

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

DISCUSSÃO SOBRE TÉCNICAS DE ANÁLISE DE UM VASO DE PRESSÃO DE
CORPO CILÍNDRICO DE PAREDE ESPESSA

por

Hugo Matheus Vaz de Araújo

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, janeiro de 2025

CIP - Catalogação na Publicação

de Araújo, Hugo Matheus Vaz
Discussão sobre técnicas de análise de um vaso de
pressão de corpo cilíndrico de parede espessa / Hugo
Matheus Vaz de Araújo. -- 2025.
27 f.
Orientador: Ignácio Iturrioz.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de
Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto
Alegre, BR-RS, 2025.

1. Vasos de Pressão. 2. Verificação Estrutural. 3.
Elementos Finitos. 4. Integridade Estrutural. I.
Iturrioz, Ignácio, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Hugo Matheus Vaz de Araújo

DISCUSSÃO SOBRE TÉCNICAS DE ANÁLISE DE UM VASO DE PRESSÃO DE
CORPO CILÍNDRICO DE PAREDE ESPESSE

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Ignácio Iturrioz
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Ignácio Iturrioz

Comissão de Avaliação:

Prof. Daniel Milbrath De Leon

Prof. Felipe Tempel Stumpf

Prof. Jakson Manfredini Vassoler

Porto Alegre, janeiro de 2025

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe, Ivanise Ferreira Vaz, e ao meu pai, Luiz Salvador de Araújo, por todo o apoio durante a caminhada até aqui. Sem eles, nada disso seria possível.

Agradeço também ao professor Ignácio, que contribuiu significativamente para minha formação, despertando meu interesse em estudar sobre vasos de pressão e fraturas.

Araújo, Hugo. **Discussão sobre técnicas de análise de um vaso de pressão de corpo cilíndrico de parede espessa**. 2025. 27. Monografia de Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2025.

RESUMO

O dimensionamento mecânico de vasos de pressão segue pautas bem definidas, devido à grande quantidade de acidentes ocorridos desde o século XIX envolvendo equipamentos pressurizados. As normas de projeto para vasos de pressão são um exemplo de sucesso sobre como as normativas contribuem para a gestão da segurança em equipamentos pressurizados. Neste trabalho, é estudado um vaso de pressão de parede espessa, com o cálculo das tensões realizado utilizando expressões da resistência dos materiais. São discutidas e as equações estabelecidas pela Norma ASME VIII, Divisão 1, comumente empregada no dimensionamento de vasos de pressão. Além disso, as tensões são computadas utilizando um modelo de elementos finitos. Na comparação, são observadas diversas características tanto do comportamento do vaso quanto das considerações feitas pela norma para determinar seu dimensionamento. Por fim, foi considerado um defeito planar no vaso, e sua avaliação foi realizada seguindo o Método R6.

PALAVRAS-CHAVE: Vasos de Pressão, Verificação Estrutural, Elementos Finitos, Verificação da Integridade do Vaso

Araújo, Hugo. **DISCUSSION OF TECHNIQUES FOR THE ANALYSIS OF A THICK-WALLED CYLINDRICAL BODY PRESSURE VESSEL**. 2025. 27. Mechanical Engineering End of Course Monography – Mechanical Engineering degree, The Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2025.

ABSTRACT

The mechanical design of pressure vessels follows well-defined guidelines due to the large number of accidents involving pressurized equipment since the 19th century. Design standards for pressure vessels are a successful example of how regulations contribute to safety management in pressurized equipment. In this study, a thick-walled pressure vessel is analyzed, with stress calculations performed using strength of materials expressions. The equations established by ASME VIII, Division 1, which is commonly used in the design of pressure vessels, are discussed. Additionally, stresses are computed using a finite element model. The comparison highlights various characteristics of both the vessel's behavior and the considerations made by the standard for its design. Finally, a planar defect in the vessel is considered, and its evaluation is carried out following the R6 Method.

KEYWORDS: Pressure Vessel, Structural Analysis, Finite Element, Vessel Integrity Check

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Motivação	2
1.2. Objetivo	2
1.3. Objetivos Específicos	2
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	2
2.1. Modelo de Lamé para Determinação das Tensões num Corpo Cilíndrico Submetido a Pressão Interna.....	2
2.2. Mecânica da Fratura	6
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
3.1. Vasos de Pressão de Parede Espessa	8
3.2. Avaliação da Integridade Estrutural Utilizando o Método R6	9
4. METODOLOGIA	9
4.1. Norma ASME VIII	9
4.2. Modelo Numérico.....	10
5. ESTUDO DE CASO	11
6. RESULTADOS	11
7. CONCLUSÕES.....	16
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	17
ANEXO A DEDUÇÃO EXPRESSÃO DE BOARDMAN.....	18
ANEXO B MODELO NÚMÉRICO.....	19

1. INTRODUÇÃO

Segundo Groehs (2002), são considerados vasos de pressão aqueles recipientes, de qualquer tipo, dimensões ou finalidade, não sujeitos à chama, destinados ao processamento de líquidos e gases sob pressão interna ou externa. Utilizados em diversos setores industriais, incluindo petroquímica, química, alimentícia, farmacêutica entre outras, seguem normas que regem seu método construtivo, materiais aplicáveis, geometria, carregamentos suportados, temperatura de trabalho, procedimentos para instalação, operação e manutenção entre outros fatores, afim de garantir segurança do equipamento projetado.

Dentre as normas aplicáveis para seu dimensionamento encontra-se a ASME seção VIII (2013) “ASME Boiler and Pressure Vessel Code” (Código ASME para Caldeiras e Vasos de Pressão), criada em 1914 após uma série de acidentes envolvendo vasos de pressão nos Estados Unidos da América, dentre eles um ocorrido em 1905 numa fábrica de sapatos, na Figura 1 é observada a fábrica antes e depois da explosão. A norma é hoje amplamente reconhecida e adotada mundialmente. Atualmente esta norma conta com três divisões, a Divisão 1 contém regras gerais para o projeto de vasos de pressão, a Divisão 2 contém regras alternativas e a Divisão 3 regras alternativas para construção de vasos de alta pressão.

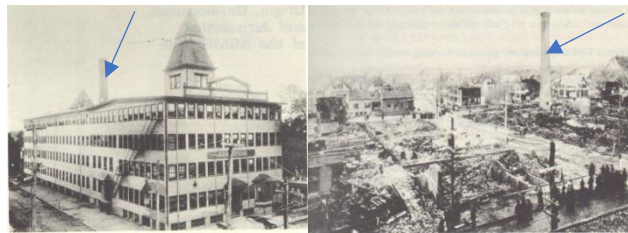


Figura 1: Fábrica de sapatos, antes (esquerda) e depois (direita) da explosão de um vaso de pressão. Observe a mesma chaminé, indicada com uma seta azul, antes e depois da explosão. (Fonte: Adaptado de Silva Telles, 2003).

Este texto tratará especialmente da Divisão 1 aplicado a um atuador hidráulico (ver Figura 2 (b)), buscando demonstrar a teoria por trás das equações para o projeto de vasos de pressão sujeitos a pressão interna, na Figura 2 (b) se apresenta o diagrama de corpo livre desta aplicação onde fica claro porque o corpo cilíndrico tem tensões axiais nulas no caso em análise. Já na Figura 2 (a) encontra-se a distribuição de tensões em um corpo cilíndrico de grande espessura segundo a teoria de Lamé.

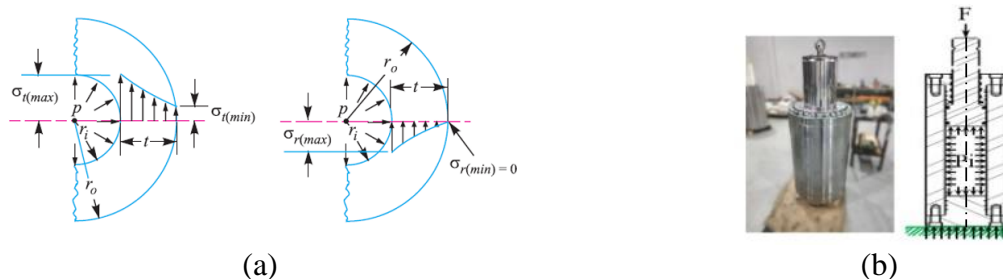


Figura 2: a) Distribuição de tensões, segundo a teoria de Lamé, em cilindros de parede espessa. Esquerda tensão circunferencial, direita tensão radial. (b) Exemplo: Atuador Hidráulico a ser estudado e diagrama de corpo livre (Fonte: Wibawa, 2020).

1.1. MOTIVAÇÃO

O projeto de vasos de pressão faz parte da rotina de muitos engenheiros mecânicos, e parte fundamental deste processo é a análise estrutural, verificando as tensões a que o vaso estará submetido. Seguindo os princípios básicos da mecânica dos sólidos, o projetista pode ter clareza quanto ao comportamento do componente em operação, garantindo assim segurança durante o uso.

No entanto, ao aplicar esses princípios, podem surgir dúvidas entre as expressões clássicas para cascas espessas e os critérios normativos, como os estabelecidos pela ASME. Em particular, a diferença entre os critérios adotados na norma ASME Seção VIII Divisão 1 e a teoria de Lamé. Este trabalho busca compreender essas diferenças e suas implicações no projeto de vasos de pressão de parede espessa submetidos a pressão interna.

1.2. OBJETIVO

Analisar aspectos do comportamento estrutural do casco de um atuador hidráulico modelado como um vaso de pressão.

1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Comparar as tensões obtidas pela Norma ASME Seção VIII Divisão 1, por um modelo de Elementos Finitos e com as expressões analíticas clássicas da teoria de Lamé.
- Apresentar um breve comparativo entre diferentes critérios baseados nas teorias de falha de Rankine e Tresca. Critérios utilizados no projeto de vasos de pressão.
- Avaliar a criticidade de um defeito semicircular, utilizando o Método R6, revisto por EDF Energy Generation (2001).

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na Seção 2, são apresentados os fundamentos teóricos que sustentam o desenvolvimento do estudo. A Seção 3 aborda a revisão bibliográfica, comentando trabalhos similares ao aqui proposto. Na Seção 4, é detalhada a metodologia utilizada para os cálculos. A Seção 5 descreve as características do vaso de pressão analisado. Já a Seção 6 apresenta os resultados obtidos, incluindo: a comparação das tensões determinadas pela solução de Lamé e pelo método dos elementos finitos; a análise de diferentes teorias de falha, considerando simplificações e plastificação localizada; e a avaliação de um defeito planar semi-elíptico no corpo cilíndrico do vaso, na direção longitudinal, utilizando o Método R6, cuja descrição resumida está nas seções iniciais. Por fim, na Seção 7, são apresentadas as conclusões do trabalho.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. MODELO DE LAMÉ PARA DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES NUM CORPO CILÍNDRICO SUBMETIDO A PRESSÃO INTERNA

As expressões analíticas de Lamé permitem determinar as tensões circunferenciais e radiais em corpos cilíndricos e esféricos, sem limitações na relação R_i/t , considerando a aplica-

ção de pressões interna e externa. No caso de um corpo cilíndrico submetido apenas à pressão interna, as tensões circunferenciais e radiais são definidas conforme segue:

$$\sigma_r = |P_i| \frac{R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \left(1 - \frac{R_e^2}{r^2}\right) \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = |P_i| \frac{R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \left(1 + \frac{R_e^2}{r^2}\right) \quad (2)$$

onde, σ_r é a tensão radial, σ_θ é a tensão circunferencial, $|P_i|$ é o valor absoluto da pressão interna, R_i é o raio interno, R_e é o raio externo e r é a posição ao longo do raio onde está sendo feita a análise. O valor de σ_{zz} (tensão axial) dependerá das condições de contorno na direção axial.

Desta forma, as tensões máximas se darão na superfície interna do corpo cilíndrico:

$$\sigma_{\theta(r=R_i)} = |P_i| \frac{R_e^2 + R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad (3)$$

$$\sigma_{r(r=R_i)} = -|P_i| \quad (4)$$

A distribuição de tensões é observada na Figura 2 (a).

Algumas observações são realizadas a seguir:

a) As tensões axiais são determinadas conhecendo as condições de contorno na direção axial, se as deformações axiais são restritas, ou seja, $\epsilon_{zz} = 0$, o valor das tensões axiais terá uma distribuição uniforme ao longo da espessura e seu valor será:

$$\sigma_{zz} = |P_i| \frac{R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad (5)$$

Se a deformação axial for livre ($\epsilon_{zz} \neq 0$), a tensão axial (σ_{zz}) será igual a zero. No entanto, caso haja uma restrição à deformação axial, a tensão σ_{zz} deve ser calculada considerando a restrição imposta. Essas restrições estão diretamente relacionadas às condições de contorno aplicadas ao vaso.

Na Figura 2 (b) observa-se o vaso apoiado em sua base, o que resulta em uma tensão axial nula. Por outro lado, se o vaso estiver fixado na extremidade oposta, pelo flange superior, ou entre duas bordas rígidas ou semirrígidas, as condições de deformação axial mudam, e, conseqüentemente, as tensões também serão diferentes.

Vale destacar que, se $R_i/t > 5$ ou seja $D/t > 10$, é possível analisar o vaso utilizando a teoria de cascas finas. Nesse caso, a distribuição de tensões obtida com o uso da Eq. (2) tende a ser uniforme ao longo da espessura. Para essa condição tem-se $R_e \sim R_i$, $R_e - R_i = t$, $R_e + R_i = 2r$, assim substituindo em (3) $R_e^2 + R_i^2 = 2r^2$, e $R_e^2 - R_i^2 = (R_e + R_i)(R_e - R_i) = 2rt$, obtém-se:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{|P_i|r}{t} \quad (6)$$

Procedendo em forma similar a Eq. (5) se transforma em

$$\sigma_{zz} = \frac{|P_i|r}{2t} \quad (7)$$

No caso das tensões radiais fornecidas pela Eq. (4), estas são desconsideradas no modelo de casca fina por serem muito pequenas quando comparadas com as tensões circunferências $\sigma_{\theta\theta}$ e as axiais σ_{zz} .

Cabe salientar que a teoria de cascas finas prevê uma variação das tensões axiais e circunferências linearmente ao longo da espessura, dependendo das condições de contorno aplicadas. Soluções analíticas fechadas para estes casos podem ser encontradas na literatura como em Flugge (1960), Timoshenko et. al. (1959) entre outros. É comum no tratamento de cascas finas trabalhar com solicitações que são momentos e forças distribuídas, em cada porção elemental de cascas, estas estão ilustradas na Figura 3.

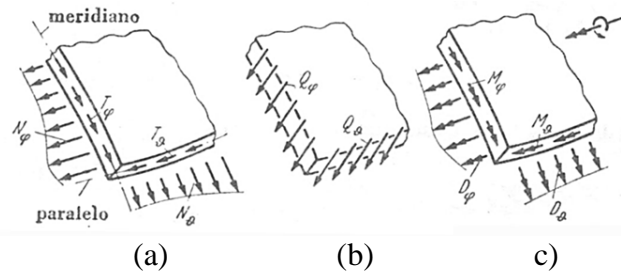


Figura 3: Solicitações em um elemento qualquer de casca, segundo a teoria geral de cascas finas. (Fonte: Flugge, 1960)

$N_\phi, N_\theta, T_\phi, T_\theta, Q_\phi, Q_\theta, D_\phi, D_\theta, M_\phi, M_\theta$ são as solicitações generalizadas, (similares a momento fletor, momento torçor, esforços cortantes e esforço normal para as teorias de viga). Utilizando estas solicitações mais hipóteses simplificativas de comportamento é possível determinar qual é o estado tensional em cada ponto da casca.

Cada uma das solicitações está relacionada com uma das componentes do tensor de tensões, por exemplo:

$$M_\theta = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_{merid} z dz \quad (8)$$

Como na teoria geral das cascas para cada elemento diferencial da mesma tem-se 10 incógnitas ($N_\phi, N_\theta, T_\phi, T_\theta, Q_\phi, Q_\theta, D_\phi, D_\theta, M_\phi, M_\theta$), e 6 equações de Equilíbrio, são necessárias mais equações (as constitutivas e as relações entre deslocamentos e deformações) para resolver o problema. Isto faz com que seja difícil resolver problemas analiticamente com a teoria geral de cascas.

Na Figura 4, é ilustrada a distribuição de tensões circunferenciais obtida utilizando o método dos elementos finitos com um elemento de casca axissimétrico, considerando os três tipos de cascas analisados (corpo cilíndrico com tampo cônico, tampo toriesférico e tampo hemisférico) submetidos a uma pressão interna uniforme. Observa-se que, na região de transição entre o corpo cilíndrico e os diferentes tipos de tampo, as tensões oscilam devido à necessidade de uma distribuição de tensões que varie linearmente ao longo da espessura, o que resulta na aparição de momentos fletores e esforços cortantes distribuídos. Fora dessa região de transição, as tensões atuantes podem ser representadas apenas por solicitações de membrana, conforme mostrado na Figura 3 (a). Devido à presença de momentos fletores, as estruturas tendem a apresentar maiores deformações; no entanto, pelo princípio da Energia Potencial Mínima, a estrutura, ao ser submetida a carregamentos, tende a minimizar sua deformação,

redistribuindo as cargas para os apoios e reduzindo a geração de momentos fletores. Assim, as cascas tenderão a gerar predominantemente tensões de membrana, embora essa tendência possa ser localmente perturbada por cargas pontuais ou transições geométricas abruptas.

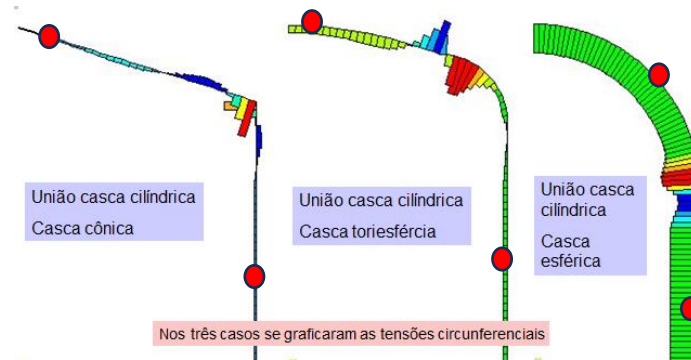


Figura 4: Modelo de um corpo cilíndrico com vários tipos de tampos, modelo de casca axisimétrica, variação das tensões circunferenciais. Nas regiões marcadas com um ponto vermelho pode-se calcular as tensões utilizando a teoria membranal. (Fonte: Adaptado de Ignácio Iturrioz, 2024)

Na norma ASME VIII Divisão 1, para vasos de parede fina se calculam as tensões utilizando a teoria membranal, na qual somente as tensões de membrana são consideradas, e nas regiões de transição se realizam reforços definidos por regras geométricas sem pretender determinar o valor da tensão nestas regiões. As equações (6) e (7) são tensões obtidas com a teoria membranal, na Figura 4 na região onde as tensões se mantêm constantes, pode-se utilizar tensões membranais para determinar seu valor.

Combinando as soluções de Lamé apresentadas nas equações (3) e (4) com as teorias de resistência clássicas: Rankine (Eq. (9)), Tresca (Eq. (10)), é possível chegar a expressões que definem a espessura do vaso de pressão:

$$\sigma_{adm} = \text{Máx}\{|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|\} \quad (9)$$

$$\sigma_{adm} = \{|\sigma_1 - \sigma_3|\} \quad (10)$$

Onde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ representam as três tensões principais. No caso de Rankine é possível chegar a:

$$t = R_i \sqrt{\frac{\sigma_{adm} + |P_i|}{\sigma_{adm} - |P_i|}} - 1 \quad (11)$$

expressão que é considerada na norma ASME VIII Divisão 1 (2007). Em versões posteriores propõe-se uma forma alternativa para casos em que a Eq. (11) não seja válida:

$$t = R_i \left[e^{\frac{P}{SE}} - 1 \right] \quad (12)$$

esta expressão é apresentada no Apêndice 1 da ASME VIII Divisão 1 (2010), onde o coeficiente E leva em conta o tipo de solda, a sua posição e o tipo de inspeção a qual será submetida, e S refere-se a tensão admissível do material na temperatura de trabalho, a dedução da expressão é obtida utilizando a expressão de Lamé para cilindros de parede espessa realizando uma

análise limite utilizando a teoria de falha de Tresca, a dedução da expressão é apresentada na ASME PTB-1 (2014) na seção 4.3.3. Esta expressão é válida para vasos de corpos cilíndricos submetidos a pressão interna, com qualquer relação R_i/t .

Procedendo da mesma forma como foi feito para chegar à Eq. (11) de Rankine mas considerando a teoria de falha de Tresca:

$$t = R_i \sqrt{\frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{adm} - 2|P_i|}} - 1 \quad (13)$$

A diferença essencial entre a Eq. (12) e a Eq. (13) está em que na expressão (12) a condição considerada como limite sai da equação diferencial de Lamé (considerando o equilíbrio na direção radial), e considerando uma análise limite:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} = \frac{\sigma_{adm}}{r} \quad (14)$$

que integrada e substituindo as condições de contorno do problema específico permite chegar à expressão (12). Detalhes sobre esta dedução são encontrados em ASME PTB-1 (2014). Por outro lado a expressão (13) é obtida considerando que a situação crítica se dá no ponto $r=R_i$ onde $\sigma_{adm} = \sigma_{\theta(r=R_i)} - \sigma_{r(r=R_i)}$.

A partir da Eq. (11) é possível obter uma expressão simplificada proposta por Boardman (1960) válida se $t < R_i/2$, substituindo na Eq. (5) usada para aplicar a condição de falha de Rankine no ponto de máxima tensão ($r=R_i$):

$$\sigma_{adm} = \sigma_{\theta\theta} = |P_i| \frac{R_e^2 + R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad (15)$$

Substituindo nesta expressão $R_e=R_i+t$ chega-se a:

$$t = \frac{|P_i|R_i}{\sigma_{adm} - 0,6|P_i|} \quad (16)$$

Expressão utilizada na norma ASME VIII Divisão 1, com $\sigma_{adm} = SE$. A Norma permite utilizar a expressão (16) se $t/R_i < 0.5$ ou $P_i = 0.385\sigma_{adm}$. A dedução da Eq. (16) a partir da Eq. (15) é encontrada no ANEXO A. Cabe salientar, que o fato de ter ou não tensões axiais não vai mudar as expressões para determinação da espessura caso sejam utilizadas as teorias de falha de Rankine e de Tresca. Já se considerar a teoria de falha de von Mises para determinar a expressão da espessura da parede do vaso, a condição de contorno na direção longitudinal influencia na determinação deste valor.

2.2. MECÂNICA DA FRATURA

Na mecânica dos sólidos o projeto mecânico de uma estrutura pode ser realizado por meio de abordagens distintas. A abordagem tradicional onde é verificado se a máxima sollicitação na estrutura, uma função da geometria e das condições de contorno, é inferior à resistência do material, utilizando alguma teoria da resistência. Define-se assim a Eq. (17):

$$\sigma_{eq}(F, Geometria) \leq \sigma_r(Material, temperatura, velocidade de deformação) \quad (17)$$

Onde σ_{eq} corresponde à tensão calculada e σ_r é a tensão requerida. Esta abordagem funciona muito bem para estruturas sem defeitos, onde o colapso da estrutura dimensionada se dará de acordo como o critério adotado, por exemplo pela plasticidade. Mas quando a estrutura possui uma trinca a abordagem não é adequada, sendo necessário fazer outras considerações.

Esta falha na abordagem clássica do projeto mecânico de estruturas considerando o colapso por plasticidade pode ser corrigido introduzindo um parâmetro genérico Z , que faz com que seja possível definir quando a fissura vai propagar em forma instável. Kaninen e Popelar (1985), propuseram a expressão alternativa, Eq. (18), que permite a verificação estrutural abordando a mecânica da fratura.

$$Z(F, D, a) \leq Z_c(T, \dot{F}, B) \quad (18)$$

onde F são as condições de contorno, D corresponde à geometria, a é o tamanho da trinca. Z_c é um parâmetro do material chamado de resistência a fratura que depende da temperatura, T , taxa de carregamento, \dot{F} , e da espessura da seção onde ocorre a trinca, B , forma indireta de mensurar o nível de triaxialidade que modifica o nível de tensão no qual acontece a plastificação.

Há algumas alternativas para o parâmetro Z , os chamados parâmetros Fractomecânicos. Os mais conhecidos sendo o fator de intensidade de tensões, K , proposto por Irwin (1957) e a energia específica da fratura (G) proposto por Griffith (1927). Caso seja considerada a interação entre plasticidade e propagação existem outros dois parâmetros, a integral J , proposta por Rice e Rosenbeg (1969) e o COD (*Crack Opening Displacement*) proposto por Wells (1969). Com estes parâmetros é possível indicar se uma trinca propagará em forma instável no momento em que o grau de plastificação na região da ponta da fissura é desenvolvido. São diversos os métodos adotados para levar em consideração a interação entre o colapso devido a propagação instável de uma fissura e o colapso plástico, neste trabalho é feita a avaliação de uma fissura considerando o Método R6.

Proposto por Downling e Towley (1975), o método R6 considera a interação entre as falhas por plasticidade e por fratura. Método implementado pela extinta CEGB (*Central Electricity Generating Board*) com o objetivo de avaliar a integridade de equipamentos utilizados para geração de energia nuclear. Esta metodologia, com diversas modificações, é utilizada em outros códigos, como API 579 (*American Petroleum Institute, 2016*), ASME Section XI (2023), BS 7910 (*British Standard, 2019*), entre outras.

A base conceitual do Método R6 encontra-se no modelo de Burdekin e Stone (1966), que descreve o fator de intensidade de tensões ao considerar a interação entre fratura e deformação plástica. Este modelo apresenta semelhanças com o de Dugdale (1960), aplicável a uma placa de material elastoplástico perfeito com uma fissura central, desde que as dimensões da placa sejam significativamente maiores que as da fissura.

No regime de fratura linear elástica, o parâmetro K_I , que mede a severidade da fissura, é definido pela Eq. (19):

$$K_I = \sigma \beta \sqrt{\pi a} \quad (19)$$

onde K_I é o fator de intensidade de tensões, a é o comprimento da fissura, β é um fator geométrico e σ representa a tensão trativa que estaria presente no local da fissura caso esta não

existisse. Uma aproximação para K_I usando interação com a plasticidade pode se expressar como segue:

$$K_{\text{eff}} = \sigma_e \beta \sqrt{\pi a} \left[\frac{8}{\pi^2} \ln \left(\sec \left(\frac{\pi \sigma}{2 \sigma_e} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

Aqui, K_{eff} é uma aproximação do parâmetro fractomecânico que incorpora os efeitos da plasticidade, σ_e a tensão de escoamento do material e β é o fator de forma. O método considera um estado plano de tensões, devido a isso a tensão de escoamento será igual a tensão de plastificação do material, mas para um estado triaxial de tensões (que é o caso de uma casca espessa) a tensão de plastificação vai depender da tensão de escoamento e do nível de triaxialidade das tensões. Fazendo $\frac{K_I}{K_{\text{eff}}}$ obtém-se:

$$\frac{K_I}{K_{\text{eff}}} = \frac{\sigma \beta \sqrt{\pi a}}{\sigma_e \beta \sqrt{\pi a} \left[\frac{8}{\pi^2} \ln \left(\sec \left(\frac{\pi \sigma}{2 \sigma_e} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (21)$$

O método R6, não leva em consideração o encruamento do material.

Eliminando o fator de forma β da Eq. (20), torna-se o método mais genérico possibilitando a sua aplicação para diferentes geometrias e condições de contorno. Substituindo a tensão de escoamento σ_e pela tensão de colapso plástico σ_c (ver Eq. (22)), torna a Eq. (20) aplicável não somente ao estado plano de tensões, mas a qualquer estado de tensões.

$$\sigma_c = \frac{\sigma_y + \sigma_u}{2} \cdot \left(1 - \frac{a}{t} \right) \quad (22)$$

Onde, σ_y é a tensão de escoamento do material, σ_u é a tensão de ruptura do material, a é o comprimento da fissura e t é a espessura do vaso analisado. Fazendo a razão $\frac{K_I}{K_{\text{eff}}} = K_r$ e $\frac{\sigma}{\sigma_c} = S_R$ obtém-se:

$$K_r = S_r \left[\frac{8}{\pi^2} \ln \left(\sec \left(\frac{\pi S_R}{2} \right) \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (23)$$

A Eq. (23) gera uma curva limite que define a criticidade do defeito. Para aplicá-la, o parâmetro K_r é calculado como a razão entre o fator de intensidade de tensões do defeito e a tenacidade do material K_{mat} , enquanto S_R é obtido pela relação entre a tensão nominal aplicada e a tensão de colapso plástico. Se o ponto correspondente ao defeito no gráfico estiver dentro da curva limite, o defeito é considerado não crítico; se estiver fora, é crítico.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. VASOS DE PRESSÃO DE PAREDE ESPESSA

Phalguna (2017) utilizando elementos finitos analisou o efeito de um furo em um vaso de pressão de parede espessa, foram analisados vasos com diferentes espessuras, com a razão diâmetro externo por diâmetro interno variando de 1,5 a 3,0 e a razão entre o diâmetro do furo e o diâmetro interno do vaso variando de 0,1 a 0,5. Observou-se que a tensão radial diminui à

medida que o diâmetro do furo aumenta, já a tensão circunferencial aumenta com o diâmetro do furo.

Benslimane et al (2018) analisaram tensões e deformações ao longo de um cilindro de parede espessa submetido a pressão interna, apresentando soluções analíticas e numéricas. Foi utilizada a teoria de Lamé para dedução da solução exata, aplicada a um material não homogêneo, com o módulo de elasticidade variando linearmente em função do raio do cilindro. Foi observado que a tensão radial se comporta de forma similar em todos os casos em comparação ao caso de um material homogêneo, já as tensões circunferenciais e axiais têm uma variação parabólica, quando que utilizando um material homogêneo tem-se uma variação hiperbólica para as tensões circunferenciais e linear para as tensões axiais.

Wibawa et al. (2020) analisaram as tensões em um cilindro de parede espessa aplicado a um motor de foguete submetido a uma pressão interna de até 10 MPa. Os autores observaram que, quanto maior a espessura, menores são as tensões equivalentes de von Mises, com coeficientes de segurança superiores a 1 em todos os casos analisados, utilizando alumínio 6061. Os resultados analíticos foram comparados com os obtidos por um modelo numérico com uma boa precisão.

3.2. AVALIAÇÃO DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL UTILIZANDO O MÉTODO R6

Sahu et al (2016) propõe a aplicação do método R6 para avaliação de fissuras não descritas na literatura, utilizando 6 tubos com diâmetros nominais de 8 e 16 polegadas. Os resultados mostram que para um tubo de 8 polegadas e dois tubos de 16 polegadas há boa correlação entre a aplicação do método R6 e os resultados convencionais utilizando as curvas J-R. Para os outros tubos de 8 polegadas analisados, o método R6 superestima os resultados, já para o tubo de 16 polegadas subestima o resultado, o autor atribui isto as restrições predominantes na ponta da trinca dos tubos de 16 polegadas serem maiores que as dos tubos de 8 polegadas.

Lei (2024) fez uma avaliação do Método R6 analisando 75 casos de cotovelos de tubulações utilizadas na indústria nuclear com fissuras circunferenciais/axiais internas/externas com formatos semielípticos (profundidade a e comprimento c), fissuras circunferenciais internas/externas (profundidade a) e axiais internas/externas (profundidade a). Os resultados mostram que a nova revisão é mais conservadora na maioria dos casos.

4. METODOLOGIA

4.1. NORMA ASME VIII

Dentro da ASME VIII divisão 1 são encontradas várias partes destinadas a diferentes formas de construção dos vasos, entre eles às disposições gerais UG e as destinadas a vasos soldados UW.

As expressões de trabalho utilizadas pela norma para determinar a espessura das diferentes partes de um vaso estão baseadas:

-Em expressões analíticas fechadas (baseadas na teoria membranal no caso de cascas finas e em outras teorias no caso de cascas espessas).

-Numa série de regras construtivas muito rígidas que limitam em forma indireta o valor das tensões a valores admissíveis.

A expressão deduzida no presente trabalho apresentada na Eq. (16) é válida para $t < 0.5R_i$. É fácil notar que esta expressão tende a expressão da tensão circunferencial para cascas finas se $Re \sim Ri$

4.2. MODELO NUMÉRICO

Para realizar o modelo numérico apresentado neste trabalho foi utilizado o *software* de análise por elementos finitos Abaqus versão HF8 2021. Para a simulação foi utilizado uma análise linear elástica, utilizando de simetria periódica foi modelado 30° do atuador. Para os elementos sólidos (flanges, casco e êmbolo) foi utilizado o elemento C3D8, que é um elemento hexaédrico tridimensional de ordem linear com 8 nós, os tampos do vaso são fixados com parafusos, que foram modelados com um pré-aperto de 61,7 kN. Os parafusos foram modelados com elemento B31, elemento de viga de ordem linear com 2 nós. Na Figura 5 se apresentam detalhes do modelo de elementos finito construído. Para condições de contorno ver ANEXO B.

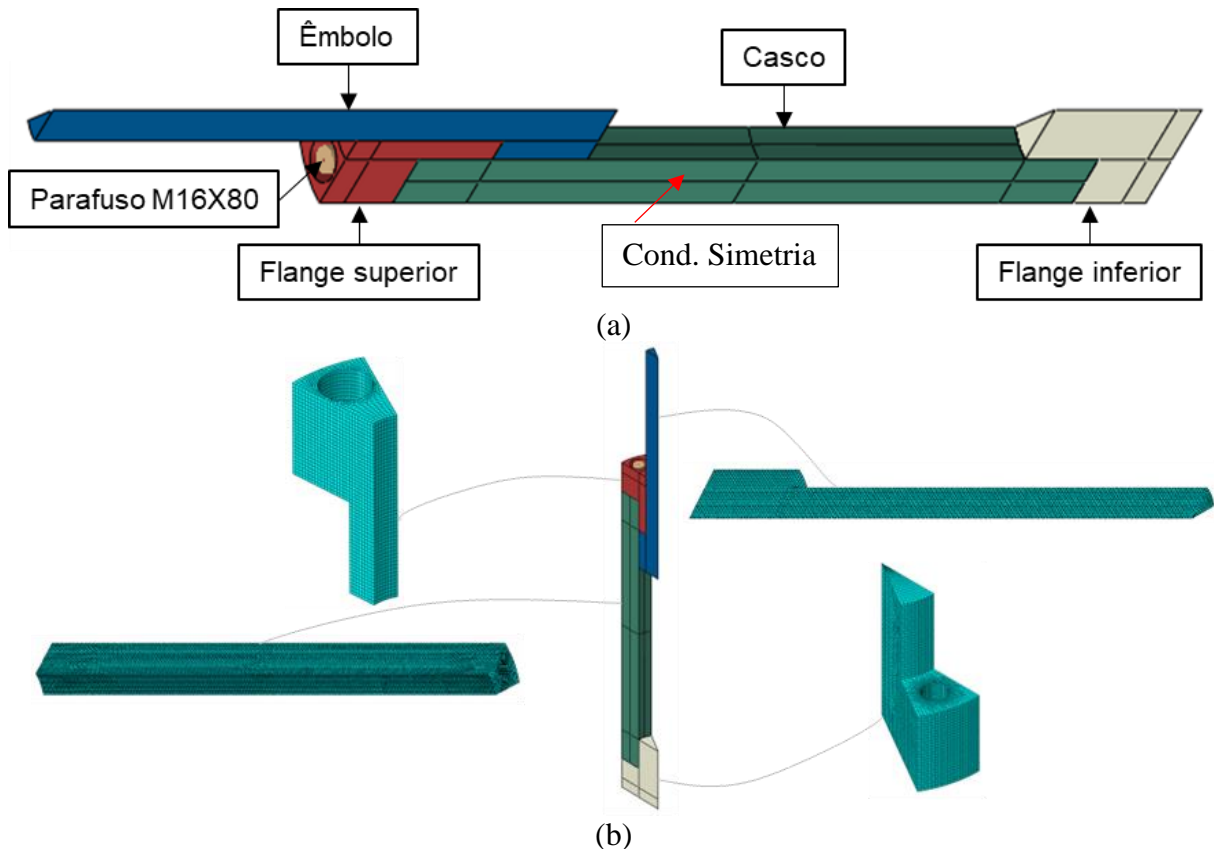


Figura 5: Detalhes do modelo de elementos finitos do vaso de pressão analisado. A condição de simetria, na superfície indicada $\theta=0$, e na outra superfície limite $\theta=30$. Implica ter $u_\theta(z, r, \theta = 0^\circ) = 0$ e $u_\theta(z, r, \theta = 30^\circ) = 0$.

5. ESTUDO DE CASO

O objeto de estudo deste trabalho é o casco cilíndrico de um atuador hidráulico que foi modelado como um vaso de pressão, as dimensões gerais do atuador são encontradas na Figura 6 (a). O atuador será utilizado para pressurizar o recinto a 750 bar, para isso é aplicada uma força de 377 kN na haste. Cada flange é fixado ao casco utilizando 12 parafusos M16x80mm. Para condições de contorno ver Figura 2 (a).

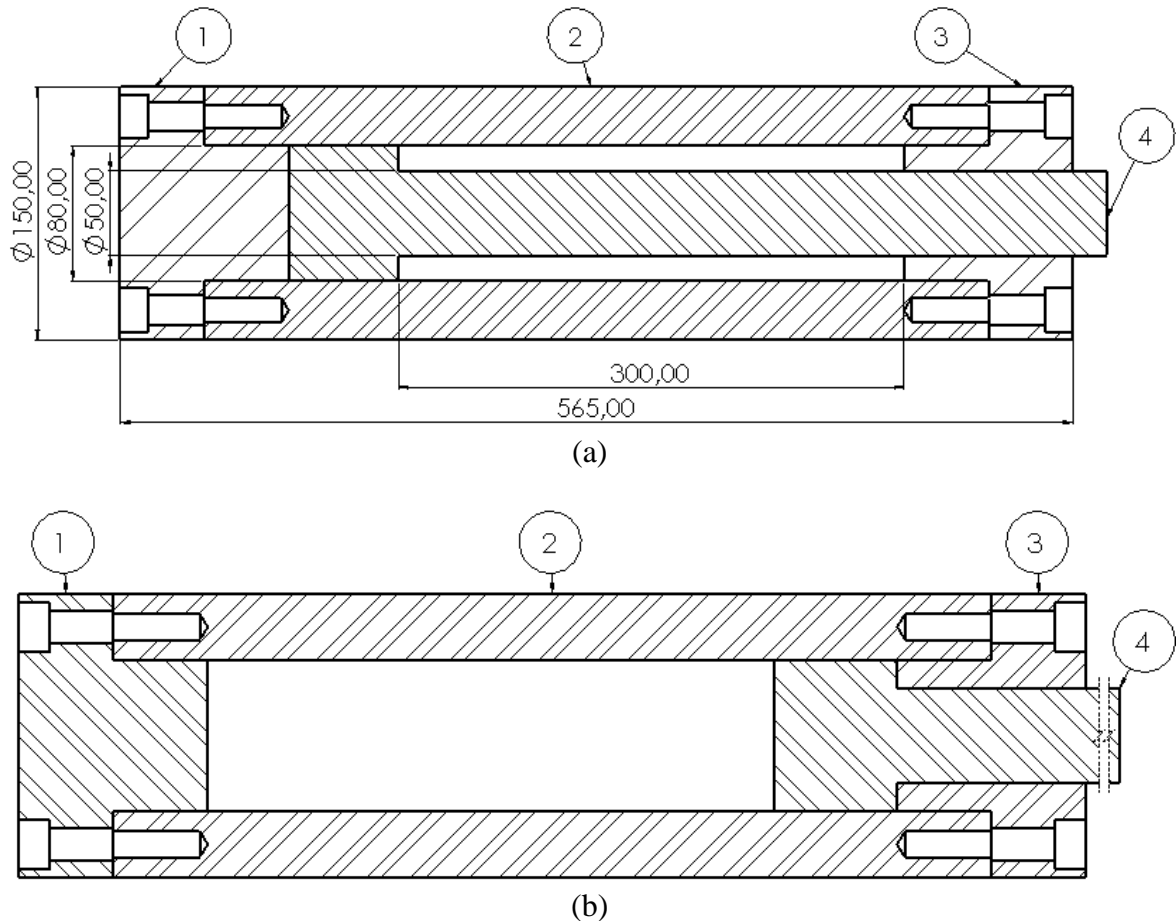


Figura 6: (a) Vista de seção, com as dimensões principais atuador hidráulico na posição recuada. (b) Vista de seção, atuador hidráulico na posição avançada. (1) Flange inferior, (2) Casco, (3) Flange superior, (4) Êmbolo. Dimensões em mm.

6. RESULTADOS

6.1 Resultados Analíticos

Na Figura 7 estão plotadas as curvas que relacionam p/σ_{adm} e t/R_i utilizando a expressão de Lamé e considerando o ponto mais solicitado em $r=R_i$ para as teorias de Rankine (Eq. 11) e Tresca (Eq. 13). Também é utilizada a Eq. (12), proposta no Apêndice 1 da ASME VIII Divisão 1(2010), com t/R_i em função de p/σ_{adm} .

É possível encontrar no mesmo gráfico a curva para a equação de Boardman Eq. (16) que tem a restrição $t \leq 0,5R_i$. O vaso analisado tem uma relação $\frac{t}{R_i} = \frac{0,35}{0,40} = 0,875$ indicada na linha vermelha na Figura 7.

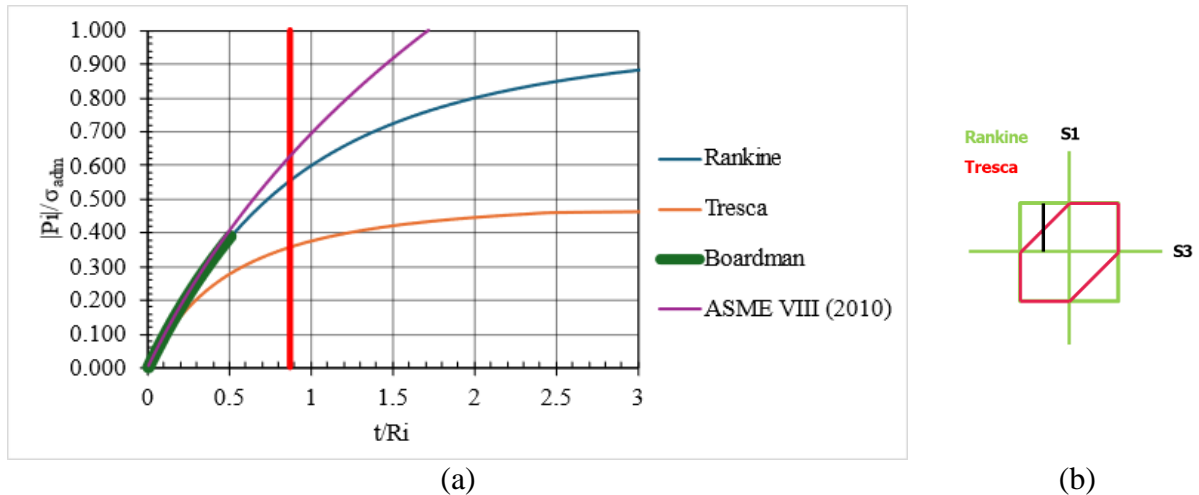


Figura 7: (a) Relação adimensional t/R_i em função da relação $|P_i|/\sigma_{adm}$. (b) Comparação entre o limite de Tresca e Rankine para o caso aqui analisado.

Da Figura 7 pode-se realizar as seguintes observações:

- Para $t/R_i < 0,20$ todas as curvas se superpõem devido à validade da teoria de cascas finas ($D/t > 10$) nesta região.

- A curva de Boardman até $t/R_i < 0,5$ apresenta resultados similares aos obtidos com as outras curvas, Rankine e ASME VIII Divisão 1 Apêndice 1 (2010). A solução segundo o critério de Tresca apresenta uma abordagem mais conservadora, como se observa na Figura 7(b).

- A solução proposta pela ASME Divisão 1 Apêndice 1 (2010), deve ser utilizada se $t/R_i > 0,5$ ou $p > 0,385\sigma_{adm}$, observa-se como a mesma é menos conservativa que todas as outras curvas para $t/R_i > 0,5$ devido a ela ser gerada por uma análise limite que prevê a plastificação de toda a espessura do Vaso.

Resultados Numéricos: Os resultados, que compreendem as tensões radiais (σ_r), circunferenciais ($\sigma_{\theta\theta}$) e axiais (σ_{zz}), apresentados a seguir foram obtidos nos cortes longitudinal e transversal indicados na Figura 8. Nesta mesma figura também são apresentadas a distribuição de tensões na direção longitudinal. Na Figura 9 são apresentados a variação das tensões (σ_r), ($\sigma_{\theta\theta}$) e (σ_{zz}) num corte transversal realizado na parede do vaso, região indicada com uma linha verde na Figura 8. Na Figura 8 uma linha vermelha complementa os gráficos sendo que esta linha indica o valor das tensões, obtidos utilizando as equações (1) e (2) considerando $r = (R_e - R_i)/2$. É possível ver que os valores obtidos com as expressões analíticas coincidem com os obtidos no modelo numérico de elementos finitos na região central, onde as perturbações das condições específicas encontradas afastam a solução analítica e a numérica. Avaliar como a tensão na região das extremidades do é modificada alterando a pré-tensão dos parafusos será um dos tópicos a ser estudado na continuação deste trabalho.

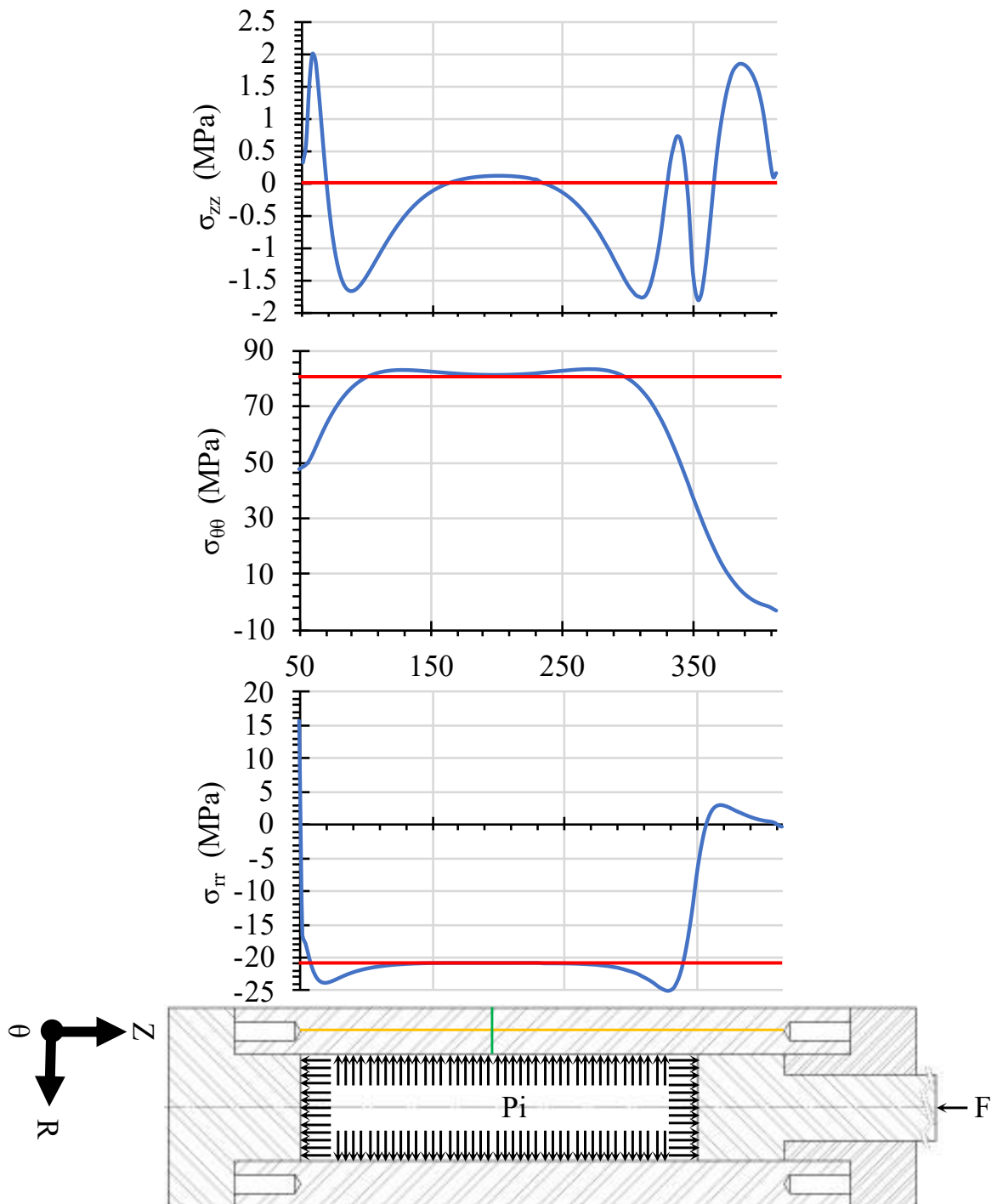


Figura 8: Tensões axiais, circulares e radiais no casco do atuador hidráulico obtidas no corte longitudinal indicado no desenho com uma linha laranja. Em vermelho são indicados os valores de $\sigma_{zz}=0$ MPa; $\sigma_{rr}=-20,91$ MPa; e $\sigma_{\theta\theta}=80,54$ MPa; calculados utilizando as expressões de Lamé, para $r=(R_e+R_i)/2$

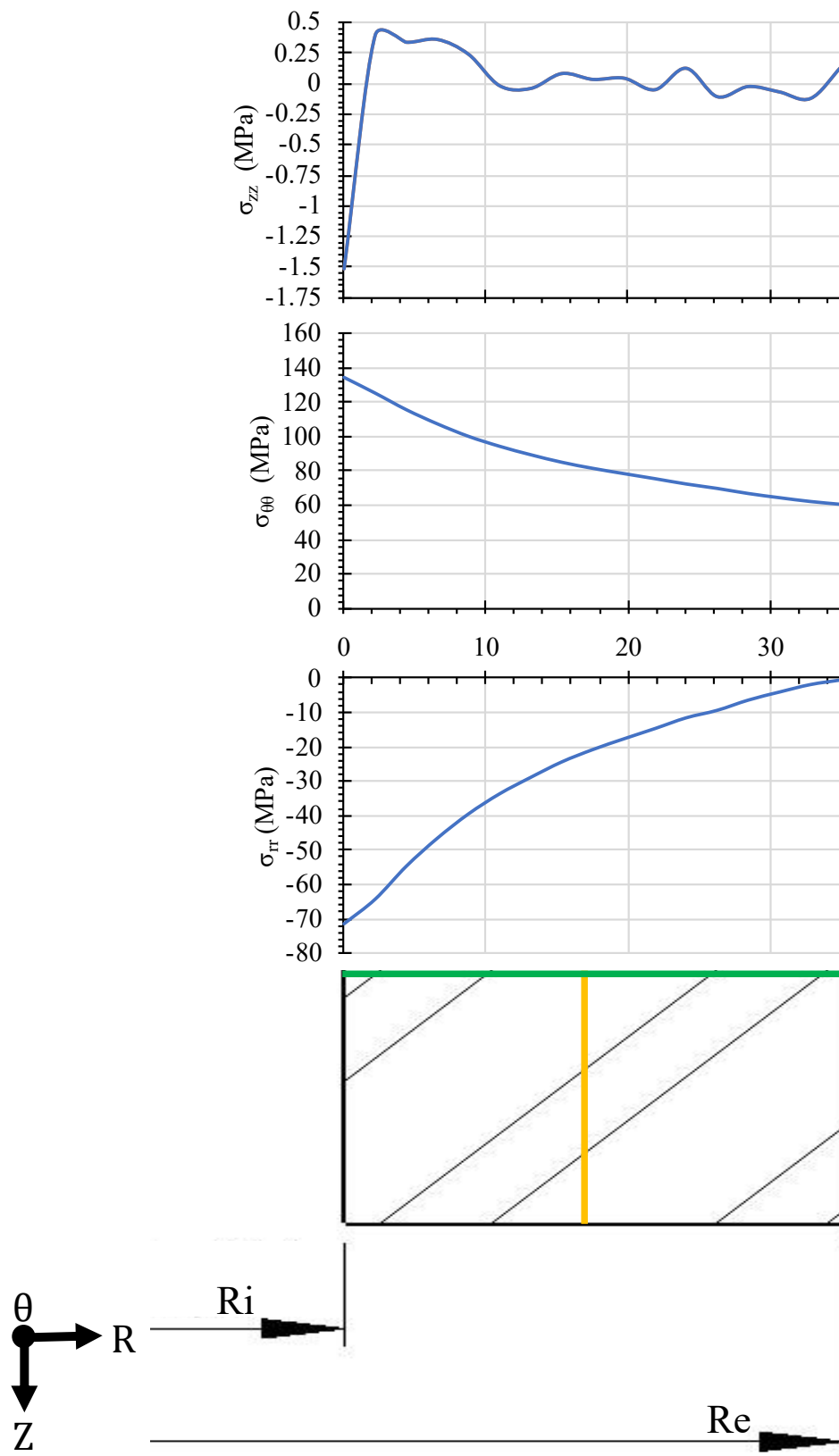


Figura 9: Tensões axiais, circunferenciais e radiais no casco do atuador hidráulico obtidas no corte transversal indicado com uma linha verde.

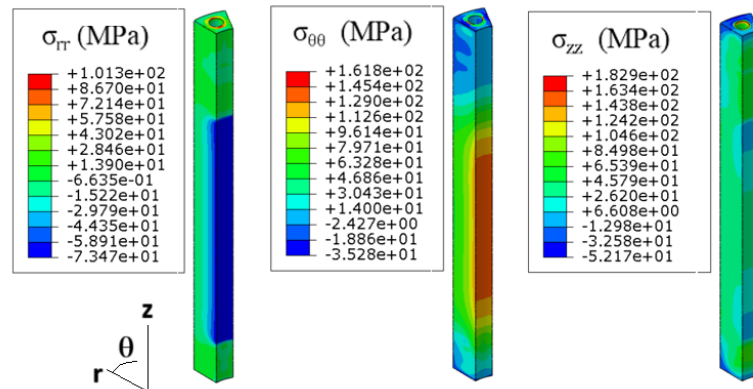


Figura 10: Mapa das tensões radiais, circunferenciais e axiais sobre o modelo de elementos finitos utilizado.

Das figuras apresentadas nesta seção observa-se que:

-A tensão axial, fora da região de influência dos fixadores, oscila em torno de zero em todos os modelos e cortes realizados, o que é coerente com o esperado, já que segundo o diagrama de corpo livre apresentado na Figura 2 (a) as paredes do vaso não serão sujeitas a tensões axiais.

- Os valores previstos pela teoria de Lamé aparecem naturalmente no modelo em regiões longe de mudanças bruscas de geometria e pressão. Perto das regiões de mudanças de geometria e carga as tensões oscilam.

Na Figura 10 o mapa das tensões radiais circunferenciais e axiais são apresentadas e os valores são coerentes com os visualizados nos cortes apresentados nas Figura 8 e Figura 9.

6.2 Verificação da Integridade do Vaso com o Defeito

Considerando que na parte externa do vaso existe uma fissura semicircular de profundidade $a = 10\text{mm}$ como indicado na Figura 11 (b), a tensão que estaria atuando na fissura se ela não estivesse ali seria a tensão circunferencial para $r=R_e$, $\sigma_{\theta\theta} = 60\text{MPa}$, como se indica na Figura 9.

Considerando o fator de forma β , neste caso, como pode ser conferido em livros clássicos de Fratura como o Kaninen e Popelar (1985) entre outros, $\beta = \frac{2}{\pi} \cdot 1.12 = 0.7130$. Desta forma $K_I = \beta \cdot \sigma_{\theta\theta} \cdot \sqrt{\pi a} = 0.7130 \cdot 60 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0.01} = 7.55 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, e a tenacidade de um aço de baixa liga é $K_c = 120 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, vale salientar que o valor da tenacidade depende também da temperatura de trabalho, que neste caso será considerada temperatura ambiente. A tenacidade é reduzida a baixas temperaturas.

Desta forma o parâmetro $K_r = \frac{K_I}{K_c} = 0.06$, por outro lado a tensão de colapso é calculada utilizando a Eq. (22) $\sigma_c = 417 \text{MPa}$, então $S_R = \frac{\sigma}{\sigma_c} = \frac{60}{417} = 0.14$. Localiza-se o ponto no gráfico da Figura 11 (a) no domínio $(K_r, S_R) = (0.06, 0.14)$. Observa-se que a fissura não é crítica, pois o ponto está dentro da curva definida pela Eq. (22) e distante da curva limite estabelecida pelo método R6, estando mais próximo do eixo S_R do que do eixo K_r , o que aponta para falha devido ao colapso plástico.

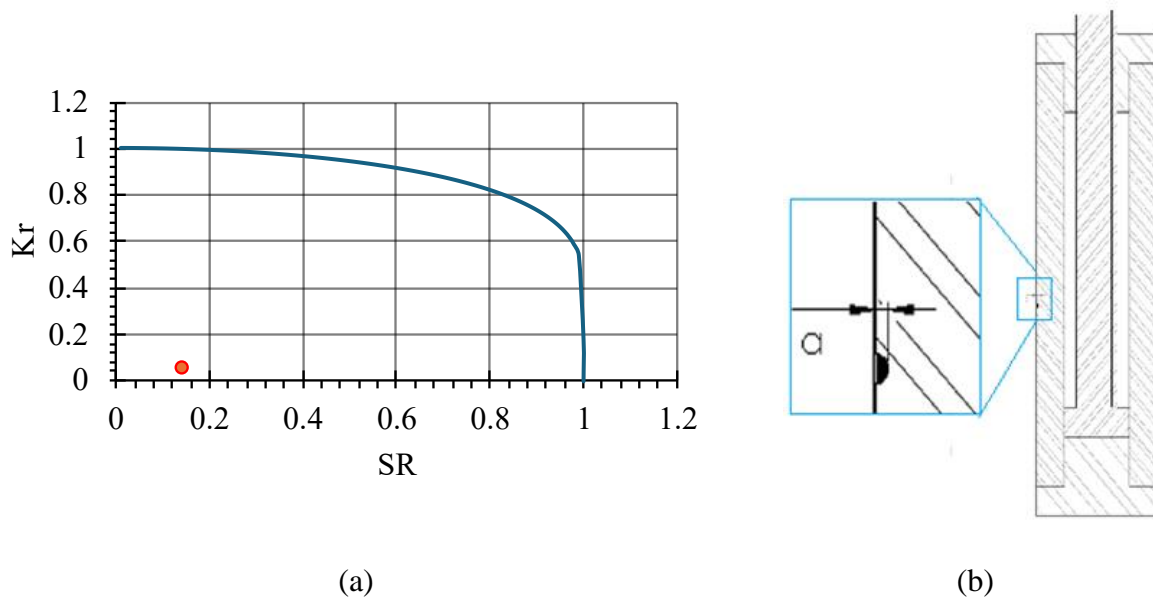


Figura 11: (a) Diagrama R6, como o defeito calculado em vermelho. (b) Esquema do vaso de pressão onde o defeito considerado é localizado.

Se mostra nesta simples aplicação como é possível verificar a integridade do vaso quando algum tipo de defeito planar está presente no equipamento, este tipo de análise permite controlar o crescimento dos defeitos e ajuda na gestão do risco do equipamento que está sendo avaliado.

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram exploradas duas metodologias para verificar as tensões num vaso de pressão de parede espessa e corpo cilíndrico, foram feitos comparativos de diversas fórmulas baseadas nas teorias de falha de Tresca e Rankine combinando elas com simplificações e critérios onde um ponto ou toda a seção transversal violaria a condição estudada. Também uma aplicação onde um defeito planar de forma elíptica é introduzido no vaso de pressão estudado e é feita a sua avaliação utilizando o método R6. Na construção do Trabalho foi possível obter as seguintes conclusões.

-A comparação entre as diferentes expressões de projeto que permitem definir a espessura do vaso baseadas nas teorias de falha de Rankine e Tresca, se mostraram coerentes. Esta informação comparativa foi implementada na Figura 7 e comentários a respeito foram realizados na seção de resultados.

-A comparação entre as tensões obtidas utilizando as expressões de Lamé, expressões (1) e (2) do presente trabalho, e os valores obtidos utilizando o método dos elementos finitos, mostrou que na região suficientemente afastada dos tampos a solução analítica foi praticamente a mesma que a numérica.

-Por último a avaliação de um defeito planar utilizando o método R6 mostrou ser uma forma expedita de definir a criticidade de defeitos neste tipo de equipamento, facilitando a gestão de risco dos mesmos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- A., B.; M., M.; S., B. **Displacements and stresses in pressurized thick-walled FGM cylinders: Exact and numerical solutions**. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 168, 2018. 219-224.
- ASME. **Boiler and Pressure Vessel Code VIII Division I**. Nova Iorque: ASME, 2013.
- BOARDMAN, H. C. **Formulas for the Design of Cylindrical and Spherical Shells to Withstand Uniform Internal Pressure**. Pressure Vessel and Piping Design, Collected Papers of the American Society of Mechanical Engineers, 1960. 292-293.
- BURDERKIN, F. M.; STONE, D. E. W. **The crack opening displacement approach to fracture mechanics in yielding materials**. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 1966.
- DUGDALE, D. S. **Yielding of Steel Sheets Containing Slits**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1960.
- FLÜGGE, W. **Stresses in shells**. 1960.
- GENERATION, E. E. N. **R6: Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects, Revision 4, Amendment 13**. Gloucestershire, 2023.
- GROEHS, A. G. **Resistência dos Materiais e Vasos de Pressão**. São Leopoldo: Unisinos, 2002.
- IRWIN, G. R. **Analysis of Stresses and Strains near the end of a crack transversing a plate**. Journal of Applied Mechanics, 1957.
- KANINEN, M. F.; POPELAR, C. H. **Advances Fracture Mechanics**. Oxford University, 1985.
- LEI, **Guidance for structural integrity assessment of smooth pipe elbows containing defects using R6**. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 212, 2024.
- PHALGUNA, B. N. **Stress and Failure Analysis of Thick Walled Cylinder with Oblique Hole**. International Journal of Engineering Research & Technology, 6, 2017. 36-45.
- RICE, J. R.; ROSENGREN, G. F. **Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power Law Hardening Material**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1968.
- SAHU, CHATTOPADHYAY, J.; DUTTA, B. K. **Application of R6 failure assessment method to obtain fracture toughness**. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 81, 2016. 67-75.
- TELLES, P. C. D. S. **Vasos de pressão**, Rio de Janeiro, 2003. 302.
- TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of Plates and Shells**. 2^a. ed., McGraw-Hill, 1959.
- WELLS, A. A. **Crack Opening Displacements from Elastic-Plastic Analyses of Externally Notched Tension Bars**. Engineering Fracture Mechanics, 1969.
- WIBAWA, L. et al. **Stress Analysis of Thick-Walled Cylinder for Rocket Motor Case under Internal Pressure**. Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences, 70, 2020. 106-115.

ANEXO A DEDUÇÃO EXPRESSÃO DE BOARDMAN

A expressão de Boardman é deduzida a partir da Eq. (15). Fazendo $R_e = R_i + t$, obtém-se:

$$\sigma_{adm} = |P_i| \frac{(R_i+t)^2 + R_i^2}{(R_i+t)^2 - R_i^2} \quad (24)$$

desenvolvendo e simplificando, obtém-se:

$$\sigma_{adm} = |P_i| \frac{2R_i^2 + 2R_it + t^2}{2R_it + t^2} \quad (25)$$

fatorando t no denominador da parte direita e multiplicando os dois lados da equação por t, obtém-se:

$$t\sigma_{adm} = |P_i| \frac{2R_i^2 + 2R_it + t^2}{2R_i + t} \quad (26)$$

Executando a divisão algébrica no segundo membro da Eq.(26), obtém-se:

$$t\sigma_{adm} = |P_i| \left(R_i + 0,5t + 0,5 \frac{t^2}{2R_i + t} \right) \quad (27)$$

Fazendo $t = \frac{R_i}{2}$, na última parcela entre parênteses, a Eq. (27) fornecerá valores de espessura a favor da segurança para $t \leq \frac{R_i}{2}$ ou $R_i \geq 2t$. Substituindo R_i por $2t$ na Eq. (27), obtém-se:

$$t\sigma_{adm} = |P_i| \left(R_i + 0,5t + 0,5 \frac{t^2}{2t + t} \right) = |P_i|(R_i + 0,6t) \quad (28)$$

da qual:

$$t = \frac{|P_i|R_i}{\sigma_{adm} - 0,6|P_i|} \quad (29)$$

ANEXO B MODELO NÚMÉRICO

Sistema de coordenadas: É considerado um sistema de coordenadas cilíndricas (R, θ, Z) .

Interações: Os contatos entre as peças sólidas foi modelado como uma interação aço-aço considerando o comportamento tangencial com atrito de 0,3 e o comportamento normal como contato duro (sem penetração das superfícies).

O contato entre a rosca do parafuso e o casco do atuador, foi modelado como um *tie* com a superfície do parafuso sendo a superfície principal. A modelagem da cabeça do parafuso com os flanges foi feita aplicando um *coupling*, com o ponto de controle sendo a cabeça do parafuso (ponto vermelho na Figura 12) e a superfície o rebaixo para cabeça do parafuso allen nos flanges (face destacada na Figura 12).

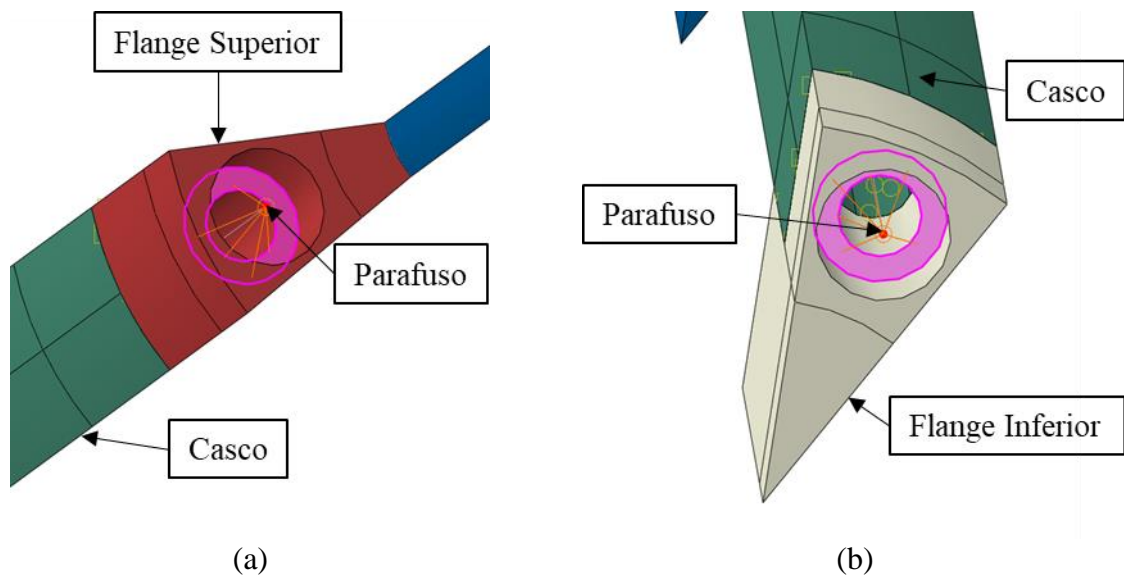


Figura 12: Interação entre parafusos e flanges.

Condições de simetria: A aplicação da condição de simetria foi feita considerando deslocamento $U_\theta = 0$ e rotação $UR_R = UR_Z = 0$. As condições de contorno anteriores foram aplicadas nas faces destacadas na Figura 13.

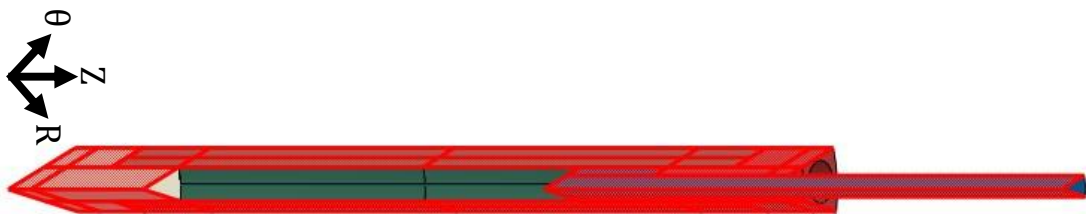


Figura 13: Faces de aplicação da condição de simetria.

Condição de contorno: A face do flange inferior, destacada na Figura 14, é restrita de deslocamento na direção z ($U_z = 0$).

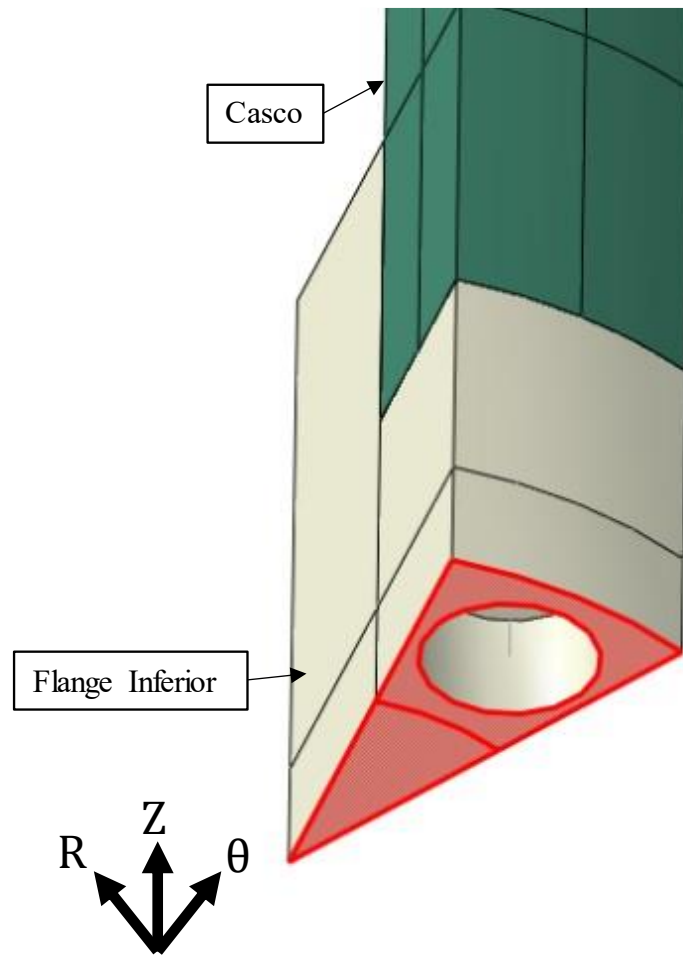


Figura 14: Região de aplicação da condição de contorno.