

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Instituto de Física  
Trabalho de Conclusão de Curso

**Desenvolvimento de um Emulador para o Espectro  
de Potência da Matéria para Modelos de Interação  
no Setor Escuro**

**João Pedro Caccia Neff**

**Porto Alegre, RS  
2024**



Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Instituto de Física  
Trabalho de Conclusão de Curso

# Desenvolvimento de um Emulador para o Espectro de Potência da Matéria para Modelos de Interação no Setor Escuro

João Pedro Caccia Neff

Trabalho de Conclusão de curso apresentado como  
requisito necessário para obtenção do título de Bacharel  
em Física – ênfase em Astrofísica.

**Orientador:**  
**Prof. Dr. Rafael da Costa Nunes**

Porto Alegre, RS  
2024

NEFF, João Pedro Caccia

Desenvolvimento de um Emulador para o Espectro de Potência da Matéria para Modelos de Interação no Setor Escuro / João Pedro Caccia Neff. -- 2024.

42f.

Orientador: Dr. Rafael da Costa Nunes

Trabalho (Conclusão de curso) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Física, Porto Alegre, BR-RS, 2024.

Modelo de Interação no Setor Escuro, Matéria Escura, Energia Escura, Simulações de N-corpos, Redes Neurais. I. Nunes, Rafael, orient.

# Resumo

Este trabalho propõe o desenvolvimento de um emulador para o espectro de potência da matéria utilizando redes neurais implementadas com a biblioteca *CosmoPower*. O treinamento do emulador é baseado em dados gerados por simulações de N-corpos realizadas com a biblioteca *Particle Mesh with Derivatives* (pmwd), modificada para incorporar o modelo de interação no setor escuro. A complexidade inerente à formulação matemática que descreve a formação de estruturas em regiões não lineares motiva o uso dessa abordagem computacional. Embora a aplicação do emulador para comparação com dados observacionais não seja realizada neste trabalho, o objetivo é que, uma vez concluído, ele possa viabilizar essa análise no futuro, permitindo investigar se o modelo de interação resolve tensões em parâmetros cosmológicos, como  $S_8$  e a constante de Hubble, em relação ao modelo  $\Lambda$ CDM.

**Palavras-chave:** Modelo de Interação no Setor Escuro, Matéria Escura, Energia Escura, Simulações de N-corpos, Redes Neurais.



# Abstract

This work aims to develop an emulator for the matter power spectrum using neural networks implemented with the *CosmoPower* library. The emulator is trained on data generated by N-body simulations performed with the *Particle Mesh with Derivatives* (pmwd) library, modified to incorporate the interacting dark sector model. The inherent complexity of the mathematical formulation describing structure formation in nonlinear regions motivates the use of this computational approach. Although applying the emulator for comparison with observational data is not carried out in this work, the goal is that, once completed, it can enable such analysis in the future, allowing an investigation into whether the interacting model resolves tensions in cosmological parameters, such as  $S_8$  and the Hubble constant, compared to the  $\Lambda$ CDM model.

**Keywords:** Interacting Dark Sector Model, Dark Matter, Dark Energy, N-body Simulations, Neural Networks.



# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>viii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Cosmologia Relativística</b>	<b>3</b>
2.1 Relatividade Geral . . . . .	3
2.1.1 Métrica . . . . .	3
2.1.2 Equações de campo de Einstein . . . . .	4
2.2 Princípio cosmológico . . . . .	6
2.2.1 Métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker . . . . .	6
2.2.2 Postulado de Weyl . . . . .	7
2.3 Equações de Friedmann . . . . .	7
<b>3 Formação de Estruturas em Grande Escala</b>	<b>9</b>
3.1 Matéria escura . . . . .	9
3.2 Modelo de Instabilidade Gravitacional . . . . .	10
3.2.1 Teoria de Perturbação Linear . . . . .	11
3.2.2 Teoria de Perturbação Não Linear . . . . .	14
3.3 Descrição Estatística . . . . .	15
3.3.1 Função de correlação de dois pontos . . . . .	15
3.3.2 Espectro de potência . . . . .	16
<b>4 Modelo <math>\Lambda</math>CDM e Extensões</b>	<b>19</b>
4.1 Expansão Acelerada do Universo . . . . .	19
4.2 Modelo $\Lambda$ CDM . . . . .	20
4.3 Tensão em $H_0$ e $S_8$ . . . . .	22
4.4 Modelo de Interação no Setor Escuro . . . . .	23
<b>5 Desenvolvimento do Emulador</b>	<b>27</b>
5.1 Simulações de N-corpos . . . . .	27
5.2 Espectros de Potência da Matéria via Simulações de N-corpos . . . . .	31
5.3 Redes Neurais . . . . .	33
5.4 Espectros de Potência da Matéria via Emulador . . . . .	36
<b>6 Conclusão</b>	<b>41</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>43</b>

# Lista de Figuras

Figura 5.1	Esquema do funcionamento do código pmwd . . . . .	28
Figura 5.2	Razão entre o espectro de potência não linear e linear em função do número de onda para todas as simulações que possuem $-0.01 < \xi < 0$ .	32
Figura 5.3	Razão entre o espectro de potência não linear e linear em função do número de onda para todas as simulações que possuem $-0.1 < \xi < 0$ .	33
Figura 5.4	Campo de densidade para diferentes valores de $\xi$ . . . . .	33
Figura 5.5	Esquema da emulação de redes neurais implementadas no CosmoPower	34
Figura 5.6	Visão geral do fluxo de trabalho com CosmoPower . . . . .	35
Figura 5.7	Comparação entre os espectros de potência não lineares gerados pelas simulações e previstos pelo emulador . . . . .	38
Figura 5.8	Comparação entre os espectros de potência não lineares gerados pelas simulações e previstos pelo emulador . . . . .	39

# Capítulo 1

## Introdução

A natureza física da matéria escura e da energia escura constitui um dos maiores problemas em aberto na física e na astronomia contemporânea. Observações astronômicas realizadas nos últimos 20 anos mostram que o modelo  $\Lambda$ CDM (constante cosmológica como fonte de energia escura e mais matéria escura fria) é o que melhor se ajusta às mais diversas fontes de observações astrofísicas [1].

No entanto, com o aumento da precisão e sensibilidade das observações atuais, fruto de notáveis avanços experimentais, surgiram discrepâncias intrigantes entre os parâmetros fundamentais da cosmologia moderna inferidos por medições independentes. Uma dessas discrepâncias é conhecida como a “tensão em  $H_0$ ”, que se refere às diferenças entre várias medidas independentes da constante de Hubble. Se a tensão em  $H_0$  indica a necessidade de uma nova física e qual poderia ser essa nova física são temas de pesquisa em andamento e em rápida evolução. Outra discrepância relevante também se manifesta entre diferentes observações da amplitude das flutuações da densidade da matéria, melhor quantificada pelo parâmetro conhecido como  $S_8$ . Além de outras anomalias observadas com menor significância estatística. Veja [2, 3] para uma revisão. Essas questões, somadas aos já conhecidos problemas teóricos na estrutura básica do  $\Lambda$ CDM [4], têm levado a comunidade a considerar modelos alternativos.

Este projeto de TCC tem como foco principal a realização de simulações numéricas de N-corpos no contexto de um modelo cosmológico com interação no setor escuro, seguido pela criação de um emulador do espectro de potência da matéria. Esse modelo teoriza a existência de transferência de energia entre a matéria escura e a energia escura, oferecendo uma extensão ao modelo cosmológico padrão. Para isso, modificamos o código

*Particle Mesh with Derivatives* (pmwd) para realizar diversas simulações de N-corpos, gerando um banco de dados robusto sobre a formação de estruturas em pequenas escalas, caracterizadas pelo espectro de potência da matéria. A partir desses dados, será desenvolvido um emulador baseado em redes neurais que servirá como ferramenta para futuras comparações com dados observacionais de surveys como o *Dark Energy Spectroscopic Instrument* (DESI) [5], o Euclid [6] e o *Legacy Survey of Space and Time* (LSST) [7]. Por meio de uma análise estatística detalhada, o emulador poderá contribuir para avaliar se o modelo de interação no setor escuro oferece uma explicação mais adequada para os problemas observacionais atuais em comparação ao modelo padrão da cosmologia.

Nessa conjuntura, pretendemos explicar tópicos importantes presentes no trabalho e, em seguida, abordar as simulações de N-corpos e a criação do emulador para o modelo de interação no setor escuro. O Capítulo 2 apresenta o desenvolvimento da cosmologia relativística, partindo de uma abordagem sucinta da teoria da relatividade geral com o objetivo de obter as equações de Friedmann que descrevem a evolução do Universo.

O Capítulo 3 foca na formação de estruturas em grande escala, discutindo o papel da matéria escura nessa conjuntura. Além disso, introduz-se o conceito de flutuações de densidade, como elas evoluem e as ferramentas utilizadas para quantificá-las, como a função de correlação e o espectro de potência.

No Capítulo 4, é apresentada a origem da ideia de energia escura e, como consequência, o surgimento do modelo  $\Lambda$ CDM. Em seguida, são discutidos os principais componentes do modelo padrão da cosmologia, caracterizados como parâmetros cosmológicos, além de uma breve apresentação acerca dos problemas observacionais do modelo. Por fim, o modelo de interação no setor escuro é descrito sucintamente, apresentando a ideia geral do acoplamento e suas duas principais consequências: as modificações na taxa de expansão do Universo e na formação de estruturas cósmicas.

Por último, o Capítulo 5 apresenta uma visão geral das simulações de N-corpos no contexto do estudo da formação de estruturas. Além disso, explicamos a metodologia utilizada nesse projeto e apresentamos alguns resultados obtidos. Em seguida, introduzimos brevemente o conceito de redes neurais e a importância de sua aplicação no contexto tratado, além de desenvolver um emulador rápido e preciso do espectro de potência da matéria a partir dos dados obtidos pelas simulações de N-corpos.

# Capítulo 2

## Cosmologia Relativística

A seguir, realizamos uma rápida abordagem acerca da cosmologia relativística com base nos seus três pilares: a relatividade geral, o princípio cosmológico e o postulado de Weyl, com o intuito de introduzir os principais aspectos do que será tratado neste trabalho. Essa revisão é baseada nas referências [8–12].

### 2.1 Relatividade Geral

A relatividade geral foi proposta em 1915 quando Einstein, no mês de novembro, apresentou quatro artigos à Academia de Ciências da Prússia, com destaque para o último, que se tornou a versão definitiva da teoria, intitulado *Die Feldgleichungen der Gravitation* (*As equações de campo da gravitação*, em tradução livre). Essas equações, que mais tarde ficaram conhecidas como equações de campo de Einstein, possibilitaram a descrição da cosmologia relativística.

#### 2.1.1 Métrica

Primeiramente, precisamos definir a métrica. A métrica, ou tensor métrico, é um tensor que define a geometria do espaço-tempo na relatividade geral. Basicamente, dois eventos infinitesimalmente próximos cujas coordenadas são  $x^\mu$  e  $x^\mu + dx^\mu$  estão separados por um intervalo infinitesimal  $ds$ . O quadrado desse intervalo,  $ds^2$ , por sua vez, é invariante sob transformações de Lorentz, ou seja, essa quantidade não é afetada pela troca de referenciais. Dessa forma, é possível definir que o elemento de linha geral  $ds$  entre dois eventos é dado por

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.1)$$

onde  $ds$  é o intervalo de espaço-tempo,  $dx^\mu$  e  $dx^\nu$  são as coordenadas do espaço-tempo e  $g_{\mu\nu}$  são os componentes da métrica.

### 2.1.2 Equações de campo de Einstein

A curvatura do espaço-tempo, descrita pela métrica  $g_{\mu\nu}$ , não é arbitrária, mas sim determinada pela presença de energia e pressão. Essa relação é formalizada pelas equações de campo de Einstein. De forma resumida, introduzimos as equações de campo completas, que são válidas na presença de campos além da gravitação. Esses campos são descritos pelo tensor de energia-momento  $T_{\mu\nu}$ , que satisfaz a equação da continuidade:

$$\nabla_\nu T^{\mu\nu} = 0. \quad (2.2)$$

Na grande maioria dos casos de interesse prático, o tensor de energia-momento pode ser descrito como o de um fluido perfeito. Um fluido perfeito é caracterizado pela quadrivelocidade  $u^\mu = dx^\mu/d\tau$ , um campo de densidade  $\rho = \rho(x)$  e um campo de pressão escalar  $p = p(x)$ . O tensor de energia-momento para tal fluido é dado por

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}. \quad (2.3)$$

Por definição, um fluido perfeito é aquele que é isotrópico, ou seja, apresenta as mesmas propriedades em todas as direções, independentemente da direção que observamos. Por isso, a velocidade macroscópica do fluido não pode ter direção privilegiada, portanto possui apenas componente temporal:  $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$ .

O tensor de Einstein é responsável por encapsular as informações sobre como o espaço-tempo é curvado pela presença de matéria e energia. Utilizando as identidades de Bianchi contraídas, encontramos que a derivada covariante do tensor de Einstein, uma generalização da derivada parcial para espaços curvos, é nula:

$$\nabla_\nu G^{\mu\nu} = 0. \quad (2.4)$$

Assim, as equações (2.2) e (2.4) sugerem que os dois tensores são proporcionais,

$$G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

sendo  $\kappa$  uma constante de proporcionalidade denominada constante de acoplamento, que é determinada pelo princípio da correspondência, uma vez que a equação (2.5) deve se reduzir à equação de Poisson ( $\nabla^2\phi = 4\pi G\rho$ ) no limite apropriado, assumindo a seguinte forma

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}. \quad (2.6)$$

A partir de agora, consideraremos unidades geometrizadas, onde  $c = 1$  e  $G = 1$ . Assim, substituindo (2.6) em (2.5) e escrevendo o tensor de Einstein em termos da métrica, do tensor de Ricci ( $R_{\mu\nu}$ ) e do escalar de Ricci ( $R$ ), a equação geral de campo de Einstein é descrita por

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi T_{\mu\nu}. \quad (2.7)$$

A forma final das equações de campo de Einstein é obtida após a inserção do termo  $\Lambda g_{ab}$ , sendo  $\Lambda$  a constante cosmológica, a qual Einstein foi forçado a adicionar pois acreditava que o Universo deveria ser estático ao invés de expandir ou contrair. Dessa forma, a equação (2.7) se torna

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}. \quad (2.8)$$

Desse modo, as equações de campo de Einstein estabelecem que a geometria do espaço-tempo, codificada pela métrica  $g_{\mu\nu}$ , é diretamente influenciada pelo conteúdo de energia presente, como descrito por  $T_{\mu\nu}$ . Essa conexão é fundamental para a interpretação física da relatividade geral: a matéria e a energia determinam a curvatura do espaço-tempo, que, por sua vez, dita como matéria e radiação se movem.

## 2.2 Princípio cosmológico

O princípio cosmológico pode ser definido da seguinte forma: em escalas suficientemente grandes, superiores a 120 Mpc, o Universo é homogêneo e isotrópico. A homogeneidade implica que o Universo é, em grande escala, o mesmo em todos os pontos, ou seja, a distribuição de matéria e energia é uniforme. A isotropia, por sua vez, nos diz que o Universo é o mesmo em todas as direções, ou seja, não há direção privilegiada ou diferente das outras.

### 2.2.1 Métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

Uma das principais implicações do princípio cosmológico é a necessidade de uma métrica que trate acerca de um espaço-tempo homogêneo e isotrópico. Nesse sentido, para um sistema de coordenadas com tempo cósmico  $t$  - tempo medido por um observador que vê o Universo se expandindo uniformemente ao seu redor - e coordenadas comóveis espaciais  $r$ ,  $\theta$  e  $\varphi$  - coordenadas que permanecem constantes com o tempo -, é possível definir o elemento de linha de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\varphi^2) \right), \quad (2.9)$$

onde  $a(t)$  é o fator de escala cósmico, que descreve como distâncias em um Universo homogêneo e isotrópico expandem ou contraem e é definido de tal forma que, atualmente,  $a_0 = a(t = 0) = 1$ . Considerando a relação entre o elemento de linha e o tensor métrico em (2.1), podemos escrever a métrica de FLRW:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2(t)}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t)r^2 \text{sen}^2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

A constante  $k$  representa a curvatura Gaussiana de uma superfície bidimensional, é uma medida de quanto a superfície se curva em um ponto e é intrínseca à superfície, porém esses resultados podem ser estendidos para três dimensões. Dessa forma, se um espaço tridimensional possuir curvatura isotrópica e homogênea, a constante  $k$  pode assumir três valores que definem a geometria desse espaço:

$$k = \begin{cases} +1, & \text{espaço esférico;} \\ 0, & \text{espaço plano;} \\ -1, & \text{espaço hiperbólico.} \end{cases} \quad (2.11)$$

### 2.2.2 Postulado de Weyl

O postulado de Weyl afirma que as partículas do substrato seguem uma congruência de geodésicas semelhantes no tempo que divergem a partir de um ponto no passado. Em outras palavras, o postulado exige que exista uma e apenas uma geodésica passando por cada ponto do espaço-tempo, implicando que a matéria em qualquer ponto possui uma velocidade única. Isso significa que o substrato pode ser considerado um fluido perfeito.

No entanto, é importante destacar que é possível construir modelos cosmológicos em que a matéria não é modelada como um fluido perfeito. Portanto, o postulado de Weyl não é um requisito absoluto, mas sim um ponto de partida útil para a construção de modelos cosmológicos.

## 2.3 Equações de Friedmann

Considerando a métrica de FLRW e o tensor de energia-momento de um fluido perfeito, podemos resolver as equações de campo de Einstein e encontrar as equações de Friedmann. As únicas equações que não serão nulas são aquelas que possuem os mesmos índices, uma vez que a métrica é diagonal. Para calcular a primeira equação de Friedmann, consideramos apenas a parte temporal das equações de campo de Einstein, ou seja,  $\mu = \nu = t$ . A equação (2.8) então toma a seguinte forma:

$$R_{tt} - \frac{1}{2}g_{tt}R - \Lambda g_{tt} = 8\pi T_{tt}, \quad (2.12)$$

utilizando (2.10), substituindo  $T_{tt} = \rho$  e a componente temporal do tensor de Ricci e o escalar de Ricci, ambos calculados em [11], obtemos

$$-3\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{1}{2}(-1) \left( -6\frac{\ddot{a}}{a} - 6\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - 6\frac{k}{a^2} \right) - \Lambda(-1) = 8\pi\rho. \quad (2.13)$$

Rearranjando (2.13), encontramos uma forma mais comum da primeira equação de Friedmann:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi\rho}{3} - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (2.14)$$

Para calcular a segunda equação de Friedmann, consideramos a parte espacial,  $\mu = \nu = i$  para  $i = r, \theta, \varphi$ , e a equação (2.8) toma forma

$$R_{ii} - \frac{1}{2}g_{ii}R - \Lambda g_{ii} = 8\pi T_{ii}, \quad (2.15)$$

novamente, utilizando (2.10), substituindo  $T_{ii} = -p$  e as componentes espaciais do tensor de Ricci e o escalar de Ricci, ambos calculados em [11], encontramos

$$\frac{-g_{ii}}{a^2}(a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k) - \frac{1}{2}g_{ii}\left(-6\frac{\ddot{a}}{a} - 6\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - 6\frac{k}{a^2}\right) - \Lambda g_{ii} = 8\pi(-p)g_{ii}, \quad (2.16)$$

removendo a métrica de ambos os lados e rearranjando os termos, obtemos

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -4\pi p - \frac{1}{2}\frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{2}. \quad (2.17)$$

Ainda, é possível realizar uma combinação linear por meio de  $2 \cdot (2.17) - (2.14)$  e obter a forma final da segunda equação de Friedmann sem o termo  $(\dot{a}/a)^2$ :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (2.18)$$

A primeira equação de Friedmann (2.14) descreve a taxa de expansão do Universo. A densidade de energia e a constante cosmológica tendem a aumentar essa taxa de expansão, enquanto a curvatura espacial depende do formato do Universo para descrever seu efeito. Por outro lado, a segunda equação de Friedmann (2.18) descreve a aceleração ou desaceleração da expansão do Universo. O termo que contém a densidade e a pressão indica uma desaceleração devido à gravidade, enquanto a constante cosmológica tende a acelerar a expansão do Universo.

# Capítulo 3

## Formação de Estruturas em Grande Escala

Antes de adentrar no universo das simulações numéricas, é preciso, primeiramente, evidenciar algumas informações e estabelecer alguns conceitos que serão de extrema importância para o entendimento da teoria que baseia as simulações de N-corpos. Desse modo, descreveremos, neste capítulo, quantitativamente a formação de estruturas no Universo, tratando acerca da evolução das flutuações de densidade, além de como é possível quantificar informações acerca dessa formação. As abordagens tratadas a seguir podem ser encontradas em [13–18].

### 3.1 Matéria escura

A matéria escura foi primeiramente sugerida por Fritz Zwicky [19] em 1933 e evidenciada por Vera Rubin [20] em 1970 por meio de observações que demonstraram que a velocidade de rotação de galáxias não podia ser explicada apenas pela presença de matéria bariônica. Apesar de não emitir e absorver luz, essa forma de matéria exerce influência gravitacional significativa.

Atualmente, a hipótese mais difundida é de que a matéria escura seria composta por partículas que são geralmente agrupadas em três famílias: *Cold Dark Matter* (CDM), *Warm Dark Matter* (WDM) e *Hot Dark Matter* (HDM). A família CDM, que é a fonte de matéria escura teorizada pelo modelo padrão da cosmologia, é composta por partículas não-relativísticas e as principais apostas são as *Weakly interacting massive particles* (WIMPs) ou os áxions. As WIMPs são partículas hipotéticas maciças que interagem ape-

nas por meio de interações fracas, enquanto os áxions foram sugeridos pela primeira vez para resolver o problema de violação da simetria de paridade na cromodinâmica quântica e seriam partículas extremamente leves e neutras de interação fraca. Apesar dos esforços em detectar esses dois tipos de partículas, nenhuma conclusão experimental foi estabelecida.

A matéria escura desempenha um papel crucial na formação de estruturas durante a evolução do Universo. Devido à sua própria influência gravitacional, a matéria escura se agrupa e colapsa e, durante esse colapso, a energia potencial gravitacional é convertida em energia cinética à medida que as partículas se atraem mutuamente. Esse processo ocorre sem a dissipação de energia por meio de radiação, uma vez que a matéria escura não interage eletromagneticamente, resultando em halos densos que mantêm sua estrutura ao longo do tempo. Esses halos funcionam como “poços gravitacionais” que atraem matéria bariônica até alcançar o estado de equilíbrio dinâmico. Nesse estado, a gravidade da matéria escura se equilibra com a pressão interna da matéria bariônica, permitindo que as estruturas cósmicas permaneçam estáveis ao longo do tempo.

## 3.2 Modelo de Instabilidade Gravitacional

Como foi visto no Capítulo 2, o Universo é considerado homogêneo e isotrópico em largas escalas, porém as observações evidenciam que o Universo é inhomogêneo em escalas menores ou da ordem de 120 Mpc ( $\lesssim 120$  Mpc). A evolução de tais inhomogeneidades de densidade de matéria, presentes no Universo em escalas dessa magnitude, permite explicar a formação das estruturas de grande escala. Para descrever essa evolução das flutuações de densidade, utilizamos o modelo de instabilidade gravitacional.

Primeiramente, definimos uma quantidade que descreve a diferença entre a densidade de uma região específica e a densidade média do Universo, conhecida como contraste de densidade:

$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r}) - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}, \quad (3.1)$$

onde  $\rho(\mathbf{r})$  é a densidade de matéria de uma região específica e  $\bar{\rho}$  é a densidade de matéria média do Universo. A dinâmica da expansão do Universo é controlada pelo campo gravi-

tacional gerado por  $\bar{\rho}$ , enquanto as flutuações de densidade  $\Delta\rho(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) - \bar{\rho}$  geram um campo gravitacional adicional.

Uma região com  $\Delta\rho > 0$  e, conseqüentemente,  $\delta > 0$ , produz um campo gravitacional mais forte que a média cósmica. Essa gravidade adicional faz com que a região superdensa se expanda mais lentamente do que a expansão média do Universo, resultando em uma diminuição da densidade na região mais lenta que a média cósmica, o que aumenta o contraste de densidade e, por conseqüência, gera um campo gravitacional ainda mais forte. O mesmo ciclo ocorre em regiões subdensas com  $\Delta\rho < 0$  e  $\delta < 0$ , onde o campo gravitacional é mais fraco que a média cósmica. Isso faz com que a região se expanda mais rapidamente que a média do Universo, reduzindo a densidade da região mais rapidamente do que a média cósmica, tornando o contraste de densidade ainda mais negativo com o tempo.

No âmbito do modelo de instabilidade gravitacional, poderemos compreender a formação de estruturas no Universo a partir da análise das flutuações de densidade. Para isso, desenvolvemos teorias de perturbações que utilizam o tratamento da teoria da gravitação newtoniana, uma vez que lidamos com velocidades não-relativísticas e apenas com pequenos desvios de geometria do espaço-tempo plano. Essas condições são satisfeitas em escalas menores do que o raio de Hubble, definido como  $R_H = c/H_0$ , referindo-se a regiões onde, geralmente, a interação gravitacional é mais significativa do que a expansão do Universo.

### 3.2.1 Teoria de Perturbação Linear

Para iniciar, assumimos que o Universo consiste apenas de poeira com densidade  $\rho(\mathbf{r}, t)$ , onde  $p \ll \rho$ . Esse fluido pode ser descrito como um fluido não relativístico com velocidade  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ . O comportamento desse fluido é descrito pela equação da continuidade

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla_r \cdot (\rho\mathbf{u}) = 0, \quad (3.2)$$

que expressa a conservação de energia. O comportamento desse fluido sob a ação de forças externas é descrito pela equação de Euler

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla_r)\mathbf{u} = -\frac{\nabla_r p}{\rho} - \nabla_r \Phi, \quad (3.3)$$

que expressa a conservação de momento e  $\Phi$  é o potencial gravitacional que deve satisfazer a equação de Poisson

$$\nabla_r^2 \Phi = 4\pi G \rho. \quad (3.4)$$

Essas equações descrevem o comportamento completo do fluido, mas não podem ser resolvidas analiticamente em sua forma geral. Para facilitar o tratamento, buscamos soluções que descrevam apenas pequenos desvios em relação a um universo homogêneo e isotrópico.

Prosseguindo, definimos as coordenadas comóveis

$$\mathbf{r} = a(t)\mathbf{x}, \quad (3.5)$$

onde  $\mathbf{x}$  é constante para cada partícula em um Universo homogêneo, dessa forma, a velocidade do fluido pode ser reescrita como

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{\dot{a}}{a}\mathbf{r} + \mathbf{v}\left(\frac{\mathbf{r}}{a}, t\right), \quad (3.6)$$

onde  $\mathbf{v}$  é chamada de velocidade peculiar e representa os desvios em relação à expansão homogênea.

Utilizando as equações (3.5) e (3.6), considerando  $\rho = \bar{\rho}(1 + \delta)$ , obtido a partir de (3.1), e sabendo que  $\bar{\rho} \propto a^{-3}$ , a equação (3.2) pode ser reescrita após uma série de operações matemáticas como

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a} \nabla_x \cdot [(1 + \delta)\mathbf{v}] = 0. \quad (3.7)$$

De forma semelhante, reescrevemos (3.3), descartando o termo que contém a pressão por se tratar de matéria não-relativística,

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{a}(\mathbf{v} \cdot \nabla_x)\mathbf{v} + \frac{\dot{a}}{a}\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\nabla_x \phi. \quad (3.8)$$

O potencial gravitacional  $\Phi$  é escrito como

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{2\pi}{3}G\bar{\rho}(t)|\mathbf{r}|^2 + \phi(\mathbf{x}, t), \quad (3.9)$$

onde o primeiro termo é o potencial newtoniano para um campo de densidade homogêneo, enquanto  $\phi$  satisfaz a equação de Poisson para as inhomogeneidades de densidade:

$$\nabla_x^2 \phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta = \frac{3}{2}\Omega_m H_0^2 \frac{1}{a} \delta. \quad (3.10)$$

As soluções aproximadas das equações (3.7), (3.8) e (3.10) que buscamos são aquelas que descrevem apenas pequenos desvios da solução homogênea. Dessa forma, consideramos apenas termos de primeira ordem nos parâmetros  $\delta$  e  $\mathbf{v}$ , descartando termos que contêm  $\delta\mathbf{v}$  ou  $\mathbf{v}^2$ . Linearizando essas equações, obtemos:

$$\frac{d\delta}{dt} + \frac{1}{a}\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (3.11)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{\dot{a}}{a}\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\nabla\phi, \quad (3.12)$$

$$\nabla^2\phi = \frac{3}{2}\Omega_m H_0^2 \frac{1}{a}\delta. \quad (3.13)$$

Calculando o divergente da equação de Euler (3.12) e combinando-o com a equação de continuidade (3.11), que relaciona o divergente da velocidade peculiar ( $\nabla \cdot \mathbf{v}$ ) e a perturbação de densidade  $\delta$ , e a com equação de Poisson (3.13), que relaciona o potencial  $\phi$  e a perturbação  $\delta$ , obtemos uma equação diferencial de segunda ordem para as perturbações de densidade:

$$\frac{\partial^2\delta}{\partial t^2} + \frac{2\dot{a}}{a}\frac{\partial\delta}{\partial t} = \frac{3}{2}\Omega_m H_0^2 \frac{1}{a^3}\delta. \quad (3.14)$$

A equação (3.14) é uma equação diferencial de segunda ordem em relação ao tempo, o que implica que deve haver duas soluções. Além disso, o fato de a equação conter apenas termos diferenciais no tempo sugere que a evolução temporal é independente da posição. Isso nos permite separar as soluções em uma parte espacial,  $\tilde{\delta}(x)$ , e uma parte temporal,  $D(t)$ . Assim, podemos expressar as soluções dessa forma:

$$\begin{aligned} \delta_1(\mathbf{x}, t) &= \tilde{\delta}_1(\mathbf{x})D_1(t) \\ \delta_2(\mathbf{x}, t) &= \tilde{\delta}_2(\mathbf{x})D_2(t), \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde  $\tilde{\delta}(\mathbf{x})$  representa uma função arbitrária da coordenada espacial, e  $D(t)$  satisfaz a equação

$$\ddot{D} + \frac{2\dot{a}}{a}\dot{D} - \frac{3}{2}\Omega_m H_0^2 \frac{1}{a^3}D = 0. \quad (3.16)$$

Ao observarmos as soluções, notamos que  $D_1(t)$  cresce com o tempo, enquanto  $D_2(t)$  diminui. Nos tempos atuais, a solução que cresce se torna dominante, e a solução decrescente se torna irrelevante. Dessa forma, podemos considerar apenas a solução crescente  $D_+(t)$ , conhecida como fator de crescimento, e normalizá-la de modo que  $D_+(t_0) = 1$ , onde  $t_0$  é o tempo atual. Com isso, a equação (3.15) pode ser simplificada para a forma

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \delta_0(\mathbf{x})D_+(t), \quad (3.17)$$

onde  $\delta_0(\mathbf{x})$  descreve a distribuição das flutuações de densidade. Isso nos leva à conclusão de que, na teoria de perturbação linear, a forma espacial das flutuações de densidade se mantém constante em coordenadas comóveis e apenas sua amplitude varia ao longo do tempo, seguindo a evolução do fator de crescimento,  $D_+(t)$ . Caso a evolução das perturbações se mantivesse linear até hoje,  $\delta_0(\mathbf{x})$  corresponderia, em acordo com  $D_+(t_0) = 1$ , à distribuição atual das flutuações de densidade. Por esse motivo,  $\delta_0(\mathbf{x})$  é denotado como o campo de flutuação de densidade extrapolado linearmente.

No entanto, a aproximação linear falha quando  $|\delta|$  não é mais da ordem  $|\delta| \ll 1$ . Neste caso, os termos que foram negligenciados nas derivações acima não são mais pequenos e devem ser incluídos nas equações. O problema torna-se então consideravelmente mais difícil e desafia o tratamento analítico.

### 3.2.2 Teoria de Perturbação Não Linear

A teoria de perturbação não linear se torna necessária quando a evolução das flutuações de densidade ultrapassa os limites de validade do regime linear. Como foi visto anteriormente, na teoria linear, a suposição de que as perturbações são pequenas permite simplificar as equações governantes, resultando em uma evolução proporcional ao fator de crescimento. No entanto, à medida que o colapso gravitacional amplifica as flutuações, os termos não lineares das equações dinâmicas se tornam dominantes, invalidando as aproximações do regime linear. Essa transição ocorre em escalas onde o contraste de densidade cresce para valores de ordem  $\delta \sim 1$ , sinalizando a necessidade de métodos que capturem a complexidade das interações gravitacionais em escalas menores.

A teoria de perturbação não linear é desenvolvida a partir de expansões que consideram termos de ordem superior nas equações diferenciais, mas sua aplicabilidade é limitada a regiões onde a não linearidade ainda é moderada [21]. Em escalas muito pequenas ou em tempos avançados, onde as flutuações colapsam para formar estruturas densas como galáxias e aglomerados, abordagens analíticas tornam-se insuficientes. Nesse cenário, simulações de N-corpos são a ferramenta mais robusta, permitindo modelar a evolução completa das estruturas ao resolver numericamente as equações de movimento para um grande número de partículas sob interação gravitacional.

Portanto, enquanto a teoria linear fornece uma descrição confiável em escalas cos-

mológicas amplas e tempos iniciais, o regime não linear é essencial para entender a formação e evolução das estruturas em escalas menores. A transição entre esses regimes marca um desafio metodológico na cosmologia, destacando os limites de cada abordagem e a necessidade de métodos híbridos, que combinem teoria e simulação, para descrever as diferentes escalas.

### 3.3 Descrição Estatística

Visto como as perturbações de densidade são originadas e crescem ao longo do tempo, devemos desenvolver maneiras de quantificar essas flutuações de forma estatística. Para isso, utilizamos ferramentas como a função de correlação, que mede a probabilidade de encontrar pares de sobredensidades em diferentes separações espaciais, e o espectro de potência, que caracteriza a distribuição das flutuações em termos de suas componentes harmônicas no espaço de Fourier. Essas duas quantidades são complementares e fornecem uma descrição abrangente das propriedades estatísticas das perturbações de densidade.

#### 3.3.1 Função de correlação de dois pontos

Por definição, a média das perturbações de densidade é nula, ou seja,  $\langle \delta(\mathbf{x}) \rangle = 0$ , uma vez que elas são medidas em relação à densidade média do Universo. No entanto, essas flutuações não estão distribuídas de maneira completamente aleatória no espaço. Isso significa que a presença de uma galáxia em uma determinada posição influencia a probabilidade de encontrar outra galáxia em regiões próximas. Para descrever essa relação espacial, introduzimos a função de correlação de dois pontos, que mede o grau de agrupamento entre as flutuações de densidade em duas posições  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{x}'$ :

$$\xi(r) = \langle \delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x}') \rangle, \quad (3.18)$$

onde  $r \equiv |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$ , pois, devido à isotropia do Universo, a função depende apenas da distância entre os pontos e não de sua orientação, e  $\langle \cdot \cdot \cdot \rangle$  representa a média estatística calculada sobre todas as realizações do campo de densidade. Essa função  $\xi(r)$  nos permite, então, quantificar o padrão de agrupamento, indicando se as flutuações em diferentes locais estão correlacionadas ou não.

No espaço de Fourier, os modos  $\mathbf{k}$  associados a pequenas flutuações evoluem independentemente no tempo. Isso ocorre porque a equação diferencial que governa o crescimento do contraste de densidade, como visto anteriormente, permanece linear quando

transformada para o espaço de Fourier. Essa propriedade torna útil a definição da função de correlação de dois pontos diretamente nesse espaço:

$$\langle \hat{\delta}(\mathbf{k}) \hat{\delta}^*(\mathbf{k}') \rangle = \int d^3x d^3x' e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e^{i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{x}'} \langle \delta(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') \rangle \quad (3.19)$$

onde  $\hat{\delta}(\mathbf{k})$  é a transformada de Fourier do campo de densidade. Substituindo a definição da função de correlação de dois pontos (3.18), e utilizando  $r \equiv |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$  podemos reescrever a integral:

$$\langle \hat{\delta}(\mathbf{k}) \hat{\delta}^*(\mathbf{k}') \rangle = \int d^3x d^3x' e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x}'} \xi(r). \quad (3.20)$$

Integrando em relação a  $\mathbf{x}'$ , obtemos a função delta de Dirac,  $(2\pi)^3 \delta_D(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ , que reflete a independência estatística entre modos de Fourier de diferentes  $\mathbf{k}$  e  $\mathbf{k}'$ , exceto quando  $\mathbf{k} = \mathbf{k}'$ . O restante da expressão define o espectro de potência,  $P(k)$ , como a transformada de Fourier da função de correlação de dois pontos:

$$\langle \hat{\delta}(\mathbf{k}) \hat{\delta}^*(\mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta_D(\mathbf{k} - \mathbf{k}') P(k). \quad (3.21)$$

No entanto, quando consideramos flutuações de densidade maiores, para as quais a evolução no tempo não pode mais ser tratada de forma linear, a independência dos modos de Fourier  $\mathbf{k}$  e  $\mathbf{k}'$  é quebrada e a interação entre diferentes modos de Fourier se torna relevante. Para modelar essa evolução, são empregados métodos como a teoria de perturbação não linear, simulações de N-corpos e também modelos de *halos*.

### 3.3.2 Espectro de potência

O espectro de potência, apresentado em (3.21), fornece uma descrição alternativa e equivalente das propriedades estatísticas do campo de densidade. Essa descrição é útil porque quantifica as flutuações em diferentes escalas no espaço de Fourier. O espectro de potência representa a contribuição de cada modo de Fourier  $\mathbf{k}$  para a variância total das flutuações de densidade:

$$P(k) \equiv \langle |\delta(\mathbf{k})|^2 \rangle. \quad (3.22)$$

Dentro do limite da teoria de perturbação linear, os modos de Fourier evoluem de forma independente e a distribuição das amplitudes de cada modo é determinada pelo processo físico que originou essas flutuações no início do Universo. A partir disso,

podemos relacionar as equações (3.17) e (3.22) para descrever a evolução das flutuações de densidade analisando o espectro de potência:

$$P(k, t) = D_+^2(t)P(k, t_0) := D_+^2(t)P_0(k), \quad (3.23)$$

onde  $P_0(k)$  é o espectro de potência primordial dado por

$$P_0(k) = A_s k^{n_s}, \quad (3.24)$$

onde  $n_s$  e  $A_s$  são parâmetros cosmológicos que descrevem o formato do espectro de potência primordial e sua amplitude, respectivamente.

Na transição para a era dominada pela matéria, a evolução das flutuações de densidade é influenciada por processos adicionais. Em particular, a escala do horizonte durante a era de radiação introduz uma modificação ao espectro primordial, resultando na inclusão de uma função de transferência  $T(k)$ :

$$P_0(k) = A_s k^{n_s} T^2(k). \quad (3.25)$$

A função  $T(k)$  encapsula os efeitos de processos físicos como a transição de eras e a natureza da matéria escura e da energia escura. Em modelos cosmológicos padrão, considera-se que a CDM é o constituinte dominante, em conformidade com observações cosmológicas.

No entanto, quando as flutuações de densidade atingem amplitudes muito grandes em uma escala específica, a teoria da perturbação linear falha, e a equação (3.25) não é mais válida. Nessas situações, o espectro de potência atual,  $P(k, t_0)$ , se desvia significativamente do espectro de potência primordial,  $P_0(k)$ . Para descrever esse regime não linear, torna-se necessário recorrer a métodos como simulações de N-corpos, que permitem capturar os efeitos não lineares com maior precisão.



# Capítulo 4

## Modelo $\Lambda$ CDM e Extensões

Neste capítulo, temos como objetivo introduzir as bases do modelo  $\Lambda$ CDM, apresentando seus principais constituintes, além de discutir acerca de seus problemas até então sem soluções. Posteriormente, apresentaremos as ideias básicas do modelo alternativo que busca resolver esses problemas. Os assuntos tratados ao longo deste capítulo podem ser encontrados nas referências [22–30].

### 4.1 Expansão Acelerada do Universo

Anteriormente, no Capítulo 2, foi explicado que a constante cosmológica, que aparece pela primeira vez em (2.8), foi inserida nas equações de campo pois Einstein acreditava que o Universo deveria ser estático e esse termo anularia a expansão ou contração natural prevista pela teoria da relatividade geral. No entanto, foi demonstrado que as soluções de Friedmann para um universo realístico sugerem que o Universo está contraindo ou expandindo. Além disso, o trabalho de Hubble com galáxias distantes pouco tempo depois forneceu as evidências necessárias para estabelecer que o Universo estava, de fato, expandindo.

No entanto, em 1998, houve outra grande descoberta realizada por duas equipes independentes de astrônomos que observaram Supernovas Tipo Ia, explosões de estrelas em sistemas binários que são extremamente brilhantes, que servem como velas padrão para medir distâncias no Universo. Ambas as equipes mediram as luminosidades e redshifts dessas supernovas e, ao comparar suas luminosidades aparentes com suas luminosidades intrínsecas, as equipes puderam determinar suas distâncias. Comparando essas distâncias com os redshifts, eles esperavam observar um Universo cuja expansão estivesse desace-

lerando devido à atração gravitacional da matéria, porém os dados mostraram que as supernovas distantes eram menos brilhantes do que deveriam ser se o Universo estivesse desacelerando, ou seja, elas estavam mais longe do que o esperado. Assim, a única explicação plausível para esse fenômeno era que o Universo estava se expandindo de forma acelerada [22, 23].

A tentativa de explicar a taxa de expansão acelerada do Universo levou ao surgimento do conceito de energia escura. Esse tipo de energia parece atuar de maneira uniforme em todo o espaço e não se agrupa em estruturas. Além disso, ela deve exercer uma pressão negativa, que contraria a atração gravitacional da matéria no Universo, causando, assim, a expansão acelerada. Para mais detalhes, veja [24].

O modelo mais simples para tentar explicar a expansão acelerada do Universo é por meio da constante cosmológica,  $\Lambda$ . A origem física da constante cosmológica estaria associada à densidade de energia do vácuo quântico, que seria, basicamente, a densidade de energia do estado de menor energia em um campo quântico. As observações cosmológicas, especialmente aquelas relacionadas à Radiação Cósmica de Fundo (RCF) e Supernovas Tipo Ia, forneceram evidências substanciais da existência da constante cosmológica e da expansão acelerada do Universo.

## 4.2 Modelo $\Lambda$ CDM

Na tentativa de explicar a expansão acelerada do Universo, foi proposto o modelo  $\Lambda$ CDM. Este modelo é baseado em diversos parâmetros cosmológicos que fornecem as informações necessárias para descrever a dinâmica, a composição e a evolução do Universo. Esses parâmetros são ajustados com base em uma variedade de observações astronômicas e desempenham um papel central na precisão e eficácia do modelo.

Primeiramente, como ferramenta útil por expressar quantidades físicas em termos de parâmetros adimensionais, definimos o parâmetro de densidade:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad (4.1)$$

onde  $\rho_c$  é a densidade crítica do Universo, isto é, a densidade de energia para que o Universo seja plano. Obtemos a equação da densidade crítica substituindo  $\kappa = 0$  e  $\Lambda = 0$

em (2.14) e, assim, obtemos a relação

$$\Omega = \frac{8\pi\rho}{3H^2}, \quad (4.2)$$

onde  $H$  é o parâmetro de Hubble, definido como  $H \equiv \dot{a}/a$ .

Em seguida, para entendermos a evolução da densidade de energia ao longo do tempo, utilizamos a equação da continuidade, derivada a partir de manipulações matemáticas envolvendo as duas equações de Friedmann, que expressam a conservação de energia em um Universo em expansão:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0, \quad (4.3)$$

e, então, definimos a equação de estado de um fluido perfeito como

$$p = w\rho, \quad (4.4)$$

onde  $w$  é o parâmetro da equação de estado. Substituindo (4.4) em (4.3) e realizando as operações necessárias, obtemos

$$\rho = \rho_0 a^{-3(1+w)}, \quad (4.5)$$

onde  $\rho_0$  é a densidade de energia atualmente,  $\rho(a = 1)$ . A partir de agora, é possível definir como se comporta a evolução da densidade de energia de cada componente do Universo.

Sabemos que  $w = 0$  para a matéria não relativística,  $w = 1/3$  para radiação e  $w = -1$  para energia escura na forma da constante cosmológica e, então, a densidade de energia total toma a seguinte forma:

$$\rho = \rho_{m,0}a^{-3} + \rho_{r,0}a^{-4} + \rho_{\Lambda,0}, \quad (4.6)$$

onde  $\rho_m$  é a soma da densidade de matéria bariônica,  $\rho_b$ , e da densidade de matéria escura,  $\rho_c$ .

Podemos substituir (4.6) em (2.14) e dividir por  $H_0^2$  para obter a primeira equação de Friedmann escrita em termos dos parâmetros de densidade:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_{r,0}(1+z)^4 + \Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda,0}, \quad (4.7)$$

onde usamos  $a = 1/(1+z)$ . Essa equação acima representa a taxa de expansão do Universo para qualquer instante no tempo cosmológico, em sua forma observacional. Em outras palavras, a equação (4.7) depende unicamente de quantidades que podem ser extraídas de observações.

### 4.3 Tensão em $H_0$ e $S_8$

O modelo  $\Lambda$ CDM, embora seja o modelo cosmológico mais aceito atualmente, tem enfrentado vários desafios para explicar algumas observações e aspectos teóricos. A seguir, destacamos dois desses problemas atuais.

A tensão em  $H_0$  refere-se à discrepância observada nas medições da constante de Hubble. Essa tensão surge porque diferentes métodos de medição fornecem valores significativamente diferentes para  $H_0$ . Existem basicamente dois métodos comuns para calcular a constante de Hubble. O primeiro envolve o uso de Supernovas Tipo Ia como velas padrão. Essas supernovas têm uma luminosidade intrínseca conhecida, permitindo que os astrônomos calculem suas distâncias com precisão. As medições feitas por equipes como o Supernova Cosmology Project e a Pantheon Collaboration fornecem valores de  $H_0$  na faixa de 73 a 75 km/s/Mpc. O segundo método envolve medições da RCF, analisando flutuações na temperatura da radiação cósmica e como essas flutuações se relacionam com a densidade total de matéria e energia do Universo. O satélite Planck forneceu um valor para  $H_0$  em torno de 67 a 69 km/s/Mpc. Atualmente, as medições desses conjuntos de dados diferem estatisticamente em mais de  $5\sigma$  de confiabilidade. Veja [25] para uma revisão recente.

A quantidade  $S_8$  é definida por meio da relação:

$$S_8 = \sigma_8 \sqrt{\frac{\Omega_m}{0.3}}, \quad (4.8)$$

onde  $\sigma_8$  descreve a amplitude das flutuações de densidade de matéria em uma esfera de  $8 h^{-1}$  Mpc de raio. Utilizamos  $S_8$  pois geralmente as observações são mais sensíveis a  $S_8$  do que a  $\sigma_8$  isoladamente. Especificamente,  $\sigma_8$  é definido como a raiz quadrada da variância das flutuações de densidade em uma esfera de  $8 h^{-1}$  Mpc, quantificando a desigualdade das densidades de matéria em relação à média em grandes escalas. Um maior valor de  $\sigma_8$  indica que as flutuações de densidade são mais pronunciadas, sugerindo uma estrutura mais complexa do Universo.

Os dados da RCF, como os do Planck, tendem a indicar valores mais altos para  $S_8$ , de aproximadamente 0.8, em comparação com medições baseadas em aglomerados de galáxias, que frequentemente fornecem valores mais baixos, de aproximadamente 0.7. Atualmente, a tensão em  $S_8$  pode variar entre  $2\sigma$  e  $5\sigma$ , dependendo dos conjuntos de dados utilizados [2, 27].

## 4.4 Modelo de Interação no Setor Escuro

A existência de discrepâncias significativas relacionadas à medição de parâmetros como  $S_8$  e  $H_0$  levanta questionamentos sobre a adequação do modelo padrão da cosmologia e pode indicar a necessidade de uma física além desse modelo. Dessa forma, foram desenvolvidos diversos modelos alternativos que buscam resolver esses problemas, como, por exemplo, o modelo de interação no setor escuro, que introduz uma parametrização fenomenológica para a interação entre matéria escura e energia escura dentro das equações de conservação, de modo que os tensores de energia-momento individuais não sejam mais conservados, embora sua soma seja conservada.

De maneira geral, assume-se que as derivadas covariantes dos tensores de energia-momento para matéria escura e energia escura evoluem, respectivamente, de acordo com

$$\begin{aligned}\nabla_\nu T_c^{\mu\nu} &= \frac{Qu_c^\mu}{a} \\ \nabla_\nu T_x^{\mu\nu} &= -\frac{Qu_c^\mu}{a},\end{aligned}\tag{4.9}$$

onde os subscritos  $c$  e  $x$  referem-se a matéria escura e energia escura, respectivamente,  $u_c^\mu$  denota o vetor quadrivelocidade da matéria escura e  $Q$  representa a taxa de interação entre matéria escura e energia escura.

Mais especificamente,  $Q$  pode ser estabelecido como  $Q = \xi\mathcal{H}\rho_x$ , onde  $\mathcal{H}$  representa a taxa conforme de Hubble, definida como  $\mathcal{H} = aH$ ,  $\rho_x$  é a densidade de energia escura e  $\xi$  é um parâmetro adimensional que define a intensidade da interação entre matéria escura e energia escura. Um  $\xi$  positivo indica transferência de energia de energia escura para matéria escura, enquanto um  $\xi$  negativo indica transferência de energia de matéria escura para energia escura. Além disso, um  $\xi$  nulo faz o modelo de interação recair no modelo padrão da cosmologia. De acordo com a literatura atual (ver [28] e as referências

citadas nesse trabalho), acredita-se que  $\xi$  seja negativo em tempos recentes. Portanto, neste trabalho, consideraremos apenas a possibilidade de  $\xi \leq 0$ .

A partir desse acoplamento entre energia escura e matéria escura, as equações da continuidade que descrevem a evolução da densidade de energia ao longo do tempo assumem a seguinte forma [26]:

$$\dot{\rho}_c + 3\mathcal{H}\rho_c = \xi\mathcal{H}\rho_x \quad (4.10)$$

$$\dot{\rho}_x + 3\mathcal{H}(1 + w_x)\rho_x = -\xi\mathcal{H}\rho_x, \quad (4.11)$$

onde  $w_x$  é o parâmetro da equação de estado da energia escura.

Integrando analiticamente as equações (4.10) e (4.11), considerando  $w_x$  e  $\xi$  constantes no tempo, elas fornecem:

$$\rho_c = \frac{\rho_{c,0}}{a^3} + \frac{\rho_{x,0}}{a^3} \left[ \frac{\xi}{3w_x + \xi} (1 - a^{-3w_x - \xi}) \right] \quad (4.12)$$

$$\rho_x = \frac{\rho_{x,0}}{a^{3(1+w_x)+\xi}}, \quad (4.13)$$

onde  $\rho_{c,0}$  e  $\rho_{x,0}$  representam a densidade de matéria escura e energia escura atual, respectivamente. Dessa forma, podemos obter uma expressão para o parâmetro de Hubble na forma:

$$\begin{aligned} \frac{H^2(a)}{H_0^2} &= \Omega_{r,0}a^{-4} + \Omega_{b,0}a^{-3} + \Omega_{c,0}a^{-3} + \\ &\Omega_{x,0}a^{-3} \left[ \frac{\xi}{3w_x + \xi} (1 - a^{-3w_x - \xi}) \right] + \frac{\Omega_{x,0}}{a^{3(1+w_x)+\xi}}, \end{aligned} \quad (4.14)$$

com os dois primeiros termos representando as contribuições da radiação e da matéria bariônica, respectivamente.

A introdução do acoplamento entre matéria escura e energia escura altera também a evolução das perturbações de densidade. Nesse trabalho, consideraremos que a energia escura é distribuída de forma homogênea em todo o Universo e, assim, não produz perturbações [30]. A descrição mais detalhada da evolução das flutuações de densidade de matéria escura no contexto do modelo de interação pode ser desenvolvida com a derivação das equações de Boltzmann, partindo da métrica de FLRW perturbada em ordem linear no calibre newtoniano [29]. No entanto, como este desenvolvimento está fora do

escopo deste trabalho, vamos utilizar um tratamento semelhante ao utilizado na teoria de perturbação linear.

A equação da continuidade linearizada (3.11), considerando os termos originados pelo acoplamento, toma a forma

$$\dot{\delta}_c = -(\theta_c - 3\dot{\Psi}) + \frac{Q}{\rho_c} \left( \frac{\delta Q}{Q} - \delta_c + \Phi \right), \quad (4.15)$$

onde  $\theta$  é o divergente da velocidade peculiar do fluido ( $\theta = \nabla \cdot \mathbf{v}$ ),  $\Phi$  e  $\Psi$  são perturbações métricas escalares no calibre newtoniano,  $\Phi$  é análogo ao potencial gravitacional em um campo de gravidade, enquanto  $\Psi$  representa o potencial gravitacional associado à curvatura do espaço-tempo e as derivadas são em relação à variável do tempo conforme,  $d\tau = dt/a(t)$ .

Por outro lado, a equação de Euler linearizada (3.12) permanece inalterada ao considerar o acoplamento, apenas fazemos a mesma modificação da derivada em relação ao tempo conforme:

$$\dot{\theta}_c = -\mathcal{H}\theta_c + k^2\Phi, \quad (4.16)$$

onde o termo  $k^2$  surge da equação de Poisson (3.13) transformada para o espaço de Fourier,

$$-k^2\Phi = 4\pi G a^2 \rho_c \delta_c. \quad (4.17)$$

Seguindo uma abordagem convencional da teoria da perturbação linear, originada das equações de Boltzmann (4.15) e (4.16) para partículas de matéria escura, da equação de Poisson (4.17) e das equações da continuidade para a densidade de energia de matéria escura (4.10), podemos obter a equação do crescimento linear na presença da interação entre matéria escura e energia escura [28]:

$$D'' + D' \left[ \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} + \frac{r_{xc}\xi}{a} + 3 \right] - D \left[ \frac{3}{2}\Omega_c - \frac{r_{xc}\xi\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} + \frac{r_{xc}\xi}{a^2} (\xi + 3\omega_x + r_{xc}\xi - a) \right] = 0, \quad (4.18)$$

onde definimos  $r_{xc} = \rho_x/\rho_c$  e a diferenciação é realizada em relação ao fator de escala  $x' = dx/d\ln a$ . A equação (4.18) caracteriza o fator de crescimento de primeira ordem  $D(a)$  e serve como uma equação fundamental para simulações de N-corpos pois garante

a implementação precisa da aproximação de Zel'dovich em cada intervalo de tempo, utilizando a equação de movimento  $x(a) = q + D(a)s$ .

# Capítulo 5

## Desenvolvimento do Emulador

Uma vez abordados todos os aspectos cruciais que envolvem a formação de estruturas cósmicas e sua evolução, podemos tratar acerca das simulações de N-corpos. Assim, no capítulo que segue, esclarecemos o funcionamento do código pmwd considerando as modificações causadas pelo modelo de interação no setor escuro e desenvolvemos um emulador para o espectro de potência a partir dos dados obtidos das simulações. Além disso, demonstramos alguns resultados que atestam a precisão do nosso emulador. Os assuntos tratados ao longo deste capítulo podem ser encontrados em [28, 31–35].

### 5.1 Simulações de N-corpos

Como ressaltado no Capítulo 3, a formação de estruturas em uma teoria específica é mais precisamente modelada por meio de simulações de N-corpos, principalmente nas escalas pequenas em que a evolução das perturbações de densidade segue um regime não linear. Nesse tipo de simulações numéricas, as partículas são deslocadas progressivamente de suas posições iniciais de acordo com a equação de Poisson, a taxa de expansão do Universo e as condições iniciais. Neste trabalho, utilizamos o código pmwd [31, 32], uma biblioteca diferenciável de simulações de N-corpos baseada em malhas de partículas cosmológicas. A Figura 5.1 exemplifica o processo de simulação direta realizado pelo pmwd. Em seguida, descrevemos, de forma resumida, as principais quantidades físicas que são essenciais e dependentes do modelo ao rodar as simulações.

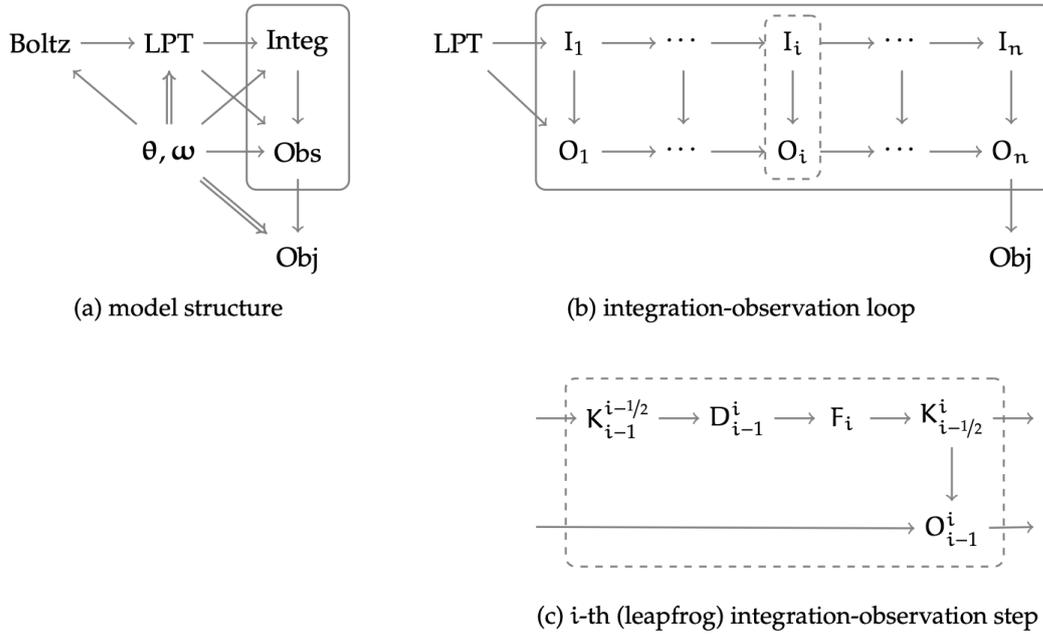


FIGURA 5.1. Modelo direto do Universo baseado em simulação. (a) Ilustra a estrutura geral do modelo. As setas simples que apontam para os parâmetros cosmológicos  $\theta$  e modos de ruído branco  $\omega$  indicam uma dependência apenas de  $\theta$ , enquanto as setas duplas representam uma dependência de ambos  $\theta$  e  $\omega$ . O loop de integração temporal mostrado em (b) expande a caixa sólida de (a), e um único passo de tempo em (c) amplia ainda mais a caixa tracejada de (b). Diferentes operadores são descritos: Solucionador de Boltzmann (“Boltz”); gerador de condições iniciais pela teoria de perturbação Lagrangiana (“LPT”); solucionador de força ( $F$ ); integração temporal (“Integ”); chute ( $K$ ) e deriva ( $D$ ); observação (“Obs” e  $O$ ); e objetivo (“Obj”). Fonte: [31].

As partículas de  $N$ -corpos são utilizadas para representar a distribuição de matéria no início da história cósmica, quando o fator de escala  $a(t)$  era muito pequeno. Inicialmente, as partículas estão localizadas em suas posições lagrangianas  $\mathbf{q}$  em uma grade cartesiana. Elas evoluem para novas posições  $\mathbf{x}$  através de deslocamentos  $\mathbf{s}$  por meio de  $\mathbf{x} = \mathbf{q} + \mathbf{s}(\mathbf{q})$ .

As condições iniciais das partículas podem ser definidas perturbativamente quando a aproximação linear das flutuações de densidade é muito menor que 1. Assim, podemos calcular os deslocamentos e momentos iniciais usando a teoria de perturbação Lagrangiana de segunda ordem (2LPT) [36]:

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= D_1 \mathbf{s}^{(1)} + D_2 \mathbf{s}^{(2)}, \\ \mathbf{p} &= a^2 H (D'_1 \mathbf{s}^{(1)} + D'_2 \mathbf{s}^{(2)}). \end{aligned} \tag{5.1}$$

A expansão cósmica dada por  $H$ , modificada pela equação (4.14), permite que a posição física evolua paralelamente à expansão do fator escala. A quantidade  $\mathbf{p}$  é o momento canônico para a coordenada canônica  $\mathbf{x}$  e  $D$  é o fator de crescimento, com os índices 1 e 2 representando cálculos de primeira e segunda ordens.

A equação de crescimento linear de entrada é dada para a solução da equação (4.18). No entanto, seguindo [31], precisamos escrever a equação de crescimento usando os seguintes fatores de supressão:

$$G_m \equiv D_m/a^m, \quad (5.2)$$

onde o índice  $m$  significa a ordem da expansão perturbativa nas respectivas quantidades. Utilizando os fatores de supressão (5.2), as derivadas do fator de crescimento tomam a seguinte forma

$$\begin{aligned} D_m &= a^m G_m, \\ D'_m &= a^m (m G_m + G'_m), \\ D''_m &= a^m (m^2 G_m + 2m G'_m + G''_m). \end{aligned} \quad (5.3)$$

As derivadas de primeira ordem na aproximação 2LPT são, então, escritas como

$$\begin{aligned} D_1 &= a G_1, \\ D'_1 &= a (G_1 + G'_1), \\ D''_1 &= a (G_1 + 2G'_1 + G''_1), \end{aligned} \quad (5.4)$$

analogamente obtemos as derivadas de segunda ordem:

$$\begin{aligned} D_2 &= a^2 G_2, \\ D'_2 &= a^2 (2G_2 + G'_2), \\ D''_2 &= a^2 (4G_2 + 4G'_2 + G''_2). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Desse modo, para a estrutura de interação no setor escuro considerada neste trabalho, as equações  $G$  de primeira e segunda ordem assumem, respectivamente, a seguinte forma:

$$\begin{aligned} G''_1 + G'_1 \left[ \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} + \frac{r_{xc}\xi}{a} + 5 \right] + G_1 \left[ \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} + \frac{r_{xc}\xi}{a} + 4 - \right. \\ \left. \left( \frac{3}{2}\Omega_c - \frac{r_{xc}\xi\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} + \frac{r_{xc}\xi}{a^2} \right) (\xi + 3\omega_x + r_{xc}\xi - a) \right] = 0, \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} G''_2 + G'_2 \left( 4 + \left[ \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} + \frac{r_{xc}\xi}{a} + 3 \right] \right) + G_2 \left( 4 + 2 \left[ \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} + \frac{r_{xc}\xi}{a} + 3 \right] - \right. \\ \left. \left[ \frac{3}{2}\Omega_c - \frac{r_{xc}\xi\mathcal{H}'}{\mathcal{H}} + \frac{r_{xc}\xi}{a^2} (\xi + 3\omega_x + r_{xc}\xi - a) \right] \right) = \frac{3}{2}\Omega_m G_1^2, \end{aligned} \quad (5.7)$$

compondo um sistema de equações acopladas, uma vez que a equação (5.7) depende do termo  $G_1$ , dado pela equação (5.6).

A sobredensidade linear  $\delta^{(1)}$ , que origina as condições iniciais das partículas, é, no consenso cosmológico, um campo aleatório gaussiano homogêneo e isotrópico caracterizado pelo espectro de potência linear da matéria,  $P_{lin}$ ,

$$\langle \delta^{(1)}(\mathbf{k}) \delta^{(1)}(\mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^D(\mathbf{k} + \mathbf{k}') P_{lin}(k) \simeq \delta^K(\mathbf{k} + \mathbf{k}') V P_{lin}(k), \quad (5.8)$$

onde  $V$  é o volume de uma caixa periódica. A homogeneidade exige que os vetores de onda sejam descorrelacionados e a isotropia permite que  $P_{lin}$  não dependa da direção do vetor de onda, mas apenas da sua magnitude. Assim, a perturbação linear de densidade  $\delta^{(1)}$  pode ser calculada por meio de

$$\delta^{(1)} = \sqrt{V P_{lin}(k)} \omega(k), \quad (5.9)$$

sendo  $\omega(k)$  a transformada de Fourier de um campo de ruído branco real  $\omega(q)$ .

A teoria da perturbação define o espectro de potência linear cosmológico de entrada como

$$\frac{k^3}{2\pi^2} P_{lin}(k) = \frac{4}{25} A_s \left( \frac{k}{k_{pivot}} \right)^{n_s-1} T^2(k) \frac{c^4 k^4}{\Omega_m^2 H_0^4} \left( \frac{D^2(z)}{D^2(0)} \right), \quad (5.10)$$

onde  $D$  é a equação de crescimento linear,  $T$  é a função de transferência,  $A_s$  é a amplitude do espectro de potência primordial definido em algum  $k_{pivot}$  de escala fixa e  $n_s$  descreve a forma do espectro de potência primordial. Em resumo, é necessário discretizar os modos de ruído branco  $\omega$  e resolver as funções de crescimento e transferência, onde ambos dependem de um conjunto de parâmetros cosmológicos.

O solucionador de gravidade é o componente central da simulação gravitacional de N-corpos. O potencial gravitacional gerado pelas flutuações na densidade da matéria obedece à equação de Poisson, que pode ser resolvida de maneira eficiente no espaço de Fourier. Como não estamos introduzindo alterações na teoria gravitacional, tanto a equação de Poisson quanto o núcleo do solucionador de gravidade permanecem inalterados e podem ser vistos com detalhes em [31].

## 5.2 Espectros de Potência da Matéria via Simulações de N-corpos

Para realizar as simulações, rodamos a evolução de  $128^3$  partículas com precisão única em uma malha tridimensional (256, 256, 256) em uma caixa  $(128Mpc/h)^3$  para 63 passos de tempo. O tamanho da caixa afeta principalmente o espectro de potência em grandes escalas causado pela variância cósmica, e estamos interessados em modelar o espectro de potência da matéria em pequenas escalas. Por outro lado, a resolução afeta principalmente o espectro de potência próximo ao limite de Nyquist em pequenas escalas. Para uma melhor comparação, aplicamos suavização com filtro gaussiano para remover o ruído em nossas figuras. Assim, um desvio padrão de  $\sigma = 2.5$  é adotado para os núcleos gaussianos em todas as simulações.

No intuito de desenvolver um emulador para o espectro de potência da matéria, devemos gerar uma quantidade de dados significativa para treiná-lo eficientemente. Por isso, realizamos 10000 simulações totais, 2500 para  $z = 0$ , 2500 para  $z = 0.5$ , 2500 para  $z = 1$  e 2500 para  $z = 1.5$ . Os valores dos demais parâmetros cosmológicos são gerados aleatoriamente dentro de um intervalo significativo e constam na Tabela 5.1. No contexto deste trabalho, fixamos o valor do parâmetro da equação de estado da energia escura em  $w = -1.01$  para diferenciar da constante cosmológica e consideramos apenas a possibilidade de que  $\xi$  seja negativo, pois são esses valores negativos que permitem que o modelo explique as anomalias atuais observadas no modelo  $\Lambda$ CDM.

TABELA 5.1. Faixa de valores dos parâmetros cosmológicos utilizados para gerar 10000 simulações de N-corpos que serão usados para treinar a rede neural.

Parâmetros	Intervalo de valores
$10^9 A_s$	[1.61,3.00]
$n_s$	[0.9,1.1]
$\Omega_c$	[0.10,0.45]
$\Omega_b$	[0.039,0.053]
$h$	[0.4,0.8]
$\xi$	[-0.5,0]

Na Figura 5.2, podemos observar a razão entre o espectro de potência não linear

e linear obtidos para todas as simulações nas quais  $-0.01 \leq \xi \leq 0$ . Verificamos que o gráfico condiz com o esperado, visto que para grandes escalas as razões estão em torno de 1 e logo após apresentam um aumento na fase de transição do regime linear para o regime não linear, além das razões possuírem um valor máximo em pequenas escalas.

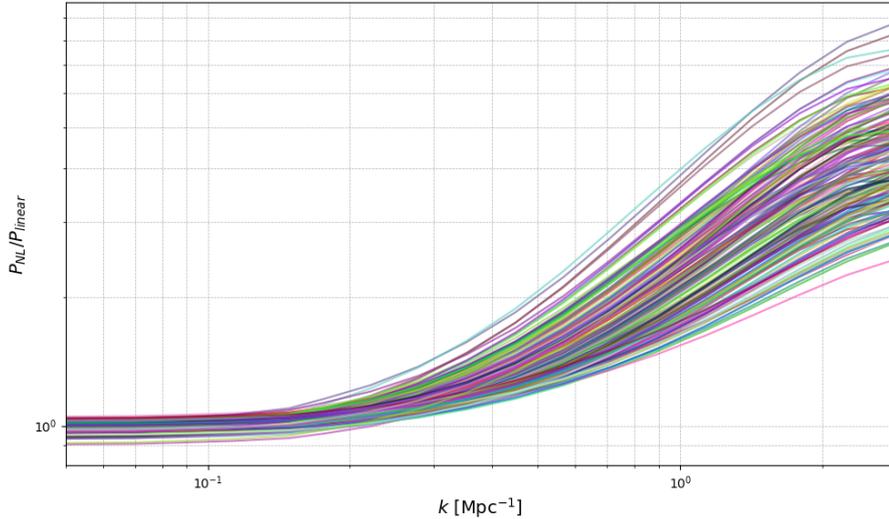


FIGURA 5.2. Razão entre o espectro de potência não linear e linear em função do número de onda para todas as simulações que possuem  $-0.01 \leq \xi \leq 0$ .

Na Figura 5.3, por outro lado, podemos observar a razão entre o espectro de potência não linear e linear obtidos para todas as simulações nas quais  $-0.1 \leq \xi \leq 0$ . Dessa vez, verificamos uma peculiaridade, o formato das razões segue como esperado, porém os valores não. Isso se dá pelo fato de que durante as simulações, por algum motivo ainda a ser investigado em detalhes, mas que será tratado com mais profundidade em trabalhos futuros, verificamos que quanto menor o valor de  $\xi$ , menor era a amplitude do espectro de potência não linear e, estranhamente, maior era a amplitude do espectro de potência linear, gerando razões que iniciam em valores menores que 1. Essa questão, no entanto, não afeta este trabalho pois nosso objetivo é criar um código emulador base para o espectro de potência da matéria não linear, e não descrever os aspectos teóricos da física por trás desse comportamento.

Além de visualizar amostras dos dados utilizados para o treinamento do emulador, também podemos espalhar as partículas na malha para obter o campo de densidade e traçar a projeção 2D de uma fatia desse campo, como mostrado na Figura 5.4. Essa projeção possibilita uma visualização nítida da formação de estruturas em largas escalas

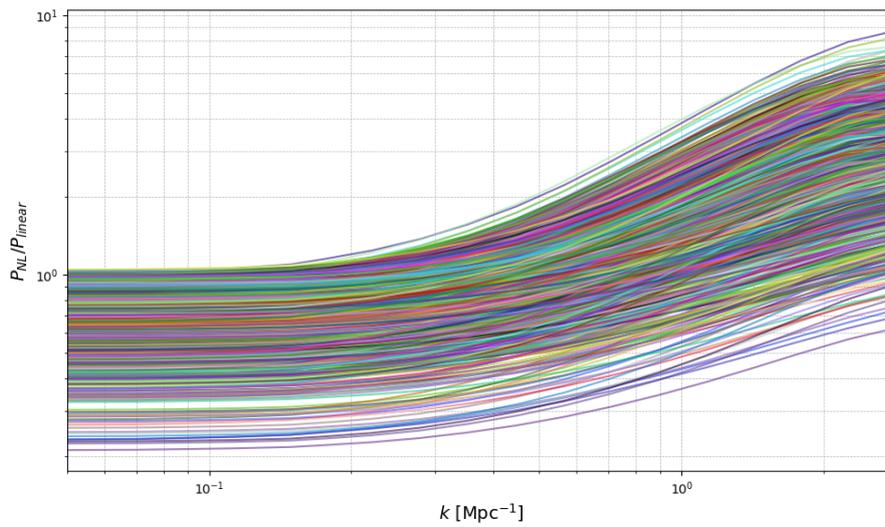


FIGURA 5.3. Razão entre o espectro de potência não linear e linear em função do número de onda para todas as simulações que possuem  $-0.1 \leq \xi \leq 0$ .

devido à gravitação e à evolução das flutuações de densidade e está associada ao conceito da “teia cósmica”. Observamos que, conforme o parâmetro  $\xi$  diminui, da esquerda para a direita, a densidade de matéria do campo de densidade também diminui, resultado da transferência de energia de matéria escura para energia escura.

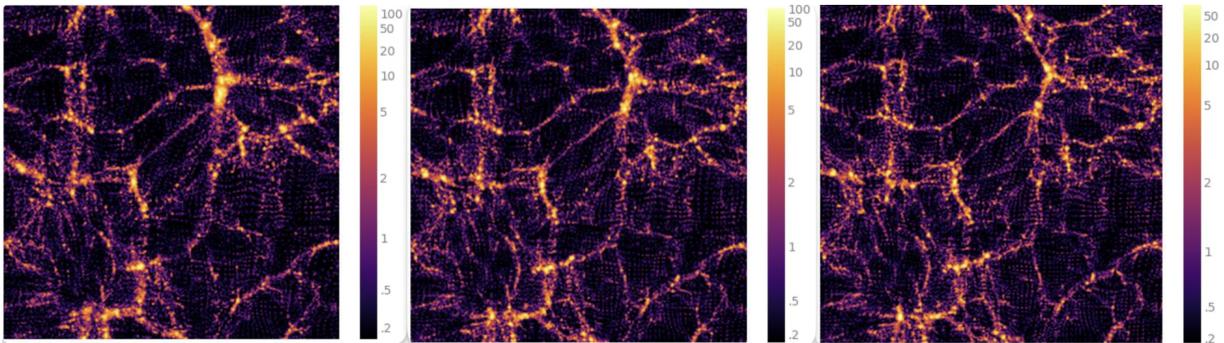


FIGURA 5.4. Projeção bidimensional de uma fatia do campo de densidade resultante do espalhamento das partículas na malha para simulações com  $10^9 A_s = 2$ ,  $n_s = 0.96$ ,  $\Omega_c = 0.25$ ,  $\Omega_b = 0.05$ ,  $h = 0.7$ ,  $z = 0$  e  $\xi = 0$  (esquerda),  $\xi = -0.25$  (centro) e  $\xi = -0.5$  (direita).

## 5.3 Redes Neurais

As redes neurais são um modelo de computação inspirado no funcionamento do cérebro humano e desempenham um papel fundamental em muitos avanços do aprendizado de máquina. Essas redes neurais são compostas por unidades chamadas neurônios artifi-

ciais ou nós, análogos aos neurônios biológicos. Múltiplos neurônios formam camadas que são divididas em diferentes funções. As camadas de entrada recebem os dados de entrada, camadas ocultas processam as informações recebidas e as camadas de saída produzem os resultados finais ou previsões. A Figura 5.5 apresenta um esquema da emulação de rede neural implementada no CosmoPower [34].

Cada conexão entre os neurônios tem um peso que ajusta a importância do sinal transmitido. Cada neurônio também possui um valor de *bias* que ajuda a ajustar a função de ativação que determina a saída de um neurônio com base na soma ponderada das entradas. Durante o treinamento, a rede ajusta os pesos e *bias*es para minimizar a diferença entre as previsões e as respostas reais. Redes neurais podem modelar relações complexas e não lineares entre dados, o que pode ser difícil para modelos tradicionais de aprendizado de máquina.

Na criação do emulador, utilizamos a biblioteca CosmoPower [33–35], cujo principal objetivo é resolver problemas inversos por meio do desenvolvimento de pipelines de inferência bayesiana que aproveitam o poder computacional do aprendizado de máquina

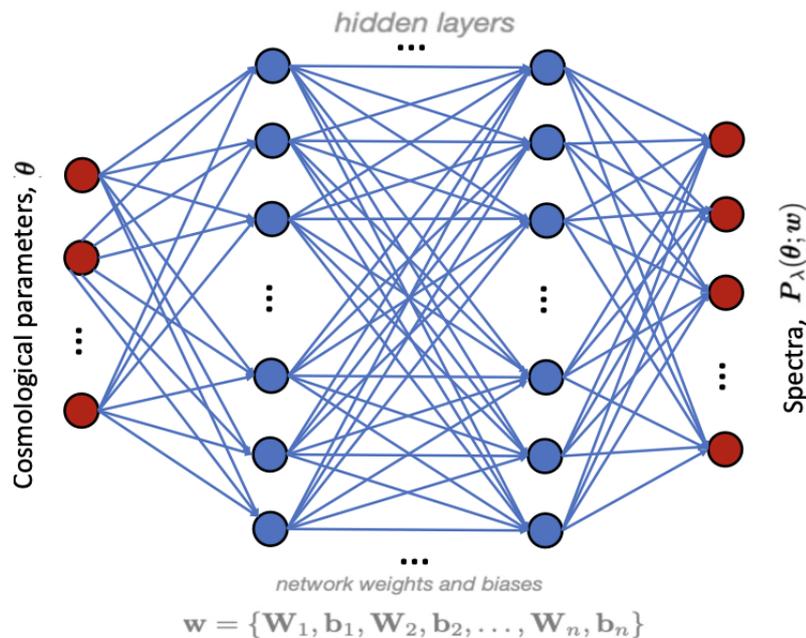


FIGURA 5.5. Esquema da emulação de redes neurais implementadas no CosmoPower. Uma rede neural é treinada para aprender o mapeamento entre parâmetros cosmológicos e espectros de potência. Fonte: [34].

para acelerar o processo de inferência. Os emuladores criados pelo CosmoPower podem ser usados para substituir códigos de Boltzmann, como CAMB [37] ou CLASS [38], em pipelines de inferência cosmológica, para obter os espectros de potência necessários para análises estatísticas. Isso fornece aceleração de ordens de grandeza ao pipeline de inferência e integra-se naturalmente com técnicas eficientes para amostragem de espaços de parâmetros de dimensões muito altas. O funcionamento esquematizado do processo de treinamento e uso dos emuladores pode ser visualizado na Figura 5.6.

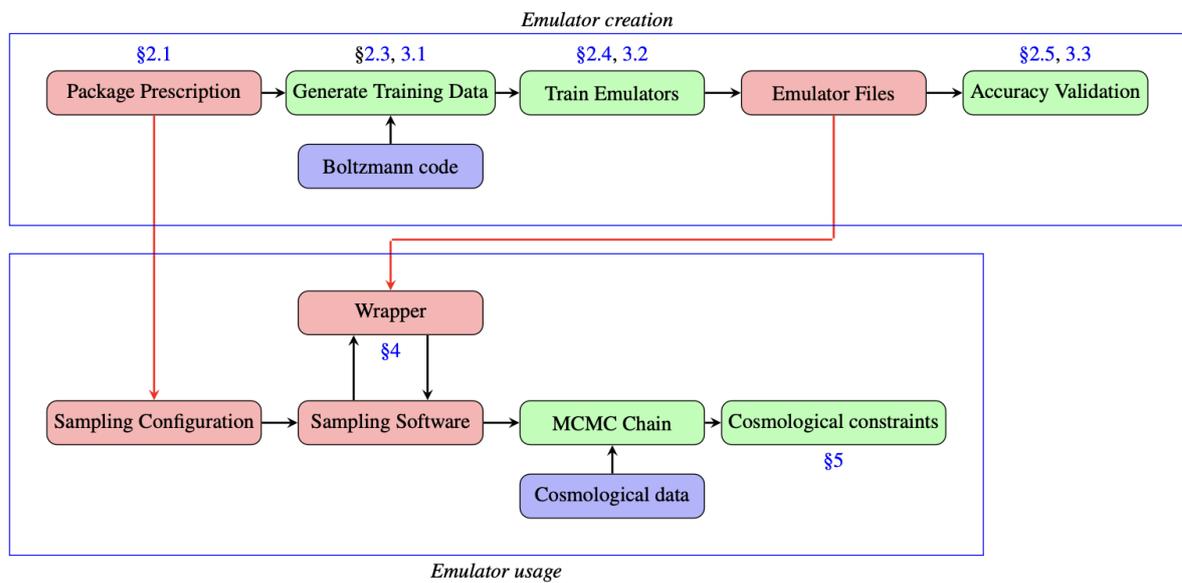


FIGURA 5.6. Visão geral do fluxo de trabalho com CosmoPower: Para criar um novo emulador (caixa azul superior), escrevemos uma prescrição de pacotes, usamos isso para gerar dados de treinamento e, a partir disso, treinamos emuladores que geram vários arquivos de emulador, para os quais podemos facilmente gerar gráficos que validam a precisão dos emuladores. Esta prescrição de pacotes e o conjunto de arquivos do emulador são então compartilhados com o usuário final (setas vermelhas), que deseja usar os emuladores (caixa azul inferior): a prescrição é colocada dentro do arquivo de configuração de amostragem, que é fornecido aos nossos wrappers de software, que fornece ao usuário uma cadeia MCMC que pode ser usada para encontrar restrições cosmológicas. Fonte: [35].

Neste trabalho, nos restringimos à caixa azul superior da Figura 5.6, focando no treinamento do emulador com base nos resultados obtidos com as simulações realizadas com o código pmwd modificado para o contexto de interação no setor escuro. Além disso, realizaremos uma comparação entre os espectros de potência gerados por ambos para validar a precisão do emulador.

Utilizamos as 10000 simulações geradas anteriormente para desenvolver um emulador do espectro de potência da matéria não linear. O treinamento é realizado em etapas, cada uma com uma taxa de aprendizado progressivamente menor, permitindo ajustes rápidos no início e refinamentos mais sutis no final. Na criação do emulador, utilizamos dados dos parâmetros cosmológicos e dos espectros de potência de 1000 simulações como dados de validação, o que ajuda a monitorar o desempenho do modelo em dados não vistos durante o treinamento, prevenindo *overfitting*. Se o desempenho do modelo em dados de validação não melhorar após 200 épocas, o treinamento para na respectiva etapa, sendo que cada etapa do treinamento pode rodar até 1000 épocas, embora a parada antecipada geralmente encerre o treinamento antes disso.

## 5.4 Espectros de Potência da Matéria via Emulador

Uma vez treinado o emulador, podemos comparar os espectros de potência da matéria gerados pelas simulações de N-corpos com os espectros de potência da matéria previstos pelo emulador. Para isso, utilizamos novamente valores aleatórios de parâmetros dentro dos intervalos da Tabela 5.1, porém para combinações de parâmetros não utilizadas no treinamento ou validação do emulador. Além disso, ao lado das comparações, considerando o mesmo conjunto de parâmetros, plotamos gráficos da razão entre o espectro de potência da matéria não linear emulado e simulado. Esses gráficos encontram-se nas Figuras 5.7 e 5.8 e são gerados em  $z = 0$ .

Os valores dos parâmetros testes que correspondem a cada linha dos gráficos presentes nas Figuras 5.7 e 5.8 são listados a seguir:

- Primeira linha:  $\Omega_b = 0.0450$ ,  $\Omega_c = 0.2936$ ,  $10^9 A_s = 2.3054$ ,  $n_s = 1.0372$ ,  $\xi = -0.2825$ ,  $h = 0.6191$ .
- Segunda linha:  $\Omega_b = 0.0477$ ,  $\Omega_c = 0.1098$ ,  $10^9 A_s = 1.9055$ ,  $n_s = 0.9159$ ,  $\xi = -0.2754$ ,  $h = 0.5305$ .
- Terceira linha:  $\Omega_b = 0.0418$ ,  $\Omega_c = 0.4484$ ,  $10^9 A_s = 2.0938$ ,  $n_s = 0.9365$ ,  $\xi = -0.3113$ ,  $h = 0.4188$ .
- Quarta linha:  $\Omega_b = 0.0517$ ,  $\Omega_c = 0.2408$ ,  $10^9 A_s = 1.7644$ ,  $n_s = 0.9662$ ,  $\xi = -0.3352$ ,  $h = 0.7823$ .

- Quinta linha:  $\Omega_b = 0.0464$ ,  $\Omega_c = 0.4147$ ,  $10^9 A_s = 2.3727$ ,  $n_s = 0.9810$ ,  $\xi = -0.2119$ ,  $h = 0.7466$ .
- Sexta linha:  $\Omega_b = 0.0487$ ,  $\Omega_c = 0.2625$ ,  $10^9 A_s = 1.6139$ ,  $n_s = 1.0037$ ,  $\xi = -0.3499$ ,  $h = 0.4159$ .
- Sétima linha:  $\Omega_b = 0.0393$ ,  $\Omega_c = 0.3206$ ,  $10^9 A_s = 2.8107$ ,  $n_s = 0.9020$ ,  $\xi = -0.0346$ ,  $h = 0.6588$ .
- Oitava linha:  $\Omega_b = 0.0424$ ,  $\Omega_c = 0.3484$ ,  $10^9 A_s = 2.9644$ ,  $n_s = 1.0052$ ,  $\xi = -0.3461$ ,  $h = 0.6509$ .

Observamos que os resultados são satisfatórios, apresentando desvios que, na maioria das vezes, são muito pequenos em relação a 1, representando variações inferiores a 1%. Quando presentes, esses desvios concentram-se nas regiões de maiores valores de  $k$ , correspondendo a pequenas escalas. Além disso, as razões que mais se afastam de 1 estão associadas às combinações mais extremas de parâmetros, podendo ser interpretadas como situações não físicas quando comparadas a observações reais.

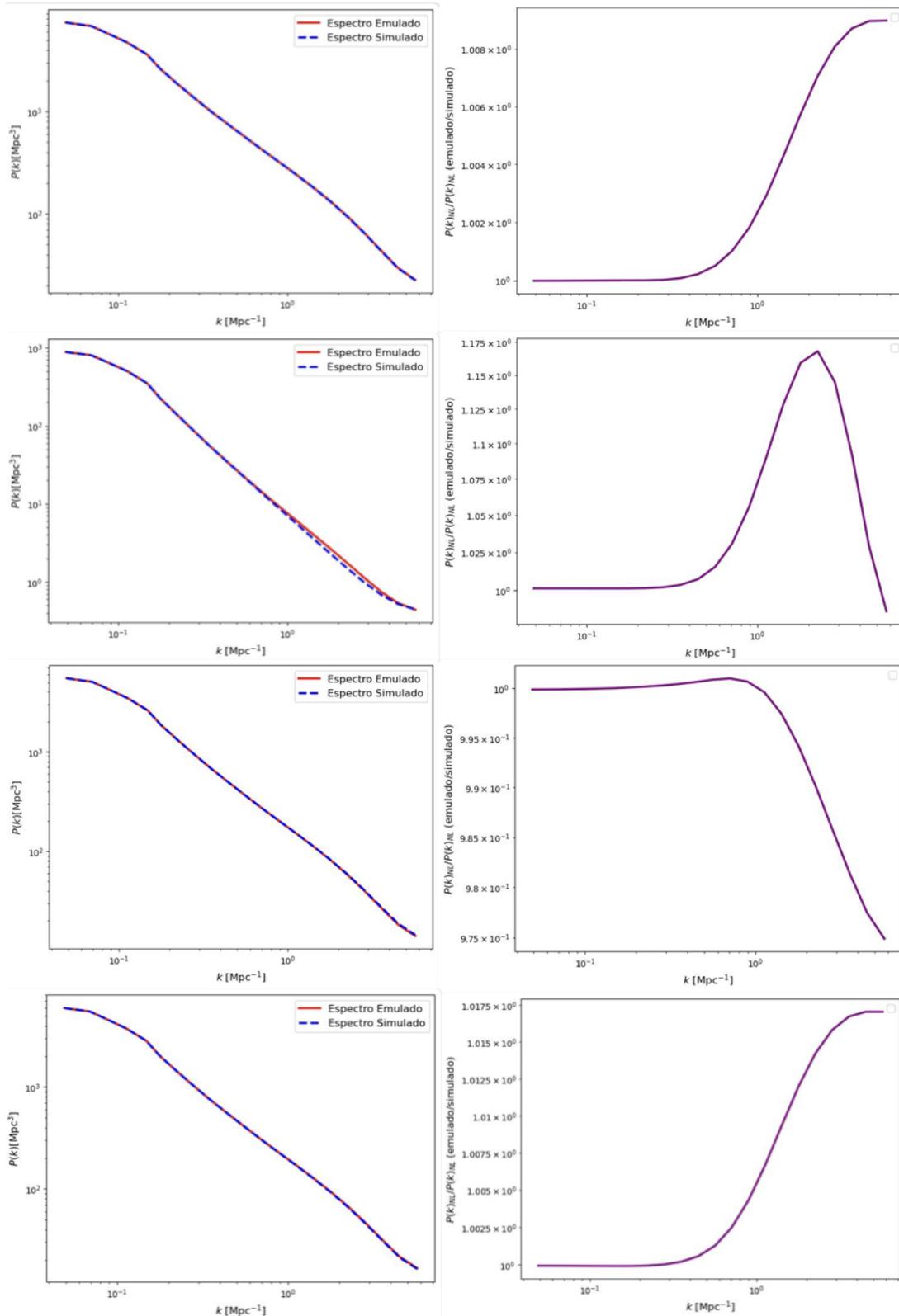


FIGURA 5.7. À esquerda: Comparação entre os espectros de potência da matéria não lineares gerados pelas simulações e previstos pelo emulador. À direita: Avaliação da precisão do emulador por meio da análise da razão entre os dois métodos de obtenção dos espectros. Fonte: O Autor.

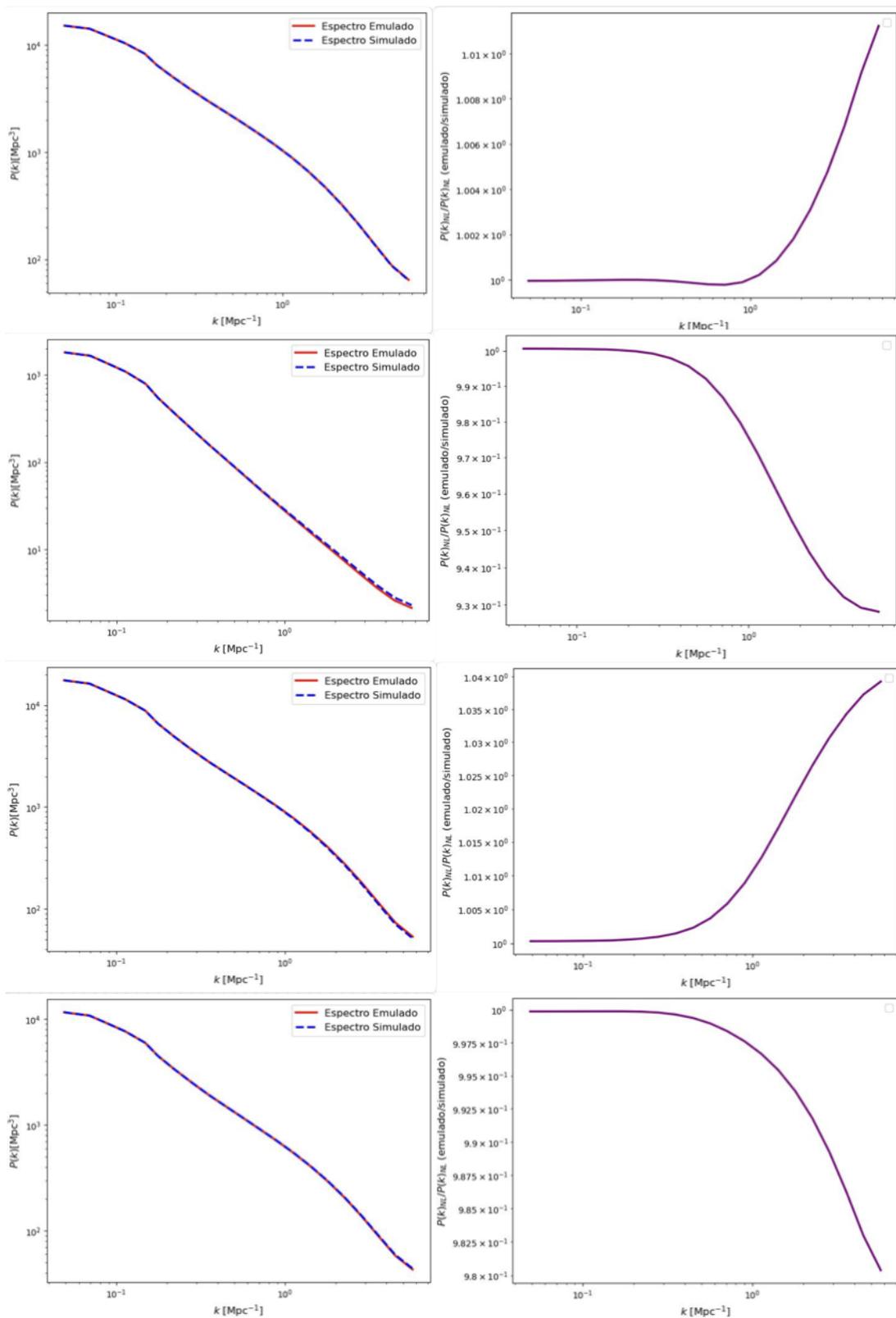


FIGURA 5.8. À esquerda: Comparação entre os espectros de potência da matéria não lineares gerados pelas simulações e previstos pelo emulador. À direita: Avaliação da precisão do emulador por meio da análise da razão entre os dois métodos de obtenção dos espectros. Fonte: O Autor.



# Capítulo 6

## Conclusão

Obtivemos as equações de Friedmann por meio da cosmologia relativística, abordando as equações de campo de Einstein, a métrica de FLRW e o tensor de energia-momento. Logo após, partimos para o principal objetivo no tratamento das simulações de N-corpos, a formação de estruturas no Universo. Para isso, introduzimos aspectos importantes acerca da matéria escura e seu papel crucial na formação de estruturas por meio da criação de halos que aprisionam matéria bariônica.

Além disso, tratamos da distribuição inhomogênea de matéria no Universo em pequenas escalas e como essas inhomogeneidades tornam a formação de estruturas cósmicas possíveis por meio do estudo do modelo de instabilidade gravitacional, o qual descreve a evolução das flutuações de densidade. Nesse sentido, desenvolvemos a teoria de perturbação linear, válida para pequenas perturbações, e encontramos uma solução para a evolução das flutuações de densidade. Também expusemos que quando as perturbações deixam de ser pequenas devemos utilizar a teoria de perturbação não linear e, para isso, utilizamos as simulações de N-corpos. Por último, definimos duas ferramentas importantes que nos permitem quantificar as estruturas do Universo, a função de correlação de dois pontos e o espectro de potência. Por meio de uma análise desse último, encontramos uma solução que descreve a sua evolução.

Em seguida, estudamos os principais componentes do modelo  $\Lambda$ CDM, definindo os parâmetros de densidade que definem modelos cosmológicos. Além disso, definimos o modelo alternativo de interação no setor escuro, no qual é introduzido um acoplamento entre matéria escura e energia escura, modificando as equações de Friedmann e a equação de crescimento linear.

Introduzimos as simulações de N-corpos e analisamos o funcionamento da metodologia do código pmwd modificado para o modelo de interação no setor escuro. Por meio desse código, rodamos 10.000 simulações para obter dados suficientes para desenvolver um emulador do espectro de potência da matéria para o modelo de interação por meio de redes neurais utilizando a biblioteca CosmoPower.

Na cosmologia moderna, o espectro de potência é o principal estimador para qualquer análise estatística e observacional relacionada à formação de estruturas em grandes e pequenas escalas, como uma função do tempo cosmológico ou redshift. Para extrair informações cosmológicas e astrofísicas sobre a formação e evolução de estruturas, é essencial ter uma modelagem robusta dessa ferramenta. Soluções semi-analíticas e computacionais são fisicamente e matematicamente complexas para descrever o  $P(k)$  em regiões não lineares. Com a realização de surveys como o DESI, o Euclid e o LSST, que fornecerão uma vasta quantidade de dados cosmológicos e astrofísicos em regiões de formação não linear, é crucial dispor de um modelo robusto do espectro de potência da matéria para extrair informações precisas desses surveys. Neste trabalho de revisão, optamos por construir o  $P(k)$  puramente a partir de dados de simulações, evitando a necessidade de modelos astrofísicos de alta complexidade matemática.

Dessa forma, concluímos que o emulador desenvolvido é capaz de prever espectros de potência da matéria em um modelo alternativo ao modelo padrão da cosmologia de maneira rápida e eficiente. Essa ferramenta pode ser útil para a realização de análises estatísticas de dados observacionais, podendo, assim, complementar investigações futuras sobre as tensões cosmológicas, como as relacionadas a  $\sigma_8$  e à constante de Hubble.

# Referências Bibliográficas

- [1] N. Aghanim, Y. Akrami *et al.*, “Planck2018 results: Vi. cosmological parameters,” *Astronomy amp; Astrophysics*, vol. 641, p. A6, Sep. 2020. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201833910>
- [2] L. Perivolaropoulos and F. Skara, “Challenges for lambda-cdm: An update,” *New Astronomy Reviews*, vol. 95, p. 101659, Dec. 2022. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.newar.2022.101659>
- [3] E. Di Valentino, L. A. Anchordoqui *et al.*, “Snowmass2021 - letter of interest cosmology intertwined i: Perspectives for the next decade,” *Astroparticle Physics*, vol. 131, p. 102606, Sep. 2021. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.astropartphys.2021.102606>
- [4] P. Bull, Y. Akrami *et al.*, “Beyond lambda-cdm: Problems, solutions, and the road ahead,” *Physics of the Dark Universe*, vol. 12, p. 56–99, Jun. 2016. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.dark.2016.02.001>
- [5] D. Collaboration, A. Aghamousa *et al.*, “The desi experiment part i: Science, targeting, and survey design,” 2016. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1611.00036>
- [6] A. Blanchard, S. Camera *et al.*, “Euclid preparation: Vii. forecast validation for euclid cosmological probes,” *Astronomy amp; Astrophysics*, vol. 642, p. A191, Oct. 2020. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/202038071>
- [7] Ivezić, S. M. Kahn *et al.*, “Lsst: From science drivers to reference design and anticipated data products,” *The Astrophysical Journal*, vol. 873, no. 2, p. 111, Mar. 2019. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4357/ab042c>
- [8] R. d’Inverno and J. Vickers, *Introducing Einstein’s Relativity*. Oxford University Press, 2022.
- [9] C. W. Kilmister and B. F. Schutz, “A first course in general relativity,” *The Mathematical Gazette*, vol. 70, 1986.
- [10] R. J. Nemiroff and B. Patla, “Adventures in friedmann cosmology: A detailed expansion of the cosmological friedmann equations,” *American Journal of Physics*, vol. 76, no. 3, p. 265–276, Mar. 2008. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1119/1.2830536>
- [11] J. A. Romeu, “Derivation of friedman equations,” *Lecture note*, 2014.
- [12] P. J. E. Peebles and E. Harrison, “Principles of physical cosmology,” *American Journal of Physics*, vol. 62, 1994.

- [13] A. D. Popolo, “Dark matter, density perturbations and structure formation,” 2002. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0209128>
- [14] P. J. E. Peebles, *The Large-Scale Structure of the Universe*. Princeton University Press, 1980.
- [15] —, *Cosmology’s Century*. Princeton University Press, 1993.
- [16] M. Pinsonneault and B. Ryden, “Stellar structure and evolution,” *Observatory*, vol. 143, 2023.
- [17] Z. Ma, “The nonlinear matter power spectrum,” *The Astrophysical Journal*, vol. 665, no. 2, p. 887–898, Aug. 2007. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1086/519440>
- [18] P. Schneider, *Extragalactic astronomy and cosmology: An introduction*. Springer, 2006.
- [19] F. Zwicky, “Republication of: The redshift of extragalactic nebulae,” *General Relativity and Gravitation*, vol. 41, no. 1, pp. 207–224, Jan. 2009.
- [20] V. C. Rubin and J. Ford, W. Kent, “Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions,” , vol. 159, p. 379, Feb. 1970.
- [21] S. R. Goldberg, C. S. Gallagher, and T. Clifton, “Perturbation theory for cosmologies with nonlinear structure,” *Physical Review D*, vol. 96, no. 10, Nov. 2017. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.96.103508>
- [22] A. G. Riess, A. V. Filippenko *et al.*, “Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant,” *The Astronomical Journal*, vol. 116, no. 3, p. 1009–1038, Sep. 1998. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1086/300499>
- [23] S. Perlmutter, G. Aldering *et al.*, “Measurements of  $\Omega$  and  $w$  from 42 high-redshift supernovae,” *The Astrophysical Journal*, vol. 517, no. 2, p. 565–586, Jun. 1999. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1086/307221>
- [24] L. Amendola and S. Tsujikawa, *Dark energy: Theory and observations*. Cambridge University Press, 2010.
- [25] E. Di Valentino, O. Mena *et al.*, “In the realm of the hubble tension — a review of solutions,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 38, no. 15, p. 153001, Jul. 2021. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6382/ac086d>
- [26] J. Väliiviita, E. Majerotto, and R. Maartens, “Large-scale instability in interacting dark energy and dark matter fluids,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2008, no. 07, p. 020, Jul. 2008. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2008/07/020>
- [27] R. C. Nunes and S. Vagnozzi, “Arbitrating the  $s_8$  discrepancy with growth rate measurements from redshift-space distortions,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 505, no. 4, p. 5427–5437, Jun. 2021. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/stab1613>
- [28] E. Silva, U. Zúñiga-Bolaño *et al.*, “Non-linear matter power spectrum modeling in interacting dark energy cosmologies,” *The European Physical Journal C*, vol. 84, no. 10, Oct. 2024. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-024-13487-x>

- [29] L. L. Honorez, B. A. Reid *et al.*, “Coupled dark matter-dark energy in light of near universe observations,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2010, no. 09, p. 029–029, Sep. 2010. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2010/09/029>
- [30] F. Hassani, J. Adamek *et al.*, “k-evolution: a relativistic n-body code for clustering dark energy,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2019, no. 12, p. 011–011, Dec. 2019. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2019/12/011>
- [31] Y. i , C. Modi *et al.*, “Differentiable cosmological simulation with the adjoint method,” *The Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 270, no. 2, p. 36, Feb. 2024. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.3847/1538-4365/ad0ce7>
- [32] Y. Li, L. Lu *et al.*, “pmwd: A differentiable cosmological particle-mesh  $n$ -body library,” 2022. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2211.09958>
- [33] D. Piras, A. Polanska *et al.*, “The future of cosmological likelihood-based inference: accelerated high-dimensional parameter estimation and model comparison,” *The Open Journal of Astrophysics*, vol. 7, Sep. 2024. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.33232/001c.123368>
- [34] A. Spurio Mancini, D. Piras *et al.*, “Cosmopower: emulating cosmological power spectra for accelerated bayesian inference from next-generation surveys,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 511, no. 2, p. 1771–1788, Jan. 2022. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/stac064>
- [35] H. T. Jense, I. Harrison *et al.*, “A complete framework for cosmological emulation and inference with cosmopower,” 2024. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/2405.07903>
- [36] A. Jenkins, “Second-order lagrangian perturbation theory initial conditions for resimulations,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 403, no. 4, p. 1859–1872, Apr. 2010. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.16259.x>
- [37] A. Lewis, “Efficient sampling of fast and slow cosmological parameters,” , vol. 87, p. 103529, 2013.
- [38] D. Blas, J. Lesgourgues, and T. Tram, “The cosmic linear anisotropy solving system (class). part ii: Approximation schemes,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2011, no. 07, p. 034–034, Jul. 2011. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2011/07/034>