

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

ANTÔNIO PANDOLFO GREGIANIN

MODELO DE YALE: REVISÃO E APLICAÇÃO

Porto Alegre

2024

ANTÔNIO PANDOLFO GREGIANIN

MODELO DE YALE: REVISÃO E APLICAÇÃO

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo Schönerwald da Silva

Porto Alegre

2024

CIP - Catalogação na Publicação

Gregianin, Antônio
Modelo de Yale: revisão e aplicação / Antônio
Gregianin. -- 2024.
54 f.
Orientador: Carlos Eduardo Schönerwald da Silva.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade
de Ciências Econômicas, Curso de Ciências Econômicas,
Porto Alegre, BR-RS, 2024.

1. Modelo de Yale. 2. Fundos de Endowment. 3.
Teoria Financeira. 4. Teoria Moderna do Portfólio. 5.
Investimentos Alternativos. I. Schönerwald da Silva,
Carlos Eduardo, orient. II. Título.

ANTÔNIO PANDOLFO GREGIANIN

MODELO DE YALE: REVISÃO E APLICAÇÃO

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre, _____ de _____ de 2024.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Carlos Eduardo Schönerwald da Silva – Orientador

UFRGS

Profa. Dr. Antonio Ernani Martins Lima

UFRGS

Prof. Dr. Leonardo Xavier da Silva,

UFRGS

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar a aplicabilidade do modelo de alocação de investimentos do fundo de *Endowment* da Universidade de Yale para investidores tradicionais. Contextualizando os *Endowments* como instituições de grande importância histórica, David Swensen assume a gestão do fundo de Yale e apresenta uma estratégia inovadora, com diversificação e investimentos em ativos alternativos. A metodologia do trabalho se constitui de uma simulação com dados históricos de uma carteira que busca replicar a alocação do modelo da forma mais aderente possível, utilizando produtos disponíveis no mercado financeiro para representar cada estratégia do fundo. O período analisado abrange de 2014 a 2023 e os resultados foram comparados com *benchmarks* de renda fixa e renda variável. Embora a carteira teórica tenha mostrado estabilidade e menor volatilidade em comparação com o mercado de renda variável, tanto o retorno quanto o retorno ajustado ao risco foram inferiores, podendo sugerir a dependência do modelo a outros atributos, como gestão ativa e *market timing*.

Palavras-chave: Modelo de Yale. Fundos de Endowment. Teoria Financeira. Teoria Moderna do Portfólio. Diversificação. Investimentos Alternativos. David Swensen.

ABSTRACT

This study aims to analyze the applicability of the investment allocation model of Yale University's Endowment Fund for traditional investors. Contextualizing Endowments as institutions of great historical importance, David Swensen assumes the management of Yale's fund and presents an innovative strategy, with diversification and investments in alternative assets. The methodology of the paper consists of a simulation with historical data of a portfolio that seeks to replicate the model's allocation as closely as possible, using products available in the financial market to represent each strategy of the fund. The analyzed period covers from 2014 to 2023, and the results were compared with fixed income and equity benchmarks. Although the theoretical portfolio showed stability and lower volatility compared to the equity market, both the return and the risk-adjusted return were inferior, which may suggest the model's dependence on other attributes, such as active management and market timing.

Keywords: *Yale Model. Endowment Funds. Financial Theory. Modern Portfolio Theory. Diversification. Alternative Investments. David Swensen.*

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Relação entre variância e retorno esperado.....	13
Figura 2 - Combinações entre x_1 e x_2	15
Figura 3 - Possibilidades de investimento	16
Figura 4 - Possibilidades de investimentos em equilíbrio	18
Figura 5 - Alocação por classe do fundo de Endowment de Kings	26
Figura 6 - Crescimento dos gastos de Yale.....	29
Figura 7 - Performance do fundo Endowment de Yale	33
Figura 8 - Alocação por classe do Endowment de Yale	34
Figura 9 - Alocação em ativos alternativos nos Endowments dos Estados Unidos	35
Gráfico 1 - Retornos da carteira teórica.....	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - 20 maiores fundos de <i>Endowment</i> universitários nos Estados Unidos	23
Tabela 2 - Categorias de alocação dos recursos dos Endowments pela Universidade de Yale em 2023	24
Tabela 3 - Alocação Tática do Endowment de Yale em junho de 2020	35
Tabela 4 - Alocação “Alvo” do <i>Endowment</i> de Yale em junho de 2020	41
Tabela 5 - Retornos anuais	47
Tabela 6 – Retornos anuais	48

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIO E HISTÓRIA DOS ENDOWMENTS.....	13
2.1	FUNDOS DE ENDOWMENTS	21
	2.1.1 Definição.....	21
	2.1.2 Origem.....	22
	2.1.3 Características.....	23
	2.1.4 Desenvolvimento histórico e analítico.....	25
2.2	MODELO DE YALE	27
	2.2.1 Importância.....	28
	2.2.2 David Swensen.....	30
	2.2.3 Características.....	31
	2.2.4 Resultados.....	32
	2.2.5 Alocação por classe.....	33
3	METODOLOGIA DO EXERCÍCIO EMPÍRICO.....	40
4	RESULTADOS.....	46
5	CONCLUSÃO.....	50
	REFERÊNCIAS.....	52

1 INTRODUÇÃO

Os fundos de *Endowment* (doações), frequentemente desconhecidos entre investidores tradicionais, são fundos de investimento filantrópicos mantidos por instituições com o objetivo de perpetuar as doações recebidas ao longo do tempo (Investopedia, 2024). Uma característica importante dos fundos é dependerem do retorno financeiro para assegurar a continuidade de seu objetivo primário, o que lhes confere uma trajetória histórica e teórica relevante. Também é válido destacar o pioneirismo na aplicação prática da teoria financeira, que atribui a categoria como sendo uma referência na gestão de recursos no longo prazo (Russel, 2006).

O trabalho vai se debruçar sobre esse tema, com um enfoque nos fundos de universitários, mais especificamente o fundo da universidade de Yale. Fundo esse que ganhou notoriedade pela influência da gestão de David Swensen, que relatou com detalhes sua passagem no livro *Pioneering Portfolio Management* (2000).

Dessa forma, o estudo baseia-se em encontrar as melhores abordagens para compreender o método de investimentos do *Endowment* de Yale e avaliar resultados da aplicação de seus principais princípios.

Para guiar o estudo, o trabalho busca entender se o Modelo de Yale realmente apresenta aplicabilidade para os investidores tradicionais. Para isso, será realizada uma extensa revisão teórica buscando compreender o que são os fundos de *Endowment* e quais ferramentas podem ser utilizadas para avaliar o seu desempenho, além de construir uma análise prática. A aplicação deve ser avaliada sob diferentes parâmetros, como rentabilidade e volatilidade, para então comparar os resultados com outros indicadores e benchmarks.

A escolha do tema justifica-se por duas razões, tanto pela relevância quanto pela originalidade. Os fundos de *Endowment* são responsáveis por arcar com parcela significativa dos custos das principais universidades do mundo. Dessa forma, compreender sua definição e história pode ser crucial ao desenvolvimento da educação.

Ademais, esses fundos, especialmente o fundo da Universidade de Yale, representam um campo fértil de avanços e aplicações de teorias financeiras

avançadas. Muitas vezes, com os métodos sendo adotados como inspiração por diferentes gestores no mercado financeiro (Wigglesworth; Kasumov, 2021, p. 1). O resultado disso são conceitos que podem ser aplicados por diferentes membros do mercado financeiro, inclusive investidores em sua carteira pessoal.

Vale ressaltar que, como o tema não é muito debatido no Brasil, o trabalho é oportuno em introduzir discussões tanto no mérito dos *Endowments* e sua importância quanto nos resultados e eficiência do método de investimentos desenvolvido por David Swensen.

2 TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIO E HISTÓRIA DOS ENDOWMENTS

Buscando adquirir uma base que possibilite o entendimento da estrutura e estratégias dos *Endowments*, o texto vai apresentar alguns importantes marcos na evolução da Teoria Moderna de Portfólio. Além disso, os pontos destacados na revisão serão importantes, sobretudo, para oferecerem ferramentas adequadas para a metodologia do trabalho.

Um grande marco na teoria moderna de portfólios e financeira foi o artigo "*Portfolio Selection*" de Harry Max Markowitz, publicado em 1952, cujo conceito de diversificação foi detalhado. Como o futuro é incerto, utiliza-se o retorno "esperado" ou "antecipado". Conforme Hicks (1939), pode-se considerar os retornos antecipados tanto incluindo o risco quanto deixando a taxa que capitaliza os retornos variar com os riscos específicos. A hipótese de que o investidor maximiza o retorno descontado acaba sendo rejeitada. Se esse não for o caso, o investidor alocaria os recursos em um único ativo, o que apresentar maior retorno esperado.

O investidor deve diversificar e maximizar retorno esperado, diversificando entre os ativos que tiverem maior retorno esperado. A lei dos grandes números garante o retorno (*yield*) esperado, enquanto a diversificação diminui a variância. Se a correlação de 2 ativos for 1, qualquer combinação gera o mesmo desvio padrão. Se diferente de 1, diversificar diminui o desvio padrão (parâmetro para risco).

Aqui, vale mencionar que uma das derivações comuns do artigo de Markowitz (1952) seria separar os riscos em sistêmicos e não-sistêmicos, onde os últimos podem ser eliminados através da diversificação.

O autor estabelece uma relação entre variância e retorno esperado dos ativos na figura:

Figura 1 - Relação entre variância e retorno esperado

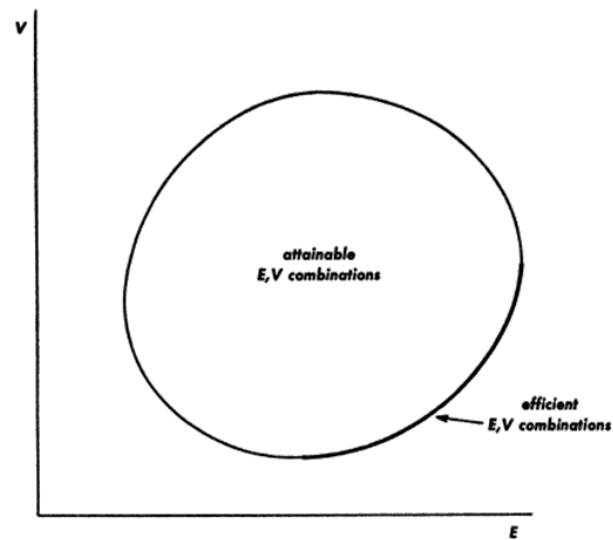


FIG. 1
Fonte: Markowitz (1952).

Podemos interpretar que o investidor possui um trade-off entre variância e retorno esperado. Apenas os portfólios gerados na parte destacada seriam eficientes. Pois para qualquer outro ponto existiria alguma combinação que gerasse o mesmo retorno com variância menor, ou a mesma variância com retorno maior.

Sendo E o retorno esperado e Y uma variável aleatória, Y pode assumir uma infinidade de valores, onde a variância (V) de Y seria:

$$V = p_1(y_1 - E)^2 + p_2(y_2 - E)^2 + \dots + p_N(y_N - E)^2 \quad (1)$$

Onde:

p_i = probabilidade de cada valor y_i ;

E = retorno esperado;

y_i = possíveis valores que a variável aleatória Y pode assumir;

N = número total de possíveis valores de Y .

Calcular o valor esperado de uma soma é relativamente simples, basta somar com as devidas ponderações. Entretanto, calcular a variância do portfólio não é tão simples, pois precisa calcular a covariância. Essa, no caso de 2 ativos, é a correlação deles vezes cada um dos seus desvios. A fórmula para cálculo da variância de uma soma seria:

$$V(R) = \sum_{i=1}^N a_i^2 V \cdot V(X_i) + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{i>1}^N a_i a_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

Onde:

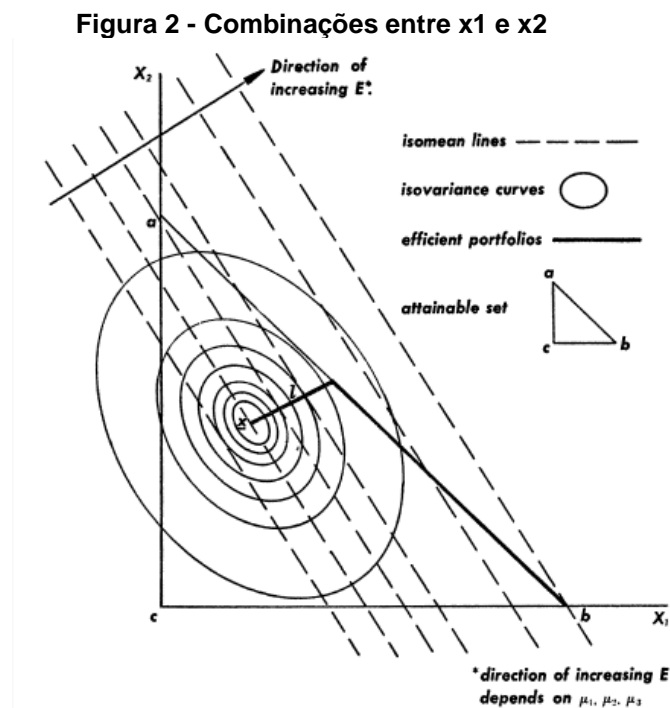
$V(R)$ = variância do retorno de um portfólio

a_i e a_j = pesos dos ativos X_i e X_j

σ_{ij} = covariância entre os ativos X_i e X_j

N = número total de ativos no período

Markowitz (1952) também apresenta um gráfico com linhas de retorno conforme círculos de variâncias, ou seja, as possíveis combinações de diversificação de ativos entre “ x_1 ” e “ x_2 ”:



Fonte: Markowitz (1952).

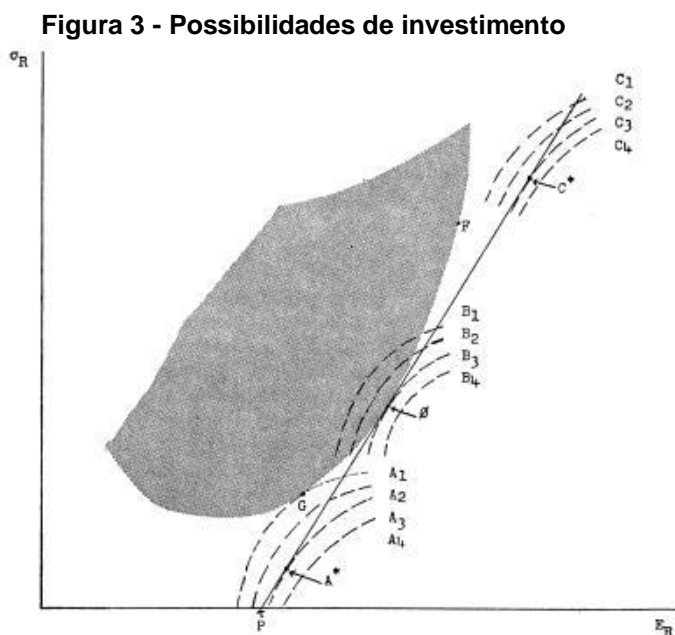
Outro importante avanço na teoria financeira foi o trabalho de William F. Sharpe. O autor introduz novos elementos na discussão propondo um modelo de equilíbrio para a seleção de portfólios, que viria a ser conhecido como Modelo de Precificação de Ativos Financeiros (*Capital Asset Pricing Model* - CAPM).

Seu argumento principal é que, dada a possibilidade de diminuir o risco através da diversificação, o risco total não é o fator relevante na influência do preço. Pouco havia

sido dito sobre o risco que realmente é relevante. Nenhum nome havia tentado construir uma teoria de equilíbrio em um mercado com condições de risco. (Sharpe, 1964).

Sharpe (1964) supõe que o indivíduo vê os investimentos de forma probabilística considerando o valor esperado e o desvio padrão. Além disso, adiciona um ativo livre de risco (ativo de menor desvio padrão). Endividar-se com a taxa desse ativo também seria possível, inclusive, investidores avessos ao risco poderiam alocar um percentual baixo em ativos arriscados ótimos e emprestar sem risco o restante dos recursos.

Como uma evolução da teoria de Markowitz, o autor agora introduz uma nova linha de possibilidade de investimentos, utilizando os portfólios possíveis e uma taxa P livre de risco:

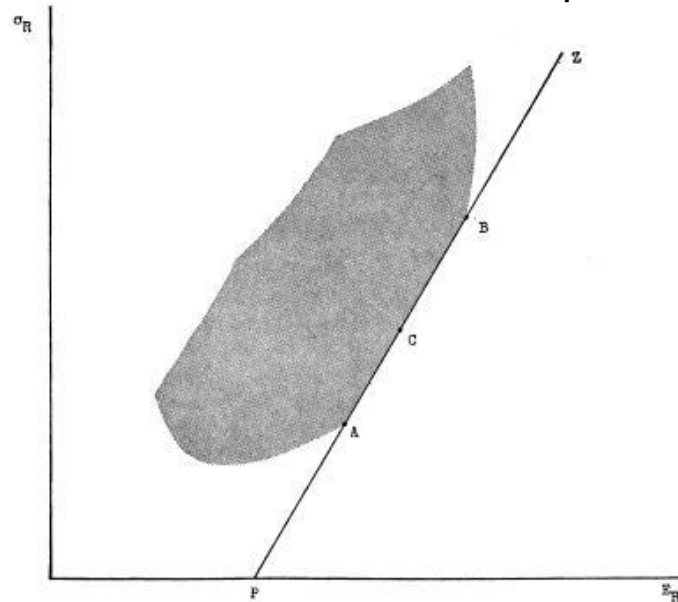


Fonte: Sharpe (1964)

Para derivar condições de equilíbrio são invocados 2 pressupostos: taxa de juros comum, na qual todos podem emprestar ou pegar emprestado, e homogeneidade das expectativas dos investidores (sobre retorno esperado, desvio padrão e correlações). Assim, o objetivo da teoria de CAPM de Sharpe (1964) era a aceitabilidade; das suas implicações. A Figura 3 mostra diferentes curvas de indiferença de utilidade para diferentes investidores.

Na figura, o investidor A iria investir em \emptyset e emprestar \$ à taxa P, entrando no ponto A* (curva A3). Ativos em \emptyset vão subir de preço enquanto os outros vão cair, a tendência é os ativos se tornarem uma reta, justamente pela característica de equilíbrio do modelo. A próxima figura mostra como ficaria esse equilíbrio:

Figura 4 - Possibilidades de investimentos em equilíbrio



Fonte: Sharpe (1964)

Em 1993, Eugene Fama e Kenneth French propuseram um modelo de retorno com 3 fatores de risco, ou seja, adicionam dois fatores novos ao modelo CAPM proposto por Sharpe. Os autores sugerem as adições pelo fato de que os retornos de ações se mostram relacionados com outras características além da explicação do CAPM. Como: Tamanho, o indicador de preço dividido pelo lucro, preço dividido pelo fluxo, vendas passadas, retornos de longo e curto prazos.

Em 1996, publicaram o artigo *Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies*, argumentando que o retorno esperado, além do ativo livre de risco, pode ser explicado pela sensibilidade de retorno por três fatores:

- a) excesso de retorno do portfólio como um todo em relação à taxa livre de risco;
- b) diferença de retorno do portfólio de pequenas e grandes empresas (SMB = *small minus big*);
- c) diferença de retorno de "*high book-to-market*" com "*low book-to-market*" (HML = *high minus low*).

Sendo *book-to-market* definido como: Preço/Valor Contábil. Onde o preço é definido pelo valor de mercado e o valor contábil é calculado a partir dos ativos e passivos dentro do Balanço Patrimonial da empresa. De forma que:

$$E(R_i) - R_f = b_i[E(R_M) - R_f] + s_iE(SMB) + h_iE(HML) \quad (3)$$

$$R_i - R_f = \alpha_i + b_i(R_M - R_f) + s_iSMB + h_iHML + \epsilon_i \quad (4)$$

Onde:

$E(R_i)$ = retorno esperado do ativo i

R_f = taxa livre de risco

b_i = sensibilidade do ativo i ao fator de mercado

$E(R_M)$ = retorno esperado do mercado

s_i e h_i = sensibilidades aos fatores SMB (*Small Minus Big*) e HML (*High Minus Low*), respectivamente.

α_i = o alfa do ativo.

ϵ_i = termo de erro.

O SMB é considerado pois há covariância nos retornos de empresas pequenas que não são captados pelo retorno do mercado e compensado em retornos médios: " (...) *it absorbs most of the anomalies that have plagued the CAPM.*" (Fama; French, 1996, p. 56).

Os autores argumentam ainda que é um modelo de equilíbrio, mas essa interpretação trouxe certo ceticismo, pois parte do prêmio pode ser decretada pelo "*survivor bias*". As conclusões estatísticas apresentadas no artigo apoiam esse resultado, com o modelo de 3 fatores descrevendo adequadamente os retornos médios. Ainda é dito que outras combinações de 3 fatores podem descrever tão bem quanto as apresentadas. De acordo com Fama e French (1996):

The essence of a multifactor model, however, is that covariance with the market return is not sufficient to measure risk. We suspect that product innovation, technology shocks, and changes in tastes dramatically alter the relative prospects of industries without having much effect on aggregate variables like GNP. (Fama; French, 1996, p. 79).¹

¹ "A essência de um modelo multifatorial é, no entanto, que a covariância com o retorno do mercado não é suficiente para medir o risco. Suspeitamos que a inovação de produtos, choques tecnológicos e

Em suma, o estudo de Fama e French (1996) identifica a presença de um prêmio de valor, indicando que ações negociadas com múltiplos mais baixos tendem a apresentar retornos superiores, em razão do maior risco não-sistemático associado à inclusão desses ativos no portfólio. Além disso, o modelo também enfatiza o fator tamanho, destacando que empresas de menor capitalização de mercado frequentemente apresentam desempenhos superiores em comparação com as de maior capitalização.

Além do conhecido modelo de “*Black and Scholes*”, que é base para a precificação de opções e derivativos, Fisher Black contribui com a Teoria Moderna do Portfólio com uma nova versão do CAPM, publicada no artigo “*Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing*” em 1972. Basicamente, o principal problema que o artigo procura resolver é o problema de o modelo falhar nas rentabilidades das carteiras de alto risco, que na prática não são tão altas quanto o modelo previa.

Black, Jensen e Scholes (1972) analisaram os retornos de portfólios com diferentes Betas. Os com betas pequenos apresentaram resultados melhores que os previstos pelo modelo e Betas maiores resultados piores, esses 3 autores apresentaram um modelo com 2 fatores, sendo um deles independente do mercado:

$$\tilde{R}_i = \alpha_i + b_i \tilde{R}_m + (1 - b_i) \tilde{R}_z + \tilde{\epsilon}_i \quad (5)$$

Onde:

\tilde{R}_i = Retorno ajustado

α_i = Retorno adicional do ativo não explicado pelo mercado

b_i = Coeficiente da sensibilidade do ativo em relação ao mercado

\tilde{R}_m = Retorno do mercado

\tilde{R}_z = parâmetro para o portfólio de Beta baixo aumentar a rentabilidade no cenário de restrição de crédito

$\tilde{\epsilon}_i$ = Termo do erro

Quando R_z é positivo, o portfólio de baixo Beta vai melhor que a previsão da equação. Essa versão é conhecida como o modelo CAPM de Black, que reconhece a

mudanças nos gostos alteram dramaticamente as perspectivas das indústrias, sem causar grande impacto em variáveis agregadas como o PIB.” (Fama; French, 1996, p. 79).

possibilidade de mercados com restrições de crédito e contribui para uma melhor compreensão da formação de preços dos ativos. (Black, 1972)

A justificativa do modelo apresentar resultados mais positivos para Betas menores deve-se ao fato de que, na prática, o investidor não consegue se financiar utilizando a taxa livre de risco, conforme o CAPM de Sharpe precisava. A ideia seria utilizar uma carteira de mercado em vez de um ativo livre de risco como referência para o cálculo do prêmio de risco, com uma perspectiva alternativa sobre a estrutura do risco e retorno.

2.1 FUNDOS DE ENDOWMENTS

Com a revisão da Teoria Moderna de Portfólio, temos uma base importante para entendermos o desenvolvimento histórico dos fundos de *Endowment*, que têm desempenhado papel muito relevante no financiamento de instituições, em especial, as educacionais. Além de apresentarem um objeto fértil para a aplicação e desenvolvimento da Teoria Moderna de Portfólios, uma vez que o compromisso é com a sustentabilidade do crescimento e não ganhos no curto prazo. Dessa forma, instituições com boa gestão no *Endowment* devem apresentar melhor desempenho na atividade principal, no longo prazo.

O capítulo é dividido em quatro partes, com a primeira se dedicando a definir e esclarecer o conceito. Após isso, conta com uma análise histórica das origens e primeiros relatos dessa forma de gerir recursos, seguindo de quais as principais características dessas instituições, como tamanho e destinação dos recursos. Por fim, uma revisão dos maiores marcos dentro do desenvolvimento teórico de como alocar os recursos dos fundos.

2.1.1 Definição

Conforme dicionário de Cambridge, “Endow” significa: “*to give a large amount of money to pay for creating a college, hospital, etc. or to provide an income for it.*” Os fundos de *Endowments* são estruturas legais que administram investimentos de acordo com as vontades dos fundadores ou doadores. São a forma mais conhecida de gestão de

doações para grandes instituições. Podem abranger diversos tipos de organizações e, à medida que estas crescem em termos de recursos arrecadados, pode ser vantajoso criar uma estrutura própria para gestão do capital.

O papel do fundo é transformar as doações recebidas em uma fonte contínua de financiamento para a instituição beneficiada. Conforme Investopedia, *Endowment* pode ser definido como:

The term endowment is also used to refer to the total investable assets of a nonprofit institution like a university. The endowment, also known as the institution's "principal" or "corpus," is used for operations or programs that are consistent with the wishes of the donor(s). Most endowments are designed to keep the principal amount intact while the income is used to further the cause specified by the beneficiary. A restricted endowment must be held in perpetuity, with only the income available for spending. (Investopedia, 2024, p. 1).²

2.1.2 Origem

Desenhar com exatidão a origem e evolução dos fundos filantrópicos é uma tarefa difícil. Contudo, utilizando como base a obra de Chris Russel denominada "*Trustee Investment Strategy*" de 2006, podemos remeter as primeiras estruturas que realizavam a gestão de doações à Europa.

Um dos primeiros exemplos é a doação de terras agrícolas à Igreja, permitindo que a renda das terras doadas, fosse somada à renda dos dízimos (um imposto de um décimo da produção anual da terra), ajudando a sustentar a instituição. Exemplos posteriores são as guildas medievais de comércio e artesanato, conhecidas como *Livery Companies*, na cidade de Londres, que ainda existem hoje e algumas remontam ao século XI.

Outros exemplos ainda são as primeiras universidades e faculdades, muitas iniciadas pela Igreja ou estabelecidas após a dissolução dos mosteiros no século XVI,

² "O termo *Endowment* também é usado para se referir ao total de ativos investíveis de uma instituição sem fins lucrativos, como uma universidade. O *Endowment*, também conhecido como "principal" ou "corpus" da instituição, é utilizado para operações ou programas que estão de acordo com os desejos do(s) doador(es).

A maioria dos *Endowments* são projetados para manter o valor principal intacto, enquanto a renda é utilizada para promover a causa especificada pelo beneficiário. Um *Endowment* restrito deve ser mantido em perpetuidade, com apenas a renda disponível para gastos." (Investopedia, 2024, p. 1).

quando o dízimo passou das mãos eclesiásticas para as leigas. Também existem organizações filantrópicas, culturais e de caridade fundadas a partir da riqueza industrial dos séculos XVIII e XIX.

2.1.3 Características

Uma característica das entidades é a sua dependência do retorno dos investimentos, tanto para financiar seu consumo atual quanto para manter, ou até melhorar, sua base de ativos para o futuro. Segundo Ellis (2006):

Most of the world's great educational and cultural institutions – universities, colleges, libraries, museums and foundations – depend, to varying degrees, on their endowments and the spendable funds they produce (Trustee Investment Strategy for Endowments and Foundations, 2006, p. 2).³

Entre as diversas categorias de *Endowments*, os acadêmicos se destacam. Conforme David Swensen, em sua obra *Pioneering Portfolio Management* (2000), os fundos universitários sobressaem até mesmo em comparação com outras entidades do mercado financeiro. Esse destaque se deve ao ambiente de inovação teórica, aos horizontes de investimento de longo prazo e à previsibilidade dos resgates. No prefácio da edição de 2009, o autor enfatiza a relevância desses fundos ao revelar que, naquele ano, eles foram responsáveis por cobrir 45% das despesas da universidade.

Podemos entender a relevância desses fundos analisando os volumes financeiros geridos por esses nas principais universidades dos Estados Unidos. Conforme *National Association of College and University Business Officers* (NACUBO), os 20 maiores fundos de Endowment no país são:

Tabela 1 - 20 maiores fundos de *Endowment* universitários nos Estados Unidos

Rank	Institution name	FY23 endowment market value	Rank	Institution name	FY23 endowment market value
1	Harvard University	\$49,495,108	11	University of Notre Dame	\$16,616,524

³ “A maioria das grandes instituições educacionais e culturais do mundo – universidades, faculdades, bibliotecas, museus e fundações – depende, em diferentes graus, de seus *Endowments* e dos fundos disponíveis que eles geram.” (Trustee Investment Strategy for Endowments and Foundations, 2006, p. 2).

Rank	Institution name	FY23 endowment market value	Rank	Institution name	FY23 endowment market value
2	University of Texas System	\$44,967,186	12	Northwestern University Trustees of Columbia	\$13,699,895
3	Yale University	\$40,746,900	13	Duke University	\$13,642,667
4	Stanford University	\$36,495,000	14	University of Washington	\$13,237,963
5	Princeton University	\$34,058,774	15	The Johns Hopkins University	\$11,467,279
6	Massachusetts Institute of Technology Trustees of the University of Pennsylvania	\$23,453,446	16	Emory University	\$10,538,865
7	The Texas A&M University System & Related Foundations	\$20,962,965	17	Cornell University	\$10,239,776
8	University of Michigan The Regents of the University of California	\$19,285,472	18	The University of Chicago	\$10,035,558
9	University of Michigan The Regents of the University of California	\$17,875,691	19	University of Virginia	\$9,869,725
10	University of California	\$17,689,324	20	University of Virginia	\$9,799,870

Fonte: elaboração própria, com base em University Business (2024)

Esse tipo de fundo geralmente permite a escolha, por parte dos doadores, sobre o destino da distribuição dos fundos. Conforme a própria Universidade de Yale reportou, podemos dividir entre as categorias para o ano fiscal de 2022 em:

Tabela 2 - Categorias de alocação dos recursos dos Endowments pela Universidade de Yale em 2023

Alocação do Endowment em 2023		
Receita do Endowment	\$1.8 BN	100%
Ensino e pesquisa	\$450M	25%
Suporte geral	\$414M	23%
Instalações e operações	\$324M	18%
Auxílio financeiro	\$324M	18%
Outras finalidades específicas	\$288M	16%

Fonte: elaborado pelo autor com base em Yale (2024).

Uma universidade pode depender principalmente das mensalidades para financiar a maior parte de suas operações. Enquanto os ativos doados podem servir para subsidiar essas taxas, como para oferecer bolsas de estudo, apoio acadêmico e financiar pesquisas.

Russel (2006), apresenta que a compensação entre os gastos atuais e o crescimento do fundo patrimonial, e, conseqüentemente, da capacidade de aumentar o poder de gastos no futuro, é um dos principais fatores na formulação da estratégia de investimento. A seguinte fórmula financeira, onde todos os números são expressos como uma porcentagem dos ativos doados no início do período, é uma mensagem chave do autor:

Retorno do investimento + Outras rendas = Taxa de gastos + Crescimento do fundo

Para o planejamento adequado da estratégia, o fundo precisa ter regras claras de resgate, que precisam permitir flexibilidade dos gastos sem alterar a base da carteira de investimentos. Também precisa estabelecer critérios objetivos que permitam previsibilidade dos gastos, sem comprometer a operação perpétua da doação.

2.1.4 Desenvolvimento histórico e analítico

Conforme citado anteriormente, a doação de terras foi fundamental e o primeiro registro de *Endowment*. Na prática, o que ocorria é o uso das terras para cobrança de aluguéis e produção agrícola. A política de investimentos acabava tendo caráter perene (ou até mesmo na perpetuidade, ou seja, considerando um horizonte infinito mantendo o principal e distribuindo somente parcela dos rendimentos) justamente pelas instituições não venderem as terras.

O conceito de preservar o capital e distribuir a renda gerada por esse, contudo, entra em conflito a partir do século XX. Pois, com o mercado financeiro se desenvolvendo, surgem mais opções de investimentos, como títulos de dívida e ações de empresas.

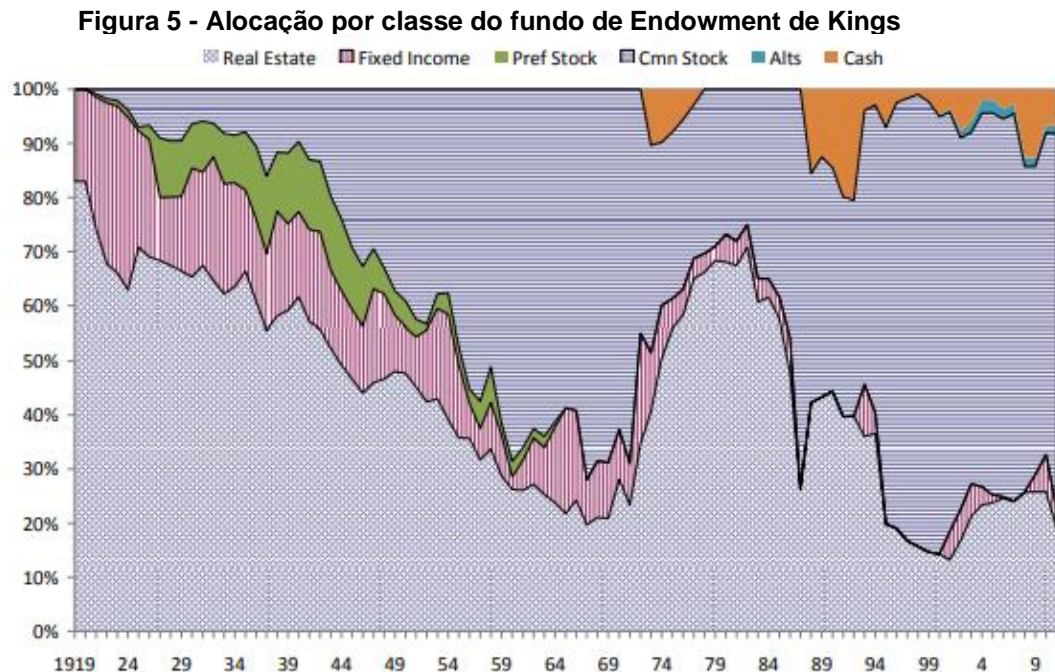
Assim, foi necessário adaptar a política para garantir que apenas os rendimentos dos ativos seriam distribuídos. Os títulos de renda fixa se tornaram a principal opção dos *Endowments*, justamente pelo caráter de manter o capital alocado e gerarem um “retorno excedente”.

Nos Estados Unidos, a categoria mais comum de renda fixa seguem sendo os títulos pré-fixados, que possuem os rendimentos esperados determinados no momento

da aplicação do título. Entretanto, outros mercados desenvolveram títulos com retornos ajustados a outros indicadores, principalmente a inflação e a taxa de juros. Inclusive, os investidores de países que mantem o título pré-fixado como referência, pensam ainda em como o retorno vai ser em relação a expectativa de perda do poder de compra da moeda para avaliar os investimentos.

A gestão dos *Endowments* ganhou muita notoriedade no mundo acadêmico e financeiros após as contribuições do economista John Mayard Keynes na universidade de Cambridge, que participou da gestão do fundo de *Endowment* do King's College de 1921 até sua morte, em 1946. A maior análise da trajetória de Keynes como investidor foi realizada por David Chambers, Elroy Dimson e Justin Foo no artigo: *Keynes, King's and Endowment Asset Management (2012)*.

Podemos resumir a contribuição do investidor aos *Endowments* ao alocar parte considerável do fundo de Kings Collage, que antes era muito focado no setor agrícola, em ativos de renda variável. O sucesso que o economista obteve, tanto na carteira pessoal quanto na gestão do fundo, influenciou outros investidores e fundos similares a aderirem a estratégias com ativos com mais risco.



Fonte: Chambers, Dimson, Foo (2011)

O surgimento de novas classes de ativos acaba gerando uma necessidade de os gestores definirem exatamente qual a alocação e como funcionaria o balanceamento. A Universidade de Yale foi pioneira na resolução dessa questão, com o *Yale Plan*, em 1930. Consistia em vender os ativos que apresentarem resultados em excesso e comprar os que estão com desconto maior. Durante os anos de 1940 até 1950, a gestão de Yale foi obrigada a vender ativos de renda variável e comprar ativos de renda fixa, pelo retorno excedente da Bolsa Americana.

Conforme descrito por Russel (2006), em 1969, a instituição Ford Foundation divulga o estudo “*Managing Educational Endowments*”, sugerindo que os fundos não necessariamente precisam focar em ativos que geram rendimentos recorrentes. O foco principal deveria ser entender o retorno final, somando a valorização dos ativos aos rendimentos.

Um dos motivos que levou esse movimento a ocorrer foi a queda dos juros. Isso aumenta a atratividade de investimentos em ativos com maior potencial de crescimento. Alguns exemplos seriam: *Hedge Funds*, *Private Equity*, *Venture Capital* e até diversificação internacional. Podemos aqui destacar a contribuição da Teoria Moderna de Portfólios de Markowitz, com artigo publicado em 1952, incentiva gestores a diversificar em diferentes ativos, indústria e países, visando diminuir o risco sem diminuir o retorno.

Além disso, podemos perceber a influência de Sharpe (1964), com a ideia de que ativos com maior risco apresentam maior retorno esperado, Yale aproveita do potencial de diversificação e horizonte de investimento infinito para escolha de ativos mais arriscados. Inclusive, com investimentos que ficariam à direita do “portfólio ótimo”, que são possíveis com uma posição nesse ativo utilizando endividamento com taxas baixas.

Segundo Kochard e Rittseiser (2008), houve uma mudança institucional imensa com os Endowments de 1972 até 2006, em que as instituições, que antes eram avessas ao risco, com gestores voluntários, passando a adotar portfólios sofisticados, com gestão de investidores profissionais.

2.2 MODELO DE YALE

O Modelo de Yale se tornou um grande marco para o mercado de investimentos e na evolução dos *Endowments*. Com uma abordagem inovadora, David Swensen assume a gestão pelo fundo da universidade de Yale e apresenta excelentes resultados, a partir de inovações e diversificação em ativos não tradicionais.

O capítulo apresenta esse desenvolvimento em cinco partes, começando pela importância do modelo, cujos resultados afetaram muito positivamente a universidade, além de possuir impactos na própria maneira de gestão financeira de outras instituições. Após isso, é apresentado a história do gestor que está por trás do modelo, David Swensen, seguido das características responsáveis pelo seu sucesso.

Após isso, temos a apresentação de alguns resultados que o modelo alcançou nas últimas décadas e, por fim, a alocação por classe mais recente. Essa alocação representa o quanto a universidade almeja dispor dos recursos em cada classe de investimento. Faz parte da estratégia a definição de alvos em grandes categorias de investimentos e buscar diversificação e balanceamento conforme definido.

2.2.1 Importância

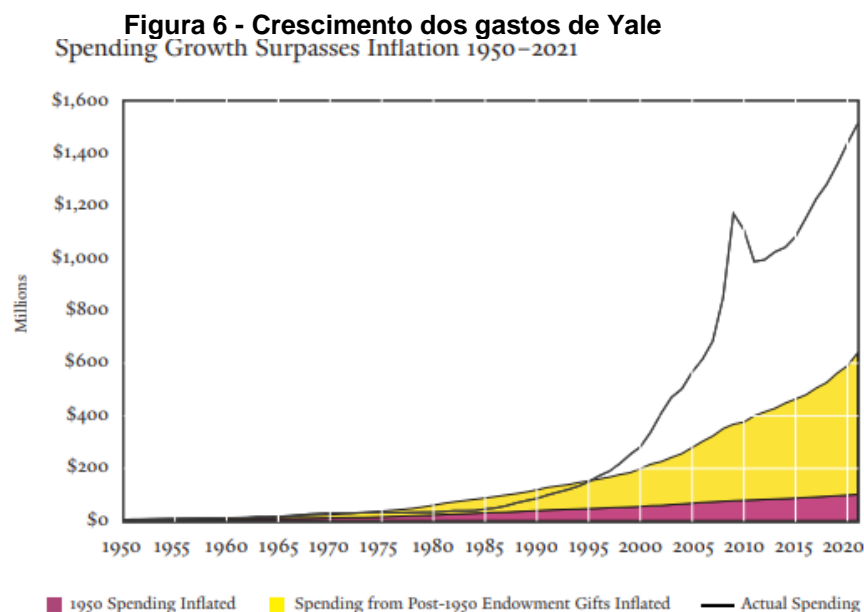
Conforme texto de Charles D. Ellis, consultor americano, no prefácio da obra *Pioneering Portfolio Management*, de Swensen:

Original and innovative as he continues to be, Swensen incorporates in his book the cream of others' best thinking. John Maynard Keynes criticized fiduciaries for preferring to "fail conventionally" rather than taking, as Swensen so often does, direct responsibility for independent, even pioneering thought and action. When Bob Barker of the Advisory Committee on Endowment Management reported to the Ford Foundation how important it was in theory for the nation's endowments to take the truly long-term view that would lead them to an appropriate emphasis on equity investing, he would have celebrated Swensen's extraordinary successes in practice. Sometimes explicitly and often implicitly, Tobin, Markowitz, Samuelson, Sharpe, Buffett, Black, Scholes, Ross, Liebowitz, Litterman, and other great thinkers are all here.

Nothing is so powerful as a theory that works, and Swensen has integrated the abstract conceptual work of the Academy with the pragmatic rough and tumble of the Street to make theory work and, as a gifted teacher, share his best understandings in this remarkable book - a gift to those who share his devotion to rigorous thinking that penetrates complexity while rejecting the temptations of

oversimplification. (ELLIS, Charle. In: SWENSEN, David. *Pioneering Portfolio Management*, 2000, p. 8)⁴

Uma métrica interessante de verificar a efetividade do fundo de *Endowment* é, não somente observar a sua rentabilidade, mas também como foi o crescimento nos custos arcados pelo fundo em relação ao crescimento da inflação. Basicamente, mede o sucesso do fundo em seu objetivo primordial. O crescimento dessa métrica nas últimas décadas de Yale foi excepcional, conforme Figura 6:



Fonte: Yale Report (2021)

⁴ Original e inovador como continua a ser, Swensen incorpora em seu livro a melhor parte de pensamento de outros. John Maynard Keynes criticava os fiduciários por preferirem “falhar convencionalmente” em vez de assumir, como Swensen frequentemente faz, a responsabilidade direta pelo pensamento e ação independentes, e até mesmo pioneiros. Quando Bob Barker, do Comitê Consultivo sobre Gestão de *Endowments*, relatou à Fundação Ford a importância teórica de os *Endowments* do país adotarem uma visão verdadeiramente de longo prazo, que os levaria a uma ênfase apropriada no investimento em ações, ele teria celebrado os extraordinários sucessos que Swensen teve na prática. Às vezes explicitamente, e muitas vezes implicitamente, Tobin, Markowitz, Samuelson, Sharpe, Buffett, Black, Scholes, Ross, Liebowitz, Litterman e outros grandes pensadores estão todos presentes aqui. Nada é tão poderoso quanto uma teoria que funciona, e Swensen integrou o trabalho conceitual abstrato da Academia com o pragmatismo do mercado financeiro para fazer a teoria funcionar e, como professor talentoso, compartilhar suas melhores compreensões neste notável livro — um presente para aqueles que compartilham sua devoção ao pensamento rigoroso que penetra a complexidade, enquanto rejeita as tentações da simplificação excessiva. (ELLIS, Charle. In: SWENSEN, David. *Pioneering Portfolio Management*, 2000, p. 8).

2.2.2 David Swensen

David Swensen serviu como *Chief Investment Officer* (CIO) do fundo de *Endowment* de Yale entre 1985 e 2021, ano de seu falecimento. É reconhecido como o principal responsável pelo grande crescimento do fundo, assim como pelos resultados impressionantes na valorização dos ativos. Com a aplicação da teoria moderna de portfólio, o gestor inventou o “Modelo de Yale”, estratégia utilizada pelo fundo e muito difundida no mercado financeiro.

Swensen possui PhD em economia pela Universidade de Yale, sobre tutela do professor James Tobin. Seu professor foi conselheiro de John F. Kennedy e laureado com Nobel pela contribuição na Moderna Teoria do Portfólio. Conforme McDonald, Lorin e Drake na reportagem *How David Swensen Made Yale Fabulously Rich* (2019, p. 2), podemos perceber essa influência durante um discurso de David Swensen em 2018, onde falou: “*For a given level of return, if you diversify you can get that return at lower risk. For a given level of risk, if you diversify you can get a higher return. That's pretty cool! Free lunch!*”.⁵

Sua carreira no mundo dos investimentos, antes de ser convidado como CIO de Yale, foi marcada pela passagem por Salomon Brothers, onde estruturou o primeiro contrato de Swap em 1981. Logo após, também tem passagem pelo Lehman Brothers onde auxiliou em mais contratos de Swap. Roger Lowenstein documenta esses fatos no livro *When Genius Failed: The Rise and Fall of Long-Term Capital Management* (Lowenstein, 2000).

Em 1985, James Tobin convida Swensen para gerir o fundo da Universidade de Yale, que aceita após ser convencido por colegas. Com um retorno anualizado de mais de 16% até 2005, ficou claro que a contribuição do gestor para a Universidade era fora do comum, rendendo bilhões de dólares.

⁵ “Para um determinado nível de retorno, se você diversificar, poderá obter esse retorno com menor risco. Para um determinado nível de risco, se você diversificar poderá obter um retorno maior. Isso é muito legal! Almoço grátis!”

Assim, o gestor elabora e aplica o “*Yale Model*”, inclusive, descrevendo com detalhes o método no livro *Pioneering Portfolio Management*. Além disso, também publicou um guia ao investidor individual em 2005, *Unconventional Success*, com uma estratégia consideravelmente diferente que tinha com o portfólio institucional.

2.2.3 Características

Em sua obra *Pioneering Portfolio Management*, David Swensen compartilha a história e estratégias de gestão. Destacando a diversificação em diferentes classes de ativos como a principal forma de obter rendimentos acima do mercado. O autor mostra que existem outras formas que os gestores podem capturar ganhos excessivos ao mercado: *market-timing* e *security selection*, mas essas formas são inferiores. A primeira se refere a buscar especular sobre o momento. Segundo Investopedia:

Market timing is the act of moving investment money in or out of a financial market—or switching funds between asset classes—based on predictive methods. If investors can predict when the market will go up and down, they can make trades to turn that market move into a profit. (Investopedia, 2021, p. 1)⁶

Comprar qualquer carteira de ativos diferente da carteira de mercado já pode ser considerada *security selection*. O autor argumenta em uma palestra na própria universidade de Yale, em 2012, que essa estratégia é, teoricamente um jogo de “soma-zero”. Significando que a média dos retornos dos investidores vai ser justamente o índice do mercado, por definição. Para um investidor estar mais posicionado em um ativo em relação ao mercado, outro precisa estar menos posicionado na mesma proporção. Entretanto, na prática, os investidores que realizam essa estratégia estão participando de um jogo de soma negativa. Pois para cada movimentação, ocorre a cobrança de taxas e impostos.

⁶ O “timing” de mercado é o ato de mover dinheiro investido para dentro ou fora de um mercado financeiro — ou alternar fundos entre classes de ativos — com base em métodos preditivos. Se os investidores conseguirem prever quando o mercado vai subir ou cair, eles poderão realizar negociações para transformar esses movimentos de mercado em lucro (Investopedia, 2021, p. 1).

Swensen e enfatiza a importância da classe de investimentos alternativos como forma de buscar retornos maiores no longo prazo e de diversificar para além do usual do mercado financeiro. JP Morgan define os ativos alternativos como “*financial assets that do not belong to conventional investment categories such as stocks, bonds or cash*” (JP Morgan, 2024, p. 1⁷).

Por não apresentarem tantas informações quanto ativos tradicionais, além de menor liquidez e maior variância, são ativos que possuem a relação de risco retorno maior. Conforme teoria moderna de portfólio, ativos com mais risco apresentam retorno esperado maior. A introdução dessa classe expande o horizonte de possibilidades de investimentos eficientes dentro do CAPM.

Os riscos dessa classe de ativos é, contudo, justamente os riscos que um fundo com a característica de *Endowment* pode correr. Pela capacidade de análise, horizonte de investimento infinito, escala, e liberdade para diversificar.

Dentre os ativos alternativos, uma importante classe na gestão de Yale foram os *Hedge Funds*, ou fundos de Retorno Absoluto. Basicamente consiste em fundos que buscam não possuir correlação com o mercado, para subir mesmo em momentos de queda nos mercados de ações e renda fixa. Os gestores desses fundos devem utilizar diferentes recursos financeiros, e é primordial na estratégia escolher bons gestores e confiar essa classe a esses gestores no longo prazo, mas sempre revisando suas movimentações. O principal racional de utilizar essa classe de ativo é minimizar o risco do portfólio, pela baixa correlação com o restante da carteira.

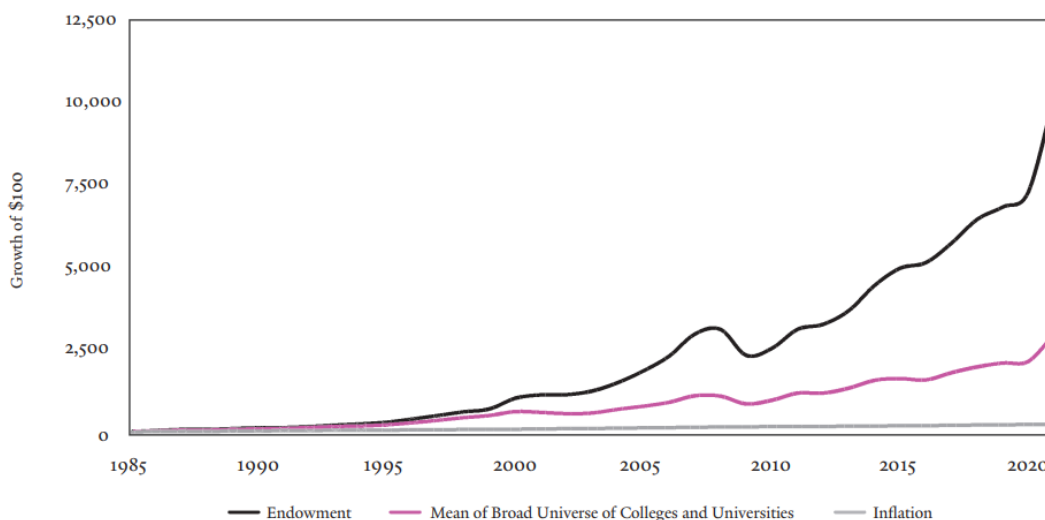
2.2.4 Resultados

As teorias e práticas adotadas na gestão de Swensen se confundem com a própria história dos fundos de *Endowment*. As estratégias adotadas pelo CIO da universidade ficaram conhecidas como Modelo de Yale (*Yale Model*). Outros *Endowments* mostram

⁷ Ativos financeiros que não pertencem a categorias de investimentos tradicionais, como ações, títulos de dívida ou caixa.

inspiração no modelo de gestão desenhado por Swensen, com crescimento da proporção de ativos alternativos e com menor liquidez em suas carteiras.

Figura 7 - Performance do fundo Endowment de Yale
Yale's Performance Exceeds Peer Results July 1, 1985 to June 30, 2021
1985=\$100

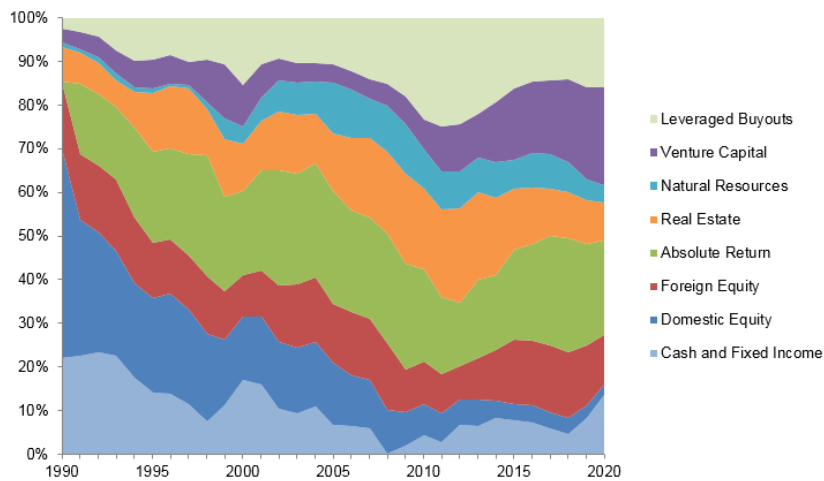


Fonte: Yale Report (2021)

É inegável o impacto que a alocação de Yale teve, não somente em outros *Endowments*, como também em gestores de fundos de investimentos institucionais e até mesmo investidores pessoa-física. Além dos resultados impressionantes atraírem a atenção do mercado, Swensen dedicou parte de sua vida ao passar os conhecimentos que tinha sobre mercado, inclusive compartilhando parte da experiência e estratégia de gestão em dois livros.

2.2.5 Alocação por classe

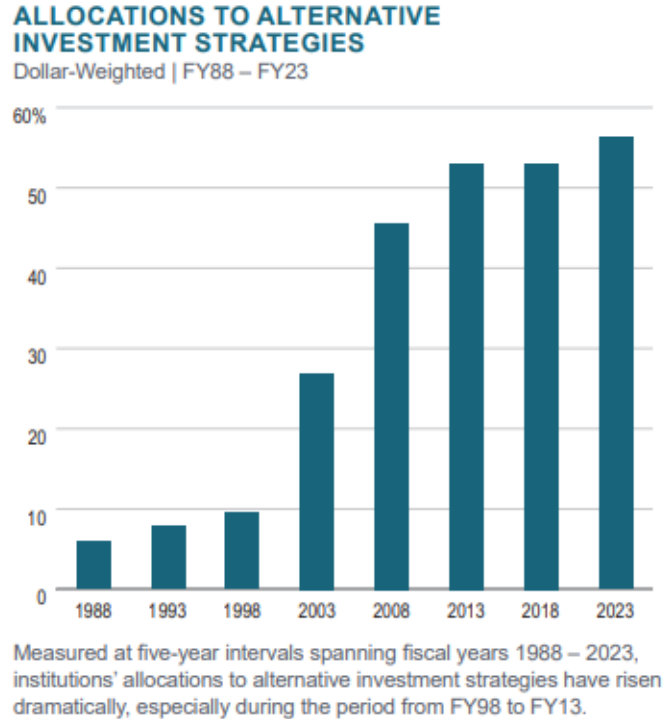
A influência do Modelo de Yale entre os *Endowments* pode ser percebida através das alocações por classe. A seguir, vemos qual foi a alocação de Yale durante praticamente todo período em que Swensen atuou como CIO:

Figura 8 - Alocação por classe do Endowment de Yale

Fonte: Yale Investment Office

Percebe-se o efeito do sucesso da adoção de Alternativos em Yale nas alocações de outras universidades. Com base no relatório da NACUBO de 2023, podemos ter a dimensão desse efeito:

Figura 9 - Alocação em ativos alternativos nos Endowments dos Estados Unidos



Fonte: NACUBO (2023)

Além da adoção dessa classe pelos *Endowments*, outros tipos de investidores também têm exposição crescente nas últimas décadas. Podemos perceber isso através do relatório “*The next decade of alternatives Investments*” divulgado por *Chartered Alternative Investment Analyst Association* (CAIA), onde a participação de investimentos alternativos no mercado dobrou entre 2003 e 2018.

Embora existam diferentes formas de definir classes de ativos, iremos dissertar em cima das classes definidas pelas diretrizes do próprio relatório do fundo de *Endowment* de Yale. Essas classes são definidas a partir de como respondem a variáveis microeconômicas, como crescimento, inflação e mudança nos juros e pela característica de seus produtos. Seus respectivos pesos no portfólio são determinados pelo retorno ajustado ao risco e pelas suas correlações, buscando eficiência máxima ao portfólio.

Tabela 3 - Alocação Tática do Endowment de Yale em junho de 2020

Classe de ativos	Junho de 2020	Alvo em junho de 2020	Média das instituições educacionais
Absolute Return	21,60%	23,50%	20,00%
Domestic Equity	2,30%	2,25%	21,70%
Foreign Equity	11,40%	11,75%	19,80%

Leveraged Buyouts	15,80%	17,50%	8,40%
Natural Resources	3,90%	4,50%	6,60%
Real Estate	8,60%	9,50%	3,60%
Venture Capital	22,60%	23,50%	7,70%
Cash & Fixed Income	13,70%	7,50%	12,20%

Fonte: *Yale Endowment Report* (2020)

A alocação apresentada anteriormente, portanto, representa a mais eficiente no retorno para o risco. Ainda considerando que vai ser submetida a diversificações e restrições de liquidez dentro das classes. Dessa forma, vamos entender as características de cada uma das classes e sua importância dentro do portfólio. A seguir, segue informações, datadas em 2020, sobre cada classe conforme descrita pelo relatório: *Yale Endowment Report* (2020, p.10).

2.2.5.1 Absolute Return

Em 1990, Yale introduziu a classe de Retorno Absoluto como uma categoria distinta, inicialmente com um alvo de 15%. O objetivo da classe é explorar ineficiências do mercado no longo prazo, principalmente em momentos de crises e de grandes volatilidades. Atualmente, o objetivo da universidade é de alocar 23,5% do fundo nessa classe.

As estratégias adotadas podem ser divididas em duas categorias principais: eventos e valor. A estratégia de “eventos” explora notícias corporativas relevantes no curto prazo, enquanto o investimento em “valor” se posiciona em ativos cujo preço diverge do valor intrínseco calculado pelos analistas, divergência essa que deve ser corrigida com o tempo.

Nas últimas duas décadas, essa classe apresentou retornos anuais médios de 8,1%, além de baixa correlação tanto com ações domésticas dos EUA quanto com Bonds, oferecendo assim uma diversificação significativa dentro do portfólio.

O retorno real esperado com a estratégia de Retorno Absoluto é de 3,5%, com um risco, medido pelo desvio padrão, de 7%, sendo o *benchmark* definido pela gestão o índice: *Barclays 9 to 12 Month Treasury Index*, que replica investimentos no tesouro americano.

2.2.5.2 Domestic Equity

Apesar de ser uma das classes de ativos mais comuns entre outros *Endowments*, Yale tem como objetivo alocar apenas 2,25% em ações domésticas, ou seja, no mercado americano. Isso se deve por acreditarem que o mercado dos Estados Unidos é praticamente eficiente, dificultando muito a superação de indicadores e *benchmarks*. Ainda assim, Yale busca a seleção de algumas empresas listadas nas bolsas americanas que acreditam oferecer retornos corrigidos ao risco levemente superiores às médias da bolsa.

Apesar de, segundo gestão, apresentar um retorno esperado de 6% ao ano e um desvio padrão de 17%, a classe apresentou um retorno anualizado de 9,7% nos últimos 20 anos, muito acima do esperado.

2.2.5.3 Foreign Equity

Yale busca alocar 11,75% do portfólio em *Foreign Equity*, conferindo exposição internacional que proporciona diversificação e ainda oportunidades de retorno através de outros mercados de ações. Dentro dessa classe, 5,25% são alocados em mercados desenvolvidos e 6,5% em mercados emergentes.

O retorno esperado para mercados emergentes é de 11%, com um risco de 23%, enquanto para mercados desenvolvidos, o retorno esperado é de 8%, com um risco de 20%. Nos últimos 20 anos, o retorno anualizado dessa classe foi de 14,8%. Apresentar diferentes *benchmarks*, com destaque para o *MSCI (Morgan Stanley Capital International) Europe, Australasia e EAFE (Europe, Australasia, and the Far East) Investable Market Index* para a alocação em países desenvolvidos e o *MSCI Emerging Market Investable Market Index* para emergentes.

2.2.5.4 Leveraged Buyouts

Representando 17,5% do portfólio alvo de Yale, a classe de *Leveraged Buyouts* destaca-se por apresentar retorno esperado muito atrativo em prazos maiores. Yale excede em muito a média de outros *Endowments*, que têm alocação média de 8,4% nessa classe. A ênfase está em assumir o risco adicional da alavancagem buscando uma relação risco-retorno mais eficiente por não precisar da liquidação do recurso no curto prazo.

A classe apresenta retorno anual esperado de 8,6% e um risco de 21,1%. Nas últimas duas décadas, rentabilizou em média 11,2% por ano.

2.2.5.5 Natural Resources

A alocação alvo de Yale é de 4,5% do fundo em recursos naturais, sendo essa uma classe de ativos que pode incluir operações em diversos setores. Os principais sendo: óleo, gás, florestas e agropecuária. Esses investimentos também são reconhecidos pela proteção contra a inflação, por seguirem uma alta correlação com o mercado de *commodities*.

Com um retorno anual esperado de 8,5%, além de um desvio padrão de 24%, a estratégia é uma fonte importante de proteção e diversificação. Nos últimos 20 anos, a média dos retornos com esses ativos foi de 13,6% ao ano.

2.2.5.6 Real Estate

Investimentos no setor imobiliário, *Real Estate*, compõem 9,5% do portfólio alvo de Yale. Além de apresentar um fluxo de caixa estável e importante proteção contra a inflação, a estratégia ainda permite potencial relevante de valorização. Conferindo segurança sem sacrificar o retorno esperado do portfólio, além de permitir janelas interessantes para investimentos dependendo do momento dentro do ciclo de mercado.

Yale excede a concentração de outros fundos, cuja média de alocação é de 3,6%. Definem um retorno esperado para *Real Estate* de 5,5%, com um risco de 16%.

2.2.5.7 Venture Capital

Venture Capital representa, juntamente com a classe de Retorno Absoluto, a maior alocação do portfólio de Yale, que busca investir 23,5% do total do fundo nela. A classe possibilita investimentos em ativos ilíquidos e com enorme potencial de retorno, tanto pela característica de crescimento exponencial de *startups* em fase inicial quanto por analisarem empresas que podem não estar eficientemente precificadas pelo mercado.

Yale supera significativamente a média de alocação dos outros *Endowments* nesse tipo de ativo, que é de 7,7%. A gestão e análise de *Venture Capital* da universidade de Yale são reconhecidas como as melhores do mercado, apresentando equipe competente de estudantes e professores, além de beneficiar-se das oportunidades e relacionamentos do ambiente universitário.

O retorno esperado é de 12,3%, com um alto risco, de 37,8%. O retorno anualizado nos últimos 20 anos foi de 11,6%, parcialmente responsável pelo sucesso da estratégia.

2.2.5.8 Cash and Fixed Income

A alocação alvo de 7,5% em Cash e Renda Fixa no portfólio de Yale visa gerar uma renda passiva previsível e fornecer um fluxo de caixa caso necessário para o pagamento das obrigações do *Endowment*. Além disso, a classe pode servir como um *hedge* (segurança) em momentos de crise, considerando a baixa correlação com os outros investimentos e a característica de reserva de valor. No entanto, Yale evita a concentração de recursos nessa classe pelo baixo retorno esperado, especialmente considerando *Bonds* governamentais como ativos com precificação eficiente no mercado e desconto na rentabilidade por apresentarem liquidez e segurança. O benchmark para essa classe é o *Barclays Capital 6 to 12 Month U.S. Treasury Index*, que replica investimentos em títulos de dívida de curto prazo do governo americano.

Na época em que o relatório foi gerado, *Bonds* de curto prazo tinham um retorno esperado de 0% com um risco de 3%. O retorno anualizado nos últimos 20 anos foi de 3,7%, refletindo o papel conservador, mas importante, dessa classe no portfólio.

3 METODOLOGIA DO EXERCÍCIO EMPÍRICO

Esse capítulo busca detalhar a metodologia utilizada para avaliar a aplicabilidade do modelo para carteiras de investidores comuns. Assim, descreve o método e justifica todos os fatores utilizados na construção do trabalho. Em suma, é avaliada uma simulação de carteira seguindo a divisão de classes elencadas pelo Endowment de Yale.

O portfólio é avaliado a partir de um *backtest*, que funciona como uma simulação construída com dados históricos, reproduzindo uma aproximação à carteira de Yale. Aqui, a diferença é que foi utilizado índices disponíveis aos investidores representando cada classe de ativos, tendo em vista que os produtos específicos alocados pela universidade não são divulgados e muitas vezes não estão disponíveis para outros investidores. O *backtest* foi feito através da linguagem Python (versão Python 3.10.2).

O *backtest* conta com a construção de uma carteira simulando, da forma mais aderente possível, o fundo do Endowment, construída com produtos disponíveis aos investidores comuns e ainda contando com um balanceamento trimestral dos ativos para voltar a seguir a alocação “alvo”. Aqui, os custos de transação, como corretagem e impostos, são ignorados para simplificar e padronizar o processo.

Todos os dados históricos de preços para calcular a rentabilidade teórica do portfólio foram exportados da base de dados da Yahoo Finance. Os preços considerados são os “*Adjusted Close Price*” (preço ajustado de fechamento), que são aqueles ajustados com possíveis eventos de distribuição de dividendos ou desdobramentos. Mantendo assim a validade da metodologia, pois reflete de forma fidedigna quanto o investidor teria de retornos com a alocação.

É válido mencionar, também, que o período escolhido para análise foi de 10 anos, garantindo um horizonte adequado para analisarmos retornos no médio prazo e ainda possibilitar uma gama maior de produtos representativos do que se analisarmos horizontes maiores.

Conforme apresentado anteriormente no trabalho, as classes investidas pelo *Endowment*, seguindo de sua alocação “alvo”.

Tabela 4 - Alocação “Alvo” do *Endowment* de Yale em junho de 2020

Classe de ativos	Alvo em junho de 2020
Absolute Return	23,50%
Domestic Equity	2,25%
Foreign Equity	11,75%
Leveraged Buyouts	17,50%
Natural Resources	4,50%
Real Estate	9,50%
Venture Capital	23,50%
Cash & Fixed Income	7,50%

Fonte: *Yale Endowment Report* (2020).

Os indicadores que representam as classes de investimentos foram selecionados por meio de veículos de *Exchange-Traded Funds* (ETFs). Esses instrumentos financeiros operam como fundos passivos que têm a função de replicar o desempenho de índices de mercado, proporcionando aos investidores uma forma eficiente de diversificação. Os ETFs são amplamente reconhecidos por suas baixas taxas de administração em comparação aos fundos geridos ativamente, o que torna sua utilização uma escolha atraente para quem busca equilibrar custos com ampla exposição ao mercado (BlackRock, 2023).

Para a classe de *Absolute Return*, foi definido como parâmetro o índice HFRI Fund Weighted Composite Index, representado pelo ETF HDG. Embora esse índice não represente diretamente os investimentos que Yale fez, ele busca refletir o desempenho de indústria de *Hedge Funds* como um todo, realizando uma média não ponderada com mais de 2000 fundos constituídos. Nesse caso, não foi utilizado o *benchmark* definido por Yale para avaliar os retornos da classe pois esse era composto apenas de ativos de renda fixa de curto prazo, não mantendo as características de correlação de variância exigidas pela classe.

Domestic Equity teve o índice “Wilshire 5000” – que aplica nas 5000 maiores empresas dos Estados Unidos – representado pelo ETF WINDX. Além de ser o *benchmark* definido para a classe, o ETF representa muito bem a performance das maiores empresas da economia dos EUA.

A classe de *Foreign Equity* é dividida em 2 partes, 5,25% em países desenvolvidos e 6,5% em países emergentes. Para a parcela desenvolvida, o Benchmark e índice de referência para esse trabalho é o “*MSCI Australasia and Far East Investable Market Index*”, representado pelo ETF EFA. Enquanto a exposição à países emergentes é

representada pelos ETFs EEM e ASHR, compostos, respectivamente, pelos *benchmarks* “*MSCI Emerging Markets Investable Market Index*” e “*MSCI China A Share Investable Market Index*”.

As relevantes alocações em *Venture Capital* e *Leveraged Buyouts* apresentam uma complexidade adicional em relação às demais classes, por representarem produtos geralmente fora do mercado financeiro tradicional. Dessa forma, para a escolha de ETFs que poderiam representar essas classes, foram conduzidos processos de análise quantitativa e qualitativa. Primeiramente, aplicou-se um filtro inicial para selecionar ativos com volatilidade próxima à indicada pelo modelo de *Endowment* para essas classes, sendo 37,8% para *Venture Capital* e 21,1% para *Leveraged Buyouts*.

Após essa etapa, um segundo filtro quantitativo buscou verificar se a composição do ETF era predominantemente de participações acionárias em empresas, excluindo-se aqueles que contivessem títulos de renda fixa (*Bonds*) ou imóveis (*Real Estate*), além de garantir que o ETF tivesse um histórico de dados de mercado de pelo menos 10 anos. Para a estratégia de *Leveraged Buyouts*, acrescentou-se ainda um filtro específico para selecionar ETFs que aplicam alavancagem nos retornos, refletindo essa característica da classe. Na última etapa, realizou-se uma análise qualitativa dos ETFs restantes, eliminando aqueles concentrados em setores específicos e privilegiando opções com uma alocação generalista e condizente com o perfil de risco desejado.

Como resultado, para representar a classe de *Venture Capital*, foi selecionado o ETF IWM, que replica o índice Russell 2000, que é composto por, aproximadamente, as 2000 menores empresas listadas nos EUA, em valor de mercado. Esse índice reflete, em parte, o comportamento de empresas com perfil de crescimento semelhante ao de startups em estágio avançado. Para a classe de *Leveraged Buyouts*, escolheu-se o ETF DBPG, que busca replicar o índice das 500 maiores empresas dos EUA, o *Standard & Poor's 500* (S&P 500) mas com o dobro de volatilidade, representando a alavancagem característica dos LBOs.

A classe de Natural Resources está sendo representada pelo ETF “*iShares S&P GSCI Commodity-Indexed Trust*” (GSG) que é projetado para oferecer exposição a um amplo conjunto de commodities, sendo um dos mais reconhecidos na área, abrangendo setores como energia, metais e agricultura. Essa alocação busca diversificação, proteção

contra a inflação e exposição a um setor que se move de forma descorrelacionado à mercados de ações e títulos.

Enquanto a alocação em *Real Estate* foi feita sob parâmetros do Vanguard Real Estate ETF, maior ETF do setor em termos de valor de mercado, sob o *ticker* VNQ. Busca replicar o índice “MSCI US Investable Market Real Estate 25/50 Index”, que captura empresas grandes, médias e pequenas do setor imobiliário nos EUA.

Por fim, a alocação em “*Cash and Fixed Income*” é feita através do ETF “iShares Core U.S. Aggregate Bond ETF” (AGG), buscando replicar o índice Bloomberg U.S. Aggregate Bond, que é amplamente utilizado como benchmark de renda fixa.

Após a criação desse portfólio, é analisada a rentabilidade desde 2014 dessa carteira teórica, com resultados plotados em forma de gráfico e tabela com retornos anuais. Aqui, os resultados apresentados são comparados com outros índices de mercado, o S&P500 (SPY) e o iShares 1-3 Year Treasury Bond ETF (SHY). O S&P500 representando a maior referência de indicador de ações utilizada pelos investidores, contando com as 500 maiores empresas dos Estados Unidos. Enquanto o SHY é um dos maiores ETFs de renda fixa, contando com títulos de curto prazo (1 a 3 anos).

Em seguida, também é apresentado uma tabela com a comparação da rentabilidade do portfólio teórico, mas com os resultados do próprio *Endowment* de Yale. Para essa comparação, foi preciso adaptar os resultados divulgados pela universidade, pois esses são calculados em uma base anual de ano fiscal de primeiro de julho de um ano até 30 de junho do ano seguinte. O cálculo realizado nessa adaptação foi uma média entre os anos fiscais que possuem intersecção com o ano calendário.

Além da análise da rentabilidade, também são calculados outros parâmetros dessa carteira teórica, como Beta, volatilidade, variância, Retorno esperado segundo CAPM e índice de Sharpe. O último sendo um indicador formalmente introduzido pelo próprio autor a partir de sua teoria em Sharpe (1994).

A apresentação de outros parâmetros vai contrapor a rentabilidade da carteira criada com os *bechmarks*, mas não com os resultados de fato do *Endowment*. Isso se deve pela limitação de informações disponibilizadas por parte da universidade sobre a evolução do portfólio. Destacando a carência de dados diários, necessários para cálculo de indicadores importantes para entendermos a volatilidade e o risco do fundo. Além de

talvez não possuir a obrigação de divulgar esse tipo de informação, a grande parcela de produtos fora do mercado financeiro tradicional, como *Private Equity* e *Venture Capital*, dificulta esse acompanhamento.

Para o cálculo do Beta, divide-se o coeficiente de correlação entre a carteira e o mercado pelo desvio padrão do retorno do mercado. Assim, é uma forma de medir a sensibilidade da carteira ao mercado. Nesse exercício, utilizou-se o índice S&P500 como *proxy* ao mercado.

Para o cálculo da variância e volatilidade, foi utilizado a seguinte fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-u)^2}{N} \quad (6)$$

Onde:

σ^2 = Variância

x = valor individual

u = média

N = número de observações

Modelando os resultados esperados da carteira conforme modelo do CAPM, utilizou-se a fórmula:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i \times (E(R_m) - R_f) \quad (7)$$

Onde:

$E(R_i)$ = Retorno esperado do portfólio

R_f = Taxa livre de risco, representada pela rentabilidade do ETF SHY

β_i = Beta do portfólio

$E(R_m)$ = Retorno esperado do mercado, representado pelo índice S&P 500 no período analisado

Para o cálculo do índice de Sharpe, utilizou-se a fórmula:

$$S = \frac{E(R_i) - R_f}{\sigma_i} \quad (8)$$

Onde:

S = Índice de Sharpe

$E(R_i)$ = Retorno esperado do portfólio

R_f = Taxa livre de risco, representada pela rentabilidade do ETF SHY

σ_i = desvio padrão do ativo i

4 RESULTADOS

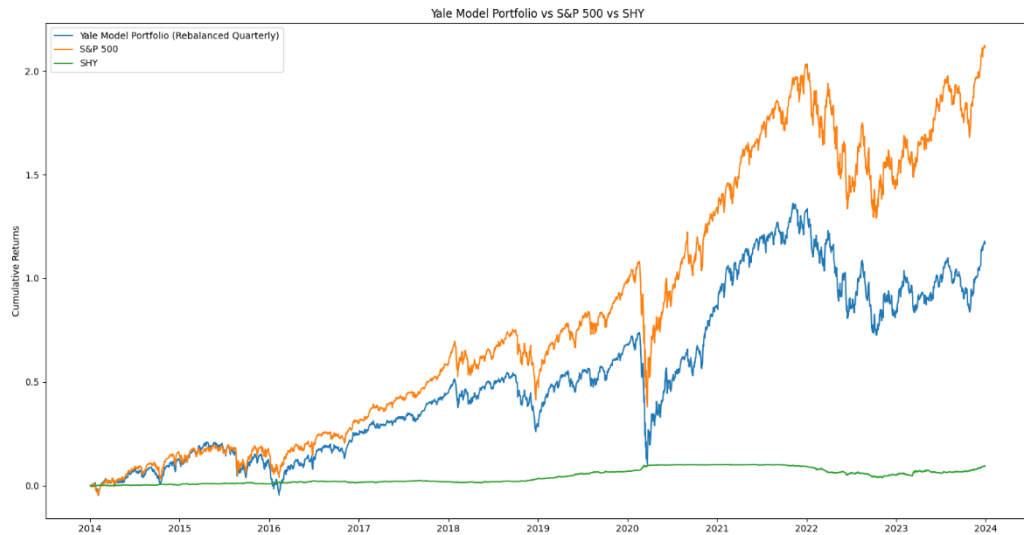
No capítulo que segue, apresentam-se os resultados do *backtest*, obtidos com a construção de uma carteira teórica simulando uma aplicação do Modelo de Yale, respeitando a alocação por classe, da forma mais aderente possível. A carteira montada é aplicada de 2014 até 2023, utilizando dados diários de fechamento.

A análise consiste em duas tabelas e um gráfico, comparando as rentabilidades da carteira com *benchmarks*, apresentando resultados muito diferentes da rentabilidade do Endowment de Yale de fato. Além disso, também são apresentadas algumas características estatísticas da carteira teórica, contrapondo os benchmarks quando possível, buscando avaliar a aplicabilidade do modelo.

A rentabilidade média apresentada pelo portfólio, em termos anuais, foi de 7,8457% no período, enquanto o retorno no principal *benchmark* para ativos de risco, o S&P 500 (representa aproximadamente as 500 maiores empresas dos Estados Unidos), foi de 12,0523%. Em contrapartida, o ETF SHY, representando títulos de renda fixa do governo americano de curto prazo, apresentou rentabilidade de apenas 0,9451% de rentabilidade anual.

De qualquer forma, essa rentabilidade é significativamente menor que o retorno que o fundo gerido por David Swensen obteve nesse mesmo período. Isso pode ser justificado por outros componentes na estratégia do Endowment.

Na tabela 3 e no gráfico 1, podemos analisar essa diferença na rentabilidade, assim como a evolução dos retornos no período de 10 anos. O gráfico mostra o retorno do “Yale Model Portfolio” que seria essa carteira teórica juntamente com os *benchmarks*. O retorno apresentado como “Cumulative Return” é expresso em variação nominal da rentabilidade.

Gráfico 1 - Retornos da carteira teórica

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 5 - Retornos anuais

Ano	Rentabilidades (%)		
	Yale Portfolio	S&P 500	SHY
2014	12,367325	14,561668	0,399413
2015	-0,937640	1,234325	0,429880
2016	11,909311	11,997868	0,822528
2017	16,011165	21,705414	0,262758
2018	-10,101344	-4,569015	1,463165
2019	29,289434	31,223876	3,380782
2020	11,338711	18,331631	3,034039
2021	24,417239	28,728770	-0,715582
2022	-21,337072	-18,175370	-3,880062
2023	18,317388	26,175794	4,163674

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de *Yale Endowment Report* (2020).

Analisando algumas métricas consolidadas no período total da simulação, o retorno anualizado do Yale Portfolio foi de 7,85%, enquanto o retorno do S&P 500 foi de 12,05% e o ativo livre de risco, SHY, foi de 0,94%. Indicando uma exposição com menos risco do mercado, porém com um retorno potencial limitado.

Seguindo a comparação, o portfólio construído apresenta Beta de 0,8123 tendo o próprio S&P500 como índice base. Essa correlação é significativa e indica que o ativo segue parcialmente a rentabilidade do mercado americano, diminuindo mesmo assim a exposição ao risco sistemático. A variância do modelo e do S&P 500 foram, respectivamente, 0,00009939 e 0,00012193, o que sinaliza que a diversificação fornecida

pelas classes do *Endowment* teve sucesso em suavizar o risco da carteira. O que é reforçado pela volatilidade calculada, de sendo de 15,83% para a simulação do modelo contra 17,53% do S&P 500.

Quando avaliamos a performance ajustada ao risco, o Índice de Sharpe do Yale Model é de 0,4413, enquanto o S&P 500 apresenta um Sharpe de 0,6339, superior por refletir um retorno mais expressivo por unidade de risco. Quando aplicamos o modelo CAPM no portfólio, utilizando o Beta calculado, temos que o retorno esperado seria de 9,9669%. Esse valor é ainda superior ao resultado do *backtest*, demonstrando que não estava na fronteira eficiente dentro da lógica da relação de risco-retorno.

Embora a carteira criada para simular o modelo de Yale proporcione uma alocação menos volátil que o mercado acionário, seus retornos foram muito inferiores. A aplicação prática do Yale Model, revela, portanto, limitações para investidores tradicionais, que provavelmente não terão acesso aos mesmos recursos que um *Endowment*, que pode ser beneficiado por alguns fatores como gestão ativa (*security selection*) e *market timing*.

Em relação à análise dos retornos anuais, com a adaptação dos resultados divulgados buscando padronizá-los com o ano calendário, apresentam-se os resultados na Tabela 6. Com a utilização de médias aritméticas entre os anos de intersecção, podemos ter uma noção do grau de correlação entre ambos, mas pela falta de dados diários por parte do *Endowment*, não conseguimos definir com exatidão essa e outras métricas.

Tabela 6 – Retornos anuais

Rentabilidades (%)		
Ano	Yale Portfolio	Yale Endowment
2014	12,367325	15,85
2015	-0,937640	7,45
2016	11,909311	7,35
2017	16,011165	11,80
2018	-10,101344	9,00
2019	29,289434	6,25
2020	11,338711	23,5
2021	24,417239	20,5
2022	-21,337072	1,3
2023	18,317388	3,75

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de *Yale Endowment Reports* (2023).

Em contraste com a rentabilidade anual de 7,85% da simulação, o *Endowment* apresentou rentabilidade de 10,47%, mais de 2,5% superior. Infelizmente não foi possível calcular algumas métricas e indicadores estatísticos, como variância e volatilidade para a carteira da universidade, mas podemos perceber que, dentro da análise adaptada, não apresentou rentabilidade negativa em nenhum dos anos do período analisado. Provavelmente representando vantagens da gestão ativa e de maior capacidade de análise da Universidade.

5 CONCLUSÃO

Os fundos de *Endowment* representam um pilar importante no financiamento de instituições de ensino, saúde e outras organizações sem fins lucrativos. Considerando sua relevância histórica e teórica, por auxiliarem na sustentabilidade dessas instituições, o estudo desses fundos é de extrema importância e pode esclarecer formas eficientes de administração de doações e investimentos.

Entre os *Endowments*, o fundo da Universidade de Yale destaca-se não apenas pelo tamanho e desempenho, mas também pela metodologia de gestão revolucionária introduzida por David Swensen, consolidando o modelo como referência para inúmeras instituições no mundo inteiro. O desenvolvimento de uma estratégia focada longo prazo, contando com diversificação estatística e alocação de ativos alternativos foi um importante marco para o cenário global de investimentos.

Dado o sucesso, em termos de rentabilidade, do modelo de Yale, estudar a replicação dessa estratégia é relevante para avaliar se investidores tradicionais poderiam adotar princípios semelhantes. Contudo, este trabalho demonstra que a aplicabilidade do modelo para o investidor comum enfrenta barreiras significativas. Mesmo com as classes de ativos sendo replicadas com índices respectivos para cada alocação do *Endowment*, os retornos e volatilidades foram consideravelmente distintos.

A estrutura de alocação proporcionou certa estabilidade e diversificação, considerando que o beta e volatilidade da carteira teórica foi significativamente menor que o índice referência. Entretanto, o retorno ajustado ao risco observado neste estudo ficou abaixo do esperado em relação ao índice de mercado S&P 500. Além disso, o desempenho dos *Endowments* parece estar diretamente associado à gestão ativa e ao timing de mercado, fatores que contribuem de forma decisiva para os resultados expressivos observados no fundo de Yale. Essas condições não são replicáveis para investidores tradicionais que possuem limitações de acesso a ativos alternativos e não dispõem de uma gestão e análise tão sofisticada.

Dessa forma, conclui-se que apesar de o estudo do modelo de Yale fornecer *insights* valiosos para estratégias de alocação, o investidor comum, que só dispõe de produtos disponíveis no mercado financeiro, pode não conseguir seguir a estratégia e

obter os mesmos resultados do *Endowment*. As limitações do desempenho dessa simulação podem estar ligadas à ausência de gestão ativa e a incapacidade de realizar alocações em ativos ilíquidos, como *Private Equity* e *Venture Capital*. Enquanto o modelo de Yale pode ser uma referência, o trabalho argumenta que sua aplicação prática deve ser adaptada com cautela pelo investidor tradicional, que pode precisar de maior liquidez e não ter acesso a grande sofisticação analítica.

REFERÊNCIAS

- BLACKROCK. **Why BlackRock for index investing?** 2023. Disponível em: <https://www.blackrock.com/uk/professionals/solutions/index-investing>. Acesso em: 30 nov. 2024.
- CAIA. **The Next Decade of Alternative Investments**. 2020. Disponível em: <https://caia.org/next-decade>. Acesso em: 30 nov. 2024.
- CAMBRIDGE DICTIONARY. **Endowment**. 2024. Disponível em: <https://dictionary.cambridge.org/us/dictionary/english-portuguese/endowment>. Acesso em: 19 ago. 2024
- CHAMBERS, David; DIMSON, Elroy; FOO, Justin. **Keynes, King's and Endowment Asset Management**. 2012. Disponível em: <https://www.nber.org/system/files/chapters/c12860/c12860.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2024.
- CHAMBERS, D.; DIMSON, E. Retrospectives: John Maynard Keynes, Investment Innovator. **The Journal of Economic Perspectives**, United States, v. 27, n. 3, p. 213–228, 2013. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/41955552>. Acesso em: 30 nov. 2024.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, United States, v. 25, n. 2, p. 383-417, 1970. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2325486>. Acesso em: 30 nov. 2024.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The cross-section of expected stock returns. **The Journal of Finance**, United States, v. 47, p. 427-465, 1992. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2329112>. Acesso em: 30 nov. 2024.
- HICKS, J. R. **Value and Capital**. New York: Oxford University Press, 1939. Disponível em: <https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.223876/page/n99/mode/2up>. Acesso em: 30 nov. 2024.
- INVESTOPEDIA. **Endowment**. 2024. Disponível em: <https://www.investopedia.com/terms/e/endowment.asp>. Acesso em: 15 ago. 2024.
- INVESTOPEDIA. **Market Timing**. 2024. Disponível em: <https://www.investopedia.com/terms/m/markettiming.asp>. Acesso em: 15 ago. 2024.
- MORGAN, J.P. **Alternative Investments**. 2024. Disponível em: <https://www.jpmorgan.com/insights/global-research/investing/alternative-investments#:~:text=Alternative%20investments%20%E2%80%94%20financial%20assets%20that,seek%20to%20diversify%20their%20portfolios>. Acesso em: 15 ago. 2024.

KOCHARD, Lawrence; RITTEREISER, Cathleen. **Foundation and Endowment Investing**. Hoboken: John Wiley, 2008.

LORD, Modern Portfolio Theory and Performance. **Journal of Risk and Financial Management**, Canada, v. 13, n. 9, p. 198, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/jrfm13090198>. Acesso em: 30 nov. 2024.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **Journal of Finance**, United States, v. 7, n. 1. 1952. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2975974>. Acesso em: 30 nov. 2024.

MCDONALD, Michael; LORIN, Janet; BENNETT, Drake. **How David Swensen Made Yale Fabulously Rich**. 2019. Disponível em: <https://www.bloomberg.com/news/features/2019-09-11/david-swensen-made-yale-fabulously-rich-and-changed-endowments>. Acesso em: 15 ago. 2024.

NACUBO. **The NACUBO Endowment Study: A 50-Year Retrospective**. 2023. Disponível em: <https://www.nacubo.org/Publications/The-Solutions-Exchange/The-NACUBO-Endowment-Study-A-50-Year-Retrospective>. Acesso em: 30 nov. 2024.

NACUBO. **Historic Endowment Study Data**. 2024. Disponível em: <https://www.nacubo.org/Research/2023/Historic-Endowment-Study-Data>. Acesso em: 30 nov. 2024.

RUSSELL, Chris. **Trustee Investment Strategy for Endowments and Foundations**. Hoboken: John Wiley, 2006.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**, United States, v. 19, n. 3, p. 425–442. 1964. Disponível em: <https://doi.org/10.2307/2977928>. Acesso em: 30 nov. 2024.

SHARPE, William. The Sharpe Ratio. **The Journal of Portfolio Management**, Canada, v. 21, n. 1, p. 49-58. 1994. Disponível em: <https://www.pm-research.com/content/ijjportmgmt/21/1/49>. Acesso em: 30 nov. 2024.

SWENSEN, David. **Pioneering portfolio management**. New York: Simon & Schuster. 2000.

UNIVERSITY BUSINESS. **The Top 20 University Endowments of 2023**. 2023. Disponível em: <https://universitybusiness.com/the-top-20-university-endowments-of-2023/>. Acesso em: 15 ago. 2024.

YALE INVESTMENT OFFICE. **About the YIO**. 2023. Disponível em: <https://investments.yale.edu/about-the-yio>. Acesso em: 15 ago. 2024.

YALE UNIVERSITY. **2020 Yale Endowment Report**. 2020. Disponível em: <https://static1.squarespace.com/static/55db7b87e4b0dca22fba2438/t/607e4da7bc999d01b4752ea2/1618890160689/2020+Yale+Endowment.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2024.

YALE UNIVERSITY. **Endowment Report**. 2021. Disponível em:
<https://static1.squarespace.com/static/55db7b87e4b0dca22fba2438/t/62507d42618fc8048d8eb50f/1649442120675/2021+Endowment+Report.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2024.

YALE UNIVERSITY. **Overview of Yale's Endowment**. 2024. Disponível em:
<https://www.yale.edu/funding-yale-home/overview-yales-endowment>. Acesso em: 15 ago. 2024.

YALE UNIVERSITY. **The Yale Endowment 2023 Letter**. 2024. Disponível em:
<https://static1.squarespace.com/static/55db7b87e4b0dca22fba2438/t/652ed93787173c208c64e8d6/1697569082129/2023+Letter.pdf>

YALE UNIVERSITY. **The Yale Endowment 2023**. 2024. Disponível em:
<https://news.yale.edu/2023/10/10/yale-reports-investment-return-fiscal-2023>. Acesso em: 29 out. 2024.