

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Erik Yuji Takiguti Uehara

**Aplicação do método VDFT para sintonia de malhas de controle em cascata**

Porto Alegre  
2025

Erik Yuji Takiguti Uehara

**Aplicação do método VDFT para sintonia de malhas de controle em cascata**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

Porto Alegre

2025

Erik Yuji Takiguti Uehara

**Aplicação do método VDFT para sintonia de malhas de controle em cascata**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Engenheiro Eletricista” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia Elétrica.

Porto Alegre, 15 de Janeiro de 2025.

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

Prof. Dr. Diego Eckhard  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

Prof. Dr. Aurélio Tergolina Salton  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## RESUMO

Neste trabalho, investigou-se a aplicação de métodos controle baseado em dados para a sintonia de malhas de controle em cascata, com destaque para método VDFT (*Virtual Disturbance Feedback Tuning*) cujo objetivo é a rejeição de distúrbio. As soluções abordadas visam otimizar o desempenho de sistemas de controle, aproveitando as vantagens dos métodos baseados em dados e os graus de liberdade que as configurações de malhas em cascata oferecem para lidar com as diferentes dinâmicas dos sistemas.

Foram formuladas estratégias para a aplicação do método baseado em dados em duas configurações de malhas em cascata: a primeira configuração, referida como Cascata 1, possui o controlador interno posicionado no ramo de realimentação, enquanto na segunda configuração, denominada Cascata 2, o controlador interno é posicionado no caminho direto. Na Cascata 1, os controladores interno e externo são calculados em apenas uma etapa, enquanto na Cascata 2 o projeto é realizado de forma sequencial, determinando-se, primeiramente, o controlador interno e, com base nele, o controlador externo. Em ambos os casos, é necessário apenas um único conjunto de dados obtidos em ensaios na planta.

Simulações compararam malhas simples e em cascata, sendo esta última superior na rejeição de distúrbios. A inclusão de filtros de ponderação otimizou, ainda mais, a resposta do sistema. Esses resultados evidenciam o potencial das configurações em cascata em comparação com um controlador de malha única.

**Palavras-chave:** VDFT, cascata, rejeição a distúrbios, controle baseado em dados

## ABSTRACT

This work investigates the application of data-driven control methods for tuning cascade control loops, with a focus on the Virtual Disturbance Feedback Tuning (VDFT) method, aimed at disturbance rejection. The proposed solutions optimize control system performance by leveraging the advantages of data-driven approaches and the flexibility offered by cascade control configurations to address diverse system dynamics.

Strategies were formulated for applying the data-driven method to two cascade control configurations. The first configuration, referred to as Cascade 1, places the inner controller in the feedback branch, while the second configuration, called Cascade 2, positions the inner controller in the forward path. In Cascade 1, the inner and outer controllers are designed simultaneously in a single step, whereas in Cascade 2, the design is sequential: the inner controller is determined first, followed by the outer controller based on the inner loop. In both cases, only a single dataset obtained from plant experiments is required.

Simulations compared single-loop and cascade control schemes, with the latter demonstrating superior disturbance rejection. The inclusion of weighting filters further optimized the systems response. These results underscore the potential of cascade configurations over single-loop controllers.

**Keywords:** VDFT, cascade, disturbance rejection, data-driven control

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama de blocos da malha de controle única. . . . .	10
Figura 2 – Configuração Cascata 1. . . . .	12
Figura 3 – Configuração cascata 2 . . . . .	13
Figura 4 – Experimento para o método VRFT. . . . .	14
Figura 5 – Diagrama de blocos considerando a referência virtual do método VRFT. . . . .	15
Figura 6 – Ensaio de malha aberta. . . . .	16
Figura 7 – Diagrama de blocos da malha de referência virtual para a Cascata 1. . . . .	17
Figura 8 – Diagrama de blocos da malha de referência virtual externa. . . . .	18
Figura 9 – Diagrama de blocos considerando o distúrbio virtual do método VDFT. . . . .	19
Figura 10 – Diagrama de blocos considerando distúrbio virtual - Cascata 1 . . . . .	21
Figura 11 – Sinal utilizado nos ensaios de malha aberta $u(t)$ . . . . .	24
Figura 12 – Planta 1 - Ensaio de malha aberta . . . . .	25
Figura 13 – Cascata 1 - Planta 1: Resposta ao distúrbio (não ideal) . . . . .	27
Figura 14 – Cascata 1 - Planta 1: Resposta à referência (não ideal) . . . . .	28
Figura 15 – Cascata 1 - Planta 2: Ensaio de malha aberta . . . . .	29
Figura 16 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta ao distúrbio (ideal) . . . . .	30
Figura 17 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta à referência (ideal) . . . . .	30
Figura 18 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta ao distúrbio (não ideal) . . . . .	31
Figura 19 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta ao distúrbio - ampliada . . . . .	32
Figura 20 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta à referência (não ideal) . . . . .	32
Figura 21 – Cascata 2 - Planta 1: Resposta à referência (não ideal). . . . .	37
Figura 22 – Cascata 2 - Planta 1: Resposta ao distúrbio na malha interna isolada (não ideal). . . . .	37
Figura 23 – Cascata 2 - Planta 2: Resposta ao distúrbio na malha interna isolada (ideal). . . . .	39
Figura 24 – Cascata 2 - Planta 2: Resposta à referência (ideal). . . . .	39
Figura 25 – Cascata 2 - Planta 2: Resposta ao distúrbio na malha interna isolada (não ideal). . . . .	40
Figura 26 – Cascata 2 - Planta 2: Resposta à referência (não ideal). . . . .	40

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Parâmetros obtidos sem e com o filtro $K(z)$ . . . . .	26
Tabela 2	–	Cascata 1 - Planta 1: Métricas de desempenho . . . . .	27
Tabela 3	–	Parâmetros obtidos sem e com o filtro $K(z)$ . . . . .	30
Tabela 4	–	Cascata 1 - Planta 2: Métricas de desempenho . . . . .	31
Tabela 5	–	Parâmetros obtidos sem e com os filtros $L(z)$ e $K(z)$ . . . . .	36
Tabela 6	–	Parâmetros obtidos sem e com os filtros $L(z)$ e $K(z)$ . . . . .	40

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>10</b>
2.1	CONTROLE PELO MODELO DE REFERÊNCIA	10
<b>2.1.1</b>	<b>Malha de controle única</b>	<b>10</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Malha de Controle em Cascata</b>	<b>12</b>
2.1.2.1	<i>Cascata 1 - Controlador interno no ramo de realimentação</i>	12
2.1.2.2	<i>Cascata 2 - controlador interno no caminho direto</i>	13
2.2	VIRTUAL REFERENCE FEEDBACK TUNING - (VRFT)	14
2.3	VRFT EM MALHAS DE CONTROLE EM CASCATA	16
<b>2.3.1</b>	<b>Cascata 1 - controlador interno no ramo de realimentação</b>	<b>16</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Cascata 2 - controle interno no caminho direto</b>	<b>18</b>
2.4	VIRTUAL DISTURBANCE FEEDBACK TUNING (VDFT)	19
<b>3</b>	<b>MÉTODO VDFT PARA A CONFIGURAÇÃO CASCATA 1</b>	<b>21</b>
3.1	FORMULAÇÃO DO MÉTODO	21
3.2	PROJETO DO FILTRO	22
3.3	SIMULAÇÕES	24
<b>3.3.1</b>	<b>Planta 1</b>	<b>25</b>
3.3.1.1	<i>Controlador ideal na classe</i>	25
3.3.1.2	<i>Controlador fora da classe</i>	26
<b>3.3.2</b>	<b>Planta 2</b>	<b>28</b>
3.3.2.1	<i>Controlador ideal na classe</i>	28
3.3.2.2	<i>Controlador ideal fora da classe</i>	29
3.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	32
<b>4</b>	<b>MÉTODO VDFT PARA A CONFIGURAÇÃO CASCATA 2</b>	<b>34</b>
4.1	FORMULAÇÃO DO MÉTODO	34
4.2	RESULTADOS	34
<b>4.2.1</b>	<b>Planta 1</b>	<b>35</b>
4.2.1.1	<i>Controlador ideal na classe</i>	35
4.2.1.2	<i>Controlador ideal fora da classe</i>	36
<b>4.2.2</b>	<b>Planta 2</b>	<b>38</b>
4.2.2.1	<i>Controlador ideal na classe</i>	38
4.2.2.2	<i>Controlador ideal fora da classe</i>	38
4.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>42</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>44</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de controle desempenham um papel essencial em diversos campos da engenharia, como máquinas elétricas (BOFF; FLORES; ECKERT, 2024), robótica (WANG *et al.*, 2024) e sistemas eletrônicos (JIANG *et al.*, 2024). O principal objetivo de um sistema de controle é regular o comportamento de uma planta ou processo, garantindo que este opere de acordo com uma referência desejada, assegurando estabilidade e desempenho. A sintonia adequada dos controladores é uma etapa fundamental nesse processo, pois os parâmetros definidos durante este ajuste influenciam diretamente a resposta dinâmica do sistema e sua capacidade de lidar com perturbações (OGATA, 2010).

No entanto, as técnicas de sintonia de controladores tradicionalmente dependem da obtenção de um modelo preciso da planta, o que nem sempre é possível ou viável, especialmente em sistemas complexos. Para superar essa limitação, métodos de controle *data-driven* (ou baseados em dados) têm se destacado como uma alternativa promissora. Esses métodos ajustam os parâmetros do controlador diretamente a partir de dados experimentais, dispensando a necessidade de modelos matemáticos detalhados da planta. Entre esses métodos, o *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT) e o *Virtual Disturbance Feedback Tuning* (VDFT) se destacam como abordagens eficazes para a sintonia de controladores, especialmente em cenários onde as características do sistema não são bem conhecidas (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2023).

As configurações de controle em malha cascata permitem o gerenciamento de diferentes dinâmicas dentro do mesmo processo por meio da utilização de múltiplos controladores em diferentes posições na malha de controle. Essa abordagem é particularmente útil em áreas como a eletrônica de potência, sendo aplicada, por exemplo, em topologias de conversores CC-CC, como os conversores *boost* (CHEN *et al.*, 2011) e o *Two-Switch Forward Converter* (2SFC) (REMES; ROSA; OLIVEIRA, 2015; REMES *et al.*, 2019).

Contudo, o projeto de controladores para configurações de malhas de controle em cascata pode ser desafiador. Nesse contexto, estratégias de sintonia baseadas em dados surgem como uma solução promissora (REMES, 2021). Exemplos incluem a aplicação do método VRFT em malhas de controle em cascata em fontes de alimentação ininterruptas (*Uninterruptible Power Supply* - UPS) (BEAL *et al.*, 2023), nos próprios conversores CC-CC (REMES *et al.*, 2021), entre outros.

Este trabalho explora a aplicação do método VDFT na sintonia de malhas de controle em cascata, considerando duas configurações distintas. O objetivo principal é avaliar a eficácia do VDFT na otimização do desempenho de sistemas de controle em cascata, na rejeição de distúrbios. Foram formuladas estratégias para a aplicação do método baseado em dados em duas configurações de malhas em cascata: a primeira configuração, referida como Cascata 1, possui o controlador interno posicionado no ramo de realimentação, enquanto na segunda configuração, denominada Cascata 2, o controlador interno é

posicionado no caminho direto. Na configuração Cascata 1, os controladores interno e externo são calculados em apenas uma etapa, enquanto na configuração Cascata 2 o projeto é realizado de forma sequencial, determinando-se primeiramente o controlador interno e, com base nele, o controlador externo. Em ambos os casos, é necessário apenas um único conjunto de dados de ensaio. A análise é realizada por meio de simulações numéricas, comparando os resultados obtidos com o uso do método VDFT a outras abordagens de sintonia. Além disso, projeta-se um filtro de ponderação para melhorar o desempenho do controlador nos casos em que o controlador ideal, necessário para atingir o modelo de referência desejado, não pertence à classe escolhida.

O trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2, são apresentados os métodos de controle baseado em dados utilizados neste estudo, com foco nas abordagens *one-shot*, especificamente nos métodos VRFT, VDFT e na aplicação do método VRFT para sintonia de malhas de controle em cascata. Nos Capítulos 3 e 4, são detalhadas as formulações das aplicações do VDFT para sintonia de controladores em duas configurações de malhas em cascata, além de exemplos ilustrativos da aplicação dos métodos desenvolvidos. Por fim, no Capítulo 5, são apresentadas as conclusões e possíveis direções futuras para este trabalho.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, é apresentada uma revisão bibliográfica dos conceitos fundamentais que embasam as soluções propostas neste projeto. São apresentadas as técnicas de controle baseado em dados utilizadas, tanto para malhas simples quanto para malhas em cascata.

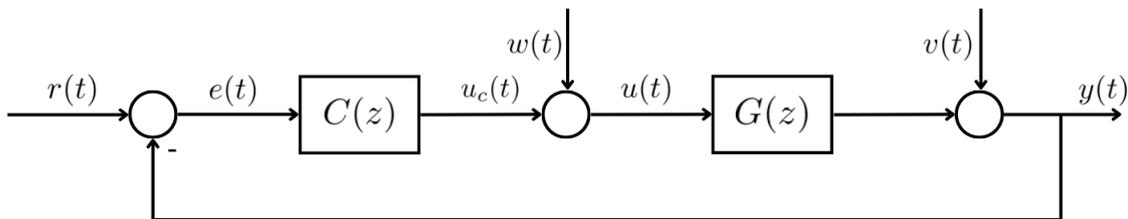
### 2.1 CONTROLE PELO MODELO DE REFERÊNCIA

A estratégia de controle pelo modelo de referência consiste em alcançar comportamentos desejados para o sistema, definindo critérios de desempenho que orientam o projeto do sistema de controle. Nesta seção, serão descritos os critérios de desempenho e os objetivos dos métodos baseados em dados abordados neste capítulo, aplicados tanto em malhas de controle simples quanto em configurações de controle em cascata.

As plantas consideradas neste trabalho são sistemas em tempo discreto, linearmente invariantes no tempo (LIT) e de única entrada e única saída (*Single-Input Single-Output* - SISO).

#### 2.1.1 Malha de controle única

Figura 1 – Diagrama de blocos da malha de controle única.



Fonte: Autor.

Considere o diagrama de blocos do sistema de controle ilustrado na Figura 1, onde  $z$  representa o operador de deslocamento em tempo discreto,  $G(z)$  é a planta e  $C(z)$  é o controlador.

O sinal de saída  $y(t)$  pode ser descrito como uma função dos sinais de referência  $r(t)$ , distúrbio de entrada  $w(t)$  e distúrbio de saída  $v(t)$ :

$$y(t) = T(z)r(t) + T_w(z)w(t) + S(z)v(t), \quad (1)$$

onde as funções  $S(z)$ ,  $T(z)$  e  $T_w(z)$  são definidas como:

$$S(z) = \frac{1}{1 + C(z)G(z)}, \quad (2)$$

$$T(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}, \quad (3)$$

$$T_w(z) = \frac{G(z)}{1 + C(z)G(z)} = \frac{T(z)}{C(z)}, \quad (4)$$

Representando, respectivamente, a função de sensibilidade, a função de sensibilidade complementar e a função de sensibilidade ao distúrbio de entrada.

A estratégia de controle pelo modelo de referência (BAZANELLA; CAMPES-TRINI; ECKHARD, 2011) utiliza o seguinte critério de desempenho para seguimento de referência:

$$J_y = \|(T(z) - T_d(z)) r(t)\|_2^2, \quad (5)$$

onde, para um sinal de  $N$  pontos,

$$\|x\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x(i)]^2.$$

Nessa formulação,  $T_d(z)$  é o modelo de referência, cuja resposta ao sinal de referência  $r(t)$  representa o comportamento desejado do sistema em malha fechada. Ao minimizar (5), busca-se um controlador que aproxime, da melhor forma possível, a saída do sistema à resposta desejada.

O controlador ideal que resulta em  $J_y = 0$  é descrito como:

$$C_d^y(z) = \frac{T_d(z)}{G(z)(1 - T_d(z))}, \quad (6)$$

Em casos em que a planta  $G(z)$  é desconhecida, o controlador  $C_d^y(z)$  não pode ser determinado diretamente por (6). Para contornar essa limitação, os métodos de controle baseado em dados formulam problemas de otimização com base em dados experimentais obtidos da planta em malha aberta ou fechada, dispensando o conhecimento exato do modelo da planta.

Além do seguimento de referência, estratégias de controle também podem ter como objetivo a rejeição de distúrbios. Nesse caso, o controle por modelo de distúrbio (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018) utiliza o seguinte critério de desempenho:

$$J_w = \|(T_w(z) - T_{wd}(z)) w(t)\|_2^2, \quad (7)$$

onde  $T_{wd}(z)$  é o modelo do distúrbio desejado. Aqui, busca-se um controlador que ajuste a resposta ao distúrbio do sistema para que ela se aproxime da resposta do modelo desejado  $T_{wd}(z)$ . O controlador ideal para essa situação pode ser descrito teoricamente como:

$$C_d^w(z) = \frac{G(z) - T_{wd}(z)}{G(z)T_{wd}(z)}, \quad (8)$$

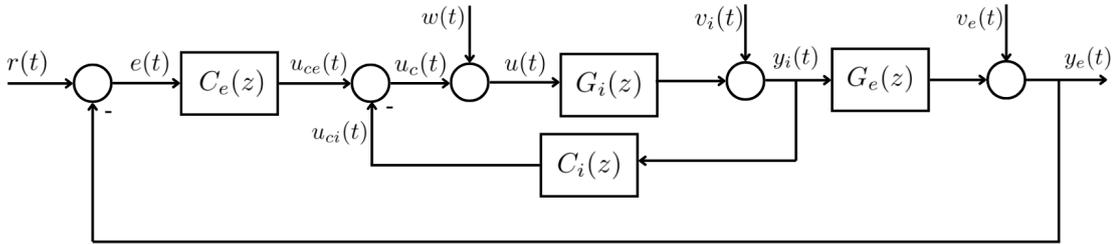
Como no controle por modelo de referência, devido à dependência de  $G(z)$ , pode não ser possível minimizar diretamente a equação (7) por meio de (8). Nesse contexto, métodos baseados em dados também podem ser empregados.

### 2.1.2 Malha de Controle em Cascata

A seguir, são apresentados os critérios de desempenho para as configurações de malhas de controle em cascata, assim como os diferentes objetivos que cada critério visa alcançar.

#### 2.1.2.1 Cascata 1 - Controlador interno no ramo de realimentação

Figura 2 – Configuração Cascata 1.



Fonte: Adaptado de (REMES *et al.*, 2021).

Para determinar o critério de desempenho para o seguimento do modelo de referência nesta configuração, deve-se calcular a função de transferência entre o sinal de referência  $r(t)$  e o sinal de saída externo  $y_e(t)$ . Para isso, considerando o diagrama da Figura 2, define-se primeiro a função de transferência da malha interna:

$$T_i(z) = \frac{G_i(z)}{1 + G_i(z)C_i(z)}, \quad (9)$$

Com isso, a função de transferência em malha fechada que descreve o comportamento entre os sinais  $r(t)$  e  $y_e(t)$  é dada por:

$$T_{re} = \frac{C_e(z)T_i(z)G_e(z)}{1 + C_e(z)T_i(z)G_e(z)}, \quad (10)$$

Considerando uma estratégia de controle pelo modelo de referência, dado um modelo de referência desejado  $T_{red}(z)$ , o critério de desempenho para seguimento de referência é expresso como:

$$J_{ye} = \|(T_{re}(z) - T_{red}(z))r(t)\|_2^2. \quad (11)$$

Agora, ao considerar uma estratégia voltada para a rejeição de distúrbios de entrada, é necessário determinar a função de transferência entre o distúrbio de entrada  $w(t)$  e a saída externa  $y_e(t)$ , descrita como:

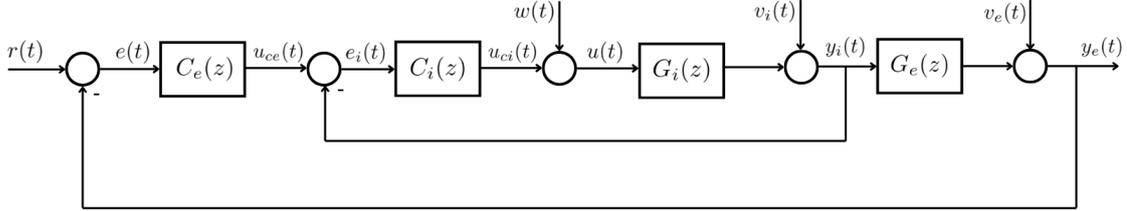
$$T_{we}(z) = \frac{T_i(z)G_e(z)}{1 + C_e(z)T_i(z)G_e(z)} = \frac{T_{re}(z)}{C_e(z)}, \quad (12)$$

Dessa forma, dado um modelo de distúrbio desejado  $T_{wed}(z)$ , o critério de desempenho para rejeição de distúrbio é formulado como:

$$J_{we} = \|(T_{we}(z) - T_{wed}(z))w(t)\|_2^2 \quad (13)$$

## 2.1.2.2 Cascata 2 - controlador interno no caminho direto

Figura 3 – Configuração cascata 2



Fonte: Autor.

Novamente, para determinar o critério de desempenho para o seguimento do modelo de referência, define-se, inicialmente, a função de transferência que descreve o comportamento em malha fechada da configuração ilustrada na Figura 3. Primeiramente, define-se a função de transferência da malha de controle interna  $T_i(z)$ , considerando o controlador interno no caminho direto:

$$T_i(z) = \frac{G_i(z)C_i(z)}{1 + G_i(z)C_i(z)}, \quad (14)$$

Com isso, a função de transferência de  $r(t)$  para  $y_e(t)$  é dada por:

$$T_{re} = \frac{C_i(z)T_i(z)G_e(z)}{1 + C_i(z)T_i(z)G_e(z)} \quad (15)$$

De maneira semelhante ao caso anterior, dado um modelo de referência desejado  $T_{red}(z)$ , para uma estratégia de controle pelo modelo de referência, o critério de desempenho para o seguimento do modelo de referência é expresso como:

$$J_{ye} = \|(T_{re}(z) - T_{red}(z))r(t)\|_2^2, \quad (16)$$

Diferentemente do objetivo de rejeição de distúrbios na configuração Cascata 1, nesta configuração apresenta-se uma estratégia de controle voltada à rejeição de distúrbios na malha de controle interna, isolada da malha externa. Nesse caso, busca-se uma resposta desejada ao distúrbio de entrada  $w(t)$  na saída interna  $y_i(t)$ , desconsiderando a influência da malha externa. Para isso, define-se a função de transferência entre esses sinais como:

$$T_{wi}(z) = \frac{G_i(z)}{1 + G_i(z)C_i(z)}, \quad (17)$$

Com isso, o critério de desempenho para o seguimento do modelo de distúrbio desejado resultante é semelhante ao apresentado em (7):

$$J_{wi} = \|(T_{wi}(z) - T_{wid}(z))w(t)\|_2^2, \quad (18)$$

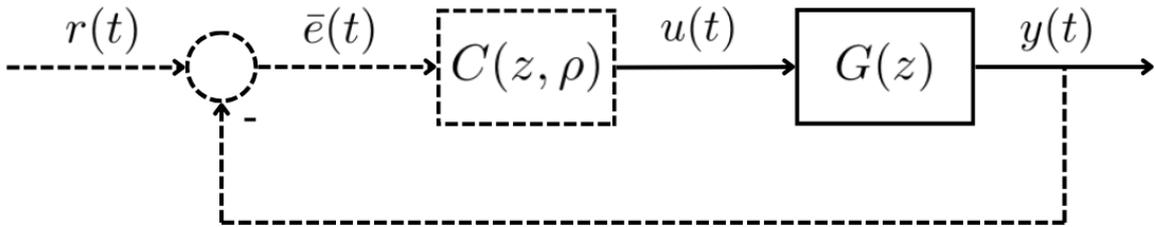
onde  $T_{wid}(z)$  representa o modelo de distúrbio interno desejado.

## 2.2 VIRTUAL REFERENCE FEEDBACK TUNING - (VRFT)

O método VRFT é uma técnica de sintonia de controladores baseada em dados (*data-driven*), cujo objetivo é minimizar o critério de desempenho para seguimento de referência. No entanto, como comentado anteriormente, esse critério não pode ser minimizado diretamente por (5), pois a determinação do controlador ideal exigiria o conhecimento do modelo da planta.

Em (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011), são descritos procedimentos para minimizar esse critério de desempenho a partir de um conjunto de dados obtidos em um ensaio experimental na planta, conforme ilustrado na Figura 4, eliminando assim a necessidade de determinar o modelo matemático do processo.

Figura 4 – Experimento para o método VRFT.



Fonte: Adaptado de (REMES *et al.*, 2021).

Dito isso, para a aplicação do método VRFT, é necessário realizar um único ensaio na planta, em malha aberta ou em malha fechada, dado um controlador conhecido, no qual se aplica um sinal conhecido  $u(t)$  e mede-se a saída  $y(t)$ .

Considerando um caso sem ruído e sem distúrbios ( $w(t) = v(t) = 0$ ), se escolhe um modelo de referência desejado  $T_d(z)$  e uma estrutura para o controlador linearmente parametrizável dado por:

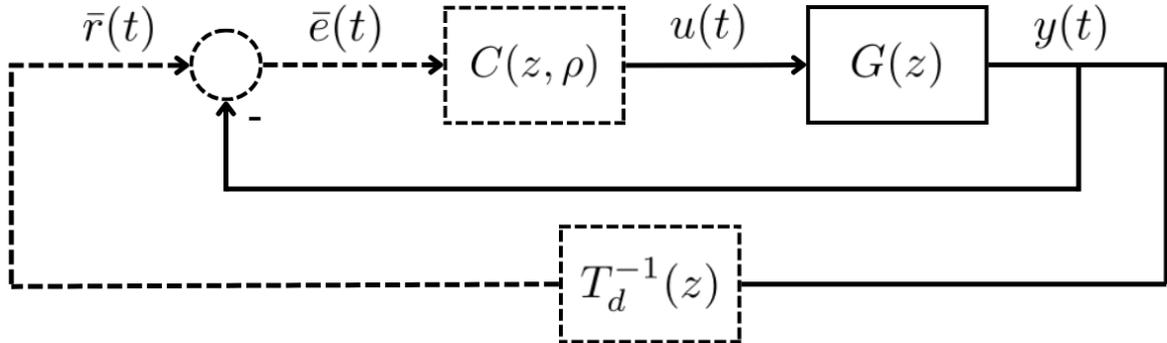
$$C(z, \rho) = \rho^T \bar{C}(z), \quad (19)$$

onde,  $\bar{C}(z)$  é o vetor que contém as funções de transferência que descrevem a estrutura do controlador e  $\rho$  é o vetor que parametriza esse controlador. Com isso, é estabelecida a classe de controladores  $\mathcal{C}$ , dada por:

$$\mathcal{C} = \{C(z, \rho) : \rho \in \mathcal{P}\}. \quad (20)$$

Conforme mostrado na Figura 5, é definido um sinal de referência virtual  $\bar{r}(t) = T_d^{-1}(z)y(t)$ , a partir do qual se calcula o erro virtual  $\bar{e}(t) = \bar{r}(t) - y(t)$ . Nota-se que, ao aplicar  $\bar{r}(t)$ , gerado por  $T_d(z)$ , no sistema em malha fechada, o controlador ideal  $C_d^y(z)$  é aquele que gera os mesmos sinais de entrada  $u(t)$  e saída  $y(t)$  da planta. Assim, busca-se determinar o controlador que, ao receber  $\bar{e}(t)$ , gera o sinal de controle  $u(t)$  e, consequentemente, a saída desejada.

Figura 5 – Diagrama de blocos considerando a referência virtual do método VRFT.



Fonte: Adaptado de (REMES *et al.*, 2021).

Com base nessa abordagem, define-se uma função custo para determinar o controlador  $C(z, \rho)$ .

$$J^{VR}(\rho) = \|u(t) - \rho \bar{C}(z) \bar{e}(t)\|_2^2. \quad (21)$$

Minimizando (21), encontra-se os parâmetros do controlador  $\rho$  que minimiza a função custo. O método dos mínimos quadrados pode ser utilizado para obter a solução ótima:

$$\rho = \left[ \sum_{t=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi(t) u(t), \quad (22)$$

onde  $\varphi(t) = \bar{C}(z) \bar{e}(t)$ .

Nos casos em que o controlador ideal pertença à classe do controlador parametrizado, tem-se que  $\exists \rho_d : C(z, \rho_d) = C_d^y(z)$ . Como consequência, a solução ótima de (21) é igual à solução de (5). Contudo, na prática, nem sempre é possível determinar com precisão a classe do controlador ideal, o que pode levar a discrepâncias entre as soluções ótimas. Para mitigar essa diferença, utiliza-se um filtro de ponderação  $L(z)$ . Esse filtro é definido em (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011) como:

$$|L(e^{j\omega})|^2 = |T_d(e^{j\omega})|^2 |1 - T_d(e^{j\omega})|^2 \frac{\Phi_r(e^{j\omega})}{\Phi_u(e^{j\omega})}, \quad \forall \omega \in [-\pi, \pi]. \quad (23)$$

Com o filtro  $L(z)$ , a nova função custo é definida como:

$$J^{VR}(\rho) = \|L(z) (u(t) - \rho \bar{C}(z) \bar{e}(t))\|_2^2, \quad (24)$$

e a nova solução pelo método dos mínimos quadrados é expressa por:

$$\rho = \left[ \sum_{t=1}^N \varphi_L(t) \varphi_L^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi_L(t) u_L(t), \quad (25)$$

onde:

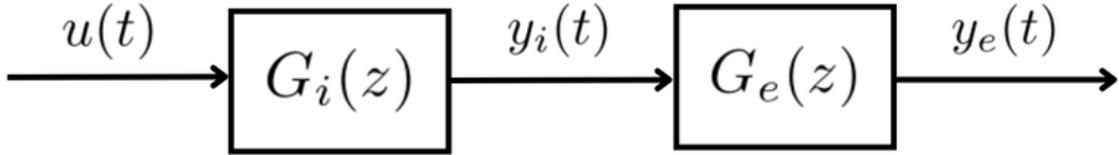
$$\varphi_L(t) = L(z)\bar{C}(z)\bar{e}(t) \quad \text{e} \quad u_L(t) = L(z)u(t).$$

### 2.3 VRFT EM MALHAS DE CONTROLE EM CASCATA

A metodologia descrita em (REMES *et al.*, 2021) aplica o método VRFT a estruturas de controle em cascata, com o objetivo de otimizar o critério de desempenho para seguimento de referência.

Nas configurações analisadas, a planta é subdividida em dois subsistemas: o subsistema interno, representado por  $G_i(z)$ , e o subsistema externo, representado por  $G_e(z)$ . De maneira semelhante ao método apresentado anteriormente, é necessário realizar um ensaio na planta. Neste ensaio, aplica-se um sinal de entrada conhecido  $u(t)$ , enquanto os sinais de saída interna  $y_i(t)$  e externa  $y_e(t)$  são medidos, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Ensaio de malha aberta.



Fonte: Autor.

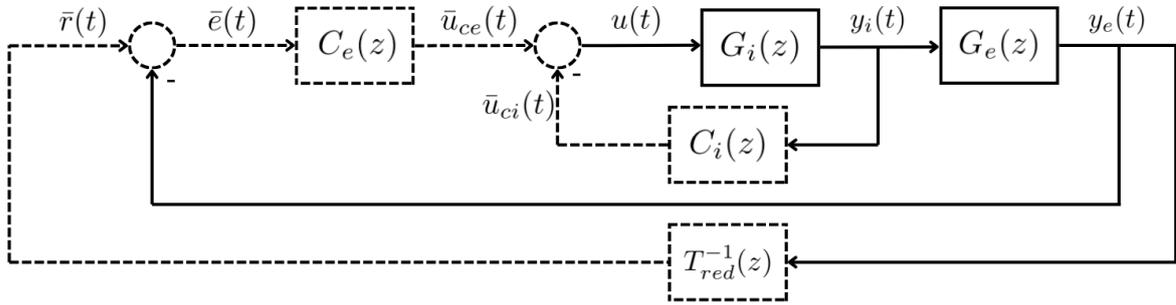
#### 2.3.1 Cascata 1 - controlador interno no ramo de realimentação

Inicialmente, são definidas as estruturas dos controladores linearmente parametrizáveis: interno  $C_i(z) = \rho_i^T \bar{C}_i(z)$  e externo  $C_e(z) = \rho_e^T \bar{C}_e(z)$ , onde  $\rho_i$  e  $\rho_e$  são os vetores de parâmetros dos controladores interno e externo, respectivamente.

O método consiste em minimizar o critério de desempenho para seguimento de referência definido em (11) utilizando o conjunto de dados obtidos por meio do ensaio experimental.

Com base no diagrama de blocos correspondente à malha de referência virtual apresentado na Figura 7, são definidos os sinais de referência virtual  $\bar{r}(t) = T_{red}^{-1}(z)y_e(t)$ , e erro virtual  $\bar{e}(t) = y_e(t) - \bar{r}(t)$ . Com isso, pode-se construir os sinais de controle virtual internos  $\bar{u}_{ci}(t) = C_i(z)y_i(t)$  e externos  $\bar{u}_{ce}(t) = C_e(z)(T_{red}^{-1}(z) - 1)y_e(t)$ . Aqui, busca-se determinar os controladores que geram os sinais de controle virtuais que, por sua vez, geram os mesmos sinais do ensaio de malha aberta, ou seja, são determinados os controladores que geram o sistema em malha fechada com o comportamento mais próximo ao modelo de referência desejado. A função custo que avalia o erro entre os sinais reais e

Figura 7 – Diagrama de blocos da malha de referência virtual para a Cascata 1.



Fonte: Adaptado de (REMES *et al.*, 2021).

virtuais, dada por:

$$J^{VR}(\rho) = \|L(z) (u(t) - C_e(z)e(t) + C_i(z)y_i(t))\|_2^2. \quad (26)$$

O método dos mínimos quadrados pode ser aplicado para minimizar (26), como mostrado a seguir:

$$\rho = \left[ \sum_{t=1}^N \varphi_L(t) \varphi_L^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi_L(t) u_L(t), \quad (27)$$

onde:

$$\begin{aligned} \varphi_L &= L(z) \left[ \bar{C}_e(z) (T_d^{-1}(z) - 1) y_e^T(t) \quad - \bar{C}_i(z) y_i^T(t) \right]^T, \\ u_L(t) &= L(z) u(t), \\ \rho &= \begin{bmatrix} \rho_e^T & \rho_i^T \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

Como no caso da aplicação do VRFT em uma malha de controle única, o filtro  $L(z)$  é necessário para casos em que a classe do controlador selecionado não abrange o controlador ideal, ou seja, o controlador parametrizado não é capaz de reproduzir a mesma resposta do controlador ideal. Esse filtro, então, é projetado de forma que ao ser aplicado na função custo, aproxima as soluções ótimas de (5) e (21). Conforme descrito em (REMES *et al.*, 2021) o filtro é definido como:

$$|L(e^{j\omega})|^2 = |S_i(e^{j\omega}, \rho)|^2 |T_{red}(e^{j\omega})|^2 |1 - T_{red}(e^{j\omega})|^2 \frac{\Phi_r(e^{j\omega})}{\Phi_u(e^{j\omega})}, \quad \forall \omega \in [-\pi, \pi], \quad (28)$$

com  $S_i(z) = \frac{1}{1 + C_i(z)G_i(z)}$ .

Como  $S_i(z)$  é desconhecido, pois depende de  $G_i(z)$ , (REMES *et al.*, 2021) sugere o seguinte procedimento iterativo:

1. Minimizar (26), assumindo  $S_i(z, \rho_i) = 1$  caso ela seja desconhecida.
2. Usar o valor obtido de  $\rho_i$  para calcular  $u_{ce}(t) = u(t) + C_i(z)y_i(t)$  e, a partir disso, identificar um novo  $S_i(z)$  pela relação  $u(t) = S_i(z)u_{ce}(t)$ .

3. Minimizar (26) utilizando o  $L(z)$ , definido de acordo com (28), utilizando o  $S_i(z)$  identificado na etapa anterior para encontrar a nova solução  $\rho_i$ . Se necessário, repita as Etapas 2 e 3 até que a convergência seja alcançada.

### 2.3.2 Cascata 2 - controle interno no caminho direto

A segunda configuração de malha de controle em cascata, abordada em (REMES *et al.*, 2021), é ilustrada na Figura 3. Nesta configuração, a aplicação do método VRFT para as malhas de controle interna e externa não ocorre simultaneamente, mas de forma sequencial. Ou seja, o método VRFT é aplicado em duas etapas: inicialmente, para determinar o controlador interno a partir de um modelo de referência interno desejado e, em seguida, para determinar o controlador externo a partir de um outro modelo de referência desejado com base no controlador interno previamente obtido. Dessa forma, é possível buscar o comportamento desejado em diferentes partes da malha de controle.

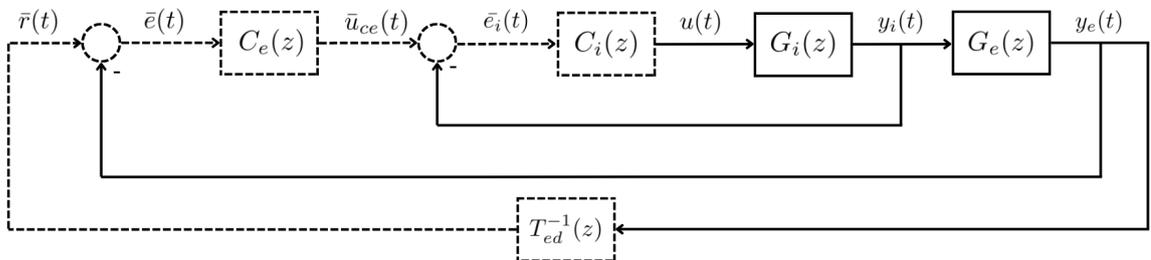
Para determinar os parâmetros do controlador interno utilizando o método de referência virtual, a malha de controle interna é isolada da malha externa, resultando no mesmo diagrama de blocos apresentado na Figura 4. Dessa forma, a mesma solução descrita na Seção 2.2 pode ser aplicada para determinar o controlador interno. Os parâmetros desse controlador são obtidos minimizando a seguinte função custo:

$$J_i^{VR}(\rho) = \left\| L_i(z) \left( u(t) - \rho_i^T \bar{C}_i(z) \left( T_{id}^{-1}(z) - 1 \right) y_e(t) \right) \right\|_2^2, \quad (29)$$

onde  $T_{id}(z)$  é o modelo de referência virtual desejado para a malha interna e  $\rho_i^T \bar{C}_i(z)$  é o controlador interno parametrizado. Além disso, o filtro  $L_i(z)$  é o mesmo descrito em (23), neste caso, porém, o modelo de referência desejado corresponde ao  $T_{id}(z)$ .

O diagrama de blocos para a malha de referência virtual externa é mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Diagrama de blocos da malha de referência virtual externa.



Fonte: Adaptado de (REMES *et al.*, 2021)

Para determinar os parâmetros do controlador externo com base nos dados do ensaio experimental, adapta-se (21) à configuração da malha externa, resultando na seguinte função custo:

$$J_e^{VR}(\rho) = \left\| L_e(z) \left( \bar{u}_{ce}(t) - \rho e \bar{C}_e(z) \left( T_{red}^{-1}(z) - 1 \right) y_e(t) \right) \right\|_2^2, \quad (30)$$

onde  $\bar{u}_{ce}(t) = \bar{e}_i(t) + y_i(t) = C_i(z, \rho_i)u(t) + y_i(t)$  é o sinal modificado pela presença do controlador interno.

Caso a classe do controlador externo  $C_e(z)$  não englobe o controlador externo ideal  $C_{ed}(z)$ , é necessário implementar o seguinte filtro  $L_e(z)$  para aproximar as soluções ótimas de (16) e (30) (REMES *et al.*, 2021):

$$\left| L_e(e^{j\omega}) \right|^2 = \left| C_i(e^{j\omega}) \right|^2 \left| 1 - T_{id}(e^{j\omega}) \right|^2 \left| T_{red}(e^{j\omega}) \right|^2 \left| 1 - T_{red}(e^{j\omega}) \right|^2 \frac{\Phi_r(e^{j\omega})}{\Phi_u(e^{j\omega})}, \quad (31)$$

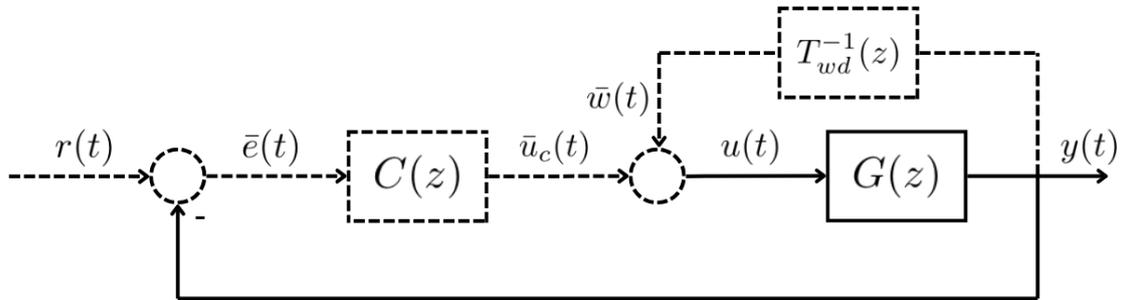
$$\forall \omega \in [-\pi, \pi].$$

## 2.4 VIRTUAL DISTURBANCE FEEDBACK TUNING (VDFT)

O método VDFT, descrito em (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018) é uma técnica de controle *data-driven* com abordagem semelhante ao VRFT. Contudo, em vez de utilizar um modelo desejado para o seguimento de referência, o VDFT busca a resposta ao distúrbio desejada.

Inicialmente, seleciona-se a estrutura do controlador. Além disso, é necessário um conjunto de dados de  $u(t)$  e  $y(t)$  obtidos por meio do mesmo ensaio realizado no método VRFT padrão. Com base nesses sinais, define-se o distúrbio virtual como  $\bar{w}(t) = T_{wd}^{-1}(z)y(t)$ , em que  $T_{wd}(z)$  é o modelo de distúrbio desejado. O objetivo é determinar um controlador  $C(z)$  que, em malha fechada, minimize o critério de desempenho dado em (7).

Figura 9 – Diagrama de blocos considerando o distúrbio virtual do método VDFT.



Fonte: Adaptado de (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018)

Considerando um sistema sem ruído e com uma referência de entrada  $r(t) = 0$ , define-se o sinal de controle virtual como  $\bar{u}_c(t) = u(t) - \bar{w}(t)$ . Observa-se que o modelo do distúrbio desejado  $T_{wd}(z)$  gera a resposta desejada em malha fechada ao distúrbio  $w(t)$  na saída  $y(t)$ . Além disso,  $\bar{u}_c(t)$  corresponde ao sinal gerado pelo controlador ideal  $C_d(z)$

quando o distúrbio  $w(t)$  segue o modelo de distúrbio desejado  $T_{wd}(z)$ . Assim, o método VDFT consiste em minimizar a seguinte função custo:

$$J^{VD}(\rho) = \left\| K(z) \left( \bar{u}_c(t) + \rho \bar{C}(z)y(t) \right) \right\|_2^2, \quad (32)$$

onde  $K(z)$  é o filtro de ponderação

Como nos métodos anteriores, o controlador ideal pode não pertencer à classe do controlador selecionada, nesse caso, a solução ótima de (32) pode diferir daquela de (7). Nesse caso, uma escolha adequada do filtro pode minimizar a diferença entre as soluções. O filtro  $K(z)$ , conforme descrito em (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018), é dado por:

$$\left| K(e^{j\omega}) \right|^2 \approx \frac{\left| T_{wd}(e^{j\omega}) T_{wd}(e^{j\omega}) \right|^2 \Phi_w(e^{j\omega})}{\left| T_w(e^{j\omega}) \right|^2 \Phi_w(e^{j\omega})}. \quad (33)$$

A minimização de (32) também pode ser realizada pelo método dos mínimos quadrados através de:

$$\rho = - \left[ \sum_{t=1}^N \varphi_K(t) \varphi_K^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi_K(t) u_K(t), \quad (34)$$

onde:

$$\varphi_K(t) = K(z) \bar{C}(z)y(t) \quad \text{e} \quad u_K(t) = K(z)u(t).$$

### 3 MÉTODO VDFT PARA A CONFIGURAÇÃO CASCATA 1

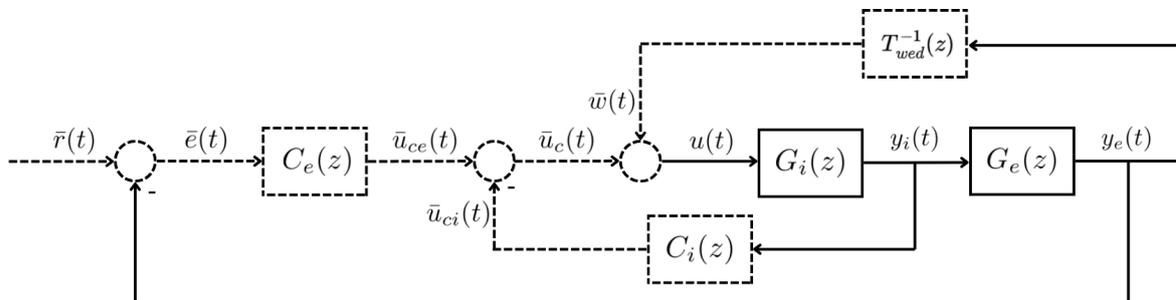
Conforme os métodos de controle baseados em dados abordados anteriormente, a estratégia para a aplicação do método VDFT na configuração Cascata 1 proposta neste capítulo visa resolver um problema de otimização que minimiza o critério de desempenho de rejeição ao distúrbio de entrada da planta na saída externa, utilizando o conjunto de dados obtidos por meio de um único ensaio na planta. Os métodos abordados foram implementados e simulados em Python para o caso SISO, e poderiam ser incorporados em uma biblioteca semelhante à *pyvrft* descrita em (BOEIRA; ECKHARD, 2020).

#### 3.1 FORMULAÇÃO DO MÉTODO

Inicialmente, são coletados os dados do ensaio na planta. Nesse ensaio, aplica-se um sinal  $u(t)$  conhecido na planta e os sinais de saída  $y_i(t)$  e  $y_e(t)$  devem ser medidos.

Para determinar a função custo que minimiza o critério de desempenho para o seguimento de distúrbio desejado dado por (13), utilizando os dados obtidos no ensaio, propõe-se uma adaptação do método VDFT. Para isso, definem-se os sinais virtuais, ilustrados na Figura 10. Para a aplicação do método VDFT na configuração Cascata 1, é

Figura 10 – Diagrama de blocos considerando distúrbio virtual - Cascata 1



Fonte: Autor.

necessário escolher um modelo de distúrbio desejado  $T_{wed}(z)$ , o qual será utilizado para gerar o sinal virtual de distúrbio  $\bar{w}(t)$  a partir do sinal de saída medido  $y_e(t)$ :

$$\bar{w}(t) = T_{wed}^{-1}(z)y_e(t). \quad (35)$$

Considerando um caso sem ruído, com sinal de referência nulo  $\bar{r}(t) = 0$ , e estruturas de controladores linearmente parametrizados na forma  $C_i(z) = \rho_i \bar{C}_i(z)$  e  $C_e(z) = \rho_e \bar{C}_e(z)$ , cujas classes englobam os controladores ideais, adapta-se o método VDFT para esta configuração. Nessa adaptação, houve a adição do controlador interno e, portanto, a partir dos sinais medidos  $y_i(t)$  e  $y_e(t)$ , definem-se os sinais de controle virtuais interno  $\bar{u}_{ci}(t) = \rho_i \bar{C}_i(z)y_i(t)$  e externo  $\bar{u}_{ce}(t) = \rho_e \bar{C}_e(z)y_e(t)$ , de maneira que se busca os controladores que reconstruem o sinal de controle virtual  $\bar{u}_c(t) = u(t) - \bar{w}(t)$ .

Dessa forma, a adaptação da função custo do método VDFT resulta na seguinte expressão:

$$J^{VD} = \|\bar{u}_c(t) + (C_e(z)y_e(t) + C_i(z)y_i(t))\|_2^2. \quad (36)$$

Para determinar o vetor de parâmetros dos controladores,  $\rho = [\rho_i^T \ \rho_e^T]^T$ , que minimiza a função de custo dada em (36), pode-se aplicar o método dos mínimos quadrados. Para isso, define-se o vetor regressor como:

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \bar{C}_e(z)y_e(t) \\ \bar{C}_i(z)y_i(t) \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Dessa forma, aplicando o método dos mínimos quadrados, obtém-se que o vetor de parâmetros que minimiza a função custo (36) é dado por:

$$\rho = - \left[ \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\bar{u}_c(t). \quad (38)$$

### 3.2 PROJETO DO FILTRO

Na prática, os controladores ideais interno  $C_{id}(z)$  e externo  $C_{ed}(z)$  geralmente não pertencem às classes predeterminadas. Isso implica que a solução ótima de (36) não é a mesma de (13), pois os controladores parametrizados não conseguem representar os controladores ideais que geram  $T_{wed}(z)$ . Portanto, aplica-se um filtro de ponderação  $K(z)$  à função custo:

$$J^{VD} = \|K(z)[\bar{u}_c(t) + (C_e(z)y_e(t) + C_i(z)y_i(t))]\|_2^2. \quad (39)$$

Com isso, (39) pode ser reescrita da seguinte maneira em termos do sinal  $u(t)$ :

$$J^{VD} = \|K(z)[1 + C_i(z)G_i(z) + C_e(z)G_i(z)G_e(z) - T_{wed}^{-1}(z)G_i(z)G_e(z)]u(t)\|_2^2,$$

Nota-se que

$$1 + C_i(z)G_i(z) + C_e(z)G_i(z)G_e(z) = T_{we}^{-1}(z)G_i(z)G_e(z).$$

Com isso, tem-se que:

$$\begin{aligned} J^{VD} &= \|K(z)[T_{we}^{-1}(z) - T_{wed}^{-1}(z)]G_i(z)G_e(z)u(t)\|_2^2, \\ J^{VD} &= \|K(z)[T_{we}^{-1}(z) - T_{wed}^{-1}(z)]y_e(t)\|_2^2. \end{aligned} \quad (40)$$

Considerando um caso no qual o conjunto de dados obtidos através do experimento na planta possui infinitas amostras, o Teorema de Parseval pode ser aplicado em (40), omitindo as dependências de  $\omega$ , resultando em:

$$J^{VD} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |K(T_{we}^{-1} - T_{wed}^{-1})|^2 \Phi_{y_e} d\omega. \quad (41)$$

Além disso, observa-se que (13) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$J_{we} = \|T_{we}T_{wed}(T_{we}^{-1} - T_{wed}^{-1})w(t)\|_2^2. \quad (42)$$

Aplicando o Teorema de Parseval, obtém-se:

$$J_{we} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |T_{we}T_{wed}(T_{we}^{-1} - T_{wed}^{-1})|^2 \Phi_w d\omega. \quad (43)$$

Comparando as expressões (41) e (43), pode-se perceber que, para que (13) e (32) tenham a mesma solução ótima o filtro deve ser:

$$|K(e^{j\omega})|^2 = |T_{we}(e^{j\omega})T_{wed}(e^{j\omega})|^2 \frac{\Phi_w(e^{j\omega})}{\Phi_{y_e}(e^{j\omega})}. \quad (44)$$

Porém, como  $T_{we}(z)$  é desconhecido, pois depende da planta, este filtro não pode ser implementado. Contudo, realizando a seguinte aproximação  $|T_{we}(e^{j\omega})| \approx |T_{wed}(e^{j\omega})|$ , tem-se que:

$$|K(e^{j\omega})|^2 \approx |T_{wed}(e^{j\omega})T_{wed}(e^{j\omega})|^2 \frac{\Phi_w(e^{j\omega})}{\Phi_{y_e}(e^{j\omega})}. \quad (45)$$

Isso resulta em um filtro implementável que pode ser usado para aproximar as soluções ótimas dos problemas de minimização. Para obter o filtro (45), é necessário o conhecimento dos espectros de frequência do distúrbio  $\Phi_w(\omega)$  e do sinal de saída externa  $\Phi_{y_e}(\omega)$ . Além disso, a resposta do modelo de distúrbio virtual deve ser próxima o suficiente da resposta ao distúrbio que pode ser obtida utilizando a estrutura do controlador escolhido.

De maneira semelhante ao filtro projetado para o método VDFT em malha de controle única descrito em (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018), considerando um ensaio de malha fechada utilizando um sinal de distúrbio  $w(t)$  conhecido, isso implica que:

$$\Phi_{y_e}(e^{j\omega}) = |T_{we}(e^{j\omega})|^2 \Phi_w(e^{j\omega}) \quad (46)$$

Dessa forma, o filtro (45) pode ser reescrito como:

$$|K(e^{j\omega})|^2 \approx \frac{|T_{wed}(e^{j\omega})T_{wed}(e^{j\omega})|^2 \Phi_w(e^{j\omega})}{|T_{we}(e^{j\omega})|^2 \Phi_w(e^{j\omega})} = \frac{|T_{wed}(e^{j\omega})T_{wed}(e^{j\omega})|^2}{|T_{we}(e^{j\omega})|^2}. \quad (47)$$

Nota-se que o filtro não depende mais dos espectros de frequência e, considerando a aproximação  $|T_{we}(e^{j\omega})| \approx |T_{wed}(e^{j\omega})|$ , o filtro  $K(z)$  pode ser aproximado como:

$$K(z) \approx T_{wed}(z). \quad (48)$$

Com o filtro de ponderação  $K(z)$ , os parâmetros dos controladores  $\rho$  que minimizam (39), podem ser determinados por mínimos quadrados, usando o vetor regressor  $\varphi_K(t)$ :

$$\varphi_K(t) = \begin{bmatrix} K(z)\bar{C}_e(z)y_e(t) \\ K(z)\bar{C}_i(z)y_i(t) \end{bmatrix}. \quad (49)$$

O sinal de controle  $\bar{u}_{cK}(t)$  é dado por:

$$\bar{u}_{cK}(t) = K(z) (u(t) - \bar{w}(t)). \quad (50)$$

Assim, os parâmetros  $\rho$  que minimizam a função custo podem ser calculados como:

$$\rho = - \left[ \sum_{t=1}^N \varphi_K(t) \varphi_K^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi_K(t) \bar{u}_{cK}(t). \quad (51)$$

### 3.3 SIMULAÇÕES

Neste capítulo, serão apresentadas as simulações da aplicação do método desenvolvido em duas plantas diferentes, juntamente com seus respectivos resultados. O objetivo das simulações é demonstrar a aplicação prática dos conceitos teóricos discutidos, bem como comparar os resultados obtidos com os de outras técnicas de controle.

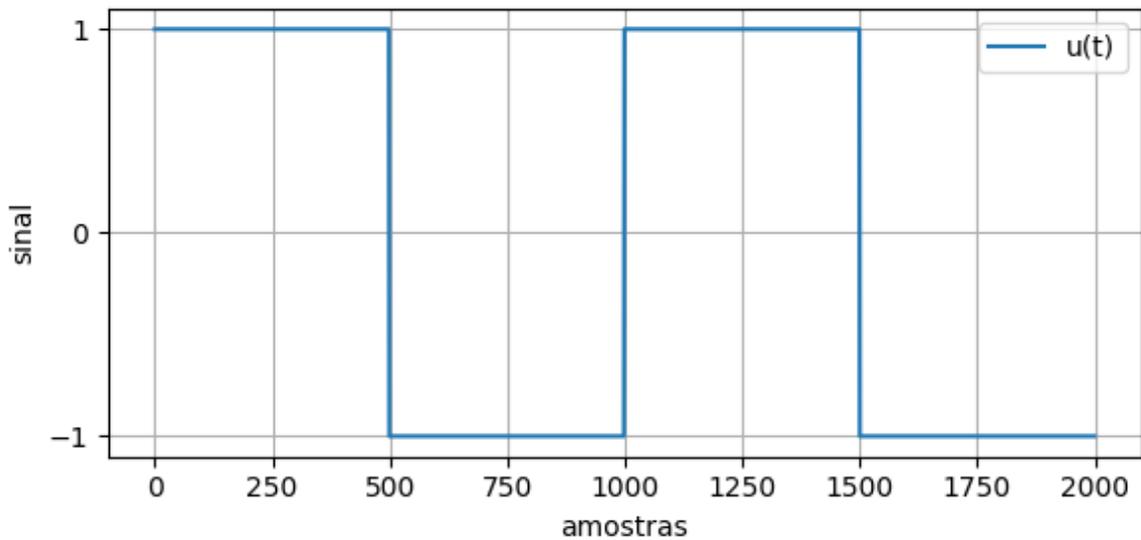
Para ambos os exemplos, foram utilizadas as mesmas estruturas de controladores, sendo o controlador interno um controlador Proporcional e o controlador externo um controlador Proporcional-Integral:

$$C_i(z) = \rho_i^T \bar{C}_i(z) = [k_{pi}] \quad (52)$$

$$C_e(z) = \rho_e^T \bar{C}_e(z) = [k_{pe} \quad k_{ie}] \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{z}{z-1} \end{bmatrix} \quad (53)$$

Também foi realizado o mesmo ensaio de malha aberta utilizando o sinal  $u(t)$ , que é uma onda quadrada de amplitude  $\pm 1$  com 2000 amostras, ilustrado na Figura 11.

Figura 11 – Sinal utilizado nos ensaios de malha aberta  $u(t)$



Fonte: Autor.

Para avaliar o desempenho do método, são definidas as seguintes métricas, que analisam o erro quadrático médio da resposta ao distúrbio na saída externa e à resposta ao sinal de referência:

$$J^{we} = \frac{1}{N} \sum [(T_{we}(z) - T_{wed}(z)) w(t)]^2, \quad (54)$$

$$J^r = \frac{1}{N} \sum [(T_{re}(z) - T_{red}(z)) r(t)]^2, \quad (55)$$

### 3.3.1 Planta 1

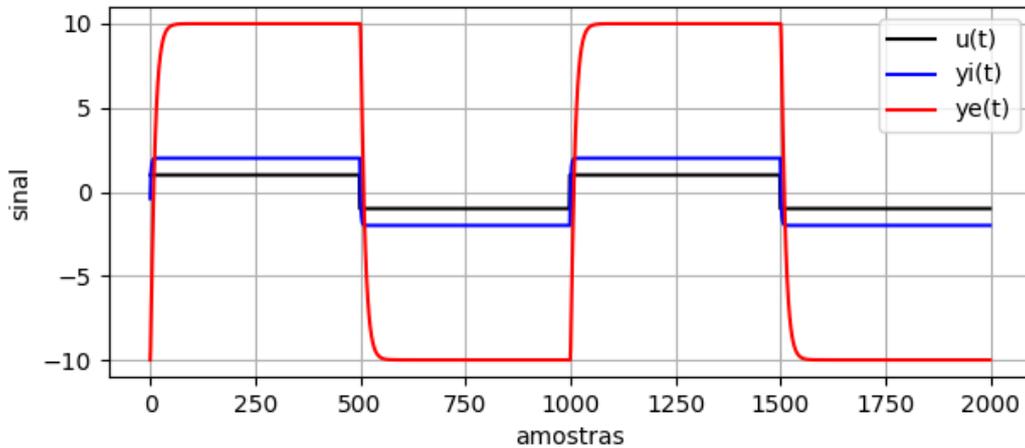
A primeira planta utilizada nos exemplos deste capítulo é descrita pelos seguintes subprocessos interno e externo:

$$G_i(z) = \frac{0.8}{z - 0.6} \quad (56)$$

$$G_e(z) = \frac{0.5}{z - 0.9}. \quad (57)$$

O ensaio de malha aberta resultou nos sinais de saída interno e externo ilustrados na Figura 12.

Figura 12 – Planta 1 - Ensaio de malha aberta



Fonte: Autor.

#### 3.3.1.1 Controlador ideal na classe

Neste exemplo, considera-se um caso ideal em que as estruturas dos controladores selecionados são capazes de representar os controladores desejados. Assim, a solução ótima de (13) coincide com a solução de (36).

O modelo do distúrbio desejado  $T_{wed}(z)$ , utilizado na aplicação do método, é dado por:

$$T_{wed}(z) = \frac{0.4(z - 1)}{(z - 0.7)(z - 0.8)(z - 0.9)} \quad (58)$$

Considerando este caso teórico, no qual as plantas  $G_i(z)$  e  $G_e(z)$  são conhecidas, o  $T_{wed}(z)$  definido em (58) é gerado a partir dos seguintes controladores ideais:

$$C_{id}(z) = \frac{1}{8} \quad (59)$$

$$C_{ed}(z) = \frac{0.15(z - 0.9)}{(z - 1)}, \quad (60)$$

Com o modelo de distúrbio desejado, as estruturas dos controladores definidas e os dados do ensaio de malha aberta, o método foi aplicado para determinar os parâmetros dos controladores. Neste caso ideal, os controladores obtidos coincidiram com os controladores desejados especificados em (59) e (60).

### 3.3.1.2 Controlador fora da classe

Neste exemplo, foi utilizado o seguinte modelo de distúrbio desejado,  $T_{wed}(z)$ :

$$T_{wed}(z) = \frac{0.7(z - 1)}{(z - 0.7)(z - 0.7)}, \quad (61)$$

cujos controladores ideais não podem ser representados pelas estruturas dos controladores adotadas.

Para este caso, foram realizadas duas simulações: uma sem e outra com o filtro  $K(z)$ , dado por (48). Os parâmetros obtidos e o erro do distúrbio calculado estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros obtidos sem e com o filtro  $K(z)$

Filtro	$k_{pe}$	$k_{ie}$	$k_{pi}$	$J^w/1000$
$K(z) = 1$	0.6048	0.1286	0.1231	49.915
$K(z)$ (48)	0.6269	0.1286	0.1696	35.045

Além disso, para fins de comparação, foi aplicado o método VDFT em uma malha única, utilizando um controlador com estrutura Proporcional-Integral-Derivativo (PID), cuja parametrização é descrita da seguinte forma:

$$C_{PID}(z, \rho_{PID}) = \rho_{PID}^T \bar{C}_{PID}(z) = [k_p \quad k_i \quad k_d] \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{z}{z-1} \\ \frac{z-1}{z} \end{bmatrix}. \quad (62)$$

Com isso, utilizando o mesmo modelo de distúrbio desejado, dado em (61), o controlador obtido foi:

$$\rho_{PID} = [k_p \quad k_i \quad k_d] = [0.6480 \quad 0.1286 \quad 0.2233] \quad (63)$$

com um erro quadrático médio de  $J^w/1000 = 55.474$ .

Com os controladores obtidos e considerando um período de amostragem de 0,1 ms, foram calculados, para cada caso, o tempo de acomodação ( $t_s$ ), o *overshoot* ( $M_p$ ) e o

erro quadrático médio da resposta ao sinal de referência em malha fechada. Essa análise considera a resposta gerada pelo modelo de referência estimado com base no modelo de distúrbio e no controlador externo obtido por meio do método formulado com a utilização do filtro  $K(z)$ , dado por:

$$T_{red}(z) = T_{wed}(z)C_e(z) = \frac{0.5289(z - 0.8298)}{(z - 0.7)(z - 0.7)}. \quad (64)$$

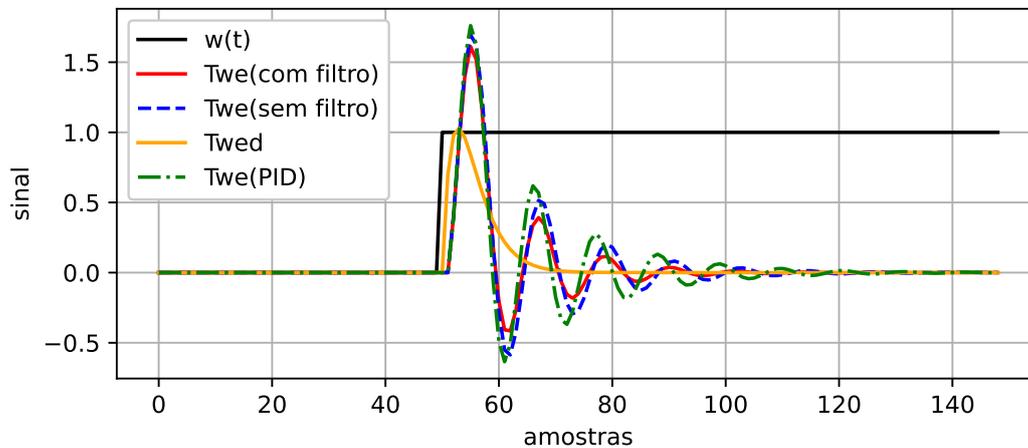
Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Cascata 1 - Planta 1: Métricas de desempenho

Sistema	$t_s$ (ms)	$M_p$	$J^r/1000$
com filtro	4.702	0.7088	15.470
sem filtro	5.956	0.77114	20.843
PID	7.001	0.8357	25.216

As respostas em malha fechada ao distúrbio e à referência dos controladores obtidos, assim como o sinal utilizado para calcular os erros quadráticos médios, estão apresentadas, respectivamente, nas Figuras 13 e 14.

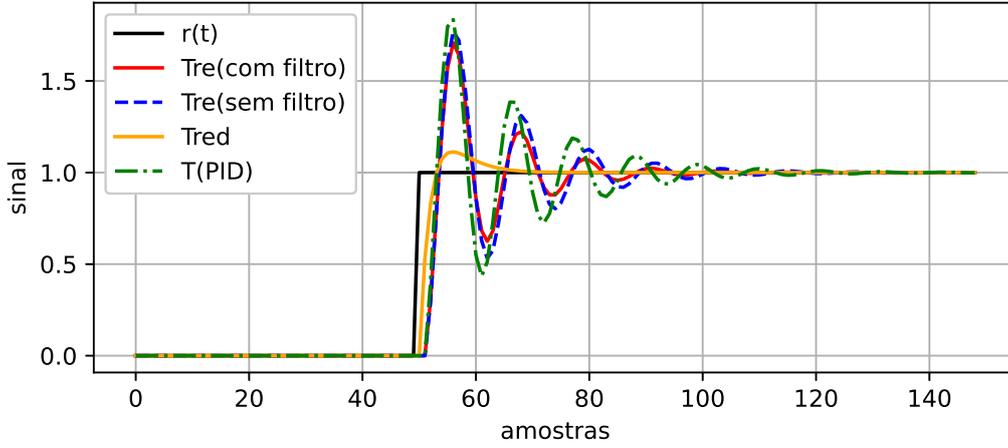
Figura 13 – Cascata 1 - Planta 1: Resposta ao distúrbio (não ideal)



Fonte: Autor.

Para este modelo de distúrbio desejado, os erros quadráticos médios obtidos com a aplicação do método VDFT na configuração Cascata 1, tanto sem quanto com o filtro, foram menores do que o erro observado na aplicação do VDFT em malha única. Ademais, como o modelo de distúrbio implica controladores ideais fora da classe dos controladores adotados, a utilização do filtro  $K(z)$  reduziu o erro encontrado pela solução ótima em comparação à solução sem o filtro.

Figura 14 – Cascata 1 - Planta 1: Resposta à referência (não ideal)



Fonte: Autor.

### 3.3.2 Planta 2

A segunda planta é a mesma utilizada nos exemplos ilustrativos apresentados em (REMES *et al.*, 2021), onde:

$$G_i(z) = \frac{0.13808(z - 0.95)(z^2 - 1.62z + 0.6586)}{(z^2 - 1.84z + 0.8564)(z^2 - 1.7z + 0.7325)} \quad (65)$$

$$G_e(z) = \frac{0.1787(z - 0.82)(z - 0.4)}{(z^2 - 1.62z + 0.6586)}. \quad (66)$$

Os dados para a aplicação do método foram obtidos por meio do ensaio de malha aberta utilizando o sinal  $u(t)$  ilustrado na Figura 11. Com isso, os sinais de saída interna e externa obtidos podem ser observados na Figura 15

#### 3.3.2.1 Controlador ideal na classe

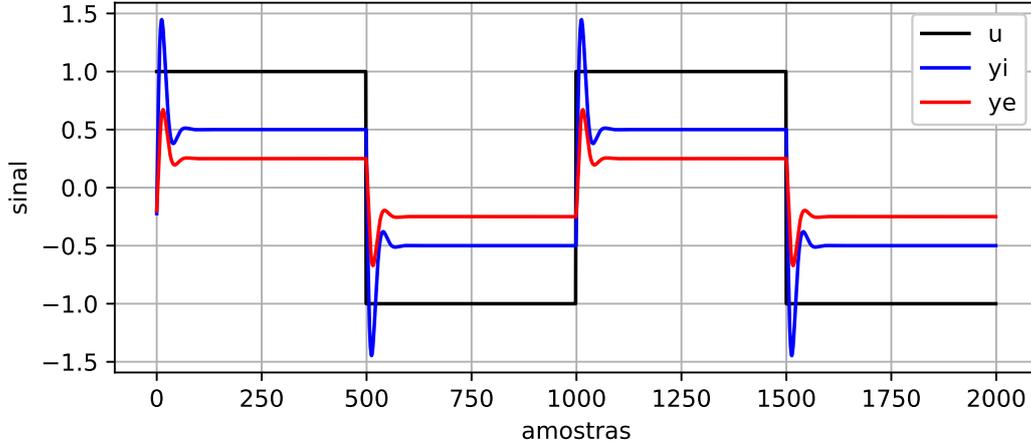
Para determinar um modelo de distúrbio desejado ideal, ou seja, um modelo que pode ser gerado pelas estruturas dos controladores parametrizados, foram utilizados os parâmetros obtidos com a aplicação do método VRFT na configuração Cascata 1, conforme apresentado em (REMES *et al.*, 2021). Os parâmetros são dados por:

$$\rho = [k_{pe} \ k_{ie} \ k_{pi}] = [1.195 \ 1.127 \ 2.129]. \quad (67)$$

Dessa forma, o modelo de distúrbio desejado foi definido a partir dos seguintes passos. Primeiramente, determina-se a função de transferência da malha de controle interna:

$$T_{wid}(z) = \frac{G_i(z)}{1 + G_i(z)C_i(z, \rho_i)}, \quad (68)$$

Figura 15 – Cascata 1 - Planta 2: Ensaio de malha aberta



Fonte: Autor.

e com base nisso, o modelo de distúrbio desejado é expresso como:

$$T_{wed}(z) = \frac{T_{wid}(z)G_e(z)}{1 + C_e(z)T_{wid}(z)G_e(z)}. \quad (69)$$

Aplicando o método VDFT com o modelo de distúrbio desejado definido em (69), foram obtidos os seguintes parâmetros dos controladores:

$$\rho = [0.6350 \quad 1.1270 \quad 2.4194]. \quad (70)$$

Embora os parâmetros obtidos sejam diferentes dos controladores ideais, as respostas ao distúrbio e à referência na saída externa  $y_e(t)$  tenham sido semelhantes. Isso pode ser observado nas Figuras 16 e 17, nas quais os erros quadráticos médios do distúrbio e da referência foram, respectivamente,  $J^w = 8.6854 \cdot 10^{-7}$  e  $J^r = 2.3632 \cdot 10^{-4}$ .

### 3.3.2.2 Controlador ideal fora da classe

Neste exemplo, o modelo de distúrbio desejado foi projetado a partir do modelo de primeira ordem do distúrbio utilizado nos exemplos ilustrativos de (REMES *et al.*, 2021):

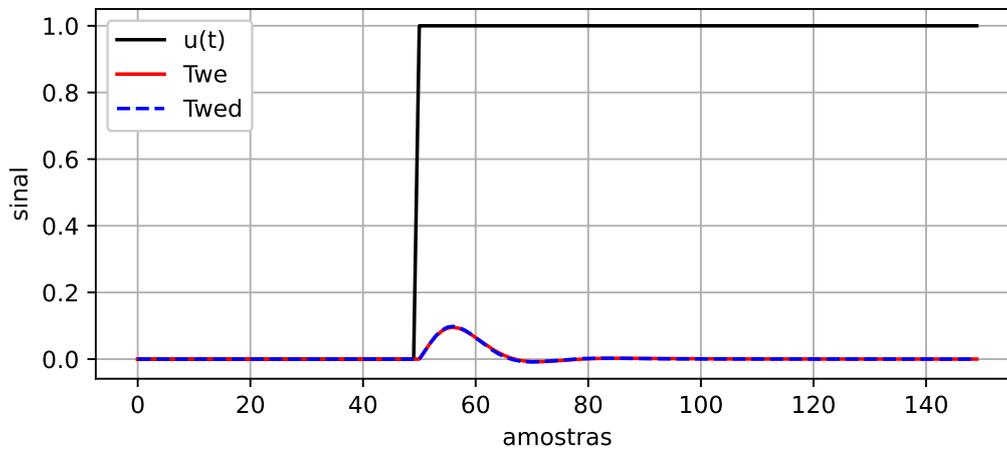
$$T_{red}(z) = \frac{0.1436}{z - 0.8564}, \quad (71)$$

e dos parâmetros dos controladores apresentados em (67), obtidos por meio da aplicação do método VRFT na configuração Cascata 1. Com isso, o modelo do distúrbio desejado foi projetado como segue:

$$T_{wed}(z) = \frac{T_{red}(z)}{C_e(z, \rho_e)} = \frac{0.06184(z - 1)}{(z - 0.8564)(z - 0.5146)}. \quad (72)$$

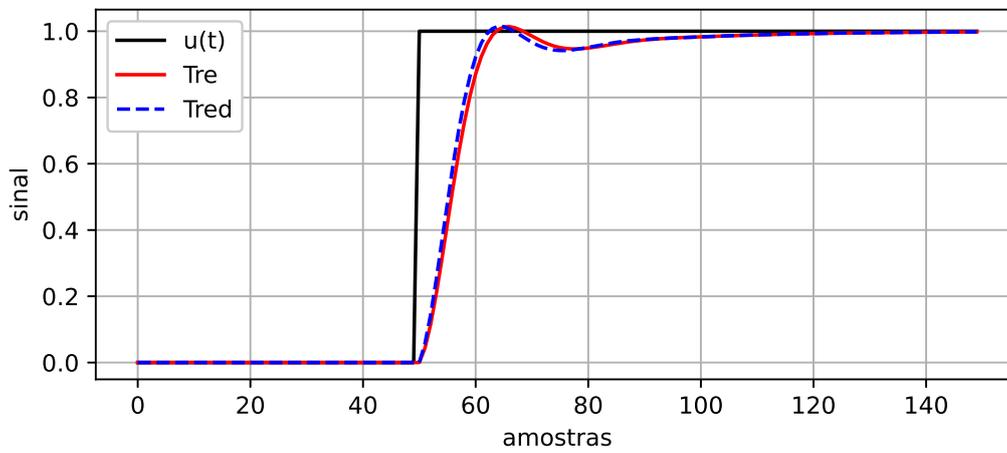
Nessas condições, o método foi aplicado duas vezes: uma sem o filtro e outra com a utilização do filtro definido em (48). Os parâmetros obtidos e os erros relativos ao distúrbio

Figura 16 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta ao distúrbio (ideal)



Fonte: Autor.

Figura 17 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta à referência (ideal)



Fonte: Autor.

Tabela 3 – Parâmetros obtidos sem e com o filtro  $K(z)$

Filtro	$k_{pe}$	$k_{ie}$	$k_{pi}$	$J^w/10^6$
$K(z) = 1$	1.2637	1.1266	2.0954	55.632
$K(z)$ (48)	4.8152	1.1196	1.3381	28.547

na saída externa estão apresentados na Tabela 3. Para fins de comparação, o método VDFT foi aplicado em uma malha de controle simples utilizando um controlador PID com o mesmo modelo de distúrbio desejado definido em (72). Os parâmetros encontrados foram:

$$\rho_{PID} = [7.4815 \quad 1.1186 \quad 6.5022], \quad (73)$$

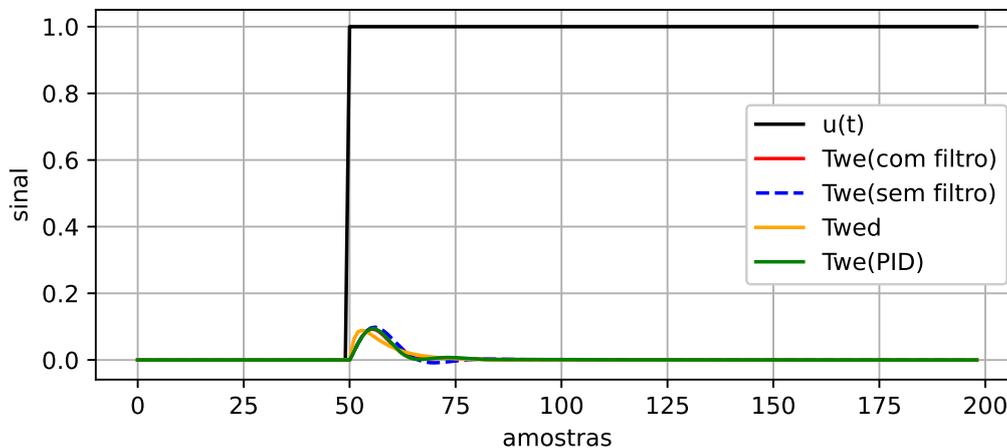
resultando em um erro relativo ao distúrbio  $J^w/10^6 = 33.553$ .

A Tabela 4 apresenta as métricas de desempenho, abrangendo o tempo de acomodação, o *overshoot* e o erro quadrático médio da resposta ao sinal de referência. As Figuras 18 e 20 ilustram, respectivamente, as respostas dos sinais de distúrbio e de referência na saída externa. Além disso, a Figura 19 fornece uma ampliação das respostas exibidas na Figura 18, permitindo uma análise mais detalhada dos resultados.

Tabela 4 – Cascata 1 - Planta 2: Métricas de desempenho

Sistema	$t_s$ (ms)	$M_p$	$J^r/1000$
com filtro	6.362	0.002	2.892
sem filtro	6.166	0.015	1.133
PID	6.066	0.177	10.088

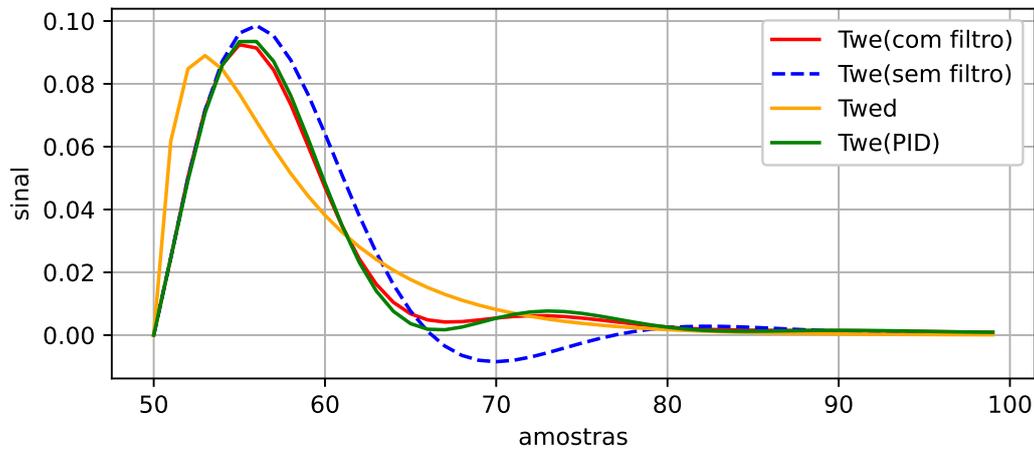
Figura 18 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta ao distúrbio (não ideal)



Fonte: Autor.

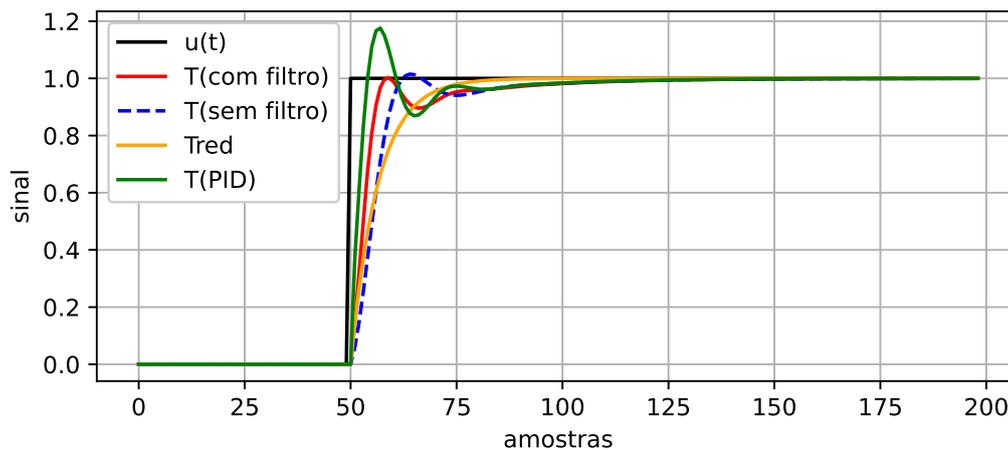
Neste exemplo, observa-se que a utilização do filtro de ponderação teve um impacto significativo na redução dos erros relativos ao distúrbio na saída externa. Além disso, embora o controlador PID tenha alcançado uma resposta de malha fechada para o distúrbio semelhante à obtida com o controlador que utiliza o filtro  $K(z)$ , a resposta à referência apresentou um erro maior, indicando um pior desempenho neste aspecto.

Figura 19 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta ao distúrbio - ampliada



Fonte: Autor.

Figura 20 – Cascata 1 - Planta 2: Resposta à referência (não ideal)



Fonte: Autor.

### 3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, foi apresentada a aplicação do método VDFT na configuração Cascata 1, com o objetivo de projetar controladores que minimizem o critério de desempenho relacionado à rejeição de distúrbios na saída externa. Para isso, foram adaptadas as funções custo e o projeto do filtro de ponderação, considerando as características específicas da configuração em cascata. A abordagem permitiu determinar os parâmetros dos controladores interno e externo utilizando apenas dados de um único ensaio em malha aberta, demonstrando a viabilidade do método em cenários práticos. Além disso, foram implementadas simulações para avaliar a eficácia do método em dois casos distintos: controladores ideais dentro e fora da classe parametrizável adotada.

Os resultados obtidos mostraram que, no caso ideal, os controladores projetados

coincideram com os controladores desejados, validando a formulação do método. Já no cenário em que os controladores ideais estão fora da classe parametrizável, a inclusão do filtro de ponderação  $K(z)$  reduziu significativamente o erro em relação ao distúrbio desejado. Dessa forma, os exemplos demonstraram que a aplicação do método VDFT na configuração Cascata 1 é uma solução eficiente para o ajuste dos controladores.

## 4 MÉTODO VDFT PARA A CONFIGURAÇÃO CASCATA 2

O segundo método desenvolvido neste trabalho é uma adaptação do método de projeto sequencial apresentado em (REMES *et al.*, 2021). Nesse contexto, a abordagem emprega o método VDFT em substituição ao método VRFT na malha de controle interna da configuração Cascata 2, ilustrada na Figura 3.

### 4.1 FORMULAÇÃO DO MÉTODO

Neste caso, assim como na aplicação do método VRFT para essa configuração, a malha de controle interna é isolada da malha externa. A partir disso, aplica-se o método VDFT na malha interna e, com os parâmetros do controlador interno definidos, aplica-se o método VRFT na malha externa. A combinação dos métodos VRFT e VDFT é de particular interesse quando o sistema deve atender simultaneamente a requisitos de rejeição de distúrbios e de seguimento da referência.

Ao isolar a malha interna, obtém-se o diagrama de blocos apresentado na Figura 9. Dessa forma, para a malha interna, pode-se aplicar a mesma solução e filtro projetado descritos em (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018). Assim, os parâmetros do controlador interno são determinados por meio da adaptação de (32), resultando na seguinte função custo a ser minimizada:

$$J^{VD}(\rho) = \left\| K(z) \left( \bar{u}_{ci}(t) + \rho \bar{C}_i(z) y_i(t) \right) \right\|_2^2 \quad (74)$$

onde  $\bar{u}_{ci}(t) = u(t) - \bar{w}(t)$ , sendo  $\bar{w}(t) = T_{wid}^{-1}(z) y_i(t)$ . Aqui,  $\bar{w}(t)$  representa o distúrbio virtual gerado pelo modelo de distúrbio interno desejado,  $T_{wid}(z)$ . Além disso, o filtro de ponderação interno  $K(z)$  para aplicação do método VDFT na malha interna é:

$$K(z) = T_{wid}(z) \quad (75)$$

Após definir o controlador interno por meio da otimização da malha interna, a aplicação do método VRFT na malha externa torna-se o mesmo problema descrito em (REMES *et al.*, 2021), conforme apresentado na Seção 2.3.2. Assim, para determinar os parâmetros do controlador externo, basta minimizar (30), utilizando o mesmo filtro (31).

### 4.2 RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações realizadas para a configuração Cascata 2. Cada subseção descreve um experimento específico, abordando o modelo do distúrbio desejado utilizado, os parâmetros obtidos, e as respostas ao distúrbio e à referência. Também são discutidas as diferenças observadas entre as configurações com e sem filtro, bem como comparações com outras estratégias de controle.

Para realizar as comparações, são definidas as seguintes métricas de desempenho de erro quadrático médio, dadas pelas relações entre as respostas obtidas e desejadas para os sinais de referência e de distúrbio interno:

$$J^r = \frac{1}{N} \sum [(T_{re}(z) - T_{red}(z)) r(t)]^2, \quad (76)$$

$$J^{wi} = \frac{1}{N} \sum [(T_{wi}(z) - T_{wid}(z)) w(t)]^2. \quad (77)$$

#### 4.2.1 Planta 1

Os exemplos nesta seção visam projetar controladores para os seguintes subprocessos interno e externo:

$$G_i(z) = \frac{0.8}{z - 0.6} \quad (78)$$

$$G_e(z) = \frac{0.5}{z - 0.9} \quad (79)$$

cujos dados do ensaio de malha aberta estão ilustrados na Figura 12.

##### 4.2.1.1 Controlador ideal na classe

Neste exemplo, foram projetados modelos de distúrbio interno e de referência, de forma que os controladores parametrizados fossem capazes de gerar as respostas desejadas. As estruturas dos controladores interno  $C_i(z)$  e externo  $C_e(z)$  foram definidos ambos como Proporcional-Integral (PI):

$$C_i(z) = \rho_i^T \bar{C}_i(z) = \begin{bmatrix} k_{pi} & k_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{z}{z-1} \end{bmatrix} \quad (80)$$

$$C_e(z) = \rho_e^T \bar{C}_e(z) = \begin{bmatrix} k_{pe} & k_{ie} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{z}{z-1} \end{bmatrix} \quad (81)$$

Os modelos de distúrbio interno e de referência desejados foram projetados como segue:

$$T_{wid}(z) = \frac{G_i(z)}{1 + G_i(z)C_{id}(z)} = \frac{0.8(z-1)}{(z-0.4161)(z+0.09612)}. \quad (82)$$

$$T_{red}(z) = \frac{C_{ed}(z)T_{id}(z)G_e(z)}{1 + C_{ed}(z)T_{id}(z)G_e(z)} = \frac{0.096(z-0.5)}{(z-0.9213)(z-0.3756)(z-0.02312)}. \quad (83)$$

Os controladores ideais, que geram os modelos de distúrbio e referência desejados, são dados pelos seguintes parâmetros:

$$\rho_d = [k_{pe} \ k_{ie} \ k_{pi} \ k_{ii}] = [0.135 \ 0.015 \ 0.8 \ 0.8]. \quad (84)$$

Com o modelo de distúrbio interno desejado, o método VDFT foi aplicado na malha de controle interna isolada para determinar o parâmetro do controlador interno. De posse deste controlador interno projetado, o método VRFT foi aplicado na malha de controle externa utilizando o modelo de referência desejada. Como resultado, os controladores obtidos coincidiram exatamente com os controladores ideais utilizados para projetar os modelos de distúrbio e referência desejados.

#### 4.2.1.2 Controlador ideal fora da classe

Este exemplo busca comparar as aplicações do método sem e com a utilização dos filtros (33) e (31). As estruturas dos controladores utilizados neste exemplo são idênticas às do exemplo anterior, consistindo em dois controladores do tipo PI.

O modelo de distúrbio interno desejado  $T_{wid}$  utilizado para aplicação do método VDFT na malha interna isolada é definida na Equação (85).

$$T_{wid}(z) = \frac{0.8(z-1)}{z-0.5}. \quad (85)$$

Já para a aplicação do método VRFT na malha de controle externa, o modelo de referência selecionado representa uma função de primeira ordem e é apresentado na Equação (86):

$$T_{red}(z) = \frac{0.3}{z-0.7} \quad (86)$$

Os modelos de distúrbio e referência foram escolhidos de forma que as estruturas dos controladores parametrizados não sejam capazes de gerar exatamente as mesmas respostas desejadas. Dessa forma, é possível observar o efeito dos filtros.

Os resultados da aplicação do método para os casos sem e com filtro podem ser observados na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros obtidos sem e com os filtros  $L(z)$  e  $K(z)$

Filtros	$k_{pe}$	$k_{ie}$	$k_{pi}$	$k_{ii}$	$J^r/10^3$	$J^{wi}/10^3$
$L(z) = K(z) = 1$	0.5520	0.0598	0.1257	0.6250	3.9781	9.0923
$L_e(z)$ (31) & $K(z)$ (48)	0.4585	0.0598	0.3335	0.6261	1.8087	7.1584

Além disso, para comparação, foi aplicado o método VRFT em uma configuração de malha de controle simples, utilizando o modelo de referência (86) com um controlador PID. O vetor de parâmetros obtido foi:

$$\rho_{pid} = [k_p \ k_i \ k_d] = [0.2841 \ 0.0279 \ 0.5836], \quad (87)$$

com esses parâmetros, os valores de erro quadrático médio em relação ao sinal de referência e ao distúrbio interno foram, respectivamente,  $J^r/10^3 = 0.8345$  e  $J^{wi}/10^3 = 37.123$ .

Na Figura 21, destaca-se a eficiência dos filtros na redução do erro. A figura também mostra que a resposta ao sinal de referência com o controlador PID em malha única se aproxima mais da resposta desejada, em comparação com as respostas dos controladores em malha em cascata. No entanto, conforme observado na Figura 22, os controladores em cascata apresentaram uma rejeição superior ao distúrbio interno, quando comparados à malha única. O controlador em cascata com filtro de ponderação demonstrou, assim, um desempenho equilibrado entre o seguimento de referência e a rejeição ao distúrbio.

Figura 21 – Cascata 2 - Planta 1: Resposta à referência (não ideal).

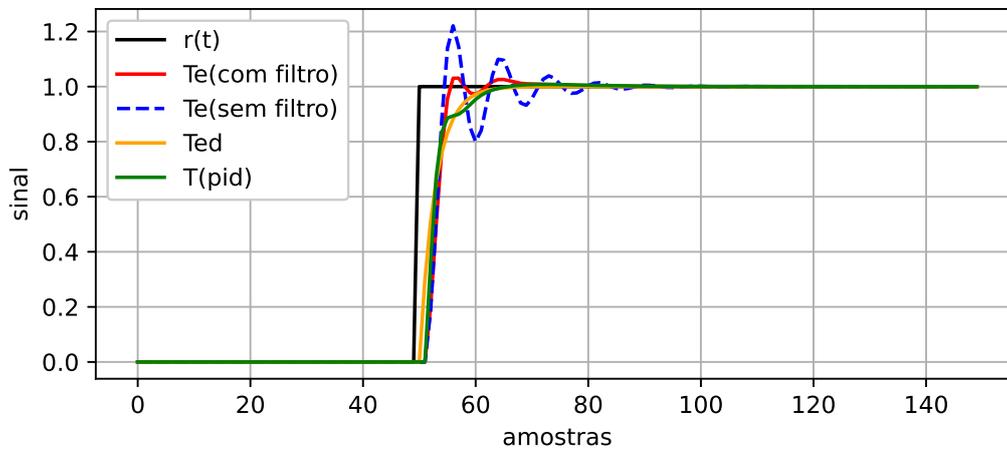
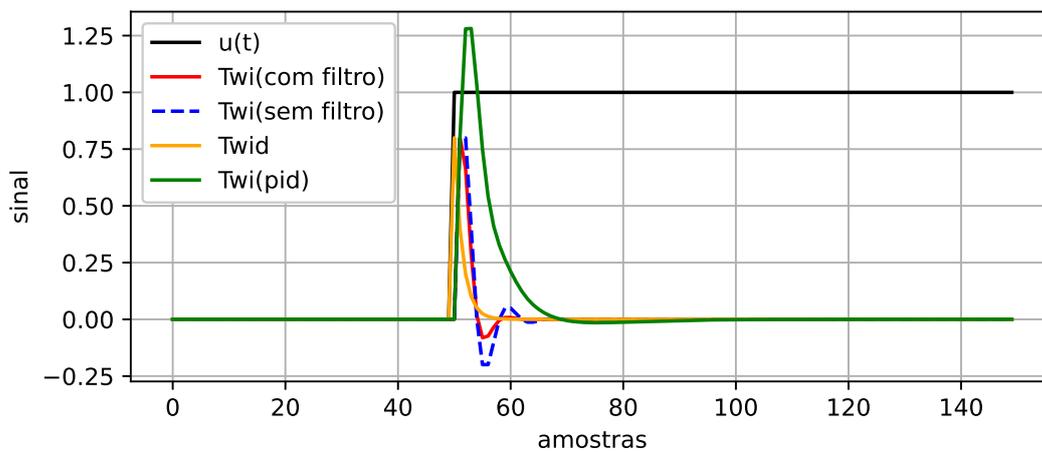


Figura 22 – Cascata 2 - Planta 1: Resposta ao distúrbio na malha interna isolada (não ideal).



### 4.2.2 Planta 2

A planta utilizada nos exemplos subsequentes é a mesma utilizada nos exemplos ilustrativos de (REMES *et al.*, 2021). Os subprocessos são apresentados em (65) e (66). As estruturas dos controladores interno e externo são, respectivamente, um controlador Proporcional e um controlador Proporcional-Integral, apresentados em (52) e (53).

#### 4.2.2.1 Controlador ideal na classe

Neste exemplo, os modelos de distúrbio interno e de referência desejada foram projetados de maneira semelhante ao exemplo descrito na Seção 4.2.1.1. Os parâmetros de controladores ideais foram retirados do exemplo ilustrativo do método VRFT aplicado na configuração Cascata 2, apresentado em (REMES *et al.*, 2021). Estes parâmetros são:

$$\rho_d = [1.036 \quad 0.444 \quad 1.672]. \quad (88)$$

Com base nesses parâmetros de controladores desejados, os modelos de distúrbio interno e de referência desejados foram calculados da seguinte forma:

$$T_{wid}(z) = \frac{G_i(z)}{1 + G_i(z)C_{id}(z)}. \quad (89)$$

$$T_{red}(z) = \frac{C_{ed}(z)T_{id}(z)G_e(z)}{1 + C_{ed}(z)T_{id}(z)G_e(z)}. \quad (90)$$

Aplicando o método VDFT com os modelos obtidos nas Equações (89) e (90), os parâmetros resultantes foram:

$$\rho = [0.7225 \quad 0.4425 \quad 1.6940]. \quad (91)$$

Embora os parâmetros obtidos não sejam idênticos aos controladores ideais, as respostas do distúrbio interno na malha de controle interna isolada e da referência em malha fechada são próximas. Essas respostas estão ilustradas nas Figuras 23 e 24.

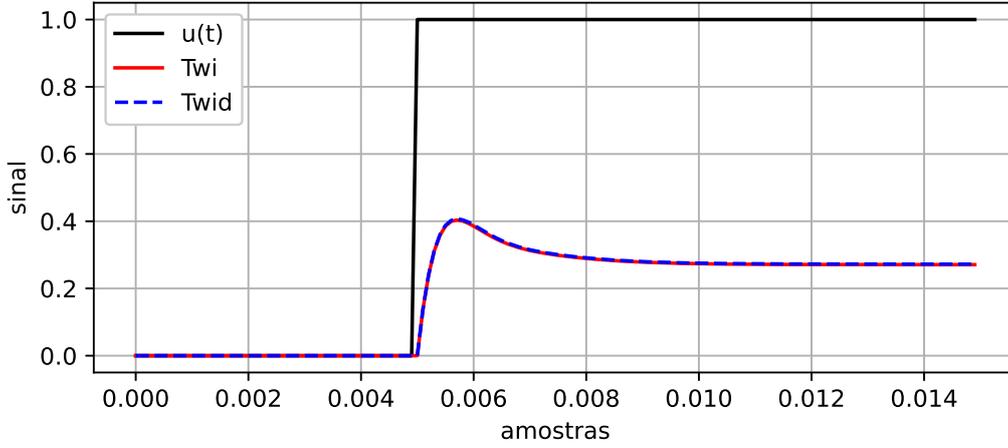
#### 4.2.2.2 Controlador ideal fora da classe

Neste exemplo, foram utilizados os modelos de referência interno e externo, sendo o modelo de referência interno dado por:

$$T_{id} = \frac{0.23105}{z - 0.5397}, \quad (92)$$

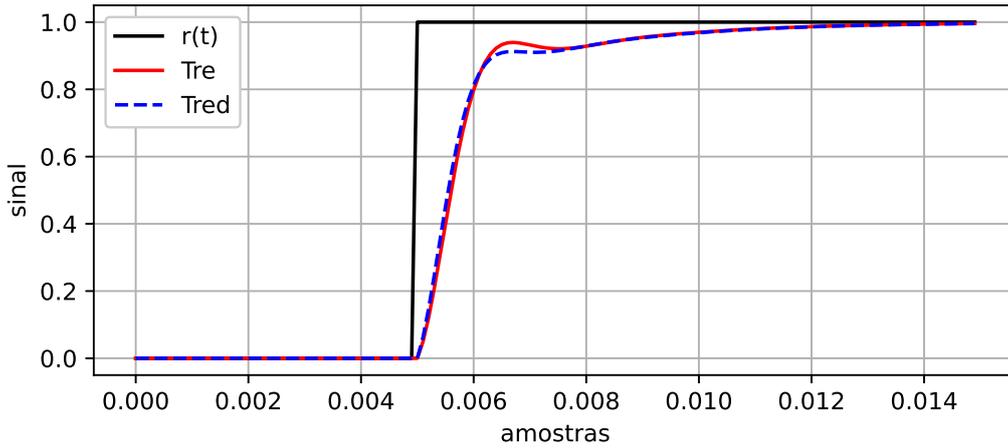
e o modelo de referência externo  $T_{red}(z)$  descrito em (71), ambos extraídos dos exemplos ilustrativos de (REMES *et al.*, 2021). No entanto, neste método, o modelo de referência interno utilizado no artigo não corresponde ao modelo de distúrbio desejado. Ao aplicar o método VDFT isolando a malha de controle interna, resulta no diagrama de blocos mostrado na Figura 9. Ou seja, o modelo de distúrbio desejado representa o efeito do distúrbio  $\bar{w}(t)$  na saída da planta interna  $G_i(z)$  enquanto o modelo de referência interno

Figura 23 – Cascata 2 - Planta 2: Resposta ao distúrbio na malha interna isolada (ideal).



Fonte: Autor.

Figura 24 – Cascata 2 - Planta 2: Resposta à referência (ideal).



Fonte: Autor.

$T_{id}(z)$  representa o efeito do sinal de controle externo  $\bar{u}_{ce}(t)$  na saída da planta interna  $y_i(t)$ .

Assim, o modelo de distúrbio interno para este exemplo foi definido como a razão entre o modelo de referência interno e o controlador interno encontrado por (REMES *et al.*, 2021), resultando na seguinte expressão para o modelo de distúrbio interno:

$$T_{wid}(z) = \frac{T_{id}}{C_i(z, \rho)} = \frac{0.1382}{z - 0.5397}. \quad (93)$$

Com esses modelos, a aplicação do método resultou nos seguintes parâmetros de controladores para os casos sem e com filtro, além dos respectivos erros em relação a um sinal de referência de teste, conforme apresentado na Tabela 6.

Para comparação, utilizando os parâmetros do controlador PID obtido pela apli-

Tabela 6 – Parâmetros obtidos sem e com os filtros  $L(z)$  e  $K(z)$

Filtros	$k_{pe}$	$k_{ie}$	$k_{pi}$	$J^r/10^3$
$L(z) = K(z) = 1$	0.8853	0.6162	1.5651	1.9913
$L_e(z)$ (31) & $K(z)$ (48)	1.1087	0.4422	1.5588	1.3041

cação do método VRFT em malha simples, conforme descrito em (REMES *et al.*, 2021), tem-se:

$$\rho_{PID} = [0.82 \quad 0.30 \quad 3.13], \tag{94}$$

O erro quadrático médio em relação à referência foi calculado como  $J^r/10^3 = 4.1449$ .

Figura 25 – Cascata 2 - Planta 2: Resposta ao distúrbio na malha interna isolada (não ideal).

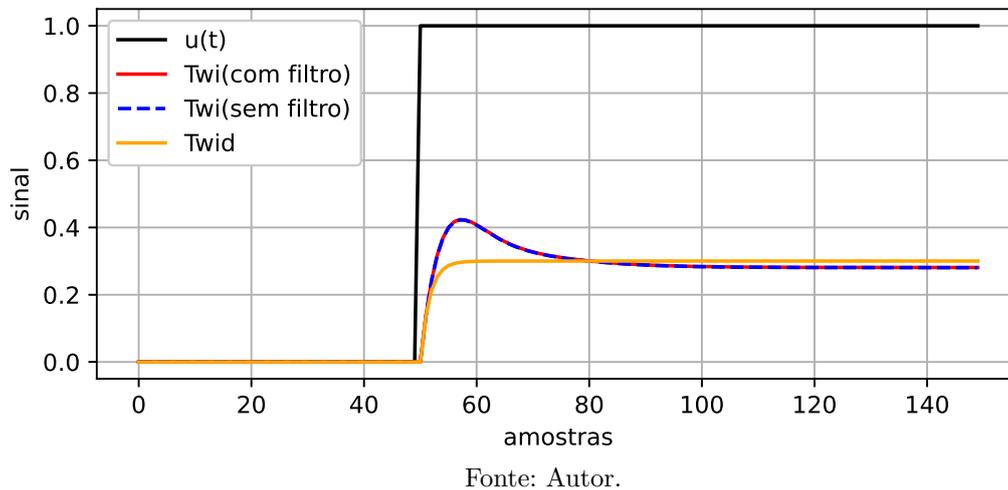
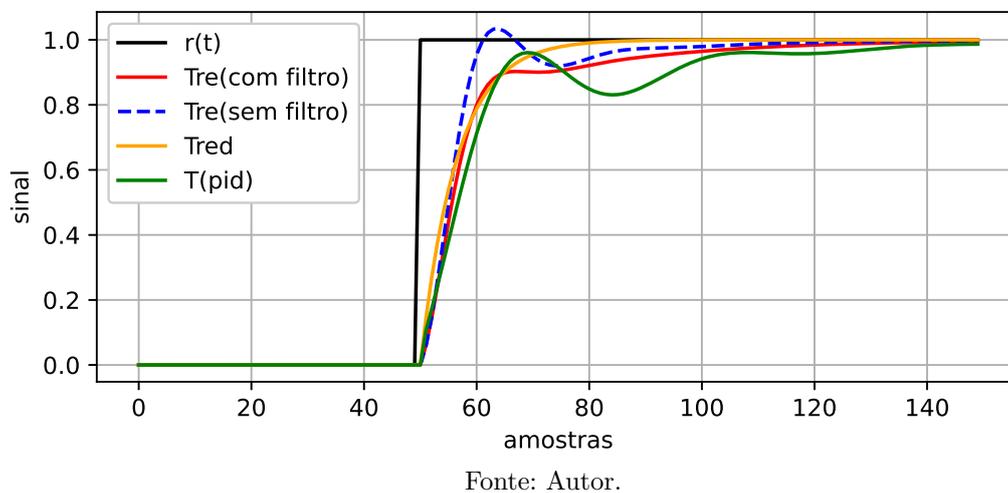


Figura 26 – Cascata 2 - Planta 2: Resposta à referência (não ideal).



As Figuras 25 e 26 ilustram, respectivamente, as respostas do distúrbio na saída interna com a malha interna isolada e as respostas do sinal de referência em malha fechada. Como observado nos exemplos anteriores, o uso do filtro mostrou-se eficaz na redução do erro das respostas.

### 4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, foi investigada a aplicação do método VDFT para a configuração Cascata 2, uma adaptação do método de projeto sequencial, com o intuito de melhorar o desempenho do controle. O método VDFT foi empregado na malha interna, enquanto o método VRFT foi utilizado para a malha externa. Essa combinação permite que o desempenho de rejeição de distúrbios internos seja equilibrado com o seguimento de referência, o que é uma característica desejada para sistemas de controle em cascata.

Foram apresentados os resultados das simulações realizadas com a configuração Cascata 2, onde foram utilizados dois exemplos práticos. No primeiro exemplo, para a Planta 1, os controladores internos e externos foram projetados de maneira ideal, utilizando o método VDFT na malha interna isolada e o método VRFT na malha externa. Como resultado, obteve-se um excelente desempenho, com os controladores calculados sendo idênticos aos controladores ideais projetados, demonstrando a precisão do método aplicado.

Além disso, em um segundo experimento, foi comparada a aplicação do método formulado com e sem filtros de ponderação. Os resultados mostraram que a utilização dos filtros proporcionou uma melhoria significativa no desempenho dos controladores, especialmente na rejeição ao distúrbio, enquanto o seguimento de referência foi mantido dentro de limites desejáveis.

Vale destacar que o método VDFT não se limita a ser aplicado apenas na malha interna, mas também pode ser implementado na malha externa, o que amplia as possibilidades de aplicação do método. Para a configuração Cascata 2, a adaptação do método para ambas as malhas, interna e externa, pode trazer ainda mais benefícios em termos de desempenho, permitindo um controle mais flexível e eficiente.

Os resultados obtidos neste capítulo demonstram o potencial do método formulado na sintonia de controladores para sistemas na configuração Cascata 2, destacando sua flexibilidade e eficiência na melhoria do desempenho global do sistema.

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi explorada a aplicação do método de controle baseado dados VDFT no projeto de controladores para duas configurações de malha em cascata. Os resultados das simulações, realizadas com diferentes plantas e modelos de distúrbio, evidenciaram a eficácia desses métodos na obtenção de controladores que atendem aos requisitos de desempenho em malha fechada. Para a implementação do método na configuração Cascata 1, foi necessário adaptar a função custo do VDFT para incorporar o controlador da malha interna, e foi demonstrado que o filtro  $K(z)$  utilizado no método VDFT também corresponde ao filtro ideal para essa configuração. Na configuração Cascata 2, observou-se que, ao isolar a malha interna para aplicação do método VDFT, o problema se assemelha ao descrito em (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018) enquanto para a malha externa seguiu-se a abordagem proposta em (REMES *et al.*, 2021). Essas adaptações, juntamente com os resultados obtidos, confirmam a viabilidade do VDFT como uma ferramenta eficaz para a sintonia de controladores em malhas em cascata, ampliando sua aplicabilidade em diferentes cenários de controle.

Através das simulações realizadas, foi possível observar que o método VDFT aplicado na configuração Cascata 1 apresentou bons resultados, tanto para o controlador ideal pertencente à classe escolhida quanto para o caso fora da classe. Em particular, a utilização do filtro de ponderação  $K(z)$  contribuiu para a melhoria do desempenho, especialmente quando não era possível atingir o controlador ideal com a classe de controladores escolhida. A adição do filtro  $K(z)$  resultou, assim, na redução dos erros quadráticos médios, quando comparado ao caso sem filtro. Ao comparar os resultados obtidos com o método VDFT em malha simples, foi possível verificar que a configuração Cascata 1 apresentou um desempenho superior, especialmente no que se refere ao erro quadrático médio em relação ao distúrbio  $J^{we}$ . Esse desempenho superior foi evidenciado pela redução significativa dos erros nos dois sistemas analisados, quando a configuração de malha em cascata foi utilizada.

No caso da planta 2, ao utilizar controladores ideais dentro da classe, os resultados mostraram que, mesmo com parâmetros diferentes dos controladores ideais, o método VDFT foi capaz de gerar respostas semelhantes às obtidas com os controladores ideais. Para o caso fora da classe, o filtro de ponderação desempenhou novamente um papel crucial na melhoria do desempenho, especialmente na redução do erro quadrático médio. Ao comparar os resultados obtidos com o método VRFT em malha simples, é evidente o desempenho superior do método VRFT no seguimento de referência. No entanto, a aplicação do método VDFT na malha interna e do VRFT na malha externa resultou em um desempenho equilibrado, com boas respostas tanto para o seguimento de referência quanto para a rejeição a distúrbios.

Em conclusão, os métodos propostos e as simulações realizadas validaram a eficácia

da abordagem de controle baseada em VDFT para o ajuste de controladores parametrizáveis em malha em cascata. A utilização do filtro de ponderação demonstrou ser uma estratégia eficaz para melhorar o desempenho, especialmente em cenários onde o modelo de distúrbio não é ideal. Os resultados obtidos indicam que a combinação de técnicas de controle em cascata e o método VDFT é uma ferramenta promissora para a implementação de sistemas de controle robustos e de alto desempenho em uma variedade de aplicações.

Para trabalhos futuros, recomenda-se a investigação da aplicação do método em diferentes tipos de plantas, como conversores de potência (REMES; ROSA; OLIVEIRA, 2015; REMES *et al.*, 2019) e fontes ininterruptas da energia (UPS) (BEAL *et al.*, 2023), visando explorar de forma mais profunda as potencialidades e limitações da abordagem proposta. Além disso, a adaptação do método para sistemas multivariáveis (*Multiple-Input Multiple-Output* - MIMO) poderia ampliar consideravelmente a aplicabilidade e a eficácia dos métodos discutidos neste trabalho. Outra possibilidade seria a criação de uma biblioteca em Python, seguindo a linha da biblioteca Pyvrft (BOEIRA; ECKHARD, 2020), o que permitiria integrar e complementar a referida biblioteca proporcionando uma ferramenta de controle baseado em dados capaz de lidar com diferentes objetivos de controle.

## REFERÊNCIAS

- BAZANELLA, Alexandre Sanfelice; CAMPESTRINI, Lucíola; ECKHARD, Diego. **Data-driven controller design: the H2 approach**. Amsterdam: Springer, 2011.
- BAZANELLA, Alexandre Sanfelice; CAMPESTRINI, Lucíola; ECKHARD, Diego. The data-driven approach to classical control theory. **Annual Reviews in Control**, v. 56, p. 100906, 2023. ISSN 1367-5788.
- BEAL, Guilherme de Paoli; LORENZINI, Charles; FLORES, Jeferson Vieira; CAMPESTRINI, Lucíola. Harmonic Rejection on UPS through Cascade VRFT of Proportional-Resonant Controller. *In: 2023 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*. [S.l.: s.n.], 2023. P. 1083–1088.
- BOEIRA, Emerson Christ; ECKHARD, Diego. pyvrft: A Python package for the Virtual Reference Feedback Tuning, a direct data-driven control method. **SoftwareX**, v. 11, p. 100383, 2020. ISSN 2352-7110.
- BOFF, Ben Hur Bandeira; FLORES, Jeferson Vieira; ECKERT, Paulo Roberto. Multi-loop resonant control applied to linear permanent magnet synchronous motors for periodic position tracking. **Mechatronics**, v. 99, 2024.
- CHEN, Zengshi; GAO, Wenzhong; HU, Jiangang; YE, Xiao. Closed-Loop Analysis and Cascade Control of a Nonminimum Phase Boost Converter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 26, n. 4, p. 1237–1252, 2011.
- ECKHARD, Diego; CAMPESTRINI, Lucíola; BOEIRA, Emerson Christ. Virtual disturbance feedback tuning. **IFAC Journal of Systems and Control**, v. 3, p. 23–29, 2018. ISSN 2468-6018.
- JIANG, Xin; YI, Hao; ZHUO, Fang; LI, Yuguo. An Adaptive Stabilization Strategy for Harmonic Oscillation of SAPF Interacted With Nonlinear Load and Grid Impedance. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 71, n. 8, p. 9044–9054, 2024.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. [S.l.]: Pearson Universidades, 2010. ISBN 9788576058106.

REMES, Chrystian. **Aplicação de Metodologias de Controle Baseado em Dados em Conversores CC-CC**. 2021. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

REMES, Chrystian; BINZ, Ricardo; FLORES, Jeferson; CAMPESTRINI, Lucíola. Virtual reference feedback tuning applied to cascade control. **IET Control Theory & Applications**, v. 14, mar. 2021.

REMES, Chrystian; ROSA, Murilo; OLIVEIRA, Sérgio Vidal. A Two-Switch Forward Converter application for battery charging. *In*: p. 1–6.

REMES, Chrystian; SILVA, Gustavo; TREVISIO, Alex; COELHO, Marcos; CAMPESTRINI, Lucíola. Data-Driven Approach for Current Control in DC-DC Boost Converters. *In*.

WANG, Huaping; ZHONG, Shihao; ZHENG, Zhiqiang; SHI, Qing; SUN, Tao; HUANG, Qiang; FUKUDA, Toshio. Data-Driven Parallel Adaptive Control for Magnetic Helical Microrobots With Derivative Structure in Uncertain Environments. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, v. 54, n. 7, p. 4139–4150, 2024.