UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO RANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Gabriel Almeida Quevedo

Compreendendo conceitos em Geometria: área e perímetro

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO RANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Gabriel Almeida Quevedo

Compreendendo conceitos em Geometria: área e perímetro

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção de título de Licenciado em Matemática, ao Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso.

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Compreendendo conceitos em Geometria: área e perímetro

Gabriel Almeida Quevedo

Comissão examinadora

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso - UFRGS

Orientador

Prof. Dr. Francisco Egger Moellwald - UFRGS

Profª. Drª. Marilaine de Fraga Sant'Ana - UFRGS

AGRADECIMENTOS

A meus pais Lia e Wilson

A toda minha família

Ao professor orientador Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Aos professores da Graduação do curso de Licenciatura em Matemática-Ufrgs

Aos colegas de Curso

Aos professores da Banca Examinadora

Ao Instituto Educacional São Judas Tadeu

"O professor não ensina, mas arranja modos de a própria criança descobrir. Cria situações-problemas."

(Jean Piaget)

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi identificar possíveis dificuldades apresentadas pelos estudantes na compreensão dos conceitos de perímetro e área, analisando para isso algumas resoluções de problemas realizadas por esses alunos. Após essa identificação, foi feita uma discussão sobre o porquê de esses alunos estarem cometendo estes erros, a partir da análise de cada caso. Depois de algumas respostas encontradas, embasado em autores que discutiram tais conceitos, elaborei uma seqüência de atividades visando melhorar a compreensão desses conceitos pelos estudantes. Essa seqüência foi aplicada em uma turma de oitava série do ensino fundamental, onde se acredita que tais conceitos já deveriam ter sido aprendidos, visto que, usualmente, essas definições começam a ser trabalhadas na quinta série do ensino fundamental. A prática, então, se deu em uma escola privada do município de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. O foco dessa seqüência didática passou a ser uma tentativa de construção/reconstrução dos conceitos de perímetro e área. Isso se deu através de propostas de situações-problema, as quais objetivavam fazer com que os alunos trabalhassem com manipulações de objetos. A idéia era fazer com que eles tivessem uma melhor visualização para construir essas definições e, por conseqüência, os conceitos, e não o contrário, apresentando a definição para construir o conceito. No fim, verificaram-se algumas indicações de que esta reconstrução é possível.

Palavras-chave: área, perímetro, ensino-aprendizagem de Matemática, sequência de atividades, materiais manipulativos, Educação Matemática.

ABSTRACT

The aim of this study was to identify potential problems presented by the students in understanding the concepts of perimeter and area, looking for that certain resolutions of problems incurred by those students. After this identification was made a discussion about why these students are making these mistakes, making an analysis of each case. After a few answers found, based on authors who have discussed these concepts, was an elaborate sequence of activities aimed at improving the understanding of these concepts by students. This sequence was applied in a class of eighth grade, where it is believed that the concepts mentioned above should already be pretty solid. Since, after some research done, it was found that in most cases these definitions start, at most, to be worked on in the fifth grade. The practice was performed in a private school in the city of Porto Alegre, Rio Grande do Sul. The focus of this teaching sequence has been an attempt of construction / reconstruction of the concepts above. It was through proposals of situations-problems, which aimed to make the students to work with manipulation of objects. The idea was to get a better view they had to build these definitions and therefore the concepts, not unlike presenting the definition to build the concept. In the end, there were some indications that this reconstruction is possible.

Keywords: area, perimeter, teaching and learning of mathematics, sequence of activities, manipulatives, mathematics education.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. Da Motivação para o Estudo

Para Backendorf (2010), o ensino de matemática na escola básica brasileira vem sofrendo críticas nos últimos anos. Isto, em minha opinião, se deve ao fato de que os alunos estão apresentando um baixo índice de aproveitamento nessa disciplina. Acredito, também, que está prevalecendo um modelo ultrapassado de ensino, mas ainda dominante. Nesse modelo, não se usam ferramentas que auxiliem, através de manipulações, os alunos na visualização das construções geométricas. Essa dificuldade aparece com maior freqüência na escola, no ensino de geometria, especialmente nos conteúdos de medidas, perímetros e áreas.

Com a experiência que tive em sala de aula, trabalhando na recuperação paralela de matemática no Instituto Educacional São Judas Tadeu, como voluntário no Instituto Estadual Rio Branco e nas disciplinas de prática de ensino da UFRGS, percebi que a maioria dos estudantes possui dificuldades para resolver problemas de matemática. Aliado a isto, me deparei com a dificuldade apresentada pelos estudantes em visualizar e compreender construções geométricas. Nas escolas em que tive contato, raras foram as exceções de professores titulares que não apresentaram esse assunto com livro e caderno; quando muito incentivavam o aluno a desenhar. De uma forma geral, primeiramente se apresenta a teoria, com teoremas e fórmulas, e logo em seguida segue uma lista de exercícios onde se aplica o que foi visto. Não há um estímulo a se pensar no "problema", na maneira mais simples de resolvê-lo, e muito menos em tentar enxergar a construção geométrica envolvida. Conversando com alguns professores sobre essas aulas, a maioria gostaria de abordar esse tema de uma forma mais concreta, porém, alegam não terem sidos preparados em suas graduações para isto. Além disso, a falta de tempo e de recursos nas escolas foram dificuldades citadas.

Penso que essa falta de concretização faz com que os alunos não entendam a geometria, passando na maioria das vezes a não gostar desta área. Se você propuser uma questão para que se calcule a área de determinada figura, a maioria dos alunos fará a conta através de uma fórmula e responderá: *possui x metros quadrados*. Mas se você fizer alguns questionamentos do tipo: *Por que você usou esta fórmula? Havia outra maneira de resolver esse problema? Por que essa figura tem essa fórmula, de onde ela vem? Afinal, o que significa o metro quadrado?* Os alunos, na maioria das vezes, não saberão responder.

Meu objetivo foi fazer com que os estudantes, através de manipulações, compreendessem melhor os conceitos em foco. Se você perguntar para alunos de oitava série do ensino fundamental o que é "perímetro", a maioria responderá que é a "soma de todos os lados". Em minha opinião isso ocorre porque o estudante foi repetidamente submetido a uma forma de ensino, através dos livros didáticos ou das aulas, que criou as condições para que ele assim compreendesse esse conceito. Basta olharmos a maior parte dos livros que contém esse tema, é essa a definição que dão sobre perímetro, não ressaltando que ela serve apenas para figuras poligonais.

Além disso, acredito que ninguém mostrou a esse estudante como se calcula o contorno de uma figura não poligonal. Será que se propuséssemos um problema que precisasse calcular o contorno de uma figura com essas características, esse aluno, manipulando objeto(s), não descobriria uma alternativa, e então, construiria ele mesmo o conceito correto?

Lovell (1988) salienta que as crianças não podem visualizar os resultados das ações mais simples enquanto estas não forem executadas, de modo que uma criança, por exemplo, não pode imaginar uma secção de um cilindro como círculo enquanto não tenha cortado, digamos, um cilindro de massa de modelar. Este trabalho me possibilitou observar como os alunos lidam com problemas que envolvem medidas, áreas e perímetros. Após o desenvolvimento de uma prática, busquei verificar seu efeito sobre o desempenho discente. Meu objetivo consistiu em identificar e sanar, essas dificuldades, desfazendo possíveis conceitos construídos de maneira equivocada aos estudantes.

Iniciei meu estudo aplicando uma avaliação, pela qual pretendia verificar se os alunos possuíam um bom entendimento sobre os conteúdos envolvidos. Também irei observar quais os métodos usados por eles nas resoluções das atividades e problemas. Com esses dados em mãos, passei a construir uma seqüência didática composta por atividades que dirigidas a combater as dificuldades discentes encontradas.

Vale ressaltar que essas atividades foram elaboradas depois de feita uma analise profunda dessa avaliação, além de contar com leituras de autores que trabalharam com o tema. Também consultei pesquisas de sala de aula já executadas com esse propósito. Depois de aplicada essa prática, realizei uma comparação de casos, verificando os efeitos dessas atividades no conhecimento dos alunos. Observei, também, se os conceitos foram, dessa vez, compreendidos/reconstruídos pelos discentes.

1.2 A Escola

Como estagiei durante dois anos, no período da minha graduação, na escola do Instituto Educacional São Judas Tadeu, ministrando aulas de recuperação paralela de matemática, optei por aplicar minha prática do trabalho de conclusão de curso nessa escola.

O Instituto Educacional São Judas Tadeu localiza-se na Rua Dom Diogo de Souza, 100, na zona norte do município de Porto Alegre. A escola foi criada em 1946, por uma jovem imigrante húngara, Elisa Verinha Romak Alves. Tudo começou no antigo bairro Passo da Mangueira, hoje conhecido como Cristo Redentor, numa acanhada construção de madeira com apenas 12 alunos.

Hoje a instituição conta com um colégio de ensinos básico, fundamental e médio. Além disso, há uma faculdade com cinco cursos de graduação: Administração, Ciências Contábeis, Educação Física, Direito e Pedagogia. A infra-estrutura do colégio conta com três laboratórios de informática, uma quadra de esportes, um ginásio poliesportivo, uma piscina, um salão de atos, biblioteca, lancheria e uma quadra de esportes. A escola possui um corpo docente formado por cerca de cem professores e um corpo discente formado por cerca de mil estudantes[1].

Como minha proposta de ensino-aprendizagem trata de atividades com conteúdos relacionados aos do ensino fundamental, convidei para participarem

[1] Informações retiradas do site da escola, http://www.saojudastadeu.com.br. Acesso em 27 de novembro de 2010.

da minha prática alunos dessa etapa, mais especificamente da oitava série. Todos pertencem a uma mesma turma, apenas sendo que cinco alunos aceitaram participar dessa prática. A turma contava, no total, com 25 alunos. A baixa aceitação para participar da minha proposta talvez se deva ao fato de que a realizei fora do horário de aula dos discentes, e que a maioria deles possuía outras atividades diárias extraclasse como por exemplo, inglês, natação, dança etc. Vale lembrar, também, que dentro da própria escola são oferecidas, para os alunos, atividades extraclasses, como a recuperação paralela de matemática e língua portuguesa, a aula de língua inglesa, aulas de informática, projeto "parceiros voluntários", atividades esportivas (Futebol, basquete, vôlei, handebol), entre outras.

É interessante ressaltar que se trata de uma instituição privada, portanto na maioria das vezes os alunos que ali estudam, ou são bolsistas, ou pagam mensalidade integral.

Todos os discentes que participaram da pesquisa são moradores dos bairros próximos da escola. Os responsáveis pelos cinco estudantes assinaram um *termo de consentimento* que se encontra no apêndice localizado no final deste trabalho.

2. Fundamentação Teórica

Como o meu trabalho se propôs a identificar necessidades e desenvolver uma proposta de ensino-aprendizagem com medidas, perímetros e áreas, procurei compreender cada um dos conceitos, e como estão sendo trabalhados. Para isso, busquei saber o que Caraça (1952), Lovell (1988) e Backendorf (2010) dizem sobre esses temas.

2.1 Medidas e Perímetros

Para Backendorf (2010), a medida pode ser definida como o meio conceitual pelo qual duas entidades diferentes, porém de mesma grandeza, podem ser comparadas em termos numéricos. Uma vez entendido isso, este meio proporciona uma unidade, segundo a qual pode atribuir-se um valor numérico a qualquer objeto a ser medido. Para a pesquisadora, cada medida deve ser vista de acordo com o que se quer medir. Por exemplo, poderíamos dizer que comprimento, massa e volume são medidas por unidades diferentes, então são consideradas independentes. Isso tem relação com o conceito de grandeza, já que uma medida tem de estar de acordo com a grandeza do que se quer medir. Um exemplo seria o comprimento de um objeto. Esse não pode ser medido por litros, pois o comprimento tem relação com distância. Logo, seguindo esse raciocínio, para medir teríamos que ter bem claro a noção de comparação de grandezas, depois a identificação das dimensões dos objetos, seguido pela escolha da medida.

Porém, segundo Caraça (1952), o que foi dito acima para medir (ou comparar grandezas) não basta. Para ele é necessário que haja um termo de comparação único entre todas as grandezas de mesma dimensão.

> "Para medir é necessário que se defina uma unidade única, e que se conte, então, o número de vezes que a unidade definida cabe naquilo que se queira medir". (Caraça, 1952, pág. 29-30)

Para Caraça, então, medir começa por escolher uma unidade, considerando a praticidade. Só mais tarde há comparação de grandezas, comparando com essa unidade o que se quer medir. Por fim, devemos alcançar a capacidade de expressar o resultado da comparação através de um número.

Com o que foi citado até aqui nos detemos no significado de medir objetos. Para que consigamos construir uma proposta de ensino-aprendizagem que combata possíveis dificuldades encontradas pelos estudantes, é necessário que façamos, também, uma reflexão sobre como se dá a compreensão da medida. Isso se dará através da construção das noções e procedimentos envolvidos. Segundo Lovell (1988), medir não é algo trivial, em geral compreender conceitos e enxergar construções também não é. Por isso, Lovell afirma que as crianças devem praticar, manipulando os objetos, para alcançar uma melhor compreensão. Com as medidas não será diferente, os estudantes terão que realizar o ato de medir para construir e aprender usar os conceitos de medida corretamente. Além disso, Backendorf (2010), baseando-se no que Plaza e Belmonte afirmam, lista alguns estágios que a criança deve percorrer para construir seus conhecimentos sobre medidas e saber como usá-los corretamente. Esses estágios são:

1. Consideração e percepção de uma grandeza como uma propriedade de uma coleção de objetos;

2. Conservação de uma grandeza, consideramos que uma criança superou este estágio, quando ela compreende que quando mudamos a posição de um objeto, as propriedades dele não mudam;

3. Ordenação em relação a uma grandeza dada;

4. Relação entre grandeza e um número dado. Aqui é necessário que a criança consiga relacionar uma grandeza a um número.

Segundo Backendorf (2010), baseada em Plaza e Belmonte, tendo uma criança conseguido alcançar esses estágios, através de uma maturidade obtida com atividades desafiadoras, de forma que possa provar e verificar seus resultados, terá condições de realizar o ato de medir.

Em relação à compreensão da grandeza comprimento, a autora defende que é através da transformação lógica e matemática que a criança elabora, por meios próprios, suas noções geométricas, como conservação de distâncias.

A idéia de perímetro, para Backendorf (2010), está ligada a capacidade de medir, a partir de conhecido o significado da palavra perímetro. Porém, acredito não ser somente isso, perímetro é a medida do tamanho do contorno de determinada figura. Mas não é o que os alunos estão aprendendo, segundo constatei após a aplicação de uma avaliação. Na maioria dos casos, os estudantes estão tomando isso como verdade apenas para figuras poligonais, e quando questionados sobre como fazemos para calcular o perímetro de uma figura curvilínea, esses respondem não ser possível fazer esse tipo de cálculo, afirmando que não existe perímetro para essas figuras. Para mim, isso se deve ao fato de estar havendo uma inversão didática, pois, primeiramente, estão apresentando o conceito através da definição, e em seguida partindo para a ação. Na verdade, deveríamos construir as definições através de situações problemas colocadas, e aí, sim, depois dessa ação, formalizar o conceito. A essa inversão é que Lovell (1988, pag. 91 e 92), deduzimos, é contrário. Veja o que ele fala no capítulo sobre medidas no seu livro:

> O desenvolvimento conceptual em relação a comprimento e medida é compreendido pela criança através de experiências da pré-escola e fora dela, das atividades da escola primária, como as que ocorrem no período de livre escolha e isto é a extensão de um campo espacial do começo ao fim. Durante essas experiências a criança passa das percepções visuais, auditivas e cinestésicas, e ações, para conceitos. (Lovell. 1988. p. 91-92)

2.2. Conceito de Área

Se procurarmos no minidicionário Aurélio o significado da palavra área encontraremos: “*Medida de uma superfície. Superfície plana e limitada.”* Veja:

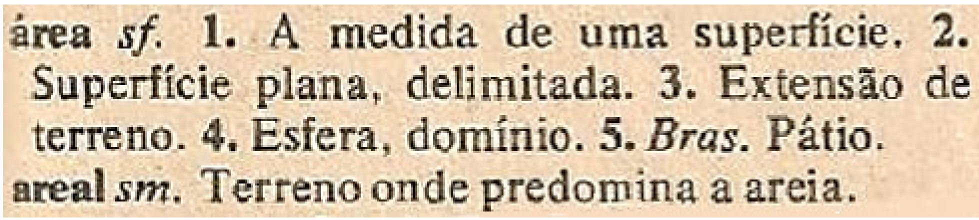

área *sf.* 1. A medida de uma superfície. 2. Superfície plana, delimitada. 3. Extensão de terreno. 4. Esfera, domínio. 5. *Bras.* Pátio.
areal *sm.* Terreno onde predomina a areia.

Figura 1 - Retirada do minidicionário Aurélio (1977, P. 37)

É basicamente com a mesma definição que Lovell (1988) qualifica a palavra área. Para Lovell área pode ser definida como a quantidade de superfície. A considerar a área de um tampo de mesa, podemos espalhar determinada unidade, por exemplo, a capa de um caderno, sobre essa superfície, e assim indicamos sua extensão. Portanto, segundo Lovell, para medir a área de qualquer coisa, primeiramente precisamos definir uma unidade de medida com tamanhos conhecidos, desde que essa unidade escolhida também seja uma superfície. Essa exigência de que a unidade seja, também, uma superfície, nos remete novamente à idéia de grandezas. Aqui o exemplo seria que através da unidade litros não podemos medir a área de determinada figura, já que constituem grandezas diferentes.

Para Lovell (1988), o que foi citado acima sobre área é o que vai ocorrer no aprendizado da criança. Para Piaget, Inhelder e Szeminska a criança da pré-escola e da escola primária encontra muitas situações em que a quantidade de superfície de algum corpo entra em sua percepção. Ela vê tampos de mesa, assoalhos, capas de livros, chapas, moedas e paredes de tamanhos de superfície muito diferentes; de fato ela vê centenas de objetos que apresentam uma superfície. Além disso, tem a experiência de pôr uma coisa sobre a outra, e de outras ações importantes. Lentamente ela forma em sua mente uma noção de área ou tamanho de superfície, embora decorra um longo tempo antes que possa calcular a área de uma figura, por mais simples que essa figura possa ser. Mesmo quando atingiu o conceito de área, ela, como o adulto, poderá não verbalizar seu conhecimento com precisão, e, por exemplo, poderá dizer: “essa calçada é maior que a outra”, quando quer dizer que a área é maior.

Segundo conclusões desses autores, após experimentações, para que a criança chegasse ao estágio final de calcular áreas de figuras, consolidando métodos para isso, ela precisa percorrer estágios. O primeiro desses estágios requer, mesmo após mudarmos posições e composições de figuras, que o estudante tenha a noção de conservação de áreas. Em seqüência viria o estágio em que começa a se construir a idéia de uma unidade para sobrepor na superfície a ser medida. Segundo os mesmos pesquisadores, esse estágio poderia ser vencido em uma faixa etária de 5 a 11 anos. É aqui que se formaliza a idéia de se contar quadradinhos dentro de determinada área, e é onde começará a generalização de métodos para cálculos. Depois dessa etapa os estudantes passam a formalizar esses métodos, compreendendo que se, por exemplo, quisermos calcular a área de um retângulo, basta multiplicar a medida da base pela medida da altura. É nesse estágio que percebo não estar havendo uma construção de conceitos, e sim uma “decoreba”, visto que muitas vezes os alunos sabem calcular áreas de determinadas figuras através de uma fórmula, porém não sabem responder de onde vem tal fórmula, nem conseguem calcular a área total de uma figura composta de outras já conhecidas.

Lovell (1988) pede, que ao definirmos a área de uma superfície como sendo sua medida em unidades quadradas, que se chame a atenção ao fato de podermos definir várias unidades de quadrados, basta levarmos em conta que podemos mudar a unidade do lado desse quadrado unitário, por exemplo, dentre centímetro, metro ou pé.

O autor indica que, antes de passar para o próximo estágio, é conveniente conseguir que cada estudante faça um quadrado de, digamos, 36 “quadradinhos” de 1 x 1 da unidade que quisessem, e que rearranje o quadrado em retângulos de dimensões variadas como, por exemplo, 12 x 3 e 9 x 4. Este exercício, segundo o autor ajuda a criança a desenvolver operacionalmente a conservação de área e proporciona outra oportunidade para indicar que a área de uma superfície que não seja um quadrado é, não obstante, composta de diversas unidades quadradas. Além do mais, pode-se indicar que o quadrado é um caso especial da família maior dos polígonos. Para Lovell (1988), a possibilidade de se calcular a área de uma figura irregular, composta por um determinado número de quadrados unitários, é uma dificuldade que muitos alunos de escola secundária enfrentam e que acham difícil compreender. Ele propõe que se trabalhe com materiais manipulativos para tentar fazer com que esses alunos enxerguem essa idéia. Um exemplo poderia ser desenhar em um papel quadriculado uma figura curvilínea, hachurando-a, e explicar que os pedaços que não completam um “quadradinho”, podem ser rearranjados de forma a formarem novos “quadradinhos”.

Porém, para esse autor, isso é algo difícil de fazer no inicio do aprendizado. Ele propõe que se o aluno não tiver manejo mental suficiente para lidar com os pedaços de quadrados, deixemos para mais tarde o trabalho com figuras irregulares, para que a criança compreenda o que se deve fazer. Como meu trabalho envolveu estudantes da oitava série do ensino fundamental, sendo mais experientes que os da faixa etária pesquisada por Lovell, explorei aproximações do cálculo de área de figuras com essas características.

3. Método para Investigação

Durante minha experiência em sala da aula, as dúvidas apresentadas pelos alunos na resolução de problemas que envolviam área e perímetro foram sempre muito variadas**.** Alunos do ensino médio ou de séries finais do ensino fundamental, para as quais alguns conceitos já deveriam estar bem consolidados, se deparavam com problemas apresentando perguntas do gênero:

- O que é perímetro mesmo?

- Como se mede a área dessa figura?

- Qual é a fórmula dessa figura? Não sei calcular a área sem a fórmula.

- A circunferência possui perímetro?

- A área nesse problema é 4m ou $4\,m^2$?

Como os questionamentos apareciam de forma bastante ampla, em vários níveis, e meu trabalho se propôs a verificar essas dificuldades, achei relevante trabalhar com uma turma que já tivesse tido contato com tais conceitos e que ainda estivesse no ensino fundamental. Portanto, a partir disso e do fato de que achei importante se deter em apenas uma turma, a fim de facilitar a pesquisa, escolhi executar o trabalho com a oitava série do ensino fundamental[2].

Iniciei aplicando uma avaliação[3], na qual os estudantes se deparavam com problemas envolvendo os conceitos de área e perímetro. Mais do que isso, além de verificar se os alunos dominavam tais idéias, queria constatar se eles sabiam lidar com as tarefas que exigiam conhecimento de técnicas para calcular medidas.

De posse dos resultados dessas avaliações, e embasado por referências sobre o assunto, parti para analisar cada resolução, como casos, a

[2] A oitava série do ensino fundamental corresponde à idade de 13 a 14 anos.
[3] Avaliação aplicada antes de realizada a seqüência didática; encontra-se no apêndice, P. 72-76.

fim de entender as dificuldades dos alunos. A partir disso, elaborei uma seqüência didática que esclarecesse aos estudantes às suas dúvidas.

Na análise das avaliações, tema do próximo capítulo, constatei que houve muitas dificuldades. Na verdade já esperava isso quando me deparava com questionamentos como os citados anteriormente. De maneira geral, houve uma grande dificuldade com os conceitos; os estudantes só sabiam aplicar os conceitos de área e perímetro em alguns casos, ocorrendo, às vezes, uma grande confusão entre as idéias de área e perímetro, além das dificuldades operacionais.

Buscando referências a fim de saber se essas deficiências seriam exclusividades do público com o qual tenho contato, me deparei com o que Backendorf (2010, pág. 28) cita:

> Segundo o INAF (2002)[4], são baixos os índices de desempenho, no Brasil, em relação ao tema Grandezas e Medidas. De forma geral, o domínio de habilidades associadas a grandezas e medidas é insatisfatório. Na pesquisa do INAF (2002), foram aplicadas questões que focalizam o comprimento e a área. Entre os erros apresentados, os participantes mediram incorretamente, apresentaram dificuldade na conversão de medidas, no cálculo com números decimais e no raciocínio proporcional envolvido. Ocorreu a falta de correspondência entre área e superfície.

A pesquisadora ainda afirma, em outras palavras, que o nosso sistema escolar não está cumprindo satisfatoriamente seu papel para que o aluno consiga dominar habilidades matemáticas relativas a grandezas e medidas.

A minha proposta não tem por objetivo apenas sanar dificuldades, mas, principalmente, através das atividades desenvolvidas, auxiliar na construção/reconstrução dos conceitos de medidas de comprimento, perímetro e área.

De maneira geral, optei por uma abordagem de pesquisa qualitativa, pois esse método busca entender detalhadamente por que um indivíduo faz determinada coisa. Essa busca de tentar encontrar respostas para algumas situações reforçou o fato de ter optado, na execução da prática, em trabalhar apenas com uma turma, pois isso me proporcionou uma analise mais aprofundada de cada caso. De acordo com Romão (1998),

[4] INAF – Indicador Nacional de Analfabetismo Funcional.

> A pesquisa qualitativa revela áreas de consenso (positivos ou negativos) nos padrões de respostas. Ela determina quais idéias geram uma forte reação emocional. Além disso, é útil em situações que envolvam o desenvolvimento e aperfeiçoamento de novas idéias. (Romão,C. 1998)[5].

Como buscava verificar possíveis dificuldades e possibilidades de reconstrução dos conceitos, decidi aplicar uma avaliação prévia na turma de oitava série do ensino fundamental do Instituto Educacional São Judas Tadeu, tornando minha pesquisa uma forma de estudos de casos. Com Lüdke e André (retirado de Backendorf, 2010, p. 29) trata-se de "uma pesquisa que busca o contado direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, através de um trabalho intensivo de campo".

Com o andamento do trabalho, como prevê o estudo de casos, surgiram novos elementos, que não esperava no início. Essas descobertas muitas vezes surgiram através de manifestações de alunos, na resolução de um determinado exercício ou em diálogos e indicações físicas. Todas essas manifestações sempre foram tratadas como algo relevante, pois em um estudo de casos é preciso refletir sobre as ações do sujeito. Visando a análise, esses "casos" foram sempre registrados por avaliação escrita, fotos ou diálogos.

Sobre o estudo de casos, Lüdke e André (1986) complementam:

> O estudo de caso é o estudo de um caso, seja ele simples e específico. O caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular. (Ludke e André, 1986, p. 17).

Então, procurei criar a seqüência didática, descrita no capitulo seguinte, após estudo das resoluções da avaliação de cada aluno, levando em conta as dificuldades apresentadas por cada um.

[5] Trecho retirado do artigo intitulado Abordagens Qualitativas de Pesquisa. César Romão (1998). Disponível na web em 25 de novembro de 2010 no endereço: http://www.cesarromao.com.br/redator/item24132.html

4. Análise dos dados - sobre as atividades da sequência didática

Antes de pensarmos as atividades, foi proposto aos estudantes que fizessem uma avaliação, no estilo de uma prova, com algumas questões envolvendo os conceitos de área e perímetro, a qual segue em anexo no final do trabalho. O objetivo era saber o que os alunos entendiam sobre os conceitos citados acima, além de testar a capacidade deles em resolver problemas envolvendo esses temas. Essa avaliação foi aplicada no dia 24 de setembro de 2010, e através dela procurei identificar possíveis dificuldades apresentadas pelos discentes. Só depois então criei as propostas, uma seqüência didática, com o objetivo de sanar essas dificuldades, além de propor uma construção/reconstrução das definições.

4.1. Construção das Atividades

4.1.1 Unidade de Medida

Para Backendorf (2010), todo processo de medição inicia-se pela construção da unidade, pois para que a construção do conceito ocorra, a criança também precisa construir o conceito de unidade.

Observe a figura abaixo que se refere à questão 1 da avaliação do aluno M. M :

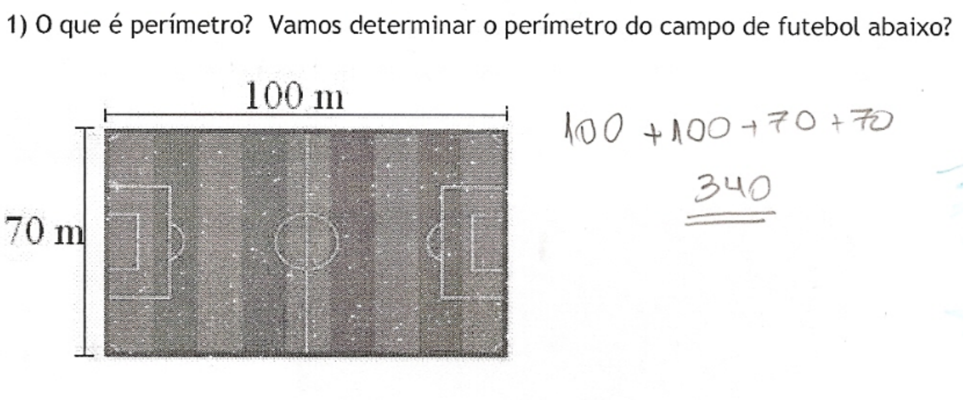


Figura 2 - Resolução do aluno M.M referente questão 1 da avaliação

Primeiramente observemos o enunciado da questão, e o desenho. Pede-se para determinar o perímetro do campo de futebol, e coloca-se um “m” ao lado de cada valor das respectivas dimensões. Será que esse aluno sabe que estamos querendo dizer que um lado do retângulo possui 70 *metros* e o outro 100 *metros*? Ao colocarmos essa questão esperávamos que sim, e que a resposta da medida do perímetro fosse respondida em metros. Para uma turma de 5ª série do ensino fundamental, por exemplo, onde se inicia o estudo de medidas, trabalhando então com cálculo de perímetros, esse *m, j*ogado dessa maneira*,* pode não fazer sentido. No caso em pauta, poderíamos levar em conta que um estudante da 8ª série do ensino fundamental já devesse ter essa abstração. O fato é que o estudante M. M, em nenhum momento da sua resolução, informa que a resposta é 340 *metros*. Nem coloca a letra *m* ao lado do número 340. Pode ter ocorrido um esquecimento por parte do aluno, mas isso ocorre em muitas outras vezes; nessa mesma avaliação houve outros estudantes que não colocaram a unidade. Pareceu-me que não estão dando a devida importância para ela, e isso pode estar acontecendo porque os estudantes não possuem a compreensão do significado da *unidade de medida*.

Em um total de cinco estudantes que participaram da pesquisa, dois citaram a unidade de medida na resposta dessa questão. Parece-me, portanto, que para o aluno é importante que o professor ressalte a unidade das medidas do problema trabalhado, independentemente da etapa em que a turma se encontre. Segue a figura da resolução do aluno G.F, ele também não informou a unidade de medida na sua resposta.

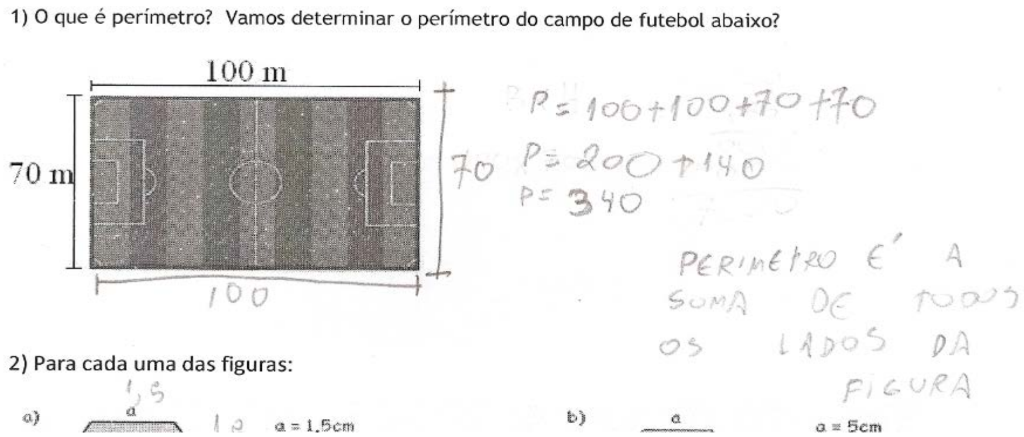


Figura 3 - Resolução do aluno G.F referente à questão 1 da avaliação

G. F chega escrever as medidas nos respectivos lados paralelos do retângulo, mesmo assim, não coloca a unidade na resposta final. Por isso, a primeira atividade, que segue, teve como objetivo ressaltar a importância da unidade de medida.

Propus a seguinte questão aos alunos: “Quantos passos a sala de aula possui de comprimento?” Visto que, provavelmente, cada estudante encontraria um número diferente de passos, perguntei: “Afinal, quantos passos serão necessários?” Com essa atividade pretendi mostrar a importância de uma unidade fixa. Depois disto, com o auxilio de um lápis de cor, os quais eu distribui, a fim de manter os tamanhos iguais entre os estudantes, pedi que medissem o comprimento da sala e da capa de seus cadernos. Em seguida lancei o seguinte questionamento: “Por que não usamos passos para calcular o comprimento da capa do caderno?” Essa atividade esperava mostrar a facilidade que encontramos ao escolhermos uma unidade adequada para o tamanho do objeto a ser medido. Mostrei que o sistema métrico decimal é apenas um dos usados, dando exemplo de outros.

Além disso, pedi que cada aluno medisse, com auxílio de uma fita métrica, o tamanho de seu passo e calculasse, usando essas informações do comprimento da sala em metros. O objetivo era mostrar que quando fazemos essas aproximações, utilizando passos, palmos, braços e etc, podem ocorrer variações nas respostas, pois a tendência é que cada aluno encontre uma resposta diferente. Feito isso, mediremos o tamanho do comprimento, comparando com as medidas encontradas por meio das passadas.

Durante realização da atividade, como prevíamos, os alunos encontraram diferentes quantidades de passos para o comprimento da sala, então questionei: “Afinal, quantos passos serão necessários?” Foi nesse instante que surgiu a seguinte afirmação do aluno M.M: “Os passos são diferentes, por exemplo, a T.A é maior, e o passo dela é gigante.” Comentei que ele estava de certa forma correto, pelo fato da colega ser mais alta que os demais, seu passo seria maior, e a quantidade de passos menor. Então lancei outra questão, inspirado em Backendorf (2010): “Mas se precisássemos comprar um tapete que cobrisse toda sala, como poderíamos informar o comprimento desse tapete ao vendedor por telefone?” Todos responderam que não teria como fazer isto pelo fato de ter que ser através do telefone. Tínhamos somente a quantidade de passos, portanto algum aluno da turma teria que ir até a loja para passar a informação do tamanho de seu passo. Então perguntei: se soubéssemos o tamanho, em centímetros, do passo de cada um, teríamos como informar o vendedor? Todos responderam que sim. Portanto, pedi que, usando fita métrica, ou régua de madeira, medissem, cada um, seu passo, e me passassem os valores.

Figura 4 - Imagem da aluna B.A calculando o tamanho de seu passo com o auxílio da régua.

Depois de todos, de uma maneira ou outra, terem conseguido calcular o tamanho de sua passada, ocorreu algo interessante: praticamente todos os estudantes se deram conta de que bastaria multiplicar o número de passos pelo tamanho de cada passada para obter o comprimento da sala. Achei interessante, pois essa etapa da multiplicação de medidas, aparentemente, já estava vencida. Depois deles estarem com os resultados em mãos, construí a seguinte tabela na lousa:

Aluno.	N° De Passos.	Tamanho do Passo.	Comprimento da Sala.
B.W	17	54 cm	918 cm
T.A	12,5	78 cm	975 cm
M.M	13,5	68 cm	930 cm
G.F	15	79 cm	1185 cm
B.S	16	70 cm	1120 cm

Tabela 1 - Tabela de valores encontrados pelos alunos na atividade

Houve bastante discussão por parte dos alunos de quem teria medido o valor correto. A fim de descobrir isto, partimos para o cálculo “real” do comprimento, através da idéia proposta pelo aluno M.M. Ele sugeriu que esticássemos o barbante sobre a linha entre as lajotas do piso da sala, depois medíssemos, com o auxilio da fita métrica, o tamanho desse barbante. A turma toda concordou e todos passaram a calcular o comprimento. Veja as imagens do descrito acima.

Figura 5 - Calculando o comprimento da sala

Figura 6 – Calculando o comprimento da sala

Ao final do processo verificou-se que o próprio aluno M.M tinha obtido o resultado mais próximo da realidade, já que esse valor do comprimento da sala é de 945 cm. Logo em seguida distribuí lápis de cor e pedi que calculassem, através desses, o comprimento de seus cadernos.

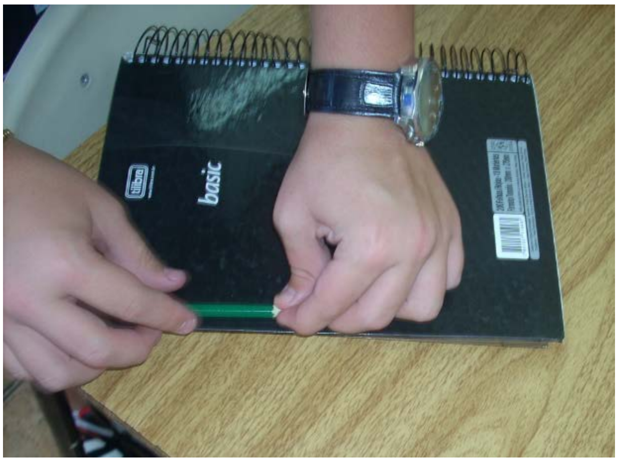


Figura 7 – Calculando o comprimento do caderno

Novamente as respostas foram variadas, não só pelo fato de não fechar um número exato de lápis, mas também por serem diferentes os tamanhos dos cadernos. Aí lancei mais uma questão, “Por que usamos passos para medir o comprimento da sala, e lápis para o do caderno? Por que não o contrário?” E recebi a seguinte resposta do aluno G.F: “Porque o senhor não falou para medirmos a capa do caderno com os passos”. Então deixei que tentassem.

Figura 8 – G.F tentando medir o comprimento da capa do caderno com o “passo”.

Então a aluna B.W falou: “Não dá, só o pé já é muito grande para o caderno!”

Chamei a atenção para o fato de que se escolhemos uma unidade adequada ao tamanho do que queremos medir, facilitamos o processo. Pois, nesse caso, como o lápis é menor que o comprimento do caderno, ele cabe no caderno alguma quantidade de vezes inteiras, mais uma fração, se for necessário. Já o passo, como ele é maior que o caderno, não caberá nele nenhum número inteiro de vezes. O fato é que quando a unidade é menor que o objeto a ser medido, além de facilitarmos o cálculo, também conseguiremos uma aproximação mais próxima do valor real.

4.1.2. Do Conceito de Perímetro

Comparando as respostas dos alunos nas questões 1 e 3 da avaliação, notamos claramente que para eles perímetro existe somente em figuras poligonais, sendo determinado pela soma da medida de todos os lados. Veja essas respostas:

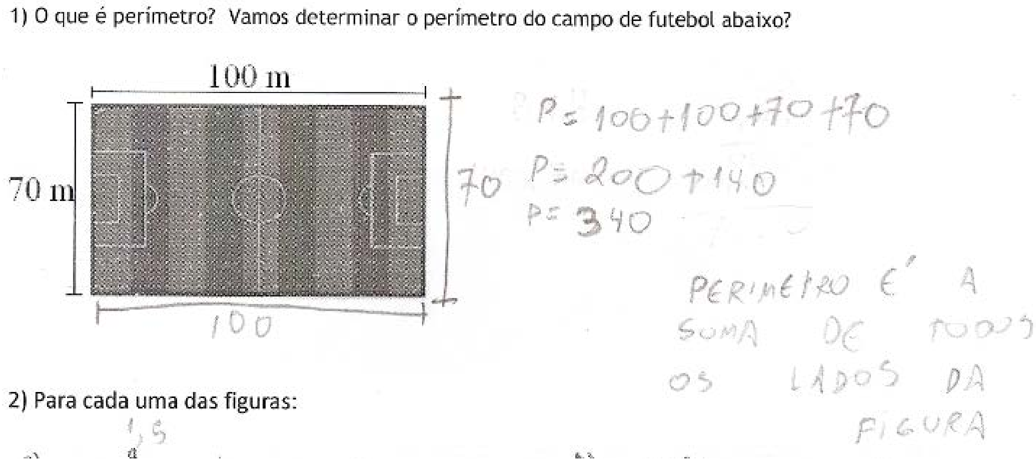


Figura 9 - Resolução do aluno G.F referente à questão 1 da avaliação

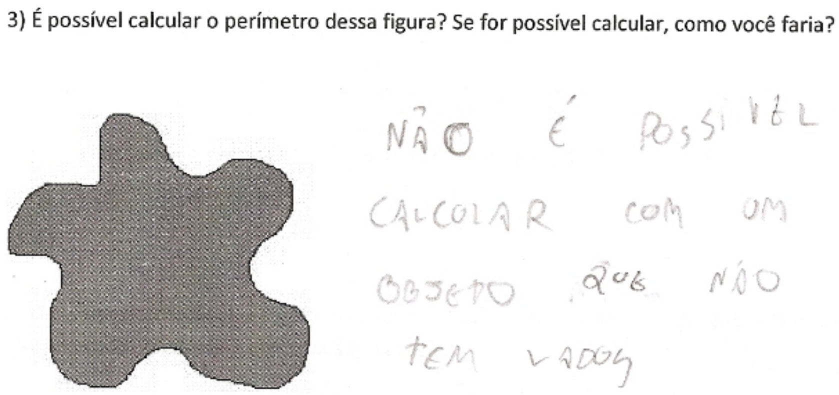


Figura 10 - Resolução do aluno G.F referente à questão 3 da avaliação

Note que na questão 1 é perguntado o que é perímetro, sendo que a figura trabalhada é poligonal, e o aluno responde que é a soma de todos os lados. Mas na questão 3 coloca-se o desafio de se determinar o perímetro de uma figura não poligonal, e a resposta do aluno é que não há possibilidades de se calcular, pois essa não possui lados. As mesmas respostas, nas respectivas questões, foram usadas pelo aluno B. S. Observem:

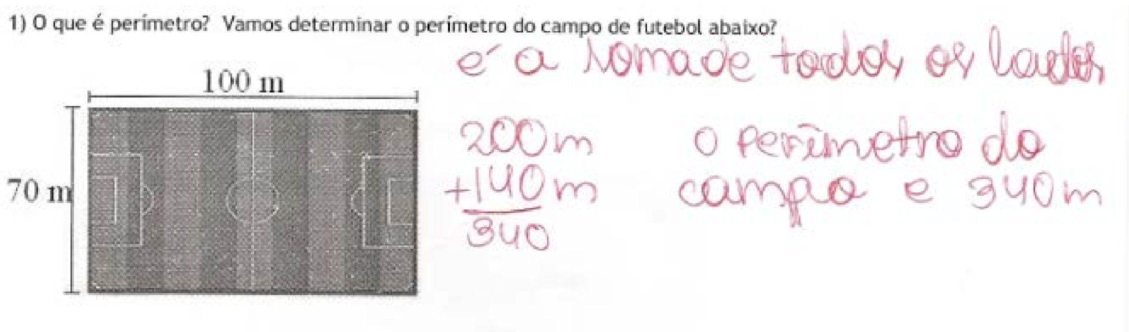


Figura 11 - Resolução do aluno B.S referente questão1 da avaliação

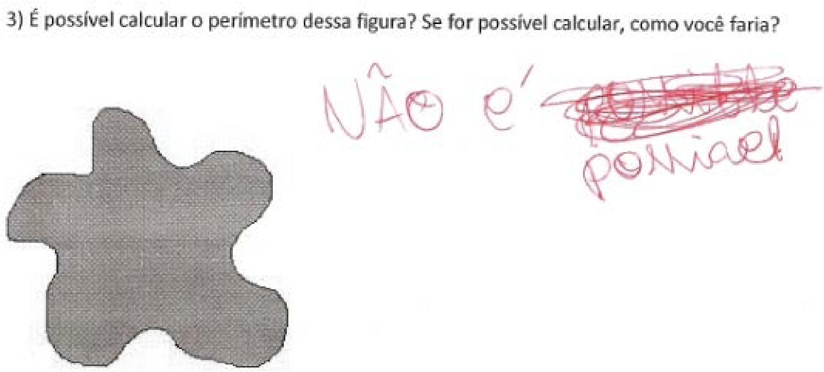
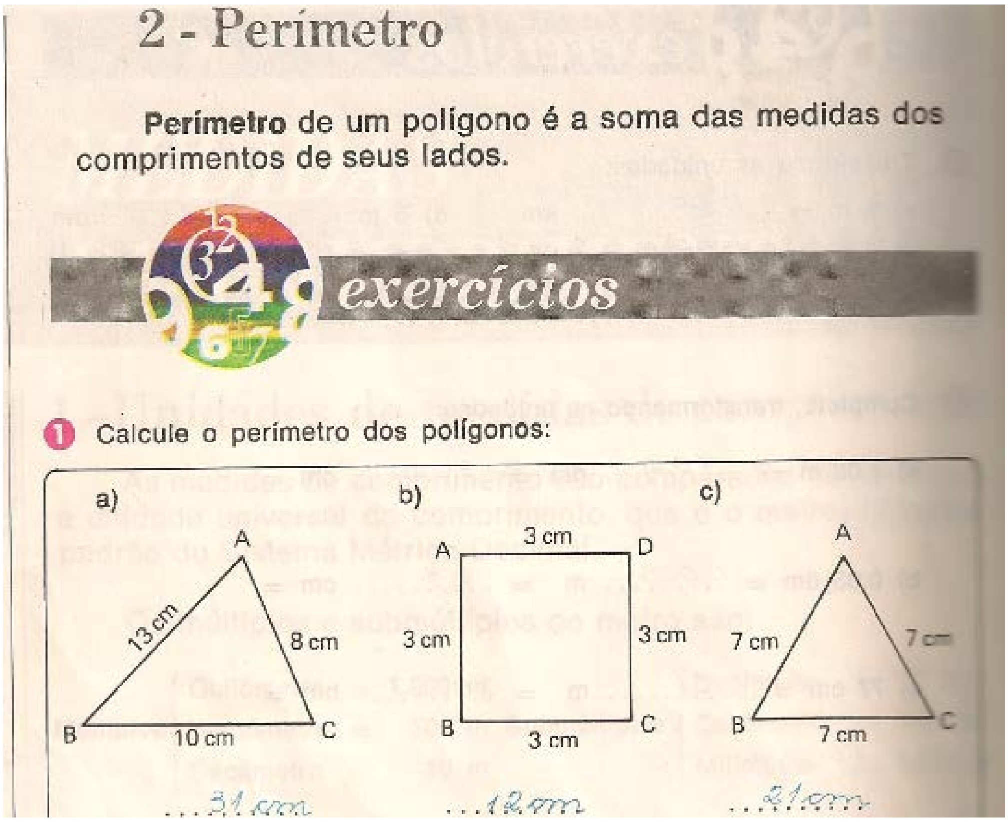


Figura 12 - Resolução do aluno B.S referente questão 3 da avaliação

Mais um aluno respondeu dessa maneira, ou seja, em um total de cinco, apenas dois não responderam assim.

Esse fato me chamou a atenção: afinal, por que essa definição de perímetro estaria tão enraizada na cabeça dos estudantes, ao ponto de não diferenciarem quando ela é aplicável (figuras poligonais) e quando não é? Para tentar responder a essa questão pesquisei coleções de livros didáticos para o ensino fundamental. Nessas coleções o assunto sempre inicia no volume referente à quinta série do ensino fundamental. Primeiro define-se perímetro como a soma das medidas dos lados de uma figura, no capitulo intitulado: “polígonos”. O que não está errado, pois se trata de figuras poligonais. Porém essa definição não engloba todos os casos. Veja a imagem de um desses livros.



2 - Perímetro

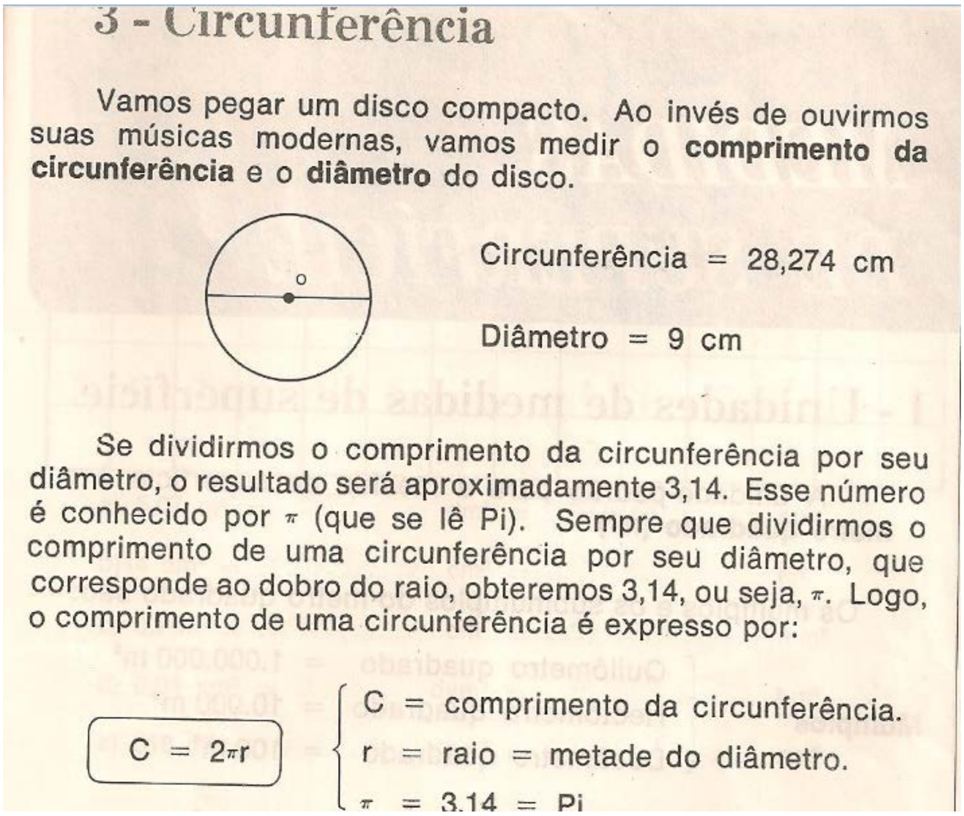
Perímetro de um polígono é a soma das medidas dos comprimentos de seus lados.

exercícios

1 Calcule o perímetro dos polígonos:

Figura 13 – Imagem retirada do livro Matemática Moderna Domênico, p. 160.

Já nos volumes referentes à sétima série, no capítulo sobre circunferência, mostra-se o cálculo do comprimento da medida do contorno, mas em nenhum momento é lembrado o fato de se tratar do mesmo conceito das séries anteriores. A única diferença é que uma circunferência não possui lados, mas possui uma “borda”. Essa diferença dos termos, *perímetro* para polígonos e *comprimento* para circunferências, em minha opinião, confunde os alunos. Segue a imagem da mesma coleção do livro acima.



3 - Circunferência

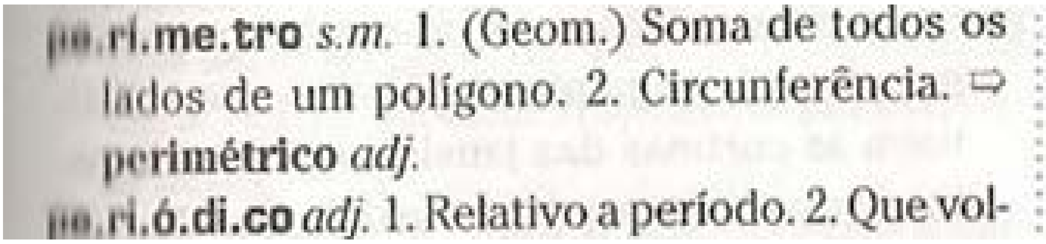
Vamos pegar um disco compacto. Ao invés de ouvirmos suas músicas modernas, vamos medir o **comprimento da circunferência** e o **diâmetro** do disco.

Se dividirmos o comprimento da circunferência por seu diâmetro, o resultado será aproximadamente 3,14. Esse número é conhecido por π (que se lê Pi). Sempre que dividirmos o comprimento de uma circunferência por seu diâmetro, que corresponde ao dobro do raio, obteremos 3,14, ou seja, π. Logo, o comprimento de uma circunferência é expresso por:

$$\boxed{C = 2\pi r} \quad \begin{cases} C = \text{comprimento da circunferência.} \\ r = \text{raio} = \text{metade do diâmetro.} \\ \pi = 3{,}14 = \text{Pi} \end{cases}$$

Figura 14 – Imagem retirada do livro Matemática Moderna Domênico, p. 161

Essa confusão pode estar relacionada ao fato de que na maioria das vezes não é o aluno quem constrói o conceito, é jogada a ele a definição. O conhecimento parte da definição e o estudante a toma como verdade absoluta. Observe o que o minidicionário Luft (2003), apresenta como significado de “perímetro”: *s.m 1.(Geom.) Soma de todos os lados de um polígono. 2. Circunferência.*



pe.rí.me.tro *s.m.* 1. (Geom.) Soma de todos os lados de um polígono. 2. Circunferência. ⇨ **perimétrico** *adj.*
pe.ri.ó.di.co *adj.* 1. Relativo a período. 2. Que vol-

Figura 15 - Imagem retirada do mini dicionário Luft, 2003, p. 512

Trata-se de um absurdo, pois a definição 1 do minidicionário vale apenas para polígonos e a 2, circunferência, não tem o mesmo significado de perímetro.

Fui atrás do que informava outro dicionário, me deparei com duas edições do minidicionário Aurélio. Uma é exatamente a primeira edição, de 1977, apresentando o seguinte significado para o termo: *Perímetro: sm. Geom. Contorno de uma figura limitada por segmentos de curvas.*

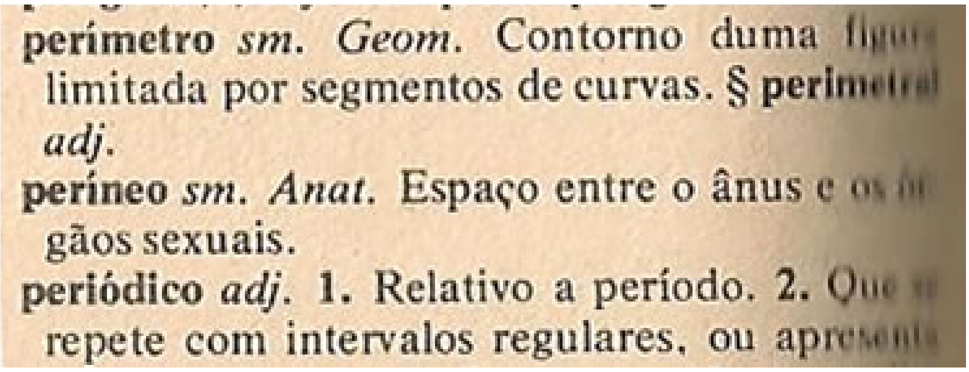
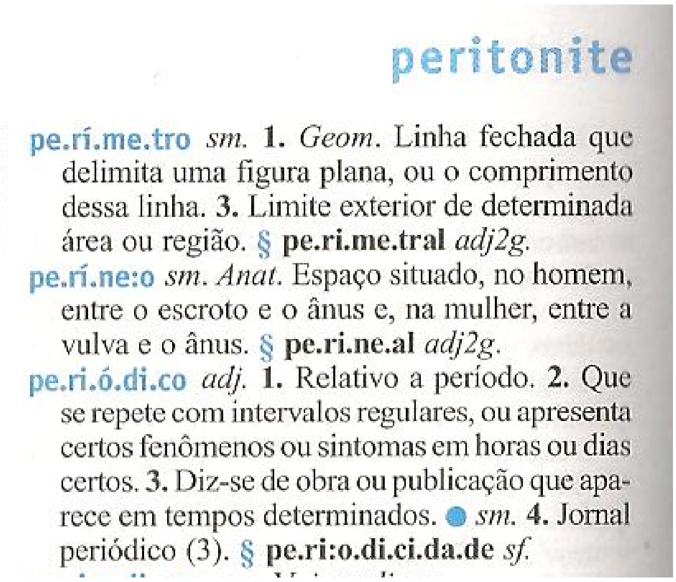

perímetro *sm. Geom.* Contorno duma figu-
limitada por segmentos de curvas. § **perimet**
adj.
períneo *sm. Anat.* Espaço entre o ânus e os ór-
gãos sexuais.
periódico *adj.* **1.** Relativo a período. **2.** Que
repete com intervalos regulares, ou aprese

Figura 16 - Imagem retirada do Mini Dicionário Aurélio. (1977. p. 362)

Veja agora a definição de uma versão mais atual do minidicionário Aurelio, *Perímetro: sm. Geom. Linha fechada que delimita uma figura plana, ou o comprimento dessa linha. 3. Limite exterior de determinada área ou região.*

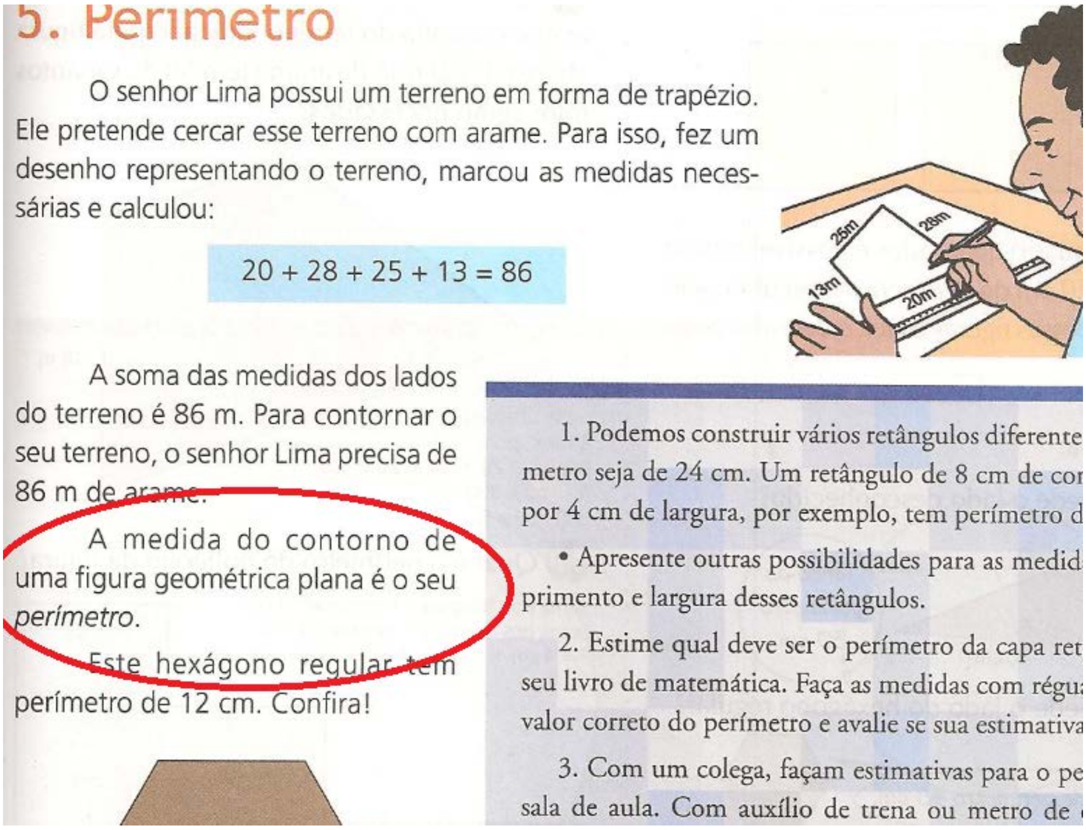

peritonite

pe.rí.me.tro *sm.* **1.** *Geom.* Linha fechada que delimita uma figura plana, ou o comprimento dessa linha. **3.** Limite exterior de determinada área ou região. § **pe.ri.me.tral** *adj2g.*
pe.rí.ne:o *sm. Anat.* Espaço situado, no homem, entre o escroto e o ânus e, na mulher, entre a vulva e o ânus. § **pe.ri.ne.al** *adj2g.*
pe.ri.ó.di.co *adj.* **1.** Relativo a período. **2.** Que se repete com intervalos regulares, ou apresenta certos fenômenos ou sintomas em horas ou dias certos. **3.** Diz-se de obra ou publicação que aparece em tempos determinados. ● *sm.* **4.** Jornal periódico (3). § **pe.ri:o.di.ci.da.de** *sf.*

Figura 17 - Imagem retirada do Mini Dicionário Aurélio. 2008. Pag. 624

Aqui, nesses dois casos, a definição se apresenta de maneira mais completa, pois fica clara a idéia de contorno, independentemente de como seja a figura. Exclui, assim, a concepção de que a definição só se encaixa para polígonos. Mesmo que os livros didáticos são usualmente considerados como apoio para as aulas, é necessário que os autores comecem levar em conta esses problemas. Para determinado conceito a definição estudada pode estar correta, mas para outro ela pode não servir. Isso confunde o estudante, criando falsas idéias, que às vezes são levadas como verdades para o resto de sua vida.

Na minha pesquisa sobre como os livros didáticos estavam abordando o assunto, me deparei com uma coleção em que o autor trabalha bem esse problema. Pois, mesmo iniciando o assunto no capítulo sobre polígonos, ele define corretamente o conceito de perímetro. Veja:


5. Perímetro

O senhor Lima possui um terreno em forma de trapézio. Ele pretende cercar esse terreno com arame. Para isso, fez um desenho representando o terreno, marcou as medidas necessárias e calculou:

20 + 28 + 25 + 13 = 86

A soma das medidas dos lados do terreno é 86 m. Para contornar o seu terreno, o senhor Lima precisa de 86 m de arame.

A medida do contorno de uma figura geométrica plana é o seu *perímetro*.

Este hexágono regular tem perímetro de 12 cm. Confira!

1. Podemos construir vários retângulos diferente metro seja de 24 cm. Um retângulo de 8 cm de co por 4 cm de largura, por exemplo, tem perímetro d

• Apresente outras possibilidades para as medid primento e largura desses retângulos.

2. Estime qual deve ser o perímetro da capa ret seu livro de matemática. Faça as medidas com régu valor correto do perímetro e avalie se sua estimativa

3. Com um colega, façam estimativas para o pe sala de aula. Com auxílio de trena ou metro de

Figura 18 – Imagem retirada do livro Praticando Matemática. Andrini e Vasconcellos, 2006, vol. 5 pag.155

A fim de tentar desconstruir a idéia que os discentes apresentaram na avaliação, de que perímetro é a soma da medida de todos os lados, e que em figuras não poligonais não há como calculá-lo, apliquei a atividade que segue. Essa proposta tomou por base a concepção de que os alunos devam construir o conceito, e não o conceito ser jogado pronto para eles. Essa construção se deu através da manipulação de objeto(s). Lovell (1988) afirma que, ver, desenhar objetos, dobrar e medir superfícies ajudam a desenvolver os conceitos. Para ele, o pensamento somente pode tomar lugar da ação com base nos dados que a própria ação proporciona.

Segue então a atividade. Apresentei um problema com o intuito de despertar curiosidade e motivação nos discentes. Com a minha experiência em sala de aula percebi que através de um problema os alunos sentem-se desafiados, encorajados a pensar na indagação. Eis o problema: *A escola irá comprar uma nova fita emborrachada presente no mercado para delimitar as linhas da quadra de esporte, ao invés do uso da tinta. Será de cor branca a fita que cobrirá as medidas laterais da quadra, e de cor amarela a fita que cobrirá o círculo central dessa quadra. A fim de que não sobre e nem falte fita, quantos metros de cada cor devem ser comprados?*

Para o desenvolvimento da atividade os alunos ganharam fitas métricas, barbantes e régua de madeira de um metro. A escolha desse problema foi feita propositalmente, pois é claro que no caso da fita branca será fácil calcular o tamanho necessário a ser comprado. Basta notarmos que o contorno de “fora” (linhas laterais) da quadra é um retângulo, não afetando a definição de perímetro que os alunos apresentaram na avaliação. Porém, eles possivelmente se deparariam ao medirem a quantidade de fita para o circulo central da quadra, com o problema de não haver “retas”, nem lados. O barbante podia ser utilizado como material de auxilio na resolução desse problema, já que os alunos poderiam dispô-lo sobre o contorno da circunferência, e mais tarde retificá-lo para medir seu tamanho com a fita métrica. Vale ressaltar que não foi dada dica alguma aos alunos de como resolverem. Eu esperava um encaminhamento desse tipo, mas não os forcei a nada, a não ser quanto ao questionamento que podería surgir por parte deles, de *por que terem recebido o tal barbante*. Para terminar a atividade, pedi que medissem o perímetro de mais dois objetos, um com segmentos de reta, e outro não poligonal, a fim de ressaltar que a palavra perímetro serve para descrever a medida do contorno de qualquer figura.

Devido a alguns questionamentos e comentários dos alunos, quando entregaram a avaliação, frente à questão 3, resolvi retomá-la antes da realização dessa atividade.

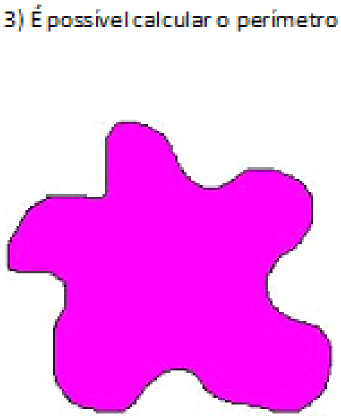


Figura 19 – Imagem da questão 3 da primeira avaliação.

Alguns comentários ao entregarem a primeira avaliação, sobre a questão 3, foram: de B.S "*Professor, fiquei em dúvida nessa, mas coloquei que não tinha como, tem né?*" De M.M *"Que pegadinha essa hein professor, é impossível calcular o perímetro de uma figura sem lados".* Nesses dois comentários temos dois extremos: a dúvida de B.S que, na realidade, não é uma dúvida; me parece que ele acredita que exista perímetro da figura, mas, como foge de tudo que ele viu até agora, resolveu responder que não era possível determinar. Já o comentário de M.M apresenta uma convicção de que é impossível determinar o perímetro daquela figura.

Mas algo inusitado ocorreu na resposta dada nessa questão pela aluna B.W. O comentário dela ao entregar foi: *"Pô professor, tava difícil a 3"*. Então me deparei com a seguinte resolução da discente:

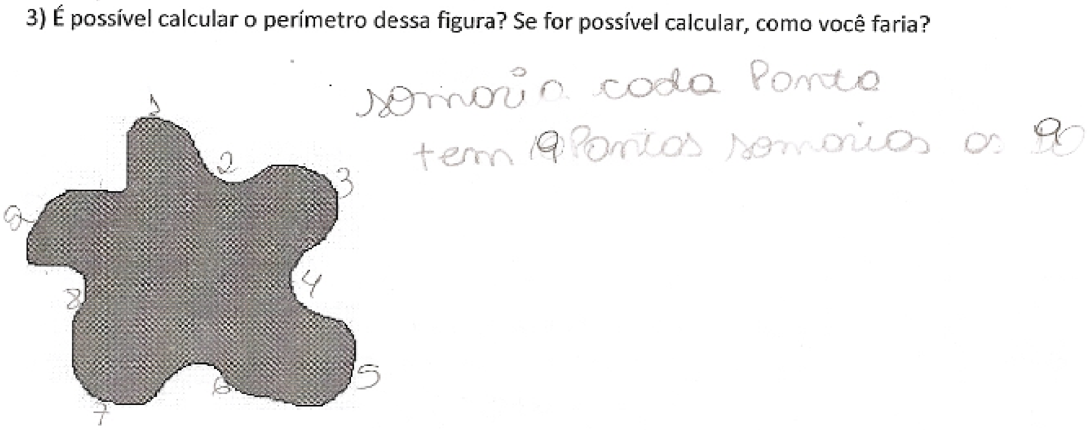


Figura 20 - Resolução da aluna B.W na questão 3 da avaliação

Analisando essa resposta não ficou claro, pelo menos para mim, o que a aluna tentou fazer. O que me parece é que ela tenta “encaixar” o problema na definição que conhece, já que na resposta da questão 1 dessa avaliação, apresenta o perímetro como *a soma de todos os lados*. Talvez o mais próximo que a discente, nessa figura, conseguiu encontrar de *um lado*, fosse uma *ponta*. Na realidade não se trata de uma *ponta*, ou um *ponto* como ela também cita, mas sim de uma curva. O estranho é que segundo a estudante, bastaría somar as nove pontas para obter esse perímetro. Isto reflete outro erro na definição apresentada por ela anteriormente, ao não dizer que, para polígonos, perímetro é a *soma das medidas* de todos os lados. E ela define como *a soma de todos os lados*. Se isso fosse verdade todo polígono de quatro lados teria o seu perímetro valendo quatro. Esse é um exemplo de dificuldade que uma definição mal construída pode trazer para um aluno.

Outra resposta diferente das demais apresentadas nessa questão foi a da discente T.A. O curioso é que quando, ao me entregar a avaliação, percebi que ela não havia escrito nada nessa questão, perguntei o porquê, e ela me respondeu que achava que não tinha entendido direito, mas que tinha pensando em algo. Pedi, então, que voltasse e escrevesse o que estava na sua cabeça, segue a imagem da sua resolução.

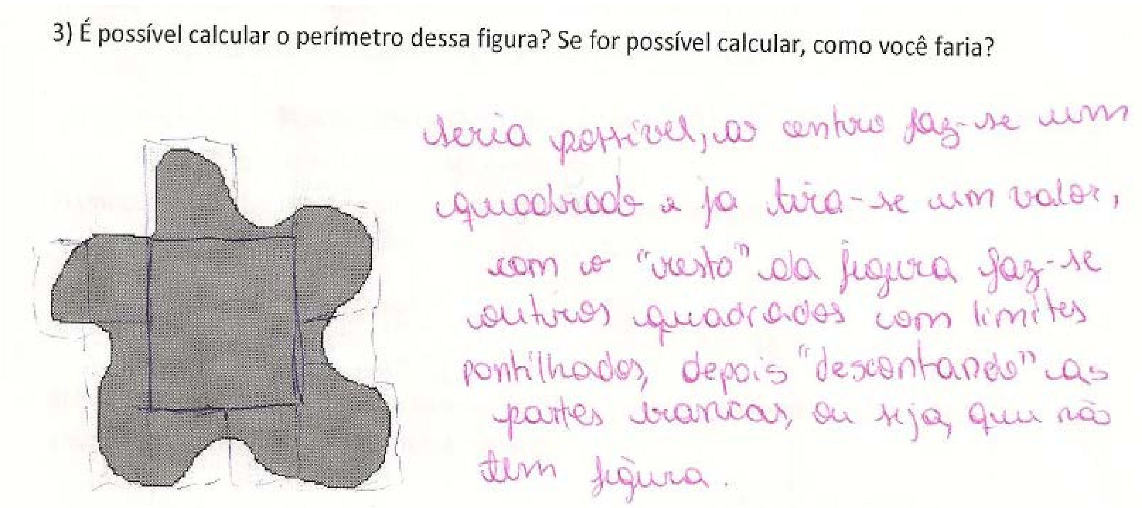


Figura 21 - Imagem retirada da avaliação da aluna T.A

Aqui parece que ocorreu uma confusão entre os conceitos de perímetro e área. Na questão 1 dessa avaliação essa aluna não diz o que entende por perímetro, e nessa ela responde algo como diz *fazendo-se um quadrado no centro e tira-se um valor, depois quadrados nas pontas tirando-se as partes brancas*. Me parece que ela pensa em fazer uma aproximação do cálculo da área. O interessante é que se foi realmente na área que a estudante pensou, temos um inicio de idéia de limite se desenvolvendo nela. Também uma idéia de função, que ela nem aprendeu ainda, pois na oitava série só se vê noções desse assunto e apenas no fim do ano. No momento da avaliação a professora titular da turma não havia abordado ainda o assunto com eles.

Considerando essa questão, na atividade que preparei, perguntarei se eles achavam que existia perímetro dessa figura e no caso afirmativo pedi idéias de como calculá-lo. Caso não surgisse nenhuma idéia, eu as induziria a usarem o barbante, colocando um pedaço em cima da borda da figura, mais tarde retificando e medindo o tamanho do perímetro com uma régua ou trena. Assim esperava deixar clara aos estudantes a idéia de medida de contorno quando falamos de perímetro. Ressaltaria, ainda, que para polígonos, que já esses possuem lados que constituem seus contornos, podemos dizer que perímetro é a soma da medida de todos os lados.

Segue como se deu o desenvolvimento da atividade. Coloquei no quadro o problema em que os alunos tinham de calcular o tamanho das linhas da quadra de esporte. Depois de os alunos terem copiado o enunciado, nos encaminhamos para o ginásio da escola. Lá se encontravam os seguintes materiais: uma régua de um metro de madeira, barbante e fita métrica. Falei aos alunos que podiam usar o que quisessem para calcular o tamanho necessário das fitas, porém queria a resposta, conforme enunciado, em metros.

De maneira geral, os alunos conseguiram calcular o perímetro da linha externa, a qual formava um retângulo, exceto pelo fato de não terem o valor real, mas as aproximações foram bem próximas. Para essas aproximações um dos alunos deu a idéia, os outros gostaram e usaram, de sobrepor o barbante sobre a linha, e depois calcular a medida do barbante. Às vezes o barbante não estava bem esticado e ocorriam variações. Nesse tipo de atividade, eles não se deram conta de que talvez fosse melhor ir colocando a régua em seqüência, e depois fazer a conta. Isso talvez tenha ocorrido porque na atividade descrita na subseção 4.1.1 que pedia para calcular o comprimento da sala de aula, os alunos utilizaram o barbante.

Figura 22 – Calculando o comprimento da borda da quadra.

Porém, quando os alunos foram calcular o comprimento da “borda” do circulo central, apresentaram maneiras diferentes de lidar com a situação. Dos cinco alunos, três tentaram sobrepor o barbante na linha, os outros dois mediram o raio da circunferência com a régua de madeira, e usaram a fórmula do *comprimento da circunferência:* $C = 2\pi R$, onde o R é o raio.

Isso, em minha opinião, se deu pelo fato de se tratar de uma turma de oitava série do ensino fundamental. Pois é na sétima série que o estudo da circunferência se dá, pelos parâmetros da escola. Portanto, todos os alunos que participaram da pesquisa já tinham estudado esse conteúdo e sabiam a tal fórmula. Como minha proposta era não influenciar na atividade, deixei que esses dois alunos calculassem dessa maneira.

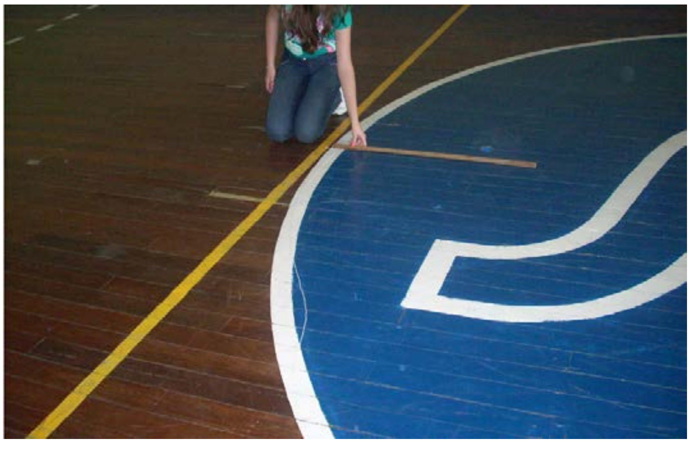


Figura 23 – Calculando o comprimento da circunferência através do raio

A imagem da figura 23 mostra uma aluna calculando o raio da circunferência. Segue imagem dos alunos calculando o comprimento da circunferência sobrepondo o barbante e medindo seu comprimento depois.

Figura 24 – Calculando o comprimento da circunferência através do “barbante”

Obviamente que o resultado encontrado pelos alunos que usaram o método da fórmula chegou mais próximo do valor real. Já que, aqui mais ainda, o barbante nem sempre estava bem esticado. Mas fazendo um balanço geral, acredito a atividade foi bem produtiva. Pois, além de os resultados terem sido bons, ao receber a folha com a resposta de cada aluno, notei que todos haviam colocado a unidade de medida na resposta. É um sinal de que a primeira atividade surtiu algum efeito.

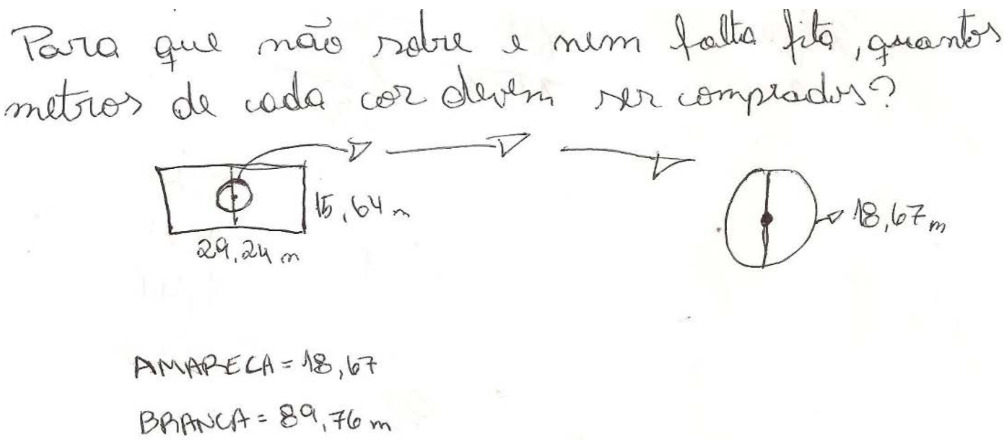


Figura 25 – Resposta da atividade acima do aluno M.M

Note que a letra “m” aparece em quase todas as respostas.

4.1.3 Do Conceito de Área

Lovell (1988) define área como quantidade de superfície.

> A considerar a área da capa de um livro ou tampo de mesa, literalmente podemos espalhar nossas mãos sobre o objeto e indicamos o “tamanho” de sua superfície, contando, para isso, o número de palmos. (Lovell, 1988, p. 99).

Observando algumas das avaliações, notei que os discentes, assim como no caso das questões que envolviam perímetro, não davam relevância para a unidade de medida de área. Até mesmo nas muitas vezes que conseguiram calcular a área de determinada figura, acabavam esquecendo de citar, na resposta final, a unidade do problema. Segue abaixo a resolução referente à questão 7, do aluno M.M.

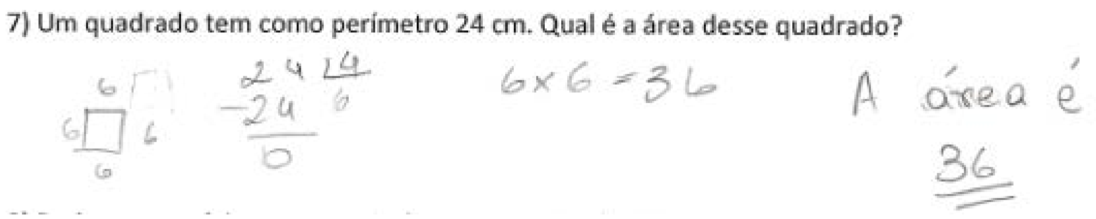


Figura 26 - Resolução do aluno M.M na questão7 da avaliação

Observe que o cálculo está correto, inclusive com um desenho representando o referido quadrado e a medida de sues lados, mas na resposta final não é apresentada a unidade de medida que, no caso desse problema, seria “centímetros quadrados”. Em nenhuma outra questão esse aluno coloca a unidade de medida na resposta. Houve casos, também, de estudantes que colocaram coloca a unidade sem elevá-la ao quadrado. Como é o caso de uma das resoluções que seguem.

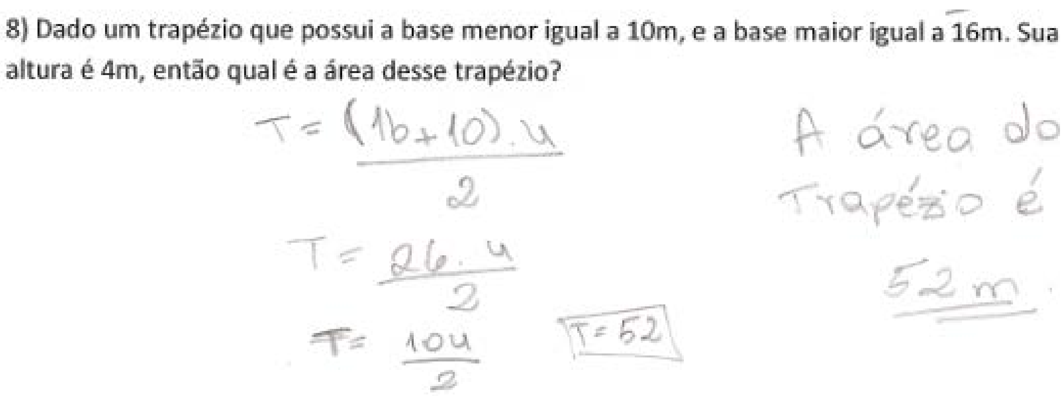


Figura 27 - Resolução da aluna B.W na questão 8 da avaliação

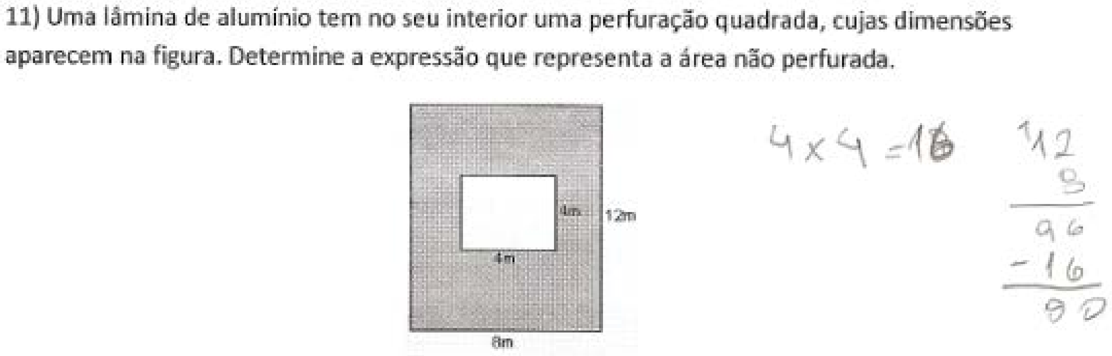
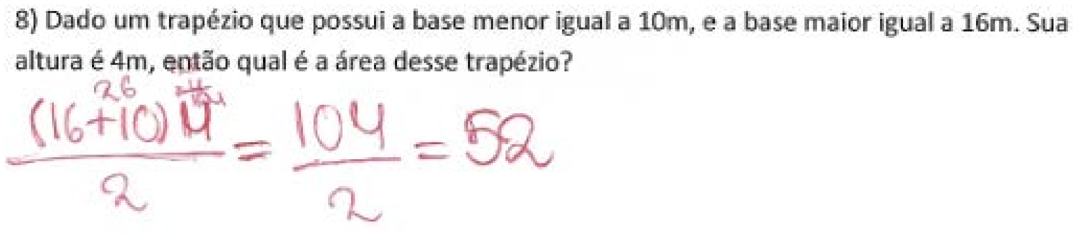


Figura 28 - Resolução da aluna M.M na questão11 da avaliação

O interessante é que nenhum dos estudantes apresentou a unidade de medida de maneira correta nas respostas das questões. Fica então uma pergunta: “será que os alunos entendem o significado do conceito de área?” Ou, exemplificando, “será que compreendem o que significa uma figura ter 90 *metros quadrados* ?”

Em minha opinião, o que é essencial de se entender no inicio do estudo sobre cálculo de área, é que quando uma figura possui 90 metros quadrados de área, o aluno compreenda que temos 90 quadrados de 1 metro de lado na superfície dessa figura. Ao analisarmos as resoluções dos estudantes nessa avaliação, me parece claro que esse entendimento ainda não ocorreu, já que eles *nunca* mencionam a unidade de área.

Na maioria das vezes os estudantes sabiam calcular áreas de figuras poligonais, mas aplicando diretamente os valores nas fórmulas. Observe as resoluções, referentes às questões 8 e 10.c, do aluno B.S.



8) Dado um trapézio que possui a base menor igual a 10m, e a base maior igual a 16m. Sua altura é 4m, então qual é a área desse trapézio?

$$\frac{\overset{26}{(16+10)}\,4}{2} = \frac{104}{2} = 52$$

Figura 29 - Resolução do aluno B.S na questão 8 da avaliação

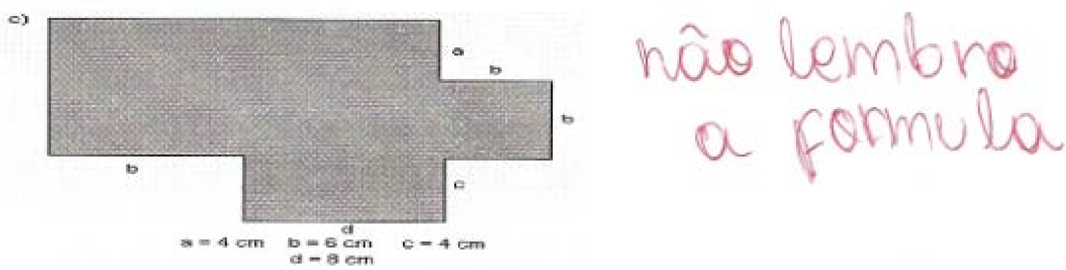


Figura 30 - Resolução do aluno B.S na questão10.c da avaliação

Analisando essas resoluções me parece que o significado de área não foi compreendido, visto que o aluno só sabe calcular através da utilização direta de fórmulas. Observando todas as avaliações, notei que isso se verifica para quase todos os discentes. É o que pode ter acontecido com o aluno citado acima, na sua resolução da questão 10.c, já que não conseguiu calcular a área de uma figura aparentemente estranha para ele. Para calcular essa área não há uma fórmula direta. Então, não restou outra resposta a não ser a que: "não lembro a fórmula". Porém, se ele dividisse essa figura em algumas partes como por exemplo, em retângulos e quadrados, possivelmente calcularia a área sem problema algum, visto, que em questões anteriores, onde se pedia o cálculo direto da área desses polígonos, o aluno obteve sucesso.

Lovell (1988) afirma que, mesmo após ter conseguido formalizar o conceito de área, tanto a criança quanto o adulto podem não conseguir verbalizar seu conhecimento com precisão. Poderia ser isto que estivesse acontecendo nos casos acima: os estudantes calculam a área e não indicam qual é a unidade de medida do problema. Porém não é o que parece quando observamos a resolução da questão 18, que segue abaixo, da aluna B.W.

18) Sabendo que cada "quadradinho" possui um centímetro de lado, indique a área de cada uma das figuras pintadas abaixo:

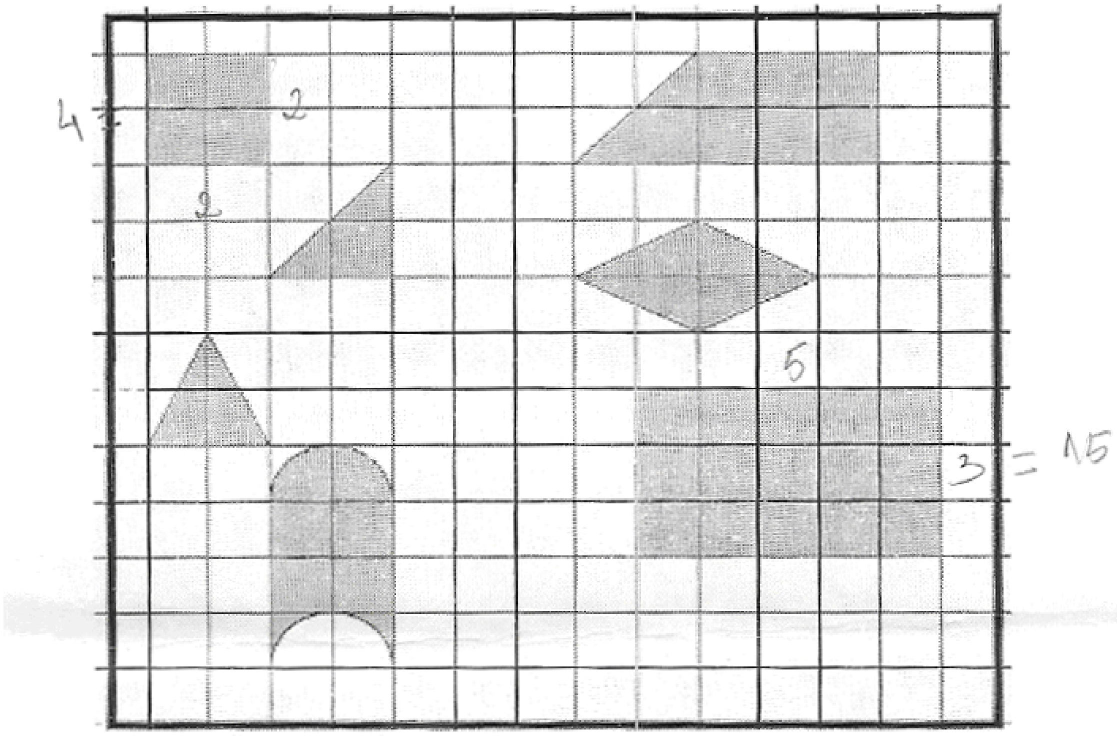


Figura 31 - Resolução da aluna B.W na questão18 da avaliação

Ao olharmos a disposição dos números em cada figura, cuja área a aluna tentou calcular, notamos que ela usa a fórmula da área de um retângulo para responder o exercício, visto que 2 x 2 = 4 e 5 x 3 = 15. Aliado a isso está o fato de que nas outras figuras a aluna não apresenta nenhum tipo de argumentação. Note que, nenhuma das outras figuras não respondidas é um retângulo. Porém, essas figuras apresentam alguns "quadradinhos" não inteiramente pintados, nos deixando em dúvida quanto ao motivo de a estudante não ter apresentado o cálculo de suas áreas. Afinal, será que foi porque não conhecia uma fórmula direta para o cálculo da área dessas figuras, ou será que ela, ao contar os quadrinhos pintados, notou que essas figuras não possuíam todos completos, fazendo com que não soubesse resolver?

O fato é que nas duas hipóteses há uma certeza, o conceito de unidade de área não foi bem entendido por essa aluna, nem pela maioria dos outros estudantes. Para tentar reconstruir esse conceito é que apliquei as seguintes atividades.

4.1.4 1ª Seqüência de atividades sobre áreas

Como o piso da sala de aula é composto por lajotas quadradas de tamanhos iguais, risquei com giz uma superfície composta por três lajotas de comprimento e duas lajotas de largura, como mostra o desenho. Perguntei qual era a área dessa figura.

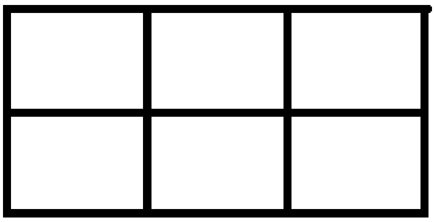


Figura 32 – Ilustração do retângulo 3 x 2.

Embasado nas avaliações, acreditava que a maioria responderia que a área era 6. Lançaria então outra pergunta: "Seis o quê?" Se as respostas fossem "lajotas", voltaria a perguntar: "Se não tivéssemos as lajotas, como mediríamos a área dessa figura?".

Mais tarde pediria que verificassem quantas capas de caderno caberiam nessa superfície. Ressaltaria que poderíamos calcular a área das figuras usando a unidade que desejássemos, desde que essa unidade também fosse uma superfície. Chamaria a atenção para o fato de que se não tivéssemos as lajotas ficaria difícil dizermos qual é a área do desenho, visto que não teríamos o que contar "dentro da figura". Concluiria com os estudantes que a unidade de medida de área teria que ser uma superfície também, mas uma superfície de tamanho conhecido. Com ela, então, poderíamos, medir figuras maiores.

Abordaria ainda o fato da importância de trabalharmos com unidades padrões, um exemplo disso é o comercio. A fim de facilitar os negócios, é conveniente que um metro quadrado de determinado tecido tenha o mesmo tamanho em qualquer lugar. Para chegarmos nesse padrão iríamos trabalhar com o sistema métrico decimal, e no caso de área, construir o metro quadrado.

Isso tudo foi o que pensei e planejei antes de aplicar a atividade, mas o fato é que na hora as coisas não ocorreram como previsto. Depois que risquei a figura exemplificada acima, no chão, e indagado os discentes sobre o tamanho de sua área, não recebi a resposta esperada. O que os alunos começaram a responder foram tentativas do tipo: “é um metro”, “eu acho que é menos”, “eu acho que é mais”, e assim por diante. O fato é que não sairíamos dessas aproximações sem embasamento. Então resolvi influenciar perguntando: “Essa figura, tem o que *dentro dela*?”. Um aluno gritou: “lajotas!”. Induzi novamente, questionando: “Então poderíamos dizer que a área dessa figura é seis lajotas, não?”. Todos disseram que sim.

Figura 33 – Calculando a área do retângulo proposto.

Pedi que contassem, portanto, quantas capas de caderno cabiam na superfície dessa figura, e recebi respostas diferentes. Algumas delas apenas com um número inteiro de capas, e outras com um número inteiro mais uma fração. Ressaltei o fato de que podemos medir a superfície com a unidade que quisermos. Porém, retomei o fato de que precisamos, às vezes, de certa padronização de unidades. Indaguei, “será que se eu ligasse para um vendedor de tapetes, e dissesse que queria um tapete de área 6 lajotas, ou “x” capas de cadernos, ele entenderia o tamanho real que eu quero?” Todos concordaram que seria difícil. Então informei que podemos usar em áreas, também, o sistema métrico decimal. Passamos, assim a construir o *metro quadrado.* Foi quando o aluno M.M perguntou: “*Mas como é esse metro quadrado professor?”* E antes que eu pudesse responder a aluna B.W diz: *“ora é um quadrado de 1 metro de cada lado”*. Respondi que B.W estava certa e sugeri que passássemos para a construção.

Para construir esse metro quadrado disponibilizei aos estudantes uma grande quantidade de tecido não tecido (TNT), régua, trena e tesoura. A idéia inicial era tentar não intrometer-me dando dicas, afim de não influenciar os possíveis diferentes métodos que os estudantes apresentassem na construção. Mas o fato é que todos construíram, basicamente, da mesma maneira. Usaram a régua de um metro para medir os lados do quadrado, riscaram com caneta, e mais tarde recortaram com o auxilio de uma tesoura. Foi uma atividade que proporcionou uma grande interatividade entre os alunos, pois uns iam ajudando os outros.

Figura 34 – Construindo o metro quadrado

Um fato interessante foi que, depois de terminadas as construções, os próprios alunos se deram conta de conferirem o resultado, esticando os lados dos quadrados sobre as réguas de um metro. Isso trouxe uma grande discussão entre eles, pois ocorriam diferenças mínimas de cerca de 2 a 5 centímetros. E um queria estar mais próximo do resultado do que o colega.

Figura 35 – Verificando o metro quadrado.

Com a construção pronta do metro quadrado, propus uma atividade, na qual os alunos tinham que medir a área de um pedaço, delimitado por mim, da quadra do pátio da escola. Os alunos contavam com os seguintes materiais de auxilio: o metro quadrado, giz, régua, fita adesiva e barbante. O objetivo principal dessa atividade foi fazer com que os estudantes construíssem a idéia de quantidade de área, contando, para isso, o número de quadrados sobre essa superfície.

Quando pensei essa atividade, achava que os alunos fossem sobrepor esse quadrado de um metro de lado sobre toda a superfície, obtendo assim a resposta. Mas acabou não sendo isso o que aconteceu. Como dividi os alunos em dois grupos de três integrantes, com o objetivo de que um ajudasse o outro para facilitar o cálculo, um grupo teve uma idéia e o outro a copiou. Como a superfície delimitada por mim no pátio era um retângulo, os alunos sobrepuseram os quadrados apenas nas "linhas" (lados desse retângulo). Na base e na altura desse retângulo, iam fazendo marcas sobre elas de metro em metro. Depois esticavam um barbante de ponta a ponta, fazendo novas marcas com giz a cada metro nos lados opostos. Essas marcas de giz foram formando quadrados iguais aos iniciais sobre a superfície, como esclarecem as figuras abaixo.

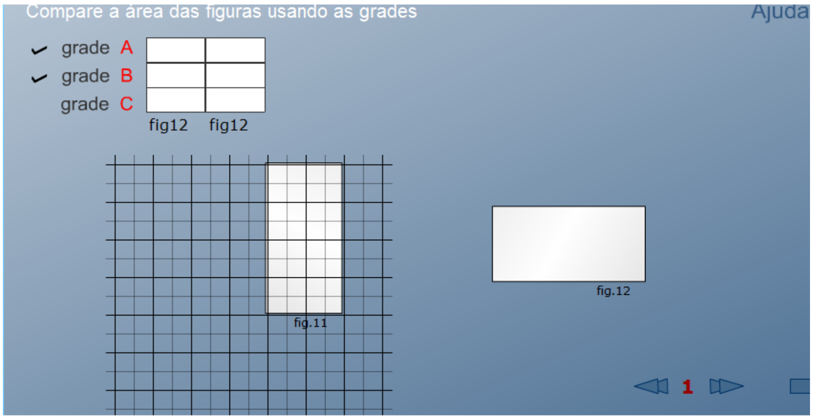
Figura 36 – Medindo a superfície da quadra do pátio da escola.

Para responder a questão, os alunos contaram quantos quadrados tinha sobre a superfície, mas usando as marcas de giz. Ocorreu que não totalizou um número inteiro de quadrados, então o pedaço que sobrou, tinha que ser calculado também. O que me surpreendeu foi a maneira com que os alunos resolveram esse problema. Mediram a largura e o comprimento em metros desse pedaço, que obviamente era um retângulo também, e multiplicaram as dimensões. No final adicionaram o valor encontrado para a área desse retângulo no número anterior de "quadradinhos". Isso tudo afirmou o que eu constatei após a primeira avaliação: que eles sabiam fazer os cálculos das áreas, porém, esqueciam das unidades de medida e não calculavam áreas de figuras não conhecidas.

Continuando com o objetivo de calcular tamanhos de superfícies, desenhei uma figura não poligonal no chão da quadra, e perguntei qual seria o valor de sua área. Os estudantes partiram para mesma idéia anterior, tentaram sobrepor os quadrados na superfície. Chegaram à conclusão de que cabiam quatro quadrados. Então indaguei: "E o que sobrou, não da para calcular?". Alguns responderam que sim e outros que não. Perguntei: "e se, ao invés de termos um quadrado de um metro de lado, tivéssemos quadrados de 10 cm de lado, não caberia mais?" Todos responderam que sim. Chamei a atenção de que quanto mais dividimos a unidade, melhor será a aproximação do tamanho real da área.

A fim de proporcionar aos estudantes uma melhor visualização da discussão acima, foi trabalhada, no laboratório de informática, a atividade que segue.

O objetivo era fazer com que os estudantes reafirmassem a idéia discutida anteriormente do cálculo de área, e mostrar novamente que é possível calcular superfícies de figuras não regulares. Reafirmar que muitas vezes isso só será possível através de aproximações. Pedi, então, que trabalhassem a atividade disponível no endereço: *http://mdmat.psico.ufrgs.br/rived/areas/index.html.* Esse link deu acesso a um exercício em que os alunos tiveram que calcular áreas de figuras regulares e não regulares, com uma grade quadriculada sobre elas. Segue uma imagem de um dos cálculos propostos.



1. Qual delas possui maior altura?
2. A figura de maior área é também a mais alta? Explique.
3. Qual possui maior perímetro?
4. A figura de maior perímetro é a que possui maior superfície?

Figura 37 – print screen de objeto digital de aprendizagem[6]

Expliquei que as respostas das áreas deveriam ser respondidas no quadro superior esquerdo para cada quantidade encontrada em cada tipo de grade. Se solicitarmos que apareça somente a grade A teremos uma malha quadriculada com certa quantidade de “quadradinhos”. Se adicionarmos a grade B a quantidade de quadradinhos aumentará, já que dividirá em mais partes a figura, e assim sucessivamente. Os alunos só passarão para novas figuras se responderem corretamente as atuais. As últimas figuras serão não-poligonais, mais precisamente, o desenho de folhas de árvores, para as quais os discentes terão que determinar, também, a quantidade de área em cada tipo de malha. Nessa parte final, tentei retomar a discussão de áreas de figuras irregulares, dando importância às aproximações. Além disso, chamei a atenção para o fato de que quanto mais divisões tiver a “malha”, (ou seja, menor for minha unidade de medida) melhor será a aproximação obtida no cálculo da área dessas figuras.

[6] Objeto digital de aprendizagem publicado em http://mdmat.psico.ufrgs.br/rived/areas/index.html

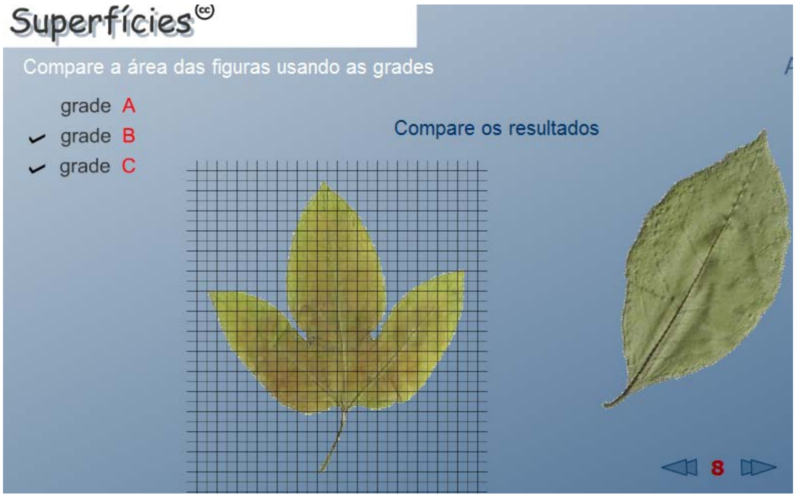


Figura 38 - print screen de objeto digital de aprendizagem

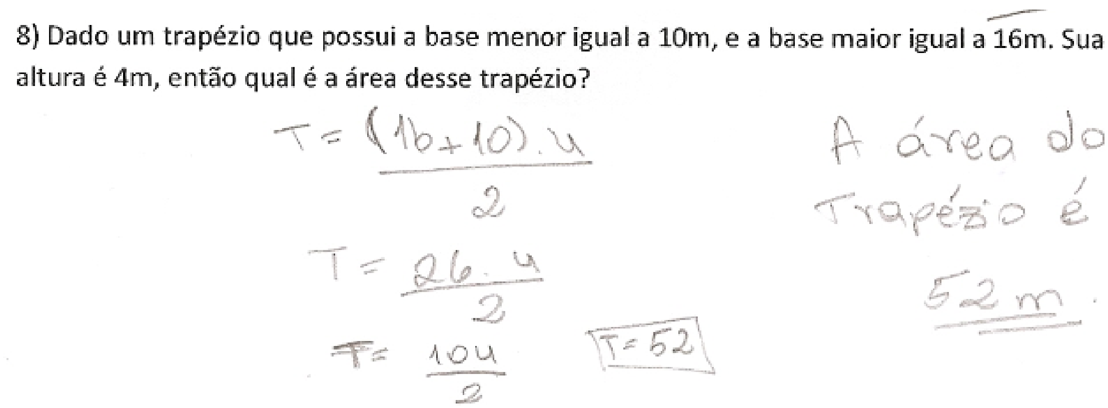
De uma maneira geral, o desempenho dos alunos nessa atividade foi satisfatório, visto que todos venceram as etapas do exercício. Contando, para isso, o número de quadrados em figuras poligonais, e na ultima etapa, da imagem acima, se convenceram de que é possível calcular a área de qualquer figura. Ficou claro também que nem sempre será algo simples de se fazer, notei isso pelo comentário da aluna T.A: “professor, ta faltando quadrinho, não dá para dividir em mais pedaços?”

Isto reforça a idéia de que os alunos compreenderam o conceito básico de cálculo de área, contando a quantidade de unidades de medida sobre essa superfície.

4.1.5. 2ª Seqüência de atividades sobre áreas

Baseado em algumas resoluções de problemas de área apresentadas pelos discentes na avaliação, nas quais se vê claramente uma aplicação direta de fórmulas para encontrar a área das figuras, trabalhei uma atividade com o objetivo de mostrar de onde vêm algumas dessas fórmulas.

Vejamos algumas dessas resoluções.



8) Dado um trapézio que possui a base menor igual a 10m, e a base maior igual a 16m. Sua altura é 4m, então qual é a área desse trapézio?

$T = \frac{(16+10) \cdot 4}{2}$

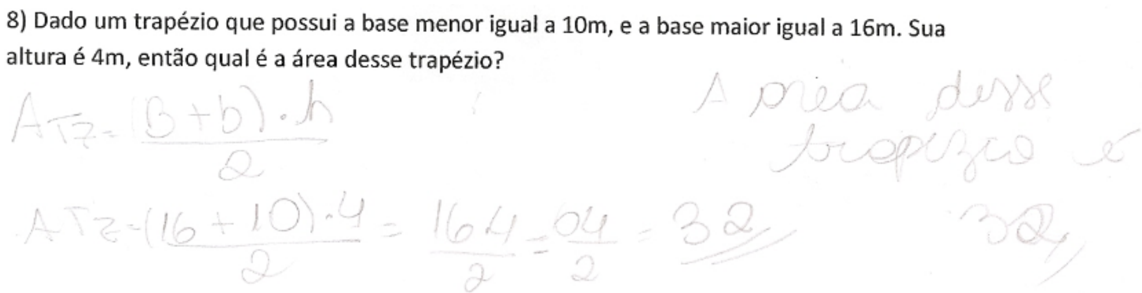
$T = \frac{26 \cdot 4}{2}$

$T = \frac{104}{2}$ $\boxed{T = 52}$

A área do Trapézio é 52 m.

Figura 39 - Resolução do aluno M.M referente à questão 8 da avaliação.

Essa é a resolução do aluno M.M, na qual ele usa a fórmula do cálculo da área de um trapézio de maneira direta. Segue a resolução, da aluna B.W., da mesma questão, igualmente resolvida.



8) Dado um trapézio que possui a base menor igual a 10m, e a base maior igual a 16m. Sua altura é 4m, então qual é a área desse trapézio?

$A_{Tz} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$

$A_{Tz} = \frac{(16+10) \cdot 4}{2} = \frac{164}{2} = \frac{04}{2} = 32$

A area desse trapezio é 32

Figura 40 – Resolução da aluna B.W referente à questão 8 da avaliação.

Analisando as avaliações, notamos que o cálculo de área de trapézios, retângulos, triângulos e quadrados foram bem trabalhados pelos alunos, porém quando foi necessário calcular a área de figuras que não tinham uma fórmula direta, os discentes encontraram grandes dificuldades. Um fato interessante é que quando foi necessário calcular as superfícies, todos os alunos usaram fórmulas, ou não responderam a questão. Ou ainda, como respondeu o aluno B.S: *“Não lembro da fórmula”.*

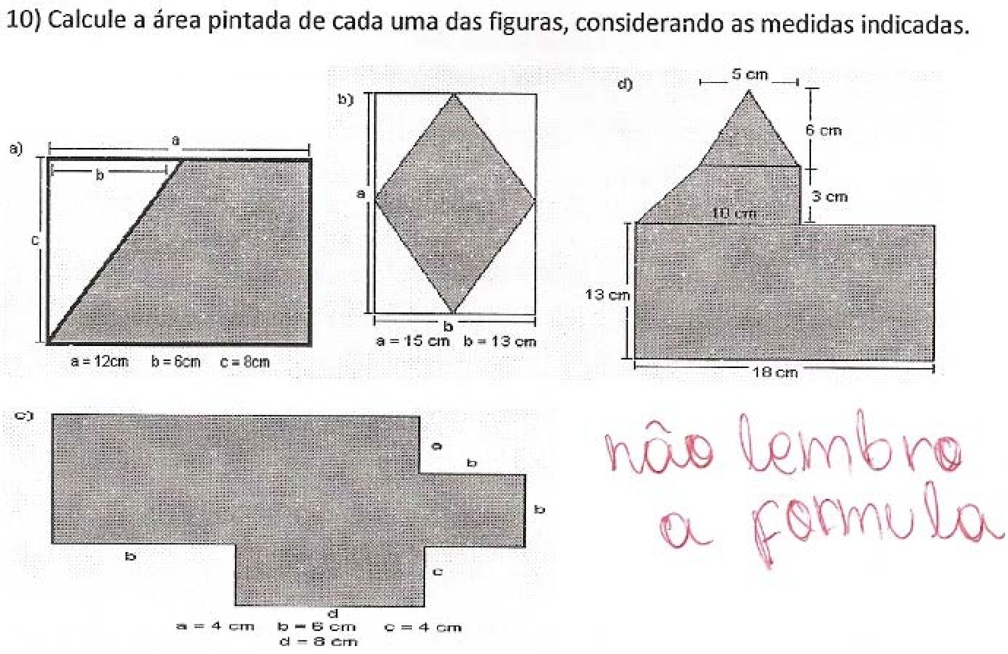


Figura 41 - Resolução do aluno B.S referente à questão 10 da avaliação.

Para desconstruir a idéia de que só conseguimos calcular a área de figuras através de fórmulas, tentei mostrar que algumas dessas fórmulas (mais precisamente a do quadrado, triângulo, retângulo e trapézio) se originam da mesma idéia proposta por Lovell, contar a unidade de medida na superfície da figura. Para auxiliar na visualização, entregarei para cada aluno, um geoplano[7].

Primeiramente mostrei porque a fórmula do retângulo é *base vezes altura.* Para isso, pedi que construíssem no geoplano um retângulo de tamanho três para o comprimento e dois de largura, como mostra o desenho abaixo.

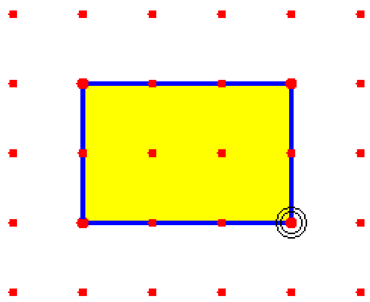


Figura 42 – Figura ilustrando um retângulo 3 x 2.

[7] O geoplano é um recurso utilizado para auxiliar os professores no trabalho e ensino das figuras e formas geométricas planas, e tudo o que lhes relaciona. É composto por um tabuleiro de madeira, em cada vértice dos quadrados formados fixa-se um prego numa determinada distribuição, onde se prenderão os elásticos, usados para "desenhar" sobre o geoplano.

Se tomarmos como unidade de medida cada “quadradinho”, temos como área total desse retângulo 6 u.a. Basta contarmos quantos “quadradinhos” existem nessa superfície. Chamei a atenção dos alunos para o fato desse retângulo possuir duas linhas, em cada linha ter três “quadradinhos”, logo temos 6 “quadradinhos” no total, que é o mesmo que multiplicarmos dois por três (número de linhas x número colunas). Generalizando, sempre teremos como método para calcular a área de um retângulo: $A = b \, x \, h$. Todos se mostraram bastante surpresos, parecendo se convencer do fato, visto que exclamaram coisas como a aluna T.A: *“Há! É por isso então que a fórmula que a professora passou foi base vezes altura!”.*

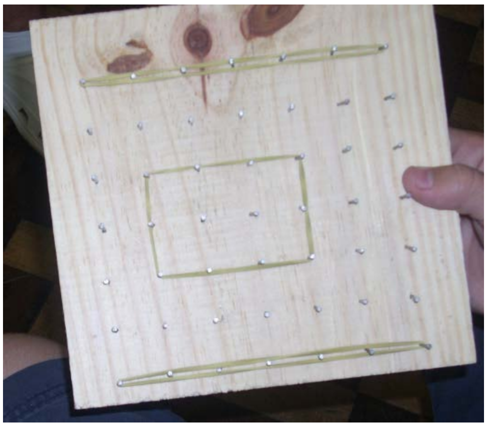


Figura 43 – Construção do aluno B.S, no geoplano, do retângulo pedido.

Vale ressaltar que esta atividade se propõe a fazer com que os alunos visualizassem e se convencer, se não formalmente, intuitivamente, do porquê do uso dessas fórmulas. Não foi pedido que resolvessem qualquer tipo de problema nem que fizessem cálculos, já que esse não era o objetivo.

Pelas resoluções das avaliações, notei que os discentes calculavam a área de um quadrado através da fórmula $A = L \, x \, L$, onde A é a área e L o lado do quadrado. Ressaltei o fato de que para a fórmula do quadrado segue o raciocínio anterior. Pedi que construíssem no geoplano um quadrado como segue:

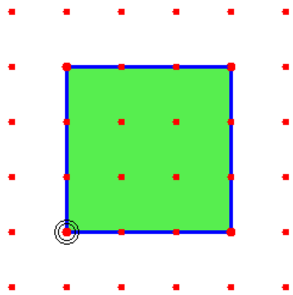


Figura 44 – Figura ilustrando um quadrado 3 x 3.

Mostrei que nesse exemplo temos três linhas e três “quadradinhos” em cada linha. Logo fazemos 3 x 3 que é 9. A área, então, é 9 u.a. Notamos que para esse caso temos o número de linhas igual ao número de “quadradinhos” em cada linha, portanto, generalizando, podemos chamar os dois números de L. Como antes, no retângulo, tínhamos $A = b \; x \; h$, agora b e h são iguais, trocando ambos por L teremos, $A = L \; x \; L$.

Para o triângulo tentei dar uma intuição sobre por que usamos $A = \frac{b \; x \; h}{2}$, onde A é a área, b a base, e h a altura do triângulo. A partir do retângulo anterior, construímos um triângulo onde um dos lados era a diagonal do retângulo, e os outros eram os lados do próprio retângulo. Veja o desenho.

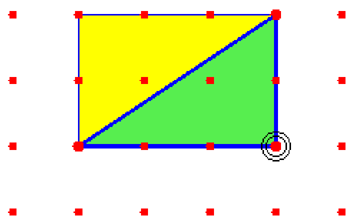


Figura 45 – Figura ilustrando um retângulo 3 x 2, composto por 2 triângulos.

Visualmente deduzimos que a área do triângulo verde é a metade do retângulo. Como a área do retângulo era dada pela expressão $A = b \; x \; h$, a área de cada triângulo será $A = \frac{b \; x \; h}{2}$. Aqui a maioria dos alunos falou que nunca havia construído a área do triângulo dessa maneira.

Para encerrar essa atividade, parti das fórmulas do triângulo e do retângulo e cheguei à fórmula do trapézio. Para isso pedi que construíssem, cada um no seu geoplano, o trapézio como o da figura 46.

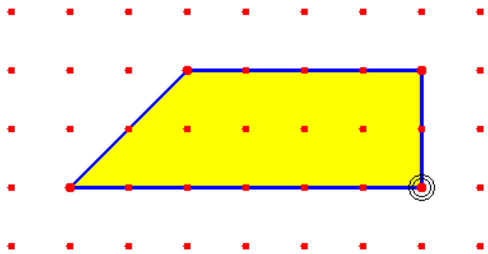


Figura 46 – Figura ilustrando um trapézio de área 10u.a.

Com dois novos elásticos, sobre esse mesmo trapézio, construímos um triângulo e um retângulo como ilustra a figura que segue.

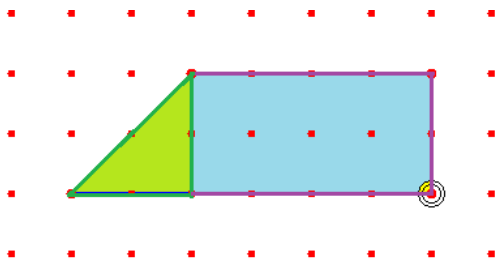


Figura 47 – Figura ilustrando um retângulo e um triângulo sobrepondo o trapézio anterior.

Dividimos o trapézio em duas outras figuras, em um triângulo e em um retângulo, no caso da ilustração acima, verde e azul, respectivamente. Logo a área do trapézio será a soma das duas áreas. Já havíamos chegado às fórmulas das áreas dos retângulos $A = b \ x \ h$, e fórmula da área do triângulo $A = \frac{b \ x \ h}{2}$. Chamei a atenção ao fato da altura do trapézio, h, ser a mesma para as duas figuras, mas o b não, então chamei de b a base do retângulo, em azul, e b^* a base do triângulo em verde. Essa inclusão de símbolos foi o que mais criou dificuldade na compreensão dos alunos. Mostrei, então, que $b + b^*$ = B. Daí, obtemos o seguinte:

$$\text{Área do trapézio} = \text{Área do retângulo} + \text{Área do triângulo}$$

$$\text{Área do retângulo} + \text{Área do triângulo}$$

$$b\ x\ h \qquad + \qquad \frac{b^{*}\ x\ h}{2}$$

$$\frac{2(b\ x\ h) + b^{*}\ x\ h}{2} = \frac{2bh + b^{*}h}{2} = \frac{(2b + b^{*})h}{2} = \frac{(b + b + b^{*})h}{2}$$

$$\text{Como } b + b^{*} = B, \text{ substituindo teremos}:$$

$$\frac{(b + B)\,h}{2} = \text{Área do trapézio}$$

Essa seqüência foi, praticamente, o que escrevi na lousa.

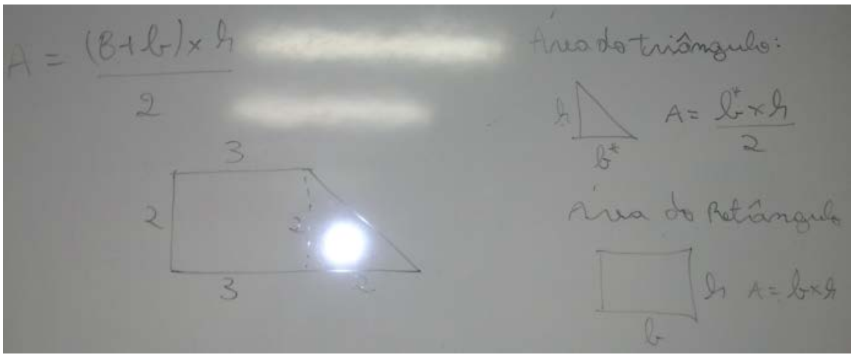


Figura 48 – trecho da exposição sobre área de trapézio

Apesar de não ter sido feito nenhum tipo de cálculo, nem resolvido nenhum problema, essa atividade foi bem recebida pelos alunos. Todos mantiveram a atenção e participaram. Ficaram atentos, especialmente no desenvolvimento da fórmula do trapézio, do processo de “sair da fórmula do retângulo e do triângulo e chegar na dele”. Isso foi interessante, pois como são meus alunos de recuperação paralela, sei que a professora chamou, sem o uso do geoplano, a atenção para o fato de se poder dividir o trapézio nessas duas figuras. Mas ficaram surpresos com a demonstração da fórmula, mesmo já sabendo que a figura é composta por essas duas. Isso se deu, em minha opinião, pelo fato de eles só estarem acostumados a fazer os cálculos em separado quando resolviam os problemas. Para eles, as fórmulas eram apresentadas como verdades absolutas, como mágica.

4.1.6. 3ª Seqüência de atividades sobre áreas

Devido a algumas confusões apresentadas pelos estudantes, nos exercícios da avaliação com os conceitos de área e perímetro em polígonos, pensei em uma atividade para suprir essas dificuldades. Vejamos a questão 7 da avaliação da aluna B.W:

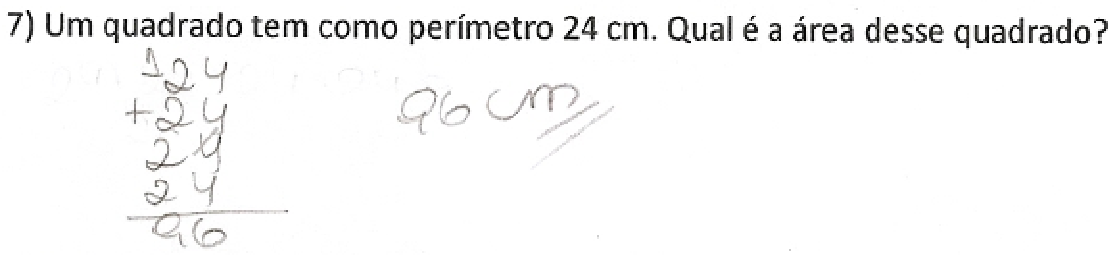


Figura 49 – Resolução da aluna B.W na questão 7 da avaliação

Segue também a resolução do aluno G.F:

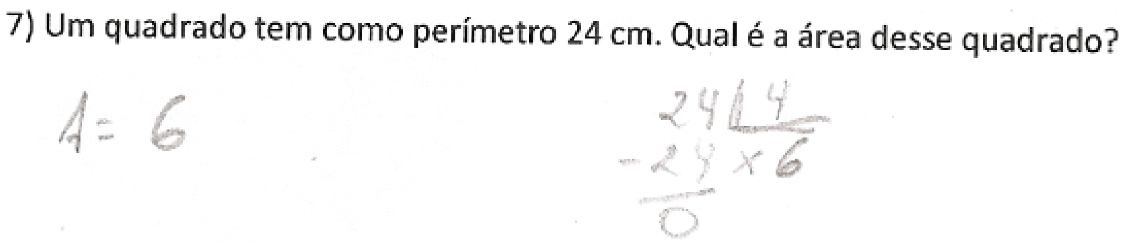


Figura 50 – Resolução do aluno G.F na questão 7 da avaliação

Nesses dois exemplos foram feitas algumas confusões. Na resolução apresentada pela aluna B.W, ela soma o perímetro dado no problema quatro vezes (quatro também é o número de lados do quadrado), sendo que era a área do quadrado o que pedia o enunciado da questão. Em minha opinião houve uma confusão entre área e perímetro, ou o conceito de perímetro ainda não estava claro para a discente. Temos que levar em conta que quando apliquei essa atividade, toda parte do trabalho sobre perímetro já estava concluída, e talvez, nessa altura, o conceito já estivesse bem entendido pelos discentes.

Lendo a dissertação de mestrado de Backendorf (2010), vi que a pesquisadora constatou confusões parecidas nos seus alunos, referentes aos conceitos de área e perímetro. Como eu tinha apenas uma atividade para desfazer essas confusões, achei interessante trabalhar uma das propostas apresentada por Backendorf para diferenciar tais conceitos, a qual segue abaixo.

Lancei a seguinte pergunta: “Figuras de mesma área, podem ter perímetros diferentes, ou vice-versa?” Pedi aos alunos que tentassem responder à essa pergunta usando como auxílio o recurso do geoplano, mas agora virtualmente. Com esse instrumento eu estaria forçando-os a pensar em polígonos, visto que com essas figuras há uma melhor visualização dos conceitos. Optei pelo geoplano virtual, diferentemente de Backendorf (2010) que preferiu trabalhar com papel quadriculado. O fato é que com papel quadriculado Backendorf já havia constatado uma eficácia na desconstrução da confusão entre os conceitos. Logo, trabalhar com o geoplano virtual seria um novo teste, com uma nova ferramenta. Acredito que com o geoplano estarão mantidas as possibilidades dos alunos poderem comparar, ampliar e reduzir formas e figuras. Backendorf relata ter distribuído um pedaço de papel quadriculado em forma de retângulo para cada estudante, e pedido para que eles recortassem os quadradinhos. Com esses quadradinhos é que os alunos tentaram formar figuras que possuíssem mesma área e perímetros diferentes. A autora relata ainda que no final o trabalho havia sido satisfatório, visto que até o momento da atividade prevalecia a idéia de que como a quantidade de “quadradinhos” não mudava, o perímetro também não poderia mudar. Mas no fim, a pesquisadora relata que os próprios alunos acabaram se convencendo que é possível ter figuras de áreas iguais e perímetros diferentes, que é onde pretendia chegar. Além disso, eu queria terminar com a confusão entre os dois conceitos.

Na aplicação da atividade, iniciei apresentando o geoplano virtual aos estudantes, ensinando-os a manuseá-lo. Em seguida, pedi que construíssem algumas figuras, para que se habituassem ao uso do software. Então coloquei o enunciado do exercício: *“Existem figuras de perímetros diferentes com áreas iguais, ou vice-versa?”*

O interessante é que de inicio todos disseram que não existiam tais figuras, comprovando o que a Backendorf (2010) havia constatado. Mas o fato é que insisti para que tentassem construir no geoplano virtual figuras com as condições do enunciado. Pedi também que entregassem, em uma folha de oficio, suas respostas. Acabei me surpreendendo com os resultados. Segue abaixo a resolução do aluno B.S.

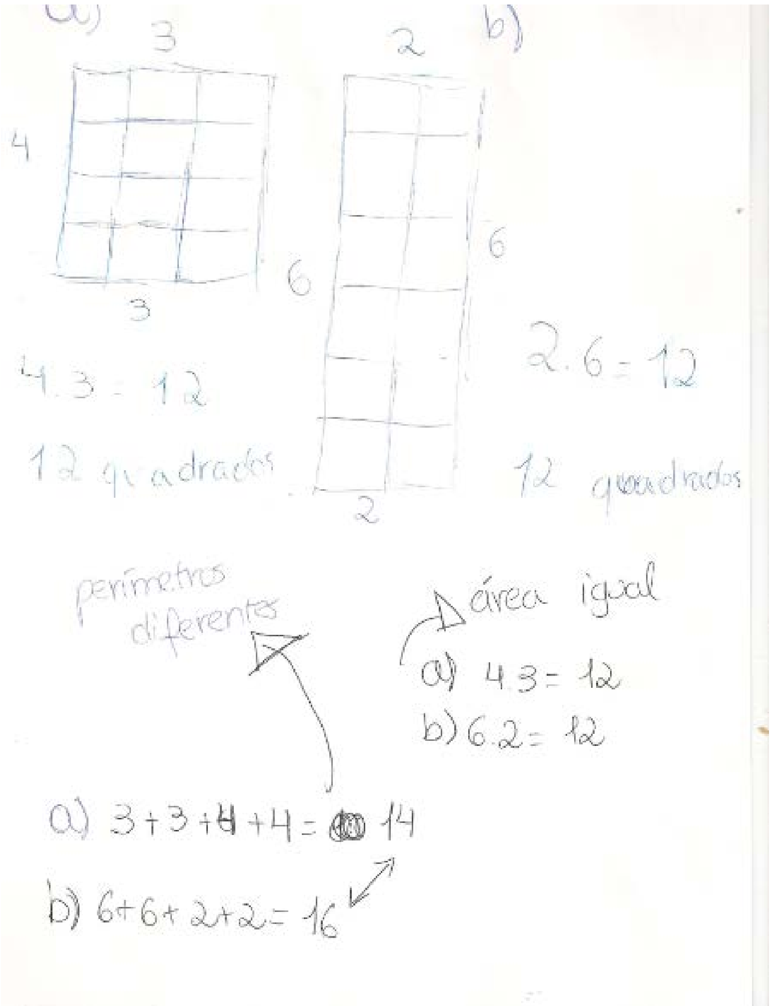


Figura 51 – Resolução do aluno B.S

Essa resolução acaba nos dizendo alguma coisa sobre o efeito de todas as atividades trabalhadas até então, na compreensão dos alunos sobre os conceitos. Em primeiro lugar o aluno resolve o problema sem confundir os conceitos. Ele desenha dois retângulos, um 4 x 3, e outro 2 x 6. O primeiro com área 12u.a e perímetro 14u.c ,e o segundo, também com 12u.a, mas com 16u.c de perímetro.

Outro fato relevante de se observar é que o estudante desenha os retângulos com “quadradinhos” em sua superfície. Logo, a idéia de unidade de medida de área que tentei fazer com que eles tivessem compreendido, parece-me que foi entendida. Adiciona-se a isto o fato de ele ter indicado a unidade de área como “quadrados”, já que o problema não apresentava unidade alguma. Segue a resolução do aluno M.M:

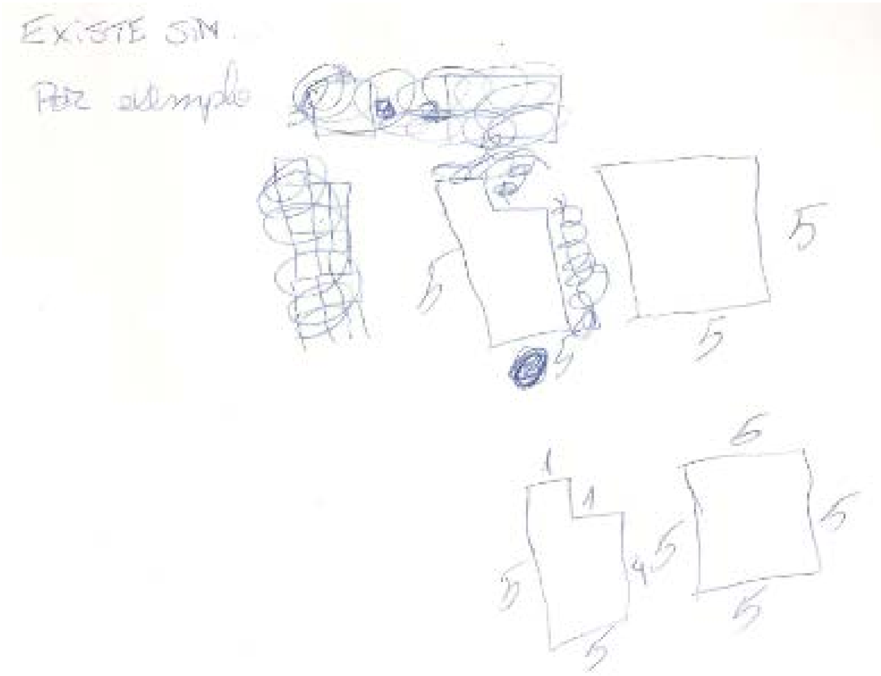


Figura 52 – Resolução do aluno M.M

Essa resolução, apesar de não ser tão organizada como a anterior, nem estar completamente correta, me chamou a atenção pelo método usado. Parece-me que, primeiramente, ele desenha dois quadrados iguais com lado 5, portanto com área igual a 25u.a, e perímetro 20u.c para ambos. Em seguida, ele mantém o primeiro quadrado, já no segundo ele desloca um “quadradinho” da posição inicial, tentando manter a área e ganhar duas unidades de comprimento para o perímetro. Porém ele não se deu conta que perdeu algumas unidades de área nesse deslocamento. Como a imagem da resolução do aluno está ruim, segue um desenho exemplificando o que ele fez.

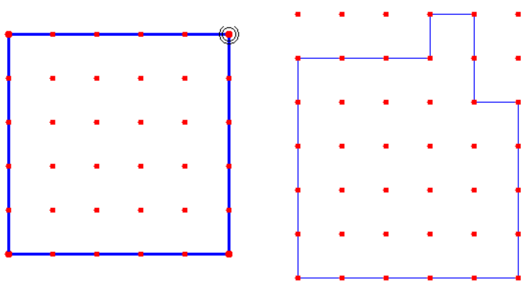


Figura 53 – Exemplificando a resolução do aluno M.M

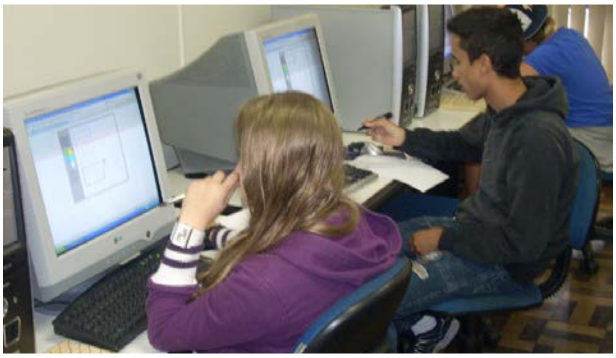


Figura 54 – Alunos trabalhando no laboratório de informática.

5. Considerações Finais

O objetivo inicial desta pesquisa era estudar o comportamento dos alunos diante de problemas de geometria. Após a primeira avaliação, analisando as dificuldades apresentadas, notei que muito desses empecilhos estavam ligados à compreensão dos conceitos. A partir disso, o foco voltou-se para um estudo de como os alunos estariam compreendendo as idéias de área e perímetro, seguido de uma proposta didática, a fim de reconstruir essas definições de maneira mais consistente e compreensível.

Para que pudéssemos sucesso na tentativa de sanar as dificuldades dos discentes e tentar reconstruir esses conceitos, procurei me apoiar em autores que trabalharam com os mesmos. Além disso, fui atrás de pesquisadores que trabalharam práticas com propósitos parecidos.

No fim, me detetive em estudar Kurt Lovell (1988), Caraça (1952) e Backendorf (2010), esta última uma, aluna de mestrado da UFRGS que, em sua dissertação, trabalhou práticas envolvendo área e perímetro. Ela sempre procurou se apoiar em Lovell, defendendo que para compreender as idéias, o estudante tem que manipular os objetos, com o que também concordo. A partir dessas leituras, e da análise das avaliações dos alunos, passei a construir uma seqüência didática. Essa seqüência tinha como objetivo atacar deficiências no desenvolvimento dos conceitos de perímetro e área, e possíveis erros na concepção desses conceitos pelos alunos.

Acredito que após a aplicação das atividades, observando algumas resoluções e colocações dos alunos, verificou-se algum sucesso no entendimento dessaes conceitos por parte deles. Comecei a convencer-me disto quando o aluno M.M resolveu a seguinte atividade: os alunos deveriam calcular o perímetro de uma elipse desenhada em uma folha. Ele sobrepôs um pedaço de barbante e mediu seu tamanho. Fez o mesmo para tentar responder a sua questão 3 (Figura 3) da primeira avaliação, a qual ele não havia conseguido resolver anteriormente.

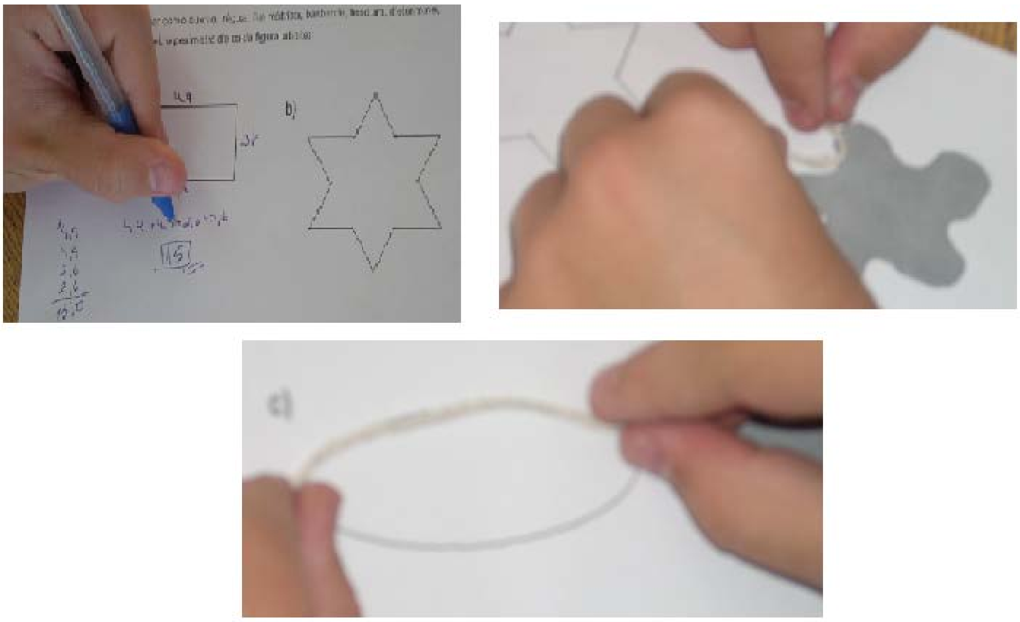


Figura 55 – Conjunto de imagens sobre ultima atividade escrita[8]

Isso nos mostrou que o conceito de perímetro, para os alunos, transcendeu a idéia de apenas servir para polígonos.

Além disso, notou-se, de uma maneira geral, nas atividades, que os alunos estavam colocando nas respostas a unidade de medida do problema. Mas a atividade em que ficou claro que houve uma melhora na compreensão dos conceitos, foi aquela em que solicitei a construção de figuras de áreas iguais com perímetros diferentes, ou vice-versa, visto que todos os alunos conseguiram resolvê-la, e que não aconteceram confusões entre as definições, que antes aconteciam. Eles desenharam as figuras, indicando “quadradinhos” na sua superfície como unidade. Além disso, indicaram claramente, nos esquemas das respostas, o que se referia à área e a perímetro.

Na atividade referida por último, com a indicação desses quadrados dentro da superfície do retângulo, parece que o objetivo da primeira atividade sobre áreas foi alcançado, já que naquelas com a construção do metro quadrado, tentou-se criar a idéia de unidade de medida. Junte-se a isto a aparente compreensão da medida através de uma unidade.

[8] Avaliação final, com conjunto de 4 figuras, onde se pedia para calcular os perímetros delas. Aplicada no final do trabalho aos alunos. Essa avaliação se encontra no apêndice 2.

Talvez esse sucesso seja apenas aparente, já que quando colocadas essas situações-problema aos alunos, os conceitos ainda estavam muito claros, pois recém haviam sidos trabalhados nas atividades. Quem sabe se a questão fosse colocada mais tarde, o sucesso não seria o mesmo. Mas o fato é que, pelo menos em um primeiro momento, esses objetivos foram alcançados.

Percebi com o andamento da prática que a parte sobre perímetros foi mais bem aceita pelos alunos. Com isso, me aprece que os objetivos foram mais bem alcançados. Talvez isso tenha ocorrido porque todas essas atividades aconteceram em duas longas tardes e, como a parte sobre áreas ficou para o final, os alunos poderiam estar mais cansados. Por outro lado, o fato de eles não terem conseguido responder à questão 3 da avaliação prévia, onde se pedia para calcular o perímetro de uma figura não poligonal, trouxe bastante interesse e curiosidade.

Por fim, gostaria de salientar que este trabalho reforçou a minha concepção de que uma proposta de aula bem sucedida é aquela que planejamos detalhadamente antes de executá-la. Esse planejamento consiste em analisar as dificuldades e características de nossos alunos, traçar os objetivos a serem alcançados e definir a metodologia que será usada. Tudo isso são coisas cruciais para o sucesso das aulas. Além disso, devemos observar que em geometria, como é o caso do meu trabalho, e como afirma Lovell, a manipulação dos objetos é fundamental para a visualização e a compreensão das idéias.

6. Bibliografia

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Novo Praticando Matemática.** Volume 1. 1ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2006.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Novo Praticando Matemática.** Volume 2. 1ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2006.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Novo Praticando Matemática.** Volume 4. 1ª edição. São Paulo: Editora do Brasil, 2006.

BACKENDORF, V. R. **Uma seqüência didática de medidas de comprimento e superfície no 5° ano do ensino fundamental:** um estudo de caso**.** 2010. 187f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2010.

BORDEAUX, Ana Lúcia; RUBINSTEIN, Cléa; FRANÇA, Elizabeth; OGLIARI, Elizabeth; PORTELA, Gilda. **Matemática na vida e na escola**. Volume 1. São Paulo: Editora Positivo, 1999.

CARAÇA, Bento. **Conceitos fundamentais da matemática.** Lisboa: Tipografia Matemática, 1952.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? mas que problemas? :** estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula**.** Petrópolis: Vozes, 2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. Volume 1. São Paulo: Editora Ática, 2005.

DOMÊNICO, Luiz Carlos de; LAGO, Samuel Ramos; ENS, Waldemar. **Matemática moderna**: 5º série. São Paulo: IBEP.

FÉLIX, Vanderlei Silva. **Educação matemática:** teoria e prática da avaliação. Passo Fundo: Clio Livros, 2001.

FERREIRA, A. B. H. Aurélio: **Minidicionário da língua portuguesa**. 7ª edição. Curitiba: Editora Positivo. 2008.

FERREIRA, A. B. H. Aurélio: **Minidicionário da língua portuguesa**. 1ª edição. Curitiba: Nova Fronteira. 1977.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JR, José Ruy. **Matemática:** Pensar e Descobrir**.** Volume 1. São Paulo: FTD, 2005.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JR, José Ruy. **Matemática:** Pensar e Descobrir**.** Volume 2. São Paulo: FTD, 2005.

GRASSESCHI, Maria Cecília C; ANDRETTA, Maria Capucho; SILVA, Aparecida Borges dos Santos. **PROMAT:** Projeto oficina de matemática. Volume 1. São Paulo: FTD, 1999.

IMENES, Luiz Marcio Pereira. **Geometria**. São Paulo: Atual, 1992.

JARANDILHA, Daniela. **Matemática já não é problema**. São Paulo: Cortez, 2005.

LOVELL, Kurt. **O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança.** Tradução de Auriphebo Berrance Simões. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ Marli E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas**.** São Paulo: EPU, 1986.

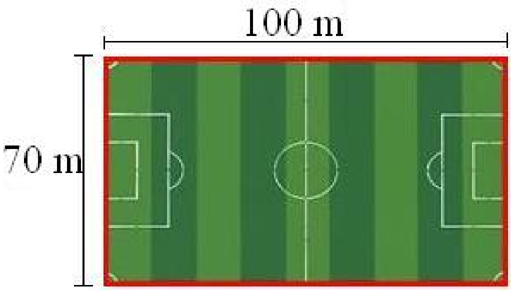
LUFT, C. P: **Minidicionário Luft**. 20ª edição. São Paulo: Editora Ática. 2003.

7 Apêndices

APÊNDICE 1: Avaliação realizada pelos alunos antes do desenvolvimento da prática.

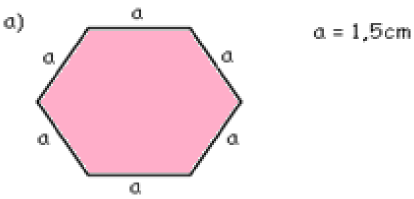
Nome:___________________________________ Turma:________

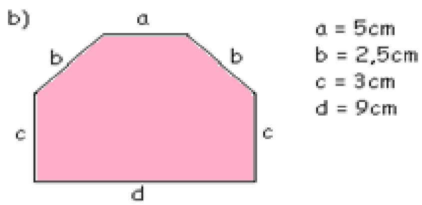
1) O que é perímetro? Vamos determinar o perímetro do campo de futebol abaixo?



[9]

2) Para cada uma das figuras:

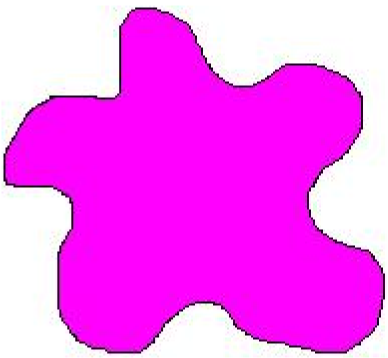




i) Indique o perímetro de cada figura com as letras que representam os lado.

ii) Calcule numericamente esses perímetros.

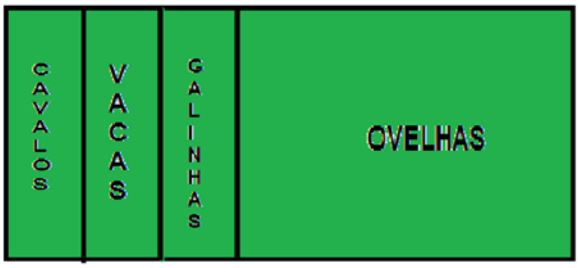
3) É possível calcular o perímetro desta figura? Se for possível calcular, como você faria?


[10]

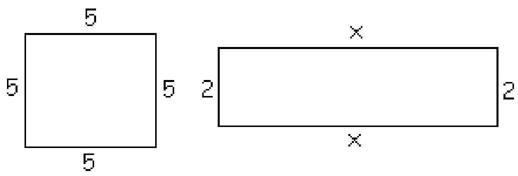
---

[9] Imagem retirada da web. Disponível em 15 de setembro de 2010 no endereço: http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/area-perimetro.html

4) O proprietário de um pequeno sítio precisa cercar com arame uma área retangular que possui medidas de: 1850 centímetros de comprimento com 750 centímetros de largura. Além de cercar o terreno é necessário separar os animais, também com uma cerca, como mostra a figura abaixo. Sabendo que a cerca deve ter 4 fios de arame, quantos metros de arame o proprietário precisa para cercar tudo que planejou?



5) Sabendo que os perímetros das figuras abaixo são iguais, calcule o valor de x. Escreva também a equação que você usou para achar o valor de x.



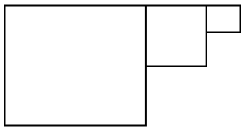
6) O que *é unidade de medida*? O que significa *1 metro quadrado* (m^2)?

7) Um quadrado tem como perímetro 24 cm. Qual é a área desse quadrado?

8) Um trapézio possui a base menor igual a 10m, e a base maior igual a 16m. Sua altura é 4m. Então, qual é a área desse trapézio?

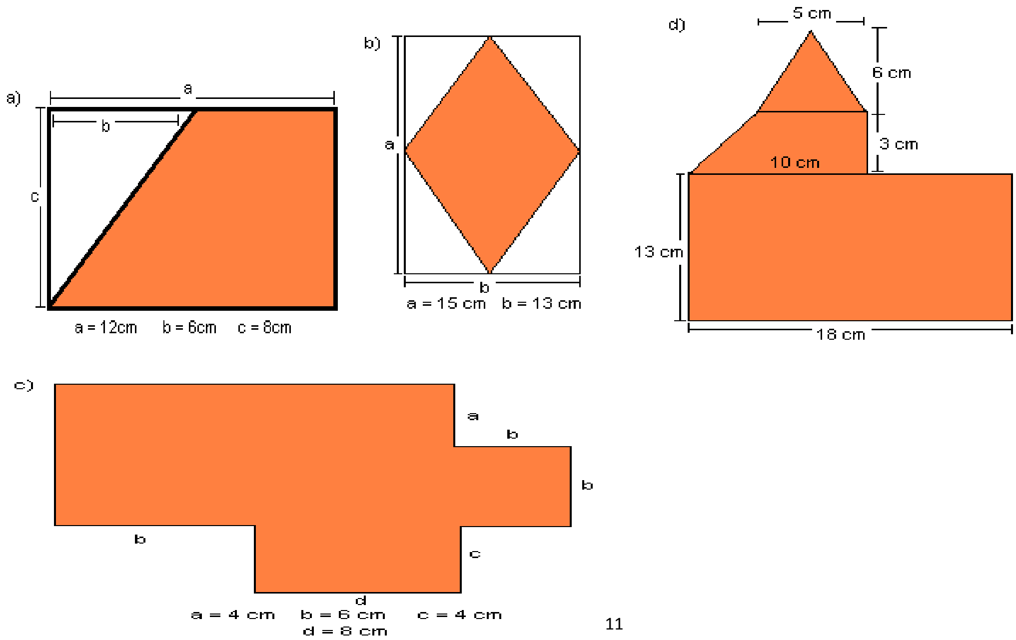
[10] Imagem retirada da web. Disponível em 15 de setembro de 2010 no endereço: http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/area-perimetro.html

9) Calcule a área total da figura, sabendo que é formada por 3 quadrados e que o lado de cada um tem a metade do comprimento do anterior.



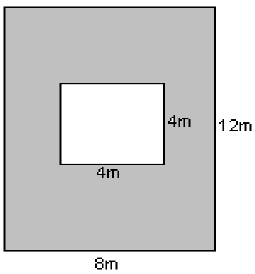
área do quadrado maior = $5{,}76m^2$.

10) Calcule a área pintada de cada uma das figuras, considerando as medidas indicadas.



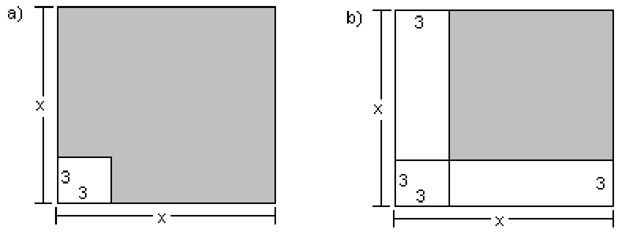
[11]

11) Uma lâmina de alumínio tem no seu interior uma perfuração quadrada, cujas dimensões aparecem na figura. Determine a expressão que representa a área não perfurada.[12]



[11] Imagem retirada do livro " Novo Praticando Matemática."
[12] Questão retirada do livro "Novo Praticando Matemática"

12) Determine a área da parte colorida dos quadrados:



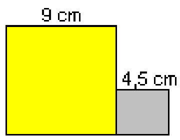
13) Dado um trapézio que possui a base menor igual a 10m, e a base maior igual a 16m. Sua altura é 4m, então qual é a área desse trapézio?

14) A área de um triângulo é $6cm^2$. Sua base é 4cm, então sua altura é?

15) Uma sala retangular tem 5,6m de comprimento e a metade dessa medida de largura. Qual é a área dessa sala?

16) A área de um quadrado mede $16cm^2$. Um retângulo tem sua medida de comprimento igual ao lado do quadrado, e de largura a metade desse lado. Qual é a área do retângulo?

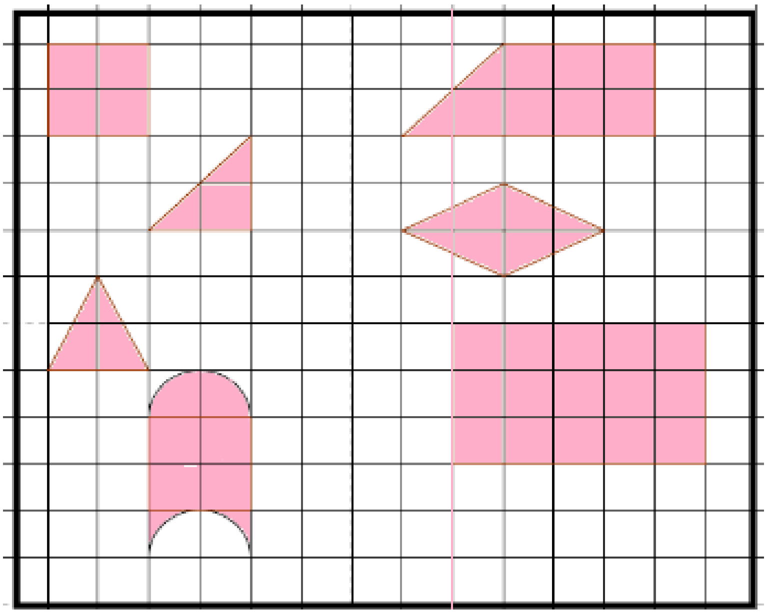
17) A figura abaixo representa dois quadrados. Diga o que representa cada uma das expressões:



$a)9^2$ $b)(4,5)^2$ $c)9^2 + 4,5^2$ [13]

[13] Questão retirada do livro "Novo Praticando Matemática".

18) Sabendo que cada “quadradinho” possui um centímetro de lado, indique a área de cada uma das figuras pintadas abaixo:



19) Em um terreno em forma de triângulo retângulo deseja-se construir uma casa retangular. Qual é a maneira que podemos construir essa casa de forma a obtermos maior área possível de construção?

APÊNDICE 2: Avaliação realizada pelos alunos, referente ao assunto de perímetros, após o desenvolvimento da prática.

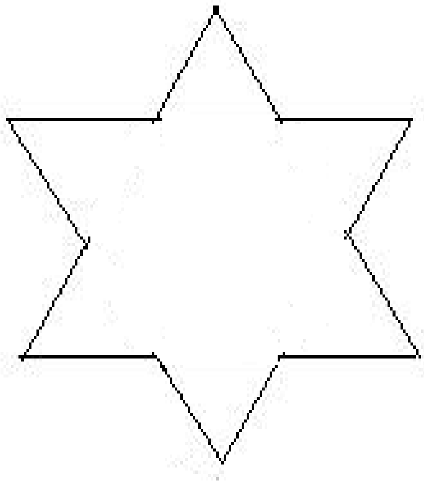
Nome: ____ Turma: ____________

ATIVIDADE

Podendo usar como auxílio, régua, fita métrica, barbante, tesoura, determine, se for possível, o perímetro de cada figura abaixo:

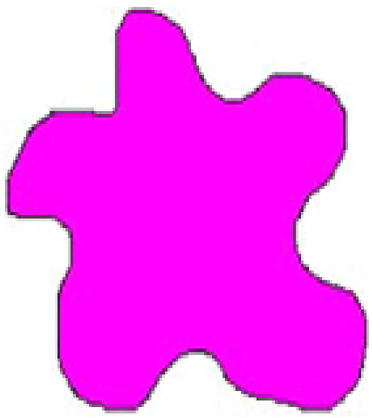
a)

b)



c)

d)

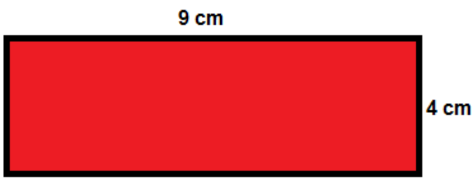


APÊNDICE 3: Avaliação realizada pelos alunos, referente ao assunto de áreas, após o desenvolvimento da prática.

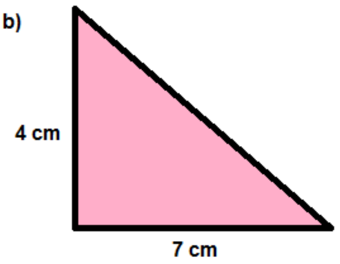
Nome: ____ Turma: ____________

ATIVIDADE: Calcule a área hachurada de cada figura:

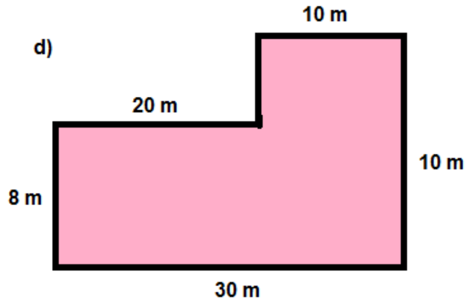
a)



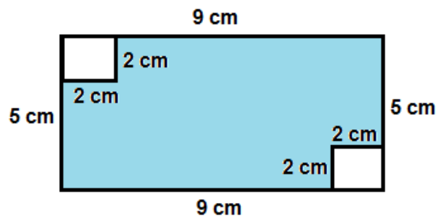
b)



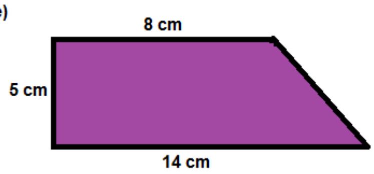
d)



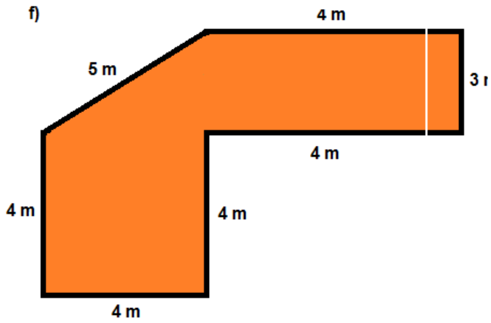
c)



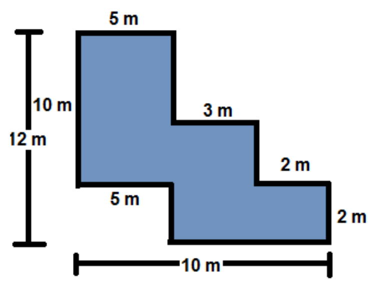
e)



f)



g)



APÊNDICE 4: Termo de consentimento informado para autorização dos responsáveis para participação dos alunos.

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. ________________, responsável pelo(a) aluno(a) ______________________________________, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada "*A Importância de se Convencer em Geometria para compreensão dos conceitos*", desenvolvida pelo pesquisador Gabriel Almeida Quevedo. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pelo Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone 3308.6212 ou e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo. Seguem abaixo, em linhas gerais, os principais objetivos:

O objetivo será estudar as maneiras utilizadas pelos estudantes para resolver problemas relacionados com os conceitos de área e perímetro e na visualização de construções geométricas. Depois de feito isso, será aplicada uma prática envolvendo os conceitos citados acima, com intuito de melhorar esses desempenhos. Para isso, serão abordados esses conceitos de forma concreta. Para isso, serão usados objetos de aprendizagem como "o geoplano" e dobraduras, além de alguns softwares. A pesquisa será desenvolvida com alunos do ensino fundamental no Instituto Educacional São Judas Tadeu. A prática se realizará nos dias 03, 10 e 17 de novembro, das 15h até as 17h 40min.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado. Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço: *Av. Bento Gonçalves 9500, prédio 4311, Campus do Vale, Bairro Agronomia, Porto Alegre-RS /telefone (51) 84413681/e-mail quevedokpo@gmail.com.*

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, ____________ de ____________ de _____________.

Assinatura do Responsável: Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa: