado pela média dos complementos do nível de serviço oferecido aos consumidores) e o quociente obtido entre o estoque médio do sistema e seu estoque máximo. Esta formulação é adotada porque permite representar, com precisão, o *trade-off* entre nível de serviço e nível de estoque em sistemas hierárquicos.

Definindo o estoque total no sistema como w e o estoque máximo do sistema como

$S_{máx} + \sum_{i=1}^k (R_{máx\ i} + EOQ\ i)$, pode-se estabelecer a função-objetivo a ser minimizada:

$$\mathbf{Min} z = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (1 - CSL\ i) + \frac{w}{S_{máx} + \sum_{i=1}^k (R_{máx\ i} + EOQ\ i)}, \quad (24)$$

onde k representa o número de CDRs no sistema.

e) Restrições

- Restrição relativa ao valor esperado para o número de unidades pendentes por ano no CDR_{*i*}. Este valor depende do nível de serviço oferecido ao consumidor e da demanda média anual no CDR_{*i*}.

$$E[G] = (1 - CSL) \cdot \mu_{AD} \quad (25)$$

Substituindo a equação (23) na equação (25) e incluindo os subscritos de local, obtém-se:

$$E[G]_i = (1 - RSL_i) \cdot \mu_{AD_i} \cdot DSL + \frac{DPY}{L} \cdot (\Omega_i + \Gamma_i) \cdot \int_{R_i}^{\infty} (z - R_i) \frac{1}{\sigma_{B'}} \phi\left(\frac{z - \mu_{B'}}{\sigma_{B'}}\right) dz \cdot \Phi\left(\frac{S - \mu_A}{\sigma_A}\right),$$

$$i = 1, \dots, k \quad (26)$$

- Restrições de nível de serviço

O nível de serviço CSL_i oferecido ao consumidor tem como limite superior o nível de serviço RSL_i definido para o CDR_{*i*}:

$$RSL_i \geq CSL_i, \forall i. \quad (27)$$

O nível de serviço RSL_i tem como limite superior o nível de serviço DSL , definido para o CD:

$$DSL \geq RSL_i, \forall i. \quad (28)$$

Todos os níveis de serviço são menores ou iguais a 1, independentemente do local, isto é:

$$CSL_i, RSL_i, DSL \leq 1, \forall i. \quad (29)$$

- Restrição relativa ao nível de serviço DSL , conforme descrito em 3.2.2.

$$1 - DSL = \frac{\int_S^\infty (a - S) e^{\left(\frac{-1(a - \mu_A)^2}{2 \sigma_A^2}\right)} da}{\sqrt{\pi} \sigma_A \mu_L}. \quad (30)$$

O numerador do lado direito desta equação representa o número esperado de unidades pendentes anualmente no CD e o denominador corresponde à sua demanda média anual.

- Restrição relativa aos níveis de serviço RSL_i , conforme descrito em 3.2.3.

$$1 - RSL_i = \frac{\int_{R_i}^\infty (b - R_i) e^{\left(\frac{-1(b - \mu_{LT_i})^2}{2 \sigma_{LT_i}^2}\right)} db}{\sqrt{\pi} \sigma_{LT_i} EOQ_i}. \quad (31)$$

O numerador do lado direito desta equação representa o número esperado de unidades pendentes anualmente no CDR_i e o denominador corresponde ao seu lote econômico.

- Restrições relativas aos estoques

O estoque total do sistema e o estoque-alvo do CD não podem assumir valores negativos; isto é:

$$w, S \geq 0 . \quad (32)$$

- Restrições relativas aos pedidos

O ponto de pedido e o lote econômico, ambos do CDR_i , não podem assumir valores negativos, independentemente da localização do CDR_i :

$$R_i, EOQ_i \geq 0, \forall i . \quad (33)$$

- Restrição relativa ao estoque máximo

O estoque máximo deve ser maior do que zero:

$$\left(S_{máx} + \sum_{i=1}^k (R_{máx_i} + EOQ_i) \right) > 0, \forall i . \quad (34)$$

O modelo faz o balanceamento entre os níveis de serviço e o nível de estoque total do sistema, indicando a combinação de DSL, RSL_1, \dots, RSL_k que gera o melhor nível de serviço ao consumidor, CSL_i , com o mais baixo nível de estoque médio no sistema.

É importante ressaltar que o modelo proposto nesta seção, compreendendo a função-objetivo e as restrições acima, apresenta uma nova formulação para o problema de otimização de SHEs.

4 APLICATIVO COMPUTACIONAL: *OTIMIZADOR*

O aplicativo *OTIMIZADOR*, desenvolvido na linguagem Visual Basic® Versão 6.0, tem a função de operacionalizar o modelo de otimização proposto em 3.2, 3.3 e 3.4. A sua estrutura, funcionamento e desempenho são analisados nas subseções seguintes. O aplicativo opera em ambiente Windows®.

O *OTIMIZADOR* foi projetado para otimizar SHEs de um único produto, com um depósito central e quatro depósitos regionais, conforme pode ser observado na tela principal, apresentada na Figura 8.

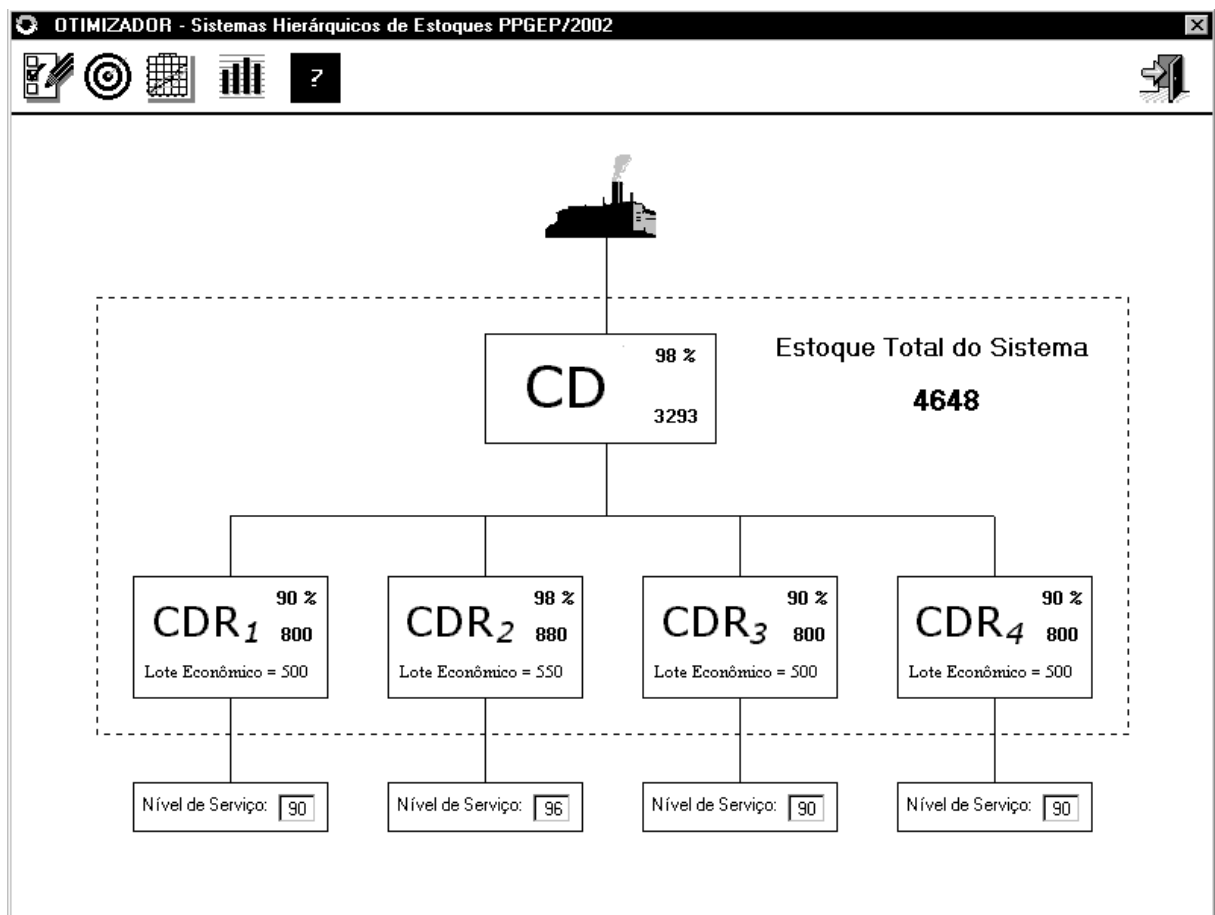


Figura 8 – SHE com um depósito central e quatro depósitos regionais

O SHE representado é abastecido por um fornecedor externo e atende a demanda de clientes, fora do sistema, de acordo com as características e o funcionamento do sistema descritos em 3.2. Nessa estrutura, os produtos são estocados em 5 locais, dispostos hierarquicamente tal que 4 desses locais são abastecidos por uma fonte interna em um nível superior da estrutura. O nível superior do sistema se abastece externamente e funciona como

fonte de abastecimento para o nível imediatamente abaixo que, por sua vez, é demandado por 4 grupos de consumidores, externos ao sistema. Estabelece-se assim a dependência direta entre as demandas observadas nos 2 níveis da estrutura e evidencia-se a necessidade de coordenação entre as políticas de estoques adotadas nesses níveis, compreendendo os 5 locais referidos.

4.1 ESTRUTURA DO *OTIMIZADOR*

4.1.1 Rotinas Básicas

O aplicativo tem 10 rotinas iniciais:

- a) Entrada de Dados.
- b) Processamento do CD.
- c) Processamento do CDR1.
- d) Processamento do CDR2.
- e) Processamento do CDR3.
- f) Processamento do CDR4.
- g) GRG.
- h) Informações.
- i) Tabela de Dados.
- j) Saída.

Essas rotinas são descritas em detalhes no item 4.1.3.

4.1.2 Entradas do Aplicativo

Há três grupos de dados de entrada: parâmetros, estatísticas e arquivos. Os parâmetros indicam o tipo de processamento (solução ou validação) e a precisão a ser utilizada na geração das equações de cada ponto do sistema. No processamento de solução, o aplicativo executa as rotinas necessárias à solução de um problema real de SHE (determinação de níveis de serviço aos consumidores, estoques por nível hierárquico e total do sistema, pontos de reposição, etc.). No processamento de validação, são resolvidos problemas básicos de otimização não-linear, utilizando as mesmas rotinas do processamento de solução, porém com a finalidade de validar os resultados, garantindo que as soluções apresentadas para os problemas reais são

confiáveis. Para diferenciar os tipos de processamento, é suficiente entrar com os parâmetros "GRG Solução" ou "GRG Validação", ao comandar a execução da rotina GRG (item 4.1.1.g). Os parâmetros que definem precisão, passados para as rotinas de processamento do CD e dos CDRs (itens 4.1.1.b até 4.1.1.f), são utilizados para calcular os valores apresentados nos gráficos: *Nível de Serviço* e *Valor de S*, para o CD (Figura 10), e *Nível de Serviço* e *Valor de R_i* , para os CDRs (Figura 11).

As estatísticas constituem a parte mais importante das entradas do aplicativo, pois fornecem os dados utilizados na execução das rotinas de cálculo. Estas estatísticas devem refletir a situação do ambiente estudado:

- a) período de revisão do CD, em dias (L);
- b) dias trabalhados por ano (DPY);
- c) lead time de produção (PLT);
- d) período de revisão do CD + PLT (I);
- e) média da demanda no CD, durante I ;
- f) desvio-padrão da demanda no CD, durante I ;
- g) média da demanda diária no CD;
- h) desvio-padrão da demanda diária no CD;
- i) lead time do CDR, que começa quando o CD tem estoque (LT);
- j) média da demanda sobre o CDR, durante o LT ;
- k) desvio-padrão da demanda sobre o CDR, durante o LT ;
- l) lead time do CDR, que começa quando o CD não tem estoque (LT');
- m) média da demanda sobre o CDR, durante o LT' ;
- n) desvio-padrão da demanda sobre o CDR, durante o LT' ;
- o) média da demanda sobre o CDR;
- p) desvio-padrão da demanda sobre o CDR;
- q) média da demanda anual sobre o CDR;
- r) probabilidade de chegar um pedido ao CD em situação de estoque zero (%);
- s) probabilidade de que o CD esvazie o estoque durante I (%); e

- t) valor esperado para o número de unidades pendentes no CDR (situação de estoque zero no CD).

4.1.3 Processamento

A Inicialização realiza a carga dos dados necessários ao início do processamento; na Entrada de Dados o aplicativo abre uma tela (Figura 9) para receber e calcular os dados estatísticos sobre a situação em estudo, conforme relação apresentada no item 4.1.2. Sempre que houver mudanças no ambiente estudado, essa rotina deve ser ativada.

The screenshot shows a window titled "OTIMIZADOR - Sistemas Hierárquicos de Estoques PPGEP/2002". The interface contains a list of 19 input fields, each with a numerical value and a descriptive label in Portuguese. The labels include parameters such as "Período de Revisão do DC, em dias", "Dias trabalhados, por ano", "Lead Time de Produção", and "Valor esperado para o número de unid. pendentes no CDRi (Estoque ZERO no DC)".

| | |
|--------|--|
| 10 | Período de Revisão do DC, em dias |
| 250 | Dias trabalhados, por ano |
| 32 | Lead Time de Produção |
| 42 | Período de Revisão do DC + LTP |
| 168000 | Média da Demanda no DC, durante I |
| 33600 | Desvio-Padrão da Demanda no DC, durante I |
| 4000 | Média da Demanda diária no DC |
| 2000 | Desvio-Padrão da Demanda diária no DC |
| 10 | Lead time do CDR, que começa quando o DC tem estoque |
| 10000 | Média da Demanda sobre o CDRi, durante o LT: |
| 2000 | Desvio-Padrão da Demanda sobre o CDRi, durante o LT: |
| 5 | Lead time do CDR, que começa quando o DC não tem estoque |
| 5000 | Média da Demanda sobre o CDRi, durante o LT': |
| 2500 | Desvio-Padrão da Demanda sobre o CDRi, durante o LT': |
| 1000 | Média da Demanda Diária sobre o CDRi |
| 625 | Desvio-Padrão da Demanda sobre o CDRi |
| 250000 | Média da Demanda anual sobre o CDRi |
| 5 | Probabilidade de chegar 1 pedido ao DC em situação de Estoque ZERO (%) |
| 4 | Probabilidade de que o DC esvazie o estoque durante I (%) |
| 3000 | Valor esperado para o número de unid. pendentes no CDRi (Estoque ZERO no DC) |

Figura 9 – Dados utilizados no *OTIMIZADOR*

As rotinas de processamento do CD e dos CDRs podem ser executadas em qualquer ordem, pois são independentes. Ao ser ativada a rotina de Processamento do CD, o aplicativo abre uma tela (ver Figura 10) contendo quatro grupos de dados: dois quadros de informação, um conjunto de parâmetros para um ajuste polinomial e um espaço para a apresentação de um gráfico. O primeiro quadro permite a inclusão de parâmetros que indicam a precisão com a qual serão gerados os valores de *Nível de Serviço* e *S* (estoque-alvo). O segundo quadro

mostra valores de saída. O terceiro, permite realizar um ajuste polinomial e, por último, o gráfico mostra os diferentes valores do estoque-alvo (S) em função dos diferentes níveis de serviço possíveis. A partir desta rotina, é possível ativar cinco sub-rotinas: Calcular, Atingir Meta, Gerar Gráfico, Gravar e Ajustar.

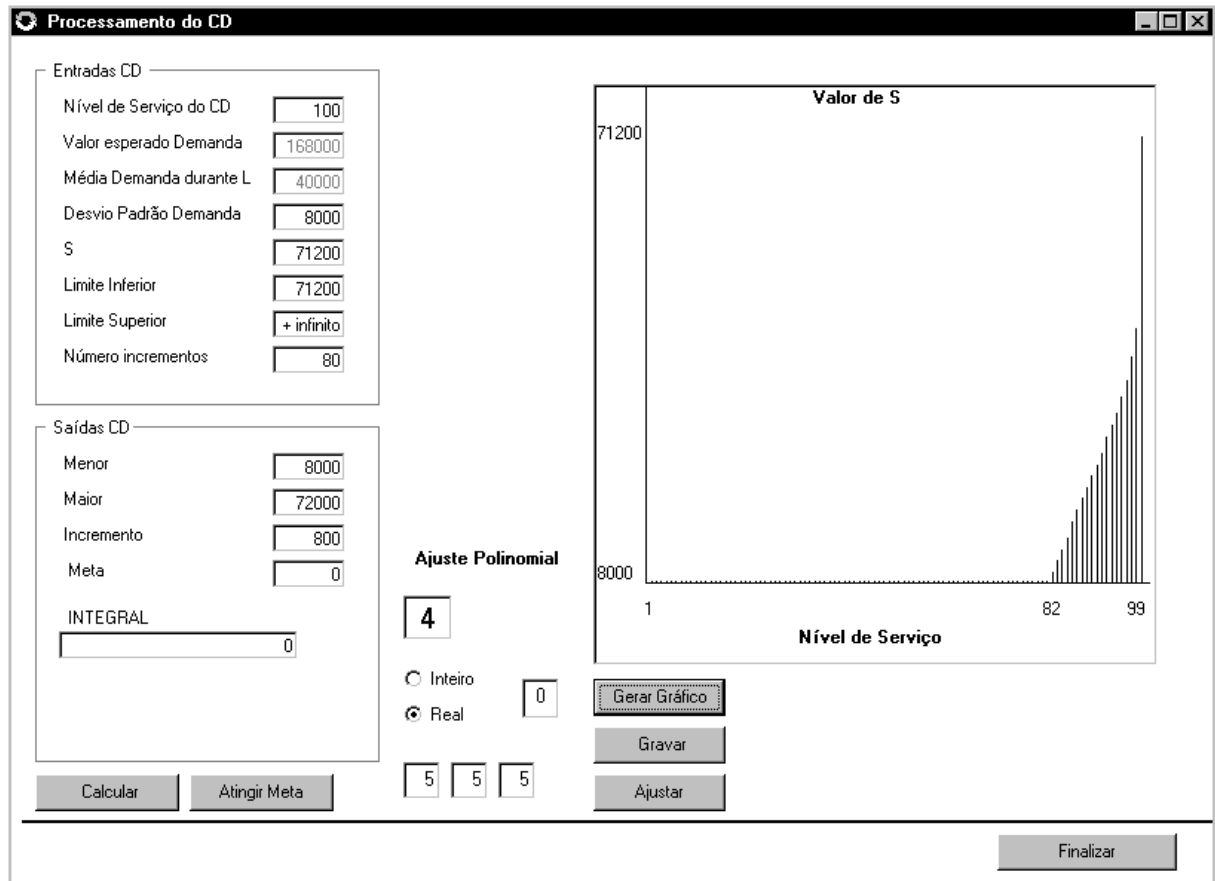


Figura 10 – Processamento do CD

Na rotina de Processamento dos CDRs o aplicativo abre uma tela (Figura 11) semelhante àquela do Processamento do CD, contendo quatro grupos de dados: dois quadros de informação, um conjunto de parâmetros para um ajuste polinomial e um espaço para a apresentação de um gráfico. O primeiro quadro permite a inclusão de parâmetros que indicam a precisão com a qual serão gerados os valores de *Nível de Serviço* e R (ponto de pedido). O segundo quadro mostra valores de saída. O terceiro, permite realizar um ajuste polinomial e, por último, o gráfico apresenta os diferentes valores dos pontos de pedido (R_i), em função dos diferentes níveis de serviço possíveis para cada um dos CDRs. Identicamente ao Processamento do CD, a partir desta rotina é possível ativar cinco sub-rotinas: Calcular, Atingir Meta, Gerar Gráfico, Gravar e Ajustar.

A rotina de Informações, ao ser acionada, mostra o nível de serviço máximo do SHE e o número de iterações efetuadas pela rotina GRG ao otimizar o sistema.

Ao ser ativada, a rotina Tabela de Dados mostra as tabelas com os dados calculados pela rotina GRG. Estas tabelas contêm os mesmos valores apresentados nos gráficos das rotinas de Processamento do CD e dos CDRs.

Ao acionar Saída o aplicativo é encerrado.

As principais sub-rotinas (Calcular, Atingir Meta, Gerar Gráfico, Gravar e Ajustar) são ativadas através das rotinas de Processamento do CD e dos CDRs. Esse grupo de sub-rotinas realiza os cálculos mais complexos do *OTIMIZADOR* (solução do sistema de equações apresentado em 3.2.2 e 3.2.3).

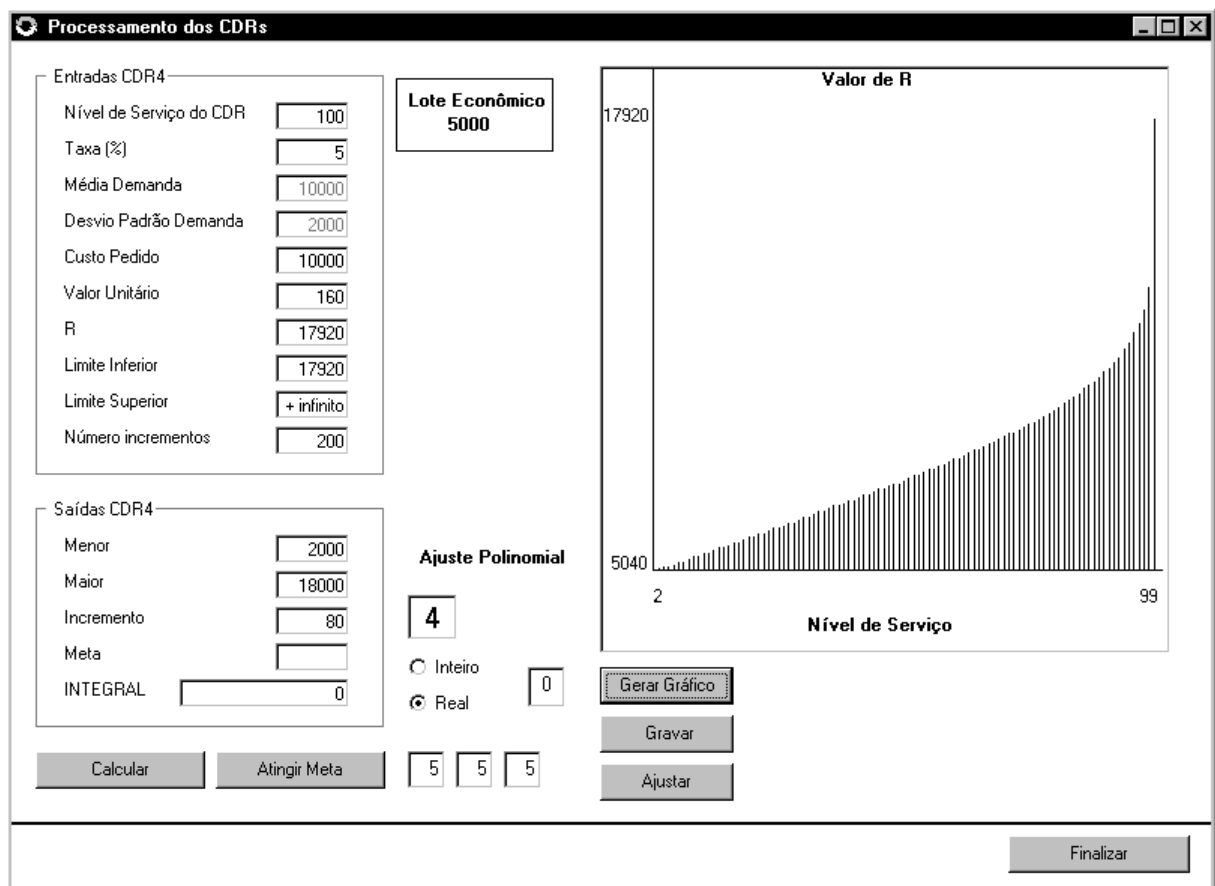


Figura 11 – Processamento dos CDRs

As rotinas de processamento dos CDRs devem ser executadas sempre que ocorrerem alterações no ambiente, tais como custo do pedido, média da demanda no CDR e valor unitário do item.

4.1.3.1 Distribuição de Probabilidade utilizada

Para a realização dos cálculos do estoque-alvo e dos pontos de pedido nas rotinas de processamento do CD e dos CDRs, é utilizada a distribuição normal (Montgomery e Runger, 1994), assim caracterizada:

uma variável aleatória X com função de densidade de probabilidade

$$f_X(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (35)$$

segue uma distribuição normal com parâmetros μ e σ , onde $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$, $E(X) = \mu$ e $\text{Var}(X) = \sigma^2$.

4.1.3.2 Rotina de Cálculo do GRG

O algoritmo GRG está dividido em 12 passos (ANEXO A):

- a) geração das matrizes de variáveis dependentes/não-dependente e coeficientes;
- b) definição dos valores de partida;
- c) cálculo dos valores da função f a ser minimizada;
- d) cálculo do gradiente, ∇f ;
- e) geração da matriz Jacobiana das variáveis independentes, J_I ;
- f) geração da matriz Jacobiana das variáveis dependentes, J_D ;
- g) inversão da matriz Jacobiana das variáveis dependentes, $[J_D]^{-1}$;
- h) cálculo do gradiente reduzido, ψ , e das mudanças, δ_I , nas variáveis independentes;
- i) cálculo das mudanças, δ_D , nas variáveis dependentes;
- j) normalização de δ ;
- k) cálculo do passo máximo na pesquisa unidimensional, β ; e
- l) redefinição das variáveis dependentes e não-dependentes.

O algoritmo GRG, embora conceitualmente seja similar ao Simplex, apresenta duas diferenças significativas em relação a ele. No GRG, as variáveis não-básicas (independentes)

não necessitam estar no seu limite inferior ou superior e, a cada interação, uma ou mais variáveis não-básicas (independentes) podem ter seu valores alterados.

4.1.4 Saídas do Aplicativo

Ao finalizar o processamento do *OTIMIZADOR*, são gerados dois tipos de saídas: (i) resultados finais apresentados diretamente na tela principal (Figura 12); e (ii) relatório com os valores das principais variáveis (Figura 13).

4.2 DESEMPENHO DO *OTIMIZADOR*

O processamento do *OTIMIZADOR* apresentou tempo médio de 5min e 49s, com desvio-padrão de 19,6 segundos. Foram realizados 18 processamentos, todos sobre a mesma estrutura de estoques (SHE com um CD e quatro CDRs) em um Microcomputador TOSHIBA Satellite® 233 MHz. O Quadro 3 apresenta os tempos de processamento do *OTIMIZADOR*.

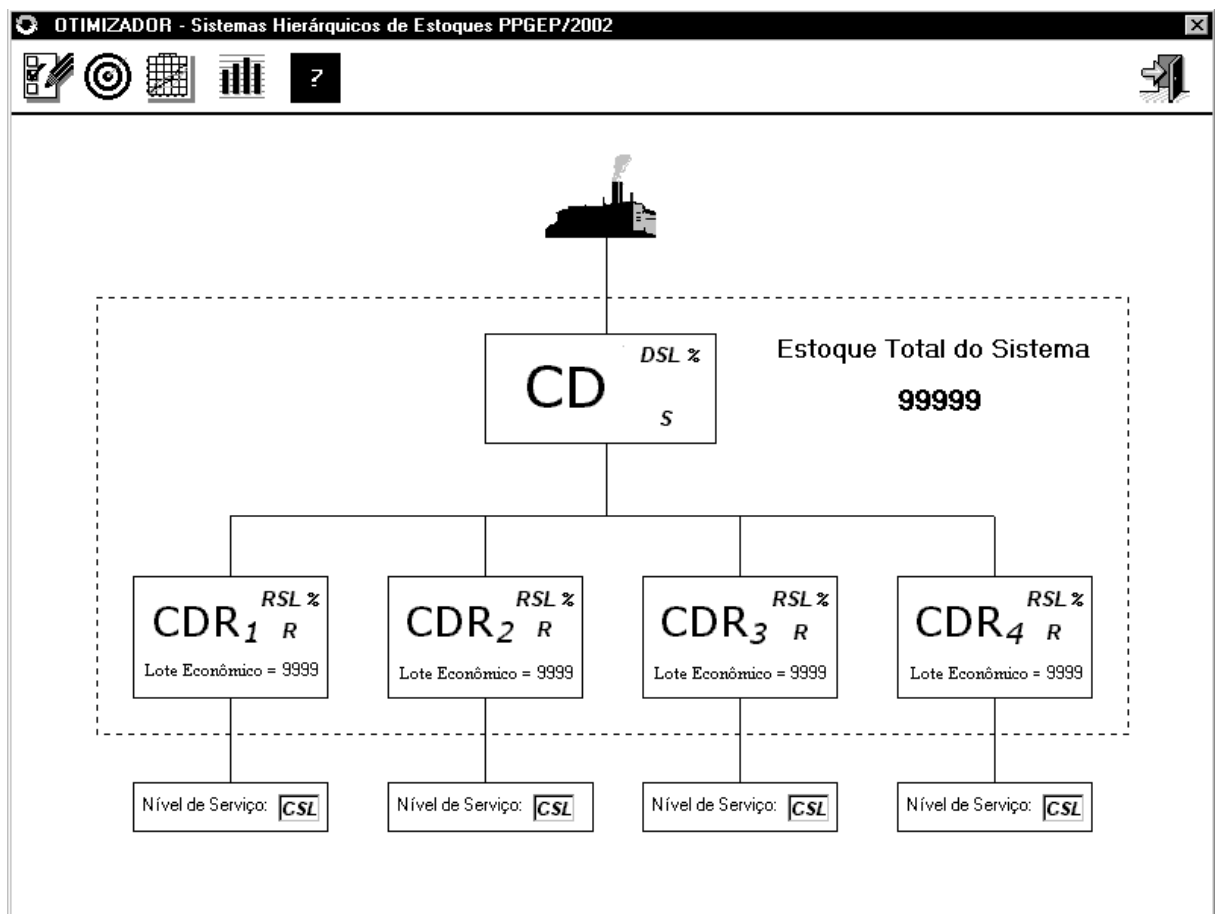


Figura 12 – Tela de apresentação dos resultados finais do *OTIMIZADOR*

5 APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Para viabilizar a comparação de desempenho entre SBEs e SHEs, deve-se utilizar as mesmas variáveis como entrada e os mesmos critérios de otimização descritos anteriormente (nível de serviço e estoque total no sistema). O Quadro 4 apresenta os dados utilizados no processamento, conforme cenário definido para a aplicação do modelo proposto.

Quadro 4 – Variáveis e valores utilizados no *OTIMIZADOR*

| TIPO E: dado de entrada C: valor calculado | VARIÁVEL | VALOR |
|--|--|--------|
| E | Período de revisão do CD, em dias (L) | 10 |
| E | Dias trabalhados por ano (DPY) | 250 |
| E | <i>Lead time</i> de produção (PLT) | 32 |
| E | Média da demanda diária no CD | 4000 |
| E | Desvio-padrão da demanda diária no CD | 2000 |
| E | <i>Lead time</i> do CDR_i que inicia quando o CD tem estoque (LT_i) | 10 |
| E | <i>Lead time</i> do CDR_i que inicia quando o CD não tem estoque (LT_i') | 5 |
| E | Média da demanda diária sobre o CDR_i | 1000 |
| E | Desvio-padrão da demanda diária sobre o CDR_i | 625 |
| E | Probabilidade de chegar um pedido no CD (estoque zero) | 5% |
| E | Probabilidade de que CD esvazie o estoque durante $L+PLT$ | 4% |
| E | Valor esperado para o número de unidades pendentes no CDR (situação de estoque zero no CD) | 3000 |
| C | Período de revisão do CD + PLT (I) | 42 |
| C | Média da demanda no CD, durante I | 168000 |
| C | Desvio-padrão da demanda no CD, durante I | 33600 |
| C | Média da demanda sobre o CDR_i , durante o LT | 10000 |
| C | Desvio-padrão da demanda sobre o CDR_i , durante o LT | 2000 |
| C | Média da demanda sobre o CDR_i , durante o LT' | 5000 |
| C | Desvio-padrão da demanda sobre o CDR_i , durante o LT' | 2500 |
| C | Média da demanda anual sobre o CDR_i | 250000 |

As rotinas de otimização foram executadas com os dados do Quadro 4. Portanto, os resultados estão diretamente vinculados a esses valores. A alteração de qualquer valor deve ser analisada previamente, de modo a manter em equilíbrio a estrutura do ambiente estudado.

5.1 OPERACIONALIZAÇÃO DO MODELO

O modelo estocástico proposto foi aplicado a um SHE e seus resultados são confrontados com os resultados ótimos estabelecidos para cada um dos SBEs pertencentes ao sistema. A operacionalização do modelo se dá em três fases: (i) entrada dos dados relativos ao ambiente analisado; (ii) execução da rotina de Otimização; e (iii) análise dos resultados gerados (tela principal do aplicativo e seus relatórios).

Para simplificar, consideram-se os ambientes dos CDRs como idênticos. Assim, é necessário otimizar apenas um dos quatro sistemas e, conhecida esta condição, reproduzi-la para os demais SBEs. Estas otimizações parciais são simples, podendo ser resolvidas de modo direto, através da equação (11).

Resolvendo numericamente, obtêm-se as informações de nível de serviço, ponto de reposição e estoque médio para cada CDR, cujos valores são, respectivamente, 92 %, 11.067 unidades de produto e 13.567 unidades de produto.

Como o SHE possui quatro CDRs, seus estoques somados alcançam 54.268 unidades de produto. A este número deve ser adicionado o estoque médio do CD, que atinge 13.600 unidades (nível de serviço de 92%). Desta forma, o estoque total no sistema corresponde a 67.868 unidades de produto.

A abordagem proposta considera a otimização do CD e todos os CDRs de forma integrada, como um SHE. A otimização desta estrutura gerou os resultados apresentados no Quadro 5.

Quadro 5 – Resultados da otimização do SHE modelado

| Ambiente | Nível de serviço | Ponto de reposição | Pedido <i>up-to-S</i> | Estoque médio |
|----------|------------------|--------------------|-----------------------|---------------|
| CD | 90% | - | 22936 | 11468 |
| CDR1 | 90% | 10800 | | 13300 |
| CDR2 | 90% | 10800 | | 13300 |
| CDR3 | 90% | 10800 | | 13300 |
| CDR4 | 90% | 10800 | | 13300 |
| TOTAL | | | | 64668 |

Os resultados da otimização foram gerados pelo aplicativo *OTIMIZADOR* (Figura 14), com base nos dados de entrada identificados no Quadro 4.

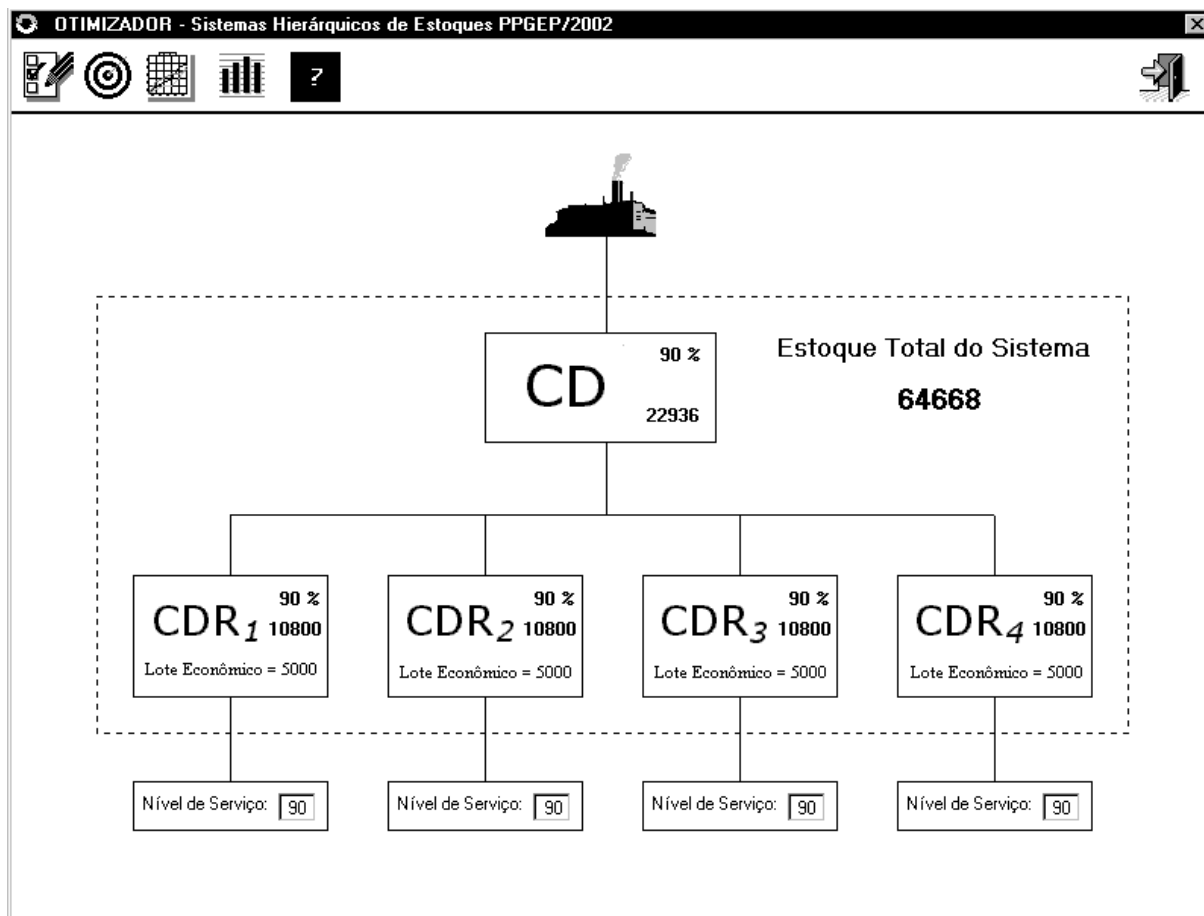


Figura 14 – Resultados da otimização do SHE modelado

Na identificação da solução ótima, considerando inicialmente os 4 SBEs como estruturas independentes e, em seguida, tratando-os como um SHE, a diferença de abordagem leva a uma redução de 4,72 % nos estoques mantidos no sistema, para um nível de serviço de 90 % junto aos consumidores finais.

A relação entre o nível de serviço identificado nas otimizações parciais dos SBEs (92%) e o correspondente estoque total médio (67.868 unidades de produto), além de não otimizar o sistema, produz uma queda de 4,94 % na sua eficiência (quociente obtido entre a diferença dos estoques totais calculados para as duas abordagens e o estoque total do SHE otimizado).

Foram realizados 18 testes, utilizando diferentes níveis de serviço, com o objetivo de verificar as diferenças entre as duas abordagens descritas acima. O Quadro 6 apresenta os resultados obtidos.

Quadro 6 – Comparativo entre as abordagens SBE e SHE

| TESTE | Abordagem SBE | | Abordagem SHE | | Variação % do estoque total |
|-------|------------------|---------------|------------------|---------------|-----------------------------|
| | Nível de serviço | Estoque total | Nível de serviço | Estoque total | |
| 1 | 80 | 52936 | 77 | 51868 | -2,02% |
| 2 | 81 | 52936 | 78 | 51868 | -2,02% |
| 3 | 82 | 54002 | 79 | 51868 | -3,95% |
| 4 | 83 | 55599 | 80 | 52936 | -4,79% |
| 5 | 84 | 56666 | 82 | 54002 | -4,70% |
| 6 | 85 | 57199 | 83 | 55599 | -2,80% |
| 7 | 86 | 59334 | 84 | 56666 | -4,50% |
| 8 | 87 | 60401 | 85 | 57199 | -5,30% |
| 9 | 88 | 62002 | 86 | 59334 | -4,30% |
| 10 | 89 | 63069 | 87 | 60401 | -4,23% |
| 11 | 90 | 64668 | 88 | 62002 | -4,12% |
| 12 | 91 | 65733 | 89 | 63069 | -4,05% |
| 13 | 92 | 67868 | 90 | 64668 | -4,72% |
| 14 | 93 | 68401 | 91 | 65733 | -3,90% |
| 15 | 94 | 70536 | 93 | 68401 | -3,03% |
| 16 | 95 | 72666 | 94 | 70536 | -2,93% |
| 17 | 96 | 74801 | 95 | 72666 | -2,85% |
| 18 | 97 | 76936 | 96 | 74801 | -2,78% |

Em todos os testes houve redução de nível de serviço e estoque total. As reduções de estoque são proporcionalmente maiores em todos os casos. A variação média de nível de serviço é de -2% e a variação média de estoque é de $-3,72\%$. Rigorosamente, inexitem as diferenças de nível de serviço, uma vez que o verdadeiro nível de serviço do sistema é aquele obtido através da Abordagem SHE. Assim, pode-se dizer que a mudança de abordagem, abandonando SBE e adotando SHE, gera uma redução média de $3,72\%$ no estoque total do sistema.

5.2 ANÁLISE DE DESEMPENHO DO MODELO

O modelo proposto apresenta vantagens e desvantagens. Embora seja superior aos modelos não hierárquicos, sua implementação pode ficar comprometida caso a coleta de dados básicos não seja feita com rigor e critério científicos.

5.2.1 Vantagens

A modelagem estocástica de SHEs apresenta as seguintes vantagens sobre as abordagens tradicionais:

- a) produz resultados que permitem otimizar um Sistema de Estoques como um todo, considerando todos os níveis hierárquicos da estrutura analisada; não há fragmentação do sistema, ficando preservada sua integridade;
- b) apresenta tempos de processamento menores, ao ser comparado com as abordagens que utilizam simulação; modelos estocásticos normalmente são solucionados em um processamento único, diferentemente das rotinas de simulação; essas geralmente necessitam de vários processamentos, o que aumenta significativamente o tempo total da busca da solução ótima, tal como ocorre em Rosenbaum (1981), cujas simulações são divididas em duas partes, conforme descrito na subseção 5.2.3;
- c) em razão da alta disponibilidade de recursos computacionais e da facilidade de implementação do algoritmo otimizador (GRG), a operacionalização do modelo é rápida e simples; e
- d) reflete com maior fidelidade a interdependência dos estoques em uma cadeia de suprimento, tornando-se adequada ao tratamento das questões de integração logística; nesses casos, a modelagem da interdependência confere maior precisão à representação do sistema e, por conseqüência, aos resultados obtidos na busca da solução ótima.

5.2.2 Desvantagens

A modelagem estocástica apresenta desvantagens, tais como:

- a) requer conhecimentos de matemática avançada para a compreensão dos processos internos de otimização;

- b) pressupõe coleta intensiva de dados para produção das estatísticas utilizadas, conforme seção 3.3;
- c) depende da correta utilização de ferramentas estatísticas sofisticadas; e
- d) não é tão utilizada quanto as demais abordagens; conseqüentemente, requer maiores esforços para sua divulgação.

5.2.3 Comparativo entre os resultados do Modelo e os resultados obtidos por Simulação

A solução do modelo proposto neste trabalho é obtida em processamento único, ao passo que o processo de simulação desenvolvido em Rosembaum (1981) subdivide-se em duas partes: comparação entre valores calculados e simulados para os níveis de serviço ao consumidor e minimização de estoques do sistema. Na primeira parte são realizadas 30 simulações para gerar os valores necessários à comparação pretendida. A segunda parte apresenta 3 fases de processamento: (i) análise das variações nos estoques provocadas por alterações no *lead time*; (iii) análise do impacto de diferentes valores de lote econômico sobre os estoques; e (iv) apresentação das variações dos estoques em função de mudanças nos níveis de serviço.

Neste trabalho, o aplicativo *OTIMIZADOR* foi utilizado para avaliar o impacto de um conjunto de variáveis sobre a condição que minimiza o estoque total do sistema (relação de variáveis alteradas: nível de serviço do CD, nível de serviço oferecido ao consumidor, *lead time*, lote econômico, valor esperado para as pendências no CDR e probabilidade de não haver estoque disponível no CD durante o período de revisão).

Os resultados obtidos com o modelo proposto, apresentados no Quadro 7, indicam que à medida que o nível de serviço do CD aumenta, a condição que minimiza o estoque do sistema ocorre em níveis de serviço ao consumidor cada vez maiores com *lead time* e lote econômico cada vez menores. A mesma relação vale para o valor esperado para as pendências no CDR e a probabilidade de não haver estoque disponível no CD durante o período de revisão. Isto quer dizer que é possível obter maior eficiência no sistema ao aumentar o nível de serviço ao consumidor e reduzir não só o *lead time*, mas também o tamanho do lote econômico, as pendências no CDR e a probabilidade de não haver estoque disponível no CD durante o período de revisão, desde que essas alterações possam ser suportadas por aumentos progressivos do nível de serviço do CD.

Quadro 7 – Análise de sensibilidade do nível mínimo do estoque

| Variáveis | | | | <i>Lead time</i> | | <i>EOQ</i> | | E[C N=0] | | P[N=0] | |
|-----------|---|-----|---|------------------|-----|------------|-----|------------|-----|--------|-----|
| | | | | ↑ | ↓ | ↑ | ↓ | ↑ | ↓ | ↑ | ↓ |
| DSL | ↑ | CSL | ↑ | | MIN | | MIN | | MIN | | MIN |
| | | | ↓ | | | | | | | | |
| | ↓ | CSL | ↑ | | | | | | | | |
| | | | ↓ | MIN | | MIN | | MIN | | MIN | |

Os resultados apresentados por Rosenbaum (1981) indicam que à medida que o nível de serviço do CD e o nível de serviço ao consumidor aumentam, os valores que expressam a condição de estoque mínimo também aumentam e quando o nível de serviço do CD aumenta e o *lead time* e o lote econômico diminuem, os valores que expressam a condição de estoque mínimo diminuem. A comparação entre os resultados examinados acima indica que há convergência entre os trabalhos, apesar das diferenças em termos de tempo de processamento observadas nos processos de obtenção dos mesmos. A principal lacuna no trabalho de Rosenbaum (1981) é a não identificação da solução ótima (o trabalho limita-se a estabelecer as principais relações entre as variáveis do sistema).

5.2.4 Validação

O algoritmo principal, GRG, foi testado e validado através da resolução de problemas de Programação Não-Linear (ANEXO B).

Para validar a modelagem foram desenvolvidos aplicativos computacionais específicos. Estes aplicativos de apoio trabalham com análise combinatória; comparam todas as possibilidades uma a uma e identificam a solução ótima.

6 CONCLUSÕES

As abordagens clássicas para a modelagem de SHEs são complexas do ponto de vista matemático e, por isso, de difícil aplicação prática. A inclusão de variáveis estocásticas, como demanda e *lead time*, pode gerar estruturas matemáticas de solução analítica difícil ou, em certos casos, inexistente. Em termos práticos, a operacionalização dos modelos é precária. Ao menos quatro fatores têm contribuído para que isto ocorra: (i) a necessidade de utilização de extensos recursos computacionais (Clark, 1994); (ii) a dificuldade de se identificar, com precisão, todos os custos envolvidos nos processos de fabricação, armazenamento, distribuição e comercialização de produtos, principalmente os custos relacionados a atrasos na entrega de pedidos e vendas perdidas; (iii) o elevado número de especificações e restrições encontradas nos modelos, o que praticamente impossibilita a realização de testes comparativos de desempenho; e (iv) a presença de pressupostos que não refletem situações reais, mas que são necessários para o desenvolvimento analítico do problema estudado.

O presente trabalho refere-se ao desenvolvimento de um modelo estocástico orientado para a maximização dos níveis de serviço e a minimização dos estoques de um SHE. Tais modelos normalmente envolvem processos de otimização de sistemas não-lineares, através de simulação. Este trabalho propõe uma solução diferente, onde a otimização do sistema é feita a partir de uma modelagem que estabelece os níveis de estoque-alvo, os pontos de reposição de estoques, os níveis de serviço oferecidos aos consumidores finais e o nível ótimo global de estoques. Para operacionalizar esta solução, utiliza-se um aplicativo computacional, projetado especialmente para este fim. Estas características, sem similar nos trabalhos anteriores, produzem uma solução original para o problema de otimização de SHEs. O desenvolvimento do aplicativo, por exemplo, exigiu do autor um total de 120 horas de análise e 360 horas de programação.

Os resultados obtidos confirmam a importância da modelagem estocástica nos processos que envolvem estruturas hierárquicas. A aplicação do modelo estocástico proposto na seção 3.4 viabiliza (com vantagens em relação a outras abordagens) a otimização de uma estrutura de difícil tratamento analítico, como são os SHEs. Os ganhos médios em eficiência registrados na seção 5.1 indicam que a busca de soluções ótimas para os SHEs, quando feita de modo fragmentado (nível por nível, sem considerar as interdependências) pode levar a resultados equivocados. Os níveis de serviço encontrados na otimização de SBEs realmente não correspondem aos níveis de serviço efetivos. Os verdadeiros níveis de serviço são aqueles obtidos segundo uma abordagem multi-hierárquica. Outro aspecto relevante diz respeito à

superioridade desta abordagem em relação à simulação, conforme referido em 5.2.1. Apesar das desvantagens que apresenta, principalmente sob o ponto de vista de seus requisitos, mostra-se como uma das alternativas mais produtivas na gestão de estoques. O Quadro 8 apresenta um resumo dos procedimentos adotados neste trabalho e enfatiza determinados aspectos ligados à originalidade da solução proposta.

Quadro 8 – Análise dos objetivos da dissertação

| Objetivo | Principal(ais) Seção(ões) onde o objetivo foi trabalhado | Observações |
|--|--|---|
| Revisar a bibliografia sobre SBEs e SHEs | 2.1; 2.2 e 2.3 | Bibliografia sobre Gestão de Estoques e Sistema de Controle de Estoques revisada |
| Apresentar uma introdução à modelagem estocástica e determinística | 2.4; 3.1 e 3.2 | Modelagem estocástica e determinística definidas e caracterizadas |
| Estruturar o DFD de um SHE, como apoio ao estudo do sistema e à programação de um aplicativo | 3.3 | Os dois DFDs apresentados constituem uma inovação na modelagem de SHEs |
| Desenvolver um modelo estocástico para um SHE | 3.4 | Modelo desenvolvido utilizando o método de Pesquisa Operacional |
| Desenvolver um aplicativo computacional | 4.1 e 4.2 | Aplicativo <i>OTIMIZADOR</i> desenvolvido em linguagem Visual Basic® 6.0 (480horas) |
| Aplicar o modelo estocástico proposto e definir os valores da solução ótima | 5.1 e 5.2 | Modelo Estocástico operacionalizado através de um aplicativo que identifica a solução ótima |

Recomenda-se o desenvolvimento de pesquisas futuras orientadas para o aprofundamento da análise de sensibilidade do sistema. Nesse caso, o modelo final pode ser constituído de 2 submodelos: modelo de otimização e modelo de análise de sensibilidade, ambos operando de modo interdependente. Controles tais como custo médio dos estoques, sortimento dos itens estocados e taxa de lucratividade podem ser adicionados ao modelo, assim como a identificação da fronteira de eficiência. Sugere-se ainda a inclusão de novas variáveis no modelo, tais como custos de oportunidade e concorrência. Outra possibilidade consiste na avaliação dos efeitos do uso da informação de demanda em tempo real, em contraposição à espera da chegada de pedidos no CD.

A otimização de SHEs, objeto desta dissertação, busca, simultaneamente, a maximização dos níveis de serviço oferecidos aos consumidores e a minimização do estoque total do sistema. Contém uma diferença fundamental em relação às abordagens tradicionais: identifica a solução ótima a partir de um sistema de equações e inequações formado por uma função-objetivo, apresentada na equação (24), e um conjunto de restrições, equações (25) a (34), sobre demanda, estoques, pedidos e níveis de serviço. De outra parte, os resultados das simulações em Rosenbaum (1981), embora contribuam para avaliar o comportamento dos níveis de estoque de um sistema hierárquico, não identificam a solução ótima para o mesmo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGGARWAL, S. C.; DHAVALÉ D. G. A Simulation Analysis of a Multiproduct Multiechelon Inventory-Distribution System. *Academy of Management Journal*, v. 18, n.1, p. 41-54, 1975.

AXSÄTER, S. Simple Solution Procedures for a Class of Two-Echelon Inventory Problems. *Operations Research*, v. 38, n. 1, p. 64-69, 1990.

BALLOU, R. H. *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos: Planejamento, Organização e Logística Empresarial*, 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

BOOKBINDER, J. H.; HEATH, D. B. Replenishment Analysis in Distribution Requirements Planning. *Decision Sciences*, n. 19, p. 477-489, 1988.

BOWERSOX, D. J. *Logistical Management*. 2. ed. New York: Macmillan, 1978.

BRUYNE, P. *Dinâmica da Pesquisa em Ciências Sociais*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1977.

CACHON, G. P.; ZIPKIN, P. H. Competitive and Cooperative Inventory Policies in a Two-Stage Supply Chain. *Management Science*, v. 45, n. 7, p. 936-953, 1999.

CARON, F.; MARCHET G. The Impact of Inventory Centralization/Decentralization on Safety Stock for Two-Echelon Systems. *Journal of Business Logistics*, v. 17, n. 1, p. 233-257, 1996.

CHEW, E. P.; JOHNSON, L. A. Service Level Approximations for Multiechelon Inventory Systems. *European Journal of Operational Research*, n. 91, p. 440-455, 1996.

CLARK, A. J.; SCARF, H. Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem. *Management Science*, v. 6, n. 4, p. 475-490, 1960.

CLARK, A. J. Multi-echelon inventory theory – A retrospective. *International Journal of Production Economics*, n. 35, p. 271-275, 1994.

COHEN, M.; KAMESAM, P. V.; KLEINDORFER, P.; LEE, H.; TEKERIAN, A. Optimizer: IBM's Multi-Echelon Inventory System for Managing Service Logistics. *Interfaces*, v. 20, n. 1, p. 65-82, 1990.

DATE, C. J. *An Introduction to Database Systems*. 4. ed. New York: Addison-Wesley, 1986.

ELSAIED, E. A.; BOUCHER, T. O. *Analysis and Control of Production Systems*. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1994.

FIORIOLO, J. C.; FOGLIATTO, F. S. Tecnologia de Informação na Modelagem de Sistemas Hierárquicos de Estoques. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO (ENEGEP), 21., 2001, Salvador. *Anais...* Porto Alegre, UFRGS, 2002. (CD-ROM).

GRAVES, S. C. A Multiechelon Inventory Model with Fixed Replenishment Intervals. *Management Science*, v. 42, n. 1, p. 1-18, 1996.

HAUSMAN, W. H.; ERKIP, N. K. Multi-echelon vs. Single-echelon Inventory Control Policies for Low-demand Items. *Management Science*, v. 40, n. 5, p. 597-602, 1994.

JOHNSON, L.A.; MONTGOMERY, D.C. *Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control*. New York: John Wiley, 1974.

JÖNSSON, H.; SILVER, E. A. Analysis of a Two-Echelon Inventory Control System with Complete Redistribution. *Management Science*, v. 33, n. 2, p. 215-227, 1987.

KRAJEWSKI, L. J.; RITZMAN, L. P. *Operations Management: Strategy and Analysis*. 5. ed. Reading: Addison-Wesley, 1999.

LASDON, L. S.; WAREN, A. D.; JAIN, A.; RATNER, M. Design and Testing of a Generalized Reduced Gradient Code for Nonlinear Programming. *ACM Transactions on Mathematical Software*, v. 4, n. 1, p. 34-50, 1978.

LAW, A. M. ; KELTON, W. D. . *Simulation Modeling and Analysis*. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1991.

MANKIW, N. G. *Macroeconomia*. Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos, 1995.

MASTERS, J. M. Determination of Near Optimal Stock Levels for Multi-Echelon Distribution Inventories. *Journal of Business Logistics*, v. 14, n. 2, p. 165-195, 1993.

MCGAVIN, E. J.; SCHWARZ, L. B.; WARD, J. E. Two-interval Inventory-allocation Policies in a One-warehouse N-identical-retailer Distribution System. *Management Science*, v. 39, n. 9, p. 1092-1107, 1993.

MENTZER, J. T; GOMES, R. The Strategic Planning Model: a PC-Based Dynamic, Stochastic, Simulation DSS Generator for Managerial Planning. *Journal of Business Logistics*, v. 12, n. 2, p. 193-219, 1991.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. New York: John Wiley, 1994.

NAHMIAS, S.; SMITH S. A. Optimizing Inventory Levels in a Two-echelon Retailer System with Partial Lost Sales. *Management Science*, v. 40, n. 5, p. 582-596, 1994.

PETROUTSOS, E. *Dominando o Visual Basic® 6*. São Paulo: Makron Books, 1999.

PIDD, M. *Modelagem Empresarial: ferramentas para tomada de decisão*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

POWERS, R. F. Optimization Models for Logistics Decisions. *Journal of Business Logistics*, v. 10, n. 1, p. 106-112, 1989.

RICHARDSON, R. J. et alli. *Pesquisa social: métodos e técnicas*. São Paulo: Atlas. São Paulo, 1985.

ROBINSON JR., E. P.; GAO, L.; MUGGENBORG, S. D. Designing an Integrated Distribution System at DowBrands, Inc. *Interfaces*, v. 23, n. 3, p. 107-117, 1993.

ROGERS, D. F.; TSUBAKITANI, S. Inventory Positioning/Partitioning for Backorders Optimization for a Class of Multi-Echelon Inventory Problems. *Decision Sciences*, v. 22, p. 536-558, 1991.

ROSENBAUM, B.A. Service Level Relationships in a Multi-Echelon Inventory System. *Management Science*, v. 27, n. 8, p. 926-945, 1981.

SCHEID, F. *Análise Numérica*. 2. ed. Lisboa: McGraw-Hill, 1991.

SHAPIRO, J. F.; SINGHAL, V. M.; WAGNER, S. N. Optimizing the Value Chain. *Interfaces*, v 23, n. 2, p. 102-117, 1993.

SHERBROOKE, C. C. METRIC: A Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control. *Operations Research*, n. 16, p. 122-141, 1968.

SHERBROOKE, C. C. *Optimal Inventory Modeling of Systems: Multi-Echelon Techniques*. New York: John Wiley, 1992.

SILVER, E. A.; PETERSON, R. *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*. 2. ed. New York: John Wiley, 1985.

SINHA, D.; MATTA, K. F. Multiechelon (R,S) Inventory Model. *Decision Sciences*, v. 22, n. 3, p. 484-499, 1991.

SONG, J. The effect of Leadtime Uncertainty in a Simple Stochastic Inventory Model. *Management Science*, v. 40, n. 5, p. 603-613, 1994.

SVORONOS, A.; ZIPKIN, P. Estimating the Performance of Multi-Level Inventory Systems. *Operations Research*, v. 36, n. 1, p. 57-72, 1988.

SVORONOS, A.; ZIPKIN, P. Evaluation of One-for-One Replenishment Policies for Multiechelon Inventory Systems. *Management Science*, v. 37, n. 1, p. 68-83, 1991.

TAYLOR, B. W. *Introduction to Management Science*. 6. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.

WIENDAHL, H. P. *Load-oriented Manufacturing Control*. Berlin: Springer-Verlag, 1995.

WINSTON, W. L. *Operations Research, Applications and Algorithm*. 3. ed. Belmont: Duxbury Press, 1994.

YOURDON, E. *Análise Estruturada Moderna*. Rio de Janeiro: Campus, 1990.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

AXSÄTER, S.; FORSBERG, R.; ZHANG, W. Approximating General Multi-echelon Inventory Systems by Poisson Models. *International Journal of Production Economics*, v. 35, n. 1, p. 201-206, 1994.

BERTRAND, L. P.; BOOKBINDER, J. H. Stock Redistribution in Two-echelon Logistics Systems. *Journal of the Operational Research Society*, n. 49, p. 966-975, 1998.

BREGMAN, R. L.; RITZMAN, L. P.; KRAJEWSKI, L. J. A Heuristic Algorithm for Managing Inventory in a Multi-echelon Environment. *Journal of Operations Management*, v. 8, n. 3, p. 186-208, 1989.

BURNS, J. F.; SIVAZLIAN, B. D. Dynamic Analysis of Multi-echelon Supply Systems. *Computers & Industrial Engineering*, v. 2, n. 4, p. 181-193, 1978.

BUTLER, T. W. Utilizing Local Area Networks (LAN) for Multiechelon Inventory Systems: A Hospital Pharmacy Example. *Production & Inventory Management Journal*, v. 34, n. 2, p. 23-27, 1993.

CHIKAN, A.; VASTAG, G. Analysis of a Multi-echelon Production-Inventory System with Random Supply. *Engineering Costs & Production Economics*, v. 12, n. 1, p. 275-281, 1987.

ERKIP, N.; HAUSMAN, W. H.; NAHMIAS, S. Optimal Centralized Ordering Policies in Multi-Echelon Inventory Systems with Correlated Demands. *Management Science*, v. 36, n.3, p. 381-392, 1990.

FANGRUO, C.; ZHENG, Y. Lower Bounds for Multi-echelon Stochastic Inventory Systems. *Management Science*, v. 40, n. 11, p. 1426-1443, 1994.

FENG, Y.; XIAO, B. A New Algorithm for Computing Optimal (s,S) Policies in a Stochastic Single Item/Location Inventory System. *IIE Transactions*, n. 32, p. 1081-1090, 2000.

GLASSERMAN, P.; TAYUR, S. Sensitivity Analysis for Base-stock Levels in Multiechelon Production-inventory Systems. *Management Science*, v. 41, n. 2, p. 263-281, 1995.

KARMAKAR, U. The Multilocation Multiperiod Inventory Problem: Bounds and Aproximations. *Management Science*, v. 33, n. 1, p. 86-94, 1987.

MEYER, U.; GROOVER, M. K. Multiechelon Inventory Systems Using Continuous Systems Analysis and Simulation. *IIE Transactions*, v. 4, n. 4, p. 318-327, 1972.

MOINZADEH, K.; AGGARWAL, P. K. An Information Based Multiechelon Inventory System with Emergency Orders. *Operations Research*, v. 45, n. 5, p. 694-701, 1997.

MUCKSTADT, J. A.; THOMAS, L. J. Are Multi-echelon Inventory Methods Worth Implementing in Systems with Low-demand-rate Items? *Management Science*, v. 26, n. 5, p. 483-494, 1980.

SPEARMAN, M. L.; ZHANG R. Q. Optimal Lead Time Policies. *Management Science*, v. 45, n. 2, p. 290-295, 1999.

TAN, F. K. Optimal Policies for a Multi-echelon Inventory Problem with Periodic Ordering. *Management Science*, v. 20, n. 7, p. 1104-1111, 1974.

WILLIAMS, J. F. Heuristic Techniques for Simultaneous Scheduling of Production and Distribution in Multi-echelon Structures: Theory and Empirical Comparisons. *Management Science*, v. 27, n. 3, p. 336-352, 1981.

WILLIAMS, J. F. Multi-echelon Production Scheduling When Demand is Stochastic. *Management Science*, v. 20, n. 9, p. 1253-1263, 1974.

ANEXO A – Descrição do Algoritmo GRG

De acordo com Lasdon *et al.* (1978) algoritmos do tipo GRG são utilizados para resolver problemas de programação não-linear que apresentam a seguinte forma:

$$\text{Minimizar } z = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (36)$$

Sujeito a

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (37)$$

$$a_j \leq x_j \leq b_j, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (38)$$

A operacionalização do algoritmo segue estes passos:

a) Divisão das variáveis em dois grupos, a cada interação.

- Variáveis dependentes (uma por equação); e

- Variáveis independentes.

b) Reordenamento de:

$$X = \begin{bmatrix} x_D \\ x_I \end{bmatrix} \quad (39)$$

onde : x_D = vetor de r variáveis dependentes

x_I = vetor de $(k-r)$ variáveis independentes

$$a = \begin{bmatrix} a_D \\ a_I \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$b = \begin{bmatrix} b_D \\ b_I \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} \nabla_D f(x) \\ \nabla_I f(x) \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\text{e da Matriz Jacobiana } J(x) = [J_D(x) \mid J_I(x)] \quad (43)$$

$$J(x) = \begin{bmatrix} \nabla_D g_1(x) & \nabla_I g_1(x) \\ \nabla_D g_2(x) & \nabla_I g_2(x) \\ \vdots & \vdots \\ \nabla_D g_r(x) & \nabla_I g_r(x) \end{bmatrix}$$

c) Definição de um ponto inicial X^0 que atenda às seguintes condições:

$$g_i(X^0) = 0 \quad \forall i \quad (44)$$

$$a_D < X_D^0 < b_D \quad (\text{não degenerescência}) \quad (45)$$

$$a_I \leq X_I^0 \leq b_I \quad (46)$$

$$J_D(X^0) \text{ não singular, isto é, existe } [J_D(X^0)]^{-1} \quad (47)$$

d) Notação da mudança em X por uma quantidade $\delta = \begin{bmatrix} \delta_D \\ \delta_I \end{bmatrix}$ (48)

Para pequenos valores de δ , a mudança na função-objetivo é

$$\Delta f = \{f(X^0 + \delta) - f(X^0)\} \approx [\nabla f(X^0)]^T \cdot \delta \quad (49)$$

Isto é:

$$\Delta f \approx \begin{bmatrix} \nabla_D f(X^0) \\ \nabla_I f(X^0) \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \delta_D \\ \delta_I \end{bmatrix} = \nabla_D f(X^0) \cdot \delta_D + \nabla_I f(X^0) \cdot \delta_I \quad (50)$$

$$\Delta f \approx \nabla_D f(X^0) \cdot \delta_D + \nabla_I f(X^0) \cdot \delta_I \quad (51)$$

e) Escolha de δ mantendo a viabilidade do sistema:

$$g_i(X^0 + \delta) - g_i(X^0) = \Delta g_i \approx [\nabla g_i(X^0)]^T \cdot \delta = 0 \quad \forall i \quad (52)$$

ou seja,

$$\Delta g_i \approx \nabla_D g_i(X^0) \cdot \delta_D + \nabla_I g_i(X^0) \cdot \delta_I = 0 \quad \forall i \quad (53)$$

e) Reformulação do sistema de equações, considerando sua linearidade em δ :

$$\Delta g = J(X^0) \cdot \delta = J_D(X^0) \cdot \delta_D + J_I(X^0) \cdot \delta_I = 0 \quad (54)$$

f) Cálculo da mudança exigida nas variáveis dependentes em função das mudanças nas variáveis independentes, para manter a viabilidade de solução do sistema.

Dado que $J_D(X^0)$ é não singular (alínea c), então $J_D(X^0) \cdot \delta_D + J_I(X^0) \cdot \delta_I = 0$

Assim,

$$\delta_D = - \left[J_D(X^0) \right]^{-1} J_I(X^0) \cdot \delta_I \quad (55)$$

Esta equação mostra a mudança δ_D requerida nas variáveis dependentes para manter a viabilidade quando as variáveis independentes são alteradas em um valor δ_I

g) Cálculo do Gradiente Reduzido

Substituindo a equação (55) na equação (51)

$$\Delta f \approx \nabla_D f(X^0) \cdot \left[- \left[J_D(X^0) \right]^{-1} J_I(X^0) \cdot \delta_I \right] + \nabla_I f(X^0) \cdot \delta_I \quad (56)$$

$$\Delta f \approx \left[\nabla_I f(X^0) - \nabla_D f(X^0) \left[J_D(X^0) \right]^{-1} J_I(X^0) \right] \cdot \delta_I = \Psi_I \delta_I \quad (57)$$

$$\Delta f \approx \Psi_I \delta_I \quad (58)$$

onde o Gradiente Reduzido Ψ_I é:

$$\Psi_I \equiv \nabla_I f(X^0) - \nabla_D f(X^0) \left[J_D(X^0) \right]^{-1} J_I(X^0) \quad (59)$$

A equação (59) permite fazer uma estimativa da alteração do valor da função-objetivo em função das mudanças nas variáveis independentes X_I (de uma quantidade δ_I) e nas variáveis dependentes X_D (de uma quantidade necessária para manter a viabilidade do sistema). Uma vez que o objetivo é minimizar a função-objetivo, cada uma das variáveis independentes deve ser alterada na direção oposta dada pelo gradiente reduzido, levando em conta os limites inferior e superior sobre X_I .

$$\text{Para cada } i \in I, \delta_i = \begin{cases} 0 & \text{se } \Psi_i > 0 \text{ e } x_i^0 = a_i \text{ (limite inferior)} \\ 0 & \text{se } \Psi_i < 0 \text{ e } x_i^0 = b_i \text{ (limite superior)} \\ -\Psi_i & \text{nos demais casos} \end{cases} \quad (60)$$

Uma vez que a direção do passo δ_i tenha sido escolhida para as variáveis independentes, então a direção do passo para as variáveis dependentes pode ser calculada através da equação (55). O pressuposto da não degenerescência (alínea c) garante que sempre é possível dar alguns passos nas variáveis dependentes, pois $a_D < X_D^0 < b_D$. Após descobrir em que direção se mover, é possível realizar uma pesquisa ao longo desta direção, de modo a minimizar a função w , apresentada a seguir.

$$\text{Minimizar } w = f(x^0 + \beta\delta) \quad (61)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} a &\leq x^0 + \beta\delta \leq b \text{ ou seja,} \\ a - x^0 &\leq \beta\delta \leq b - x^0, \end{aligned} \quad (62)$$

cuja solução pode ser obtida por busca unidimensional.

----- Rotina: GRGCriaJACIND -----

GRGMXJACIND(1,1) = 1
 GRGMXJACIND(2,1) = 0
 GRGMXJACIND(1,2) = 0
 GRGMXJACIND(2,2) = 1

----- Rotina: GRGCriaJACDEP -----

GRGMXJACDEP(1,1) = 2
 GRGMXJACDEP(2,1) = 1
 GRGMXJACDEP(1,2) = 1
 GRGMXJACDEP(2,2) = 2

----- Rotina: GRGInvJACDEP -----

Determinante da Jacobiana das Variáveis Dependentes = 3

GRGMXJACDEPINV(1,1) = 0,666666666666667
 GRGMXJACDEPINV(1,2) = -0,333333333333333
 GRGMXJACDEPINV(2,1) = -0,333333333333333
 GRGMXJACDEPINV(2,2) = 0,666666666666667

----- Rotina: GRGCalculaREDUZIDOind -----

GRGMXREDUZIDOIND(3) = -0,111111111111111
 NRG GRGMXDELTAIND(3) = 0,111111111111111
 GRGMXREDUZIDOIND(0) = 0,555555555555555
 NRG GRGMXDELTAIND(0) = 0

----- Rotina: GRGCalculaDELTAdep -----

GRGMXDELTADEP(1) = -0,074074074074074
 GRGMXDELTADEP(2) = 0,037037037037037

----- Rotina: GRGNormalizaDELTA -----

GRGMXDELTA(1) = 1
 GRGMXDELTA(2) = 0
 GRGMXDELTA(3) = -0,666666666666667
 GRGMXDELTA(4) = 0,333333333333333

----- Rotina: GRGPassoMáximo -----

PassoMenIgual(1) = 1
 PassoMaiIgual(1) = 0
 PassoMenIgual(2) = 1000000000
 PassoMaiIgual(2) = 1000000000
 PassoMenIgual(3) = -1

PassoMaiIgual(3) = 0,5
 PassoMenIgual(4) = 2
 PassoMaiIgual(4) = -1
 MenorPositivo = 0,5
 MaiorNegativo = 0
 Velho X1 = 0 Novo X1 = 0,125000000000041 LB X1 = 0 UB X1 = 1
 Velho X2 = 0 Novo X2 = 0 LB X2 = 0 UB X2 = 1

Velho X3 = 0,333333333333333 Novo X3 = 0,249999999999972 LB X3 = 0 UB X3 = 1
 Velho X4 = 0,333333333333333 Novo X4 = 0,375000000000014 LB X4 = 0 UB X4 = 1

Passo Máximo = 0,125000000000041
 Passo Ideal = 0,125000000000041

----- Rotina: GRGDefineXIS -----

GRGXIS(0) = 0,125000000000041
 GRGXIS(1) = 0
 GRGXIS(2) = 0,249999999999972
 GRGXIS(3) = 0,375000000000014

----- Rotina: GRGCalculaFdeX -----

GRGMXEqua(1,0, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(0) = 0,125000000000041
 GRGMXEqua(2,0, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(0) = 0,125000000000041
 GRGMXEqua(3,0, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(0) = 0,125000000000041
 GRGMXEqua(4,0, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(0) = 0,125000000000041
 GRGMXFdeX(0, 0) = 0

GRGMXEqua(1,1, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(2,1, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(3,1, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(4,1, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXFdeX(1, 0) = 0

GRGMXEqua(1,2, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXEqua(2,2, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXEqua(3,2, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXEqua(4,2, 0) = 0 ; GRGXIS(0) = 0,125000000000041 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXFdeX(2, 0) = 0

GRGMXEqua(1,0, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(0) = 0,125000000000041
 GRGMXEqua(2,0, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(0) = 0,125000000000041
 GRGMXEqua(3,0, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(0) = 0,125000000000041
 GRGMXEqua(4,0, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(0) = 0,125000000000041
 GRGMXFdeX(0, 1) = 0

GRGMXEqua(1,1, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(2,1, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(3,1, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(4,1, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXFdeX(1, 1) = 0

GRGMXEqua(1,2, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXEqua(2,2, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXEqua(3,2, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXEqua(4,2, 1) = 0 ; GRGXIS(1) = 0 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXFdeX(2, 1) = 0

GRGMXEqua(1,0, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(0) =
 0,1250000000000041
 GRGMXEqua(2,0, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(0) =
 0,1250000000000041
 GRGMXEqua(3,0, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(0) =
 0,1250000000000041
 GRGMXEqua(4,0, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(0) =
 0,1250000000000041
 GRGMXFdeX(0, 2) = 0

GRGMXEqua(1,1, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(2,1, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(3,1, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(4,1, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXFdeX(1, 2) = 0

GRGMXEqua(1,2, 2) = -1 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXEqua(2,2, 2) = 1 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXEqua(3,2, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXEqua(4,2, 2) = 0 ; GRGXIS(2) = 0,249999999999972 ; GRGCOL(2) = 1
 GRGMXFdeX(2, 2) = -0,187499999999986

GRGMXEqua(1,0, 3) = 0 ; GRGXIS(3) = 0,375000000000014 ; GRGCOL(0) =
 0,1250000000000041
 GRGMXEqua(2,0, 3) = 0 ; GRGXIS(3) = 0,375000000000014 ; GRGCOL(0) =
 0,1250000000000041
 GRGMXEqua(3,0, 3) = 0 ; GRGXIS(3) = 0,375000000000014 ; GRGCOL(0) =
 0,1250000000000041
 GRGMXEqua(4,0, 3) = 0 ; GRGXIS(3) = 0,375000000000014 ; GRGCOL(0) =
 0,1250000000000041
 GRGMXFdeX(0, 3) = 0

GRGMXEqua(1,1, 3) = 0 ; GRGXIS(3) = 0,375000000000014 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(2,1, 3) = 0 ; GRGXIS(3) = 0,375000000000014 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(3,1, 3) = 0 ; GRGXIS(3) = 0,375000000000014 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXEqua(4,1, 3) = 0 ; GRGXIS(3) = 0,375000000000014 ; GRGCOL(1) = 0
 GRGMXFdeX(1, 3) = 0

ANEXO C – Notação utilizada

NEA = nível de estoque-alvo;

t = subscrito que denota o momento de observação da variável no tempo;

E_t = taxa de entrada do item no sistema, via fornecedores;

D_t = taxa da demanda gerada pelos consumidores para o item;

S_t = taxa de retirada do item do sistema para atender os consumidores;

ED_t = estoque disponível no sistema;

PP_t = nível de pedidos pendentes no sistema;

RP_t = posição dos pedidos colocados;

Q_t = estoque líquido no sistema;

PE_t = posição do estoque no sistema;

CD = Centro de Distribuição;

DPY = dias trabalhados por ano no sistema;

L = período de revisão do CD em dias, fixo;

$Demanda_L$ = demanda sobre o CD durante o período L ;

PLT = *lead time* de produção;

$I = L + PLT$;

A = demanda sobre o CD durante o intervalo correspondente a I ;

$f_A(a)$ é a função de densidade de probabilidade de A ;

DSL = nível de serviço no CD;

$\mu_A ; \sigma_A$ = média e desvio padrão da demanda no CD durante I ;

$\mu_L ; \sigma_L$ = média e desvio padrão da demanda no CD durante L ;

$\mu_{DD} ; \sigma_{DD}$ = média e desvio padrão da demanda diária no CD;

S = quantidade *order-up-to* calculada no CD;

T = número de dias que o CD fica em situação de estoque zero durante um intervalo I em que o CD tem seu estoque zerado;

N = estoque disponível no CD;

k = número de Centros de Distribuição Regional;

$i = 1, \dots, k$;

CDR_i = i -ésimo Centro de Distribuição Regional;

LT_i = *lead time* do CDR_i que começa quando o CD tem estoque;

LT_i' = *lead time* do CDR_i que começa quando o CD não tem estoque;

B_i = demanda do consumidor durante $LT_i + LT_i'$;

$f_{B_i}(b)$ = função de densidade de probabilidade de B_i ;

RSL_i = nível de serviço de entrada do CDR_i ;

R_i = ponto de pedido no CDR_i ;

EOQ_i = lote econômico para cada CDR_i ;

$\mu_{B_i}; \sigma_{B_i}$ = média e desvio padrão da demanda sobre o CDR_i durante LT_i ;

$\mu_{B_i'}; \sigma_{B_i'}$ = média e desvio padrão da demanda sobre o CDR_i durante LT_i' ;

$\mu_{LT_i}; \sigma_{LT_i}$ = média e desvio padrão da demanda sobre o CDR_i durante $LT_i + LT_i'$;

$\mu_{RD_i}; \sigma_{RD_i}$ = média e desvio padrão da demanda sobre o CDR_i ;

μ_{AD_i} = média da demanda anual sobre o CDR_i ;

C_i = número de unidades pendentes durante um *lead time* do CDR_i ;

G_i = número de unidades pendentes por ano no CDR_i ;

U_i = número de unidades disponíveis + pedidos feitos - pedidos pendentes: PE no CDR_i quando o CD esvazia seu estoque pela primeira vez;

TB_i = número de dias entre as colocações de pedido no CD (número de dias para esvaziar um estoque de EOQ_i unidades);

Y_i = número de dias, após o CD esvaziar seu estoque, que o CDR_{*i*} leva para colocar seu primeiro pedido ao CD;

$E [x]$ = expectância de x ;

$\phi (x)$ = função de densidade da distribuição Normal;

$$\Phi (K) = \int_K^{\infty} \phi (x) dx ;$$

$f_x (x)$ = função de densidade de probabilidade de X ;

CSL_i = nível de serviço oferecido ao consumidor (fração da demanda efetivamente atendida com o estoque disponível no CDR_{*i*} onde o pedido é colocado);

w = estoque total no sistema;

∇f = gradiente da função f ;

J_I = matriz Jacobiana das variáveis independentes ;

J_D = matriz Jacobiana das variáveis dependentes;

$[J_D]^{-1}$ = matriz Jacobiana das variáveis dependentes;

ψ = gradiente reduzido;

δ_I = mudanças nas variáveis independentes;

δ_D = mudanças nas variáveis dependentes; e

β = passo máximo na pesquisa unidimensional do GRG.