

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

GUILHERME DE PAOLI BEAL

**MODELOS DE REFERÊNCIA PARA
PROJETO DE CONTROLADOR
RESSONANTE**

Porto Alegre
2024

GUILHERME DE PAOLI BEAL

**MODELOS DE REFERÊNCIA PARA
PROJETO DE CONTROLADOR
RESSONANTE**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof^a. Dr^a. Lucíola Campestrini

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

Porto Alegre
2024

GUILHERME DE PAOLI BEAL

**MODELOS DE REFERÊNCIA PARA
PROJETO DE CONTROLADOR
RESSONANTE**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____
Prof.^a. Dr.^a. Lucíola Campestrini, UFRGS
Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul –
Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alexandre Sanfelici Bazanella, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Daniel Ferreira Coutinho, UFSC
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Antonio Felipe da Cunha de Aquino, UFSC
Doutor pela Universidade Federal do Rio de Janeiro – Rio de Janeiro, Brasil

Coordenador do PPGEE: _____
Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

Porto Alegre, outubro de 2024.

RESUMO

Em métodos de controle baseados no paradigma de modelo de referência o projetista especifica o comportamento desejado para o sistema em malha fechada através de uma função de transferência, a qual é chamada modelo de referência. Quando o objetivo é o seguimento ou a rejeição de sinais periódicos pela aplicação de controladores ressonantes, a literatura é escassa quanto a recomendações específicas para a escolha do modelo de referência. Considerando esse objetivo, este trabalho discute possibilidades e propõe um formato geral para essa função de transferência. Dentro desse formato, o projetista arbitra as magnitudes do modelo nas frequências de projeto, as quais são associadas aos erros de seguimento de referência e de atenuação de perturbação com essas frequências. Ademais, o formato considera o incremento do grau relativo para compensar atrasos de transporte em sistemas reais. Quanto aos polos, quatro estratégias de posicionamento são avaliadas. As características dos modelos de referência resultantes são analisadas, incluindo a resposta em frequência, mapa de polos e zeros, resposta ao seno e tempo de acomodação. Os modelos são validados pela aplicação no projeto baseado em dados, através do método de realimentação da referência virtual — em inglês, *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT) —, de controladores ressonantes para atuação do inversor de uma fonte de alimentação ininterrupta — em inglês, *Uninterruptible Power Supply* (UPS) —, visando ao seguimento de tensão senoidal e atenuação de perturbações em frequências harmônicas. Em um primeiro momento, utiliza-se um modelo linear desse equipamento, permitindo a comparação dos modelos de referência com as funções de malha fechada efetivamente obtidas. Após, controladores são projetados para uma bancada experimental. Nesse caso, somente os modelos de referência com polos complexos resultaram em controladores que estabilizaram o sistema.

Palavras-chave: Modelo de Referência, Controlador Ressonante, Controle Baseado em Dados, VRFT, UPS.

ABSTRACT

Some control methods are based on the reference model paradigm, where the designer specifies the desired closed-loop performance through a transfer function, which is called the reference model. However, literature regarding the reference model choice is scarce when the objective is tracking or rejecting periodic signals through a resonant controller. Considering this objective, this work studies possibilities for selecting such a reference model. A general transfer function format for the model is proposed. Within this format, the designer picks the magnitudes of the model at the design frequencies, which are related to reference tracking and disturbance attenuation errors of signals with such frequencies. Furthermore, the format allows increasing the relative degree to compensate for transport delays in real systems. As for the poles placement, four strategies are considered. The characteristics of the resulting reference models are analyzed, including the frequency response, pole-zero map, sine response and settling time. The models are then validated by applying them to data-driven design, using Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT), of resonant controllers for the inverter of an Uninterruptible Power Supply (UPS), aiming at sinusoidal voltage tracking and harmonic disturbances attenuation. At first, a linear model of this system is used, allowing the comparison of the reference models with the actual closed-loop transfer functions. Then, controllers are designed for an experimental setup. In this case, only the reference models with complex poles resulted in stabilizing controllers.

Keywords: Reference Model, Resonant Controller, Data-Driven Control, VRFT, UPS .

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Diagrama de malha de controle simples.	16
Figura 2 –	Diagrama de malha de controle em cascata.	17
Figura 3 –	Controlador ressonante.	24
Figura 4 –	Controlador ressonante de ganho finito.	25
Figura 5 –	Controlador proporcional-ressonante de ganho finito.	27
Figura 6 –	Diagrama da aplicação do VRFT em malha de controle simples.	33
Figura 7 –	Diagrama da aplicação do VRFT em malha de controle em cascata.	35
Figura 8 –	Diagrama funcional de UPS <i>online</i> de dupla conversão.	38
Figura 9 –	Circuito do estágio de saída da UPS.	39
Figura 10 –	UPS experimental do LASCAR/UFRGS.	40
Figura 11 –	Diagrama funcional da UPS experimental do LASCAR/UFRGS.	40
Figura 12 –	Cargas de teste.	41
Figura 13 –	Diagrama de malha de controle do estágio de saída da UPS.	44
Figura 14 –	Circuito linear do estágio de saída da UPS.	45
Figura 15 –	Comparação das respostas da UPS experimental, da UPS simulada e do modelo linear da UPS.	47
Figura 16 –	Excerto dos dados coletados da UPS experimental.	48
Figura 17 –	Curvas de frequência natural constante.	53
Figura 18 –	Retas de frequência amortecida constante.	55
Figura 19 –	Regiões entre as curvas de frequência natural constante e as retas de frequência amortecida constante.	56
Figura 20 –	Curvas de frequência intermediária.	57
Figura 21 –	Modelos de referência reais.	59
Figura 22 –	Modelos de referência naturais.	61
Figura 23 –	Modelos de referência naturais com posicionamento radial.	62
Figura 24 –	Modelos de referência amortecidos.	64
Figura 25 –	Modelos de referência amortecidos com posicionamento radial.	65
Figura 26 –	Modelos de referência intermediários.	66
Figura 27 –	Modelos de referência intermediários com posicionamento radial.	67
Figura 28 –	Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência real e diferentes amortecimentos no controlador.	69
Figura 29 –	Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência natural e diferentes amortecimentos no controlador.	72

Figura 30 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário e diferentes amortecimentos no controlador.	74
Figura 31 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes magnitudes de sua resposta em frequência.	75
Figura 32 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes magnitudes de seus polos.	78
Figura 33 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes graus relativos.	79
Figura 34 – Modelos de referência com diferentes estratégias de posicionamento de polos aplicados no projeto para a UPS experimental.	85
Figura 35 – Controladores projetados para a UPS experimental com modelos de referência com diferentes estratégias de posicionamento de polos. . .	86
Figura 36 – Capturas da tela do osciloscópio nos ensaios para modelos de referência com diferentes estratégias de posicionamento de polos. . . .	88
Figura 37 – Capturas da tela do osciloscópio nos ensaios com melhores índices. .	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Máximas IHDs admissíveis em UPS de baixa tensão.	42
Tabela 2 –	Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência real e diferentes amortecimentos no controlador.	70
Tabela 3 –	Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência natural e diferentes amortecimentos no controlador.	71
Tabela 4 –	Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário e diferentes amortecimentos no controlador.	73
Tabela 5 –	Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes magnitudes de sua resposta em frequência.	76
Tabela 6 –	Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes magnitudes de seus polos.	77
Tabela 7 –	Parâmetros sintonizados para modelo linear na UPS com modelo de referência intermediário com diferentes graus relativos.	80
Tabela 8 –	Parâmetros e resultados da UPS experimental para modelos de referência com diferentes estratégias de posicionamento de polos.	87
Tabela 9 –	Parâmetros e resultados da UPS experimental para controladores com diferentes amortecimentos.	89
Tabela 10 –	Parâmetros e resultados da UPS experimental para modelos de referência com diferentes magnitudes e controladores com diferentes amortecimentos.	90
Tabela 11 –	Parâmetros e resultados da UPS experimental para modelos de referência com diferentes magnitudes dos polos.	91
Tabela 12 –	Parâmetros e resultados da UPS experimental para modelos de referência com diferentes graus relativos.	92
Tabela 13 –	Parâmetros e resultados da UPS experimental com melhores índices.	93

LISTA DE ABREVIATURAS

AC	<i>Alternating Current</i>
CbT	<i>Correlation-based Tuning</i>
DC	<i>Direct Current</i>
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
IFT	<i>Iterative Feedback Tuning</i>
IGBT	<i>Insulated-Gate Bipolar Transistor</i>
IHD	<i>Individual Harmonic Distortion</i>
LASCAR	Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica
LTI	<i>Linear Time-Invariant</i>
OCI	<i>Optimal Controller Identification</i>
OE	<i>Output Error</i>
PPGEE	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PRBS	<i>PseudoRandom Binary Sequence</i>
PWM	<i>Pulse-Width Modulation</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
SISO	<i>Single-Input and Single-Output</i>
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i>
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
UPS	<i>Uninterruptible Power Supply</i>
VDFT	<i>Virtual Disturbance Feedback Tuning</i>
VRFT	<i>Virtual Reference Feedback Tuning</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	CONCEITOS FUNDAMENTAIS	15
2.1	Controle em Malha Fechada	15
2.1.1	Realimentação	15
2.1.2	Realimentação em Cascata	17
2.1.3	Estabilidade Relativa	18
2.1.4	Sensibilidade	20
2.1.5	Integral de Bode	21
2.2	Seguimento e Atenuação de Sinais Senoidais	22
2.2.1	Controlador Ressonante	23
2.2.2	Controlador Ressonante de Ganho Finito	24
2.2.3	Controlador Proporcional-Ressonante de Ganho Finito	26
2.3	Projeto por Modelo de Referência	28
2.3.1	Controlador Parametrizado	28
2.3.2	Escolha do Modelo de Referência	30
2.4	Projeto Baseado em Dados	31
2.4.1	Projeto por Realimentação da Referência Virtual para Malha Simples	32
2.4.2	Projeto por Realimentação da Referência Virtual para Malha em Cascata	34
2.4.3	Variável Instrumental	36
3	PRELIMINARES DE PROJETO	37
3.1	Fonte Ininterrupta de Energia	37
3.1.1	Equipamento Experimental	38
3.1.2	Avaliação de Desempenho	41
3.1.3	Chaveamento e Amostragem	42
3.1.4	Estratégia de Controle	43
3.1.5	Classes dos Controladores	43
3.1.6	Modelo Linear	44
3.1.7	Comparação dos Modelos	47
3.2	Método de Sintonia	47
3.2.1	Coleta de Dados	48
3.2.2	Estimação da Sensibilidade da Malha Interna	49
3.2.3	Critério de Convergência	49

4	MODELOS DE REFERÊNCIA	50
4.1	Condições de Magnitude e Fase	50
4.2	Formato da Função de Transferência	51
4.3	Estratégias de Posicionamento de Polos	52
4.3.1	Polos Reais Sobrepostos	52
4.3.2	Polos Complexos de Frequência Natural Fixa	53
4.3.3	Polos Complexos de Frequência Amortecida Fixa	54
4.3.4	Polos Complexos Intermediários	56
4.4	Análise de Características	58
4.4.1	Polos Reais Sobrepostos	58
4.4.2	Polos Complexos de Frequência Natural Fixa	60
4.4.3	Polos Complexos de Frequência Amortecida Fixa	63
4.4.4	Polos Complexos Intermediários	63
4.5	Análise de Aplicação	68
4.5.1	Variação do Amortecimento no Controlador	68
4.5.2	Variação da Magnitude da Resposta em Frequência do Modelo	73
4.5.3	Variação da Magnitude dos Polos do Modelo	76
4.5.4	Variação do Grau Relativo	77
4.6	Considerações Finais	80
5	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	82
5.1	Projeto de Controladores	82
5.2	Ensaio	83
5.3	Resultados	83
5.3.1	Estratégia de Posicionamento de Polos do Modelo de Referência	84
5.3.2	Variação de Parâmetros de Projeto	88
5.3.3	Melhores Resultados	93
5.4	Considerações Finais	94
6	CONCLUSÕES	96
	REFERÊNCIAS	98

1 INTRODUÇÃO

O objetivo básico de sistemas de controle é que variáveis de interesse apresentem determinadas características. Tipicamente, são estabelecidos sinais de referência que estabelecem o comportamento esperado para essas variáveis. Em muitos casos, deseja-se que, em regime permanente, o erro de seguimento de referência seja nulo. Além disso, costumam ser definidos requisitos de desempenho da resposta transitória, como tempo de acomodação e máximo sobrepasso. Uma maneira de definir esses critérios é através de funções de transferência que apresentem essas características para determinadas referências. Essas funções são denominadas modelos de referência.

O paradigma de modelo de referência fundamenta diversos métodos de controle baseados em dados. Nessas metodologias de projeto, controladores são sintonizados a partir de um conjunto de dados de entrada e saída previamente coletados da planta a ser controlada, sem a necessidade de um modelo da mesma, visando a minimizar a diferença entre a resposta do sistema resultante em malha fechada e a do modelo de referência (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011).

Modelos de referência embasam também uma das linhas do controle adaptativo. Nesse caso, um mecanismo ajusta os parâmetros do controlador durante a operação com base em medições das entradas e saídas da planta (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2008). No controle adaptativo por modelo de referência, o mecanismo visa a continuamente aproximar o comportamento do sistema em malha fechada ao do modelo de referência.

Em todas essas abordagens, a especificação de um modelo de referência adequado é fundamental para o sucesso. Naturalmente, a função de transferência deve satisfazer requisitos de causalidade e estabilidade. Ademais, se a estrutura do controlador é fixa, o que é comum, então há limitações no formato da função, as quais dependem também do modelo da planta.

No entanto, os métodos baseados em dados assumem que não há um modelo da planta, o que dificulta a seleção do modelo de referência. Nesse caso, escolhas inadequadas podem resultar em controladores que levam a respostas muito distantes do especificado ou até mesmo à instabilidade do sistema em malha fechada. Diretrizes gerais para a determinação de um modelo de referência são discutidas por BAZANELLA; CAMPESTRINI;

ECKHARD (2011); GONÇALVES DA SILVA; CAMPESTRINI; BAZANELLA (2014); GONÇALVES DA SILVA; BAZANELLA; CAMPESTRINI (2019) considerando o seguimento de sinais constantes.

De fato, em muitos sistemas de controle o objetivo é o seguimento de referências constantes através de controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) ou similares. Nesse caso, modelos de referência de primeira ou segunda ordem costumam ser suficientes (GONÇALVES DA SILVA; CAMPESTRINI; BAZANELLA, 2014). Uma função de transferência de primeira ordem é associada a uma resposta sem sobrepasso, permitindo ao projetista especificar o tempo de acomodação desejado pela alocação do único polo. Uma função de segunda ordem, por sua vez, permite também a especificação de um máximo sobrepasso aceitável pela escolha do coeficiente de amortecimento de um par de polos complexos.

No entanto, para obter o seguimento de referências de outras naturezas, outros tipos de controlador são indicados. Apesar disso, a literatura é escassa quanto à recomendação de modelos de referência específicos para diferentes classes de controlador.

Quando se trata do seguimento de referências periódicas, controladores ressonantes e repetitivos são comumente empregados (PEREIRA *et al.*, 2014; LORENZINI *et al.*, 2018; RAMOS; COSTA-CASTELLÓ, 2018; BOFF; FLORES; ECKERT, 2024). Algumas possibilidades para o modelo de referência para projeto baseado em dados de controlador ressonante foram exploradas em SCHILDT (2014); CORLETA *et al.* (2016); BEAL *et al.* (2023a); LOURENCENA (2023), embora com limitações. De forma similar, BEAL *et al.* (2023b) propuseram um modelo de referência para o projeto baseado em dados de controlador repetitivo. Além disso, o projeto adaptativo por modelo de referência de controladores repetitivos é tratado em GRUNDLING; CARATI; PINHEIRO (1998); RICHTER *et al.* (2003); KURNIAWAN; CAO; MAN (2011). Por outro lado, a literatura não apresenta projetos adaptativos por modelo de referência de controladores ressonantes.

Os trabalhos de SCHILDT (2014); CORLETA *et al.* (2016); BEAL *et al.* (2023a) realizam o projeto de controladores ressonantes para atuação do inversor de uma fonte ininterrupta de energia — em inglês, *Uninterruptible Power Supply* (UPS) — de forma a fornecer uma tensão de saída senoidal de valor eficaz e frequência constantes. Quando acoplado a cargas não lineares típicas, esse equipamento é sujeito a perturbações com elevado conteúdo em frequências harmônicas da referência. Assim, para atenuar essas perturbações, as frequências das mesmas devem ser consideradas no projeto do controlador ressonante. Ademais, além da realimentação do erro de seguimento de tensão, tipicamente aplica-se a esse equipamento também uma realimentação proporcional de alguma corrente interna, objetivando a melhoria do desempenho dinâmico (RYAN; BRUMSICKLE; LORENZ, 1997).

Nesse cenário da UPS, SCHILDT (2014); CORLETA *et al.* (2016) projetam controladores ressonantes considerando somente a frequência fundamental da referência. Assim,

quando o equipamento experimental alimenta cargas não lineares, a tensão de saída é altamente distorcida, resultando em um desempenho insatisfatório. Ambos os trabalhos projetam o controlador ressonante pelo método de realimentação da referência virtual — em inglês, *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT) — proposto por CAMPI; LECCHINI; SAVARESI (2002). O trabalho de SCHILDT (2014) emprega um modelo de referência em que um conjunto de polos é distribuído no eixo real, enquanto o de CORLETA *et al.* (2016) aloca múltiplos polos reais sobrepostos em uma mesma posição. Por fim, somente o primeiro trabalho efetivamente aplica o método no equipamento experimental, com o segundo limitado à validação por simulação.

Ainda no contexto da UPS, BEAL *et al.* (2023a) projetam controladores ressonantes considerando mais frequências, melhorando consideravelmente o desempenho sob cargas não lineares. Para isso, o modelo de referência de polos reais sobrepostos é estendido para considerar essas frequências adicionais no projeto. Ademais, a referência emprega uma versão do VRFT adaptada para malhas em cascata, desenvolvida por REMES *et al.* (2020), a qual permite o projeto simultâneo do ganho proporcional de corrente e do controlador ressonante. Porém, a validação desse trabalho também é limitada a simulações.

O trabalho de LOURENCENA (2023), por sua vez, insere-se em um contexto de aplicação diferente, relacionado à redução de vibrações em turbinas eólicas. Nesses equipamentos, os ângulos individuais das pás podem ser ajustados ao longo da rotação para reduzir desgastes físicos causados por ventos irregulares (HOUTZAGER, 2011). Pela natureza rotatória, os sinais associados são periódicos, podendo ser decompostos em senoides pela Série de Fourier (HAYKIN; VAN VEEN, 2001). Assim, o controle individual das pás é um problema de rejeição de perturbações senoidais. Para enfrentá-lo, LOURENCENA (2023) projeta controladores ressonantes atuantes em duas frequências e sintonizados por VRFT. Para isso, é proposto um modelo de referência com pares de polos complexos conjugados, em que cada par tem sua frequência amortecida associada a uma frequência considerada no projeto. No entanto, a validação desse trabalho também é realizada somente em um ambiente de simulação.

Assim, considerando a escassez de diretrizes específicas para a escolha de modelos de referência visando ao projeto de controladores ressonantes para seguimento de sinais periódicos, o primeiro objetivo deste trabalho é a proposição e a análise de modelos de referência para essa finalidade. Nesse sentido, são apresentadas condições de magnitude e fase que os modelos de referência devem satisfazer, além da possibilidade de incremento do grau relativo para lidar com atrasos de transporte em aplicações reais. Com isso, um formato geral para os modelos é proposto. Após, quatro estratégias de posicionamento de polos são apresentadas, com as características dos modelos resultantes discutidas na sequência. Ainda, os modelos são analisados quanto à aplicação no projeto de controladores para um modelo linear da UPS; embora o modelo da planta seja desnecessário para o projeto baseado em dados, o mesmo pode ser utilizado para determinar a função de

transferência do sistema em malha fechada, a qual pode então ser comparada ao modelo de referência para avaliar sua adequação.

Ainda, considerando a importância da implementação experimental, o segundo objetivo deste trabalho é a aplicação dos modelos de referência para o projeto por VRFT em cascata de controladores ressonante e proporcional para a UPS experimental, visando ao seguimento de tensão senoidal e rejeição de perturbações em frequências harmônicas. Com isso, espera-se validar experimentalmente os modelos de referência discutidos.

Antes de prosseguir, comenta-se sobre a organização deste trabalho. No Capítulo 2 são revisados conceitos fundamentais de controle em malha fechada para após tratar do seguimento e atenuação de sinais senoidais, incluindo uma apresentação do controlador ressonante. Ainda nesse capítulo, discute-se o projeto por modelo de referência e, finalmente, o projeto baseado em dados, incluindo a apresentação do método VRFT. O Capítulo 3 trata de preliminares de projeto para a UPS, apresentando esse equipamento e a estratégia de controle, além de particularidades da metodologia de sintonia empregada neste trabalho. Após, o Capítulo 4 concentra a principal contribuição deste trabalho, propondo e analisando modelos de referência para controladores ressonantes. A validação experimental dos modelos de referência em projetos para a UPS é tratada no Capítulo 5, em que diversos resultados são apresentados. Finalmente, os comentários expostos no Capítulo 6 concluem este trabalho.

2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Este capítulo reúne conceitos fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Inicialmente, princípios de controle em malha fechada são enunciados. Após, concentra-se no problema de seguimento e rejeição de sinais periódicos. Na sequência é conceituado o projeto de sistemas de controle pelo paradigma de modelo de referência. Ao fim, introduz-se o projeto baseado em dados. No decorrer deste trabalho, exceto quando indicado, considera-se sistemas e sinais de tempo discreto, como discorrido em ÅSTRÖM; WITTENMARK (2011); ANGÉLICO; DAS NEVES (2023).

2.1 Controle em Malha Fechada

O objetivo clássico de sistemas de controle é determinar a atuação a ser aplicada na entrada de uma planta de forma que a saída siga um sinal de referência com o menor erro possível. Para tanto, prevalecem as estratégias de controle em malha fechada, em que a medição da saída é realimentada por um controlador para cômputo da atuação (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2011).

A presente seção revisa conceitos de controle em malha fechada. Inicialmente são apresentadas topologias de realimentação unitária e em cascata. Em seguida, apresentam-se conceitos de estabilidade relativa. Por fim, comenta-se sobre a sensibilidade a perturbações e como a mesma possui uma limitação teórica expressa pela integral de Bode.

2.1.1 Realimentação

Seja uma planta linear e invariante no tempo — em inglês, *Linear Time-Invariant* (LTI) — e de entrada única e saída única — em inglês, *Single-Input and Single-Output* (SISO). A saída da mesma, perturbada por um sinal exógeno, é expressa por

$$y[k] = G(z)u[k] + \nu[k], \quad (1)$$

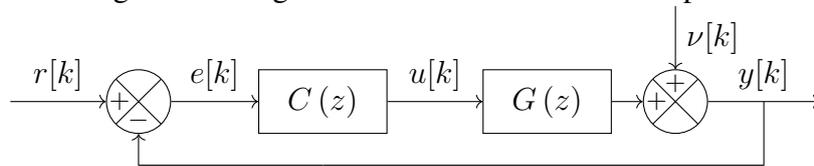
em que $G(z)$ é uma função de transferência discreta estritamente própria que representa a planta, z é o operador de avanço discreto, $u[k]$ é o sinal de entrada, $\nu[k]$ é a perturbação e k é a variável de tempo discreto.

Deseja-se que a saída desse processo aproxime-se de um sinal de referência $r[k]$. Um controlador LTI e SISO, representado pela função de transferência própria $C(z)$, opera sobre o erro de seguimento de forma a determinar a atuação a ser aplicada como entrada do sistema, através de

$$u[k] = C(z) (r[k] - y[k]). \quad (2)$$

A topologia de controle resultante, exibida na Figura 1, é chamada de malha simples ou malha com realimentação unitária.

Figura 1 – Diagrama de malha de controle simples.



Fonte: do autor.

Nessa realimentação, a função de laço é definida como

$$L(z) = C(z)G(z). \quad (3)$$

A saída em malha fechada, obtida pela aplicação de (2) em (1), é expressa por

$$y[k] = T(z)r[k] + S(z)\nu[k], \quad (4)$$

em que

$$\begin{aligned} T(z) &= \frac{L(z)}{1 + L(z)} \\ &= \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)} \end{aligned} \quad (5)$$

é a função de transferência de malha fechada ou função de sensibilidade complementar, e

$$\begin{aligned} S(z) &= \frac{1}{1 + L(z)} \\ &= \frac{1}{1 + C(z)G(z)} \\ &= 1 - T(z) \end{aligned} \quad (6)$$

é a função de sensibilidade. Ainda, o erro de seguimento é expresso por

$$\begin{aligned} e[k] &= r[k] - y[k] \\ &= S(z) (r[k] + \nu[k]). \end{aligned} \quad (7)$$

Por fim, note que $C(z)$ própria e $G(z)$ estritamente própria implica que $L(z)$ e $T(z)$ são ambas estritamente próprias, enquanto $S(z)$ é própria.

2.1.2 Realimentação em Cascata

Seja uma planta LTI e SISO, representada por duas funções de transferência próprias $G_i(z)$ e $G_e(z)$ em série, sendo o produto $G_i(z) G_e(z)$ estritamente próprio. A saída da primeira função, denominada saída interna, é expressa por

$$y_i[k] = G_i(z) u[k] + \nu_i[k], \quad (8)$$

em que $\nu_i[k]$ é uma perturbação exógena. Por sua vez, a saída da segunda função, denominada saída externa, é expressa por

$$\begin{aligned} y_e[k] &= G_e(z) y_i[k] + \nu_e[k] \\ &= G_e(z) G_i(z) u[k] + G_e(z) \nu_i[k] + \nu_e[k], \end{aligned} \quad (9)$$

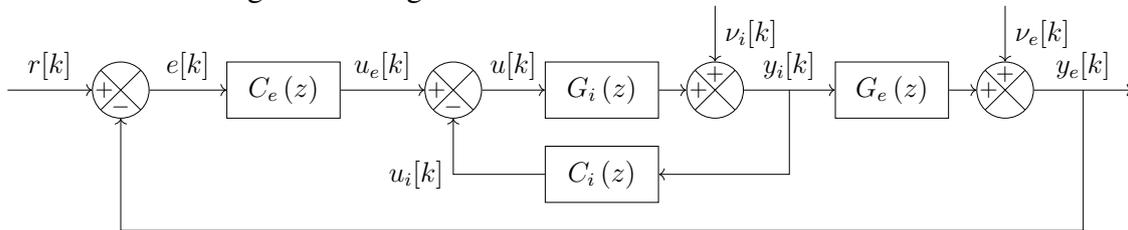
em que $\nu_e[k]$ é outra perturbação exógena.

Dois controladores LTIs e SISOs, representados pelas funções de transferência próprias $C_i(z)$ e $C_e(z)$, atuam conjuntamente para determinar a atuação $u[k]$ a ser aplicada como entrada do processo. O primeiro, chamado controlador interno, recebe como entrada a saída interna, enquanto o segundo, chamado controlador externo, atua sobre o erro de seguimento de uma referência $r[k]$ pela saída externa. A atuação é então determinada por

$$u[k] = C_e(z) (r[k] - y_e[k]) - C_i(z) y_i[k]. \quad (10)$$

A topologia de controle resultante, exibida na Figura 2, é chamada de malha em cascata. Cabe destacar que há outras configurações, com controladores em diferentes posições, que também são comumente chamadas de controle em cascata (REMES *et al.*, 2020). Neste trabalho, o termo refere-se especificamente à topologia aqui apresentada.

Figura 2 – Diagrama de malha de controle em cascata.



Fonte: do autor.

Com essa topologia, a saída externa em malha fechada é obtida através de (8), (9) e (10) como

$$y_e[k] = T_c(z) r[k] + S_{ci}(z) \nu_i[k] + S_{ce}(z) \nu_e[k], \quad (11)$$

em que

$$T_c(z) = \frac{C_e(z) G_i(z) G_e(z)}{1 + C_i(z) G_i(z) + C_e(z) G_i(z) G_e(z)} \quad (12)$$

é a função de transferência de malha fechada ou função complementar da sensibilidade externa,

$$S_{ci}(z) = \frac{G_e(z)}{1 + C_i(z)G_i(z) + C_e(z)G_i(z)G_e(z)} \quad (13)$$

é a função de sensibilidade interna, e

$$\begin{aligned} S_{ce}(z) &= \frac{1 + C_i(z)G_i(z)}{1 + C_i(z)G_i(z) + C_e(z)G_i(z)G_e(z)} \\ &= 1 - T_c(z) \end{aligned} \quad (14)$$

é a função de sensibilidade externa. Note que, com $C_i(z)$, $C_e(z)$, $G_i(z)$ e $G_e(z)$ próprias, e $G_i(z)G_e(z)$ estritamente própria, $T_c(z)$ é estritamente própria, enquanto $S_{ci}(z)$ e $S_{ce}(z)$ são próprias.

A mesma topologia pode ainda ser vista de diferentes formas. Por exemplo, considerando apenas a realimentação interna, a saída interna pode ser expressa por

$$y_i[k] = T_i(z)u_e[k] + S_i(z)\nu_i[k], \quad (15)$$

em que

$$T_i(z) = \frac{G_i(z)}{1 + C_i(z)G_i(z)} \quad (16)$$

é a função da malha interna, e

$$S_i(z) = \frac{1}{1 + C_i(z)G_i(z)} \quad (17)$$

é a função de sensibilidade da malha interna.

Outra perspectiva é considerar a realimentação interna como parte da própria planta. Assim, do ponto de vista do controlador externo, a realimentação é unitária. Portanto, as análises desenvolvidas a seguir para a malha de realimentação unitária são aplicáveis ao controlador externo da malha em cascata.

2.1.3 Estabilidade Relativa

É desejável não só que a realimentação seja estável mas também que a mesma esteja suficientemente distante da instabilidade. Para que o sistema em malha fechada seja estável, a função de transferência deve ter magnitude finita em todo o espectro frequencial, ou seja,

$$|T(e^{j\Omega})| < \infty \quad \forall \Omega \in [-\pi, \pi]. \quad (18)$$

Note, através de (5), que isso é garantido se e somente se

$$\begin{aligned} 1 + L(e^{j\Omega}) &\neq 0 \quad \forall \Omega \in [-\pi, \pi] \\ &\Updownarrow \\ L(e^{j\Omega}) &\neq -1 \quad \forall \Omega \in [-\pi, \pi]. \end{aligned} \quad (19)$$

Esse resultado, relacionado ao chamado critério de Nyquist, estabelece que quanto mais distante a função de laço $L(z)$ estiver do ponto crítico -1 , maiores são as margens de estabilidade (ÅSTRÖM; MURRAY, 2020). Com base nele definem-se a seguir três métricas de robustez que mensuram essa distância.

2.1.3.1 Margem de Ganho

A margem de ganho é o máximo ganho que pode ser aplicado a um sistema antes que o mesmo torne-se instável quando realimentado (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2011). A menor frequência em que a fase de uma função de transferência $L(z)$ decresce a -180° é denominada frequência crítica de ganho ou frequência de cruzamento de fase, expressa por

$$\Omega_{GC} = \min \left\{ \Omega \in [0; \pi] : \angle L(e^{j\Omega}) = -180^\circ \right\}. \quad (20)$$

Se existir Ω_{GC} , então a margem de ganho é definida como

$$\text{GM} \{L(z)\} = \frac{1}{|L(e^{j\Omega_{GC}})|}. \quad (21)$$

2.1.3.2 Margem de Fase

A margem de fase é o máximo atraso de fase que pode ser aplicado a um sistema antes que o mesmo torne-se instável quando realimentado (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 2011). A menor frequência em que a magnitude de uma função de transferência $L(z)$ é unitária é denominada frequência crítica de fase ou frequência de cruzamento de ganho, expressa por

$$\Omega_{PC} = \min \left\{ \Omega \in [0; \pi] : |L(e^{j\Omega})| = 1 \right\}. \quad (22)$$

A margem de fase é então definida como

$$\text{PM} \{L(z)\} = 180^\circ + \angle L(e^{j\Omega_{PC}}). \quad (23)$$

2.1.3.3 Margem de Estabilidade

A margem de estabilidade é a menor distância da curva de Nyquist de um sistema para o ponto crítico -1 (ÅSTRÖM; MURRAY, 2020). Assim, sua definição formal exige descrever a curva de Nyquist, o que foge do escopo deste trabalho. Sugere-se consultar ÅSTRÖM; MURRAY (2020) para uma discussão detalhada e ÅSTRÖM; WITTENMARK (2011) para particularidades da representação em tempo discreto.

A margem de estabilidade da função de laço, denotada $\text{SM} \{L(z)\}$, é relacionada às suas margens de ganho e de fase pelas inequações

$$\text{GM} \{L(z)\} \geq \frac{1}{1 - \text{SM} \{L(z)\}} \quad (24)$$

e

$$\text{PM} \{L(z)\} \geq 2 \arcsin \left(\frac{\text{SM} \{L(z)\}}{2} \right). \quad (25)$$

Além disso, ÅSTRÖM; MURRAY (2020) sugerem que $[0,5; 0,8]$ é uma faixa razoável para a margem de estabilidade.

2.1.4 Sensibilidade

Conforme (4), a função de sensibilidade $S(z)$ descreve como o sistema em malha fechada responde a perturbações. Considerando uma perturbação de frequência Ω , e aplicando o conceito de resposta em frequência (ANGÉLICO; DAS NEVES, 2023), o efeito da mesma sobre a saída em regime permanente está associado à magnitude da sensibilidade. Neste trabalho aplica-se a seguinte terminologia:

- se $|S(e^{j\Omega})| = 0$, então a perturbação é rejeitada;
- se $0 < |S(e^{j\Omega})| < 1$, então a perturbação é atenuada;
- se $|S(e^{j\Omega})| \geq 1$, então a perturbação é mantida ou amplificada.

Naturalmente, é desejável que as perturbações sejam rejeitadas ou atenuadas.

O máximo valor de função de sensibilidade é chamado pico de sensibilidade, expresso por

$$M_S = \sup_{\Omega \in [0; \pi]} |S(e^{j\Omega})|. \quad (26)$$

Além de fornecer a máxima amplificação, esse valor é o inverso da margem de estabilidade da função de laço,

$$M_S = \frac{1}{\text{SM} \{L(z)\}}. \quad (27)$$

Assim, o pico de sensibilidade pode ser utilizado como uma medida de robustez (ÅSTRÖM; MURRAY, 2020).

Aplicando (27) em (24) e (25) obtém-se as inequações

$$\text{GM} \{L(z)\} \geq \frac{M_S}{M_S - 1} \quad (28)$$

e

$$\text{PM} \{L(z)\} \geq 2 \arcsin \left(\frac{1}{2M_S} \right), \quad (29)$$

as quais estabelecem um valor mínimo para as margens de ganho e de fase de acordo com o pico de sensibilidade. Ademais, a faixa de valores recomendada por ÅSTRÖM; MURRAY (2020) para a margem de estabilidade se traduz em uma faixa de $[1,25; 2]$ para o pico de sensibilidade. Note que um menor pico de sensibilidade garante maiores margens de estabilidade.

2.1.5 Integral de Bode

Conforme já dito, é desejável que as perturbações sejam atenuadas. No entanto, não é possível obter atenuação ao longo de todo o espectro de frequências. A razão teórica é explicada pela fórmula integral de Bode, também referida como teorema de Bode, que é enunciada a seguir em sua versão discreta, conforme apresentada por WU; JONCKHE-ERE (1992), e interpretada com base na discussão de ÅSTRÖM; MURRAY (2020).

Seja um sistema de controle como o da Figura 1, com controlador projetado de forma que o sistema em malha fechada seja estável. A fórmula integral de Bode estabelece que

$$\int_{-\pi}^{\pi} \ln(|S(e^{j\Omega})|) d\Omega = 2\pi \left(\sum_i \ln(|\chi_i|) - \ln\left(\left|1 + \lim_{z \rightarrow \infty} L(z)\right|\right) \right), \quad (30)$$

em que χ_i são os polos instáveis de $L(z)$.

Antes de interpretar o resultado, cabe analisar cada um dos termos. Sendo $L(z)$ estritamente própria, $\lim_{z \rightarrow \infty} L(z) = 0 \implies \ln\left(\left|1 + \lim_{z \rightarrow \infty} L(z)\right|\right) = 0$. Com isso, (30) se simplifica a

$$\int_{-\pi}^{\pi} \ln(|S(e^{j\Omega})|) d\Omega = 2\pi \sum_i \ln(|\chi_i|). \quad (31)$$

Examina-se agora o termo integral. Note que o integrando $\ln(|S(e^{j\Omega})|)$ é o logaritmo natural da magnitude da função de sensibilidade e a região de integração $(-\pi, \pi)$ é um período completo dessa função. A magnitude em questão está diretamente associada à atenuação ou amplificação de perturbações de frequência Ω . De fato, $|S(e^{j\Omega})| < 1 \iff \ln(|S(e^{j\Omega})|) < 0$, enquanto $|S(e^{j\Omega})| > 1 \iff \ln(|S(e^{j\Omega})|) > 0$. Assim, o integrando é negativo em frequências atenuadas e positivo em frequências amplificadas, e a integral pode então ser interpretada como um balanço entre as áreas associadas à atenuação e à amplificação em um gráfico de $\ln(|S(e^{j\Omega})|)$ ao longo da frequência.

Por fim, observa-se o termo do somatório. Suponha que polos instáveis em $G(z)$, se houver, não são cancelados por zeros de $C(z)$ — premissa essa que costuma ser verdadeira. Nesse caso, o conjunto de polos instáveis de $L(z)$ é composto pela união dos polos instáveis de $C(z)$ e de $G(z)$. Além disso, por se tratarem de polos instáveis, $|\chi_i| \geq 1 \forall i \implies \ln(|\chi_i|) \geq 0 \forall i \implies \sum_i \ln(|\chi_i|) \geq 0$. Finalmente, caso não haja polos instáveis em $L(z)$, então não há termos a somar e $\sum_i \ln(|\chi_i|) = 0$.

A análise permite as seguintes conclusões:

- se $L(z)$ não possui polos instáveis, então $\int_{-\pi}^{\pi} \ln(|S(e^{j\Omega})|) d\Omega = 0$ e a área de $\ln(|S(e^{j\Omega})|)$ associada à atenuação equivale à área associada à amplificação;
- se $L(z)$ possui polos instáveis, então $\int_{-\pi}^{\pi} \ln(|S(e^{j\Omega})|) d\Omega \geq 0$ e a área de $\ln(|S(e^{j\Omega})|)$ associada à amplificação é maior ou igual à área associada à atenuação.

Em ambos os casos, se os polos instáveis não são alterados, a integral é invariante. Assim, reduzir $|S(e^{j\Omega})|$ em uma faixa de frequências resulta em um aumento da mesma em outra

faixa de frequências. Esse efeito é referido como colchão d'água (ÅSTRÖM; MURRAY, 2020).

2.2 Seguimento e Atenuação de Sinais Senoidais

Considere que se deseja seguir uma referência senoidal

$$r[k] = A_r \sin(\Omega_r k + \phi_r), \quad (32)$$

em que $\Omega_r \in (0, \pi)$ é a frequência, $A_r \in \mathbb{R}$ é a amplitude e $\phi_r \in \mathbb{R}$ é a fase. Considere ainda que se deseja rejeitar perturbações em frequências harmônicas da frequência de referência. O sinal de perturbação pode então ser expresso por

$$\nu[k] = \sum_{n=1}^m A_n \sin(\Omega_n k + \phi_n), \quad (33)$$

em que

$$\Omega_n = n \Omega_r, \quad n \in \mathbb{N} \quad (34)$$

são as frequências harmônicas, $A_n \in \mathbb{R}$ e $\phi_n \in \mathbb{R}$ são, respectivamente, as amplitudes e fases em cada frequência. Diz-se que a frequência Ω_n corresponde à n -ésima harmônica. A máxima harmônica a ser considerada é determinada por

$$m = \max_n : \Omega_n \leq \pi. \quad (35)$$

Assim, as frequências harmônicas presentes nos sinais compõem o conjunto

$$\Theta = \{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_m\}. \quad (36)$$

Assuma que o controlador é escolhido de forma que

$$\lim_{\Omega \rightarrow \Omega^*} C(e^{j\Omega}) = \infty \quad \forall \Omega^* \in \Theta. \quad (37)$$

Nesse caso, pelas definições em (5) e (6) e supondo que a planta não apresenta polos ou zeros em $e^{\pm j\Omega} \quad \forall \Omega \in \Theta$, as respostas em frequência das funções de malha fechada e de sensibilidade satisfazem

$$T(e^{j\Omega}) = 1 \quad \forall \Omega \in \Theta \quad (38)$$

e

$$S(e^{j\Omega}) = 0 \quad \forall \Omega \in \Theta. \quad (39)$$

Aplicando (32), (33), a propriedade de linearidade e avaliando a resposta em frequência na saída expressa em (4), obtém-se

$$y[k] = |T(e^{j\Omega_r})| A_r \sin\left(\Omega_r k + \phi_r + \angle T(e^{j\Omega_r})\right) + \sum_{n=1}^m |S(e^{j\Omega_n})| A_n \sin\left(\Omega_n k + \phi_n + \angle S(e^{j\Omega_n})\right), \quad k \geq k_{ss}, \quad (40)$$

em que k_{ss} é a amostra em que o regime permanente é atingido. Por fim, aplicando (38) e (39) em (40), verifica-se que $y[k] = r[k]$, $k \geq k_{ss}$, ou seja, o controlador em (37) propicia o seguimento da referência e a rejeição da perturbação em regime permanente.

No contexto de aplicações periódicas, controladores ressonantes e repetitivos são geralmente utilizados para garantir a condição em (37) (PEREIRA *et al.*, 2014; LORENZINI *et al.*, 2018; RAMOS; COSTA-CASTELLÓ, 2018; BOFF; FLORES; ECKERT, 2024). O controlador ressonante tem pares de polos em frequências arbitrárias. O mesmo é capaz de fornecer respostas rápidas, com tempos de acomodação inferiores ao período do sinal. No entanto, sua complexidade cresce com o aumento de frequências consideradas no projeto. Por outro lado, o controlador repetitivo é construtivamente simples, baseado na realimentação de um elemento de atraso, resultando em polos em frequências harmônicas da frequência fundamental de projeto. Devido ao elemento de atraso, essa estrutura resulta em respostas mais lentas, tipicamente da ordem de períodos do sinal de referência. Este trabalho foca exclusivamente no controlador ressonante, o qual é apresentado a seguir.

2.2.1 Controlador Ressonante

Para garantir o seguimento e a rejeição de um sinal senoidal de frequência Ω_n com erro nulo em regime permanente, o controlador ressonante deve apresentar um par de polos marginalmente instáveis nessa frequência. Mantendo a causalidade, o controlador pode ainda apresentar até dois zeros. Assim, a função de transferência do controlador ressonante é

$$C_R(z) = \frac{K_2 z^2 + K_1 z + K_0}{z^2 - 2 \cos(\Omega_n) z + 1}, \quad (41)$$

cujos polos são

$$P\{C_R(z)\} = \{e^{\pm j\Omega_n}\}, \quad (42)$$

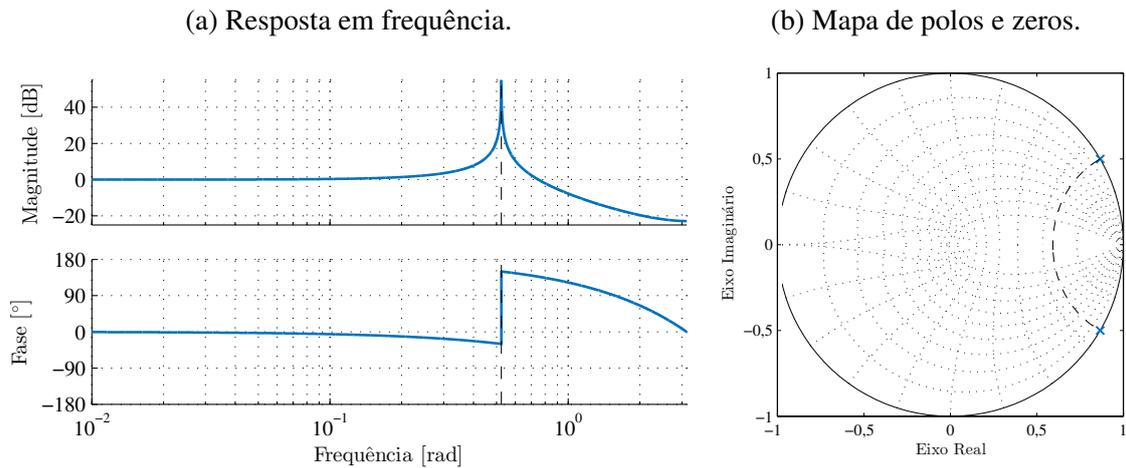
e os zeros e o ganho estático dependem de três parâmetros K_0 , K_1 e K_2 . A frequência Ω_n é chamada frequência natural. Note que

$$\lim_{\Omega \rightarrow \Omega_n} |C_R(e^{j\Omega})| = \infty, \quad (43)$$

ou seja, o ganho do controlador é infinito na frequência natural, satisfazendo (37). Em outras palavras, o controlador está sujeito à ressonância em sua frequência natural, e daí vem sua nomenclatura.

Como exemplo, considere um controlador ressonante com $\Omega_n = \frac{\pi}{6}$ rad e parâmetros $K_2 = K_1 = 0$ e $K_0 = 2 - 2 \cos(\Omega_n)$ arbitrados de forma que o mesmo não possua zeros e seu ganho estático seja unitário. A resposta em frequência e o mapa de polos e zeros desse controlador são exibidos na Figura 3.

Figura 3 – Controlador ressonante.



Fonte: do autor.

Note, através da resposta em frequência na Figura 3(a), que a magnitude apresenta um pico infinito em $\frac{\pi}{6}$ rad, estando essa frequência demarcada pela linha tracejada. A fase, por sua vez, apresenta uma variação instantânea em $\frac{\pi}{6}$ rad.

O mapa de polos e zeros na Figura 3(b) contém somente um par de polos complexos conjugados sobre a circunferência de raio unitário. A depender do valor dos parâmetros, esse controlador pode ainda apresentar até dois zeros em quaisquer posições. A linha tracejada denota a curva de frequência natural constante em $\frac{\pi}{6}$ rad.

2.2.2 Controlador Ressonante de Ganho Finito

O ganho infinito do controlador ressonante ou, equivalentemente, seu par de polos marginalmente estáveis dificulta a determinação de um controlador estabilizante, e também tende a diminuir a margem de estabilidade (BERTOLDI, 2019). Para mitigar essa adversidade, o ganho pode ser limitado pela introdução de amortecimento. O controlador resultante é chamado ressonante de ganho finito ou *quasi*-ressonante (KEIEL, 2017; KEIEL *et al.*, 2019) e sua função de transferência é

$$C_{QR}(z) = \frac{K_2 z^2 + K_1 z + K_0}{z^2 - 2e^{-\xi\Omega_n} \cos(\sqrt{1-\xi^2}\Omega_n) z + e^{-2\xi\Omega_n}}, \quad (44)$$

em que $\xi \in (0; 1]$ é o coeficiente de amortecimento, e cujos polos são

$$P \{C_{QR}(z)\} = \left\{ e^{-\xi\Omega_n \pm j\sqrt{1-\xi^2}\Omega_n} \right\}, \quad (45)$$

e os zeros e o ganho estático dependem de três parâmetros K_0 , K_1 e K_2 . Além da frequência natural Ω_n , define-se a frequência amortecida

$$\Omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \Omega_n. \quad (46)$$

Note que o caso com $\xi = 0$ equivale ao controlador ressonante de ganho infinito. Por outro lado, quanto maior o valor de ξ , mais amortecido é o controlador.

O ganho do controlador ressonante de ganho finito é, como o próprio nome indica, limitado, ou seja,

$$\max_{\Omega} |C_{QR}(e^{j\Omega})| < \infty, \quad (47)$$

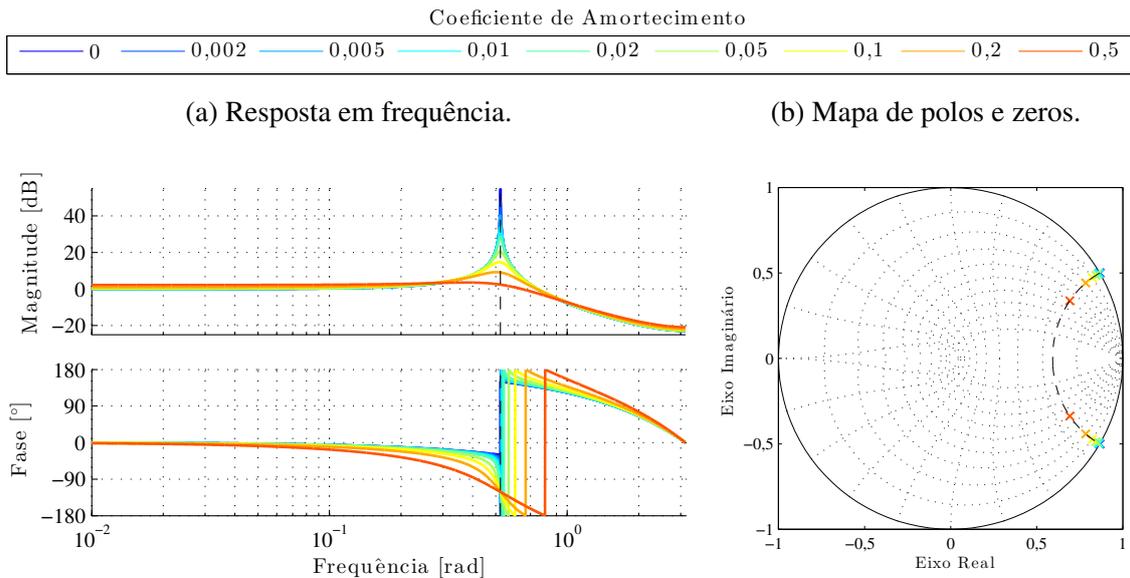
e a frequência em que esse máximo ocorre depende principalmente da frequência natural e do amortecimento, mas também dos zeros. Particularmente, no caso sem zeros, a frequência de pico é

$$\Omega_p = \sqrt{1 - 2\xi^2} \Omega_n. \quad (48)$$

Note que, se $\xi \ll 1$, então $\Omega_p \approx \Omega_n$.

Como exemplo, considere um controlador ressonante de ganho finito com $\Omega_n = \frac{\pi}{6}$ rad e parâmetros $K_2 = K_1 = 0$ e $K_0 = 2 - 2 \cos(\Omega_n)$ arbitrados como no exemplo anterior. A resposta em frequência e o mapa de polos e zeros desse controlador são exibidos na Figura 4 para diferentes coeficientes de amortecimento ξ .

Figura 4 – Controlador ressonante de ganho finito.



Fonte: do autor.

Observe, através da resposta em frequência na Figura 4(a), como o pico de ganho é drasticamente reduzido com o aumento do amortecimento, ao mesmo tempo em que

a frequência em que esse pico ocorre diminui sutilmente em comparação à frequência natural de $\frac{\pi}{6}$ rad, ainda demarcada pela linha tracejada. Em particular, no caso com $\xi = 0,5$, o pico é indistinguível. A fase, por sua vez, apresenta uma variação menos abrupta quanto mais amortecido for o controlador.

Novamente, pelos parâmetros arbitrados, o controlador exemplo não apresenta zeros, somente um par de polos complexos conjugados. Conforme mostra o mapa de polos e zeros na Figura 4(b), quanto maior for o amortecimento, mais os polos adentram a circunferência unitária. A trajetória sobre a qual os polos movem-se é chamada curva de frequência natural constante, demarcada pela linha tracejada para a frequência natural de $\frac{\pi}{6}$ rad.

Por fim, é importante destacar que o controlador ressonante de ganho finito não atende a condição em (37). No entanto, desde que o ganho do controlador seja suficientemente grande no entorno da frequência natural, a função de malha fechada é aproximadamente unitária e a função de sensibilidade é aproximadamente nula nesta frequência. Sendo assim, este controlador proporciona seguimento e rejeição de sinais senoidais com erro não nulo. Ainda, o erro tende a ser maior quanto maior for o amortecimento, podendo ser desprezível para amortecimento suficientemente pequeno.

2.2.3 Controlador Proporcional-Ressonante de Ganho Finito

Como apresentado até aqui, o controlador ressonante apresenta um único pico de ganho no entorno de sua frequência natural. Assim, para atuar em múltiplas frequências, as estruturas apresentadas podem ser combinadas em paralelo ou em série, com cada parcela projetada para uma frequência.

No caso da conexão paralela de funções como em (44) é possível demonstrar que os termos de segunda ordem do numerador são redundantes, podendo ser substituídos por um único ganho proporcional em paralelo. O controlador resultante é chamado proporcional-ressonante, ou ainda proporcional-múltiplo-ressonante. Considerando somente as frequências harmônicas e ganho finito, sua função de transferência é

$$C_{PQR}(z) = K_{PR} + \sum_{n=1}^m \frac{K_{n1}z + K_{n0}}{z^2 - 2e^{-\xi_n \Omega_n} \cos\left(\sqrt{1 - \xi_n^2} \Omega_n\right) z + e^{-2\xi_n \Omega_n}}, \quad (49)$$

em que $\xi_n \in (0; 1]$ é o coeficiente de amortecimento associado à n -ésima harmônica, e cujos polos são

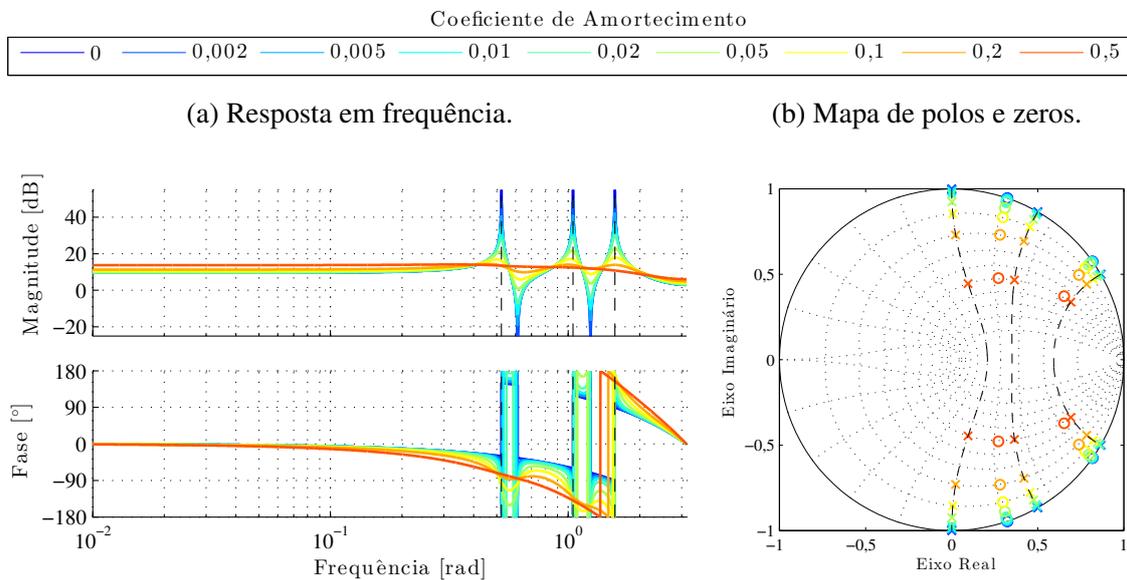
$$P\{C_{PQR}(z)\} = \left\{ e^{-\xi_1 \Omega_1 \pm j \sqrt{1 - \xi_1^2} \Omega_1}, \dots, e^{-\xi_m \Omega_m \pm j \sqrt{1 - \xi_m^2} \Omega_m} \right\} \quad (50)$$

e os zeros e o ganho estático dependem de $2m + 1$ parâmetros K_{n0} , K_{n1} e K_{PR} — isto é, dois parâmetros para cada frequência e um ganho proporcional.

Como exemplo, considere um controlador proporcional-ressonante de ganho finito com $m = 3$, $\Omega_n = \frac{n\pi}{6}$ rad, $K_{PR} = 0$, $K_{n1} = 0$, $K_{n0} = 2 - 2 \cos(\Omega_n)$ e $\xi_n = \xi$.

A resposta em frequência e o mapa de polos e zeros desse controlador são exibidos na Figura 5 para diferentes coeficientes de amortecimento ξ .

Figura 5 – Controlador proporcional-ressonante de ganho finito.



Fonte: do autor.

Observe, através da resposta em frequência na Figura 5(a), que o controlador exemplo apresenta três picos de ganho, em $\frac{\pi}{6}$ rad, $\frac{\pi}{3}$ rad e $\frac{\pi}{2}$ rad, com essas frequências demarcadas por linhas tracejadas. Novamente, no caso com $\xi = 0,5$ os picos não são aparentes.

O mapa de polos e zeros na Figura 5(b) apresenta pares de polos complexos conjugados movendo-se sobre as curvas de frequência natural constante, demarcadas por linhas tracejadas para cada uma das três frequências. Além disso, a conexão paralela das parcelas ressonantes resulta em zeros, os quais podem ser reais ou complexos a depender dos parâmetros.

Sendo possível concatenar controladores ressonantes, uma abordagem ingênua seria projetar um controlador atuante em tantas frequências quanto desejado. No entanto, pelo efeito de colchão d'água, a inclusão de uma parcela atuante sobre uma determinada frequência costuma resultar na amplificação de perturbações em frequências mais elevadas. Além disso, quanto maior é o ganho do controlador nessa frequência, maior é esse efeito. Esse argumento justifica que o controlador atue somente nas frequências efetivamente necessárias, e também que ele seja tão amortecido quanto possível. Há, portanto, uma relação de compromisso entre a atuação do controlador no seguimento e atenuação de sinais senoidais contra a amplificação de perturbações em frequências não compensadas.

Note que, no controlador exemplo, os coeficientes de amortecimento variam conjuntamente. No entanto, o coeficiente associado a cada frequência ressonante pode ser escolhido individualmente. Assim, é possível atuar com mais ou menos ênfase em cada frequência.

2.3 Projeto por Modelo de Referência

No projeto por modelo de referência o desempenho desejado para o sistema em malha fechada é especificado através de uma função de transferência, a qual é chamada modelo de referência. As definições aqui apresentadas baseiam-se naquelas de BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2011), considerando uma topologia de controle como a da Figura 1.

Seja o comportamento desejado para o sistema em malha fechada representado por uma função de transferência $T_d(z)$, denominada modelo de referência, de modo que, com a aplicação de uma referência $r[k]$, a saída desejada é

$$y_d[k] = T_d(z) r[k]. \quad (51)$$

Nesse caso, o controlador ideal $C_d(z)$ é aquele que faz com que o sistema em malha fechada seja igual ao modelo de referência, ou seja,

$$\begin{aligned} T_d(z) &= \frac{C_d(z)G(z)}{1 + C_d(z)G(z)} \\ &\Updownarrow \\ C_d(z) &= \frac{T_d(z)}{G(z)(1 - T_d(z))}. \end{aligned} \quad (52)$$

Se a planta é conhecida e LTI, e se há plena liberdade na escolha do controlador, então o projeto por modelo de referência consiste em simplesmente determinar o controlador ideal através de (52). No entanto, em muitos cenários essas premissas não são verdadeiras, como nos casos em que o controlador tem uma estrutura pré-definida, por exemplo PID ou ressonante.

Ainda, com base na definição da função de sensibilidade em (6), define-se o modelo de sensibilidade

$$S_d(z) = 1 - T_d(z). \quad (53)$$

Assim como o modelo de referência estabelece a transferência desejada da referência $r[k]$ para a saída $y[k]$, o modelo de sensibilidade associado reflete a transferência da perturbação $\nu[k]$ para a saída $y[k]$.

2.3.1 Controlador Parametrizado

É comum que o controlador seja limitado por uma estrutura previamente estabelecida, por exemplo um controlador PID ou ressonante. Considere uma estrutura fixa de controlador representada por uma função de transferência própria $C(z, \boldsymbol{\rho})$, em que $\boldsymbol{\rho} \in \mathcal{P}$ é um vetor com n_p parâmetros do controlador e $\mathcal{P} \subseteq \mathbb{R}^{n_p}$ é um conjunto de valores admissíveis para esses parâmetros. O conjunto de todos os possíveis controladores a partir de uma

dada estrutura compõe a classe de controladores

$$\mathcal{C} = \{C(z, \boldsymbol{\rho}) : \boldsymbol{\rho} \in \mathcal{P}\}. \quad (54)$$

Ademais, a função de malha fechada obtida pela aplicação desse controlador é

$$T(z, \boldsymbol{\rho}) = \frac{C(z, \boldsymbol{\rho}) G(z)}{1 + C(z, \boldsymbol{\rho}) G(z)}, \quad (55)$$

em que a dependência dos parâmetros é explicitada. Nesse caso, o projeto por modelo de referência visa a obter os parâmetros do controlador que minimizam a diferença entre a saída efetivamente obtida e a saída desejada, conforme

$$\boldsymbol{\rho}_{MR} = \arg \min_{\boldsymbol{\rho}} \{J_{MR}(\boldsymbol{\rho})\}, \quad (56)$$

em que

$$\begin{aligned} J_{MR}(\boldsymbol{\rho}) &= \|y[k] - y_d[k]\|_2^2 \\ &= \|(T(z, \boldsymbol{\rho}) - T_d(z)) r[k]\|_2^2 \end{aligned} \quad (57)$$

é o custo de modelo de referência.

No entanto, escolhidos uma classe de controlador e um modelo de referência quaisquer, não há garantia *a priori* que o controlador ideal é obtenível nessa classe. No caso particular em que o controlador ideal pertence à classe,

$$\begin{aligned} C_d(z) &\in \mathcal{C} \\ &\Downarrow \\ \exists \boldsymbol{\rho}_d \in \mathcal{P} &: C(z, \boldsymbol{\rho}_d) = C_d(z), \end{aligned} \quad (58)$$

ou seja, existe um vetor de parâmetros ideal $\boldsymbol{\rho}_d$. Além disso, nesse caso,

$$\begin{aligned} C(z, \boldsymbol{\rho}_d) &= C_d(z) \\ &\Downarrow \\ T(z, \boldsymbol{\rho}_d) &= T_d(z) \\ &\Downarrow \\ \min_{\boldsymbol{\rho}} \{J_{MR}(\boldsymbol{\rho})\} &= J_{MR}(\boldsymbol{\rho}_d) = 0 \quad \forall r[k] \\ &\Downarrow \\ \boldsymbol{\rho}_{MR} &= \boldsymbol{\rho}_d, \end{aligned} \quad (59)$$

ou seja, o vetor de parâmetros ideal $\boldsymbol{\rho}_d$ minimiza o custo de modelo de referência fazendo com que o mesmo seja nulo. Caso o controlador ideal não pertença à classe, a minimização depende do sinal de referência $r[k]$. Em ambos os casos, a unicidade da solução de (56) depende da riqueza da referência (GEVERS *et al.*, 2009; BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011).

2.3.2 Escolha do Modelo de Referência

A escolha do modelo de referência é crucial para o sucesso do projeto por métodos que seguem esse paradigma. Escolhas inadequadas podem levar a um desempenho insatisfatório ou até mesmo a sistemas instáveis em malha fechada (GONÇALVES DA SILVA; BAZANELLA; CAMPESTRINI, 2019). Para a especificação de um modelo de referência adequado, algum conhecimento sobre a planta é essencial, conforme discutem BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2011); GONÇALVES DA SILVA; CAMPESTRINI; BAZANELLA (2014); GONÇALVES DA SILVA; BAZANELLA; CAMPESTRINI (2019). As referências citadas estabelecem algumas diretrizes para a escolha, as quais são discutidas a seguir.

A primeira diretriz é que, se possível, o modelo de referência deve ser escolhido de modo que o controlador ideal pertença à classe de controladores. Para tanto, o projetista deve conhecer a estrutura da planta, como quantidade de polos e zeros e se os mesmos são estáveis ou não, mesmo que os valores não sejam efetivamente conhecidos.

Através de (52) verifica-se que o grau relativo do controlador ideal é igual à diferença entre o grau relativo do processo e do modelo de referência. Assim, para que esse controlador seja causal, o grau relativo do modelo de referência não pode ser menor que o da planta. Mesmo sem um modelo, é razoável que o projetista tenha noção do grau relativo do processo, especialmente no caso discreto em que o grau relativo é equivalente ao atraso de transporte.

Ainda através de (52) verifica-se que, se não houver cancelamentos, os zeros da planta aparecem como polos do controlador ideal. Nesse caso, se houver zeros de fase não mínima na planta, os mesmos aparecem como polos instáveis no controlador ideal. Assim, mesmo que a função de laço seja estável, o sistema em malha fechada é internamente instável. Uma maneira de evitar que isso ocorra é a inclusão dos zeros de fase não mínima da planta como zeros do modelo de referência. No caso SISO, o impacto de zeros de fase não mínima na resposta de sistemas costuma ser bastante aparente, de modo que a identificação dos mesmos é menos custosa que a identificação do sistema como um todo (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011).

Outra diretriz é que o desempenho imposto pelo modelo de referência deve ser factível com o que pode ser obtido para a planta com a classe de controlador escolhida. Um desempenho excessivamente ambicioso, por exemplo com modelo de referência com um tempo de acomodação demasiadamente pequeno, pode fazer com que o controlador resulte num sistema em malha fechada consideravelmente diferente do modelo de referência. Características da planta como tempo de acomodação e máximo sobrepasso para determinados sinais podem, em alguns casos, ser facilmente determinados através de ensaios. Conhecê-las permite ao projetista especificar características razoáveis para o modelo de referência, por exemplo um tempo de acomodação mais rápido porém com a mesma ordem de grandeza.

Por fim, pelo conceito de resposta em frequência, a obtenção de erro nulo em regime permanente para seguimento de uma referência de frequência Ω é expressa no modelo de referência por ganho unitário e fase nula nessa frequência, ou seja,

$$T_d(e^{j\Omega}) = 1. \quad (60)$$

Essa condição é transportada para o modelo de sensibilidade associado como

$$S_d(e^{j\Omega}) = 1 - T_d(e^{j\Omega}) = 0, \quad (61)$$

ou seja, a mesma condição impõe tanto o seguimento de referência como a rejeição de perturbação com uma mesma frequência.

Caso a primeira diretriz não possa ser respeitada, por exemplo pelo completo desconhecimento do modelo da planta, então é razoável especificar um modelo de referência tão simples quanto possível, respeitando as demais recomendações. Assim, para o seguimento de sinais constantes, a utilização de modelos de referência de primeira ou segunda ordem com ganho estático unitário costuma ser suficiente, com polos arbitrados para especificar requisitos como tempo de acomodação e máximo sobrepasso (GONÇALVES DA SILVA; CAMPESTRINI; BAZANELLA, 2014).

Com todas essas diretrizes, a escolha do modelo de referência requer experiência do projetista, especialmente quando o conhecimento da planta é limitado. A fim de reduzir essa barreira, trabalhos como os de BRESCHI; FORMENTIN (2023) visam a automatizar a seleção de parâmetros do modelo de referência por critérios de otimização. No entanto, mesmo nessa abordagem, o formato do modelo deve ser especificado pelo projetista.

2.4 Projeto Baseado em Dados

A otimização do custo do modelo de referência em (56) requer o conhecimento de um modelo da planta $G(z)$. No entanto, o controle baseado em dados dispensa a obtenção desse modelo. Assim, os métodos baseados em dados que aplicam o paradigma de modelo de referência resolvem outros problemas de otimização, com funções de custo dependentes apenas de dados mas que buscam aproximar a solução de (56). Alguns métodos que empregam essa abordagem são o *Iterative Feedback Tuning* (IFT) (HJALMARSSON *et al.*, 1998), o *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT) (CAMPI; LECCHINI; SAVARESI, 2002), o *Correlation-based Tuning* (CbT) (KARIMI; MIŠKOVIĆ; BONVIN, 2004), e o *Optimal Controller Identification* (OCI) (CAMPESTRINI *et al.*, 2017). Há também métodos baseados em dados voltados à rejeição de perturbação que requerem um modelo de sensibilidade, como o *Virtual Disturbance Feedback Tuning* (VDFT) (ECKHARD; CAMPESTRINI; BOEIRA, 2018).

O VRFT é o método de projeto empregado na validação deste trabalho. O mesmo é apresentado a seguir, primeiro em sua versão original para malha simples e depois na formulação para a malha em cascata. Após, comenta-se sobre o uso de variável instrumental.

2.4.1 Projeto por Realimentação da Referência Virtual para Malha Simples

O projeto por realimentação da referência virtual — tradução de *Virtual Reference Feedback Tuning* (VRFT) —, proposto por CAMPI; LECCHINI; SAVARESI (2002), é um método baseado em dados bastante consolidado, frequentemente encontrado em publicações que o aplicam ou adaptam a diferentes condições (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2023). Uma de suas vantagens é que, com um controlador linearmente parametrizado, a função minimizada é quadrática nos parâmetros e, portanto, uma solução analítica pode ser obtida por mínimos quadrados. Além disso, o método fundamentalmente requer um único conjunto de dados da planta, e o caso de dados ruidosos pode ser tratado por variável instrumental (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989; LJUNG, 1999; BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011).

A fundamentação teórica do VRFT é apresentada a seguir, baseada na demonstração de BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2011), considerando uma topologia de controle como a da Figura 1. Por simplicidade, considera-se que não há perturbação nem ruído nos dados.

Considere um controlador linearmente parametrizado, expresso por

$$C(z, \boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\rho}^T \bar{\mathbf{C}}(z), \quad (62)$$

em que $\bar{\mathbf{C}}(z)$ é um vetor de funções de transferência que determina a classe do controlador. Suponha que a classe é representada por uma parametrização mínima, ou seja, sem parâmetros redundantes (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011).

Considere um conjunto de dados $\{u[k], y[k]\}_{k=0}^{N-1}$ coletados de um ensaio na planta, composto por N amostras do sinal de entrada $u[k]$ e da respectiva saída $y[k]$. Suponha que os dados são suficientemente ricos (GEVERS *et al.*, 2009). Defina a referência virtual como o sinal que, quando aplicado no modelo de referência, resultaria na saída medida, ou seja,

$$\tilde{r}[k] = T_d^{-1}(z)y[k]. \quad (63)$$

O erro virtual é então

$$\tilde{e}[k] = \tilde{r}[k] - y[k], \quad (64)$$

e o sinal de controle virtual é aquele que seria obtido pela atuação do controlador no erro virtual, ou seja,

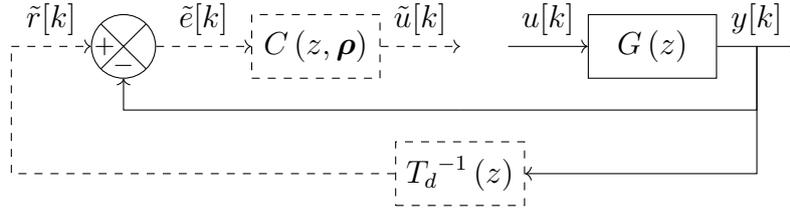
$$\tilde{u}[k] = C(z, \boldsymbol{\rho}) \tilde{e}[k]. \quad (65)$$

Os sinais virtuais são ilustrados pelo diagrama da Figura 6.

O projeto por VRFT consiste na solução do problema de otimização

$$\boldsymbol{\rho}_{VR} = \arg \min_{\boldsymbol{\rho}} \{J_{VR}(\boldsymbol{\rho})\}. \quad (66)$$

Figura 6 – Diagrama da aplicação do VRFT em malha de controle simples.



Fonte: do autor.

em que

$$J_{VR}(\rho) = \|L_{VR}(z) (u[k] - \tilde{u}[k])\|_2^2 \quad (67)$$

é o custo de referência virtual e $L_{VR}(z)$ é um filtro que visa aproximar ρ_{VR} em (66) de ρ_{MR} em (56). Definindo o vetor regressor

$$\begin{aligned} \phi[k] &= \overline{C}(z) \tilde{e}[k] \\ &= \overline{C}(z) (T_d^{-1}(z) - 1) y[k] \end{aligned} \quad (68)$$

e aplicando (62), (63), (64), (65) e (68) em (67), obtém-se

$$J_{VR}(\rho) = \|L_{VR}(z) (u[k] - \rho^T \phi[k])\|_2^2. \quad (69)$$

Note que o custo expresso em (69) é quadrático com o vetor de parâmetros. Assim, (66) possui solução analítica por mínimos quadrados (LJUNG, 1999; BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011), expressa por

$$\hat{\rho} = \left(\sum_{k=0}^{N-1} \phi_L[k] \phi_L^T[k] \right)^{-1} \sum_{k=0}^{N-1} \phi_L[k] u_L[k], \quad (70)$$

em que $\phi_L[k] = L_{VR}(z) \phi[k]$ e $u_L[k] = L_{VR}(z) u[k]$. O símbolo $\hat{\rho}$ difere de ρ_{VR} porque o primeiro é uma estimativa do segundo, obtida a partir dos dados.

Conforme já mencionado, o filtro $L_{VR}(z)$ objetiva aproximar o vetor de parâmetros ρ_{VR} , que minimiza o custo de referência virtual em (66), do vetor ρ_{MR} , que minimiza o custo de modelo de referência em (56). O filtro é obtido pela aplicação do teorema de Parseval aos custos em (57) e (67) e comparação de ambos no domínio frequencial, como demonstram CAMPI; LECCHINI; SAVARESI (2002); BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2011). Assim, o filtro satisfaz

$$|L_{VR}(e^{j\Omega})|^2 = |T_d(e^{j\Omega})|^2 |S(e^{j\Omega}, \rho)|^2 \frac{\Phi_r(e^{j\Omega})}{\Phi_u(e^{j\Omega})} \quad \forall \Omega \in [-\pi, \pi], \quad (71)$$

em que $S(z, \rho)$ é a sensibilidade em malha fechada em (6), $\Phi_r(e^{j\Omega})$ é o espectro do sinal de referência $r[k]$ a ser aplicado ao sistema em operação e $\Phi_u(e^{j\Omega})$ é o espectro do sinal de entrada $u[k]$ aplicado à planta no ensaio. No entanto, essa condição requer a

determinação de $S(z, \boldsymbol{\rho}) = 1 - T(z, \boldsymbol{\rho})$, o que depende não só do conhecimento da planta $G(z)$ mas também do próprio vetor de parâmetros $\boldsymbol{\rho}$. Assim, para que o método possa ser aplicado, aproxima-se $|S(e^{j\Omega}, \boldsymbol{\rho})| \approx |S_d(e^{j\Omega})| = |1 - T_d(e^{j\Omega})|$, e o filtro deve satisfazer

$$|L_{VR}(e^{j\Omega})|^2 \approx |T_d(e^{j\Omega})|^2 |1 - T_d(e^{j\Omega})|^2 \frac{\Phi_r(e^{j\Omega})}{\Phi_u(e^{j\Omega})} \quad \forall \Omega \in [-\pi, \pi]. \quad (72)$$

Ademais, se for possível aplicar no ensaio para coleta de dados um sinal de entrada similar à referência, então $\Phi_u(e^{j\Omega}) \approx \Phi_r(e^{j\Omega}) \quad \forall \Omega \in [-\pi, \pi]$, e (72) pode ser simplificada para

$$L_{VR}(z) \approx T_d(z) (1 - T_d(z)). \quad (73)$$

2.4.2 Projeto por Realimentação da Referência Virtual para Malha em Cascata

Apresenta-se agora o VRFT em sua formulação em cascata, conforme estendido por REMES *et al.* (2020) para uma topologia como a da Figura 2. Novamente, por simplicidade, considera-se que não há perturbação.

Para aplicação do método, ambos os controladores devem ser linearmente parametrizados, expressos por

$$C_i(z, \boldsymbol{\rho}_i) = \boldsymbol{\rho}_i^T \overline{\mathbf{C}}_i(z), \quad C_e(z, \boldsymbol{\rho}_e) = \boldsymbol{\rho}_e^T \overline{\mathbf{C}}_e(z), \quad (74)$$

em que $\overline{\mathbf{C}}_i(z)$ e $\overline{\mathbf{C}}_e(z)$ são vetores de funções de transferência que determinam as classes dos controladores. Suponha, novamente, que ambas as classes são representadas por uma parametrização mínima (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011).

Considere um conjunto de dados $\{u[k], y_i[k], y_e[k]\}_{k=0}^{N-1}$ coletados de um ensaio na planta, composto por N amostras do sinal de entrada $u[k]$ e das saídas interna $y_i[k]$ e externa $y_e[k]$. Suponha, assim como antes, que os dados são suficientemente ricos (GEVERS *et al.*, 2009).

Defina a referência virtual de forma similar ao caso anterior,

$$\tilde{r}[k] = T_d^{-1}(z) y_e[k]. \quad (75)$$

Segue que o erro virtual é

$$\tilde{e}[k] = \tilde{r}[k] - y_e[k], \quad (76)$$

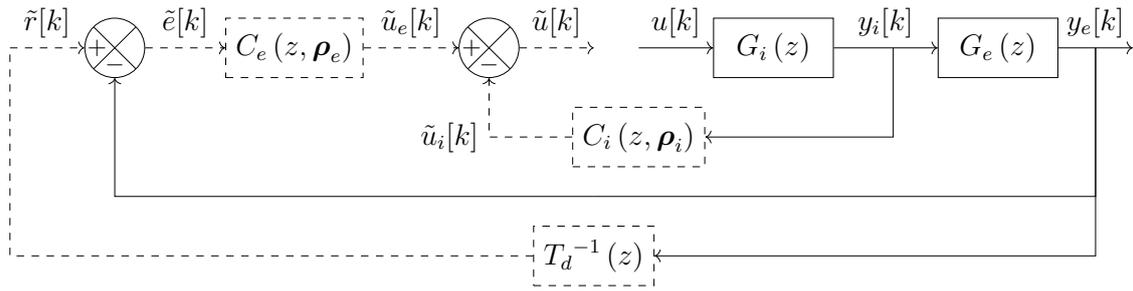
e o sinal de controle virtual é aquele que seria obtido pela atuação do controlador externo no erro virtual e do controlador interno na saída interna, ou seja,

$$\tilde{u}[k] = C_e(z, \boldsymbol{\rho}_e) \tilde{e}[k] - C_i(z, \boldsymbol{\rho}_i) y_i[k]. \quad (77)$$

Os sinais virtuais são ilustrados pelo diagrama da Figura 7.

Definindo o vetor conjunto de parâmetros $\boldsymbol{\rho}^T = [\boldsymbol{\rho}_i^T \quad \boldsymbol{\rho}_e^T]$, o projeto por VRFT para a malha em cascata segue sendo expresso pelo problema de otimização em (66), com

Figura 7 – Diagrama da aplicação do VRFT em malha de controle em cascata.



Fonte: do autor.

o custo em (67) utilizando os sinais virtuais redefinidos. O vetor regressor é redefinido como

$$\begin{aligned} \phi[k] &= \begin{bmatrix} -\bar{C}_i(z) y_i[k] \\ \bar{C}_e(z) \tilde{e}[k] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\bar{C}_i(z) y_i[k] \\ \bar{C}_e(z) (T_d^{-1}(z) - 1) y_e[k] \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (78)$$

Assim, aplicando (74), (75), (76), (77) e (78) no custo em (67) obtém-se, novamente, o custo expresso em (69), de modo que a solução segue sendo (70).

O filtro $L_{VR}(z)$ para essa formulação é obtido de forma similar ao caso anterior, conforme demonstram REMES *et al.* (2020). O mesmo satisfaz

$$|L_{VR}(e^{j\Omega})|^2 = |T_d(e^{j\Omega})|^2 |S_{ce}(e^{j\Omega}, \boldsymbol{\rho})|^2 |S_i(e^{j\Omega}, \boldsymbol{\rho}_i)|^2 \frac{\Phi_r(e^{j\Omega})}{\Phi_u(e^{j\Omega})} \forall \Omega \in [-\pi, \pi], \quad (79)$$

em que $S_{ce}(z, \boldsymbol{\rho})$ é a sensibilidade externa em (14), $S_i(z, \boldsymbol{\rho}_i)$ é a sensibilidade da malha interna em (17), $\Phi_r(e^{j\Omega})$ é o espectro do sinal de referência r a ser aplicado ao sistema em operação e $\Phi_u(e^{j\Omega})$ é o espectro do sinal de entrada u aplicado à planta no ensaio. Essa condição requer a determinação de $S_{ce}(z, \boldsymbol{\rho}) = 1 - T_c(z, \boldsymbol{\rho})$, o que é outra vez contornado pela aproximação $|S_{ce}(e^{j\Omega}, \boldsymbol{\rho})| \approx |S_d(e^{j\Omega})| = |1 - T_d(e^{j\Omega})|$, levando a

$$|L_{VR}(e^{j\Omega})|^2 \approx |T_d(e^{j\Omega})|^2 |1 - T_d(e^{j\Omega})|^2 |S_i(e^{j\Omega}, \boldsymbol{\rho}_i)|^2 \frac{\Phi_r(e^{j\Omega})}{\Phi_u(e^{j\Omega})} \forall \Omega \in [-\pi, \pi]. \quad (80)$$

Porém, além disso, a condição requer $S_i(z, \boldsymbol{\rho}_i)$, que também depende do processo interno $G_i(z)$ e dos próprios parâmetros internos $\boldsymbol{\rho}_i$. Portanto, para obter o filtro, REMES *et al.* (2020) sugerem o seguinte procedimento iterativo para estimar $S_i(z, \boldsymbol{\rho}_i)$ e $\hat{\boldsymbol{\rho}}$:

1. Determine um filtro $L_{VR}(z)$ utilizando uma estimativa inicial para $S_i(z, \boldsymbol{\rho}_i)$; se nenhuma estimativa for conhecida, sugere-se $S_i(z, \boldsymbol{\rho}_i) = 1$;
2. Estime $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ através de (70) utilizando o filtro determinado anteriormente;
3. Crie um sinal virtual $\tilde{u}_e[k] = u[k] + C_i(z, \hat{\boldsymbol{\rho}}_i) y_i[k]$ utilizando a última estimativa de $\hat{\boldsymbol{\rho}}_i$;

4. Identifique $S_i(z, \hat{\rho}_i)$ pela relação $u[k] = S_i(z, \hat{\rho}_i) \tilde{u}_e[k]$;
5. Determine um novo filtro $L_{VR}(z)$ a partir da última estimativa de $S_i(z, \hat{\rho}_i)$;
6. Estime $\hat{\rho}$ através de (70) utilizando o filtro determinado anteriormente; enquanto $\hat{\rho}$ não convergir, repita os passos 3 a 6.

Note que, embora o procedimento seja iterativo, um único conjunto de dados é repetidamente aplicado. Por fim, se for possível aplicar no ensaio para coleta de dados um sinal de entrada similar à referência, então aplica-se a aproximação $\Phi_u(e^{j\Omega}) \approx \Phi_r(e^{j\Omega}) \quad \forall \Omega \in [-\pi, \pi]$ e (80) pode ser simplificada para

$$L_{VR}(z) \approx T_d(z) (1 - T_d(z)) S_i(z, \rho_i). \quad (81)$$

2.4.3 Variável Instrumental

No caso sem ruído, é garantido que a estimativa dos parâmetros por mínimos quadrados em (70) fornece o mesmo resultado da minimização do custo de referência virtual em (66), ou seja, $\hat{\rho} = \rho_{VR}$. No entanto, em aplicações práticas, os dados raramente são livres de ruídos, fazendo com que a estimativa dos parâmetros seja polarizada (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011). A aplicação de variável instrumental objetiva reduzir a polarização.

Os detalhes teóricos que fundamentam o uso de variável instrumental em problemas de identificação podem ser encontrados em SÖDERSTRÖM; STOICA (1989); LJUNG (1999); BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2011). De forma simplificada, é necessário obter um segundo vetor regressor $\varphi[k]$ satisfazendo determinadas condições. Com ele, a solução por mínimos quadrados em (70) torna-se

$$\hat{\rho} = \left(\sum_{k=0}^{N-1} \varphi_L[k] \phi_L^T[k] \right)^{-1} \sum_{k=0}^{N-1} \varphi_L[k] u_L[k], \quad (82)$$

em que $\varphi_L[k] = L_{VR}(z) \varphi[k]$. Note a dependência de dois vetores regressores, denotados por $\varphi[k]$ e $\phi[k]$.

Duas maneiras para a obtenção da variável instrumental são discutidas por BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2011). Ambas baseiam-se na disponibilidade de um segundo conjunto de dados, com os quais o segundo vetor regressor é construído através de (68) ou (78). A primeira maneira é a realização de um segundo experimento na planta aplicando um mesmo sinal de entrada para coleta de novos dados; essa abordagem garante que os parâmetros estimados não são polarizados. A segunda maneira é pela identificação de um modelo da planta através dos dados coletados e, após, geração de um segundo conjunto de dados por simulação do modelo aplicando o mesmo sinal de entrada; essa abordagem reduz a polarização, mas não necessariamente a elimina.

3 PRELIMINARES DE PROJETO

Este trabalho considera o projeto de controladores ressonantes visando ao seguimento e rejeição de sinais senoidais em sistemas quaisquer. Apesar disso, há um enfoque especial no estágio de saída de uma fonte ininterrupta de energia, visto que esse equipamento é empregado na validação experimental deste trabalho. Controladores ressonantes para essa fonte já foram projetados por diversos métodos em outros trabalhos, muitos deles considerando um modelo linear da mesma (BONAN *et al.*, 2010; PEREIRA; DE CARVALHO; FLORES, 2013; PEREIRA *et al.*, 2014; KEIEL, 2017; LORENZINI *et al.*, 2018; BERTOLDI, 2019; KEIEL *et al.*, 2019; KEIEL, 2023; KEIEL; FLORES; PEREIRA, 2024). Além disso, projetos baseados em dados para essa fonte vêm também despontando. (SCHILDT, 2014; CORLETA *et al.*, 2016; GONÇALVES DA SILVA *et al.*, 2019; LORENZINI, 2019; LORENZINI; PEREIRA; BAZANELLA, 2020); BEAL *et al.* (2023a).

Este capítulo apresenta a fonte ininterrupta de energia. Além do equipamento experimental, o modelo linear da mesma é discutido. Após, aspectos práticos do projeto dos controladores são abordados.

3.1 Fonte Ininterrupta de Energia

A fonte ininterrupta de energia — em inglês, *Uninterruptible Power Supply* (UPS) — é um equipamento utilizado para fornecer uma alimentação ininterrupta e de maior qualidade para dispositivos críticos ou sensíveis. Através do armazenamento de energia, a UPS supre temporariamente a alimentação em caso de falha da rede elétrica. Além disso, a UPS atua na atenuação de perturbações da energia, como afundamentos, elevações momentâneas e distorções harmônicas na tensão. Conforme RASHID (2024), são características desejadas de uma UPS o fornecimento de tensão senoidal regulada de baixa distorção harmônica, o rápido suprimento da alimentação em caso de falha da rede, um fator de potência unitário, a alta eficiência, entre outros.

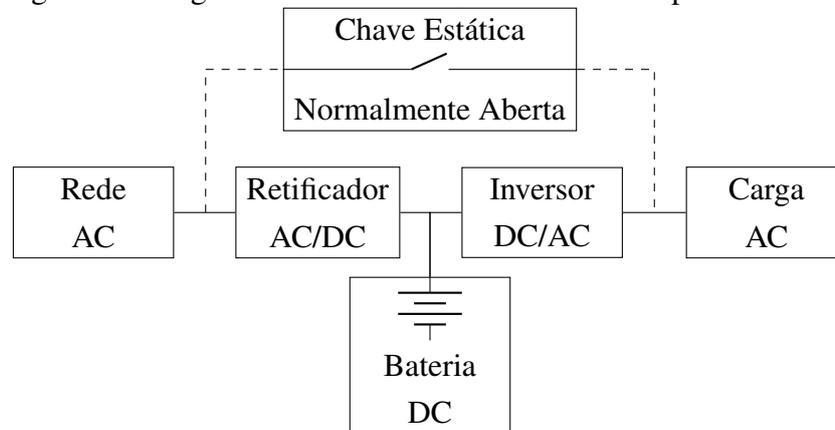
Esta seção descreve a UPS experimental aplicada na validação deste trabalho. Os requisitos de qualidade de energia para esse equipamento são então expostos, conforme

estabelecido por normas internacionais. Na sequência é discutida a estratégia de controle empregada para esse sistema. Além disso, apresenta-se um modelo linear da UPS, utilizado na análise e validação dos modelos de referência discutidos neste trabalho. Por fim, comenta-se sobre o ambiente de simulação do equipamento. É importante destacar que, para o projeto baseado em dados, nenhum modelo é necessário.

3.1.1 Equipamento Experimental

Este trabalho considera uma UPS monofásica *online* de dupla conversão, cujo funcionamento é ilustrado pela Figura 8. A primeira conversão é a retificação da energia da rede, de corrente alternada — em inglês, *Alternating Current* (AC) — para contínua — em inglês, *Direct Current* (DC); esse retificador pode ou não ser controlado. A segunda é a conversão de DC para AC pelo inversor, o qual deve necessariamente ser controlado para que a tensão de saída seja regulada. Entre os conversores há uma bateria que armazena energia. Vantagens dessa configuração incluem resposta imediata a alterações, ampla tolerância a variações da rede e regulação precisa da tensão de saída, enquanto desvantagens incluem o custo elevado, baixo fator de potência, elevadas distorções harmônicas e menor eficiência (RASHID, 2024).

Figura 8 – Diagrama funcional de UPS *online* de dupla conversão.



Fonte: adaptado de RASHID (2024).

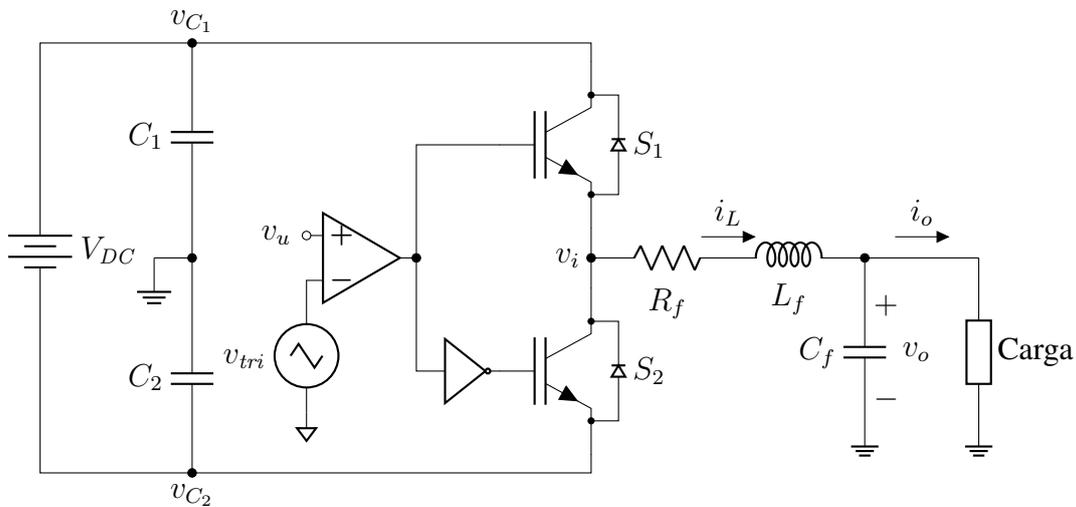
Neste trabalho considera-se o problema de controle do inversor. Assim, há particular interesse no estágio de saída da UPS, cujo circuito é exibido na Figura 9 com um inversor em meia ponte e um filtro passivo. A tensão retificada V_{DC} é estabilizada pelos capacitores C_1 e C_2 em $v_{C_1}[k]$ e $v_{C_2}[k]$, respectivamente. O inversor é composto pelos transistores bipolares de porta isolada — em inglês, *Insulated Gate Bipolar Transistor* (IGBT) — S_1 e S_2 , os quais são alternadamente acionados por modulação por largura de pulso — em inglês, *Pulse Width Modulation* (PWM). O acionamento por PWM é gerado pela comparação do sinal modulante $v_u[k]$ com uma portadora triangular $v_{tri}[k]$, resultando

em

$$v_i[k] = \begin{cases} v_{C_1}[k], & v_u[k] \geq v_{tri}[k] \\ v_{C_2}[k], & v_u[k] < v_{tri}[k] \end{cases}. \quad (83)$$

Como esse acionamento gera uma tensão descontínua em $v_i[k]$, aplica-se um filtro composto pelo indutor L_f , com resistência interna R_f , e pelo capacitor C_f . Finalmente, a carga é alimentada pela tensão de saída $v_o[k]$ e corrente de saída $i_o[k]$.

Figura 9 – Circuito do estágio de saída da UPS.



Fonte: do autor.

O equipamento considerado neste trabalho, exibido na Figura 10, é um protótipo de UPS com 3,5 kVA de potência aparente nominal e fator de potência 0,7, pertencente ao Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica (LASCAR) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Este mesmo equipamento já foi utilizado em diversos trabalhos desenvolvidos nesta universidade, dentre eles os de SCHILDT (2014); KEIEL (2017); LORENZINI *et al.* (2018); BERTOLDI (2019); GONÇALVES DA SILVA *et al.* (2019); LORENZINI (2019); KEIEL *et al.* (2019); LORENZINI *et al.* (2022); KEIEL (2023); KEIEL; FLORES; PEREIRA (2024).

A Figura 11 ilustra o funcionamento da UPS experimental, inclusive com a interface de transmissão de dados através da qual o controle é implementado. A tensão da rede V_{AC} é convertida por um retificador não controlado. Nesta UPS não há baterias e a tensão retificada V_{DC} é armazenada em um banco de capacitores. Essa tensão passa pelo inversor e pelo filtro para então alimentar cargas. A tensão de saída $v_o[k]$, a corrente de saída $i_o[k]$ e a corrente no indutor do filtro $i_L[k]$ são instrumentadas e capturadas por uma placa de controle dSPACE, modelo DS1104. A mesma placa é responsável por atuar o inversor através do sinal modulante $v_u[k]$, realizar a interface com o sistema de supervisão executado em um computador e acionar os relés que conectam as cargas à saída da UPS. Além

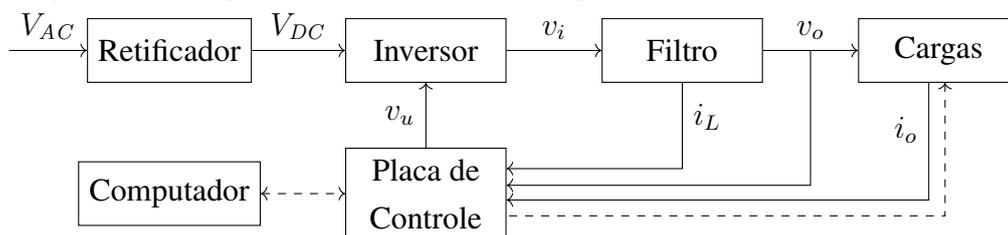
Figura 10 – UPS experimental do LASCAR/UFRGS.



Fonte: KEIEL *et al.* (2019).

disso, durante os ensaios, a UPS é instrumentada com um osciloscópio digital Tektronix, modelo TDS2024C, e um analisador de qualidade de energia Fluke, modelo 43B.

Figura 11 – Diagrama funcional da UPS experimental do LASCAR/UFRGS.



Fonte: adaptado de KEIEL *et al.* (2019).

A programação da placa de controle, através da qual são implementados os controladores, é realizada por um modelo construído no Simulink, um módulo do *software* MATLAB versão R2010a. O modelo é então compilado para execução em tempo real na placa de controle dSPACE através de seu *software* de supervisão e aquisição, Control-Desk versão 3.4.

O circuito do estágio de saída da UPS experimental é idêntico ao da Figura 9. Diversos aspectos não lineares podem ser observados nesse sistema. A excursão da tensão $v_i[k]$ aplicada no filtro é fisicamente limitada pela tensão do barramento V_{DC} , de modo que o acionamento por PWM está sujeito à saturação. Além disso, como a tensão V_{DC} provém de um retificador não controlado, na prática a mesma não é constante, nem mesmo perfeitamente equilibrada entre as tensões $v_{C1}[k]$ e $v_{C2}[k]$. Por fim, a dinâmica do sistema é acoplada à da carga, que é variável.

Os valores nominais dos componentes são $C_1 = C_2 = 6600 \mu\text{F}$, $R_F = 15 \text{ m}\Omega$, $L_f = 1 \text{ mH}$ e $C_f = 300 \mu\text{F}$. A tensão nominal do barramento contínuo é $V_{DC} = 520 \text{ V}$. O

equipamento é projetado para fornecer uma tensão de saída com valor eficaz — em inglês, *Root Mean Square* (RMS) — $V_{RMS} = 127\text{ V}$ e frequência $f_r = 60\text{ Hz}$.

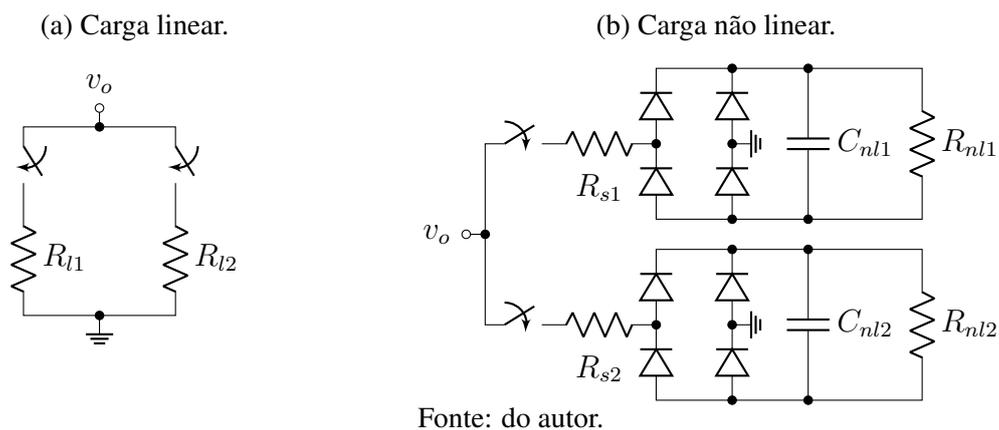
3.1.2 Avaliação de Desempenho

Para este trabalho considera-se a norma IEC 62040-3 (2011) como referência para realização de testes de qualidade da energia fornecida pela UPS. Dentro dessa normativa, a UPS experimental se enquadra na categoria de baixa tensão. A norma define cargas a serem utilizadas nos testes, bem como ensaios para avaliar requisitos de desempenho.

3.1.2.1 Cargas de Teste

Para os testes, dois conjuntos de cargas são definidos pela norma IEC 62040-3 (2011). Os circuitos de ambos são mostrados na Figura 12.

Figura 12 – Cargas de teste.



O primeiro conjunto de cargas, exibido na Figura 12(a), é linear, composto por dois resistores em paralelo. As chaves permitem selecionar quais das cargas são aplicadas à UPS. Ainda conforme a norma, o primeiro resistor deve consumir 20 % da potência do equipamento, com o segundo consumindo os 80 % restantes. Os valores dos resistores são escolhidos como $R_{l1} = 33\ \Omega$ e $R_{l2} = 8,2\ \Omega$.

O segundo conjunto de cargas, mostrado na Figura 12(b), é não linear, composto por dois grupos em paralelo de um resistor e um retificador em ponte completa que alimenta um conjunto paralelo de resistor e capacitor. Segundo a norma IEC 62040-3 (2011), o primeiro grupo deve consumir 25 % da potência do equipamento, com o segundo consumindo os 75 % restantes. Os componentes são escolhidos como $R_{s1} = R_{s2} = 390\text{ m}\Omega$, $R_{nl1} = 38,3\ \Omega$, $C_{nl1} = 3300\ \mu\text{F}$, $R_{nl2} = 16\ \Omega$ e $C_{nl2} = 9900\ \mu\text{F}$. Esse tipo de carga introduz perturbações na tensão de saída com elevado conteúdo nas harmônicas ímpares da frequência de referência (BERTOLDI, 2019).

3.1.2.2 Requisitos de Regime Permanente

Em condições normais de operação, independente da carga, a tensão de saída é avaliada em termos de seu valor eficaz, frequência e distorções harmônicas. A norma IEC 62040-3 (2011) estabelece margens ou limites aceitáveis.

A norma estabelece que a tensão eficaz de saída pode variar em 10 % de seu valor nominal. Assim, para a UPS experimental, o intervalo aceitável consiste em $[0,9 V_{RMS}; 1,1 V_{RMS}] = [114,3 \text{ V}; 139,7 \text{ V}]$. A frequência, por sua vez, pode variar em 2 % de seu valor nominal. O intervalo aceitável para a UPS experimental é então $[0,98 f_r; 1,02 f_r] = [58,8 \text{ Hz}; 61,2 \text{ Hz}]$.

O conteúdo harmônico é mensurado pela distorção harmônica total — em inglês, *Total Harmonic Distortion* (THD) — e pelas distorções harmônicas individuais — em inglês, *Individual Harmonic Distortions* (IHDs) —, definidas na norma IEC60050-551 (1998). A norma IEC 62040-3 (2011) determina um limite de 8 % para a THD, e limites para as IHDs de acordo com a ordem harmônica, conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Máximas IHDs admissíveis em UPS de baixa tensão.

Harmônicas Ímpares Não Múltiplas de 3		Harmônicas Ímpares Múltiplas de 3		Harmônicas Pares	
Ordem (i)	IHD [%]	Ordem (i)	IHD [%]	Ordem (i)	IHD [%]
5	6	3	5	2	2
7	5	9	1,5	4	1
11	3,5	15	0,3	6	0,5
13	3	21	0,2	8	0,5
$17 \leq i \leq 49$	$2,27 \frac{17}{i} - 0,27$	$21 \leq i \leq 45$	0,2	$10 \leq i \leq 50$	$0,25 \frac{10}{i} + 0,25$

Fonte: adaptado de IEC 62040-3 (2011).

3.1.3 Chaveamento e Amostragem

Conforme já mencionado, o acionamento do inversor é realizado por PWM através da comparação do sinal modulante $v_u[k]$ com um sinal portador $v_{tri}[k]$, de acordo com (83). O sinal portador é uma onda triangular periódica, com amplitude A_{tri} e frequência f_{tri} .

A amplitude da portadora determina a faixa de excursão do sinal modulante, efetivamente funcionando como um fator de escala arbitrário. Supondo um barramento ideal, com tensão V_{DC} constante e perfeitamente equilibrada em $v_{C1}[k] = \frac{V_{DC}}{2} \forall k$ e $v_{C2}[k] = -\frac{V_{DC}}{2} \forall k$, então (83) pode ser reescrita como

$$v_i[k] = \begin{cases} \frac{V_{DC}}{2}, & v_u[k] \geq v_{tri}[k] \\ -\frac{V_{DC}}{2}, & v_u[k] < v_{tri}[k] \end{cases}. \quad (84)$$

Note que $v_u[k] > A_{tri} \implies v_i[k] = \frac{V_{DC}}{2}$ e $v_u[k] < A_{tri} \implies v_i[k] = -\frac{V_{DC}}{2}$ representam os limites de saturação. Assim, uma escolha sensata para a amplitude da portadora é $A_{tri} = \frac{V_{DC}}{2}$, de forma a reproduzir os limites do barramento ideal como limites de saturação de $v_u[k]$.

As várias publicações citadas anteriormente que utilizam a UPS experimental empregam diferentes valores para a frequência da portadora. Neste trabalho utiliza-se $f_{tri} = 12,6$ kHz, de modo que a mesma seja múltipla de f_r e de suas 3ª, 5ª e 7ª harmônicas. Além disso, este trabalho arbitra o período de amostragem como o inverso da frequência de chaveamento, ou seja,

$$T_s = \frac{1}{f_{tri}} \approx 79,365 \mu\text{s}. \quad (85)$$

3.1.4 Estratégia de Controle

O objetivo de controle é garantir que a tensão de saída $v_o[k]$ seja uma senoide de valor eficaz V_{RMS} e frequência f_r com baixo conteúdo harmônico, independente de variações na tensão da rede V_{AC} , na tensão retificada V_{DC} ou na carga. Assim, o sistema deve seguir uma referência

$$v_r[k] = \sqrt{2} V_{RMS} \sin(\Omega_r k), \quad (86)$$

em que

$$\begin{aligned} \Omega_r &= 2\pi f_r T_s \\ &= 0,02992 \text{ rad} \end{aligned} \quad (87)$$

é a frequência de referência discretizada.

Diversas estratégias de controle já foram empregadas para o controle de inversor em UPS. Tipicamente, além de um controlador no erro de seguimento de tensão, emprega-se também uma realimentação de corrente interna a fim de melhorar o desempenho transitório (RYAN; BRUMSICKLE; LORENZ, 1997). Neste trabalho considera-se uma topologia de controle como a da Figura 13. Assim, o sinal de atuação é

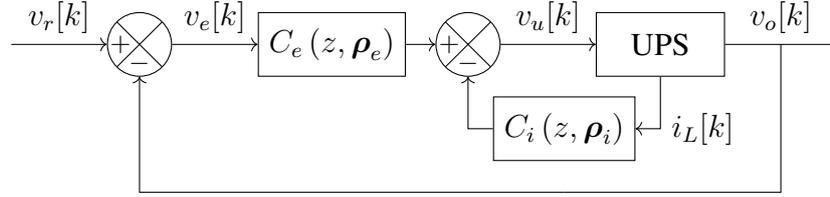
$$v_u[k] = C_e(z, \rho_e) (v_r[k] - v_o[k]) - C_i(z, \rho_i) i_L[k] \quad (88)$$

em que $C_e(z, \rho_e)$ atua no erro de seguimento de tensão, $C_i(z, \rho_i)$ atua sobre a corrente no indutor $i_L[k]$, e ρ_e e ρ_i são vetores de parâmetros dos controladores correspondentes.

3.1.5 Classes dos Controladores

Para proporcionar o seguimento de referência senoidal e atenuação de perturbações harmônicas, o controlador externo $C_e(z, \rho_e)$ é proporcional-ressonante de ganho finito. Por sua vez, um controlador interno $C_i(z, \rho_i)$ proporcional é suficiente para melhoria do desempenho dinâmico. Com essa configuração, BERTOLDI (2019) mostra que a atuação

Figura 13 – Diagrama de malha de controle do estágio de saída da UPS.



Fonte: do autor.

do controlador ressonante na frequência fundamental, 3ª e 5ª harmônicas é o bastante para satisfazer os critérios de desempenho da norma IEC 62040-3 (2011).

Como visto, o projeto por VRFT requer que os controladores sejam linearmente parametrizados. Assim, o controlador proporcional interno é parametrizado por

$$\rho_i = [K_P], \quad \bar{C}_i(z) = [1]. \quad (89)$$

Por sua vez, o controlador proporcional-ressonante de ganho finito atuante na frequência fundamental, 3ª e 5ª harmônicas é parametrizado por

$$\rho_e = \begin{bmatrix} K_{PR} \\ K_{R11} \\ K_{R10} \\ K_{R31} \\ K_{R30} \\ K_{R51} \\ K_{R50} \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_e(z) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{z}{D_R(z, \Omega_1, \xi_1)} \\ \frac{1}{D_R(z, \Omega_1, \xi_1)} \\ \frac{z}{D_R(z, \Omega_3, \xi_3)} \\ \frac{1}{D_R(z, \Omega_3, \xi_3)} \\ \frac{z}{D_R(z, \Omega_5, \xi_5)} \\ \frac{1}{D_R(z, \Omega_5, \xi_5)} \end{bmatrix}, \quad (90)$$

em que os denominadores são

$$D_R(z, \Omega_n, \xi_n) = z^2 - 2e^{-\xi_n \Omega_n} \cos\left(\sqrt{1 - \xi_n^2} \Omega_n\right) z + e^{-2\xi_n \Omega_n}, \quad (91)$$

as frequências Ω_n são definidas conforme (34) e os coeficientes de amortecimento $\xi_n \in (0; 1]$ são arbitrados pelo projetista.

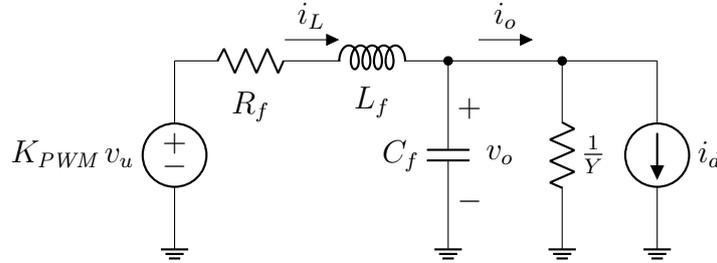
3.1.6 Modelo Linear

O modelo linear é utilizado para análise dos modelos de referência e das sintonias obtidas a partir deles. Realizando o projeto baseado em dados de controladores para esse modelo é possível comparar, em termos da resposta em frequência e do posicionamento de polos e zeros, o modelo de referência com o sistema efetivamente obtido em malha fechada.

Considere novamente o circuito do estágio de saída da UPS, mostrado na Figura 9. Aplicando o modelo médio do inversor, o chaveamento dos transistores é representado por um ganho K_{PWM} (BERTOLDI, 2019). Além disso, a carga é representada por uma

admitância Y em paralelo a uma fonte de corrente $i_d[k]$, a qual representa perturbações decorrentes de cargas não lineares. Com essas simplificações, o circuito da UPS torna-se linear, como apresentado na Figura 14.

Figura 14 – Circuito linear do estágio de saída da UPS.



Fonte: do autor.

A dinâmica do circuito da Figura 14 é expressa no espaço de estados em tempo contínuo por

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (92)$$

em que

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} v_u \\ i_d \end{bmatrix} \quad (93)$$

são, respectivamente, os vetores de estados e entradas,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_f}{L_f} & -\frac{1}{L_f} \\ \frac{1}{C_f} & -\frac{Y}{C_f} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{K_{PWM}}{L_f} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_f} \end{bmatrix} \quad (94)$$

são, respectivamente, as matrizes dinâmica e de entrada em tempo contínuo e t é a variável de tempo contínuo. Ressalta-se que $v_u[k]$ é uma entrada controlada, enquanto $i_d[k]$ é uma perturbação exógena.

Modelos lineares da UPS como esse já foram utilizados em diversos trabalhos, como os citados no início deste capítulo. Nessas referências, o modelo é utilizado para o projeto de controladores aplicados à UPS experimental, o que comprova a utilidade do mesmo.

Nos trabalhos supracitados costumam-se considerar valores mínimos e máximos para a admitância. Para as cargas da UPS experimental, associam-se valores na faixa $Y \in [100 \mu\text{S}; 151,9 \text{ mS}]$. Por fim, com a amplitude da portadora escolhida como na Seção 3.1.3, o ganho de chaveamento torna-se $K_{PWM} = 1 \text{ V/V}$.

3.1.6.1 Discretização

Com o período de amostragem T_s , o modelo em tempo contínuo pode ser discretizado (CHEN, 1999). A representação discreta, com aplicação dos valores nominais dos

componentes e admitância máxima, é

$$\mathbf{x}[k+1] = \Phi \mathbf{x}[k] + \Gamma \mathbf{u}[k], \quad (95)$$

em que

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0,9885 & -0,0775 \\ 0,2582 & 0,9504 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0,0790 & 0,0103 \\ 0,0103 & -0,2584 \end{bmatrix} \quad (96)$$

são, respectivamente, as matrizes dinâmica e de entrada em tempo discreto. A partir disso, a matriz de transferência da planta é obtida por

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(z) &= (z \mathbf{I}_2 - \Phi)^{-1} \Gamma \\ &= \begin{bmatrix} G_{i_L, v_u}(z) & G_{i_L, i_d}(z) \\ G_{v_o, v_u}(z) & G_{v_o, i_d}(z) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{z^2 - 1,939z + 0,9595} \begin{bmatrix} 0,0790(z - 0,9605) & 0,0103(z + 0,9863) \\ 0,0103(z + 0,9863) & -0,2584(z - 0,9988) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (97)$$

com a qual escreve-se

$$\mathbf{x}[k] = \mathbf{G}(z) \mathbf{u}[k]. \quad (98)$$

Note que a matriz de transferência apresenta um par de polos complexos $P\{\mathbf{G}(z)\} = \{0,9694 \pm j0,1402\} = \{0,979 \angle \pm 8,23^\circ\}$. Sendo a magnitude dos polos menor que a unidade, a planta é estável. Além disso, como cada um dos elementos apresenta um zero, o grau relativo é $RD\{\mathbf{G}(z)\} = 1$.

3.1.6.2 Malha Fechada

Aplicando a lei de controle descrita por (88) em (98) obtém-se expressões para o sistema em malha fechada,

$$\mathbf{x}[k] = \mathbf{T}(z, \boldsymbol{\rho}) v_r[k] + \mathbf{W}(z, \boldsymbol{\rho}) i_d[k], \quad (99)$$

em que

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(z, \boldsymbol{\rho}) &= \begin{bmatrix} T_{i_L, v_r}(z, \boldsymbol{\rho}) \\ T_{v_o, v_r}(z, \boldsymbol{\rho}) \end{bmatrix} \\ &= \frac{C_e(z, \boldsymbol{\rho}_e) \begin{bmatrix} G_{i_L, v_u}(z) \\ G_{v_o, v_u}(z) \end{bmatrix}}{1 + C_i(z, \boldsymbol{\rho}_i) G_{i_L, v_u}(z) + C_e(z, \boldsymbol{\rho}_e) G_{v_o, v_u}(z)} \end{aligned} \quad (100)$$

é a matriz de transferência da tensão de referência para os estados, e

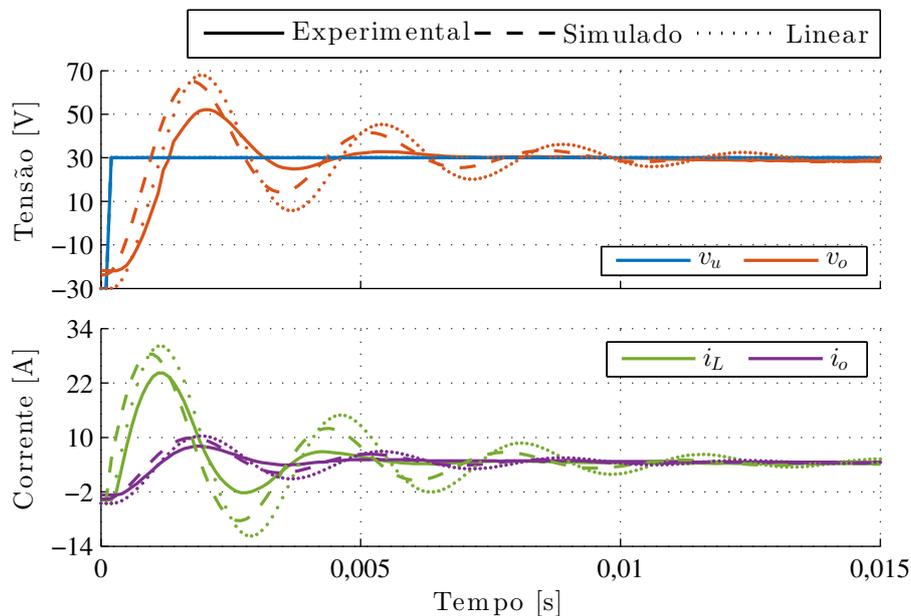
$$\begin{aligned} \mathbf{W}(z, \boldsymbol{\rho}) &= \begin{bmatrix} W_{i_L, i_d}(z, \boldsymbol{\rho}) \\ W_{v_o, i_d}(z, \boldsymbol{\rho}) \end{bmatrix} \\ &= \frac{\begin{bmatrix} G_{i_L, i_d}(z) + C_e(z, \boldsymbol{\rho}_e) (G_{v_o, v_u}(z) G_{i_L, i_d}(z) - G_{i_L, v_u}(z) G_{v_o, i_d}(z)) \\ G_{v_o, i_d}(z) - C_i(z, \boldsymbol{\rho}_i) (G_{v_o, v_u}(z) G_{i_L, i_d}(z) - G_{i_L, v_u}(z) G_{v_o, i_d}(z)) \end{bmatrix}}{1 + C_i(z, \boldsymbol{\rho}_i) G_{i_L, v_u}(z) + C_e(z, \boldsymbol{\rho}_e) G_{v_o, v_u}(z)} \end{aligned} \quad (101)$$

é a matriz de transferência da corrente de perturbação para os estados.

3.1.7 Comparação dos Modelos

A fim de comparar a UPS experimental e seu modelo linear, a Figura 15 exibe os sinais de tensão e corrente de cada um deles com aplicação de um degrau no sinal de modulação $v_u[k]$. A figura inclui também uma simulação da UPS através do PSIM versão 9.0, um *software* comercial para simulação de sistemas de eletrônica de potência. Nessa comparação, o equipamento experimental e o simulado estão sujeitos à carga linear máxima. De forma equivalente, a perturbação $i_d[k]$ no modelo linear é nula; nesse caso, $i_o[k] = Y v_o[k]$.

Figura 15 – Comparação das respostas da UPS experimental, da UPS simulada e do modelo linear da UPS.



Fonte: do autor.

Observe que embora os sinais tenham o mesmo formato geral, eles são visivelmente diferentes. Dessa forma, fica evidente como a modelagem, seja pelo *software* de potência ou pelo sistema linear, não é capaz de capturar todas as dinâmicas da planta. Esse fato é um argumento favorável ao projeto baseado em dados dos controladores. Por fim, observe como os sinais do equipamento experimental aparentam estar atrasados em relação aos modelos, indicando um atraso de transporte.

3.2 Método de Sintonia

A sintonia dos controladores $C_i(z, \rho_i)$ e $C_e(z, \rho_e)$ é simultaneamente realizada pelo método VRFT para malha em cascata, conforme descrito na Seção 2.4.2. No caso experimental, devido à presença de ruído nos dados, aplica-se variável instrumental pela coleta

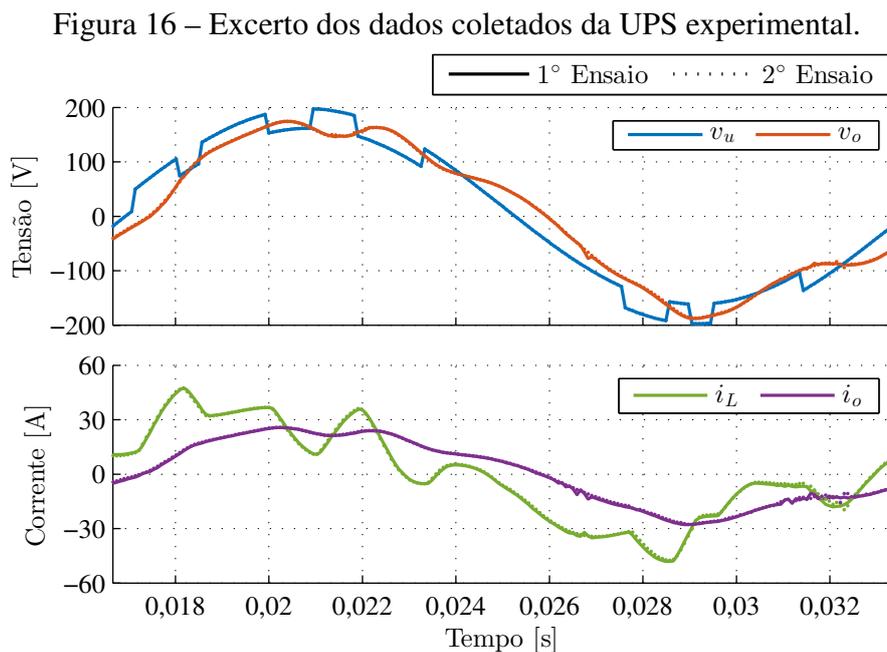
de um segundo conjunto de dados sob o mesmo sinal de entrada. A seguir é descrito o procedimento para a coleta de dados. Além disso, aspectos práticos da implementação do VRFT em cascata são comentados.

3.2.1 Coleta de Dados

Os trabalhos anteriores que aplicaram VRFT à UPS simulada ou experimental, como os de SCHILDT (2014); CORLETA *et al.* (2016); BEAL *et al.* (2023a), realizaram a coleta de dados em malha aberta com o sistema sujeito à carga linear. Nos trabalhos supracitados, o sinal modulante aplicado é um somatório de senoides de diferentes frequências.

Neste trabalho, o ensaio para coleta de dados também é realizado em malha aberta com a UPS sujeita à carga linear máxima. O sinal aplicado é uma senoide como a referência em (86) adicionado de uma sequência binária pseudoaleatória — em inglês, *PseudoRandom Binary Sequence* (PRBS) — cuja amplitude é 10% da amplitude da senoide e o período mínimo de chaveamento é 500 μs . A senoide aproxima a condição usual de operação, enquanto o PRBS enriquece o espectro dos dados (LJUNG, 1999; AGUIRRE, 2007). Uma vantagem de utilizar esse sinal ao invés do somatório de senoides é que a aproximação $\Phi_u(e^{j\Omega}) \approx \Phi_r(e^{j\Omega}) \quad \forall \Omega \in [-\pi, \pi]$, aplicada na determinação do filtro $L_{VR}(z)$ do VRFT, é mais realista.

Para a aplicação de variável instrumental, dois conjuntos de dados são coletados com a aplicação do mesmo sinal de entrada. Cada conjunto de dados da UPS experimental tem duração de 1 s, totalizando $N = 12601$ amostras cada. A Figura 16 apresenta um excerto desses dados. Note que, à exceção de alguns pontos de ruído, os sinais são semelhantes entre os dois ensaios.



Fonte: do autor.

3.2.2 Estimação da Sensibilidade da Malha Interna

O algoritmo do VRFT em cascata requer, a cada iteração, a estimação da função de sensibilidade da malha interna $S_i(z, \rho_i)$. Para tanto, após a geração do sinal virtual $\tilde{u}_e[k]$ conforme indica o algoritmo, é realizada uma identificação da função de transferência de $\tilde{u}_e[k]$ para $u[k]$. Neste trabalho, essa identificação é realizada assumindo para $S_i(z, \rho_i)$ um modelo de erro na saída — em inglês, *Output Error* (OE) (LJUNG, 1999; AGUIRRE, 2007). Arbitra-se um modelo com polinômios de 2º grau, em consonância com o modelo linear da UPS com dois estados.

3.2.3 Critério de Convergência

O algoritmo do VRFT em cascata deve ser repetido até a convergência. Neste trabalho, adota-se como métrica de convergência a maior variação relativa entre os parâmetros de iterações consecutivas. O critério de parada é arbitrado como uma variação inferior a 0,05%. Embora o critério seja rigoroso, uma escolha adequada de modelo de referência leva a uma convergência em poucas iterações.

4 MODELOS DE REFERÊNCIA

Este capítulo concentra a principal contribuição deste trabalho: a proposta e a análise de modelos de referência para o projeto de controlador ressonante. Inicialmente, apresentam-se condições de magnitude e fase que os modelos devem satisfazer. Com isso, o formato geral dos modelos de referência é discutido. Quatro estratégias de posicionamento de polos são então apresentadas. Após, as características dos modelos de referência provenientes dessas estratégias são comentadas. Por fim, os modelos são analisados através de sua aplicação no projeto baseado em dados de controladores ressonantes para o modelo linear da UPS.

Na apresentação e análise a seguir considera-se o projeto de controlador proporcional-ressonante atuante na frequência fundamental, 3ª e 5ª harmônicas, com o período de amostragem arbitrado para a UPS. A adaptação dos modelos de referência para outras configurações frequenciais é simples, bastando ajustar as condições de magnitude e fase, a quantidade de zeros necessários e modificar o número de polos dentro de cada estratégia de posicionamento. Ademais, com outros períodos de amostragem, os resultados gráficos naturalmente são diferentes, mas a ideia geral permanece a mesma.

4.1 Condições de Magnitude e Fase

Para que um modelo de referência imponha o seguimento e rejeição de sinais senoidais, sua resposta em frequência deve ter magnitude unitária e fase nula nas frequências desses sinais. No entanto, a função de malha fechada com um controlador ressonante só é capaz de cumprir essa condição se o controlador for projetado sem amortecimentos. A inclusão de amortecimentos no controlador faz com que seus picos de magnitude sejam finitos e, portanto, a resposta da função de malha fechada se afaste da unidade nas frequências de projeto. No entanto, se os amortecimentos do controlador são pequenos, a resposta da função de malha fechada nessas frequências tende a ser próxima da unidade.

Assim, considerando a utilização de controladores ressonantes de ganho finito, os modelos de referência são construídos impondo condições de magnitude e de fase nas frequências de projeto, com magnitude igual ou menor que a unidade e fase nula. Com

isso, os modelos satisfazem

$$T_d(e^{j\Omega_n}) = M_n, \quad n \in \{1; 3; 5\}, \quad (102)$$

em que $M_n \in (0; 1]$ é a magnitude do modelo na n -ésima harmônica, a ser escolhida pelo projetista. A condição pode ainda ser explicitamente separada em magnitude e fase, como

$$\begin{cases} |T_d(e^{j\Omega_n})| = M_n \\ \angle T_d(e^{j\Omega_n}) = 0 \end{cases}, \quad n \in \{1; 3; 5\}. \quad (103)$$

Note que ambas as equações devem ser satisfeitas para cada uma das três frequências de projeto, totalizando seis condições.

4.2 Formato da Função de Transferência

Considere o modelo de referência expresso em termo de polinômios coprimos,

$$T_d(z) = \frac{N_{T_d}(z)}{D_{T_d}(z)}. \quad (104)$$

Para satisfazer as seis condições de magnitude e fase, o numerador é construído com um polinômio de quinto grau,

$$N_{T_d}(z) = \sum_{i=0}^5 k_i z^i, \quad (105)$$

com seis coeficientes $k_i \in \mathbb{R}$ livres. Os coeficientes são determinados após a escolha do polinômio do denominador $D_{T_d}(z)$, através de

$$N_{T_d}(e^{j\Omega_n}) = T_d(e^{j\Omega_n}) D_{T_d}(e^{j\Omega_n}), \quad n \in \{1; 3; 5\}. \quad (106)$$

Aplicando as condições de magnitude e fase em (102), a fórmula de Euler para exponenciais complexas, e separando em partes reais e imaginárias, obtém-se um sistema de equações lineares nos coeficientes,

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^5 \cos(i\Omega_n) k_i = M_n \Re \{D_{T_d}(e^{j\Omega_n})\} \\ \sum_{i=0}^5 \sin(i\Omega_n) k_i = M_n \Im \{D_{T_d}(e^{j\Omega_n})\} \end{cases}, \quad n \in \{1; 3; 5\}, \quad (107)$$

cuja solução fornece os coeficientes k_i .

Pela suposição de que a planta é estritamente própria, seu grau relativo $\text{RD}\{G(z)\} \geq 1$. Portanto, o modelo de referência deve ter grau relativo $\text{RD}\{T_d(z)\} \geq 1$. Assim, considerando que há até cinco zeros, propõe-se que o modelo seja construído com, no mínimo, seis polos em posições arbitrárias.

Ademais, conforme CAMPI; SAVARESI (2006); GONÇALVES DA SILVA; CAMPESTRINI; BAZANELLA (2014), se a planta apresentar atraso de transporte superior a uma amostra, o mesmo atraso deve ser incluído no modelo de referência. Caso contrário, o desempenho do sistema de controle pode ser severamente degradado. Assim, considerando a presença de eventuais atrasos de transporte — como é o caso da UPS experimental, conforme discutido na Seção 3.1.7 —, propõe-se inclusão de polos adicionais na origem do plano complexo, efetivamente aumentando o grau relativo do modelo de referência.

Com essas proposições, o denominador do modelo de referência é

$$D_{T_d}(z) = z^{d-1} \overline{D_{T_d}}(z), \quad (108)$$

em que $d \in \mathbb{N}^+$ é o grau relativo e $\overline{D_{T_d}}(z)$ é um polinômio mônico de sexto grau. O aumento do grau relativo d equivale à inclusão de atrasos de transporte. A escolha de $\overline{D_{T_d}}(z)$ arbitra o posicionamento dos polos do modelo. Assim, o formato geral dos modelos de referência é

$$T_d(z) = \frac{\sum_{i=0}^5 k_i z^i}{z^{d-1} \overline{D_{T_d}}(z)}. \quad (109)$$

Na sequência são propostas estratégias para o posicionamento de polos através da escolha do polinômio $\overline{D_{T_d}}(z)$.

4.3 Estratégias de Posicionamento de Polos

A seguir são apresentadas quatro estratégias para o posicionamento de polos do modelo de referência. As características, incluindo vantagens e desvantagens, de cada um dos modelos resultantes são analisadas na próxima seção.

4.3.1 Polos Reais Sobrepostos

A estratégia mais simples consiste em arbitrar que todos os polos são reais e sobrepostos em uma mesma posição. Com isso, o modelo de referência é

$$T_d(z) = \frac{\sum_{i=0}^5 k_i z^i}{z^{d-1} (z - p)^6}, \quad (110)$$

em que $p \in (0; 1)$ é a posição de todos os seis polos reais, e também a magnitude dos mesmos. Modelos provenientes desse posicionamento são referidos neste trabalho como modelos de referência reais.

Um modelo como esse foi inicialmente utilizado por CORLETA *et al.* (2016) para o projeto de controlador ressonante atuante somente na frequência fundamental para a UPS simulada. Após, em BEAL *et al.* (2023a), o modelo foi estendido para considerar mais frequências.

4.3.2 Polos Complexos de Frequência Natural Fixa

Esse posicionamento, assim como os próximos, propõe que os polos são dispostos em pares complexos conjugados, com cada par associado a uma frequência considerada no projeto. Nesse caso, o modelo assume que seus polos são uma versão amortecida dos polos do controlador ressonante. Assim, sua função de transferência é

$$T_d(z) = \frac{\sum_{i=0}^5 k_i z^i}{z^{d-1} \prod_{n \in \{1;3;5\}} D_N(z, \Omega_n, \zeta_n)}, \quad (111)$$

em que

$$D_N(z, \Omega_n, \zeta_n) = z^2 - 2e^{-\zeta_n \Omega_n} \cos\left(\sqrt{1 - \zeta_n^2} \Omega_n\right) z + e^{-2\zeta_n \Omega_n} \quad (112)$$

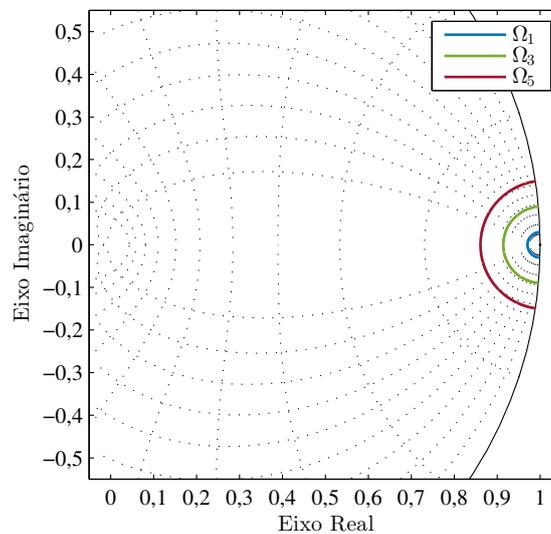
é o denominador natural, semelhante ao denominador do controlador ressonante em (91), e $\zeta_n \in (0; 1]$ são coeficientes de amortecimento arbitrados pelo projetista. É importante destacar que os coeficientes de amortecimento do modelo de referência, denotados por ζ_n , são diferentes dos coeficientes de amortecimento do controlador ressonante, representados por ξ_n . Cada par de polos desse posicionamento é

$$P \left\{ \frac{1}{D_N(z, \Omega_n, \zeta_n)} \right\} = \left\{ e^{-\zeta_n \Omega_n \pm j \sqrt{1 - \zeta_n^2} \Omega_n} \right\}. \quad (113)$$

Modelos com esse posicionamento são chamados de modelos de referência naturais.

A Figura 17 ilustra as curvas de frequência natural constante, sobre as quais cada par de polos complexos conjugados é posicionado. Note que o projetista deve arbitrar um coeficiente de amortecimento para cada frequência de projeto, determinando assim a posição do par de polos associado sobre cada curva.

Figura 17 – Curvas de frequência natural constante.



Fonte: do autor.

4.3.2.1 Posicionamento Radial

Para reduzir a quantidade de parâmetros arbitrários nesse e nos próximos modelos de referências sugere-se vincular as escolhas dos diversos coeficientes de amortecimento a uma única escolha da magnitude dos polos. Isso equivale a posicionar todos os polos complexos sobre uma circunferência centrada na origem do plano complexo e de raio arbitrário. Por esse motivo, refere-se a essa variação do posicionamento como radial.

Com essa proposta, os amortecimentos para esse modelo de referência são determinados por

$$R = \left| e^{-\zeta_n \Omega_n \pm j \sqrt{1-\zeta_n^2} \Omega_n} \right|, \quad n \in \{1; 3; 5\}$$

$$= e^{-\zeta_n \Omega_n}$$

(114)

$$\Downarrow$$

$$\zeta_n = -\frac{\ln(R)}{\Omega_n}, \quad n \in \{1; 3; 5\},$$

em que $R \in [e^{-\Omega_1}; 1)$ é a magnitude dos polos ou, equivalentemente, o raio da circunferência sobre a qual os polos são posicionados. Note que a menor frequência de projeto determina o limite inferior para esse raio. Com esse posicionamento, o denominador em (112) torna-se

$$D_N(z, \Omega_n, R) = z^2 - 2R \cos\left(\sqrt{\Omega_n^2 - \ln^2(R)}\right) z + R^2, \quad (115)$$

e cada par de polos é expresso por

$$P\left\{\frac{1}{D_N(z, \Omega_n, R)}\right\} = \left\{R e^{\pm j \sqrt{\Omega_n^2 - \ln^2(R)}}\right\}. \quad (116)$$

4.3.3 Polos Complexos de Frequência Amortecida Fixa

Outra estratégia é posicionar os polos complexos de forma que suas frequências amortecidas sejam iguais às frequências de projeto. Com essa proposta, a função de transferência do modelo de referência é

$$T_d(z) = \frac{\sum_{i=0}^5 k_i z^i}{z^{d-1} \prod_{n \in \{1; 3; 5\}} D_D(z, \Omega_n, \zeta_n)}, \quad (117)$$

em que

$$D_D(z, \Omega_n, \zeta_n) = D_N\left(z, \frac{\Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}}, \zeta_n\right)$$

$$= z^2 - 2e^{-\frac{\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}}} \cos(\Omega_n) z + e^{-\frac{2\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}}}$$

(118)

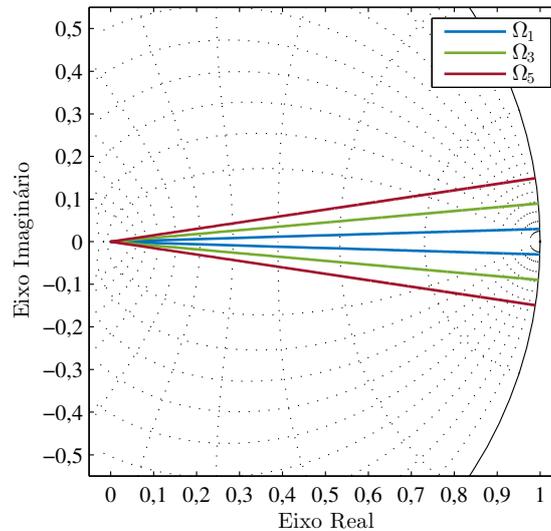
é o denominador amortecido e $\zeta_n \in (0; 1)$ são coeficientes de amortecimento arbitrados pelo projetista. Os pares de polos desse posicionamento são

$$P\left\{\frac{1}{D_D(z, \Omega_n, \zeta_n)}\right\} = \left\{e^{-\frac{\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \pm j \Omega_n}\right\}. \quad (119)$$

Os modelos derivados desse posicionamento são nomeados modelos de referência amortecidos.

A Figura 18 ilustra as retas de frequência amortecida constantes, sobre as quais cada par de polos complexos conjugados é posicionado. Note que as retas partem da circunferência unitária e vão em direção à origem do plano complexo. Novamente, o projetista deve arbitrar um coeficiente de amortecimento para cada frequência de projeto para determinar a posição do par de polos associado sobre cada reta.

Figura 18 – Retas de frequência amortecida constante.



Fonte: do autor.

Um modelo como esse foi proposto e aplicado por LOURENCENA (2023) para o projeto de controlador ressonante no contexto de uma turbina eólica. No entanto, como já mencionado, o trabalho citado tem sua validação limitada à simulação do equipamento.

4.3.3.1 Posicionamento Radial

Assim como no modelo anterior, explora-se a possibilidade de vincular a escolha dos diversos coeficientes de amortecimento a uma única escolha da magnitude dos polos. Trazendo essa abordagem para esse modelo, os coeficientes são determinados por

$$\begin{aligned}
 R &= \left| e^{-\frac{\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \pm j \Omega_n} \right|, \quad n \in \{1; 3; 5\} \\
 &= e^{-\frac{\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}}} \\
 &\quad \Downarrow \\
 \zeta_n &= -\frac{\ln(R)}{\sqrt{\ln^2(R) + \Omega_n^2}}, \quad n \in \{1; 3; 5\},
 \end{aligned} \tag{120}$$

em que $R \in (0; 1)$ é a magnitude dos polos ou, equivalentemente, o raio da circunferência sobre a qual os polos são posicionados. Note que, dessa vez, todos os pares de polos

movem-se até a origem, sendo esse o limitante inferior do raio. Com esse posicionamento, o denominador em (118) torna-se

$$D_D(z, \Omega_n, R) = z^2 - 2R \cos(\Omega_n) z + R^2, \quad (121)$$

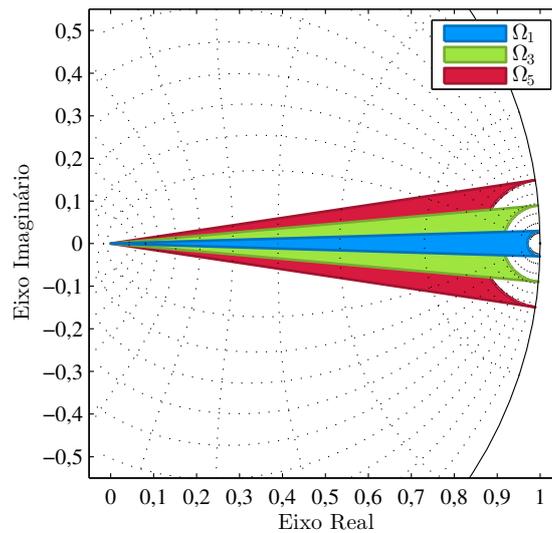
cujos pares de polos são

$$P \left\{ \frac{1}{D_D(z, \Omega_n, R)} \right\} = \{ R e^{\pm j \Omega_n} \}. \quad (122)$$

4.3.4 Polos Complexos Intermediários

A última estratégia explorada consiste em distribuir os polos em posições intermediárias entre as dos dois últimos modelos. Em outras palavras, propõe-se posicionar cada par de polos complexos, associado a uma dada frequência, entre a curva dessa frequência natural constante e a reta dessa frequência amortecida constante. A Figura 19 ilustra essas regiões intermediárias para posicionamento dos polos.

Figura 19 – Regiões entre as curvas de frequência natural constante e as retas de frequência amortecida constante.



Fonte: do autor.

Dentre as infinitas possibilidades de posicionamento no interior das regiões propostas, explora-se o posicionamento na média das posições com um mesmo amortecimento dos dois modelos anteriores, resultando nas curvas mostradas na Figura 20. O modelo de referência assim obtido é

$$T_d(z) = \frac{\sum_{i=0}^5 k_i z^i}{z^{d-1} \prod_{n \in \{1;3;5\}} D_M(z, \Omega_n, \zeta_n)}, \quad (123)$$

em que

$$D_M(z, \Omega_n, \zeta_n) = z^2 - \left(e^{-\zeta_n \Omega_n} \cos \left(\sqrt{1 - \zeta_n^2} \Omega_n \right) + e^{\frac{-\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1 - \zeta_n^2}}} \cos(\Omega_n) \right) z + \frac{1}{4} \left(e^{-\zeta_n \Omega_n} \sin \left(\sqrt{1 - \zeta_n^2} \Omega_n \right) + e^{\frac{-\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1 - \zeta_n^2}}} \sin(\Omega_n) \right)^2 \quad (124)$$

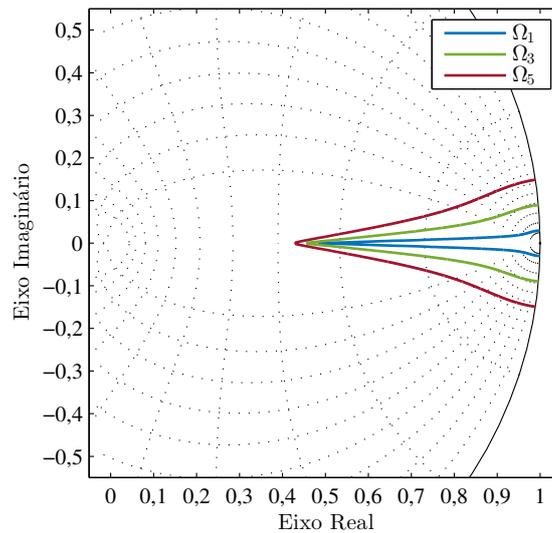
é o denominador e $\zeta_n \in (0; 1)$ são coeficientes de amortecimento arbitrados pelo projetista. Por definição, os polos desse modelo são posicionados na média entre (113) e (119), ou seja,

$$P \left\{ \frac{1}{D_M(z, \Omega_n, \zeta_n)} \right\} = \left\{ \frac{e^{-\zeta_n \Omega_n \pm j \sqrt{1-\zeta_n^2} \Omega_n} + e^{-\frac{\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \pm j \Omega_n}}{2} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \left(e^{-\zeta_n \Omega_n} \cos \left(\sqrt{1-\zeta_n^2} \Omega_n \right) + e^{-\frac{\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}}} \cos(\Omega_n) \right) + \\ \pm \frac{j}{2} \left(e^{-\zeta_n \Omega_n} \sin \left(\sqrt{1-\zeta_n^2} \Omega_n \right) + e^{-\frac{\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}}} \sin(\Omega_n) \right) \end{array} \right\}. \quad (125)$$

Os modelos com essa estrutura são referidos como modelos de referência intermediários.

Figura 20 – Curvas de frequência intermediária.



Fonte: do autor.

4.3.4.1 Posicionamento Radial

Novamente experimenta-se vincular os vários coeficientes de amortecimento a uma única escolha de magnitude dos polos. Para tanto, os coeficientes devem satisfazer

$$R = \left| \frac{e^{-\zeta_n \Omega_n \pm j \sqrt{1-\zeta_n^2} \Omega_n} + e^{-\frac{\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}} \pm j \Omega_n}}{2} \right|, \quad n \in \{1; 3; 5\}, \quad (126)$$

em que $R \in \left(\frac{e^{-\Omega_1}}{2}; 1 \right)$ é a magnitude dos polos ou, equivalentemente, o raio da circunferência sobre a qual os mesmos são posicionados. Diferente dos modelos de referência anteriores, dessa vez não é possível obter uma expressão analítica para ζ_n em função do raio R . Ao invés disso, aplica-se em (126) a propriedade do módulo da soma de números

complexos,

$$|z_1 + z_2| = \sqrt{|z_1|^2 + |z_2|^2 + 2|z_1||z_2|\cos(\angle z_1 - \angle z_2)}, \quad (127)$$

em que $z_1 \in \mathbb{C}$ e $z_2 \in \mathbb{C}$, para obter

$$R = \frac{\sqrt{e^{-2\zeta_n \Omega_n} + e^{-\frac{2\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}}} + 2e^{-\frac{\zeta_n \Omega_n}{\sqrt{1-\zeta_n^2}}(\sqrt{1-\zeta_n^2}+1)} \cos\left(\left(\sqrt{1-\zeta_n^2}-1\right)\Omega_n\right)}}{2}, n \in \{1; 3; 5\}, \quad (128)$$

a qual pode ser resolvida numericamente para ζ_n . Pela ausência de solução analítica, não é possível obter expressões para o denominador e os polos associados em termos da magnitude R .

4.4 Análise de Características

As características dos modelos de referência provenientes das estratégias de posicionamento de polos, bem como dos modelos de sensibilidade associados, são agora analisadas. Para facilitar a comparação, considera-se o período de amostragem T_s aplicado na UPS. Quanto ao modelo de referência, são analisadas a resposta em frequência, o mapa de polos e zeros, a resposta a uma referência senoidal como em (86) e o tempo de acomodação dessa resposta para erro normalizado inferior a 2%; nos dois últimos, os períodos da referência são demarcados por retas tracejadas. Em relação ao modelo de sensibilidade, são analisadas a resposta em frequência e o pico de sensibilidade; nesse último, a faixa recomendada por ÅSTRÖM; MURRAY (2020) é demarcada pela área sombreada.

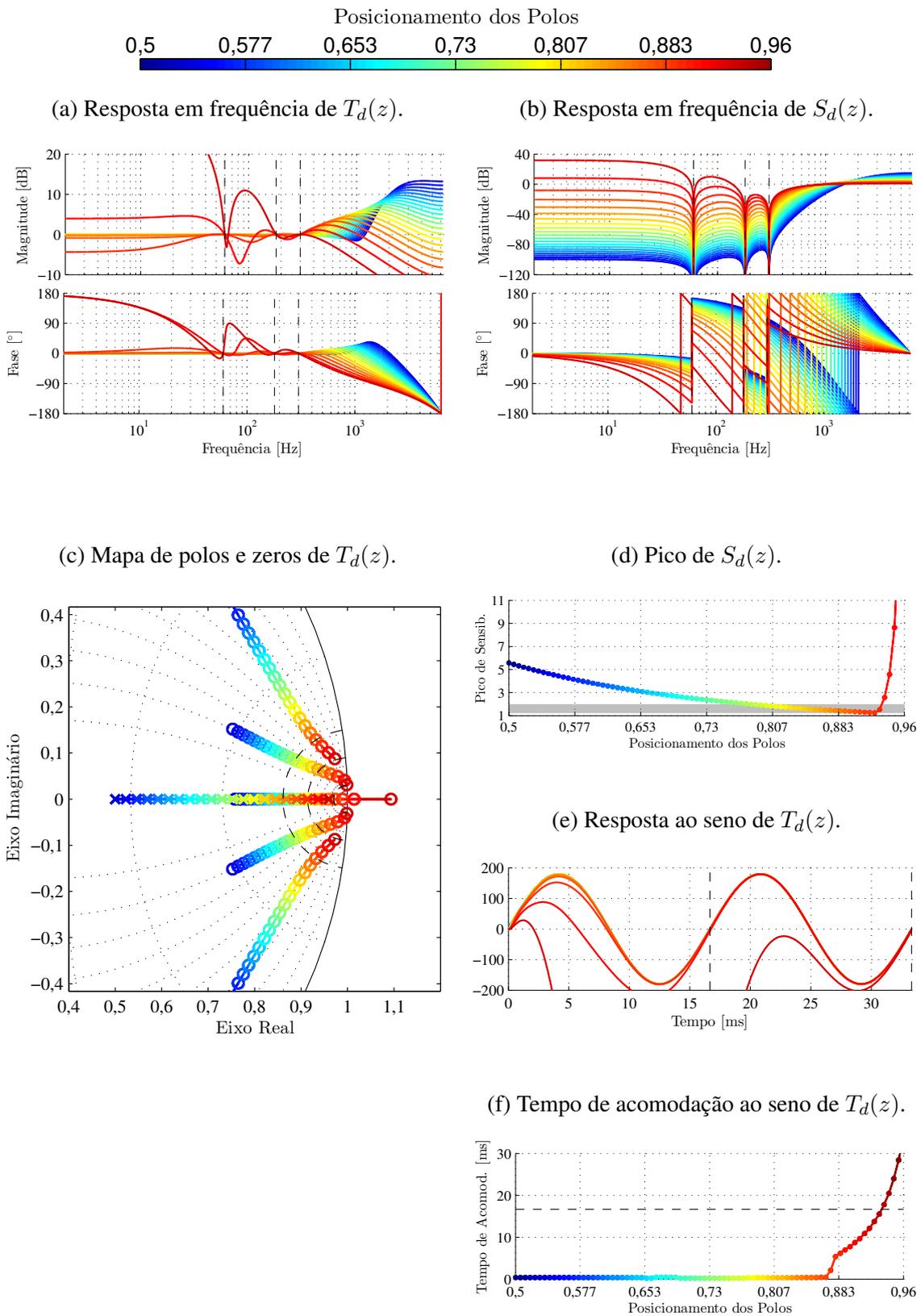
Para essa análise, considera-se, em todos os modelos, que as magnitudes nas frequências de projeto são unitárias — isto é, $M_1 = M_3 = M_5 = 1$ — e que o grau relativo é unitário — isto é, $d = 1$. No modelo de polos reais, varia-se a posição p desses polos. Nos modelos de polos complexos, considera-se primeiro que todos os coeficientes de amortecimento são variados conjuntamente, ou seja, $\zeta_1 = \zeta_3 = \zeta_5 = \zeta$ é variado; após, considera-se o posicionamento radial, em que a magnitude R dos polos é variada.

4.4.1 Polos Reais Sobrepostos

A Figura 21 apresenta as características do modelo de referência real e do respectivo modelo de sensibilidade. A posição dos polos varia no intervalo $p \in [0,5; 0,96]$, conforme a escala de cores.

Vários pontos negativos podem ser apontados nas características desse modelo de referência. A começar pela resposta em frequência do modelo, cuja magnitude, exceto para p elevado, não apresenta distinção clara nas frequências de projeto, denotadas pelas linhas verticais tracejadas. No entanto, para p elevado, o modelo de sensibilidade apresenta amplificação em baixas frequências. Ademais, o pico de sensibilidade está na faixa

Figura 21 – Modelos de referência reais.



Fonte: do autor.

recomendada somente para um pequeno intervalo de valores de p , e o pico cresce consideravelmente fora desse intervalo. Além disso, conforme mostra o mapa de polos e zeros, valores de p muito elevados resultam em zeros de fase não mínima. Na resposta ao seno, observa-se que os casos com fase não mínima tem respostas lentas e com sobrepasso no sentido contrário da referência durante o primeiro ciclo. Nos demais casos, as respostas são praticamente imediatas, sendo indistinguíveis. Essa observação é confirmada pelo tempo de acomodação. Com todas essas observações, o intervalo de valores úteis de p é muito limitado.

4.4.2 Polos Complexos de Frequência Natural Fixa

A Figura 22 apresenta as características do modelo de referência natural. Os coeficientes de amortecimento são variados no intervalo $\zeta_1 = \zeta_3 = \zeta_5 = \zeta \in (0; 1]$, conforme a escala de cores.

Nas características desse modelo de referência surgem alguns pontos positivos. A resposta em frequência do modelo é consideravelmente diferente à do modelo anterior, com picos de magnitude próximas das frequências de projeto. Além disso, a resposta ao seno apresenta muito mais granularidade em seu tempo de acomodação.

No entanto, há ainda pontos negativos. A resposta em frequência do modelo de sensibilidade apresenta amplificações em baixas e altas frequências; embora as amplificações em altas frequências sejam esperadas pelo efeito do colchão d'água, as amplificações em baixas frequências são indesejadas. Ademais, o pico de sensibilidade apresenta valores bastante baixos, inferiores à faixa recomendada na maior parte do intervalo de variação de ζ . Por fim, embora o tempo de acomodação ao seno apresente maior granularidade, o menor tempo alcançável é semelhante ao período do sinal, o que pode não ser suficientemente rápido a depender da aplicação.

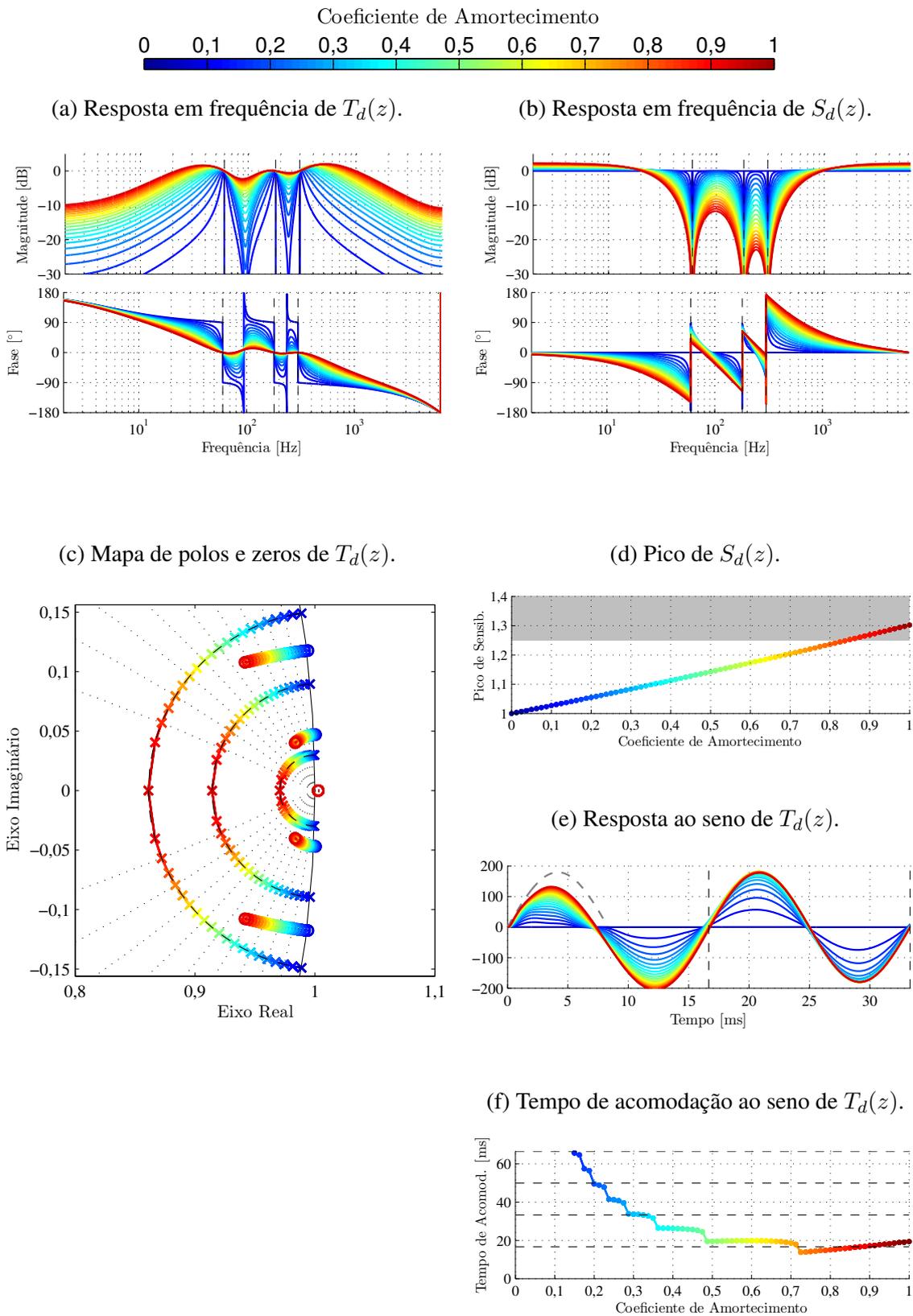
Por fim destaca-se que, conforme mostra o mapa de polos e zeros, há um zero real de fase não mínima que permanece praticamente imóvel com a movimentação dos polos, ligeiramente no exterior da circunferência unitária. O efeito do mesmo na resposta ao seno não é perceptível.

4.4.2.1 Posicionamento Radial

A Figura 23 apresenta novamente as características do modelo de referência natural, dessa vez com posicionamento radial. O raio, associado à magnitude dos polos, varia no intervalo $R \in (e^{-\Omega_1}; 1)$.

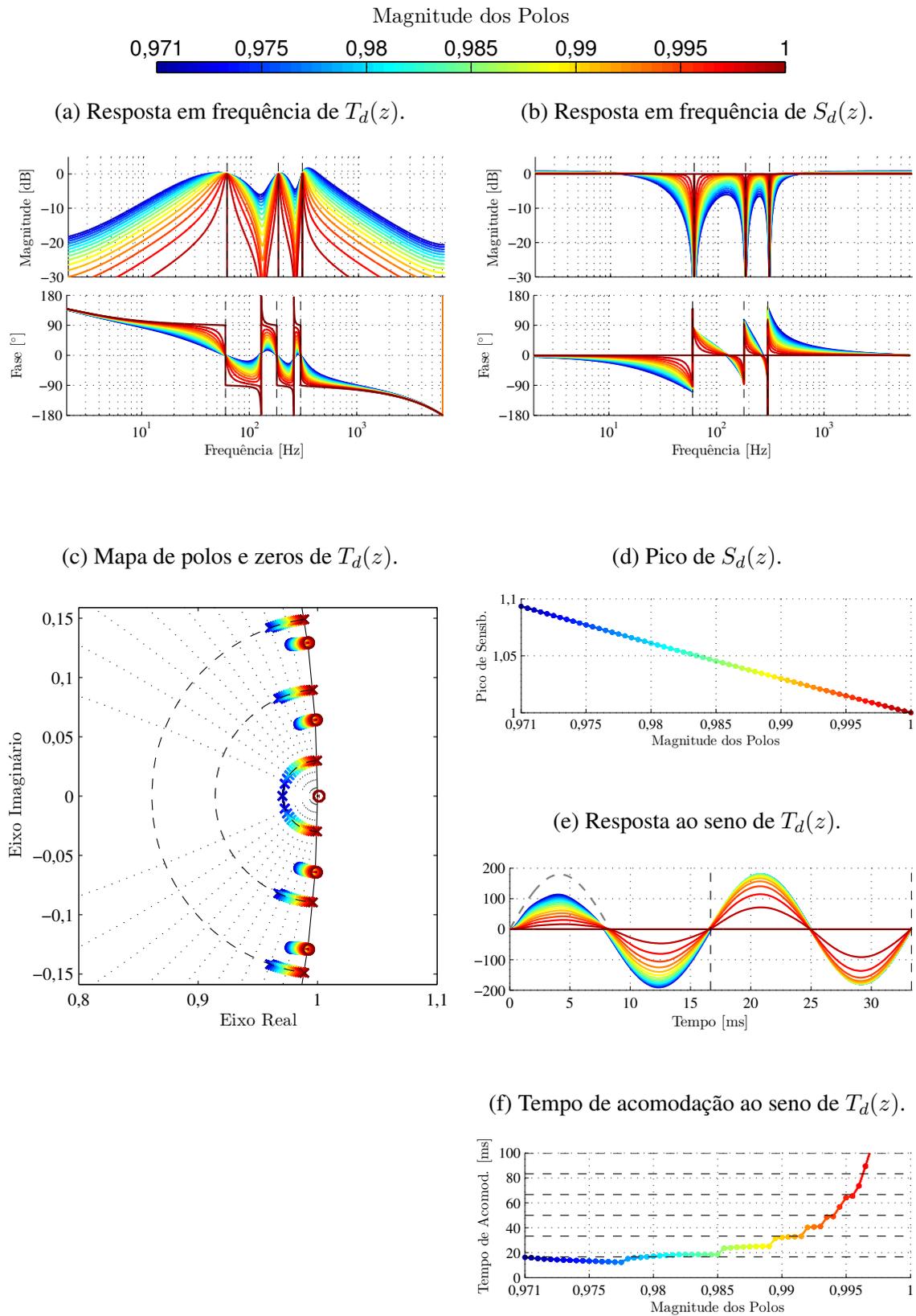
Em geral, as características desse modelo com posicionamento radial são muito semelhantes ao caso anterior, com o posicionamento por coeficientes de amortecimento iguais. Nessa variação, destaca-se negativamente um pico de sensibilidade ainda menor, abaixo da faixa recomendada para todos os valores de R . Ainda, o zero real de fase não mínima segue praticamente imóvel.

Figura 22 – Modelos de referência naturais.



Fonte: do autor.

Figura 23 – Modelos de referência naturais com posicionamento radial.



Fonte: do autor.

4.4.3 Polos Complexos de Frequência Amortecida Fixa

A Figura 24 apresenta as características do modelo de referência amortecido. Os coeficientes de amortecimento são variados no intervalo $\zeta_1 = \zeta_3 = \zeta_5 = \zeta \in (0; 1)$.

A principal diferença desse modelo em relação ao anterior aparece no mapa de polos e zeros. Com a movimentação dos polos em direção à origem do plano complexo, o zero de fase não mínima adentra a circunferência unitária. Assim, exceto para ζ muito baixo, o modelo de referência é de fase mínima.

Como característica positiva, a magnitude da resposta em frequência do modelo de referência mantém os picos no entorno das primeiras frequências de projeto. No entanto, de forma negativa, surgem magnitudes elevadas logo após a última frequência de projeto.

Outro aspecto positivo é a resposta em frequência do modelo de sensibilidade, que passa a atenuar baixas frequências. O pico de sensibilidade está no interior da faixa recomendada para um intervalo razoável de valores de ζ . Ainda, a resposta ao seno apresenta considerável granularidade em seu tempo de acomodação, inclusive fornecendo tempos de acomodação menores que o período da referência.

4.4.3.1 Posicionamento Radial

A Figura 25 apresenta as características do modelo de referência amortecido, agora com posicionamento radial. O raio varia no intervalo $R \in (0; 1)$.

Dessa vez, basear o posicionamento na magnitude dos polos levou a alterações significativas nas características do modelo de referência. Destacam-se negativamente a magnitude da resposta em frequência do modelo em baixas frequências, a qual permanece constante e próxima de 0 dB, e o tempo de acomodação ao seno, que permanece muito pequeno exceto para raio aproximadamente unitário.

4.4.4 Polos Complexos Intermediários

A Figura 26 apresenta as características do modelo de referência intermediário. Os coeficientes de amortecimento são variados no intervalo $\zeta_1 = \zeta_3 = \zeta_5 = \zeta \in (0; 1)$.

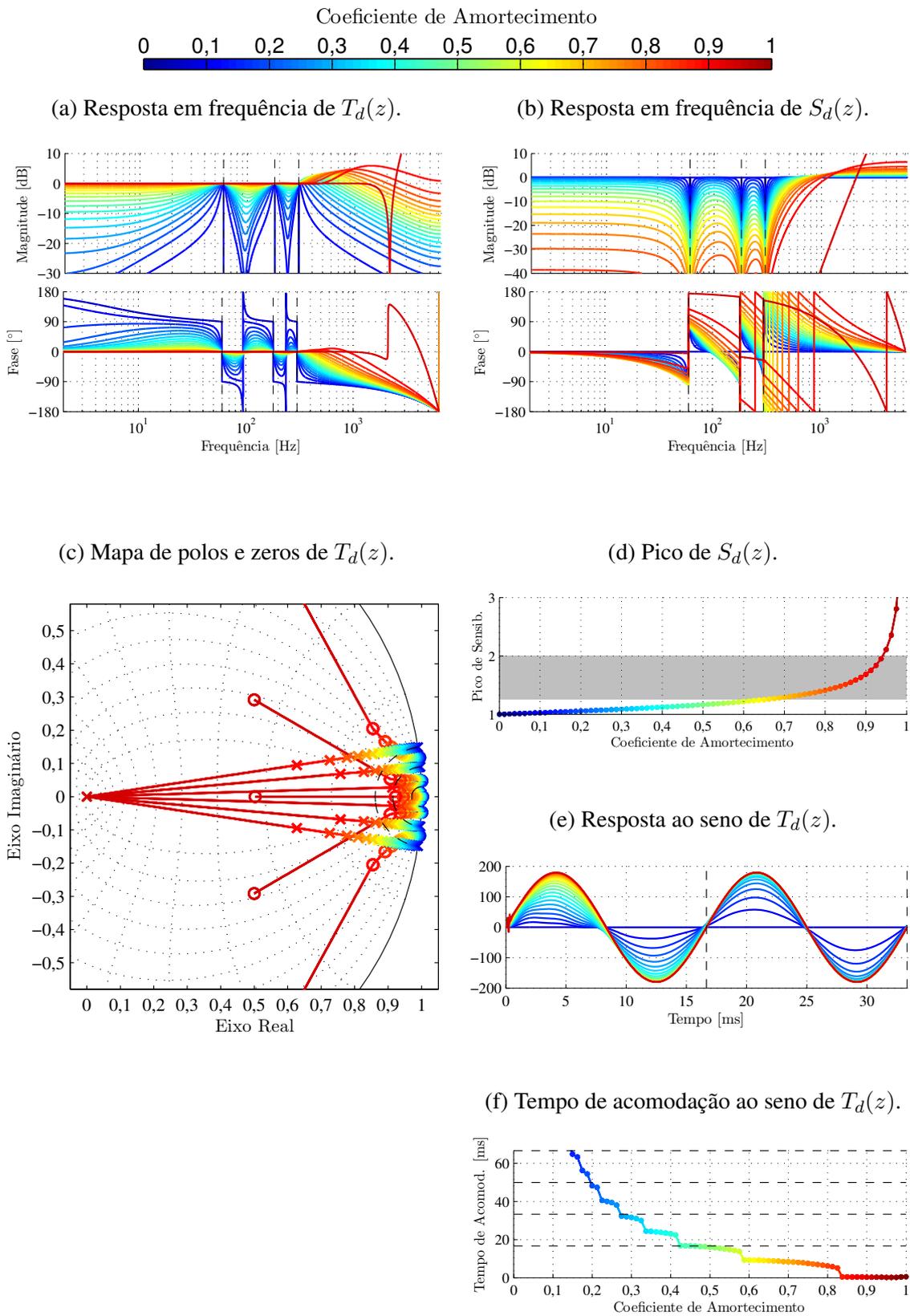
De forma geral, as características desse modelo são bastante semelhantes às do anterior. Como vantagens desse, cita-se que a magnitude do modelo de referência após a última frequência de projeto reduz-se sutilmente, assim como os picos de sensibilidade.

4.4.4.1 Posicionamento Radial

A Figura 27 apresenta novamente as características do modelo de referência intermediário, dessa vez com posicionamento radial. O raio varia no intervalo $R \in \left(\frac{\epsilon^{-\Omega_1}}{2}; 1\right)$.

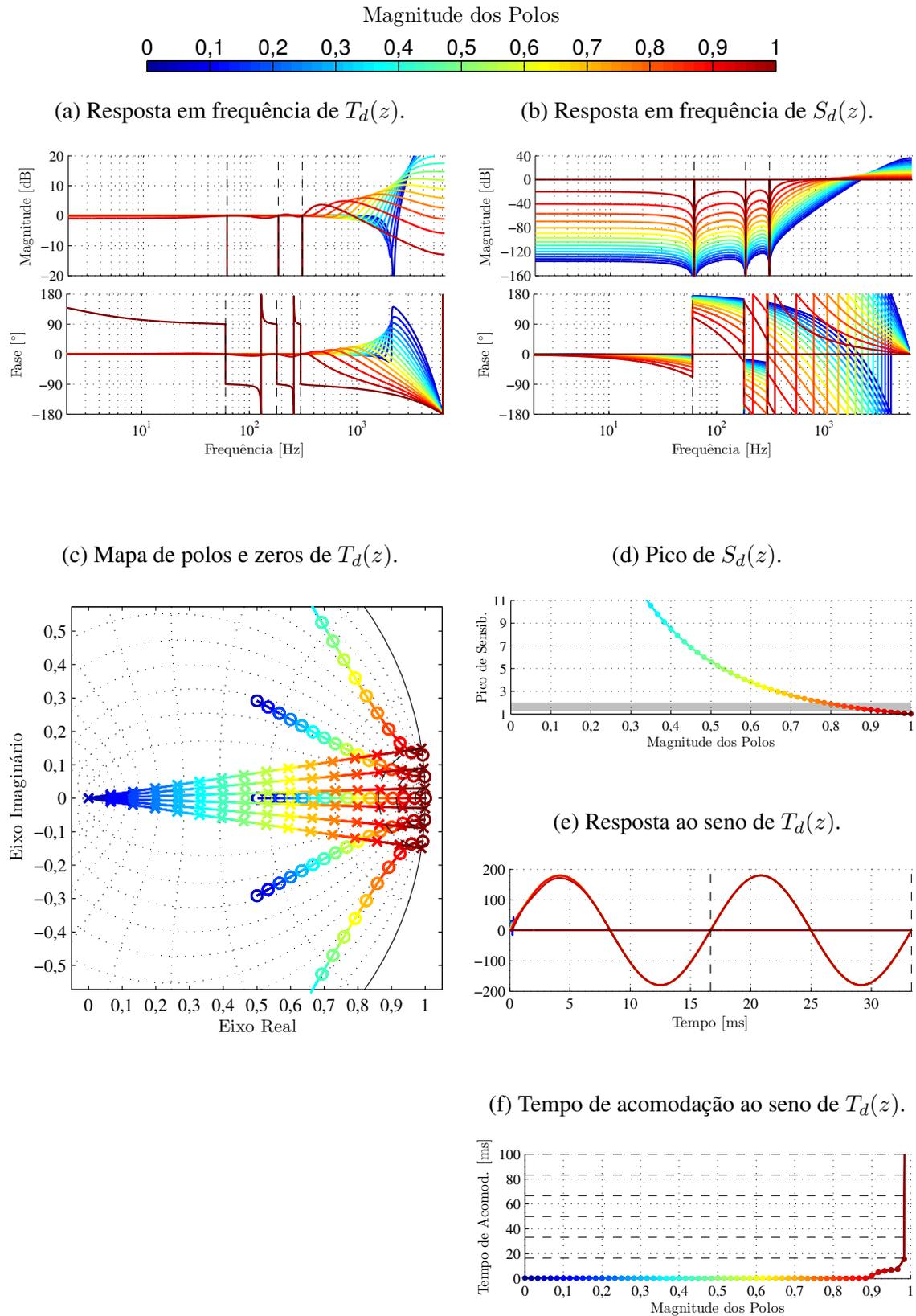
Assim como no modelo anterior, a definição do posicionamento pelo raio altera significativamente as características do modelo. Os mesmos destaques negativos ressurgem, através da magnitude da resposta em frequência do modelo de referência para baixas frequências e do tempo de acomodação ao seno excessivamente baixo.

Figura 24 – Modelos de referência amortecidos.



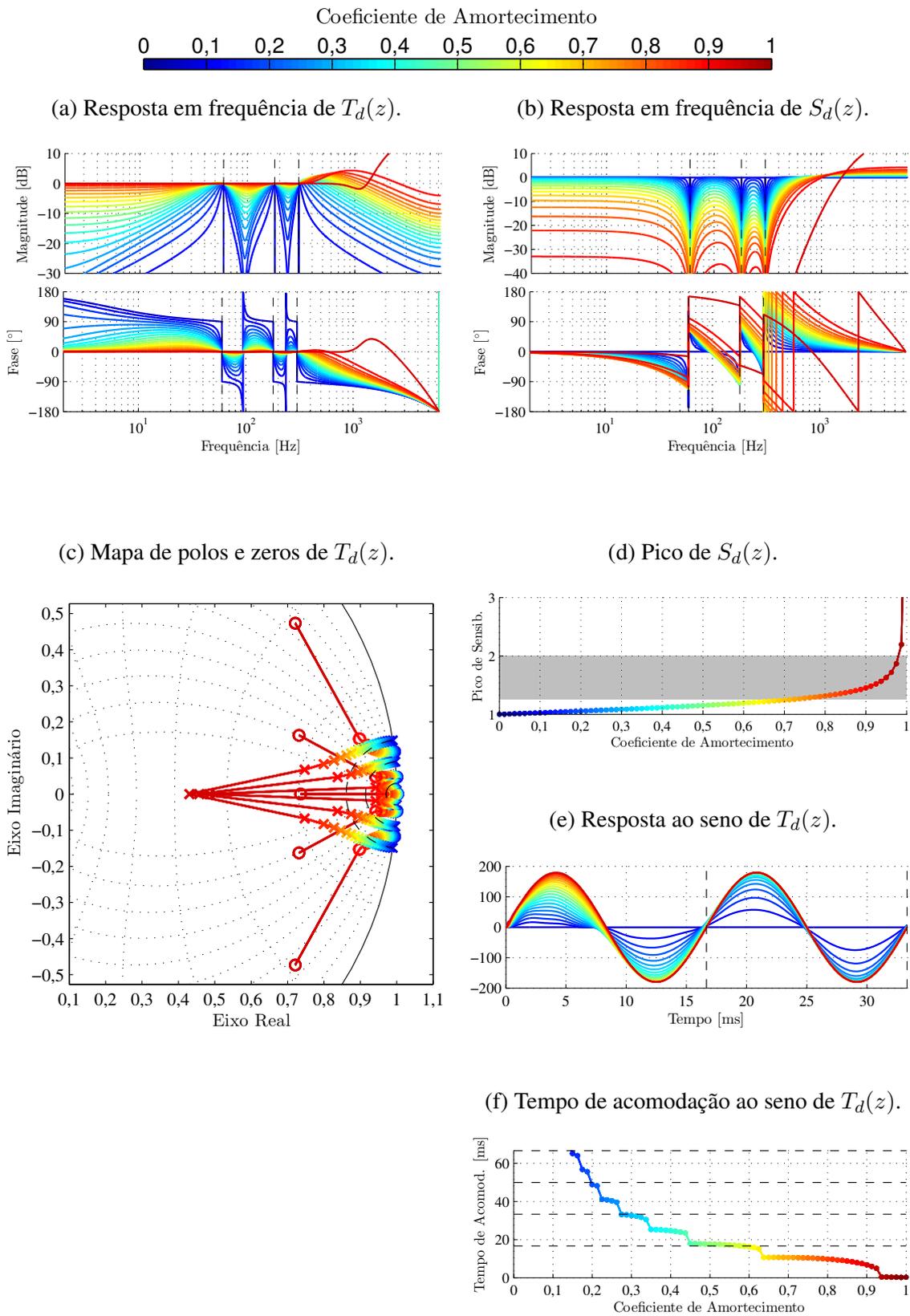
Fonte: do autor.

Figura 25 – Modelos de referência amortecidos com posicionamento radial.



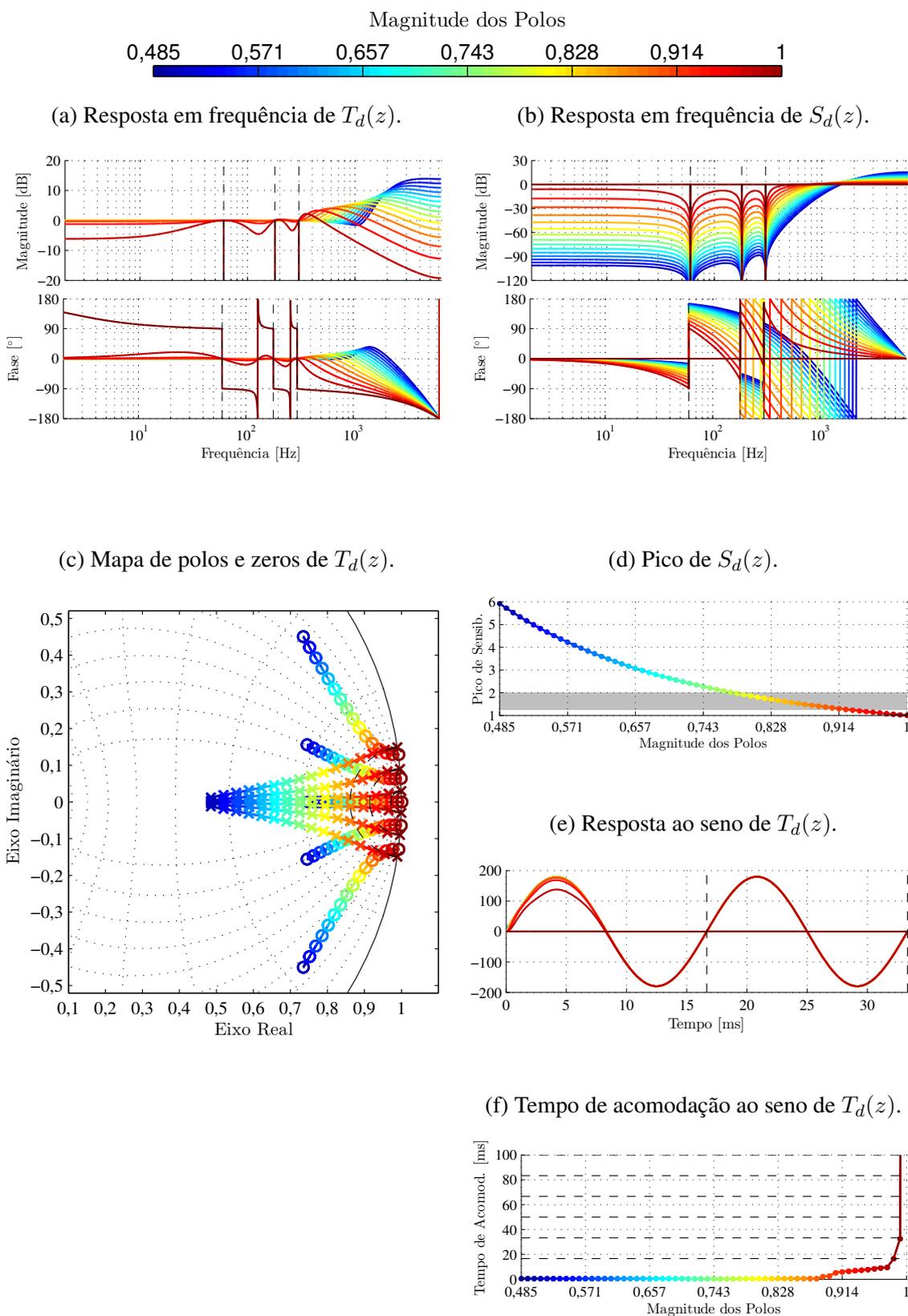
Fonte: do autor.

Figura 26 – Modelos de referência intermediários.



Fonte: do autor.

Figura 27 – Modelos de referência intermediários com posicionamento radial.



Fonte: do autor.

4.5 Análise de Aplicação

Nesta seção os modelos de referência propostos são analisados quanto à aplicação para a sintonia baseada em dados de controladores ressonantes. Para tanto, aplica-se o VRFT em cascata para o projeto de controladores para o modelo linear da UPS. Nesse caso, por se tratar de dados sem ruídos, a sintonia não utiliza variável instrumental.

Com o conhecimento do modelo da planta, é possível determinar o sistema efetivamente obtido em malha fechada $T(z, \rho) = T_{v_o, v_r}(z, \rho)$ conforme (100), o qual é então comparado ao modelo de referência $T_d(z)$. É possível ainda determinar a função de transferência da perturbação de corrente para a saída $W(z, \rho) = W_{v_o, i_d}(z, \rho)$ de acordo com (101). No entanto, essa última não é diretamente comparável ao modelo de sensibilidade $S_d(z)$ visto que a perturbação de corrente não é aplicada na saída do sistema. Apesar disso, a resposta em frequência de ambas são mostradas conjuntamente.

Antes de analisar os modelos propriamente ditos, realiza-se uma avaliação do efeito da variação dos amortecimentos do controlador ressonante. Nessa primeira análise, como os modelos de referência amortecido e intermediário levam a resultados similares, somente o último é avaliado. Após, foca-se no efeito da variação dos parâmetros dos modelos: a magnitude da resposta nas frequências de projeto; a posição dos polos; e o grau relativo. Essas análises são realizadas somente para o modelo de referência intermediário, visto que as conclusões são idênticas em todos os casos.

4.5.1 Variação do Amortecimento no Controlador

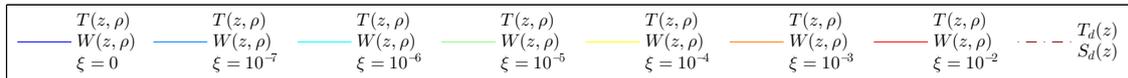
Para avaliar o efeito do amortecimento no controlador, sintonizam-se controladores ressonantes com coeficientes de amortecimento $\xi_1 = \xi_3 = \xi_5 = \xi \in \{0; 10^{-7}; 10^{-6}; 10^{-5}; 10^{-4}; 10^{-3}; 10^{-2}\}$. Os modelos têm magnitudes nas frequências de projeto $M_1 = M_3 = M_5 = 1$ e grau relativo $d = 1$. Cabe ressaltar que, embora a análise considere que os coeficientes de amortecimento do controlador variam em conjunto, o projetista tem liberdade de ajustar cada um deles individualmente.

4.5.1.1 Modelo de Referência Real

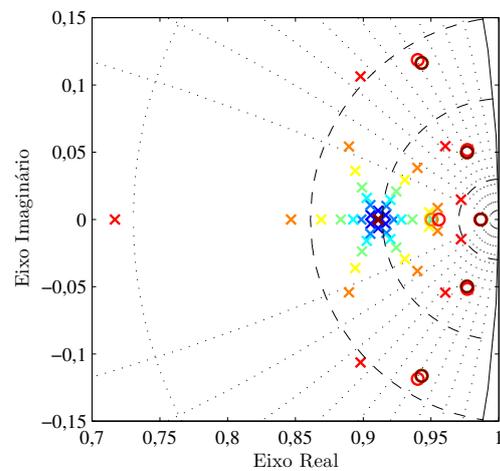
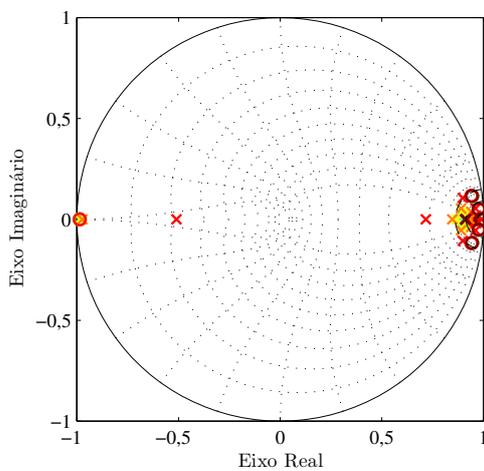
Considere o modelo de referência real, com polos posicionados em $p = 0,911$. As diversas sintonias realizadas com esse modelo resultam nos parâmetros do controlador apresentados na Tabela 2. A Figura 28 exhibe características do modelo de referência e dos sistemas em malha fechada obtidos com essas sintonias.

Note, através da Tabela 2, que para amortecimentos pequenos no controlador, os parâmetros sintonizados resultam idênticos na precisão apresentada. Além disso, observe que os maiores amortecimentos resultam em parâmetros menores em módulo.

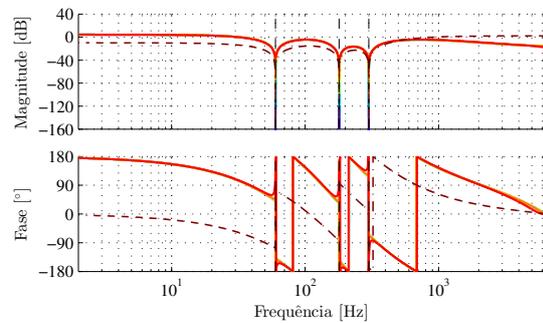
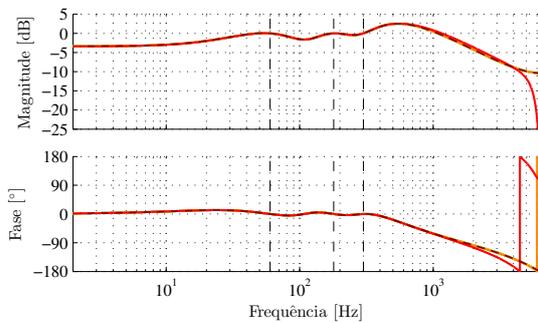
Figura 28 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência real e diferentes amortecimentos no controlador.



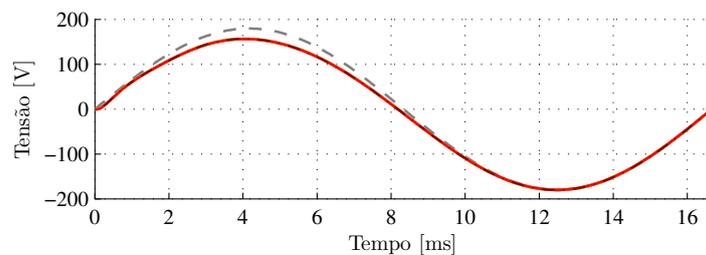
(a) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, amplo. (b) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, detalhado.



(c) Resposta em frequência de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$. (d) Resposta em frequência de $W(z, \rho)$ e $S_d(z)$.



(e) Resposta ao seno de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$.



Fonte: do autor.

Tabela 2 – Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência real e diferentes amortecimentos no controlador.

ξ	0	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
K_P	24,98	24,98	24,98	24,98	24,98	24,85	20,49
K_{PR}	48,63	48,63	48,63	48,63	48,62	48,35	40,11
K_{R11}	0,5207	0,5207	0,5207	0,5207	0,5206	0,5183	0,4370
K_{R10}	-0,5390	-0,5390	-0,5390	-0,5390	-0,5388	-0,5365	-0,4521
K_{R31}	1,772	1,772	1,772	1,772	1,771	1,753	1,378
K_{R30}	-2,063	-2,063	-2,063	-2,063	-2,062	-2,043	-1,619
K_{R51}	7,045	7,045	7,045	7,045	7,044	7,006	5,686
K_{R50}	-6,645	-6,645	-6,645	-6,645	-6,643	-6,606	-5,346

Na comparação do sistema em malha fechada com o modelo de referência, destaca-se o caso com $\xi = 0$ — isto é, em que o controlador ressonante não é amortecido —, no qual ambos são efetivamente idênticos, a única diferença sendo dois polos e dois zeros adicionais no sistema em malha fechada, os quais precisamente se cancelam. Assim, com esse modelo de referência, o controlador ideal pertence à classe do controlador ressonante sem amortecimento. A igualdade entre o modelo de referência e o sistema em malha fechada pode ser visualizada através do mapa de polos e zeros nas figuras 28(a) e 28(b); é relevante destacar que, nesse caso, o efeito do cálculo numérico acaba espalhando os polos do sistema na vizinhança dos polos do modelo de referência em $p = 0,911$.

À medida que o amortecimento no controlador cresce, duas alterações ocorrem gradativamente no sistema em malha fechada: os polos que cancelavam zeros se afastam deles; e os polos que estavam no entorno de $p = 0,911$ também se afastam desse ponto, inclusive tornando-se complexos. Este segundo efeito é perceptível no mapa de polos e zeros da Figura 28(b). Observe como os polos não só se afastam de $p = 0,911$, como também movem-se em direção à circunferência unitária. Esse fato indica que o controlador ideal se afasta das classes mais amortecidas.

Apesar desse distanciamento dos polos, a resposta em frequência dos sistemas em malha fechada é praticamente idêntica à do modelo de referência, exceto em altas frequências, conforme mostra a Figura 28(c). Na resposta ao seno, exibida na Figura 28(e), não são visíveis quaisquer diferenças entre todos os projetos e o modelo de referência.

Por fim, quanto à resposta em frequência da função de transferência da corrente de perturbação, mostrada na Figura 30(d), é possível verificar que os sistemas são semelhantes entre si. As diferenças são notáveis apenas nas frequências de projeto, em que a atenuação obtida mostra-se associada ao amortecimento no controlador, conforme esperado. Note ainda como essas funções são claramente distintas do modelo de sensibilidade.

4.5.1.2 Modelo de Referência Natural

Considere agora o modelo de referência natural, com polos posicionados em uma circunferência de raio $R = 0,971$. Os parâmetros sintonizados com esse modelo de referência são mostrados na Tabela 3. A Figura 29 compila as características do modelo de referência e dos sistemas em malha fechada.

Tabela 3 – Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência natural e diferentes amortecimentos no controlador.

ξ	0	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
K_P	24,98	24,98	24,98	24,98	24,91	19,67	10,61
K_{PR}	16,50	16,50	16,50	16,50	16,45	13,13	7,177
K_{R11}	0,1927	0,1927	0,1927	0,1926	0,1923	0,1621	0,1057
K_{R10}	-0,1999	-0,1999	-0,1998	-0,1998	-0,1994	-0,1678	-0,1090
K_{R31}	0,4266	0,4266	0,4266	0,4265	0,4256	0,3443	0,1864
K_{R30}	-0,4740	-0,4740	-0,4740	-0,4739	-0,4728	-0,3815	-0,2055
K_{R51}	0,8785	0,8785	0,8785	0,8783	0,8757	0,6914	0,3551
K_{R50}	-0,9454	-0,9454	-0,9454	-0,9452	-0,9425	-0,7448	-0,3856

Assim como no caso anterior, os parâmetros exibidos na Tabela 3 resultam idênticos para amortecimentos pequenos no controlador. Da mesma forma, os maiores amortecimentos resultam em parâmetros menores em módulo.

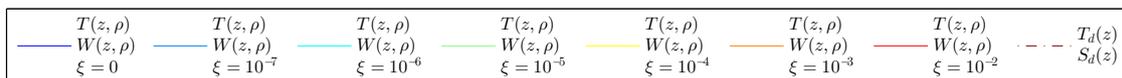
Dessa vez os sistemas em malha fechada com controladores com coeficientes de amortecimento $\xi \leq 10^{-6}$ são efetivamente idênticos ao modelo de referência. Por outro lado, observe, através do mapa de polos e zeros na Figura 29(b), que o afastamento dos polos do sistema dos polos do modelo só é visível com $\xi \geq 10^{-3}$, embora os polos ainda se mantenham muito próximos. Cabe ainda destacar que o zero de fase não mínima presente no modelo de referência aparece em todos os sistemas em malha fechada.

A análise da resposta em frequência do sistema em malha fechada, na Figura 29(c), da sensibilidade à corrente de perturbação, na Figura 29(d), e da resposta ao seno, na Figura 29(e), leva a conclusões semelhantes ao caso anterior. Cabe destacar que o tempo de acomodação desse modelo é maior que o anterior, levando a respostas mais lentas em malha fechada.

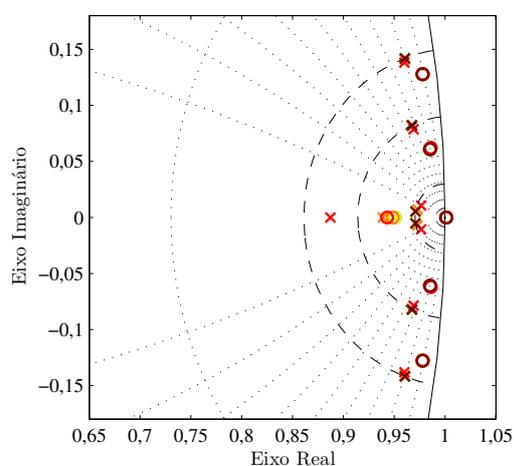
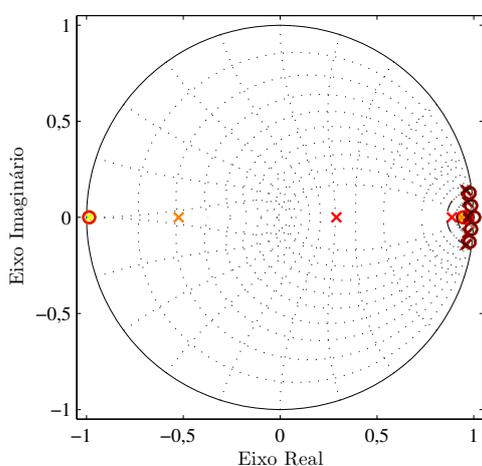
4.5.1.3 Modelo de Referência Intermediário

Considere um modelo de referência intermediário com posicionamento radial em $R = 0,915$. As diversas sintonias realizadas com esse modelo resultam nos parâmetros do controlador apresentados na Tabela 4. A Figura 30 exibe as características do modelo de referência e dos sistemas em malha fechada obtidos.

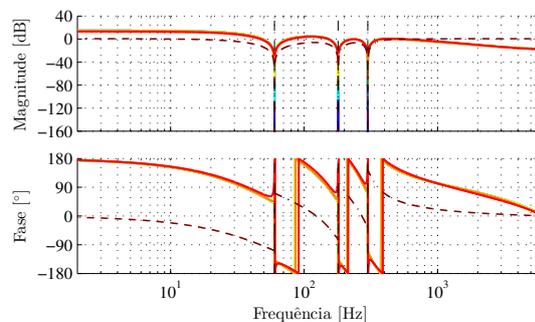
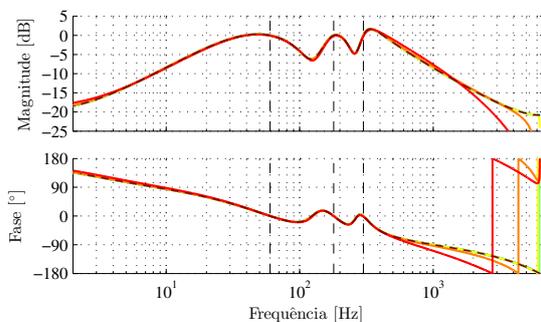
Figura 29 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência natural e diferentes amortecimentos no controlador.



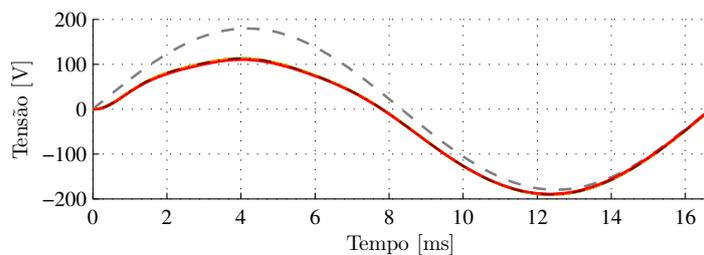
(a) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, amplo. (b) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, detalhado.



(c) Resposta em frequência de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$. (d) Resposta em frequência de $W(z, \rho)$ e $S_d(z)$.



(e) Resposta ao seno de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$.



Fonte: do autor.

Tabela 4 – Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário e diferentes amortecimentos no controlador.

ξ	0	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
K_P	24,98	24,98	24,98	24,98	24,97	24,68	16,85
K_{PR}	48,48	48,48	48,48	48,48	48,46	47,95	34,00
K_{R1_1}	2,889	2,889	2,889	2,889	2,889	2,857	2,018
K_{R1_0}	-2,910	-2,910	-2,910	-2,910	-2,909	-2,877	-2,030
K_{R3_1}	5,343	5,343	5,342	5,342	5,339	5,263	3,363
K_{R3_0}	-5,324	-5,324	-5,324	-5,323	-5,320	-5,242	-3,342
K_{R5_1}	3,013	3,013	3,013	3,013	3,011	2,972	2,001
K_{R5_0}	-2,263	-2,263	-2,263	-2,263	-2,262	-2,231	-1,487

Novamente, os parâmetros na Tabela 4 são idênticos para pequenos amortecimentos no controlador. Também, os maiores amortecimentos seguem resultando em parâmetros menores em módulo.

Os sistemas em malha fechada provenientes de controladores com coeficientes de amortecimento $\xi \leq 10^{-5}$ são efetivamente idênticos ao modelo de referência. Observe, através do mapa de polos e zeros na Figura 30(b), que com $\xi = 10^{-4}$ os polos do sistema ainda estão muito próximos aos do modelo. Observe também que com amortecimentos maiores os polos do sistema em malha fechada distanciam-se dos polos do modelo de referência, movendo-se em direção à circunferência unitária. Ainda assim, os polos de malha fechada estão mais próximos aos desse modelo se comparados ao modelo real.

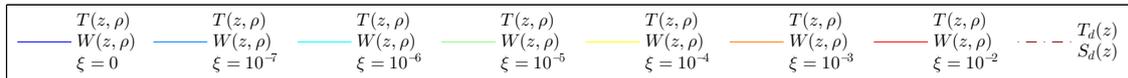
A análise da resposta em frequência do sistema em malha fechada, na Figura 30(c), da sensibilidade à corrente de perturbação, na Figura 30(d), e da resposta ao seno, na Figura 30(e), leva, mais uma vez, a conclusões semelhantes aos casos anteriores. Destaca-se que esse modelo de referência apresenta tempo de acomodação menor que os anteriores, o que foi atingido pelo sistema em malha fechada.

4.5.2 Variação da Magnitude da Resposta em Frequência do Modelo

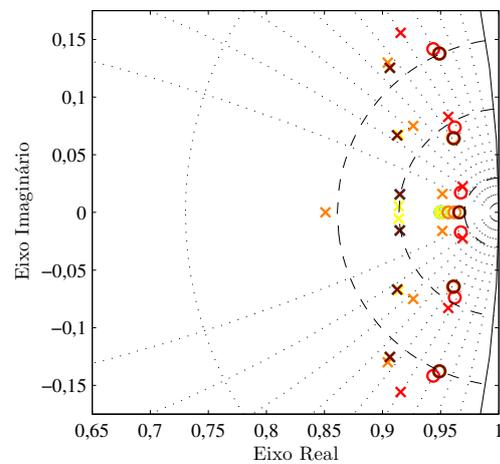
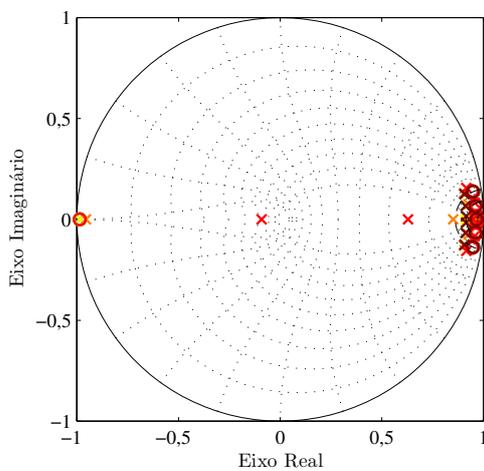
Avalia-se agora o efeito da variação das magnitudes do modelo de referência nas frequências de projeto $M_1 = M_3 = M_5 = M \in \{0,9; 0,95; 1\}$. Para tanto, fixam-se os coeficientes de amortecimento do controlador em $\xi_1 = \xi_3 = \xi_5 = 10^{-3}$. Considere então modelos de referência intermediários com posicionamento radial em $R = 0,92$ e grau relativo $d = 1$. Note que, com a variação conjunta das magnitudes entre os modelos, os mesmos diferem entre si somente em seus ganhos, tendo todos os mesmos polos e zeros.

As sintonias com esses modelos resultam nos parâmetros exibidos na Tabela 5. A Figura 31 mostra as características dos modelos de referência e dos respectivos sistemas em malha fechada obtidos com as sintonias.

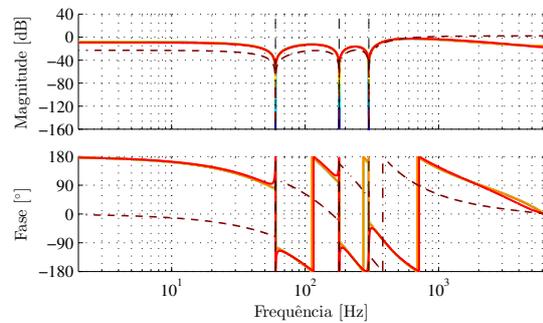
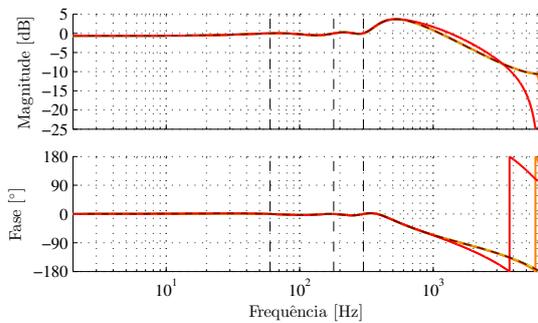
Figura 30 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário e diferentes amortecimentos no controlador.



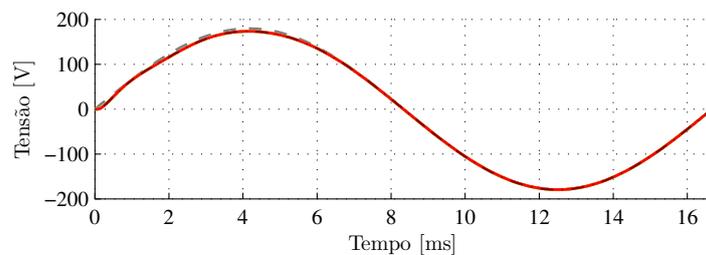
(a) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, amplo. (b) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, detalhado.



(c) Resposta em frequência de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$. (d) Resposta em frequência de $W(z, \rho)$ e $S_d(z)$.



(e) Resposta ao seno de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$.

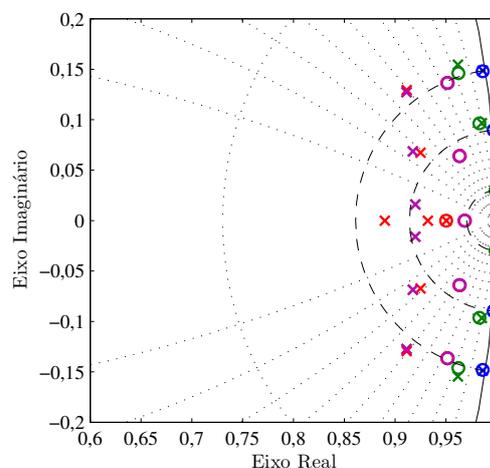
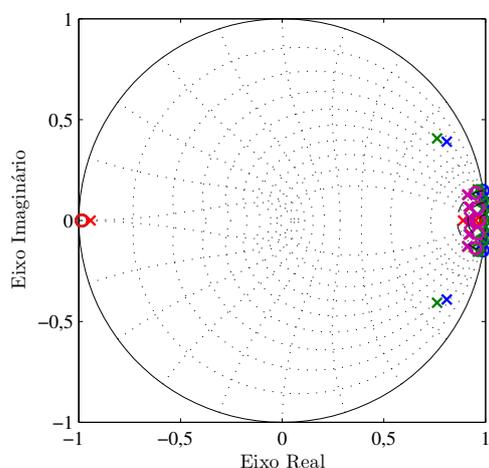


Fonte: do autor.

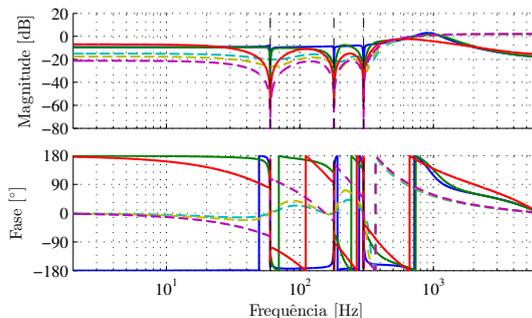
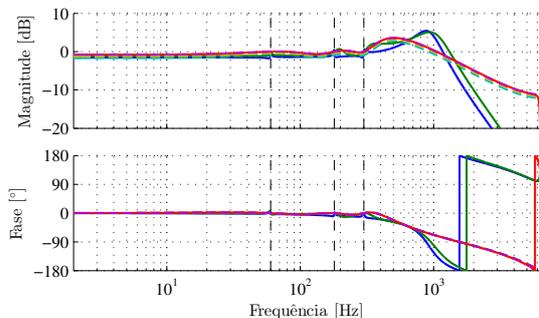
Figura 31 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes magnitudes de sua resposta em frequência.

$T(z, \rho)$	$T_d(z)$	$T(z, \rho)$	$T_d(z)$	$T(z, \rho)$	$T_d(z)$
$W(z, \rho)$	$S_d(z)$	$W(z, \rho)$	$S_d(z)$	$W(z, \rho)$	$S_d(z)$
$M = 0,9$	$M = 0,9$	$M = 0,95$	$M = 0,95$	$M = 1$	$M = 1$

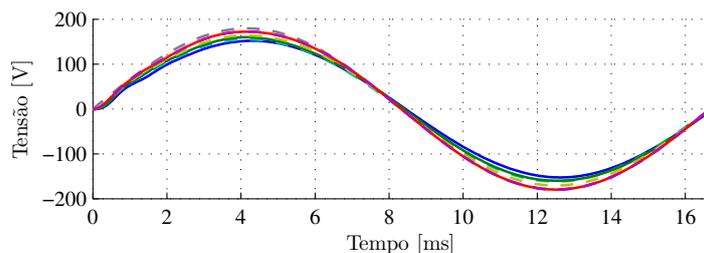
(a) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, amplo. (b) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, detalhado.



(c) Resposta em frequência de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$. (d) Resposta em frequência de $W(z, \rho)$ e $S_d(z)$.



(e) Resposta ao seno de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$.



Fonte: do autor.

Tabela 5 – Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes magnitudes de sua resposta em frequência.

M	0,9	0,95	1
K_P	3,087	4,826	24,56
K_{PR}	7,788	10,66	44,88
K_{R1_1}	0,0048	0,0179	2,368
K_{R1_0}	-0,0049	-0,0181	-2,387
K_{R3_1}	-0,0148	0,3432	4,440
K_{R3_0}	0,0149	-0,3336	-4,453
K_{R5_1}	0,0390	0,4937	3,043
K_{R5_0}	-0,0411	-0,4676	-2,436

Antes de verificar as sintonias, analisa-se somente os modelos de referência. Observe, através da resposta em frequência na Figura 31(c), que, exceto pelo deslocamento na magnitude, os três modelos de referência são idênticos entre si. Assim, nos mapas nas figuras 31(a) e 31(b), os polos e zeros dos três modelos encontram-se sobrepostos. Além disso, como pode ser visto na Figura 31(e), o comportamento transitório da resposta ao seno dos modelos é semelhante; a diferença está no valor de regime permanente, em que observa-se um erro de seguimento proporcional a $1 - M$, conforme esperado pela definição de resposta em frequência. Portanto, a redução da magnitude em uma frequência é relacionada a um erro de seguimento ou à flexibilização da atenuação de sinais dessa frequência.

Em termos das sintonias, observe, através da Tabela 5, como todos os parâmetros do controlador se reduzem em módulo com a redução da magnitude M . Note também, através do mapa da Figura 31(b), que os polos e zeros do sistema em malha fechada se afastam dos polos e zeros dos modelos de referência à medida que a magnitude M decresce. Assim, há diferenças notáveis nas resposta em frequência dos sistemas quando comparados aos modelos, como pode ser visto na Figura 31(c). O mesmo ocorre na resposta ao seno na Figura 31(e), em que se nota uma degradação também no tempo de acomodação.

4.5.3 Variação da Magnitude dos Polos do Modelo

Na sequência avalia-se o posicionamento dos polos dos modelos. Para tanto, considera-se o posicionamento radial com $R \in \{0,75; 0,85; 0,95\}$ do modelo intermediário, com magnitudes nas frequências de projeto $M_1 = M_3 = M_5 = 1$ e grau relativo $d = 1$. Além disso, os coeficientes de amortecimento do controlador seguem fixos em $\xi_1 = \xi_3 = \xi_5 = 10^{-3}$.

As sintonias fornecem os parâmetros mostrados na Tabela 6. A Figura 32 compara as características dos sistemas em malha fechada com as dos modelos.

Tabela 6 – Parâmetros sintonizados para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes magnitudes de seus polos.

R	0,75	0,85	0,95
K_P	24,98	24,99	24,81
K_{PR}	142,8	85,48	28,35
K_{R1_1}	318,3	25,50	0,7373
K_{R1_0}	-314,3	-25,44	-0,7474
K_{R3_1}	-70,46	23,72	1,409
K_{R3_0}	103,4	-21,22	-1,470
K_{R5_1}	-156,1	-15,75	2,071
K_{R5_0}	143,7	18,44	-1,997

Inicia-se analisando somente os modelos de referência. Observe, através das respostas em frequência na Figura 32(c), que os três modelos são notavelmente diferentes entre si, explicitando a importância do posicionamento dos polos. Da mesma forma, a resposta ao seno, na Figura 32(e), mostra que os dois modelos com menor R são consideravelmente mais rápidos que o terceiro; no entanto, esses dois são tão rápidos que não há distinção visível no tempo de acomodação.

Analisando agora as sintonias, note, através da Tabela 6, que os parâmetros do controlador aumentam em módulo com a redução de R . Pelo mapa na Figura 32(b) é possível perceber como os polos dos sistemas em malha fechada se distanciam mais dos polos dos modelos de referência à medida que R decresce. Apesar desse distanciamento, a resposta em frequência e a resposta ao seno dos sistemas é visualmente próxima da dos respectivos modelos para todos os valores de R .

4.5.4 Variação do Grau Relativo

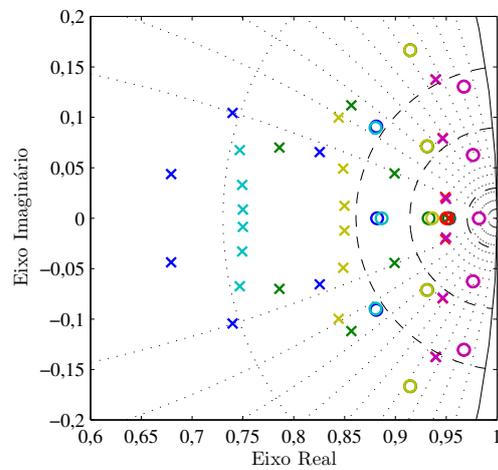
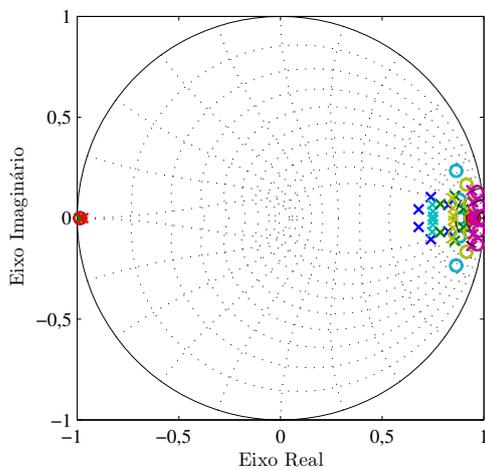
Por fim, a variação do grau relativo $d \in \{1; 3; 5\}$ dos modelos de referência é avaliada. Para, isso, os amortecimentos dos controladores seguem fixos em $\xi_1 = \xi_3 = \xi_5 = 10^{-3}$, enquanto as magnitudes dos modelos nas frequências de projeto são mantidas $M_1 = M_3 = M_5 = 1$, com posicionamento radial dos polos no raio $R = 0,92$.

Aplicando o modelo de referência intermediário, os parâmetros são obtidos conforme mostrados na Tabela 7. Com eles, a Figura 33 compara as características dos sistemas em malha fechada com o modelo.

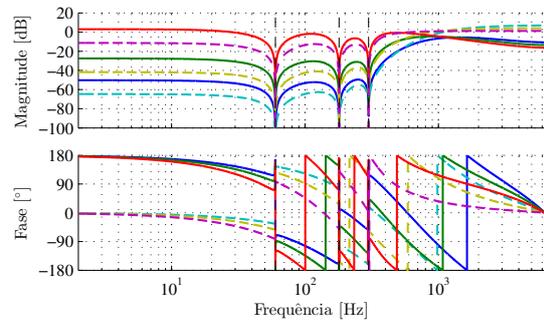
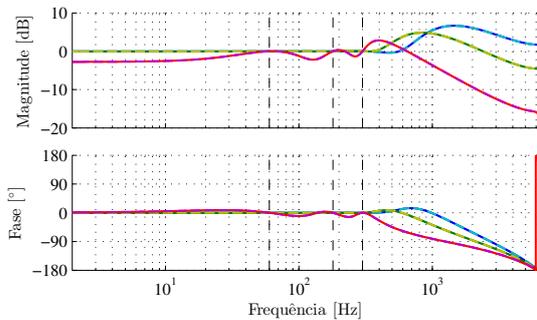
Figura 32 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes magnitudes de seus polos.

$T(z, \rho)$	$T_d(z)$	$T(z, \rho)$	$T_d(z)$	$T(z, \rho)$	$T_d(z)$
$W(z, \rho)$	$S_d(z)$	$W(z, \rho)$	$S_d(z)$	$W(z, \rho)$	$S_d(z)$
$R = 0,75$	$R = 0,75$	$R = 0,85$	$R = 0,85$	$R = 0,95$	$R = 0,95$

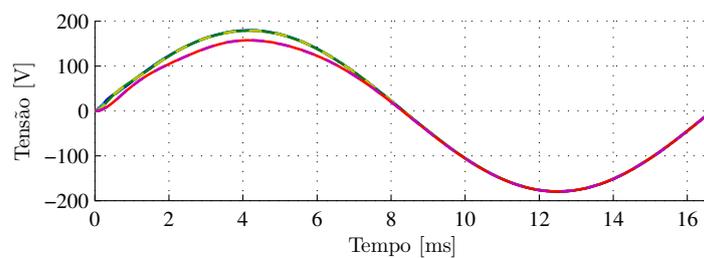
(a) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, amplo. (b) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, detalhado.



(c) Resposta em frequência de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$. (d) Resposta em frequência de $W(z, \rho)$ e $S_d(z)$.

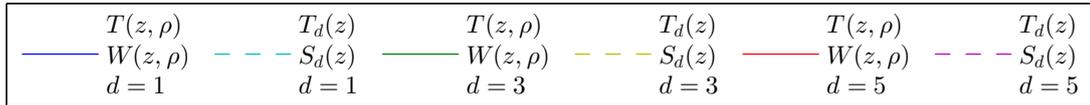


(e) Resposta ao seno de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$.

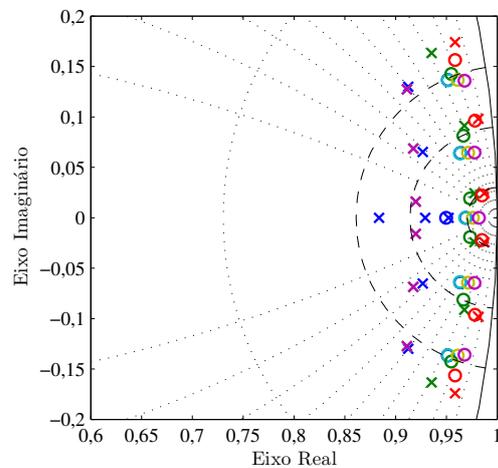
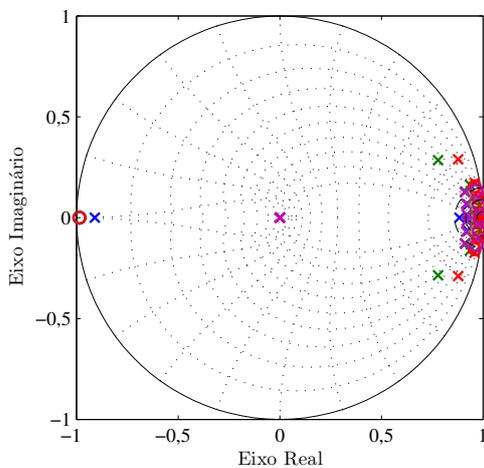


Fonte: do autor.

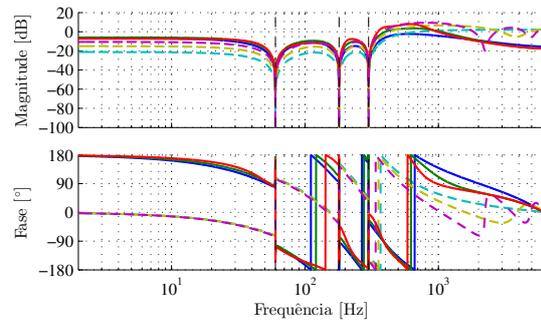
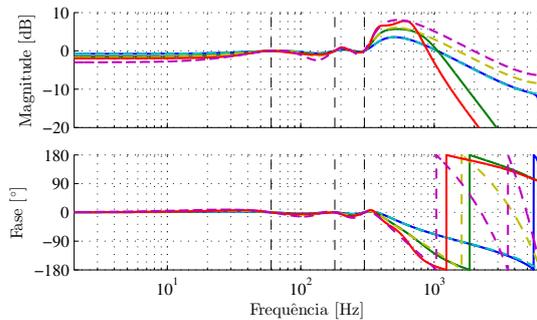
Figura 33 – Comparação dos sistemas em malha fechada para modelo linear da UPS com modelo de referência intermediário com diferentes graus relativos.



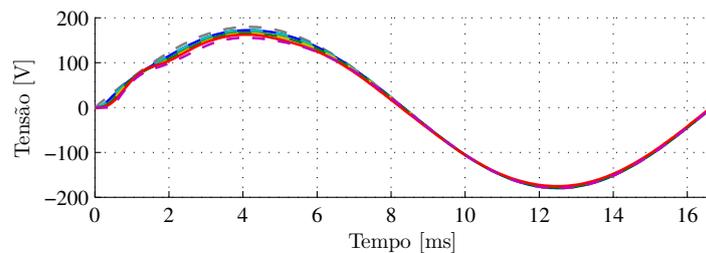
(a) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, amplo. (b) Mapa de polos e zeros de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$, detalhado.



(c) Resposta em frequência de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$. (d) Resposta em frequência de $W(z, \rho)$ e $S_d(z)$.



(e) Resposta ao seno de $T(z, \rho)$ e $T_d(z)$.



Fonte: do autor.

Tabela 7 – Parâmetros sintonizados para modelo linear na UPS com modelo de referência intermediário com diferentes graus relativos.

d	1	3	5
K_P	24,24	6,257	3,096
K_{PR}	44,34	9,028	5,038
K_{R1_1}	2,343	0,4606	0,2050
K_{R1_0}	-2,362	-0,4638	-0,2075
K_{R3_1}	4,385	0,6725	0,2461
K_{R3_0}	-4,397	-0,6635	-0,2321
K_{R5_1}	2,997	0,4806	0,1796
K_{R5_0}	-2,398	-0,3935	-0,1413

Novamente, analisa-se primeiro os modelos de referência. Note, através do mapa de polos e zeros nas figuras 33(a) e 33(b), que o aumento do grau relativo d pela inclusão de polos adicionais na origem não afeta os demais polos, mas sim os zeros dos modelos. Observe que a resposta ao seno, na Figura 33(e), mostra um atraso de transporte nos modelos de referência com maior grau relativo d , conforme esperado; além disso, o atraso degrada o comportamento transitório da resposta, tornando-a mais oscilatória e lenta.

Pela Tabela 7 verifica-se que o aumento do grau relativo d leva a sintonias com parâmetros do controlador menores em módulo. Por outro lado, o aumento do grau relativo d também causa o distanciamento dos polos do sistema em malha fechada dos polos do modelo de referência, conforme é notável na Figura 33(b). Esse distanciamento é refletido na resposta em frequência, na Figura 33(c), em que é notável uma maior diferença entre os sistemas e os respectivos modelos com o aumento do grau relativo d . Por fim, a degradação da resposta ao seno confirma-se para os sistemas projetados, conforme pode ser visto na Figura 33(e).

4.6 Considerações Finais

Este capítulo propôs um formato geral para modelos de referência visando ao projeto baseado em dados de controlador ressonante. Os modelos possibilitam ao projetista especificar as magnitudes da resposta do modelo nas frequências de projeto. Além disso, os modelos permitem o ajuste do grau relativo pela inserção de atrasos de transporte. Dentro do formato, quatro estratégias de posicionamento de polos foram discutidas, sendo uma baseada em polos reais sobrepostos e as outras três baseadas na distribuição de pares de polos complexos.

Nas estratégias com polos complexos, o posicionamento de cada par de polos é arbitrado pelo projetista através de um coeficiente de amortecimento. Para simplificar o

projeto, propõe-se associar os vários amortecimentos a escolha de uma única magnitude para todos os polos. No entanto, os modelos de referência assim resultantes apresentam algumas desvantagens, como uma menor granularidade do tempo de acomodação ao seno.

Como síntese deste capítulo, enumeram-se a seguir as escolhas que o projetista deve fazer para a construção dos modelos de referência estudados neste trabalho:

1. frequências de projeto $\{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_m\}$;
2. estratégia de posicionamento de $2m$ polos:
 - polos reais sobrepostos;
 - polos complexos de frequência natural fixa;
 - polos complexos de frequência amortecida fixa;
 - polos complexos de frequência intermediária.
3. posição dos polos, de acordo com a estratégia:
 - na estratégia de polos reais sobrepostos, posição p ;
 - nas estratégias de polos complexos, coeficientes de amortecimento $\{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_m\}$ ou magnitude dos polos R .
4. magnitudes $\{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ para a resposta nas frequências de projeto;
5. grau relativo d , equivalente ao atraso de transporte da planta.

Com essas escolhas, os coeficientes $\{k_0, k_1, \dots, k_{(2m-1)}\}$ do numerador são determinados por um sistema de equações lineares de forma a satisfazer as condições de magnitude e fase.

Projetando controladores para o modelo linear da UPS, verifica-se que, quando o controlador ressonante é amortecido, os polos do sistema em malha fechada tendem a se espalhar no plano complexo. Com isso, os modelos de referência de polos complexos são considerados mais adequados que o modelo de polos reais.

Em seguida, avaliou-se projetos variando parâmetros do modelo de referência. Pela redução das magnitudes do modelo nas frequências do projeto é possível flexibilizar os requisitos de seguimento e atenuação de senoides, e com isso obter controladores com menores ganhos em módulo. O mesmo pode ser feito pelo aumento da magnitude dos polos do modelo de referência, levando a respostas mais lentas. Por fim, verificou-se que o incremento do grau relativo do modelo degrada o desempenho do controlador; sugere-se, portanto, que o uso desse recurso seja limitado à compensação de atrasos de transporte de sistemas reais.

Cabe ainda mencionar que uma análise semelhante à desenvolvida neste capítulo foi publicada em conferência (BEAL *et al.*, 2024). No entanto, essa referência não inclui o modelo de referência intermediário.

5 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Este capítulo trata da validação experimental dos modelos de referência, aplicando-os para o projeto por VRFT de controladores ressonantes para a UPS. Inicialmente, o projeto dos controladores para o equipamento experimental é discutido. Após, comenta-se sobre o procedimento realizado nos ensaios. Finalmente, são apresentados resultados para vários controladores, projetados com diferentes modelos de referência e com variações em determinados parâmetros de projeto.

5.1 Projeto de Controladores

Sob a hipótese de que a instrumentação da UPS é pouco ruidosa, as tentativas iniciais para desenvolver controladores por VRFT não consideraram o uso de variável instrumental. Além disso, iniciou-se com modelos de referência com grau relativo unitário — isto é, $d = 1$. No entanto, utilizando qualquer um dos modelos de referências, essa configuração não resultou em controladores implementáveis, seja porque o procedimento iterativo do VRFT em cascata não convergiu ou porque os parâmetros resultantes encontravam-se em faixas inadequadas, em particular com o ganho de corrente K_P negativo, o que é sabidamente problemático para a UPS.

Somente com o aumento do grau relativo do modelo de referência — isto é, $d > 1$ —, parâmetros adequados foram obtidos. Isso é coerente com o aparente atraso de transporte da UPS experimental, comentado na Seção 3.1.7. Tomando como base a aplicação do degrau, exposta anteriormente na Figura 15, esse atraso é mensurado como sendo de até quatro amostras ou, equivalentemente, de cerca de $317 \mu\text{s}$. Portanto, seguindo a orientação de CAMPI; SAVARESI (2006); GONÇALVES DA SILVA; CAMPESTRINI; BAZANELLA (2014), a inclusão desse mesmo atraso no modelo de referência colabora para um melhor ajuste dos dados e, conseqüentemente, para melhores sintonias.

Ademais, conforme comentado na Seção 3.2.1 e exposto na Figura 16, há algum ruído nos dados. Portanto, para reduzir a polarização causada por esse ruído no projeto baseado em dados, recorre-se ao uso de variável instrumental através de dados coletados de um segundo ensaio, conforme sugerido por CAMPI; LECCHINI; SAVARESI (2002); BA-

ZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD (2011). De fato, com a utilização de variável instrumental, a convergência do procedimento iterativo do VRFT em cascata é favorecida, seja pela convergência em casos que anteriormente não convergiam ou pela redução do número de iterações em casos que já convergiam.

Assim, com o incremento do grau relativo dos modelos de referências e com a aplicação de variável instrumental, é possível projetar controladores implementáveis com todos os modelos de referência discutidos neste trabalho, desde que seus parâmetros sejam adequadamente selecionados. Na sequência são apresentados resultados experimentais de controladores projetados com cada um dos modelos.

5.2 Ensaios

Os ensaios em malha fechada são realizados com aplicação do sinal de referência em (86) e as cargas apresentadas na Seção 3.1.2.1. A malha é fechada com a UPS sem carga e com o valor eficaz da referência reduzido. Após, o valor eficaz é gradativamente aumentado até atingir 127 V. Então, com a referência com amplitude e frequência nominais, a carga linear de teste é conectada, primeiramente 20 % e após 100 %. Por fim, a carga linear é removida e a carga não linear é acoplada, primeiramente 25 % e após 100 %. Se em qualquer momento o sistema apresentar instabilidade, o ensaio é interrompido imediatamente. Com esse procedimento, mais de 60 ensaios foram realizados. Nos resultados a seguir, apenas os ensaios mais relevante são apresentados.

Nesses resultados, as capturas de tela do osciloscópio e as medições da qualidade de energia são capturadas com a UPS sob carga não linear máxima, visto que essa é a condição de operação mais exigente. Sem carga ou sob carga linear, as distorções harmônicas medidas são consideravelmente menores.

5.3 Resultados

Os resultados apresentados a seguir iniciam com projetos realizados com modelos de referência construídos com cada uma das estratégias de posicionamento de polos. Após, são exibidos resultados obtidos com variações de parâmetros do controlador e do modelo de referência, visando a analisar o efeito dos mesmos. Por fim, resultados selecionados com as menores distorções harmônicas são destacados.

Os resultados quantitativos da tensão de saída incluem valor eficaz, frequência, THD e IHDs da 2^a até a 15^a harmônica. Todos esses foram aferidos pelo analisador de qualidade de energia. As tabelas que apresentam essas métricas incluem também os valores admissíveis estabelecidos pela norma IEC 62040-3 (2011), conforme discutido na Seção 3.1.2.2. Além disso, os resultados são designados por letras minúsculas entre parênteses, podendo repetir-se entre as tabelas.

5.3.1 Estratégia de Posicionamento de Polos do Modelo de Referência

Inicialmente apresentam-se projetos realizados com modelos de referência construídos com cada uma das quatro estratégias de posicionamento de polos. Em todos eles, os amortecimentos do controlador são fixados em $\xi_1 = 0,01$, $\xi_3 = 0,05$ e $\xi_5 = 0,10$. Além disso, os modelos compartilham o grau relativo $d = 3$.

O modelo de referência real, identificado por (a), é construído com os polos sobrepostos em $p = 0,88$. As magnitudes do modelo nas frequência de projeto são escolhidas como $M_1 = 1$, $M_3 = 0,9$ e $M_5 = 0,8$. Com essas escolhas, a função de transferência do modelo de referência é

$$T_d(z) = \frac{1,0476(z - 0,9801)(z^2 - 1,943z + 0,9482)(z^2 - 1,905z + 0,9284)}{z^2(z - 0,88)^6}. \quad (129)$$

O modelo de referência natural, denotado por (b), tem os polos posicionados na circunferência de raio $R = 0,971$. As magnitudes do modelo são $M_1 = 1$, $M_3 = 0,95$ e $M_5 = 0,85$. O modelo de referência resultante é

$$T_d(z) = \frac{0,1702(z - 1,007)(z^2 - 1,982z + 0,9856)(z^2 - 1,965z + 0,9822)}{z^2(z^2 - 1,942z + 0,9428)(z^2 - 1,935z + 0,9428)(z^2 - 1,921z + 0,9428)}. \quad (130)$$

Observe que o modelo apresenta um zero de fase não mínima em $z = 1,007$.

Para o modelo de referência amortecido, designado por (c), os polos são posicionados na circunferência de raio $R = 0,945$. As magnitudes são $M_1 = 1$, $M_3 = 0,9$ e $M_5 = 0,8$. Assim, o modelo de referência é

$$T_d(z) = \frac{0,3872(z - 0,9827)(z^2 - 1,961z + 0,9656)(z^2 - 1,946z + 0,9653)}{z^2(z^2 - 1,889z + 0,8930)(z^2 - 1,882z + 0,8930)(z^2 - 1,869z + 0,8930)}. \quad (131)$$

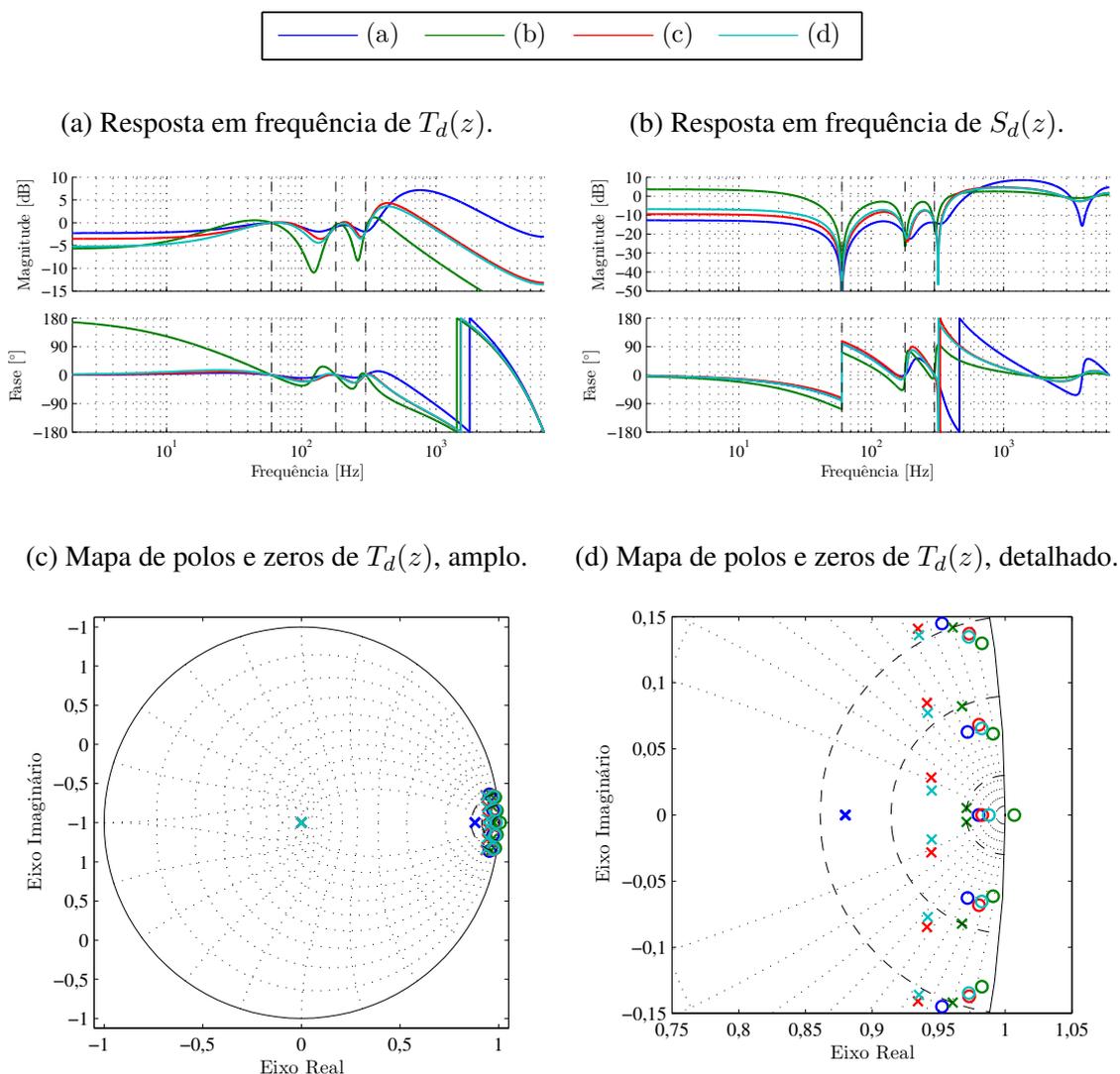
Por último, o modelo intermediário, denotado por (d), tem os polos novamente posicionados sobre a circunferência de raio $R = 0,945$. Da mesma forma, as magnitudes são mantidas em $M_1 = 1$, $M_3 = 0,9$ e $M_5 = 0,8$. Com isso, o modelo de referência é

$$T_d(z) = \frac{0,3692(z - 0,9877)(z^2 - 1,965z + 0,9694)(z^2 - 1,945z + 0,9643)}{z^2(z^2 - 1,890z + 0,8930)(z^2 - 1,884z + 0,8930)(z^2 - 1,870z + 0,8930)}. \quad (132)$$

A Figura 34 apresenta a resposta em frequência e o mapa de polos e zeros dos quatro modelos de referência, bem como a resposta em frequência dos modelos de sensibilidade associados. Observe os diferentes posicionamentos de polos dos modelos através do mapa detalhado na Figura 34(d). Em particular, note que os modelos amortecido e intermediário, identificados respectivamente por (c) e (d), têm polos e zeros próximos entre si por serem construídos com parâmetros idênticos; apesar disso, são notáveis as diferenças entre eles em suas respostas em frequência, mostradas na Figura 34(a). Perceba

ainda, através da resposta em frequência dos modelos de sensibilidade, na Figura 34(b), que todos apresentam alguma amplificação em altas frequências, conforme é esperado pelo efeito do colchão d'água; apesar disso, o modelo real, identificado por (a), apresenta amplificações maiores que os demais modelos; ademais, o modelo natural, denotado por (b), apresenta uma amplificação também em baixas frequências.

Figura 34 – Modelos de referência com diferentes estratégias de posicionamento de polos aplicados no projeto para a UPS experimental.

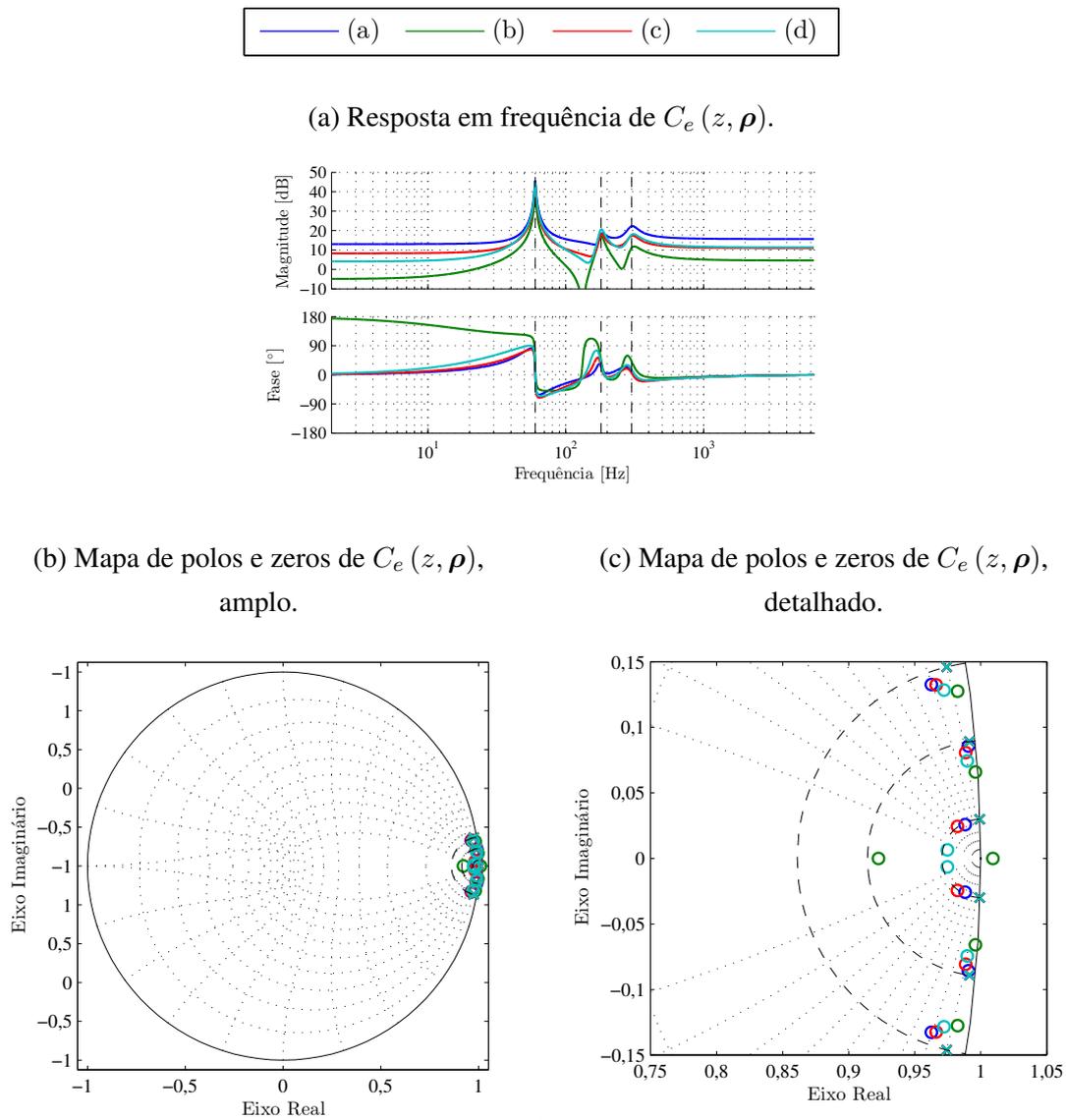


Fonte: do autor.

Utilizando os quatro modelos de referência para o projeto de controladores são obtidos os parâmetros exibidos na Tabela 8; a mesma contém ainda um resumo dos modelos de referência e os resultados dos ensaios, os quais serão comentados na sequência. A Figura 35 apresenta a resposta em frequência e o mapa de polos e zeros dos controladores ressonantes sintonizados. Observe, através da resposta em frequência na Figura 35(a), como os picos dos controladores ressonantes têm diferentes valores máximos, em especial na 5ª harmônica. Ademais, observe, pelo mapa de polos e zeros detalhado na Figura 35(c),

como o controlador proveniente do modelo de referência natural, identificado por (b), apresenta um zero de fase não mínima, assim como o modelo.

Figura 35 – Controladores projetados para a UPS experimental com modelos de referência com diferentes estratégias de posicionamento de polos.



Fonte: do autor.

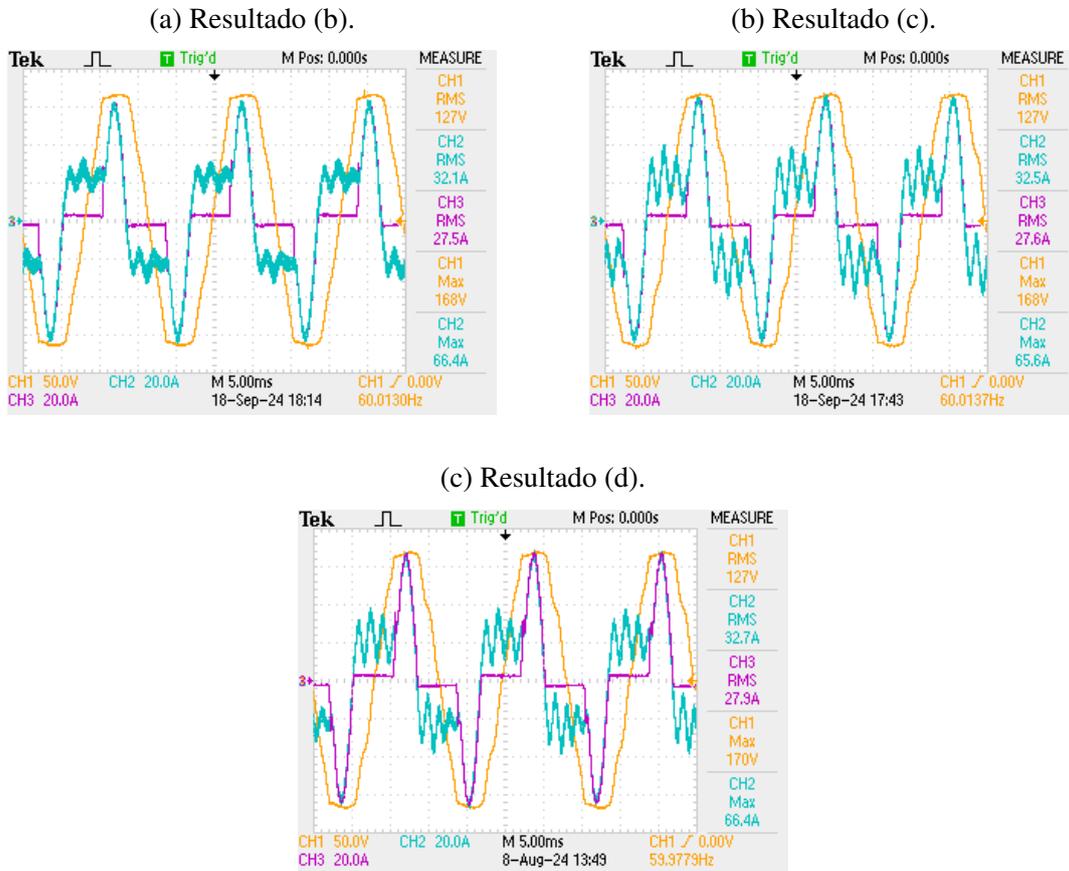
A aplicação dos controladores em ensaios na UPS experimental revelou que o primeiro, proveniente do modelo de referência real e identificado por (a), não é capaz de estabilizar o sistema em malha fechada. Particularmente, o sinal de atuação atinge os limites da saturação, causando a instabilidade. Na verdade, dentre outros controladores projetados a partir de modelos de referência com essa mesma estratégia de posicionamento de polos e diferentes parâmetros, nenhum resultou em sistemas estáveis. Por esse motivo, a Tabela 8 não apresenta resultados para o controlador projetado pelo modelo real.

Tabela 8 – Parâmetros e resultados da UPS experimental para modelos de referência com diferentes estratégias de posicionamento de polos.

Designação	(a)	(b)	(c)	(d)	
Posicionamento de Polos	Reais Sobrepostos	Complexos de Freq. Natural Fixa	Complexos de Freq. Amortecida Fixa	Complexos de Freq. Intermediária	
M_1	1	1	1	1	
M_3	0,9	0,95	0,9	0,9	
M_5	0,8	0,85	0,8	0,8	
p	0,88	—	—	—	
R	—	0,971	0,945	0,945	
d	3	3	3	3	
K_P	4,384	2,691	3,212	3,585	
K_{PR}	6,196	1,743	3,640	3,814	
K_{R1_1}	0,107	0,043	0,084	0,095	
K_{R1_0}	-0,108	-0,044	-0,084	-0,096	
K_{R3_1}	0,011	0,029	0,028	0,042	
K_{R3_0}	-0,014	-0,033	-0,032	-0,048	
K_{R5_1}	0,174	0,001	0,091	0,078	
K_{R5_0}	-0,188	-0,015	-0,100	-0,095	
RMS [V]	—	125,1	126,2	126,1	IEC 62040-3 (2011) ∈ [114,3; 139,7]
Freq. [Hz]	—	60,02	59,98	60,02	∈ [58,80; 61,20]
THD [%]	—	6,47	6,95	6,20	< 8,00
IHD ₂ [%]	—	0,53	0,23	0,31	< 2,00
IHD ₃ [%]	—	4,53	4,86	4,25	< 5,00
IHD ₄ [%]	—	0,14	0,21	0,10	< 1,00
IHD ₅ [%]	—	3,75	2,90	2,95	< 6,00
IHD ₆ [%]	—	0,11	0,33	0,21	< 0,50
IHD ₇ [%]	—	1,50	1,69	1,61	< 5,00
IHD ₈ [%]	—	0,14	0,37	0,19	< 0,50
IHD ₉ [%]	—	2,06	2,36	1,28	< 1,50
IHD ₁₀ [%]	—	0,12	0,84	0,59	< 0,50
IHD ₁₁ [%]	—	0,23	2,32	2,31	< 3,50
IHD ₁₂ [%]	—	0,05	0,80	0,61	< 0,46
IHD ₁₃ [%]	—	0,48	0,66	0,98	< 3,00
IHD ₁₄ [%]	—	0,02	0,16	0,21	< 0,43
IHD ₁₅ [%]	—	0,25	0,44	0,37	< 0,30

Os demais controladores resultaram em sistemas estáveis e forneceram os resultados apresentados na Tabela 8. Observe como os controladores fornecem tensões eficazes e frequências próximas dos valores nominais, bem como atenuações da 3ª e 5ª harmônica, mantendo-as IHDs associadas dentro dos limites toleráveis da norma IEC 62040-3 (2011). Apesar disso, em todos os casos há ao menos uma IHD acima do valor aceitável. Por fim, a Figura 36 exibe capturas de tela do osciloscópio durante a realização dos ensaios com carga não-linear máxima, em que se pode ver a tensão de saída v_o no canal 1 em amarelo, a corrente do indutor i_L no canal 2 em azul e a corrente de saída i_o no canal 3 em lilás.

Figura 36 – Capturas da tela do osciloscópio nos ensaios para modelos de referência com diferentes estratégias de posicionamento de polos.



Fonte: do autor.

5.3.2 Variação de Parâmetros de Projeto

A seguir são apresentados resultados adicionais, obtidos com controladores sintonizados com diferentes parâmetros de projeto. Com isso, objetiva-se verificar o efeitos desses parâmetros. Todos os resultados a seguir provém de projetos com o modelo de referência intermediário com posicionamento radial.

5.3.2.1 Variação dos Amortecimentos do Controlador

Inicialmente avalia-se a variação dos coeficientes de amortecimento do controlador. Para tanto, aplica-se o modelo de referência intermediário com $M_1 = 1$, $M_3 = 0,9$, $M_5 = 0,8$, $R = 0,94$ e $d = 3$. A Tabela 9 apresenta os resultados obtidos para projetos com diferentes amortecimentos ξ_1 , ξ_3 e ξ_5 .

Note, através da Tabela 9, como o efeito da variação do amortecimento do controlador em uma harmônica aparece no resultado da respectiva IHD. Por exemplo, na sequência (e)-(g)-(i), assim como na sequência (f)-(h)-(j), ocorre o aumento do amortecimento da 3ª harmônica, ξ_3 , o que leva a uma piora da IHD₃; ao mesmo tempo, harmônicas ímpares de ordem superior são, em geral, mais atenuadas com o aumento do amortecimento ξ_3 , o

Tabela 9 – Parâmetros e resultados da UPS experimental para controladores com diferentes amortecimentos.

Designação	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(j)	(k)	
ξ_1	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,01	
ξ_3	0,01	0,01	0,05	0,05	0,10	0,10	0,05	
ξ_5	0,05	0,10	0,05	0,10	0,05	0,10	0,10	
K_P	3,575	3,502	3,804	3,610	3,810	3,575	3,605	
K_{PR}	4,177	4,019	4,336	4,081	4,317	4,040	4,075	
K_{R1_1}	0,096	0,091	0,107	0,097	0,111	0,099	0,097	
K_{R1_0}	-0,097	-0,091	-0,107	-0,098	-0,111	-0,100	-0,097	
K_{R3_1}	0,020	0,015	0,050	0,034	0,055	0,033	0,034	
K_{R3_0}	-0,024	-0,019	-0,058	-0,040	-0,063	-0,039	-0,040	IEC
K_{R5_1}	0,093	0,100	0,099	0,099	0,095	0,093	0,098	62040-3
K_{R5_0}	-0,106	-0,114	-0,113	-0,114	-0,110	-0,108	-0,113	(2011)
RMS [V]	126,56	126,67	126,78	126,73	126,51	126,78	125,96	$\in [114,3; 139,7]$
Freq. [Hz]	60,02	60,06	59,95	60,02	60,08	59,98	60,05	$\in [58,80; 61,20]$
THD [%]	5,72	5,67	6,17	6,41	7,06	7,55	6,56	< 8,00
IHD ₂ [%]	0,28	0,35	0,26	0,16	0,23	0,33	0,30	< 2,00
IHD ₃ [%]	1,76	2,00	3,72	4,38	5,70	6,40	4,52	< 5,00
IHD ₄ [%]	0,14	0,07	0,30	0,30	0,19	0,14	0,19	< 1,00
IHD ₅ [%]	2,27	3,08	2,04	2,73	1,95	2,49	2,77	< 6,00
IHD ₆ [%]	0,10	0,16	0,12	0,14	0,10	0,16	0,26	< 0,50
IHD ₇ [%]	2,96	2,33	2,70	1,81	1,83	1,10	1,54	< 5,00
IHD ₈ [%]	0,21	0,12	0,37	0,33	0,23	0,21	0,35	< 0,50
IHD ₉ [%]	1,24	1,15	0,90	1,32	0,89	1,11	1,30	< 1,50
IHD ₁₀ [%]	0,31	0,63	0,57	0,70	0,38	0,77	0,65	< 0,50
IHD ₁₁ [%]	3,50	3,08	2,99	2,54	2,60	2,07	2,78	< 3,50
IHD ₁₂ [%]	0,44	0,64	0,77	0,84	0,45	0,87	0,61	< 0,46
IHD ₁₃ [%]	0,99	0,99	1,20	1,04	1,34	1,11	1,28	< 3,00
IHD ₁₄ [%]	0,16	0,14	0,40	0,33	0,24	0,31	0,32	< 0,43
IHD ₁₅ [%]	0,59	0,52	0,42	0,42	0,33	0,30	0,44	< 0,30

que pode ser explicado pela redução do fenômeno de colchão d'água. Da mesma forma, nos pares (e)-(f), (g)-(h) e (i)-(j) é aumentado o amortecimento da 5ª harmônica, ξ_5 , resultando em piora da IHD₅; assim como antes, harmônicas ímpares de ordem superior são, em geral, reduzidas com o aumento do amortecimento ξ_5 . Por fim, pela sequência (h)-(k), é possível perceber que o aumento do amortecimento da frequência fundamental, ξ_1 , leva a uma queda no valor da tensão eficaz, porém sem um efeito significativo nos demais índices. Isso corrobora a análise de que maiores amortecimentos estão associados a maiores erros de seguimento ou a um relaxamento da atenuação de perturbação.

5.3.2.2 Variação das Magnitudes da Resposta em Frequência do Modelo de Referência

Avalia-se agora a variação das magnitudes da resposta em frequência do modelo de referência. Para tanto, o controlador tem amortecimentos fixados em $\xi_1 = 0,01$, $\xi_3 = 0,05$ e $\xi_5 = 0,10$. Os parâmetros fixos do modelo de referência intermediário são $R = 0,94$ e $d = 5$. Com isso, a Tabela 10 enuncia resultados para variação das magnitudes M_1 , M_3 e M_5 .

Tabela 10 – Parâmetros e resultados da UPS experimental para modelos de referência com diferentes magnitudes e controladores com diferentes amortecimentos.

Designação	(l)	(m)	(n)	
M_1	0,98	1,00	1,00	
M_3	0,85	0,85	0,90	
M_5	0,75	0,75	0,80	
K_P	3,535	3,800	4,039	
K_{PR}	3,195	3,348	3,526	
K_{R11}	0,066	0,109	0,113	
K_{R10}	-0,066	-0,110	-0,113	
K_{R31}	0,076	0,083	0,100	
K_{R30}	-0,080	-0,088	-0,104	IEC
K_{R51}	0,098	0,106	0,144	62040-3
K_{R50}	-0,112	-0,122	-0,157	(2011)
RMS [V]	125,83	126,69	126,31	∈ [114,3; 139,7]
Freq. [Hz]	60,02	59,98	59,98	∈ [58,80; 61,20]
THD [%]	6,15	6,10	6,39	< 8,00
IHD ₂ [%]	0,32	0,24	0,28	< 2,00
IHD ₃ [%]	3,65	3,59	3,54	< 5,00
IHD ₄ [%]	0,11	0,12	0,09	< 1,00
IHD ₅ [%]	3,19	3,10	3,11	< 6,00
IHD ₆ [%]	0,23	0,30	0,19	< 0,50
IHD ₇ [%]	2,28	2,38	2,65	< 5,00
IHD ₈ [%]	0,37	0,30	0,09	< 0,50
IHD ₉ [%]	2,28	2,33	2,74	< 1,50
IHD ₁₀ [%]	0,75	0,70	0,17	< 0,50
IHD ₁₁ [%]	1,56	1,51	1,82	< 3,50
IHD ₁₂ [%]	0,47	0,45	0,16	< 0,46
IHD ₁₃ [%]	0,51	0,47	0,66	< 3,00
IHD ₁₄ [%]	0,05	0,07	0,07	< 0,43
IHD ₁₅ [%]	0,33	0,37	0,33	< 0,30

Comparando, através da Tabela 10, o par (l)-(m), em que há variação somente da magnitude M_1 , percebe-se um efeito na tensão eficaz com ambos reduzindo em conjunto, enquanto os demais índices permanecem praticamente inalterados. Já no par (m)-(n), com variação de M_3 e M_5 , não há alteração significativa em IHD₃ ou IHD₅, mas sim em outros índices diversos. Por fim, observe como as magnitudes maiores fazem com que os parâmetros dos controladores sejam maiores em módulo; isso é condizente com o fato de que magnitudes maiores impõem requisitos mais rigorosos quanto ao erro de seguimento e atenuação de senoides, mesmo que isso não tenha sido perceptível no resultados.

5.3.2.3 Variação da Magnitude dos Polos do Modelo de Referência

Na sequência avalia-se o efeito da variação da magnitude dos polos do modelo de referência. Os amortecimentos do controlador seguem fixos em $\xi_1 = 0,01$, $\xi_3 = 0,05$ e $\xi_5 = 0,10$, enquanto o modelo de referência tem fixos $M_1 = 1$, $M_3 = 0,9$, $M_5 = 0,8$ e $d = 3$. Os resultados para diferentes raios R são mostrados na Tabela 11.

Tabela 11 – Parâmetros e resultados da UPS experimental para modelos de referência com diferentes magnitudes dos polos.

Designação	(k)	(o)	(p)	(q)	
R	0,94	0,95	0,96	0,97	
K_P	3,605	3,542	3,315	2,694	
K_{PR}	4,075	3,517	2,796	1,853	
K_{R1_1}	0,097	0,091	0,076	0,051	
K_{R1_0}	-0,097	-0,092	-0,077	-0,051	
K_{R3_1}	0,034	0,047	0,045	0,028	
K_{R3_0}	-0,040	-0,053	-0,050	-0,032	IEC
K_{R5_1}	0,098	0,061	0,028	-0,002	62040-3
K_{R5_0}	-0,113	-0,078	-0,045	-0,011	(2011)
RMS [V]	126,0	125,9	125,2	125,2	$\in [114,3; 139,7]$
Freq. [Hz]	60,05	59,98	59,98	60,12	$\in [58,80; 61,20]$
THD [%]	6,56	6,16	6,67	6,66	< 8,00
IHD ₂ [%]	0,30	0,28	0,32	0,55	< 2,00
IHD ₃ [%]	4,52	4,20	4,81	4,77	< 5,00
IHD ₄ [%]	0,19	0,12	0,07	0,07	< 1,00
IHD ₅ [%]	2,77	3,15	3,82	3,80	< 6,00
IHD ₆ [%]	0,26	0,14	0,09	0,04	< 0,50
IHD ₇ [%]	1,54	1,72	1,30	1,34	< 5,00
IHD ₈ [%]	0,35	0,12	0,12	0,11	< 0,50
IHD ₉ [%]	1,30	1,65	2,11	2,13	< 1,50
IHD ₁₀ [%]	0,65	0,39	0,14	0,12	< 0,50
IHD ₁₁ [%]	2,78	1,87	0,16	0,12	< 3,50
IHD ₁₂ [%]	0,61	0,37	0,05	0,05	< 0,46
IHD ₁₃ [%]	1,28	0,79	0,48	0,48	< 3,00
IHD ₁₄ [%]	0,32	0,16	0,05	0,05	< 0,43
IHD ₁₅ [%]	0,44	0,32	0,25	0,21	< 0,30

Note, através da Tabela 11, que o crescimento do raio R não resulta em um padrão aparente de variação nas distorções harmônicas. Por outro lado, há uma redução em módulo dos parâmetros do controlador com o aumento de R ; isso é condizente com o fato de que raios menores estão associados a respostas à senoide mais lentas.

5.3.2.4 Variação do Grau Relativo do Modelo de Referência

Finalmente, verifica-se o efeito da variação do grau relativo do modelo de referência. O controlador segue com amortecimentos $\xi_1 = 0,01$, $\xi_3 = 0,05$ e $\xi_5 = 0,10$. Já o modelo de referência intermediário tem fixados $M_1 = 1$, $M_3 = 0,9$, $M_5 = 0,8$ e $R = 0,94$. A Tabela 12 então apresenta resultados para diversos valores de d .

Tabela 12 – Parâmetros e resultados da UPS experimental para modelos de referência com diferentes graus relativos.

Designação	(k)	(r)	(n)	(s)	
d	3	4	5	6	
K_P	3,605	4,095	4,039	3,707	
K_{PR}	4,075	3,978	3,526	3,011	
K_{R1_1}	0,097	0,116	0,113	0,102	
K_{R1_0}	-0,097	-0,117	-0,113	-0,102	
K_{R3_1}	0,034	0,085	0,100	0,096	
K_{R3_0}	-0,040	-0,090	-0,104	-0,100	IEC
K_{R5_1}	0,098	0,145	0,144	0,123	62040-3
K_{R5_0}	-0,113	-0,160	-0,157	-0,133	(2011)
RMS [V]	125,96	126,62	126,31	125,94	$\in [114,3; 139,7]$
Freq. [Hz]	60,05	60,02	59,98	59,98	$\in [58,80; 61,20]$
THD [%]	6,56	6,01	6,39	7,01	< 8,00
IHD ₂ [%]	0,30	0,33	0,28	0,26	< 2,00
IHD ₃ [%]	4,52	3,55	3,54	3,57	< 5,00
IHD ₄ [%]	0,19	0,14	0,09	0,07	< 1,00
IHD ₅ [%]	2,77	2,87	3,11	3,43	< 6,00
IHD ₆ [%]	0,26	0,17	0,19	0,09	< 0,50
IHD ₇ [%]	1,54	2,40	2,65	3,06	< 5,00
IHD ₈ [%]	0,35	0,21	0,09	0,14	< 0,50
IHD ₉ [%]	1,30	1,90	2,74	3,66	< 1,50
IHD ₁₀ [%]	0,65	0,52	0,17	0,18	< 0,50
IHD ₁₁ [%]	2,78	2,11	1,81	1,17	< 3,50
IHD ₁₂ [%]	0,61	0,49	0,16	0,07	< 0,46
IHD ₁₃ [%]	1,28	0,64	0,66	0,51	< 3,00
IHD ₁₄ [%]	0,32	0,12	0,07	0,05	< 0,43
IHD ₁₅ [%]	0,44	0,45	0,33	0,23	< 0,30

Antes de analisar os resultados, cabe mencionar que com $d < 3$ o projeto em questão não resulta em convergência do procedimento iterativo do VRFT em cascata. Dentre os casos apresentados na Tabela 12, não há um padrão claro na variação das IHDs. Por outro lado, a THD tem seu menor valor com $d = 4$, aumentando com o crescimento ou diminuição de d .

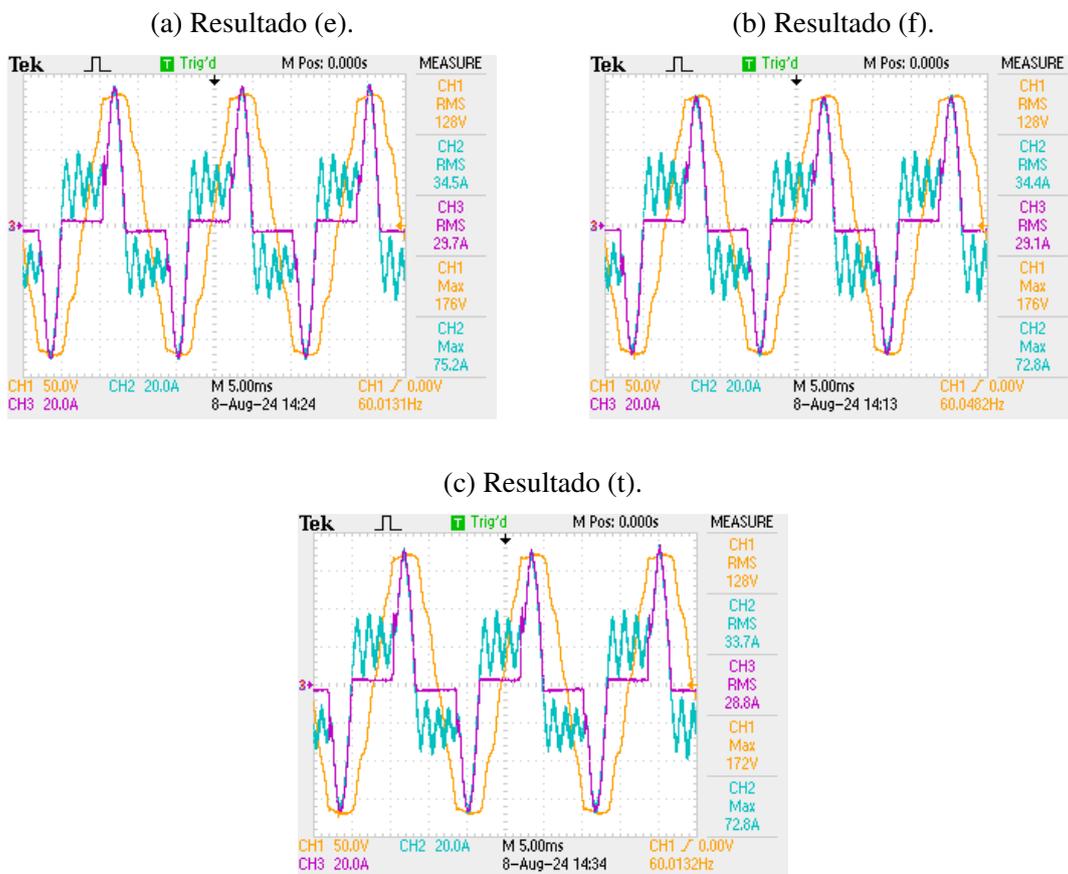
5.3.3 Melhores Resultados

Por fim, apresentam-se resultados selecionados por terem os menores índices de distorção harmônica. Todos eles foram obtidos aplicando controladores desenvolvidos a partir do mesmo modelo de referência intermediário com posicionamento radial, com parâmetros $M_1 = 1$, $M_3 = 0,9$, $M_5 = 0,8$, $R = 0,94$ e $d = 3$. A diferença entre os projetos está nos amortecimentos do controlador ressonante, conforme mostra a Tabela 13. A mesma exibe ainda os parâmetros sintonizados, bem como os resultados quantitativos aferidos nos ensaios. A Figura 37 mostra capturas da tela do osciloscópio durante a realização desses ensaios, em que se pode ver a tensão de saída v_o no canal 1 em amarelo, a corrente do indutor i_L no canal 2 em azul e a corrente de saída i_o no canal 3 em lilás.

Tabela 13 – Parâmetros e resultados da UPS experimental com melhores índices.

Designação	(e)	(f)	(t)	
ξ_1	0,005	0,005	0,005	
ξ_3	0,01	0,01	0,01	
ξ_5	0,05	0,10	0,125	
K_P	3,575	3,502	3,402	
K_{PR}	4,177	4,019	3,911	
K_{R1_1}	0,096	0,091	0,085	
K_{R1_0}	-0,097	-0,091	-0,086	
K_{R3_1}	0,020	0,015	0,011	
K_{R3_0}	-0,024	-0,019	-0,014	IEC
K_{R5_1}	0,093	0,100	0,096	62040-3
K_{R5_0}	-0,106	-0,114	-0,109	(2011)
RMS [V]	126,56	126,67	126,49	$\in [114,3; 139,7]$
Freq. [Hz]	60,02	60,06	59,98	$\in [58,80; 61,20]$
THD [%]	5,72	5,67	6,02	< 8,00
IHD ₂ [%]	0,28	0,35	0,17	< 2,00
IHD ₃ [%]	1,76	2,00	2,41	< 5,00
IHD ₄ [%]	0,14	0,07	0,09	< 1,00
IHD ₅ [%]	2,27	3,08	3,40	< 6,00
IHD ₆ [%]	0,10	0,16	0,23	< 0,50
IHD ₇ [%]	2,96	2,33	1,87	< 5,00
IHD ₈ [%]	0,21	0,12	0,23	< 0,50
IHD ₉ [%]	1,24	1,15	1,48	< 1,50
IHD ₁₀ [%]	0,31	0,63	0,49	< 0,50
IHD ₁₁ [%]	3,50	3,08	3,30	< 3,50
IHD ₁₂ [%]	0,44	0,64	0,37	< 0,46
IHD ₁₃ [%]	0,99	0,99	1,15	< 3,00
IHD ₁₄ [%]	0,16	0,14	0,16	< 0,43
IHD ₁₅ [%]	0,59	0,52	0,59	< 0,30

Figura 37 – Capturas da tela do osciloscópio nos ensaios com melhores índices.



Fonte: do autor.

Observe, através da Tabela 13, que nos três casos a THD encontra-se dentro dos limites admissíveis, assim como a maioria das IHDs. No entanto, em cada um dos casos há pelo menos uma harmônica em que a IHD aparece acima do valor máximo. No caso (e), a IHD da 11^a harmônica está exatamente no limite, enquanto a IHD da 15^a harmônica aparece quase duas vezes além do tolerável. Já no caso (f), a 10^a, 12^a e 15^a harmônicas encontram-se acima dos limites; nesse e em outros casos, o não cumprimento dos requisitos em harmônicas pares é inesperado. Por fim, no caso (t), apenas a 15^a harmônica aparece além do limite estabelecido.

5.4 Considerações Finais

Este capítulo apresentou diversos resultados experimentais da aplicação na UPS de controladores projetados por VRFT. Inicialmente, destacou-se a importância do aumento do grau relativo dos modelos de referência, através da inserção de atrasos de transporte, e do uso de variável instrumental, através de um segundo conjunto de dados da planta, para o projeto dos controladores.

Após, foram apresentados controladores projetados com cada um dos quatro posicionamentos de polos avaliados para o modelo de referência. Dentre eles, o posicionamento

de polos reais sobrepostos resultou em controladores incapazes de estabilizar a UPS. Isso corrobora a análise do capítulo anterior sobre a preferência de modelos de referência com polos complexos para o projeto de controladores ressonantes de ganho finito. Ademais, os três modelos com polos complexos mostraram-se viáveis.

Os modelos de polos complexos utilizaram, com sucesso, a estratégia radial de posicionamento dos polos. Como visto no capítulo anterior, essa estratégia simplifica o projeto, embora prejudique algumas características dos modelos de referência. Supõe-se, portanto, que resultados ainda melhores possam ser obtidos com a seleção individual de cada um dos coeficientes de amortecimento dos polos dos modelos.

Na sequência, utilizando o modelo de referência intermediário, diversos controladores foram sintonizados com variação de parâmetros de projeto. Pela aplicação desses controladores na UPS, buscou-se avaliar o efeito dos mesmos tanto nos parâmetros de sintonia obtidos como também nos índices de desempenho.

A primeira análise considerou diferentes coeficientes de amortecimento no controlador ressonante. Com isso, verificou-se que o aumento do amortecimento em uma frequência harmônica resulta em uma piora da distorção harmônica nessa mesma frequência, ao mesmo tempo em que reduz distorções em harmônicas de ordem superior. Esse fenômeno é justificado pelo efeito do colchão d'água. Por outro lado, um maior amortecimento na frequência fundamental resultou na degradação da tensão eficaz, sem melhoria significativa das distorções harmônicas. Na sequência avaliou-se a variação das magnitudes da resposta em frequência do modelo de referência, o que leva a conclusões semelhantes.

Após verificou-se o efeito da variação da magnitude dos polos, através do posicionamento radial. Com isso, constatou-se que magnitudes maiores resultam em parâmetros menores em módulo. Apesar disso, não foi identificado um padrão claro na variação das harmônicas.

Considerou-se ainda diferentes graus relativos nos modelos de referência. Nesse caso, para grau relativo pequeno, o algoritmo iterativo do VRFT em cascata não converge. Os demais casos, porém, não apresentaram um comportamento claro nos parâmetros resultantes nem nos índices de desempenho.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um formato geral para modelos de referência visando ao projeto de controladores ressonantes para seguimento e atenuação de sinais senoidais. Dentro desse formato, a arbitração dos parâmetros, bem como da estratégia de posicionamento de polos, permite ao projetista especificar requisitos de desempenho. As análises realizadas neste trabalho buscam demonstrar o efeito dessas escolhas.

Quatro estratégias de posicionamento de polos foram examinadas, sendo que duas delas já haviam sido propostas em outros trabalhos. Dentre as estratégias, aquelas com polos complexos mostraram-se mais adequadas, especialmente quando o controlador ressonante é amortecido. De fato, o modelo de referência de polos reais não mostrou-se próspero nas tentativas de aplicação ao projeto baseado em dados para a UPS experimental.

Nas estratégias com pares de polos complexos conjugados, cada par é associado a uma frequência de projeto, sendo a posição determinada pela escolha de um coeficiente de amortecimento. Como visto, essa posição interfere em diversas características do modelo, inclusive no tempo de acomodação ao seno.

Para reduzir a quantidade de escolhas, propôs-se determinar os vários coeficientes através de uma única escolha conjunta da magnitude de todos os polos. Como visto, essa escolha unificada afeta negativamente algumas características do modelo. Apesar disso, modelos de referência construídos dessa forma resultaram em controladores adequados para a UPS experimental.

Além das estratégias de posicionamento dos polos, o formato dos modelos de referência possibilita ao projetista escolher a magnitude da resposta nas frequências de projeto. Como visto através dos ensaios experimentais, essa escolha permite acentuar ou relaxar a atenuação das perturbações harmônicas em cada frequência. Ademais, ao relaxar a atenuação em uma frequência, reduz-se o efeito do colchão d'água em frequências de maior ordem.

Os modelos de referência propostos consideram ainda o incremento do grau relativo pela inclusão de atrasos de transporte, na forma de polos na origem. Esse ajuste visa a compensar atrasos de transporte que podem ser encontrados em sistemas reais. O mesmo mostrou-se de grande importância no projeto para a UPS experimental. No en-

tanto, recomenda-se que essa ferramenta seja utilizada somente quando necessário, e com o mínimo incremento que iguale o atraso nos dados.

Além do incremento do grau relativo, o uso de variável instrumental também foi valioso no projeto aplicado à UPS experimental. Para tanto, dois conjuntos de dados foram coletados com o mesmo sinal de entrada. Neste trabalho, o sinal aplicado na coleta foi um seno acrescido de PRBS, diferente de trabalhos anteriores que aplicaram um somatório de senoides. Essa alteração favorece a aproximação dos espectros desse sinal e do sinal de referência utilizado na operação, a qual é relevante na determinação do filtro do método VRFT.

Por fim, espera-se que os modelos de referência discutidos neste trabalho sejam úteis em outros métodos que aplicam o paradigma de modelo de referência para sintonizar controladores ressonantes, seja em controle adaptivo ou em controle baseado em dados. Ademais, espera-se que os modelos sejam validados por aplicações experimentais em contextos diversos, por exemplo na turbina eólica.

Como possível trabalho futuro, sugere-se o desenvolvimento de modelos de sensibilidade por abordagens análogas às propostas neste trabalho, os quais podem ser aplicados em métodos como o VDFT. Ademais, o projeto baseado em dados por modelo de referência de controladores repetitivos pode ser explorado, principalmente em termos de aplicações experimentais.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas**: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. 3. ed. Belo Horizonte, Brasil: Editora UFMG, 2007.
- ANGÉLICO, B. A.; DAS NEVES, G. P. **Controle Digital Aplicado**. São Paulo, Brasil: Blucher, 2023.
- ÅSTRÖM, K. J.; MURRAY, R. M. **Feedback Systems**: an introduction for scientists and engineers. 2. ed. Princeton, Estados Unidos da América: Princeton University Press, 2020.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. **Adaptive Control**. 2. ed. Mineola, Estados Unidos da América: Dover, 2008.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. **Computer-Controlled Systems**: theory and design. 3. ed. Mineola, Estados Unidos da América: Dover, 2011.
- BAZANELLA, A. S.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. **Data-Driven Controller Design**: the H2 approach. Dordrecht, Países Baixos: Springer, 2011.
- BAZANELLA, A. S.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. The data-driven approach to classical control theory. **Annual Reviews in Control**, Laxenburg, Áustria, v. 56, 2023.
- BEAL, G. de P. *et al.* Harmonic Rejection on UPS through Cascade VRFT of Proportional-Resonant Controller. *In*: CONFERENCE ON CONTROL TECHNOLOGY AND APPLICATIONS (CCTA), 2023, Bridgetown, Barbados. **Proceedings [...]** IEEE, 2023. p. 1083–1088.
- BEAL, G. de P. *et al.* Projeto de Controlador Repetitivo com Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT). *In*: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE (SBAI), 2023, Manaus, Brasil. **Anais [...]** SBA, 2023.
- BEAL, G. de P. *et al.* Modelos de Referência para Sintonia Baseada em Dados de Controlador Ressonante. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA), 2024, Rio de Janeiro, Brasil. **Anais [...]** SBA, 2024.

BERTOLDI, R. **Controlador múltiplo-ressonante de ganho finito aplicado a fontes ininterruptas de energia**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2019.

BOFF, B. H. B.; FLORES, J. V.; ECKERT, P. R. Multi-loop resonant control applied to linear permanent magnet synchronous motors for periodic position tracking. **Mechatronics**, Laxenburg, Áustria, v. 99, 2024.

BONAN, G. *et al.* Robust control design of multiple resonant controllers for sinusoidal tracking and harmonic rejection in Uninterruptible Power Supplies. *In*: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INDUSTRIAL ELECTRONICS (ISIE), 2010, Bari, Itália. **Proceedings [...]** IEEE, 2010. p. 303–308.

BRESCHI, V.; FORMENTIN, S. AutoDDC: hyperparameter tuning for direct data-driven control. **IEEE Control Systems Magazine**, New York, Estados Unidos da América, v. 43, n. 6, p. 98–124, 2023.

CAMPESTRINI, L. *et al.* Data-driven model reference control design by prediction error identification. **Journal of the Franklin Institute**, Philadelphia, Estados Unidos da América, v. 354, n. 6, p. 2628–2647, 2017.

CAMPI, M. C.; LECCHINI, A.; SAVARESI, S. M. Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers. **Automatica**, Laxenburg, Áustria, v. 38, n. 8, p. 1337–1346, 2002.

CAMPI, M. C.; SAVARESI, S. M. Direct nonlinear control design: the virtual reference feedback tuning (VRFT) approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, Estados Unidos da América, v. 51, n. 1, p. 14–27, 2006.

CHEN, C.-T. **Linear System Theory and Design**. 3. ed. New York, Estados Unidos da América: Oxford University Press, 1999.

CORLETA, A. *et al.* Data-driven control design applied to uninterruptible power supplies. *In*: CONFERENCE ON CONTROL APPLICATIONS (CCA), 2016, Buenos Aires, Argentina. **Proceedings [...]** IEEE, 2016. p. 1312–1317.

ECKHARD, D.; CAMPESTRINI, L.; BOEIRA, E. C. Virtual disturbance feedback tuning. **IFAC Journal of Systems and Control**, Laxenburg, Áustria, v. 3, p. 23–29, 2018.

GEVERS, M. *et al.* Identification and the Information Matrix: how to get just sufficiently rich? **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, Estados Unidos da América, v. 54, n. 12, p. 2828–2840, 2009.

GONÇALVES DA SILVA, G. R.; BAZANELLA, A. S.; CAMPESTRINI, L. On the Choice of an Appropriate Reference Model for Control of Multivariable Plants. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, New York, Estados Unidos da América, v. 27, n. 5, p. 1937–1949, 2019.

GONÇALVES DA SILVA, G. R.; CAMPESTRINI, L.; BAZANELLA, A. S. Automating the choice of the Reference Model for data-based control methods applied to PID controllers. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA), 2014, Belo Horizonte, Brasil. **Anais [...]** SBA, 2014. p. 1088–1095.

GONÇALVES DA SILVA, G. R. *et al.* Data-Driven LQR Control Design. **IEEE Control Systems Letters**, New York, Estados Unidos da América, v. 3, n. 1, p. 180–185, 2019.

GRUNDLING, H. A.; CARATI, E. G.; PINHEIRO, J. R. Analysis and implementation of a modified robust model reference adaptive control with repetitive controller for UPS applications. *In*: ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY (IECON), 1998, Aachen, Alemanha. **Proceedings [...]** IEEE, 1998. v. 1, p. 391–395.

HAYKIN, S.; VAN VEEN, B. D. **Sinais e Sistemas**. Porto Alegre, Brasil: Bookman, 2001.

HJALMARSSON, H. *et al.* Iterative Feedback Tuning: theory and applications. **IEEE Control Systems**, New York, Estados Unidos da América, v. 18, n. 4, p. 26–41, 1998.

HOUTZAGER, I. **Towards Data-Driven Control for Modern Wind Turbines**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia de Controle) — Technische Universiteit Delft, Delft, Países Baixos, 2011.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. **IEC 60050-551**: International Electrotechnical Vocabulary (IEV) – Part 551: power electronics. Geneva, Suíça, 1998.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. **IEC 62040-3**: Uninterruptible Power Systems (UPS) – Part 3: method of specifying the performance and test requirements. Geneva, Suíça, 2011.

KARIMI, A.; MIŠKOVIĆ, L.; BONVIN, D. Iterative correlation-based controller tuning. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, Hoboken, Estados Unidos da América, v. 18, n. 8, p. 645–664, 2004.

KEIEL, G. **Projeto em tempo discreto de controladores ressonantes aplicados a fontes ininterruptas de energia**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2017.

- KEIEL, G. **Análise e projeto de reguladores de tensão em UPSs considerando requisitos de paralelismo**. 2023. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2023.
- KEIEL, G.; FLORES, J. V.; PEREIRA, L. F. A. On the robust control design of multiple resonant controllers for the parallel operation of UPSs. **Control Engineering Practice**, Laxenburg, Áustria, v. 147, 2024.
- KEIEL, G. *et al.* Affine discretization methods for the digital resonant control of uninterruptible power supplies. **Journal of the Franklin Institute**, Philadelphia, Estados Unidos da América, v. 356, n. 15, p. 8646–8664, 2019.
- KURNIAWAN, E.; CAO, Z.; MAN, Z. Adaptive Repetitive Control of System Subject to Periodic Disturbance with Time-Varying Frequency. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATICS AND COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, 2011, Bandung, Indonésia. **Proceedings [...]** IEEE, 2011. p. 185–190.
- LJUNG, L. **System Identification: theory for the user**. 2. ed. Upper Saddle River, Estados Unidos da América: Prentice Hall, 1999.
- LORENZINI, C. **Método generalizado da oscilação forçada para sintonia de controladores proporcional-integral-derivativo e proporcional-múltiplos-ressonantes**. 2019. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2019.
- LORENZINI, C.; PEREIRA, L. F. A.; BAZANELLA, A. S. A Generalized Forced Oscillation Method for Tuning Proportional-Resonant Controllers. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, New York, Estados Unidos da América, v. 28, n. 3, p. 1108–1115, 2020.
- LORENZINI, C. *et al.* Resonant-repetitive controller with phase correction applied to uninterruptible power supplies. **Control Engineering Practice**, Laxenburg, Áustria, v. 77, p. 118–126, 2018.
- LORENZINI, C. *et al.* Single-Phase Uninterruptible Power Supply Control: a model-free proportional-multiresonant method. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, Estados Unidos da América, v. 69, n. 3, p. 2967–2975, 2022.
- LOURENCENA, M. O. **Projeto de controle baseado em dados para regulação de velocidade de rotor e redução de esforços mecânicos em turbinas eólicas**. 2023. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2023.

PEREIRA, L. F. A.; DE CARVALHO, F. M.; FLORES, J. V. Alternative resonant controller design for Uninterruptible Power Supplies (UPS). *In: ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY (IECON)*, 2013, Viena, Áustria. **Proceedings [...]** IEEE, 2013. p. 3311–3316.

PEREIRA, L. F. A. *et al.* Multiple Resonant Controllers for Uninterruptible Power Supplies – A Systematic Robust Control Design Approach. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, Estados Unidos da América, v. 61, n. 3, p. 1528–1538, 2014.

RAMOS, G. A.; COSTA-CASTELLÓ, R. Comparison of Different Repetitive Control Architectures: synthesis and comparison. application to VSI converters. **Electronics**, Warszawa, Polônia, v. 7, n. 12, 2018.

RASHID, M. H. **Power Electronics Handbook**. 5. ed. Oxford, Reino Unido: Butterworth-Heinemann, 2024.

REMES, C. L. *et al.* Virtual reference feedback tuning applied to cascade control. **IET Control Theory & Applications**, Stevenage, Reino Unido, v. 14, n. 20, p. 3738–3746, 2020.

RICHTER, C. M. *et al.* A three-phase AC power source using multivariable repetitive robust model reference adaptive control. *In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE (ACC)*, 2003, Denver, Estados Unidos da América. **Proceedings [...]** IEEE, 2003. v. 3, p. 2300–2305.

RYAN, M. J.; BRUMSICKLE, W. E.; LORENZ, R. D. Control topology options for single-phase UPS inverters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, New York, Estados Unidos da América, v. 33, n. 2, p. 493–501, 1997.

SCHILDT, A. N. **Síntese de controladores ressonantes baseado em dados aplicado a fontes ininterruptas de energia**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2014.

SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. **System Identification**. Hemel Hempstead, Reino Unido: Prentice Hall, 1989.

WU, B.-F.; JONCKHEERE, E. A. A simplified approach to Bode’s theorem for continuous-time and discrete-time systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, Estados Unidos da América, v. 37, n. 11, p. 1797–1802, 1992.