

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
ENG. DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

GUILLERMO CHAGAS SARTORI - 210134

**PROJETO DE CONTROLADORES
BASEADO EM DADOS PARA
SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS:
UMA ABORDAGEM COM
DESACOPLADORES**

Porto Alegre
2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
ENG. DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

GUILLERMO CHAGAS SARTORI - 210134

**PROJETO DE CONTROLADORES
BASEADO EM DADOS PARA
SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS:
UMA ABORDAGEM COM
DESACOPLADORES**

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC-CCA)
apresentado à COMGRAD-CCA da Universi-
dade Federal do Rio Grande do Sul como parte
dos requisitos para a obtenção do título de *Ba-
charel em Eng. de Controle e Automação* .

ORIENTADORA:

Profa. Dra. Lucíola Campestrini

CO-ORIENTADOR:

Prof. Dr. Daniel Denardi Huff

Porto Alegre
2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
ENG. DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

GUILLERMO CHAGAS SARTORI - 210134

**PROJETO DE CONTROLADORES
BASEADO EM DADOS PARA
SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS:
UMA ABORDAGEM COM
DESACOPLADORES**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção dos créditos da Disciplina de TCC do curso *Eng. de Controle e Automação* e aprovado em sua forma final pela Orientadora e pela Banca Examinadora.

Orientadora: _____

Profª. Dra. Lucíola Campestrini, UFRGS

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul -
Porto Alegre, RS

Banca Examinadora:

Profª. Dra. Lucíola Campestrini, UFRGS

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Porto Alegre, RS

Prof. Dr. Diego Eckhard, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Porto Alegre, RS

Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes, UFRGS

Doutor pela Universidade de Dortmund - Alemanha

Alceu Heinke Frigeri

Coordenador de Curso

Eng. de Controle e Automação

Porto Alegre, Janeiro 2025

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família - meu pai, minha mãe, irmãos, irmã e sobrinhos - que foram meus alicerces em todos os momentos difíceis.

AGRADECIMENTOS

Para o meu pai, cujo apoio inabalável foi uma das minhas maiores forças durante a elaboração deste trabalho. Suas palavras de incentivo e a confiança que sempre demonstrou em minhas capacidades foram essenciais nos momentos mais desafiadores desta jornada. Agradeço não apenas pela orientação e sabedoria, mas também pela paciência e compreensão que sempre teve comigo.

RESUMO

Este trabalho explora melhorias no projeto de controladores utilizando a estrutura de controlador mais desacoplador (C+D) com o método de Identificação do Controlador Ótimo (OCI). A abordagem combina controladores de única entrada e única saída (SISO) com desacoplamento invertido, sendo uma solução prática para ambientes industriais. O OCI é uma técnica não iterativa baseada em dados, que busca a identificação precisa de controladores ótimos, utilizando conceitos de modelo de referência. Este método requer atenção às condições iniciais dos parâmetros para garantir a convergência e minimizar o impacto de mínimos locais. Este estudo apresenta uma metodologia para definição dessas condições iniciais no contexto da estrutura C+D. O foco do estudo está na aplicação e avaliação do OCI nesta estrutura específica, buscando eficiência na sintonia dos controladores e alinhamento ao desempenho especificado pelo modelo de referência. Resultados demonstram que, ao ajustar a estrutura do desacoplador, é possível atingir desempenho satisfatório, evidenciando o potencial da metodologia proposta em contextos multivariáveis.

Palavras-chave: Multivariável, controle baseado em dados, modelo de referência, desacoplamento invertido, C+D, PID, OCI.

ABSTRACT

This work explores improvements in controller design using the controller plus decoupler (C+D) structure with the Optimal Controller Identification (OCI) method. The approach combines single-input single-output (SISO) controllers with inverted decoupling, being a practical solution for industrial environments. OCI is a non-iterative data-based technique that seeks precise identification of optimal controllers using reference model concepts. This method requires attention to the initial conditions of the parameters to ensure convergence and minimize the impact of local minima. This study presents a methodology for defining these initial conditions in the context of the C+D structure. The focus of the study is on the application and evaluation of OCI in this specific structure, seeking efficiency in controller tuning and alignment with the performance specified by the reference model. Results demonstrate that, by adjusting the decoupler structure, it is possible to achieve satisfactory performance, highlighting the potential of the proposed methodology in multivariable contexts.

Keywords: Multivariable, data-driven control, reference model, inverted decoupling, C+D, PID, OCI.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Sistema de controle realimentado.....	14
2	Sistema de controle TITO "cheio".	14
3	Sistema TITO com Desacoplamento Invertido.....	17
4	Diagrama do controlador C+D.	23
5	Resposta em malha aberta.	28
6	Distribuição dos custos finais dos controladores encontrados pelos métodos OCI nos quatro testes executados.....	32
7	Evolução do custo do método OCI para \mathbf{D} definido em (46).....	33
8	Comparação das respostas em malha fechada da condição inicial e do resultado obtido com método OCI para a classe de controladores definida por (41) e (42), os desacopladores definidos no teste 1 por (43) e no teste 2 por (46).	34
9	Análise do tempo morto nas saídas	36

LISTA DE ABREVIATURAS

CbT	<i>Correlation-based Tuning</i>
FDT	<i>Frequency Domain Tuning</i>
IFT	<i>Iterative Feedback Tuning</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
OCI	<i>Optimal Controller Identification</i>
PID	Controlador Proporcional-Integral-Derivativo
SD	<i>Steepest Descent</i>
SDCD	Sistema Digital de Controle Distribuído
SGD	<i>Stochastic Gradient Descent</i>
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>
TITO	<i>Two-Inputs Two-Outputs</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	REVISÃO DA LITERATURA	12
2.1	Controle baseado em dados	12
2.2	O sistema de controle	13
2.2.1	O processo	13
2.2.2	Controladores tradicionais	13
2.2.3	Modelo de referência	14
2.2.4	Caso 1: controlador desejado dentro da classe	15
2.2.5	Caso 2: controlador desejado fora da classe	15
2.3	Identificação do Controlador Ótimo	15
2.4	A estrutura $C + D$: controladores desacoplados	17
2.4.1	Particularidades da estrutura com desacoplador	17
2.5	Virtual Reference Feedback Tuning	19
2.6	Métodos de minimização	19
2.6.1	Algoritmo do gradiente descendente	20
2.6.2	Algoritmo de <i>Gauss-Newton</i>	20
2.6.3	Importância da Escolha dos Parâmetros Iniciais na Minimização de Funções de Custo	22
3	APLICAÇÃO DO MÉTODO OCI À ESTRUTURA $C+D$	23
3.1	Considerações sobre a aplicação do método	23
3.1.1	Escolha da $T_d(q)$ diagonal	23
3.1.2	Utilização do controlador $C+D$	24
3.1.3	Definindo a condição inicial	24
3.1.3.1	Identificação dos parâmetros iniciais de $C_{11}(q, P)$ e $C_{22}(q, P)$	25
3.1.3.2	Identificação dos parâmetros de $D_{12}(q, P)$ e $D_{21}(q, P)$	25
3.2	Estudo de caso	26
3.2.1	O controlador ideal	26
3.2.2	Escolhas adotadas para a realização de testes	27
3.2.2.1	Coleta de dados em malha aberta	27
3.2.2.2	Estruturas de $C_{11}(q, P)$ e $C_{22}(q, P)$, $D_{12}(q, P)$ e $D_{21}(q, P)$ utilizadas ..	28
3.2.3	Metodologia adotada nos testes	31
3.3	Resultados	32
3.3.1	Considerações acerca do quarto teste	35

4	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	37
	REFERÊNCIAS	39
	APÊNDICES	41
.1	Cálculos analíticos	42

1 INTRODUÇÃO

As teorias de controle evoluíram consideravelmente ao longo do tempo, tendo início na teoria de controle clássico, seguida pela teoria de controle moderno, originando outros ramos que consistem em abordagens que podem ser exclusivas ou complementares, como o controle robusto, que admite incertezas nos modelos ou no ambiente externo, e a abordagem baseada em dados, na qual será fundamentado este trabalho.

Diferentemente das abordagens convencionais, que requerem um modelo explícito ou aproximado do sistema, o controle baseado em dados é especial nesse sentido, não necessitando de um modelo do sistema a controlar. Conforme apresentado por Bazanella, Campestrini e Eckhard (2012), esse ramo consiste em um avanço significativo, utilizando dados operacionais do sistema para ajustar controladores. Consequentemente, essa metodologia é especialmente útil quando modelos matemáticos exatos são inacessíveis ou a dinâmica do sistema é muito complexa para modelagem tradicional. Este progresso demonstra não só avanços tecnológicos, mas também uma compreensão mais aprofundada dos sistemas dinâmicos e das necessidades práticas.

Explorado neste texto, o método Identificação do Controlador Ótimo (*Optimal Controller Identification - OCI*) é uma abordagem de controle baseado em dados não iterativa, i.e. o controlador é projetado com o uso de apenas uma batelada de dados coletados do processo. Este método foi inicialmente apresentado por Campestrini (2010) e estendido para o caso multivariável em Huff (2016). O mesmo se baseia no conceito do modelo de referência, e sua particularidade remete à substituição da função de transferência do sistema por um modelo equivalente, cujos únicos parâmetros desconhecidos são somente os do controlador a ser projetado. Assim, a estimação desse se enquadra em um problema padrão de identificação por meio do erro de predição, em que a inversa da função de transferência do controlador é identificada (CAMPESTRINI; ECKHARD; BAZANELLA, A. et al., 2012).

Ademais, no controle de sistemas com variáveis acopladas, a literatura aborda o uso de controladores de estrutura cheia, como em Campestrini, Eckhard, Alexandre Sanfelice Bazanella et al. (2017), Varriale da Silva e Campestrini (2022) e Huff et al. (2024), onde cada entrada tem o potencial de afetar todas as saídas. Em contrapartida, na prática industrial se fazem uso de Sistemas Digitais de Controle Distribuído (SDCD), e é comum manter a preferência por estruturas de controle já utilizadas, frequentemente incorporando desacopladores. Estes simplificam o gerenciamento de sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), tratando cada laço de controle de maneira independente, devido a minimização da interação entre os canais promovida pelos desacopladores, mas em contra-partida torna mais complexa a natureza do problema de identificação do controlador, como explicado em Varriale da Silva (2020), onde também é apresentada uma adaptação dos métodos baseados em dados para o projeto de desacopladores em sistemas multivariáveis, abordando uma estrutura denominada C+D. Essa adaptação é

crucial, pois permite a sintonia simultânea de controladores descentralizados e desacopladores, uma abordagem que não era comumente encontrada nos métodos de controle baseados em dados, como o *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT) (CAMPESTRINI; ECKHARD; CHI et al., 2016) e o próprio OCI. Conforme mencionado anteriormente, apesar dessa formulação não simplificar o projeto de controladores e desacopladores para sistemas MIMO, sua motivação se dá na praticidade de se aplicar os parâmetros obtidos em um sistema de controle cuja estrutura é pré-definida, (VARRIALE DA SILVA, 2020).

O principal objetivo deste trabalho é estudar alternativas para aprimorar a estimativa de controladores com estrutura de controlador mais desacoplador ($C + D$), utilizando o método OCI. A estrutura $C+D$ refere-se a sistemas que combinam controladores SISO com desacoplamento invertido, uma abordagem comumente encontrada em ambientes industriais, como observado em Varriale da Silva (2020). O OCI, por outro lado, oferece uma abordagem não iterativa baseada em dados para a identificação de controladores ótimos, usando ferramentas da teoria de identificação de sistemas (CAMPESTRINI, 2010; HUFF, 2016). Este estudo se concentra em explorar como o OCI pode ser efetivamente aplicado na estrutura $C + D$ para sistemas de controle, visando possíveis melhorias na sintonia dos controladores em questão.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção são revisados conceitos fundamentais pertinentes ao problema explorado neste trabalho, envolvendo uma contextualização geral sobre controle baseado em dados, algumas definições acerca do sistema de controle, relações entre as variáveis do processo multivariável utilizando a estrutura de controladores PID MIMO tradicionais e uma explicação sobre o modelo de referência e sua importância no contexto de controle baseado em dados. Formuladas as definições fundamentais sobre um sistema genérico, introduz-se o método OCI e as expressões necessárias para sua aplicação.

Em uma segunda parte, são expostas algumas definições acerca de um sistema 2×2 cuja estrutura é nomeada $C+D$ e algumas particularidades dessa estrutura na aplicação do OCI são discutidas. E por fim, são tratados os métodos de minimização utilizados no desenvolvimento deste trabalho.

2.1 CONTROLE BASEADO EM DADOS

O controle baseado em dados, também conhecido como *data-driven control design*, é uma metodologia inovadora no campo da engenharia de controle e automação. Esta abordagem se distingue dos métodos tradicionais de controle, os quais geralmente dependem de modelos matemáticos precisos dos sistemas a serem controlados. Em vez disso, o controle baseado em dados utiliza diretamente dados operacionais coletados do sistema para projetar ou afinar controladores.

Esta abordagem é particularmente útil em cenários onde a modelagem matemática é complexa ou inviável, seja por custos elevados, dificuldades técnicas ou inacessibilidade de informações detalhadas sobre o sistema. Por exemplo, em processos industriais onde as condições operacionais são variáveis e imprevisíveis, o controle baseado em dados oferece uma alternativa flexível e adaptativa, capaz de ajustar-se a mudanças no comportamento do sistema.

No campo do controle baseado em dados, existem diversas metodologias, cada uma adaptada a diferentes cenários e necessidades. Estes métodos podem ser divididos em duas grandes categorias: métodos iterativos e métodos não-iterativos.

Os métodos iterativos, como o nome sugere, envolvem a realização de múltiplos experimentos, ajustando os parâmetros do controlador após cada iteração. Esta abordagem visa alcançar melhorias incrementais no desempenho do controlador, com base na análise dos dados coletados em cada etapa. Exemplos de métodos iterativos incluem o *Iterative Feedback Tuning* (IFT) (HJALMARSSON; GUNNARSSON; GEVERS, 1994), o *Correlation-based Tuning* (CbT) (KARIMI; MIŠKOVIC; BONVIN, 2004), e o *Frequency Domain Tuning* (FDT) (KAMMER; BITMEAD; BARTLETT, 2000). Esses métodos diferem na forma como são concebidos, incluindo critérios de minimização, performance e o próprio modo como são empregados.

Por outro lado, os métodos não iterativos utilizam um único conjunto de dados para calcular o controlador, sem a necessidade de repetidos experimentos. Isso os torna mais práticos e econômicos, embora possam levar a mudanças mais significativas nos parâmetros do controlador de uma só vez. Exemplos de métodos não iterativos incluem o *Virtual Reference Feedback Tuning* (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002) e o *Optimal Controller Identification* (CAMPESTRINI, 2010).

2.2 O SISTEMA DE CONTROLE

De modo geral, o sistema de controle é constituído pelo processo e controlador dispostos em uma configuração conforme demonstrado na Figura 1.

2.2.1 O processo

A seguinte equação representa a relação entre as entradas e saídas do processo:

$$y(t) = G_0(q)u(t) + v(t) = G_0(q)u(t) + H_0(q)w(t), \quad (1)$$

com o operador de avanço q definido por:

$$qx(t) = x(t + 1) \quad (2)$$

O modelo da planta, as entradas de controle e saídas são respectivamente $G_0(q)$, $u(t)$, $y(t)$. O vetor $v(t)$ representa a contribuição do ruído no sinal de saída da planta, e H_0 equivale ao modelo adotado para o ruído onde $w(t)$ é um ruído branco.

Considera-se um processo MIMO (*Multiple Input - Multiple Output*) de dimensão $n \times n$, caracterizado por sua linearidade e invariância no tempo. O processo é descrito no tempo discreto, com as entradas de controle e saídas de interesse representadas por vetores de dimensão n . Modelos do processo e do ruído são definidos como matrizes $n \times n$ de funções de transferência racionais e causais.

Na abordagem deste trabalho, em relação ao sinal de referência $r(t)$, este é geralmente um sinal determinístico, enquanto o ruído do sistema é estocástico. Esta dicotomia pode causar dificuldades técnicas na análise, mas é superada usando um quadro matemático comum para processos estocásticos e sinais determinísticos, onde todos são assumidos como processos quase-estacionários (LJUNG, 1999).

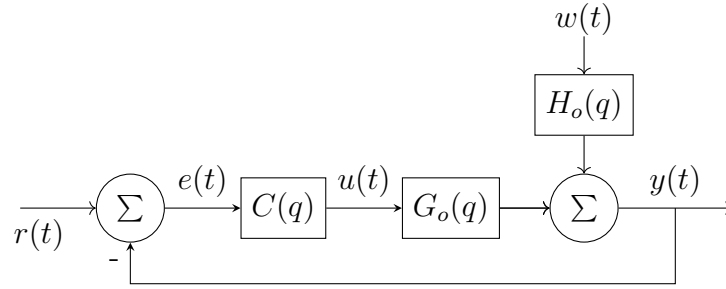
2.2.2 Controladores tradicionais

A entrada de controle, ou variável manipulada é definida pelo erro de seguimento às referências filtrado pela estrutura parametrizada do controlador $C(q, P)$, onde P é o vetor de parâmetros. Definindo o erro como $e(t) = r(t) - y(t)$, onde $r(t)$ é a referência passada ao controlador, a expressão do sinal de controle se torna:

$$u(t) = C(q, P)(r(t) - y(t)) \quad (3)$$

A classe de controladores é definida como:

$$\mathcal{C} = \{C(q, P) : P \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^p\} \quad (4)$$

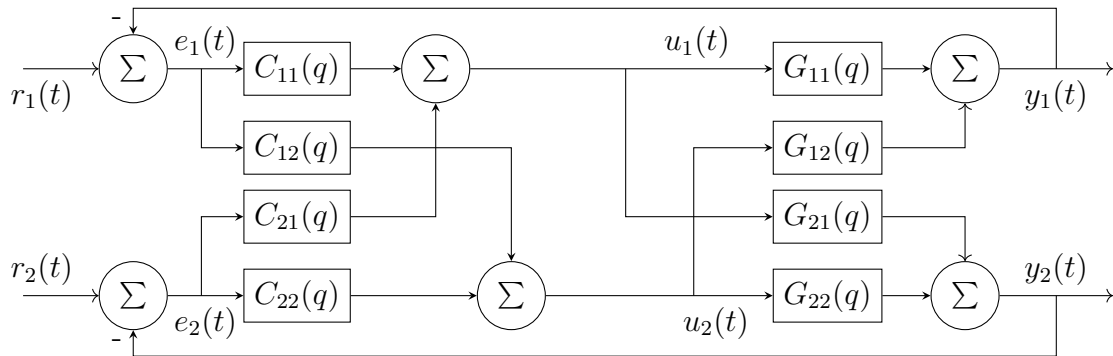
Figura 1: Sistema de controle realimentado.

Os valores admissíveis para o vetor de parâmetros P do controlador são definidos dentro de um conjunto Ω , assumindo-se geralmente que $\Omega = \mathbb{R}^p$ quando não especificado. A classe de controlador deve garantir que a função de laço $C(q, P)G_o(q)$ tenha um grau relativo positivo para que a conexão de realimentação seja sempre bem definida e o laço fechado não seja livre de atraso. Como exemplo de estrutura de controlador, podemos considerar o controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995):

$$C_{i,j}(q, P_{i,j}) \triangleq P_{i,j}^T \bar{C}_{i,j}(q) \triangleq P_{ij}^T \begin{bmatrix} \frac{q^2}{q(q-1)} \\ \frac{q}{q(q-1)} \\ \frac{1}{q(q-1)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

em que $P_{i,j}$ é um componente de P , e equivale a um vetor coluna com 3 parâmetros.

Na Figura 2 encontra-se uma representação de um sistema 2×2 (*Two inputs and two outputs - TITO*) "cheio", sendo este um caso particular dos sistemas MIMO. O vetor de entradas é composto pelas componentes $r_1(t)$ e $r_2(t)$, e o de saídas por $y_1(t)$ e $y_2(t)$. A planta possui quatro elementos, os quais se assume funções de transferência linear. Sistemas desse tipo são largamente discutidos na literatura (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005), (GLAD; LJUNG, 2000).

Figura 2: Sistema de controle TITO "cheio".

2.2.3 Modelo de referência

Utilizado em várias abordagens de projeto de controle baseado em dados, está o modelo de referência. Representado por $T_d(q)$, este é uma matriz de funções de transferência que traduz os critérios de desempenho desejados em malha fechada, de modo que $y_d(t) =$

$T_d(q)r(t)$, em que $y_d(t)$ equivale a saída desejada. A escolha adequada de $T_d(q)$ permite a especificação de características como sobrepasso, tempo de assentamento e erro de regime permanente, e pode levar a controladores que exigem menores esforços de controle. Uma escolha não adequada de $T_d(q)$ pode resultar em critérios muito distantes de serem atendidos e pobres desempenhos.

A síntese de controladores por modelo de referência consiste em encontrar um controlador que alinhe a resposta do sistema em malha fechada com $T_d(q)$. Os métodos de controle baseado em dados focam na minimização de um critério de desempenho, que inclui seguimento de referências. Este critério é geralmente expresso em termos da norma H2 de algum sinal do sistema em malha fechada.

A determinação de um modelo de referência eficaz pode ser complexa. Os elementos da diagonal principal de $T_d(q)$ devem refletir o desempenho desejado para cada variável controlada. Os elementos fora da diagonal são responsáveis pelos acoplamentos entre as variáveis. Logo geralmente se considera que $T_d(q)$ é diagonal (CAMPESTRINI; ECKHARD; CHI et al., 2016). Além disso, é crucial considerar o grau relativo da planta e a presença de zeros de fase não-mínima na escolha do modelo de referência para garantir a eficácia e estabilidade do controlador resultante (HUFF et al., 2024).

2.2.4 Caso 1: controlador desejado dentro da classe

Define-se o controlador ideal como aquele que faz o sistema em malha fechada se comportar como o modelo de referência:

$$C_d(q) = G_o^{-1}(q)T_d(q)(I - T_d(q))^{-1} \quad (6)$$

Quando o controlador ideal pertence a classe considerada de controladores \mathcal{C} , o sistema possui o desempenho refletido por $T_d(q)$, i.e. o desempenho desejado.

2.2.5 Caso 2: controlador desejado fora da classe

No caso em que $C_d(q)$ não pertença à estrutura escolhida para aplicação, é dito que este não está contido na classe considerada de controladores. Este é o caso esperado na grande maioria das aplicações reais, pois a abordagem baseada em dados presume uma certa ignorância a respeito da planta, além de que os controladores considerados para aplicação possuem uma estrutura fixa.

Para este caso, o controlador resultante da solução do problema de otimização é dito enviesado, e para reduzir o viés, a depender do método aplicado, são implementados filtros, cuja dedução é demonstrada, por exemplo em Varriale da Silva e Campestrini (2022), onde são abordados os casos com e sem ruído para o método da Identificação do Controlador Ótimo, no qual foi aplicado neste trabalho e que será apresentado a seguir.

2.3 IDENTIFICAÇÃO DO CONTROLADOR ÓTIMO

A metodologia que será adotada neste trabalho consiste na aplicação do método da Identificação do Controlador Ótimo (OCI), introduzido em Campestrini (2010) para o

caso SISO, e estendido para a versão MIMO em Huff (2016). Sistemas de fase não-mínima são abordados em Huff et al. (2024).

A ideia do OCI consiste em reescrever o problema de identificação do controlador ótimo como um problema de identificação de um modelo de $G(q, P)$ para a planta, onde $G(q, P)$ depende $T_d(q)$ e $C(q, P)$.

Segue-se a introdução do erro de predição:

$$\epsilon(t, P) = y(t) - \hat{y}(t|t-1, P), \quad (7)$$

onde $y(t)$ e $\hat{y}(t|t-1, P)$ são respectivamente os dados de saída coletados da planta, e o preditor ótimo da saída a um passo a frente (LJUNG, 1999). Considerando, por simplicidade, $H_o(q) = I$, o preditor se reduz a:

$$\hat{y}(t|t-1, P) = G(q, P)u(t). \quad (8)$$

Definindo a função de transferência do que seria a planta identificada, mas em termos do modelo de referência $T_d(q)$ e do controlador (HUFF, 2016) obtém-se:

$$G(q, P) = T_d(q)(I - T_d(q))^{-1}C^{-1}(q, P). \quad (9)$$

A definição acima baseia-se no fato de que

$$G_0(q) = T_d(q)(I - T_d(q))^{-1}C_d(q). \quad (10)$$

Note que (10) é consequência direta de (6), bastando multiplicar esta primeira à esquerda e à direita respectivamente por $G_0(q)$ e $C_d^{-1}(q)$ para se chegar à segunda.

Logo, a particularidade do método consiste na composição do erro de predição, que é função somente de $T_d(q)$, da estrutura paramétrica do controlador e o valor que assumem seus parâmetros, além disso, não necessita que essa estrutura seja linear nos parâmetros.

Finalmente, define-se uma função de custo como a soma do quadrado das normas euclidianas dos vetores de erro definidos em (7) dividido pelo número de amostras:

$$J(P) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\epsilon(t, P)\|_2^2. \quad (11)$$

No caso em que o controlador ideal está contido na classe considerada de controladores \mathcal{C} para a aplicação, pode-se afirmar que é possível obter um conjunto de valores nos parâmetros P que mapeie o sistema para seu mínimo global em relação à função custo considerada. A convergência para este mínimo global depende das condições iniciais dos parâmetros¹, e sua distribuição (CAMPESTRINI, 2010). Se tratando de um número relativamente elevado de parâmetros, não é simples a definição de uma boa condição inicial, e esta muitas vezes é obtida aplicando um método intermediário. Para gerar o sinal de excitação dos experimentos, tanto nos métodos intermediários como no tratado aqui, aconselha-se utilizar uma sequência de sinais binários gerada de maneira pseudoaleatória (PRBS), pois sua natureza aleatória permite excitar todas as frequências do sistema de forma eficaz. No entanto, um experimento em malha aberta com degraus dispostos de maneira coerente entre os canais do sistema pode fornecer um conjunto de dados satisfatório.

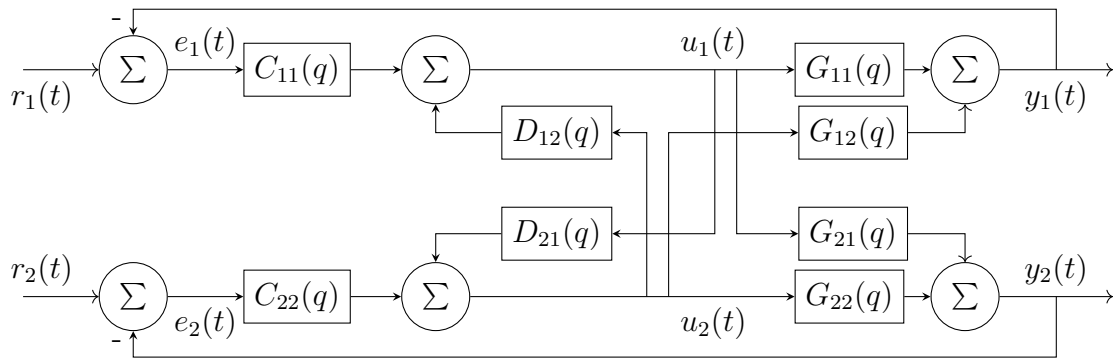
¹O problema de otimização é não-convexo, portanto possui mínimos locais e pontos de inflexão.

2.4 A ESTRUTURA $C + D$: CONTROLADORES DESACOPLADOS

Enquanto os controladores MIMO tradicionais lidam com as interações entre as variáveis do sistema entre todos os canais, os desacopladores focam exclusivamente no desacoplamento entre as variáveis. Isso significa que, ao ajustar o *setpoint* de uma variável, não haverá impacto significativo sobre as outras. Esta abordagem permite que o sistema resultante, composto pelo desacoplador e pelo processo, seja controlado por controladores SISO independentes.

Em sistemas MIMO, o desacoplamento é um requisito comum, e dentre as maneiras de o realizar explicitamente, o desacoplamento convencional acaba sendo o mais adotado devido à sua simplicidade (VARRIALE DA SILVA, 2020). No entanto, destaca-se também o desacoplador invertido, que representa uma alternativa tecnicamente relevante, sendo aplicável em vários sistemas de controle distribuído industriais existentes. Este estudo foca neste último tipo de desacoplamento, cujo princípio consiste em filtrar o sinal de entrada em um canal por um desacoplador e aplicar o sinal filtrado somado à entrada do outro canal, conforme exposto no diagrama de um sistema com duas entradas e duas saídas (TITO) da Figura 3.

Figura 3: Sistema TITO com Desacoplamento Invertido.



Fonte: **Autor**

Através do diagrama anterior, nota-se que para que seja possível anular completamente o efeito da entrada do primeiro canal na saída do outro, por exemplo, se faz necessário que a estrutura do desacoplador $D_{21}(q)$ seja idêntica à da razão entre $G_{21}(q)$ e $G_{22}(q)$:

$$D_{21}(q) = -\frac{G_{21}(q)}{G_{22}(q)}. \quad (12)$$

Do mesmo modo para $D_{12}(q)$:

$$D_{12}(q) = -\frac{G_{12}(q)}{G_{11}(q)}. \quad (13)$$

2.4.1 Particularidades da estrutura com desacoplador

É conveniente obter a expressão do controlador cheio equivalente que seria aplicado ao sistema numa representação de acordo com a Figura 2. A motivação da obtenção do controlador nesse formato se deve a forma com que o algoritmo OCI é desenvolvido.

O sistema do controlador cheio, denotado aqui por $C(q, P)$, é representado por:

$$\begin{aligned} u(t) &= C(q, P) e(t) \\ &= \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(q, P) & C_{12}(q, P) \\ C_{21}(q, P) & C_{22}(q, P) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

A partir da Figura 3, é possível obter as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{11}(q, P) & 0 \\ 0 & C_{22}(q, P) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & D_{12}(q, P) \\ D_{21}(q, P) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

agrupando os termos que multiplicam $u(t)$, a expressão fica:

$$\begin{bmatrix} 1 & -D_{12}(q, P) \\ -D_{21}(q, P) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(q, P) & 0 \\ 0 & C_{22}(q, P) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}$$

Define-se respectivamente as matrizes que multiplicam $e(t)$ e $u(t)$ na equação anterior como \mathbf{C} e \mathbf{D} .

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} C_{11}(q, P) & 0 \\ 0 & C_{22}(q, P) \end{bmatrix} \\ \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} 1 & -D_{12}(q, P) \\ -D_{21}(q, P) & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

De acordo com a Equação 14, a expressão que representa o controlador cheio se resume a:

$$C(q, P) = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C} \quad (16)$$

Como será notado na segunda parte da revisão desta bibliografia, pode ser ainda mais conveniente representar o controlador através de sua inversa. Logo, por fim, inverte-se o produto da equação anterior resultando em:

$$C^{-1}(q, P) = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{11}(q, P)} & -\frac{D_{12}(q, P)}{C_{11}(q, P)} \\ \frac{D_{21}(q, P)}{C_{22}(q, P)} & \frac{1}{C_{22}(q, P)} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

Também é útil simplificar a função da derivada da matriz inversa do controlador em relação a algum parâmetro do controlador ou desacoplador, visto que, como será tratado na próxima seção, necessitaremos calcular o gradiente de uma função de custo associada ao método de otimização, e este gradiente é dependente da derivada mencionada.

$$\frac{\partial C^{-1}(q, P)}{\partial P} = \left(\frac{\partial \mathbf{C}^{-1}(q, P)}{\partial P} \mathbf{D}(q, P) + \mathbf{C}^{-1}(q, P) \frac{\partial \mathbf{D}(q, P)}{\partial P} \right)$$

Definindo subvetores P_c e P_d , cuja concatenação é o vetor $P = [P_c \ P_d]^T$, sendo estes primeiros correspondentes aos parâmetros dos controlador e desacoplador respectivamente, observa-se que:

$$\frac{\partial C^{-1}(q, P)}{\partial P_c} = \frac{\partial \mathbf{C}^{-1}(q, P_c)}{\partial P_c} \mathbf{D}(q, P_d) \quad (18)$$

$$\frac{\partial C^{-1}(q, P)}{\partial P_d} = \mathbf{C}^{-1}(q, P_c) \frac{\partial \mathbf{D}(q, P_d)}{\partial P_d} \quad (19)$$

2.5 VIRTUAL REFERENCE FEEDBACK TUNING

O método *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT) é uma abordagem de projeto de controladores baseada em dados, que utiliza diretamente os dados de entrada e saída do sistema para ajustar os parâmetros de um controlador pré-definido. Diferentemente dos métodos baseados em modelos, o VRFT evita a necessidade de identificar explicitamente um modelo do sistema a ser controlado. Em vez disso, ele define um modelo de referência, que descreve o comportamento desejado do sistema em malha fechada, e ajusta os parâmetros do controlador para minimizar o desvio entre o comportamento real e o ideal. Este método se destaca pela sua eficiência, uma vez que permite projetar controladores em um único passo ("*one-shot*"), utilizando um lote de dados coletados em condições fixas de operação do sistema.

Uma característica notável do VRFT é sua flexibilidade em lidar com sistemas não mínimos de fase e a possibilidade de estender o critério de ajuste para acomodar ruídos e outros desafios práticos. No entanto, sua eficácia depende de uma escolha adequada do modelo de referência, que deve refletir o desempenho desejado sem ser excessivamente ambicioso ou fisicamente inviável. O método é amplamente reconhecido por sua simplicidade e aplicabilidade prática, tornando-se uma ferramenta útil em contextos onde condições iniciais bem definidas são necessárias para outros métodos de controle.

2.6 MÉTODOS DE MINIMIZAÇÃO

Para minimizar a função custo (11), neste texto explora-se os algoritmos do gradiente descendente e *Gauss-Newton*. Estes dois métodos foram aplicados em Varriale da Silva (2020) e Huff (2016), e serão brevemente explicados a seguir. Em Nocedal e Wright (2006) há descrições detalhadas dos métodos citados e suas variações.

Para a aplicação dos métodos é necessário definir dois conceitos, começando tradicionalmente pela definição de Gradiente em função do vetor de parâmetros P :

$$\nabla J(P) \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial J(P)}{\partial p_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial J(P)}{\partial p_k} \end{bmatrix} \quad (20)$$

E a Matriz Hessiana é definida por:

$$\nabla^2 J(P) \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J(P)}{\partial p_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 J(P)}{\partial p_1 \partial p_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 J(P)}{\partial p_k \partial p_1} & \cdots & \frac{\partial^2 J(P)}{\partial p_k^2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

2.6.1 Algoritmo do gradiente descendente

O algoritmo de Máxima Descida, também conhecido como gradiente descendente, é uma técnica essencial em otimização matemática, destacando-se por sua simplicidade e versatilidade. Ele funciona atualizando iterativamente os parâmetros na direção oposta ao gradiente da função de custo, sendo eficiente especialmente em grandes conjuntos de dados. Suas variantes, como o gradiente descendente estocástico (SGD), oferecem flexibilidade e eficácia em diferentes contextos. Este método é caracterizado por sua grande região de atração, o que significa que a estimativa inicial de parâmetros não precisa estar muito próxima da solução ótima para que o algoritmo convirja para uma solução. No entanto, apesar desta vantagem, a taxa de convergência do método da máxima descida é geralmente baixa.

Uma maneira de aplicar esse algoritmo se dá pela repetição dos seguintes passos:

1. Atualizar os parâmetros conforme a equação:

$$P_{t+1} = P_t - \gamma_t \frac{\nabla J(P_t)}{\|\nabla J(P_t)\|},$$

onde γ_t equivale ao tamanho do passo aplicado na iteração t ;

2. Avaliar o custo para o novo vetor de parâmetros, se o custo diminuiu avançar para 3, senão, realizar:

$$\gamma_{t+1} = 0,1\gamma_t$$

e voltar para 1;

3. Aumentar o passo:

$$\gamma_{t+1} = 1,1\gamma_t$$

4. Verificar se $J(P_{t+1}) \leq 0,9J(P_t)$. Se sim incrementar $t \leftarrow t + 1$ e retornar para o primeiro passo a menos que o número limite de iterações seja atingido. Caso contrário, encerrar o algoritmo e, se possível, aplicar um método de segunda ordem para aprimorar a convergência.

2.6.2 Algoritmo de Gauss-Newton

O método de Gauss-Newton é um algoritmo de otimização fundamental definido pela seguinte recursão:

$$P_{t+1} = P_t - (\nabla^2 J(P_t))^{-1} \nabla J(P_t) \quad (22)$$

Nesta recursão, a direção de busca e o tamanho do passo são determinados pela inversa da matriz Hessiana da função objetivo $(\nabla^2 J(\theta_t))^{-1}$ e pelo gradiente da função objetivo $\nabla J(P_t)$.

O método de *Newton-Raphson* geralmente resulta em taxas de convergência mais altas em comparação com métodos como o de máxima descida, mas apresenta domínios de atração menores. Isso significa que a escolha da condição inicial é mais crítica no método de Newton-Raphson, pois ele requer que a estimativa inicial esteja mais próxima da solução ótima para garantir a convergência. Para tornar o algoritmo mais eficiente do ponto de

vista computacional, a matriz Hessiana é aproximada. Esta aproximação pode ser feita de várias maneiras, dependendo do contexto e dos requisitos computacionais. Uma opção utilizada no método Newton-Raphson para reduzir a função de custo do *OCI* em Huff (2016), é descrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J(P)}{\partial P_k \partial P_l} &= \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{\partial \hat{y}(t, P)}{\partial P_l} \right)^T \frac{\partial \hat{y}(t, P)}{\partial P_k} + (\hat{y}(t, P) - y(t))^T \frac{\partial^2 \hat{y}(t, P)}{\partial P_k \partial P_l} \\ &\approx \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{\partial \hat{y}(t, P)}{\partial P_l} \right)^T \frac{\partial \hat{y}(t, P)}{\partial P_k}, \end{aligned} \quad (23)$$

onde $\hat{y}(t, P)$ equivale ao preditor definido em (8), porém foi adotada aqui uma notação simplificada, e P_k é o k -ésimo elemento de P . Essa aproximação é obtida durante o desenvolvimento da Hessiana, ignorando os termos que envolvem o cálculo de derivadas de segunda ordem em (23).

Esta abordagem é adotada para economizar tempo na execução computacional do método, pois o cálculo completo das derivadas de segunda ordem da Hessiana pode ser bastante custoso. A simplificação proposta permite a aplicação mais eficiente de métodos que exijam o cálculo da Hessiana, embora com uma aproximação que pode não ser tão precisa.

A seguir, apresenta-se um exemplo de aplicação deste algoritmo:

1. **Calcular a direção de busca:** Determinar a direção de busca utilizando a Equação (22), ou seja, calcular $d_t = -(\nabla^2 J(P_t))^{-1} \nabla J(P_t)$.
2. **Atualizar o vetor de parâmetros:** Obter um novo valor para o vetor de parâmetros aplicando $P_{t+1} = P_t + \alpha d_t$, onde α é o tamanho do passo. Inicialmente, pode-se considerar $\alpha = 1$.
3. **Realizar busca linear se necessário:** Avaliar a função custo $J(P_{t+1})$. Se $J(P_{t+1}) < J(P_t)$, aceitar P_{t+1} . Caso contrário, reduzir α (por exemplo, $\alpha = \alpha/2$) e retornar ao passo anterior até que a função custo diminua.
4. **Verificar critérios de convergência:** Verificar se algum dos critérios de parada foi atendido:
 - A norma do gradiente $\|\nabla J(P_{t+1})\|$ é menor que um limite de tolerância pré-definido.
 - A variação absoluta da função custo $|J(P_{t+1}) - J(P_t)|$ é menor que um valor mínimo estabelecido.
 - A variação no vetor de parâmetros $\|P_{t+1} - P_t\|$ é insignificante.

Se um dos critérios for satisfeito, o algoritmo converge e P_{t+1} é considerado a solução ótima. Caso contrário, definir $t = t + 1$ e retornar ao passo 1.

2.6.3 Importância da Escolha dos Parâmetros Iniciais na Minimização de Funções de Custo

No contexto da minimização de funções de custo em sistemas de controle, o sucesso de métodos iterativos depende significativamente da escolha adequada dos parâmetros iniciais. É fundamental que esses parâmetros estejam dentro do *domínio de atração* do método de minimização utilizado. O domínio de atração refere-se ao conjunto de pontos iniciais a partir dos quais o algoritmo converge para um mínimo desejado da função de custo (BOYD; VANDENBERGHE, 2004), (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2012).

Se P_0 estiver próximo do mínimo global ou de um mínimo local adequado, há maior probabilidade de o método convergir para uma solução satisfatória. Caso contrário, podem ocorrer os seguintes problemas:

1. **Convergência para mínimos locais indesejados:** O algoritmo pode convergir para um mínimo que não atende aos requisitos de desempenho do controlador.
2. **Divergência ou comportamento oscilatório:** A ausência de convergência impede a obtenção de uma solução viável.

Para garantir que o controlador obtido seja viável e que o método de minimização tenha um desempenho satisfatório, é essencial adotar as seguintes práticas:

- **Escolha criteriosa dos parâmetros iniciais:** Realizar uma análise preliminar para estimar valores iniciais razoáveis.
- **Utilização de múltiplas inicializações:** Executar o algoritmo a partir de diferentes pontos iniciais, aumentando a probabilidade de encontrar o mínimo global.
- **Análise de sensibilidade:** Avaliar o impacto de variações nos parâmetros iniciais sobre a convergência e o resultado final, ajustando-os conforme necessário.

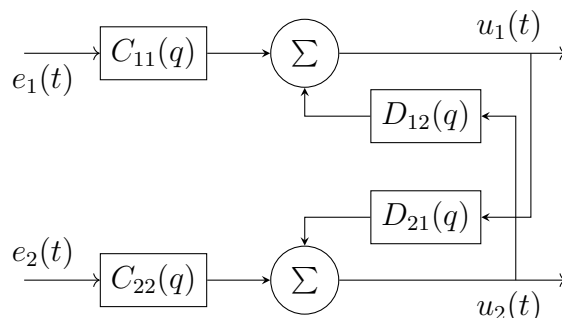
A incorporação dessas práticas no processo de otimização aumenta significativamente a chance de convergência para o resultado esperado, assegurando que o controlador resultante atenda aos requisitos de desempenho desejados.

Na seção 2.3, que trata da Identificação do Controlador Ótimo, definimos uma função de custo que quando minimizada satisfatoriamente, resulta em um conjunto de parâmetros que quando aplicados ao sistema, torna sua performance semelhante ao modelo de referência. Apesar da flexibilidade do método quanto a natureza dos parâmetros utilizados, se lineares ou não em relação à estrutura do controlador, a função de custo ocasionalmente pode se tornar uma curva com vários mínimos locais, ou um perfil que dificulte a exploração de seu domínio pelos algoritmos utilizados. Visando estes problemas, as seções seguintes deste trabalho exploram a utilização destes algoritmos no método em diferentes estruturas que permitam uma melhor sintonia entre $T(q, P)$ e $T_d(q)$. Como será observado, os diferentes perfis das funções de custo relacionadas a cada estrutura definem uma trajetória dos parâmetros ao decorrer da execução do algoritmo, e cada ponto desta trajetória corresponde a um valor de custo.

3 APLICAÇÃO DO MÉTODO OCI À ESTRUTURA C+D

Visando adquirir um desempenho satisfatório no controle de um processo específico fazendo uso da estrutura C+D, o objetivo da aplicação do OCI, ao se utilizar esta estrutura, é desacoplar o sistema, eliminando a interferência entre os canais através do uso de desacopladores estruturados conforme a Figura 4.

Figura 4: Diagrama do controlador C+D.



3.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DO MÉTODO

Para realizar o objetivo proposto anteriormente, algumas considerações iniciais são feitas levando em conta os requisitos do método e especificações de desempenho. A seguir estão descritas algumas destas considerações e também a metodologia proposta para a obter a condição inicial do método, ou seja, os valores iniciais dos parâmetros dos controladores e desacopladores que serão aplicados no método.

3.1.1 Escolha da $T_d(q)$ diagonal

Em projetos de controladores MIMO baseados em dados e fundamentados em modelos de referência, a escolha do modelo de referência desempenha um papel determinante na qualidade do desempenho e na facilidade de sintonia do sistema de controle. Dentre as diversas possibilidades de estrutura para o modelo de referência, a adoção de um modelo de referência diagonal costuma ser uma estratégia comumente adotada. Na prática, um modelo de referência define como se deseja que o sistema se comporte para cada par entrada-saída. Em um sistema MIMO com n entradas e n saídas, frequentemente há acoplamentos significativos entre os diferentes canais. Um modelo de referência diagonal, por outro lado, pressupõe que a dinâmica desejada para cada saída dependa predominantemente de uma

única entrada, isto é, cada elemento diagonal da matriz de transferência de referência define o comportamento esperado para aquele canal específico, enquanto os elementos fora da diagonal são nulos ou desprezíveis. Por outro lado, é importante reconhecer que a utilização de um modelo de referência diagonal não implica que o sistema real deixa de ter interações entre os canais. Na prática, esses acoplamentos continuarão existindo e podem afetar o desempenho global do controlador.

3.1.2 Utilização do controlador C+D

Com esta estrutura, as funções de transferência dos blocos dos controladores decentralizados $C_{11}(q, P)$ e $C_{22}(q, P)$ são representados por funções de transferência fixa PID. Em relação às estruturas dos desacopladores $D_{12}(q, P)$ e $D_{21}(q, P)$, foi verificado experimentalmente que variar a estrutura pode produzir melhores resultados. Logo, experimenta-se algumas diferentes funções lineares, visando adquirir melhores resultados na aplicação do método para atingir a especificação da $T_d(q)$ diagonal. Com a estrutura C+D, o método que será empregado é o OCI, o qual visa reduzir a função de custo (11). Substituindo nela cada estrutura a ser utilizada, resulta na expressão:

$$J(P) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|y(t) - T_d(q)(I - T_d(q))^{-1}C^{-1}(q, P)u(t)\|_2^2, \quad (24)$$

da qual se derivam o gradiente e a hessiana utilizadas no método, em conjunto com dados obtidos através de um ensaio que será definido mais adiante, e também as condições iniciais, cuja obtenção será tratada a seguir.

3.1.3 Definindo a condição inicial

De modo a considerar os pontos levantados no fim do capítulo anterior, que trata da importância na escolha dos valores de parâmetros na inicialização de métodos de minimização, no desenvolvimento deste trabalho se utilizou o método VRFT para obter as condições iniciais de **C**. Este método, além de ser não-iterativo, necessitando de uma única batelada de dados, consiste em uma resolução fechada de uma otimização por mínimos quadrados, não necessitando condições iniciais, logo, aproveita-se sua utilização na obtenção destas. Já no caso dos desacopladores em **D**, visando propor uma alternativa a Varriale da Silva (2020), sugere-se aqui uma maneira de se obter as condições iniciais buscando encontrar uma forma de identificar funções que resultam das razões (12) e (13).

Logo, considerando que são disponíveis dados que permitam identificar todas as partes do sistema, propõe-se uma metodologia que utiliza coleta de dados em malha aberta, onde se considera as contribuições individuais das excitações e respostas em cada canal.

Como exemplo será considerado um ensaio hipotético durante um intervalo $0 \leq t < 1000$. Dado um processo $G(q)$ de duas entradas e duas saídas, como no sistema da Figura 3, onde as entradas são $u_1(t)$ e $u_2(t)$, e as saídas $y_1(t)$ e $y_2(t)$, considera-se este excitado ao longo do intervalo por degraus unitários definidos pela equação:

$$u_1(t) = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (25)$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 0, & t < 500 \\ 1, & t \geq 500 \end{cases} \quad (26)$$

3.1.3.1 Identificação dos parâmetros iniciais de $C_{11}(q, P)$ e $C_{22}(q, P)$

Do ensaio definido anteriormente, podemos extrair as seguintes relações:

$$G_{11}(q) u_1(t) = y_1(t) \quad (27)$$

$$G_{22}(q) u_2(t + 500) = y_2(t + 500) - y_2(t)|_{t=500} \quad (28)$$

$$\forall t \in [0, 500)$$

Estas expressões representam os elementos diagonais do processo, e estes dados são utilizados para obter parâmetros iniciais para os controladores através do método VRFT, citado na literatura deste trabalho. Note que os sinais posteriores à metade da duração do intervalo deste ensaio hipotético foram deslocados no tempo, isso para fins de visualização, para que todas as respostas estivessem contidas num mesmo intervalo. Em suma, levando em consideração as funções de transferência dos controladores e o intervalo considerado, o conjunto de dados $u_1(t)$ e $y_1(t)$ são utilizados para identificar os parâmetros de $C_{11}(q, P)$, enquanto que $u_2(t + 500)$ e $y_2(t + 500)$ permitem a identificação de $C_{22}(q, P)$.

3.1.3.2 Identificação dos parâmetros de $D_{12}(q, P)$ e $D_{21}(q, P)$

Visto que se tratando da própria natureza do problema, assume-se o desconhecimento dos elementos de $G(q)$, comumente se adota o formato dos desacopladores como funções de transferência de primeira ordem, conforme denotado a seguir:

$$D_{12}(q, P) = \frac{a_1 q - b_1}{q - c_1} \quad (29)$$

$$D_{21}(q, P) = \frac{a_2 q - b_2}{q - c_2} \quad (30)$$

Para se identificar os parâmetros de $D_{12}(q, P)$ e $D_{21}(q, P)$, pode-se explorar as seguintes relações, as quais também foram extraídas do ensaio apresentado na Figura 5:

$$G_{12}(q) u_2(t + 500) = y_1(t + 500) - y_1(t)|_{t=500} \quad (31)$$

$$G_{21}(q) u_1(t) = y_2(t) \quad (32)$$

$$\forall t \in [0, 500)$$

Dado que

$$D_{12}(q, P) = -\frac{G_{12}(q)}{G_{11}(q)},$$

$$D_{21}(q, P) = -\frac{G_{21}(q)}{G_{22}(q)}$$

e que $G_{12}(q)$ pode ser obtido de (31) e $G_{21}(q)$ de (32), e ainda considerando que, dentro do intervalo considerado, $u_1(t) = u_2(t + 500)$, podemos relacionar os dados obtidos das saídas dos dois canais do processo de modo a aproximar a dinâmica desejada nos desacopladores, que seria aquela que anula o acoplamento. Deste modo estrutura-se o seguinte sistema:

$$-\begin{bmatrix} D_{12}(q) & 0 \\ 0 & D_{21}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \Delta y_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta y_2(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} \quad (33)$$

Onde $\Delta y_1(t)$ e $\Delta y_2(t)$ são definidos por:

$$\begin{cases} \Delta y_1(t) = y_1(t + 500) - y_1(t)|_{t=500} \\ \Delta y_2(t) = y_2(t + 500) - y_2(t)|_{t=500} \end{cases}$$

Os parâmetros dos desacopladores podem então ser obtido utilizando algum método de identificação, como por exemplo mínimos quadrados.

3.2 ESTUDO DE CASO

O processo utilizado nos experimentos deste trabalho é uma planta introduzida em Wood e Berry (1973). Ao realizar discretização deste processo a uma taxa de 1 Hz, se obtém a seguinte expressão:

$$G_0(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.744}{(q - 0.9419)q} & \frac{-0.8789}{(q - 0.9535)q^3} \\ \frac{0.5786}{(q - 0.9123)q^7} & \frac{-1.302}{(q - 0.9329)q^3} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

O modelo de referência adotado na aplicação dos métodos apresentados neste trabalho, e que traduz as especificações de desempenho desejadas, é representado pela matriz diagonal:

$$T_d(q) = \begin{bmatrix} \frac{0.1}{(q - 0.9)q} & 0 \\ 0 & \frac{0.1}{(q - 0.9)q^3} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

3.2.1 O controlador ideal

O controlador ideal, ou desejado, é aquele que garante a igualdade entre os comportamentos da matriz de transferência do sistema e do modelo de referência. No caso particular da estrutura C+D, este controle ideal é composto pelos desacopladores ideais e controladores descentralizados desejados.

Os desacopladores ideais dependem exclusivamente da planta, e não do modelo de referência e são calculados como em (12) e (13), resultando em:

$$D_{12_d}(q) = \left(\frac{0.8789}{0.744} \right) \frac{q - 0.9419}{q - 0.9535} q^{-2} \quad (36)$$

$$D_{21_d}(q) = \left(\frac{0.5786}{1.302} \right) \frac{q - 0.9329}{q - 0.9123} q^{-4} \quad (37)$$

Através desta escolha para a função dos desacopladores a interferência entre os canais é extinta, logo podemos calcular isoladamente cada função ideal para os controladores descentralizados da mesma forma como se segue:

$$C_{ii_d}(q) = \frac{T_{ii_d}(q)}{1 - T_{ii_d}(q)} G_{ii}^{-1}(q), \quad (38)$$

onde $T_{ii_d}(q)$ e $G_{ii}^{-1}(q)$ são elementos das diagonais de $T_d(q)$ e $G^{-1}(q)$, respectivamente. Substituindo cada elemento resulta em:

$$C_{11_d}(q) = \left(\frac{0.1}{0.744} \right) \frac{q^2 - 0.9419q}{q^2 - 0.9q - 0.1} \quad (39)$$

$$C_{22_d}(q) = \left(-\frac{0.1}{1.302} \right) \frac{q^4 - 0.9329q^3}{q^4 - 0.9q^3 - 0.1} \quad (40)$$

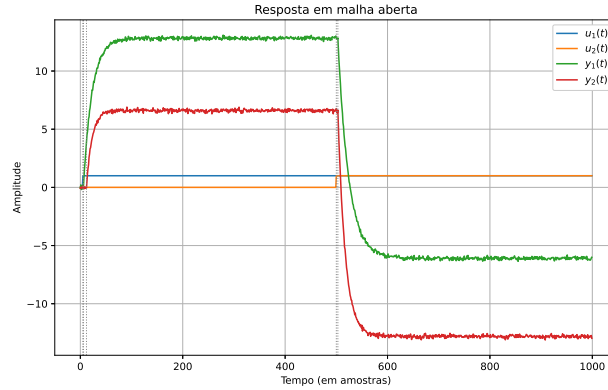
Obtidos os elementos que compõem o controlador ideal, vale notar também o grau relativo destes, equivalentes a 2 e 4, para os desacopladores D_{12_d} e D_{21_d} respectivamente, e nulos para os controladores C_{11_d} e C_{22_d} .

3.2.2 Escolhas adotadas para a realização de testes

Para implementar a aplicação do OCI com a estrutura C+D, são realizados quatro testes, correspondendo cada teste a uma diferente estrutura de desacopladores. A seguir, são especificadas em mais detalhes algumas escolhas adotadas para a realização destes testes, parcialmente introduzidas no início deste capítulo.

3.2.2.1 Coleta de dados em malha aberta

Primeiramente, os dados são coletados em um ensaio excitando o sistema em malha aberta, com a aplicação de saltos unitários nos instantes $t = 0$ e $t = 500$, respectivamente, nas entradas $u_1(t)$ e $u_2(t)$. A resposta do sistema em malha aberta é mostrada na Figura 5. A variância do ruído introduzido na saída da resposta do sistema é igual a 0,01.

Figura 5: Resposta em malha aberta.

Fonte: Autor

Os dados coletados deste ensaio são utilizados tanto na obtenção das condições iniciais quanto nas próprias otimizações em si. A seguir, serão apresentadas as estruturas para os controladores e desacopladores utilizados neste trabalho, também, mais adiante será retratado como obter as condições iniciais a partir dos dados coletados. Conforme mencionado na introdução deste capítulo, no caso dos controladores descentralizados, seus parâmetros iniciais serão obtidos com o método VRFT. Já a obtenção dos parâmetros dos desacopladores é feita através da identificação de um sistema equivalente ao que seria considerado o desacoplador ideal, e a maneira como é montado este sistema será deduzida ao longo do texto.

3.2.2.2 Estruturas de $C_{11}(q, P)$ e $C_{22}(q, P)$, $D_{12}(q, P)$ e $D_{21}(q, P)$ utilizadas

A seguir são especificadas as estruturas dos controladores descentralizados e dos desacopladores utilizados na aplicação do método OCI. Os blocos destes controladores geralmente correspondem a estruturas do tipo PID, garantindo o seguimento de referências constantes, de acordo com o princípio do modelo interno (OGATA, 2021). As expressões dos controladores utilizadas no desenvolvimento deste trabalho são definidas, como em Varriale da Silva (2020), por:

$$C_{11}(q) = \frac{a_{11}q^2 + b_{11}q + c_{11}}{q(q-1)}, \quad (41)$$

$$C_{22}(q) = \frac{a_{22}q^2 + b_{22}q + c_{22}}{q(q-1)}. \quad (42)$$

Como descrito anteriormente na introdução deste capítulo, para o desenvolvimento deste trabalho foram experimentadas diferentes estruturas de desacopladores, mais especificamente, 4 pares de funções respectivas à $D_{12}(q, P)$ e $D_{21}(q, P)$, as quais são expostas a

seguir:

$$\text{caso 1: } \begin{cases} D_{12}(q, P) = \frac{a_1q - b_1}{q - c_1}, \\ D_{21}(q, P) = \frac{a_2q - b_2}{q - c_2}, \end{cases} \quad (43)$$

$$\text{caso 2: } \begin{cases} D_{12}(q, P) = \frac{a_1q - b_1}{(q - c_1)(q - d_1)}, \\ D_{21}(q, P) = \frac{a_2q - b_2}{(q - c_2)(q - d_2)}, \end{cases} \quad (44)$$

$$\text{caso 3: } \begin{cases} D_{12}(q, P) = \frac{a_1q - b_1}{(q - c_1)(q - d_1)(q - e_1)}, \\ D_{21}(q, P) = \frac{a_2q - b_2}{(q - c_2)(q - d_2)(q - e_2)}, \end{cases} \quad (45)$$

$$\text{caso 4: } \begin{cases} D_{12}(q, P) = \frac{a_1q - b_1}{q - c_1} q^{-2}, \\ D_{21}(q, P) = \frac{a_2q - b_2}{q - c_2} q^{-4}, \end{cases} \quad (46)$$

Vale notar que as funções de transferência do desacoplador ideal (36) e (37) está contida na classe de funções formadas pela estrutura proposta em (46). No entanto, observando a classe de controladores considerada definida pelas funções em (41) e (42), percebe-se que esta não contém a estrutura do controlador ideal definido por (39) e (40).

Um conjunto de parâmetros dos controladores descentralizados utilizado na aplicação do OCI foi obtido aplicando o VRFT, adotando o modelo de referência (35). O primeiro elemento da diagonal equivale ao modelo de referência utilizado para se obter os parâmetros de $C_{11}(q, P)$, e o segundo elemento é utilizado para identificar o outro controlador.

A seguir estão os parâmetros identificados destes controladores:

Tabela 1: Parâmetros iniciais de $C_{11}(q, P)$ e $C_{22}(q, P)$.

a_{11}	0.1343
a_{22}	-0.0770
b_{11}	-0.1387
b_{22}	0.0901
c_{11}	0.0115
c_{22}	-0.0164

Em seguida, é realizada uma identificação do sistema dos desacopladores utilizando a metodologia apresentada na primeira parte deste capítulo. A identificação utilizando as estruturas (43), (44), (45) e (46) resultam, respectivamente, nos parâmetros da Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros identificados para as estruturas definidas em (43), (44), (45) e (46).

Parâmetro	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
a_1	0.3624	0.7444	0.0024	1.208
a_2	0.4909	0.554	-0.0004	0.5017
b_1	0.3414	0.7012	-0.0023	1.145
b_2	0.458	0.5168	0.0003	0.4688
c_1	-0.632	0.955	-0.9555	0.9574
c_2	0.9123	0.9123	-0.948	0.9032
d_1		0.9554	0.3699	
d_2		0.2452	-0.2466	
e_1			0.8105	
e_2			-0.464	

Os valores apresentados anteriormente podem ser utilizados em conjunto com os dados da Tabela 1, como condições iniciais para aplicação do método OCI na estrutura C+D. porém, como em cada teste será usada uma diferente função de transferência para os desacopladores, é possível que ao variar estas funções, por exemplo, a ordem de uma função para outra, as condições iniciais não configurem o comportamento desejado dos métodos de minimização, ocasionando em desempenho pobre ou até mesmo divergência, apesar do baixo custo inicial quando se utiliza parâmetros identificados. Em outras palavras, a realização de uma otimização utilizando diretamente os dados advindos de uma identificação nos desacopladores pode não ser bem sucedida. Logo, pode ser útil realizar outra identificação de parâmetros dos desacopladores que situem o ponto de operação em uma região mais próxima de uma solução desejada. De fato, utilizando a seguinte estrutura:

$$D_{12}(q, P) = \frac{a_1 q - b_1}{q - c_1} q^{-2} \quad (47)$$

$$D_{21}(q, P) = \frac{a_2 q - b_2}{q - c_2} q^{-2} \quad (48)$$

obtem-se os seguintes parâmetros iniciais:

Tabela 3: Parâmetros identificados de $D_{12}(q, P)$ e $D_{21}(q, P)$ utilizando (47) e (48).

a_1	0.7279
a_2	0.5638
b_1	-0.6588
b_2	-0.5420
c_1	-0.0953
c_2	-0.9347

Condições iniciais são então utilizadas em uma séries de otimizações que visam reduzir o valor da função de custo (24). O modelo de referência e o processo utilizado para a coleta de dados são, respectivamente, os mesmos definido em (35) e (34). O cálculo do gradiente (20) e da aproximação da hessiana (21) da função custo está detalhado no Apêndice.

3.2.3 Metodologia adotada nos testes

Em seguida, será apresentada a metodologia dos testes envolvendo as estruturas de controladores e desacopladores definidas em (41), (42), (43), (44), (45) e (46). Como mencionado no início da seção anterior, serão realizados 4 testes compreendendo várias otimizações através da aplicação do método OCI utilizando as condições iniciais especificadas na seção anterior.

- As condições iniciais dos controladores descentralizados são as mesmas obtidas pelo método VRFT e dispostos na Tabela 1, e serão utilizadas em todos os testes.
- No primeiro teste, utiliza-se a estrutura de desacopladores (43), e os dados são coletados em malha aberta por 100 rodadas de Monte Carlo resultando em uma distribuição uniforme de condições iniciais. Todos os testes possuem desvio padrão definido por $\sigma = 0.02 p / \sqrt{3}$, onde p são os valores iniciais dos parâmetros identificados e expostos na coluna referente ao *caso 1* da Tabela 2.
- Em relação ao segundo teste, em um primeiro momento, foi verificado que o conjunto de parâmetros identificados utilizando a estrutura (44), que estão presentes na segunda coluna de valores Tabela 2, não obteve bons resultados nas otimizações. Apesar do baixo custo inicial obtido com os parâmetros identificados, durante a aplicação do método, nota-se que os parâmetros evoluem para uma região em que a função custo, representada por (24), produz valores que se estabilizam em magnitude relativamente baixas, mas, ao fim do método, quando verificamos o custo real que depende do módulo da diferença entre $y(t)$ e $y_d(t)$, este se mostra muito superior ao custo definido pela outra equação. Visto isso, para realizar o segundo teste, optou-se por utilizar outro conjunto de condições iniciais derivado da identificação de outro sistema representado pelas equações (47), (48), mas ainda aplicando à estrutura (44). No entanto, faz-se uma consideração, que a depender do contexto poderia não gerar o mesmo resultado: ao adicionar um novo grau de liberdade, escolhe-se este nulo, fazendo com que a resposta à condição inicial desta parte do sistema (a dos desacopladores) difira somente por uma quantidade de atrasos em relação ao teste anterior.
- O terceiro teste segue um procedimento semelhante ao segundo, mas agora são utilizados os desacopladores definidos em (45), onde foram adicionados em $D_{12}(q, P)$ e $D_{21}(q, P)$ mais um polo como grau de liberdade com valor inicial nulo. No segundo e terceiro testes, 20 rodadas de Monte Carlo são efetuadas em torno das condições iniciais, e a distribuição destas, assim como no primeiro teste, também é uniforme.
- No quarto teste é utilizada a mesma distribuição de condições iniciais do primeiro teste, mas é realizado com a estrutura (46), que é obtida ao calcular a diferença dos atrasos entre os canais, conforme será explicado em mais detalhes ao final deste capítulo. Como já dito, esta estrutura comporta as funções de transferência do desacoplador ideal (36) e (37), mas a metodologia de projeto de controladores baseado em dados assume certo desconhecimento a respeito da matriz de transferência do processo (34), de modo que intuir uma boa estimativa da estrutura através de uma metodologia se torna proveitoso. É importante notar que as condições iniciais deste caso serem reaproveitadas do primeiro, emana dos mesmos problemas obtidos no segundo e terceiro caso, porém, de modo menos crítico, e utilizar os mesmos dados

pode servir para demonstrar praticidade em avaliar a aplicação do OCI em diferentes estruturas, se a necessidade de realizar identificações de sistemas para cada caso.

A seguir, para fins de organização, estão expostas as condições iniciais utilizadas em cada um dos quatro testes.

Tabela 4: Condições iniciais utilizadas na aplicação do OCI para as estruturas definidas em (43), (44), (45) e (46).

Parâmetro	Teste 1	Teste 2	Teste 3	Teste 4
a_1	0.3624	0.7279	0.7279	0.3624
a_2	0.4909	0.5638	0.5638	0.4909
b_1	0.3414	-0.6588	-0.6588	0.3414
b_2	0.458	-0.5420	-0.5420	0.458
c_1	-0.632	-0.0953	-0.0953	-0.632
c_2	0.9123	-0.9347	-0.9347	0.9123
d_1		0	0	
d_2		0	0	
e_1			0	
e_2			0	

3.3 RESULTADOS

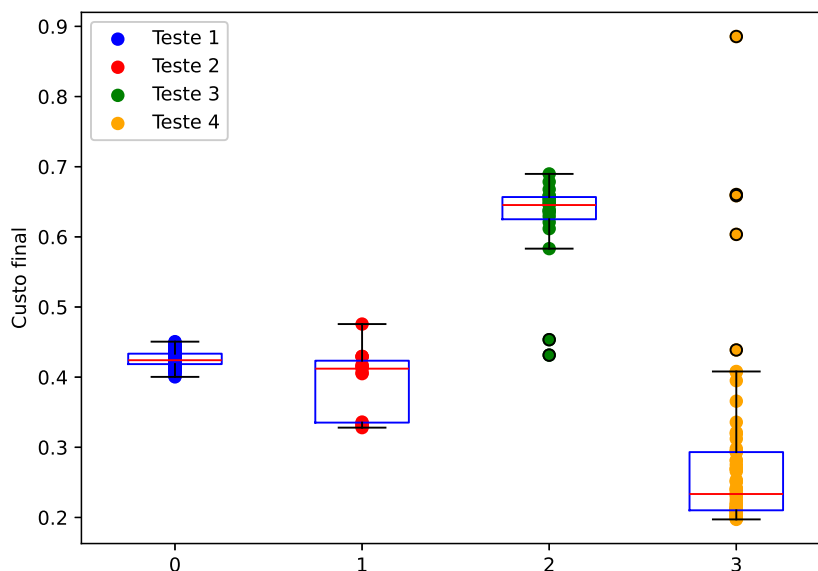


Figura 6: Distribuição dos custos finais dos controladores encontrados pelos métodos OCI nos quatro testes executados.

Fonte: Autor

A Figura 6 expõe a distribuição dos custos finais na otimização dos parâmetros obtidos nos quatro testes. O primeiro teste, realizado com a estrutura (43), com as condições iniciais dos desacopladores na primeira coluna da Tabela 4, e do controlador na Tabela 1,

resultou em uma distribuição de custos com média 0,4256, e variância 0,0001. Dentre todos os testes, o primeiro foi o que produziu menor variância, porém a terceira menor média. No segundo teste, que utiliza a estrutura (44) e condições iniciais 1 e 3, a distribuição resultante do custo teve média 0,3931 e variância 0,0021, configurando o segundo menor custo médio dentre todos os testes. O terceiro teste, que também utiliza as mesmas condições iniciais do segundo, mas definindo valores iniciais nulos para os novos graus de liberdade da estrutura (45), originou o custo médio mais alto de todos os testes, com o valor de 0,6234 e variância 0,0044. O quarto teste é particular no sentido de que produziu os melhores resultados em média, mas também resultou, individualmente em um maior número de *outliers*, como é possível verificar na Figura 6. Este último teste foi executado com a estrutura (46), e com os mesmos valores de condições iniciais do primeiro teste, resultando em um custo médio 0,2303 e variância 0,0159.

Para demonstrar a evolução do custo ao longo das otimizações realizadas nos testes propostos, foi selecionado o gráfico da Figura 7, correspondente a 100 rodadas de Monte Carlo realizadas no quarto teste. Este teste, como será demonstrado, rendeu os melhores resultados, desacoplando satisfatoriamente o sistema. No fim desta seção, são expostas algumas considerações feitas acerca da obtenção da estrutura utilizada neste teste.

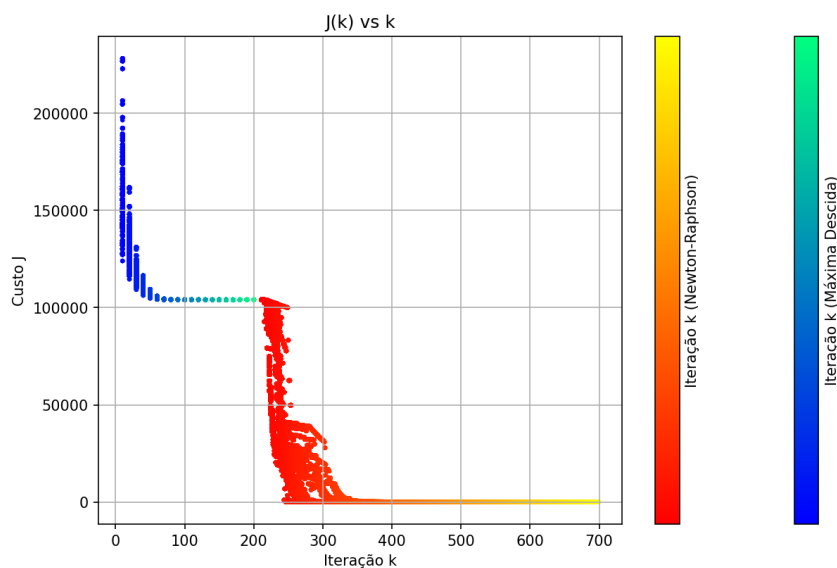


Figura 7: Evolução do custo do método OCI para \mathbf{D} definido em (46).

Fonte: Autor

Na Tabela 5 se encontram alguns conjuntos de parâmetros resultantes selecionados em cada um dos quatro testes, sendo o índice n em P_n correspondente ao número que identifica o teste.

Para melhor visualização, a evolução do desempenho dos controladores obtidos com a aplicação do método OCI, na Figura 8 estão reunidas as respostas em malha fechada, sem ruído, obtidas ao se utilizar o controlador com as condições iniciais das colunas 1 e 4 da Tabela 4 e os parâmetros P_1 e P_4 , extraídos da Tabela 5, resultantes, respectivamente, da aplicação do método OCI para as estruturas (43) e (46) utilizadas no primeiro e quarto teste.

Tabela 5: A média e a variância dos custos finais, e a seleção de um conjunto de parâmetros resultantes de cada teste, respectivamente P_1 , P_2 , P_3 e P_4 .

Variável	P_1	P_2	P_3	P_4
a_{11}	0.219	0.1376	0.0777	0.1336
a_{22}	-0.096	-0.0953	-0.0950	-0.0855
b_{11}	-0.309	-0.1450	-0.0160	-0.1373
b_{22}	0.129	0.1266	0.1259	0.1062
c_{11}	0.096	0.0146	-0.0545	0.0107
c_{22}	-0.036	-0.0353	-0.0349	-0.0246
a_1	0.954	0.5747	0.7740	1.1819
b_1	0.866	0.5426	-0.6420	1.1132
c_1	0.940	0.5201	-0.6800	0.9535
a_2	-0.197	-0.0688	0.3014	0.4430
b_2	-0.442	-0.4060	-0.3248	0.4135
c_2	0.282	0.0062	-0.9857	0.9130
d_1		0.9546	0.6775	
e_1			-0.6925	
d_2		0.0052	0.0832	
e_2			0.0832	
$\mu(J_{OCI})$	0.2239	0.2772	0.515	0.0429
$\mu(J_y)$	0.4256	0.3931	0.6234	0.2303
$\sigma^2(J_y)$	0.0001	0.0021	0.0044	0.0159

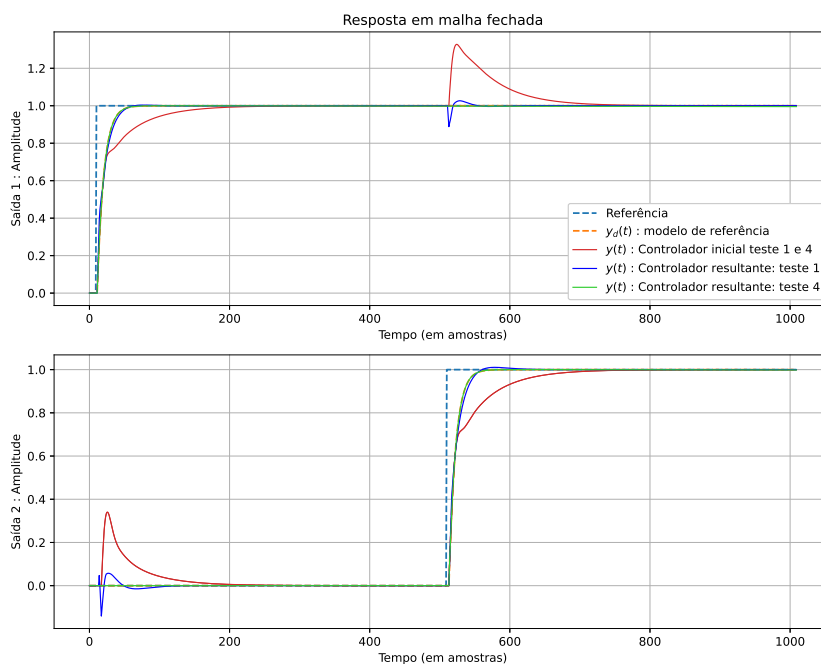


Figura 8: Comparação das respostas em malha fechada da condição inicial e do resultado obtido com método OCI para a classe de controladores definida por (41) e (42), os desacopladores definidos no teste 1 por (43) e no teste 2 por (46).

O objetivo de desacoplar efetivamente o sistema só é atingido usando a estrutura do quarto teste. As outras estruturas ainda produzem acoplamento significativo quando aplicados os parâmetros resultantes dos testes, e isso se deve ao fato de nenhuma classe considerada com estas estruturas ser capaz de aproximar suficientemente as funções do desacoplador ideal (36) e (37).

A metodologia adotada para a obtenção das condições iniciais permitiu a aplicação bem sucedida do método OCI para todas as estruturas consideradas neste trabalho, sem a necessidade de se realizar uma identificação destas condições para cada teste. Bastou-se identificar os parâmetros iniciais de duas estruturas, para poder inicializar otimizações em quatro outras. No entanto, tanto na aplicação do OCI quanto na identificação dos parâmetros iniciais, se presume a seleção de uma estrutura conveniente que aproxime a classe ideal do controlador. No caso dos controladores descentralizados, geralmente a estrutura destes é fixa, e para contornar o problema do controlador ideal fora da classe considerada, filtros são implementados de modo a reduzir o viés introduzido pelos métodos.

Já no caso dos desacopladores, é proposto aqui variar a estrutura de suas funções, avaliando o desempenho de cada uma na aplicação do OCI. Logo, definir uma maneira de selecionar uma estrutura conveniente é necessário para obter um bom desempenho nos resultados das otimizações. A seguir, segue-se a explicação de como se foram obtidos os atrasos inseridos na estrutura (43) de modo a obter a estrutura (46), utilizada no quarto teste.

3.3.1 Considerações acerca do quarto teste

Selecionar uma classe de controladores que seja mais próxima da classe do controlador ideal melhora o desempenho dos controladores estimados. Ao aumentar a ordem dos desacopladores para apenas segunda ordem, os resultados parecem mais promissores do que os de terceira ordem. No entanto, conforme será observado, mudanças mais simples na estrutura dos desacopladores em questão podem resultar em melhor desempenho.

Tendo em vista o que foi mencionado, uma simples modificação que pode ser feita na classe do controlador para a aproximar da classe ideal em situações onde o sistema tem atrasos significativos, é adicionar atrasos nos elementos fora da diagonal principal, ou seja, nos elementos dos desacopladores. Esses atrasos podem ser determinados com base numa análise do tempo morto do processo.

Conforme evidenciado por Varriale (VARRIALE DA SILVA, 2020), e demonstrado em Normey-Rico e Camacho (2008), neste caso, onde os maiores atrasos de cada linha se encontram fora da diagonal principal, os desacopladores ideais têm atrasos seguindo a seguinte regra:

$$A_{D_{ij}} = A_{G_{ij}} - A_{G_{ii}}, \quad (49)$$

onde $A_{C_{ij}}$, $A_{G_{ij}}$ e $A_{G_{ii}}$ denotam, respectivamente, a quantidade de atrasos em números de amostras dos elementos D_{ij} , G_{ij} e G_{ii} .

Apesar do contexto deste trabalho se tratar de um projeto baseado em dados, e se supor um certo nível de desconhecimento da planta, os atrasos dos elementos do processo, e subsequentemente os dos desacopladores, podem ser calculados observando informações de tempo morto, extraídas dos dados ou de modo isolado experimentalmente. Na Figura 9 é dado enfoque nos tempos mortos contidos na resposta em malha aberta do sistema, exposta anteriormente na Figura 5.

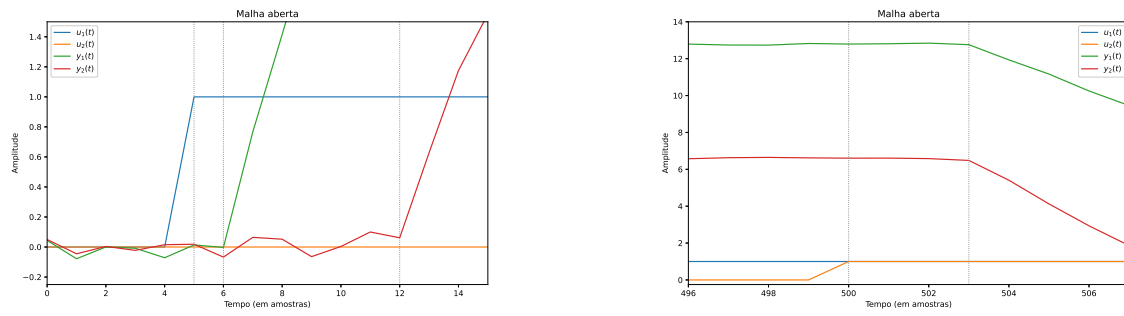


Figura 9: *Análise do tempo morto nas saídas*

Da análise do tempo morto resultam as equações:

$$A_{D_{12}} = (503 - 500) - (6 - 5) = 2$$

$$A_{D_{21}} = (12 - 5) - (503 - 500) = 4$$

No caso do processo abordado neste trabalho, inserindo estes atrasos nas estruturas de primeira ordem definidas por (29) e (30) que possuem grau relativo zero, resultam na estrutura que proporciona os melhores resultados dentre todas as estruturas de desacopladores consideradas neste texto.

4 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

No capítulo 3, foram definidas algumas considerações para a aplicação do método OCI. Estas considerações são escolhas que delimitam o problema definindo o modelo de referência, a estrutura de controladores e uma metodologia para obter as condições iniciais aplicadas nas otimizações. A escolha da $T_d(q)$ diagonal é essencial no projeto, pois define a característica de desacoplamento do sistema desejado. A estrutura C+D delimita o escopo deste trabalho, e a motivação de sua utilização se dá justamente pela característica como o acoplamento é efetuado. Na prática, deve-se considerar modelos de referência que se alinhem com a realidade física do processo, dos controladores e dos atuadores considerados, e devido a característica do método aplicado nas otimizações e da classe dos controladores considerada não conter o controlador ideal, não é possível afirmar que nenhum dos resultados obtidos correspondem a mínimos globais das funções de custo consideradas.

Já em relação aos valores iniciais dos parâmetros utilizados nas otimizações, apesar do OCI consistir em um método não-iterativo, pois necessita somente uma batelada de dados para suas execução, o caráter dos métodos de minimização empregados é iterativo. Para que o OCI desempenhe de maneira satisfatória e o controlador obtido seja pelo menos viável, é necessário garantir que a inicialização dos parâmetros esteja próxima do domínio de atração do método de busca. Assim, pode-se esperar que ele possivelmente convirja para o resultado esperado. Isso nem sempre é possível, assim como constatado nas razões do porque não se empregou todas as estruturas identificadas em cada minimização. Em alguns casos, o desempenho das minimizações foi deteriorado significativamente, motivando a procura por outras condições iniciais que viabilizassem a convergência à um ponto de operação viável.

Valores iniciais foram obtidos através de uma metodologia proposta neste texto, sendo esta a contribuição principal deste trabalho, já que a estrutura considerada aqui que resultou no desacoplamento efetivo dos canais já havia sido proposta e utilizada em Varriale da Silva (2020). Na subseção 3.1.3 foram examinadas algumas maneiras de obter os parâmetros dos desacopladores através da identificação de um sistema equivalente ao desacoplador. Também foi demonstrado que os parâmetros dos controladores do sistema desacoplado C_{11} e C_{22} podem ser estimados utilizando o método VRFT. No caso de um sistema real já em atividade em uma unidade industrial, alternativamente, poder-se-ia utilizar os parâmetros de operação como condições iniciais dos algoritmos de minimização.

Através do resultado das distribuições na Figura 6 é possível verificar a diferença no desempenho utilizando o critério custo do OCI, sendo possível verificar o menor custo médio ao se utilizar a estrutura proposta no quarto teste.

Finalmente, vale notar que, considerando o tipo do processo lidado neste trabalho, inserir atrasos nas estruturas dos desacopladores se prova a maneira mais eficaz de se resolver o problema de otimização pelo método OCI, pois retorna o menor custo dentre as quatro alternativas, como foi verificado na série de otimizações realizadas. Além disso,

avaliar a quantidade de atrasos a serem adicionados geralmente constitui uma tarefa simples considerando o retorno em desempenho adquirido pelo sistema controlado resultante.

Como perspectivas para trabalhos futuros, podem ser explorados diferentes processos, como a inclusão de zeros na planta, ou a adaptação do método para lidar com sistemas de fase não mínima. Além disso, outras estruturas podem ser avaliadas, como a estrutura PID MIMO mencionada na seção 2.2.2. Alternativa ou complementarmente, também seria interessante explorar técnicas de controle robusto na estrutura considerada, com o objetivo de assegurar estabilidade e desempenho mesmo diante de incertezas e variações nos parâmetros do sistema. Essa abordagem contribuiria para uma maior resiliência do controlador em aplicações práticas, onde as condições reais frequentemente demandam modelos robustos para operar com margens de segurança.

REFERÊNCIAS

- ASTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. [S.l.]: ISA—The Instrumentation, Systems, e Automation Society, 1995.
- BAZANELLA, A. S.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. *Data-Driven Controller Design: The H₂ Approach*. [S.l.]: Springer, 2012. (Communications and Control Engineering).
- BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. *Convex Optimization*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2004. P. 716.
- CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D.; BAZANELLA, A. et al. Model Reference Control Design by Prediction Error Identification. *Brasil*, v. 45, n. 16, p. 1478–1483, 2012.
- CAMPESTRINI, L. *Contribuições para métodos de controle baseados em dados obtidos em apenas um experimento*. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D.; BAZANELLA, A. S. et al. Data-Driven Control Design by Prediction Error Identification for a Refrigeration System Based on Vapor Compression. *Proceedings of the IFAC Conference on Proportional-Integral-Derivative Control*, Ghent, Belgium, v. 3, p. 705–712, 2017.
- CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D.; CHI, L. A. et al. Unbiased MIMO VRFT with Application to Process Control. *Journal of Process Control*, v. 39, march, p. 35–49, 2016.
- CAMPI, M.; LECCHINI, A.; SAVARESI, S. Virtual Reference Feedback Tuning: A direct method for the design of feedback controllers. *Automatica*, v. 38, p. 1337–1346, 2002.
- GLAD, T.; LJUNG, L. *Control Theory: Multivariable and Nonlinear Methods*. [S.l.]: Taylor e Francis, 2000. P. 452.
- HJALMARSSON, H.; GUNNARSSON, S.; GEVERS, M. A convergent iterative restricted complexity control design scheme. In: 33RD IEEE Conference on Decision and Control. Lake Buena Vista, USA: [s.n.], 1994.
- HUFF, D. et al. Optimal Controller Identification for Multivariable Non-minimum Phase Systems. *ISA Transactions*, v. 153, p. 133–142, 2024.
- HUFF, D. D. *Identificação do controlador ótimo multivariável para seguimento de referência*. Porto Alegre: [s.n.], 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação).

- KAMMER, L.; BITMEAD, R.; BARTLETT, P. Direct iterative tuning via spectral analysis. *Automatica*, v. 36, p. 1301–1307, 2000.
- KARIMI, A.; MIŠKOVIC, L.; BONVIN, D. Iterative Correlation-based controller Tuning. *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, v. 18, p. 645–664, 2004.
- LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. 2. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1999.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. *Numerical optimization*. [S.l.]: Springer Nature, 2006. (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering).
- NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Dead-time compensators: a survey. *Control Engineering Practice*, Elsevier, Amsterdam, v. 16, n. 4, p. 407–428, 2008.
- OGATA, K. *Modern Control Engineering*. 5. ed. [S.l.]: Pearson, 2021.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. 2nd. [S.l.]: Wiley, 2005.
- VARRIALE DA SILVA, E. *Contribuições para aplicabilidade de métodos não iterativos de projeto de controladores baseados em dados*. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- VARRIALE DA SILVA, E.; CAMPESTRINI, L. Bias reduction in the Optimal Controller Identification approach through optimal filtering. In: 2022 American Control Conference (ACC). [S.l.: s.n.], 2022. P. 3923–3928.
- WOOD, R. K.; BERRY, M. W. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science*, Amsterdam, v. 28, n. 9, p. 1707–1717, 1973.

Apêndices

.1 CÁLCULOS ANALÍTICOS

Visando aplicar os métodos de minimização apresentados na seção 2.6, são apresentados nessa seção o desenvolvimento das expressões restantes necessárias a aplicação dos métodos. Este se dá a partir da função de custo definida anteriormente como segue.

Assumindo o gradiente de J como definido em (20), calcula-se cada termo de ∇J da seguinte forma:

$$\frac{\partial J(P)}{\partial P_k} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{\partial(\epsilon(t, P)^T \epsilon(t, P))}{\partial P_k} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{\partial \epsilon(t, P)}{\partial P_k} \right)^T \epsilon(t, P) + \epsilon(t, P)^T \frac{\partial \epsilon(t, P)}{\partial P_k}.$$

Devido às propriedades da matriz transposta e o fato de a parte esquerda da equação ser um escalar (o qual é igual à sua própria transposta), os dois termos na soma do lado direito da equação são iguais, levando a seguinte simplificação:

$$\frac{\partial J(P)}{\partial P_k} = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{\partial \epsilon(t, P)}{\partial P_k} \right)^T \epsilon(t, P) = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \epsilon(t, P)^T \frac{\partial \hat{y}(t, P)}{\partial P_k},$$

onde:

$$\frac{\partial \hat{y}(t, P)}{\partial P_k} = T_d(q)(I - T_d(q))^{-1} \frac{\partial C^{-1}(q, P)}{\partial P_k} u(t).$$

Reescrevendo a Equação (21) em função das mesmas variáveis, obtém-se uma aproximação dos elementos da Matriz Hessiana, a qual foi aplicada no método de *Newton-Raphson* na segunda parte deste trabalho.

$$\nabla^2 J(P) \triangleq \left\{ \frac{\partial^2 J(P)}{\partial P_i \partial P_j} \right\}_{i,j=1}^k, \quad (50)$$