

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Modelagem Constitutiva do Comportamento Multiaxial de  
Rejeito de Mineração Artificialmente Cimentado**

**Pablo Oliveira dos Passos Coelho**

Porto Alegre  
2024

PABLO OLIVEIRA DOS PASSOS COELHO

**MODELAGEM CONSTITUTIVA DO COMPORTAMENTO  
MULTIAXIAL DE REJEITO DE MINERAÇÃO  
ARTIFICIALMENTE CIMENTADO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre  
2024

### CIP - Catalogação na Publicação

Oliveira dos Passos Coelho, Pablo  
Modelagem constitutiva do comportamento multiaxial  
de rejeito de mineração artificialmente cimentado /  
Pablo Oliveira dos Passos Coelho. -- 2024.  
188 f.  
Orientador: Lucas Festugato.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre,  
BR-RS, 2024.

1. Rejeitos de mineração. 2. Modelagem  
constitutiva. 3. Resposta multiaxial. 4. Anisotropia.  
5. Cimentação artificial. I. Festugato, Lucas, orient.  
II. Título.

**PABLO OLIVEIRA DOS PASSOS COELHO**

**MODELAGEM CONSTITUTIVA DO COMPORTAMENTO  
MULTIAXIAL DE REJEITO DE MINERAÇÃO  
ARTIFICIALMENTE CIMENTADO**

Esta defesa de mestrado foi julgada adequada como requisito parcial para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Geotecnia, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, novembro de 2024

**Prof. Lucas Festugato**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Orientador

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Nilo Cesar Consoli**  
Ph. D. pela Concordia University

**Prof. Sérgio Filipe Veloso Marques**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof. Carina Silvani**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof. Pedro Domingos Marques Prietto**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho à minha família, obrigado por todo o apoio recebido.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao professor Dr. Lucas Festugato pelo apoio e pela orientação. Sua contribuição foi essencial para a realização deste trabalho.

Agradeço aos meus pais e a minha esposa, que sempre me apoiaram e me motivaram nos momentos difíceis.

Agradeço aos meus amigos. Pois foram os momentos de descontração que permitiram o surgimento de diversas ideias utilizadas neste trabalho.

Agradeço aos colegas do LEGG que participaram da minha vida acadêmica (Gustavo, Hugo, Dudi). E a todos aqueles que contribuíram para minha formação como engenheiro e pesquisador, muito obrigado!

## RESUMO

COELHO, P.O.P. **Modelagem constitutiva do comportamento multiaxial de rejeito de mineração artificialmente cimentado**. 2024. 188 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Porto Alegre.

O setor mineral é um dos pilares da economia nacional, contribuindo significativamente e positivamente para o PIB brasileiro e para o desempenho da balança comercial. Entretanto, esse setor apresenta impactos ambientais expressivos, principalmente, devido aos subprodutos que são gerados durante as etapas de extração e beneficiamento dos minerais, como por exemplo os rejeitos de mineração. Materiais produzidos artificialmente que apresentam elevada variabilidade nas propriedades físicas e químicas. Essa variabilidade contribui para a elevação dos riscos relacionados às barragens de rejeitos. Nesse sentido, o processo de filtragem e de compactação surge como uma alternativa, pois resulta em pilhas de rejeito que são mais resistentes e com menor suscetibilidade à liquefação em comparação com rejeitos em pasta. Além disso, para a construção de pilhas mais altas e mais íngremes é possível utilizar agentes cimentantes. A estabilização química reduz deformações e aumenta a resistência do rejeito tratado. Contudo, é necessário considerar os efeitos da anisotropia inerente, que decorre da deposição por gravidade ou do processo de compactação. Assim, o presente trabalho visa desenvolver e validar um novo modelo constitutivo para prever o comportamento mecânico de misturas rejeito-cimento sob carregamentos multiaxiais a fim de representar o comportamento de pilhas compactadas de rejeito de mineração artificialmente cimentado. Para isso, o desenvolvimento do modelo foi dividido em seis etapas: implementação do modelo para anisotropia inerente em areias (Li e Dafalias, 2002); calibração desse modelo; validação desse modelo; desenvolvimento do modelo proposto através da sobreposição de efeitos; validação do modelo proposto; e análise paramétrica. Os resultados obtidos das simulações realizadas demonstraram que o modelo de Li e Dafalias (2002) foi validado para um rejeito de mineração de ferro. Também foi demonstrado que o modelo proposto representou adequadamente o comportamento multiaxial de uma mistura rejeito-cimento (através da sobreposição de efeitos) por meio de dez tipos diferentes de carregamentos monotônicos, incluindo ensaios drenados e não drenados (com e sem cimentação). A análise demonstrou que o modelo proposto consegue simular adequadamente o efeito do ganho de resistência e da redução da anisotropia causada pela cimentação. Portanto, foi desenvolvido e validado um novo modelo constitutivo capaz de

prever o comportamento mecânico de misturas rejeito-cimento sob carregamentos monotônicos multiaxiais.

**Palavras-chave:** *rejeitos de mineração; modelagem constitutiva; resposta multiaxial; anisotropia; cimentação artificial.*

## ABSTRACT

COELHO, P.O.P. Modelagem constitutiva do comportamento multiaxial de rejeito de mineração artificialmente cimentado. 2024. 188 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Porto Alegre.

The mining sector is one of the pillars of the national economy, contributing significantly and positively to Brazil's GDP and the performance of the trade balance. However, this sector has significant environmental impacts, mainly due to the byproducts that are generated during the extraction and processing of minerals, such as mining tailings. These are artificially produced materials that present high variability in physical and chemical properties. This variability contributes to the increase in risks related to tailings dams. In this sense, the filtration and compaction process emerge as an alternative, as it results in filtered tailings stacks that are more resistant and less susceptible to liquefaction compared to paste tailings. In addition, cementing agents can be used to build taller and steeper piles. Chemical stabilization reduces deformations and increases the resistance of the treated tailings. However, it is necessary to consider the effects of inherent anisotropy, which results from gravity deposition or the compaction process. Thus, this work aims to develop and validate a new constitutive model to predict the mechanical behavior of tailings-cement mixtures under multiaxial loadings in order to represent the behavior of compacted stacks of artificially cemented mining tailings. For this purpose, the development of the model was divided into six stages: implementation of the model for inherent anisotropy in sands (Li and Dafalias, 2002); calibration of this model; validation of this model; development of the proposed model through the superposition of effects; validation of the proposed model; and parametric analysis. The results obtained from the simulations performed demonstrated that the Li and Dafalias (2002) model was validated for an iron ore tailing. It was also demonstrated that the proposed model adequately represented the multiaxial behavior of a tailings-cement mixture (through the superposition of effects) by ten different types of monotonic loadings, including drained and undrained tests (with and without cementation). The analysis demonstrated that the proposed model can adequately simulate the effect of strength gain and anisotropy reduction caused by cementation. Therefore, a new constitutive model capable of predicting the mechanical behavior of tailing-cement mixtures under multiaxial monotonic loading was developed and validated.

**Keywords:** *tailings; constitutive modelling; multiaxial response; anisotropy; artificial cementation.*

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
1.1	OBJETIVOS.....	12
1.1.1	Objetivo geral.....	12
1.1.2	Objetivos específicos.....	13
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15
2.1	COMPORTAMENTO MECÂNICO DE REJEITOS DE MINERAÇÃO DE FERRO 15	
2.1.1	Rejeitos de mineração de ferro.....	15
2.1.2	Disposição dos rejeitos.....	16
2.1.3	Comportamento mecânico de rejeitos de mineração de ferro.....	21
2.1.4	Comportamento anisotrópico em rejeitos de mineração.....	27
2.2	COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MISTURAS SOLO-CIMENTO.....	30
2.2.1	Estabilização de solos com cimento.....	30
2.2.3	Resposta tensão-deformação sob compressão triaxial convencional.....	36
2.2.4	Compressão hidrostática.....	38
2.2.5	Compressão triaxial.....	39
2.2.6	Triaxial cúbico.....	41
2.2.7	Estabilização de rejeitos de mineração.....	46
2.3	A TEORIA DA PLASTICIDADE E A TEORIA DO ESTADO CRÍTICO.....	47
2.3.1	Teoria da plasticidade.....	48
2.3.2	Teoria do estado crítico.....	51
2.3.3	Parâmetro de estado.....	53
2.3.4	Tensor <i>fabric</i> .....	54

2.3.5	Teoria do estado crítico anisotrópico.....	57
2.4	MODELAGEM DE MATERIAIS GRANULARES .....	58
2.4.1	Modelo para areias com dilatância dependente do estado.....	59
2.4.2	Modelagem constitutiva do comportamento de areias com anisotropia inerente 62	
2.4.3	Modelagem de areia artificialmente cimentada.....	67
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	69
3.1	MATERIAIS .....	69
3.1.1	Rejeito de mineração de ferro.....	69
3.2	MÉTODOS.....	71
3.2.1	Implementação do modelo para anisotropia inerente em areias.....	72
3.2.3	Validação do modelo para anisotropia inerente em areias .....	75
3.2.4	Desenvolvimento do modelo .....	75
3.2.5	Validação do modelo proposto .....	76
3.2.6	Análise paramétrica .....	76
4	ESTRUTURA DO MODELO.....	77
4.1	SOBREPOSIÇÃO DE EFEITOS .....	77
4.2	CONTRIBUIÇÃO DO CIMENTO .....	78
4.3	PROCEDIMENTO DE CÁLCULO.....	81
4.3.1	Definição dos dados de entrada .....	81
4.3.2	Linearização das condições de contorno e definição dos incrementos de carregamento .....	83
4.3.3	Simulação do comportamento elastoplástico .....	88
5	VALIDAÇÃO DO MODELO.....	89
5.1	ENSAIOS TRIAXIAIS CONVENCIONAIS .....	89
5.2	ENSAIOS SIMPLE SHEAR.....	94
5.3	ENSAIOS TRIAXIAIS VERDADEIROS .....	97
6	ANÁLISE PARAMÉTRICA .....	130

6.1	INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO REJEITO.....	130
6.2	INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO CIMENTO .....	145
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	161
7.1	CONCLUSÕES .....	161
7.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	162

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Fluxograma do processo de beneficiamento e produção de rejeitos (Pressoti, 2002). .....	16
Figura 2.2: Métodos de descarga: a) por ponto único b) em linha (Presotti, 2002). .....	17
Figura 2.3: Infográfico sobre a geração de rejeitos e métodos de alteamento de barragens de rejeitos (Massignan e Sánchez, 2022). .....	19
Figura 2.4: Representação esquemática do processo de filtração de rejeitos (Adaptado de MEND, 2017). .....	20
Figura 2.5: Tendência de correlação entre o teor de ferro e o ângulo de atrito (Presotti, 2002). .....	22
Figura 2.6: Valores médios do ângulo de atrito residual em função do teor de ferro (presotti, 2002). .....	22
Figura 2.7: Variação do $e_{max}$ em função do teor de ferro (Presotti, 2002). .....	23
Figura 2.8: Relação entre o peso específico dos grãos e o teor de ferro (Hernandez, 2007). ..	24
Figura 2.9: Relação entre a condutividade hidráulica e o peso específico seco em amostras de rejeito de minério de ferro (Hernandez, 2007). .....	24
Figura 2.10: Tendência de correlação entre o teor de ferro e a condutividade hidráulica das amostras obtidas no equipamento de deposição hidráulica (Santos, 2007). .....	25
Figura 2.11: Comparação das curvas de distribuição granulométrica de rejeitos de mineração de ferro (adaptado de Robertson <i>et al.</i> , 2019). .....	26
Figura 2.12: Micrografia MEV da amostra Carajás (Wolf, 2009). .....	27
Figura 2.13: Ilustração do plano inicialmente isotrópico (adaptado de Wong e Arthur, 1985). .....	28
Figura 2.14: Distribuição dos contatos entre partículas (esquerda); orientação das partículas alongadas (centro); alongamento dos vazios (direita) (adaptado de Oda; Nemat-Nasser; Konishi, 1985). .....	29
Figura 2.15: Resposta à liquefação inicial em areia com grau de compactação intermediário ( $D_r = 60\%$ , $q_{ciclos} = 50$ kPa, $p_0 = 100$ kPa) (adaptado de Ni <i>et al.</i> , 2022). .....	30
Figura 2.16: Variação da resistência à compressão não confinada em função da porosidade (Consoli <i>et al.</i> , 2007). .....	32
Figura 2.17: Variação da resistência à compressão não confinada em função do teor de cimento (Consoli <i>et al.</i> , 2007). .....	33

Figura 2.18: Efeito do teor de umidade de moldagem na resistência à compressão não confinada (Consoli et. al, 2007). .....	34
Figura 2.19: Variação da resistência à compressão simples em função da porosidade para diferentes tempos de cura (adaptado de Consoli; Cruz; Floss, 2011). .....	35
Figura 2.20: Variação da resistência à compressão simples em função do teor de cimento para diferentes tempos de cura (adaptado de Consoli; Cruz; Floss, 2011). .....	35
Figura 2.22: Comportamento idealizado de solos cimentados: (a) Curvas tensão-deformação; (b) caminhos de tensões efetivas (adaptado de Coop e Atkinson, 1993). .....	37
Figura 2.23: Comparação esquemática da compressão isotrópica entre areias carbonáticas fortemente e fracamente cimentadas (adaptado de Cuccovillo e Coop, 1999). .....	39
Figura 2.24: Comparação das curvas tensão-deformação e das curvas de variação volumétrica em areias cimentadas e não cimentadas. (adaptado de Clough <i>et. al.</i> , 1981). .....	40
Figura 2.25: Resposta tensão-deformação para diferentes teores de cimento (adaptado de Schnaid, Prietto e Consoli, 2001). .....	41
Figura 2.26: Dependência da deformação cisalhante em relação à direção das tensões principais (adaptado de Miura, Miura e Toki, 1986). .....	43
Figura 2.27: Ilustração explicativa sobre a menor resistência em relação ao deslizamento no <i>bedding plane</i> (adaptado de Miura, Toki e Miura, 1986). .....	43
Figura 2.28: Relação entre o ângulo de atrito e o parâmetro $b$ em diferentes direções de carregamento (adaptado de Yang, 2013). .....	45
Figura 2.29: Envoltória de resistência para areias fofas e densas em função do parâmetro $b$ da tensão principal intermediária (adaptado de Lade e Duncan, 1973). .....	46
Figura 2.30: Endurecimento isotrópico com expansão uniforme da superfície de plastificação (Yu, 2006). .....	50
Figura 2.31: Endurecimento cinemático pela formulação de Ziegler (Yu, 2006). .....	50
Figura 2.32: Linha do estado crítico nos planos $q$ - $p'$ e $v$ - $\ln(p')$ (Yu, 2006). .....	51
Figura 2.33: Linha do estado crítico no espaço $(p', q, v)$ resultante da interseção de dois planos (adaptado de Britto e Gunn, 1987). .....	52
Figura 2.34: Representação do parâmetro de estado (adaptado de Been e Jefferies, 1985). ....	53
Figura 2.35: Ilustração do vetor unitário no sistema de coordenadas polares (Oda, 1999). ....	56
Figura 2.36: Exemplo de orientação de partículas em um sistema bidimensional (Oda, 1999). .....	56
Figura 2.37: Ilustração dos parâmetros presentes na teoria do estado crítico anisotrópico (Li e Dafalias, 2012). .....	58

Figura 2.38: Superfície limite ( $F_1$ ) e cap limite ( $F_2$ ) (adaptado de Li, 2002). .....	60
Figura 2.39: Caminhos $D_1$ - $\eta$ comparados com os caminhos baseados na dilatância do modelo Cam clay (adaptado de Li, 2002).....	61
Figura 2.40: Curvas de compressão isotrópica no plano e-p (adaptado de Li, 2002). .....	62
Figura 3.1: Rejeito de mineração de ferro seco e destorroado. ....	69
Figura 3.2: Distribuição granulométrica do rejeito de mineração de ferro. ....	70
Figura 3.3: Curvas de compactação do rejeito de mineração de ferro. ....	71
Figura 5.1: Resultados dos ensaios triaxiais CID e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_a$ ). ....	92
Figura 5.2: Resultados dos ensaios triaxiais CIU e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_a$ ). ....	92
Figura 5.3: Resultados dos ensaios triaxiais CID e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação axial ( $\epsilon_{vol}$ - $\epsilon_a$ ). ....	93
Figura 5.4: Resultados dos ensaios triaxiais CID e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão desvio-tensão média efetiva ( $q$ - $p'$ ). ....	94
Figura 5.5: Resultados dos ensaios triaxiais CIU e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão desvio-tensão média efetiva ( $q$ - $p'$ ). ....	94
Figura 5.6: Resultados dos ensaios <i>simple shear</i> e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão cisalhante-deformação cisalhante ( $\tau$ - $\gamma$ ). ....	96
Figura 5.7: Resultados dos ensaios <i>simple shear</i> e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão desvio-tensão média efetiva ( $q$ - $p'$ ). ....	96
Figura 5.8: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ . ....	101
Figura 5.9: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ . ....	101
Figura 5.10: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ . ....	102
Figura 5.11: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ . ....	102
Figura 5.12: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\epsilon_v$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ . ....	103

Figura 5.13: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ .....	104
Figura 5.14: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ .....	104
Figura 5.15: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ .....	105
Figura 5.16: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .....	106
Figura 5.17: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 90^\circ$ .....	107
Figura 5.18: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 150^\circ$ ....	107
Figura 5.19: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .....	108
Figura 5.20: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 90^\circ$ .....	108
Figura 5.21: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 150^\circ$ .....	109
Figura 5.22: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .....	110
Figura 5.23: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 90^\circ$ .....	110
Figura 5.24: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 150^\circ$ .....	111
Figura 5.25: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .....	111

Figura 5.26: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 90^\circ$ . .....	112
Figura 5.27: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 150^\circ$ . .....	112
Figura 5.28: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ . .....	113
Figura 5.29: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 180^\circ$ . ..	114
Figura 5.30: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ . .....	114
Figura 5.31: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 180^\circ$ . .....	115
Figura 5.32: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ . .....	115
Figura 5.33: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 180^\circ$ . .....	116
Figura 5.34: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ . .....	116
Figura 5.35: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 180^\circ$ . .....	117
Figura 5.36: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para $\theta = 0^\circ$ . .....	118
Figura 5.37: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para $\theta = 120^\circ$ . .....	118

Figura 5.38: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 0^\circ$ . .....	119
Figura 5.39: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 120^\circ$ . .....	119
Figura 5.40: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 30^\circ$ . .....	120
Figura 5.41: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 90^\circ$ . .....	121
Figura 5.42: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 150^\circ$ . .....	121
Figura 5.43: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 30^\circ$ . .....	122
Figura 5.44: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 90^\circ$ . .....	122
Figura 5.45: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 150^\circ$ . .....	123
Figura 5.46: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 60^\circ$ . .....	124
Figura 5.47: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 180^\circ$ . .....	124
Figura 5.48: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 60^\circ$ . .....	125

Figura 5.49: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 180^\circ$ . .....	125
Figura 5.50: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: tensão desvio ( $q$ ) em função do ângulo de carregamento $\theta$ . .....	127
Figura 5.51: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: tensão desvio ( $q$ ) em função do ângulo de carregamento $\theta$ . .....	127
Figura 5.52: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: planificação no plano $\pi$ através das variáveis $q_z$ e $q_x$ . .....	128
Figura 5.53: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: planificação no plano $\pi$ através das variáveis $q_z$ e $q_x$ . .....	129
Figura 6.1: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ . .....	131
Figura 6.2: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\epsilon_v$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ . .....	131
Figura 6.3: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 0^\circ$ . .....	132
Figura 6.4: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ . .....	133
Figura 6.5: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\epsilon_v$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ . .....	133
Figura 6.6: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 120^\circ$ . .....	134
Figura 6.7: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ . .....	135
Figura 6.8: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\epsilon_v$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ . .....	135
Figura 6.9: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para $\theta = 30^\circ$ . .....	136
Figura 6.10: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ . .....	137
Figura 6.11: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\epsilon_v$ - $\epsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ . .....	137

Figura 6.12: Resultados da análise paramétrica de $G_0$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para $\theta = 60^\circ$ .	138
Figura 6.13: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ .	139
Figura 6.14: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ .	139
Figura 6.15: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para $\theta = 0^\circ$ .	140
Figura 6.16: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ .	140
Figura 6.17: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ .	141
Figura 6.18: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para $\theta = 120^\circ$ .	141
Figura 6.19: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .	142
Figura 6.20: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .	142
Figura 6.21: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para $\theta = 30^\circ$ .	143
Figura 6.22: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ .	144
Figura 6.23: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ .	144
Figura 6.24: Resultados da análise paramétrica de $d_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para $\theta = 60^\circ$ .	145
Figura 6.25: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ .	146
Figura 6.26: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ .	146
Figura 6.27: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para $\theta = 0^\circ$ .	147
Figura 6.28: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ .	148

Figura 6.29: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ .....	148
Figura 6.30: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para $\theta = 120^\circ$ . ....	148
Figura 6.31: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .....	149
Figura 6.32: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .....	150
Figura 6.33: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para $\theta = 30^\circ$ . ....	150
Figura 6.34: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ .....	151
Figura 6.35: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ .....	152
Figura 6.36: Resultados da análise paramétrica de $a_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para $\theta = 60^\circ$ . ....	152
Figura 6.37: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ .....	153
Figura 6.38: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 0^\circ$ .....	154
Figura 6.39: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para $\theta = 0^\circ$ . ....	154
Figura 6.40: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ .....	155
Figura 6.41: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 120^\circ$ .....	156
Figura 6.42: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para $\theta = 120^\circ$ . ....	156
Figura 6.43: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .....	157
Figura 6.44: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para $\theta = 30^\circ$ .....	158
Figura 6.45: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para $\theta = 30^\circ$ . ....	158

Figura 6.46: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q-\varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ .....	159
Figura 6.47: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v -\varepsilon_q$ ) para $\theta = 60^\circ$ .....	159
Figura 6.48: Resultados da análise paramétrica de $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma-\varepsilon$ ) para $\theta = 60^\circ$ . ....	160

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Propriedades físicas do rejeito de mineração de ferro.....	70
Tabela 4.1: Dados iniciais do modelo. ....	81
Tabela 4.2: Constantes do material referentes ao solo/rejeito.....	82
Tabela 4.3: Constantes do material referentes ao cimento. ....	82
Tabela 5.1: Valores das constantes do rejeito utilizadas nas simulações. ....	90
Tabela 5.2: Valores dos dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios triaxiais. ....	91
Tabela 5.3: Valores dos dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios <i>simple shear</i> . .	95
Tabela 5.4: Valores dos dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios triaxiais verdadeiros (rejeito não cimentado). ....	97
Tabela 5.5: Valores das constantes utilizadas referentes à cimentação.....	99
Tabela 5.6: Valores dos dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios triaxiais verdadeiros (mistura rejeito-cimento). ....	99

# 1 INTRODUÇÃO

Segundo o Boletim do Setor Mineral (MME, 2022), o setor mineral é um dos pilares da economia nacional, contribuindo significativamente para o PIB brasileiro, para o desempenho positivo da balança comercial e, assim, para a geração de empregos. Segundo o Relatório de Dados do Setor Mineral (IBRAM, 2022), no primeiro trimestre de 2022 o setor mineral foi diretamente responsável por mais de 199 mil postos de trabalho no Brasil. Nesse contexto, o minério de ferro corresponde a cerca de 80% do valor total de minerais metálicos produzidos no Brasil, sendo China, Japão, EUA e Argentina os principais destinos para exportação (ANM, 2023).

Entretanto, o setor mineral também apresenta impactos ambientais expressivos, devido aos subprodutos que são gerados durante as etapas de extração e beneficiamento dos minérios. Dentre os subprodutos gerados destacam-se os rejeitos de mineração resultantes dos processos de beneficiamento. O beneficiamento consiste na utilização de processos físicos (britagem e moagem) e de agentes químicos a fim de remover materiais associados sem valor econômico e aumentar a pureza do produto.

Os rejeitos são materiais produzidos artificialmente, logo suas propriedades físicas e químicas apresentam elevada variabilidade, pois dependem de diversos fatores como a mineralogia das rochas extraídas e a granulometria do rejeito (Bedin, 2010). Essa variabilidade contribui para a elevação dos riscos relacionados às barragens de rejeitos.

Além disso, falhas na manutenção dessas barragens resultaram em acidentes com elevados impactos ambientais como, por exemplo, no caso da barragem de rejeitos da mina do Fundão (Mariana/MG) que despejou mais de 40 milhões de metros cúbicos de lama tóxica na maior bacia hidrográfica do estado de Minas Gerais (Silva e Ribeiro, 2020). Portanto, é de suma importância estudar o comportamento geomecânico dos rejeitos de mineração.

O processo de filtragem de rejeitos resulta em um material mais resistente e com menor suscetibilidade à liquefação. Dessa forma, surge como uma alternativa ao tradicional armazenamento em barragens. Porém, para reduzir o risco de liquefação sísmica, é necessário controlar o teor de umidade ao se compactar o rejeito filtrado. Tipicamente, rejeitos filtrados

compactados (pilhas) são utilizados como contenção para rejeitos filtrados e não compactados (MEND, 2017). Quando compactados, tais materiais apresentam baixa condutividade hidráulica que resulta na redução do volume percolado através do rejeito (Lupo e Hall, 2011). Além disso, para permitir a construção de pilhas mais altas e mais íngremes é possível utilizar agentes cimentantes. A estabilização química contribui na redução do risco de liquefação, reduz deformações e aumenta a resistência do rejeito tratado (Mafessoli et al., 2023; Chaves et al., 2023; Consoli et al., 2024b; Corte et al., 2024).

Neste contexto é necessário avaliar o efeito da anisotropia no comportamento dos rejeitos, pois a compactação (em pilhas de rejeitos) e a deposição por gravidade (em barragens de rejeito) resultam na anisotropia induzida transversa. O comportamento de materiais anisotrópicos é predominantemente influenciado por dois fatores: a direção do carregamento e a magnitude relativa da tensão principal intermediária. Segundo Yang (2013), em geral, a maior resistência é obtida quando a direção do carregamento é paralela à direção de deposição. Além disso, a resistência diminui com o aumento do ângulo  $\alpha$  (ângulo entre a tensão principal maior e o eixo vertical). Além disso, Yang (2013) constatou que as diferentes deformações observadas em areias podem ser atribuídas a uma combinação de dois fatores: a anisotropia transversa inerente e a magnitude relativa da tensão principal intermediária.

Numerosos autores propuseram modelos para prever o comportamento de materiais granulares sob carregamentos multiaxiais (Gao et al., 2015; Li, 2002; Li e Dafalias, 2000, 2002). Porém, poucos trabalhos foram desenvolvidos sobre materiais granulares artificialmente cimentados. Neste contexto, o presente trabalho visa propor um modelo constitutivo para prever o comportamento de rejeitos de mineração de ferro sob carregamentos multiaxiais. Os conceitos utilizados no modelo são: a anisotropia inerente (Li e Dafalias, 2002), o efeito do estado na dilatação (Li, 2002) e a sobreposição de efeitos.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

Desenvolver e validar um novo modelo constitutivo para prever o comportamento mecânico de misturas rejeito-cimento sob carregamentos multiaxiais a fim de representar o comportamento de pilhas compactadas de rejeito de mineração artificialmente cimentado.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Este trabalho possui os seguintes objetivos específicos:

- a) Validar um modelo existente, desenvolvido para areias, através de ensaios com rejeitos de mineração sob carregamentos multiaxiais;
- b) Utilizar a sobreposição de efeitos para representar o comportamento de misturas rejeito-cimento;
- c) Utilizar o índice porosidade/teor volumétrico de cimento ( $\eta/C_{iv}$ ) como parâmetro para considerar o efeito da cimentação no comportamento de misturas rejeito-cimento;
- d) Validar o modelo desenvolvido através de resultados experimentais com ensaios multiaxiais com uma mistura rejeito-cimento;
- e) Realizar a análise paramétrica dos principais parâmetros do modelo proposto e avaliar o comportamento multiaxial em comparação com resultados experimentais.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado em sete capítulos, os quais são apresentados a seguir:

Capítulo 1 apresenta a justificativa e introduz o tema da pesquisa. Além disso, também apresenta os objetivos da pesquisa.

Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica sobre rejeitos melhorados com cimento e sobre rejeitos e solos submetidos a carregamentos multiaxiais. Assim como discorre sobre modelos constitutivos.

Capítulo 3 apresenta a caracterização do rejeito e os métodos utilizados na pesquisa.

Capítulo 4 apresenta o modelo proposto e descreve o funcionamento do modelo a partir do método de implementação.

Capítulo 5 apresenta a calibração e a validação do modelo proposto a partir de ensaios com rejeito e com rejeito artificialmente cimentado.

Capítulo 6 descreve a análise paramétrica do modelo proposto.

Capítulo 7 apresenta as conclusões do presente trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 COMPORTAMENTO MECÂNICO DE REJEITOS DE MINERAÇÃO DE FERRO

#### 2.1.1 Rejeitos de mineração de ferro

Rejeitos de mineração são uma combinação de materiais sólidos produzidos após o beneficiamento mineral e geralmente apresentam granulometria fina (tipicamente de tamanho de silte, entre 0,001 e 0,6 mm) (LPSPMI, 2016). Segundo Bedin (2010) resíduos de mineração (definição que engloba os rejeitos de mineração), em geral, apresentam características mineralógicas, geotécnicas, físicas e químicas variáveis. Essa variabilidade decorre do tipo de beneficiamento adotado e do tipo de minério processado, já que a mineralogia pode variar substancialmente.

Segundo Ferreira e Leite (2015), durante o processamento o minério bruto é esmagado e classificado através do peneiramento. Após isto, o material é transportado para a planta de concentração onde ocorre a formação do rejeito e do concentrado. Ademais, é possível realizar o beneficiamento do minério de ferro apenas com processos físicos, utilizando-se, por exemplo, moinhos de mandíbula e de bolas. Em seguida, os materiais são separados por vibração e peneiramento e, ao final do processo, também são separados magneticamente. A Figura 2.1Figura 2. apresenta um fluxograma do processo de beneficiamento.

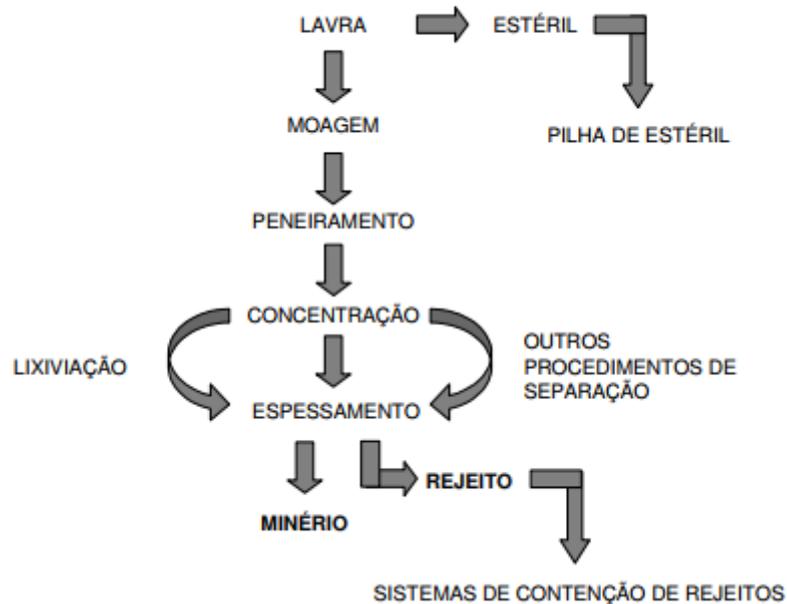


Figura 2.1: Fluxograma do processo de beneficiamento e produção de rejeitos (Pressoti, 2002).

Segundo Presotti (2002) a deposição de rejeito de minério de ferro através da técnica de aterro hidráulico pode condicionar a criação de zonas de alta concentração de partículas de ferro em determinadas regiões da barragem de rejeitos. Tais zonas tendem a apresentar diferentes propriedades geotécnicas devido, principalmente, às diferenças no valor do teor de ferro. Estas diferenças podem ser associadas a composição granulométrica, mineralogia e porcentagem de partículas de ferro presentes no rejeito. Além disso, segundo Du et al. (2019) a deposição de rejeitos compostos por partículas finas também apresenta zonas. Logo, o grau de consolidação deve ser utilizado como critério para classificação das zonas.

### 2.1.2 Disposição dos rejeitos

De acordo com Presotti (2002), na técnica de aterro hidráulico, o transporte é feito através de tubulações por bombeamento ou gravidade, sendo o último mais atrativo devido ao seu baixo custo. Normalmente, o rejeito é lançado por meio de hidrociclones ou canhões. Os hidrociclones permitem a separação do material em granulometrias diferentes, denominadas *underflow* e *overflow*. As partículas mais grossas apresentam sentido descendente (*underflow*) e as partículas mais finas sentido ascendente (*overflow*).

O *overflow* apresenta elevado teor de umidade, granulometria fina e compõe a lama. Em contrapartida, o *underflow*, rejeito granular, apresenta melhores características de resistência e permeabilidade se comparado ao *overflow*. Geralmente, o rejeito granular é utilizado como material de construção da estrutura da barragem (nos métodos de alteamento a montante e linha de centro) enquanto a lama é lançada diretamente no reservatório. A utilização do rejeito granular resulta no aumento da estabilidade da estrutura pela manutenção do alto coeficiente de permeabilidade do maciço (Presotti, 2002).

Outro método de disposição consiste na utilização de canhões. Através de um sistema de canhões uniformemente espaçados ou através de um canhão isolado que necessita ser deslocado. Em ambos os métodos, o processo de separação granulométrica também ocorre na própria praia em função da velocidade de descarga, concentração e características mineralógicas do rejeito (Presotti, 2002). A Figura 2.2 apresenta uma ilustração do método de disposição através de canhões.

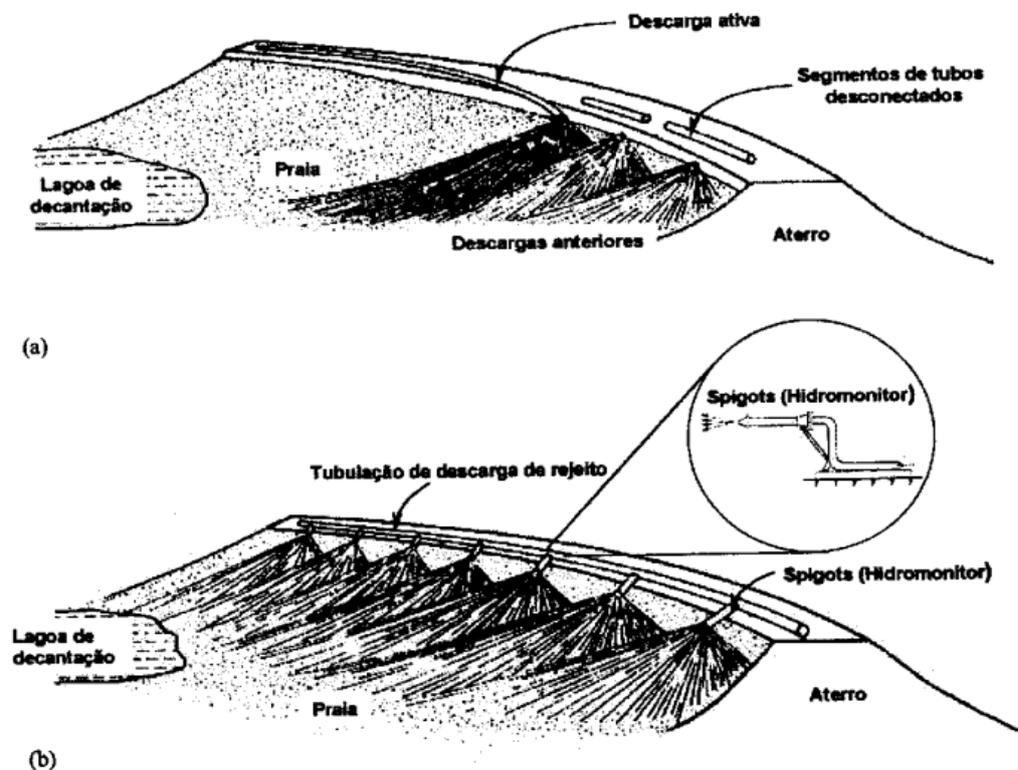


Figura 2.2: Métodos de descarga: a) por ponto único b) em linha (Presotti, 2002).

As barragens de rejeitos são construídas através de um dique de partida. Ao longo da exploração mineral, o rejeito produzido é estocado na barragem até que haja necessidade de elevar a cota da barragem. Esse processo de elevação de cotas é chamado de alteamento, e pode ocorrer através de três métodos de acordo com o deslocamento do eixo da barragem: montante, jusante ou linha de centro.

#### Alteamento a montante

O método de alteamento a montante consiste na utilização do rejeito como camada de suporte para elevação do barramento. Esse método é mais econômico em relação aos demais, pois apresenta menor custo de construção, maior velocidade de alteamento e pouca utilização de equipamentos de terraplanagem (THOMÉ e PASSINI, 2018). Entretanto, apresenta elevados riscos à segurança pois os rejeitos podem se encontrar fofos e saturados, o que pode aumentar a susceptibilidade a liquefação. Além do mais, a proximidade da linha freática ao talude de jusante contribui para a instabilidade do barramento (THOMÉ e PASSINI, 2018).

#### Alteamento a jusante

O método de alteamento a jusante consiste no deslocamento do eixo do barramento no sentido oposto ao do lago de decantação. Segundo Thomé e Passini (2018) esse método tem como vantagens a maior segurança e menor probabilidade de rupturas horizontais devido a maior resistência ao cisalhamento. De igual forma, possui maior resistência a vibrações provocadas por sismos naturais ou devido ao emprego de explosivos nas frentes de lavra. Por outro lado, as principais desvantagens estão relacionadas ao custo mais elevado, volume excessivo de material a ser movimentado e compactado e menor velocidade de alteamento da barragem.

#### Método de linha de centro

O método de linha de centro caracteriza-se como uma solução intermediária entre os métodos anteriores. Segundo Thomé e Passini (2018) esse método concatena a segurança do método para jusante com o custo e velocidade do alteamento para montante. Isso ocorre, pois, as construções subsequentes são executadas com um alinhamento vertical sobre o dique inicial. Cabe destacar que parte do alteamento se apoia sobre os rejeitos e isto aumenta o risco de escorregamento dos taludes de montante. A Figura 2.3 apresenta uma ilustração dos três métodos de alteamento apresentados.

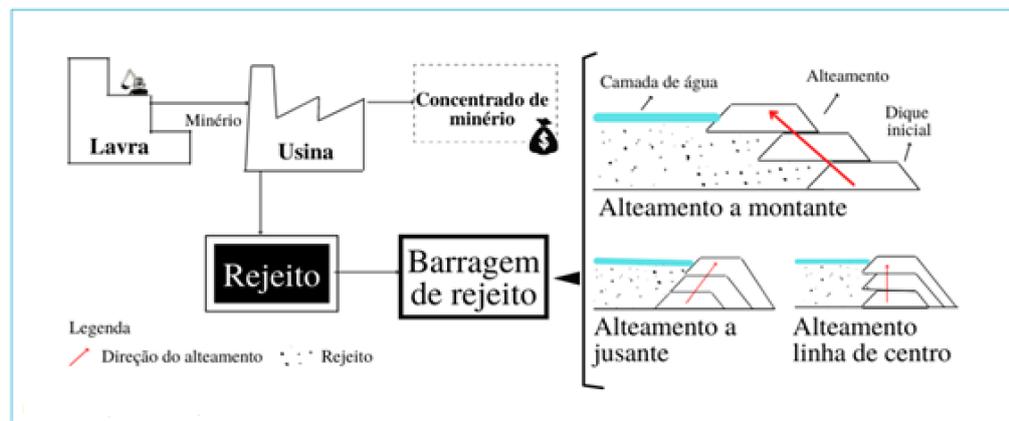


Figura 2.3: Infográfico sobre a geração de rejeitos e métodos de alteamento de barragens de rejeitos (Massignan e Sánchez, 2022).

### Pilhas de rejeito filtrado

Rejeitos filtrados são uma classe de rejeitos de mineração que passam por um processo de remoção de água capaz de alterar a consistência do material de lama para a consistência de um solo úmido. Assim, o material pode deixar de se comportar como um fluido, podendo ser compactado e analisado à luz da mecânica dos solos (MEND, 2017). O processo de filtragem resulta em um material mais resistente e com menor suscetibilidade à liquefação. Porém, a redução no risco à liquefação sísmica passa pelo controle do teor de umidade e do grau de compactação do rejeito filtrado.

Tipicamente, rejeitos filtrados compactados são utilizados como contenção para outros rejeitos (MEND, 2017). Quando compactados, tais materiais apresentam baixa condutividade e elevada resistência e rigidez em comparação com o material em consistência de lama (Lupo e Hall, 2011). Além disso, o empilhamento de rejeitos filtrados possibilita o maior controle na sequência construtiva e na geometria final dos rejeitos.

Para lidar com a variação do rejeito e das condições climáticas durante o empilhamento, as pilhas são divididas em zonas estruturadas, compostas por material compactado e de umidade controlada, e zonas não-estruturadas, compostas por material menos compacto e com teores mais elevados de umidade (Davies, 2011). Esse zoneamento de igual modo contribui na redução dos custos de compactação e na otimização da disposição de rejeitos. A Figura 2.4 apresenta o sistema de produção e empilhamento de rejeitos filtrados. Nessa figura é possível perceber a redução de consumo de água resultante da reutilização que o sistema proporciona (Davies,

2011; Lupo e Hall, 2011). A recuperação de água é extremamente importante em ambientes áridos (onde o valor da água é elevado) e em locais nos quais o suprimento de água é regulado (Davies, 2011).

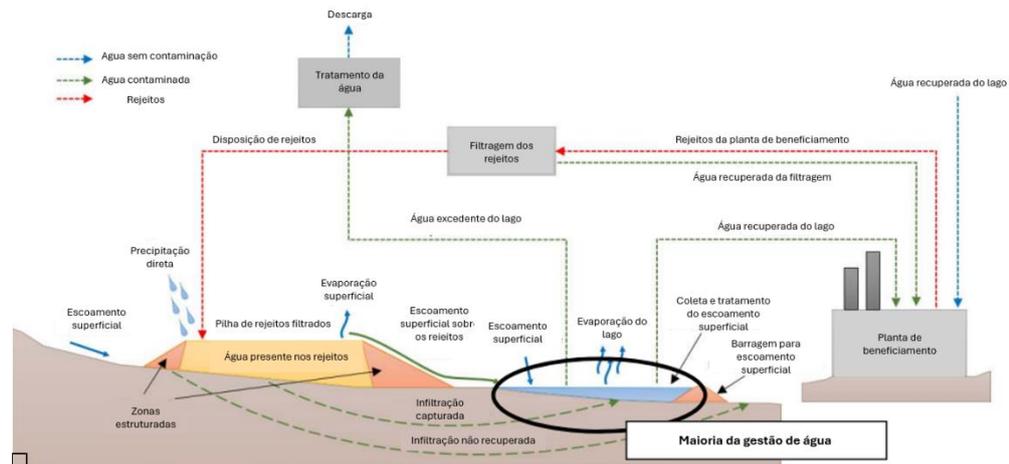


Figura 2.4: Representação esquemática do processo de filtração de rejeitos (Adaptado de MEND, 2017).

Ademais, os rejeitos filtrados são afetados pelo tamanho e pela plasticidade das partículas. Partículas finas e com elevada plasticidade são mais difíceis de filtrar, pois o manejo e o transporte dos rejeitos tornam-se mais difíceis (Davies, 2011). Em ambientes úmidos essas dificuldades são agravadas. Portanto, entre as limitações do empilhamento a seco destacam-se: dificuldade de utilização em rejeitos com elevado teor de finos; dificuldade de utilização em locais de climas úmidos e frios (MEND, 2017).

Em relação ao projeto de pilhas de rejeitos filtrados, é recomendado que os materiais sejam testados em um intervalo de densidades e de teores de umidade para refletir a variabilidade dos materiais que podem ser utilizados nas pilhas (Lupo e Hall, 2011). Além do que, para permitir a construção de pilhas mais altas e mais íngremes, é possível utilizar agentes cimentantes. A estabilização química contribui na redução do risco de liquefação, reduz deformações e aumenta a resistência do rejeito tratado (Mafessoli *et al.*, 2023).

### 2.1.3 Comportamento mecânico de rejeitos de mineração de ferro

Os rejeitos de ferro podem ser classificados como materiais granulares, portanto podem ser analisados de acordo com os fundamentos da mecânica dos solos clássica (Silva *et al.*, 2024). Os solos granulares consistem em um arranjo irregular de partículas com diferentes geometrias. Quando esses solos são submetidos a um carregamento, forças de atrito atuam nos contatos entre cada partícula, resultando na resistência ao cisalhamento. Além disso, parte dessa resistência decorre do rearranjo e da reorientação das partículas.

Os fatores que afetam a resistência ao cisalhamento de solos granulares estão relacionados às características dos grãos, à estrutura do solo e ao carregamento aplicado. Em relação aos grãos pode-se citar: a distribuição granulométrica, bem como o formato, o tamanho e a resistência dos grãos. Alguns formatos de partículas são mais susceptíveis à quebra de grãos, como por exemplo o formato achatado (Consoli *et al.*, 2024a). Assim, sob tensões elevadas, a distribuição granulométrica pode ser modificada devido ao cisalhamento.

Sobre a estrutura do solo pode-se citar o índice de vazios e o arranjo entre as partículas (*fabric*). Por fim, sobre o carregamento pode-se citar os seguintes fatores: a tensão confinante, a tensão principal intermediária, as trajetórias de tensões e a velocidade de carregamento. Ademais, o teor de ferro também afeta o comportamento mecânico em rejeitos de mineração de ferro (Carneiro *et al.*, 2023).

Presotti (2002), através de ensaios triaxiais drenados, demonstrou que o aumento do teor de ferro tende a proporcionar um acréscimo no valor do ângulo de atrito de pico. Contudo, essa influência tende a ser maior para amostras mais densas e diminuir com a elevação do índice de vazios. Esse acréscimo também afeta o ângulo de atrito residual. Portanto, pode-se dizer que as partículas de ferro têm efeito marcante durante o processo de cisalhamento e realmente influenciam os parâmetros de resistência (Presotti, 2002). A Figura 2.5 apresenta o efeito do teor de ferro no ângulo de atrito de pico e a Figura 2.6 apresenta esse efeito sobre o ângulo de atrito de pico.

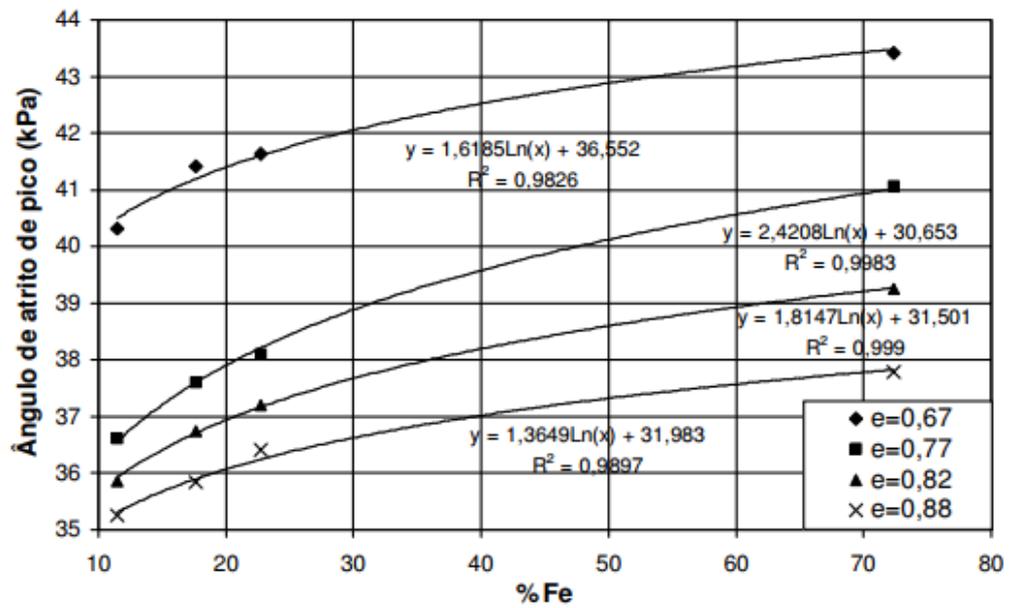


Figura 2.5: Tendência de correlação entre o teor de ferro e o ângulo de atrito (Presotti, 2002).

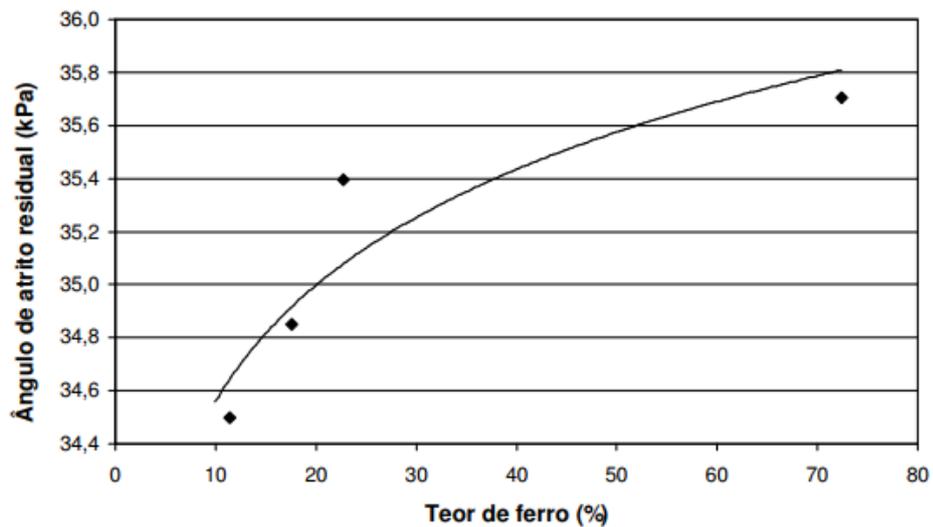


Figura 2.6: Valores médios do ângulo de atrito residual em função do teor de ferro (presotti, 2002).

De acordo com Presotti (2002), o teor de ferro influencia os valores da compactidade máxima e mínima do rejeito pois os valores de índices de vazios máximo e mínimo tendem a aumentar

com o aumento do teor de ferro. Além do mais, o aumento do teor de ferro resulta na diminuição do diâmetro das partículas do rejeito e com isso ocorre o aumento dos valores de índices de vazios. A

Figura 2.7 apresenta o efeito do teor de ferro na compactidade.

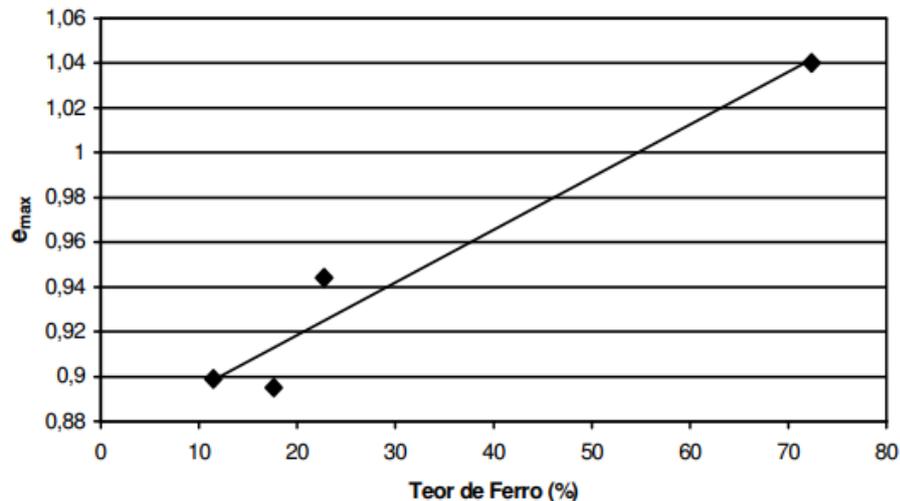


Figura 2.7: Variação do  $e_{max}$  em função do teor de ferro (Presotti, 2002).

Segundo (Hernandez, 2007), em rejeitos de mineração de ferro, a condutividade hidráulica diminui à medida que o peso específico seco aumenta. Isso ocorre, pois, estruturas mais densas apresentam menores vazios e por consequência menores valores de condutividades hidráulicas. Além disso, o alto teor de ferro nos rejeitos está relacionado com a redução do diâmetro das partículas e com o aumento do peso específico seco. A Figura 2.8 apresenta a relação entre o teor de ferro e o peso específico e a Figura 2.9 apresenta a relação entre condutividade hidráulica e peso específico. As amostras utilizadas na Figura 2.9 foram classificadas conforme o material (Ferro, Fe), a concentração do minério (C) e a vazão utilizado no processo de segregação hidráulica (Q).

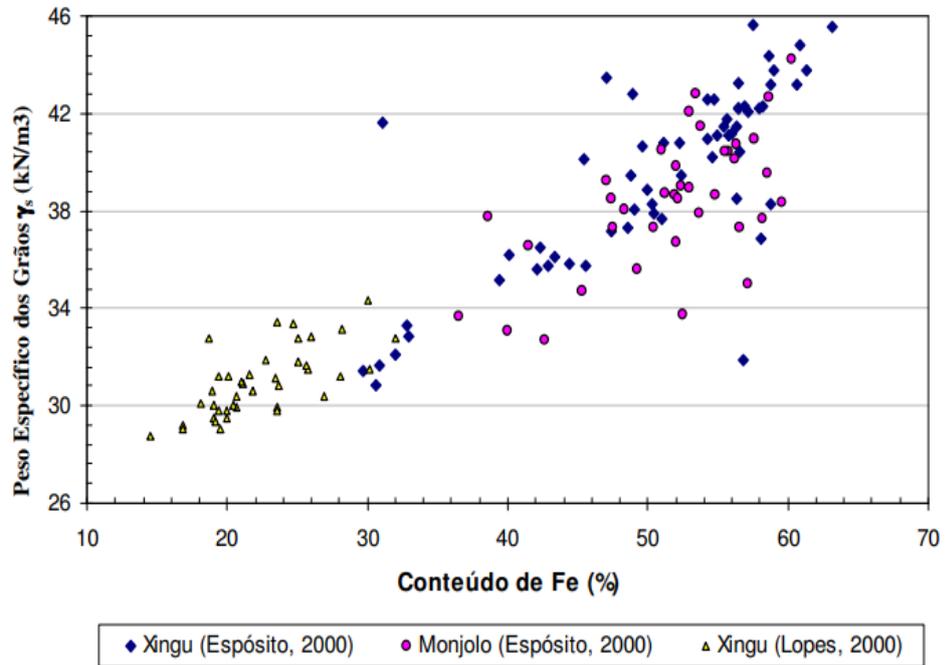


Figura 2.8: Relação entre o peso específico dos grãos e o teor de ferro (Hernandez, 2007).

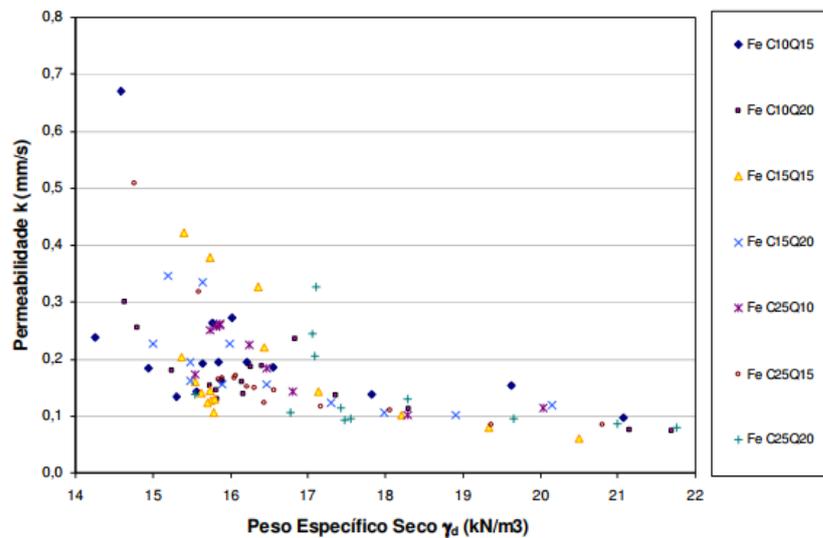


Figura 2.9: Relação entre a condutividade hidráulica e o peso específico seco em amostras de rejeito de minério de ferro (Hernandez, 2007).

Para simular a heterogeneidade decorrente da técnica de aterro hidráulico em rejeitos de minério de ferro, Santos e Ribeiro (2007) realizaram ensaios de simulação de deposição hidráulica. Após esses ensaios, amostras foram retiradas e valores de condutividade hidráulica foram obtidos. Destaca-se que os referidos autores coletaram amostras em pontos distintos, sendo o critério de coleta baseado na distância do ponto de lançamento dos rejeitos. Desse modo, foi possível estabelecer um perfil dos rejeitos ao longo do reservatório. A Figura 2.10 apresenta a condutividade hidráulica em relação ao teor de ferro.

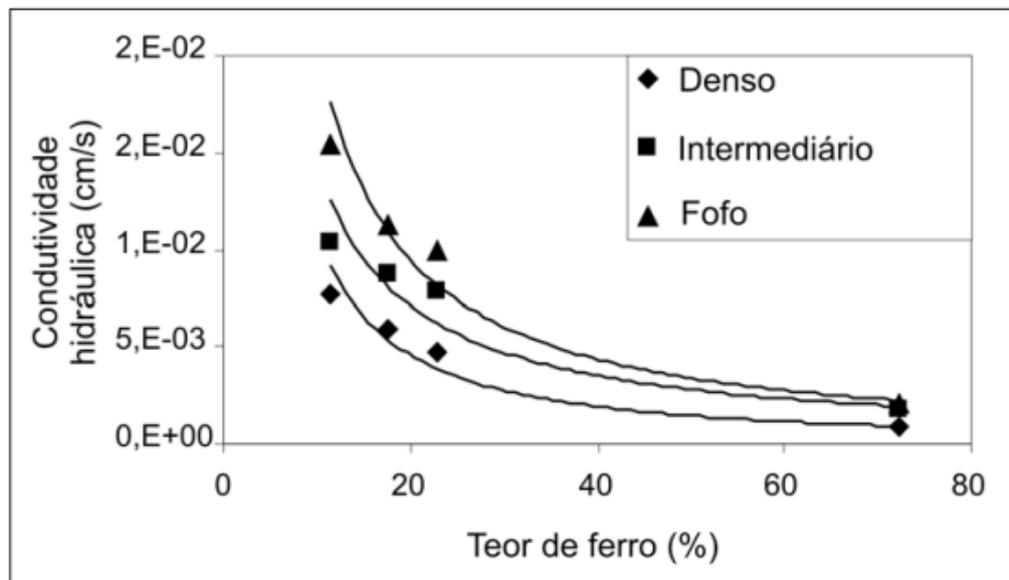


Figura 2.10: Tendência de correlação entre o teor de ferro e a condutividade hidráulica das amostras obtidas no equipamento de deposição hidráulica (Santos, 2007).

Robertson et al. (2019) realizaram diversos ensaios em amostras coletadas na Barragem B1 (Mina Córrego do Feijão – Brumadinho/MG). A partir destes ensaios foi possível concluir que os rejeitos granulares possuem um teor de finos entre 20 e 50%, são mal graduados e não plásticos. Os rejeitos finos possuem um teor de finos entre 50 e 90%. E as lamaz possuem um teor de finos de 100% e um índice de plasticidade de 18%. A Figura 2.11 apresenta a distribuição granulométrica das amostras analisadas. Logo é possível reafirmar a variabilidade dos rejeitos de mineração como demonstrado por Carneiro et al., (2023).

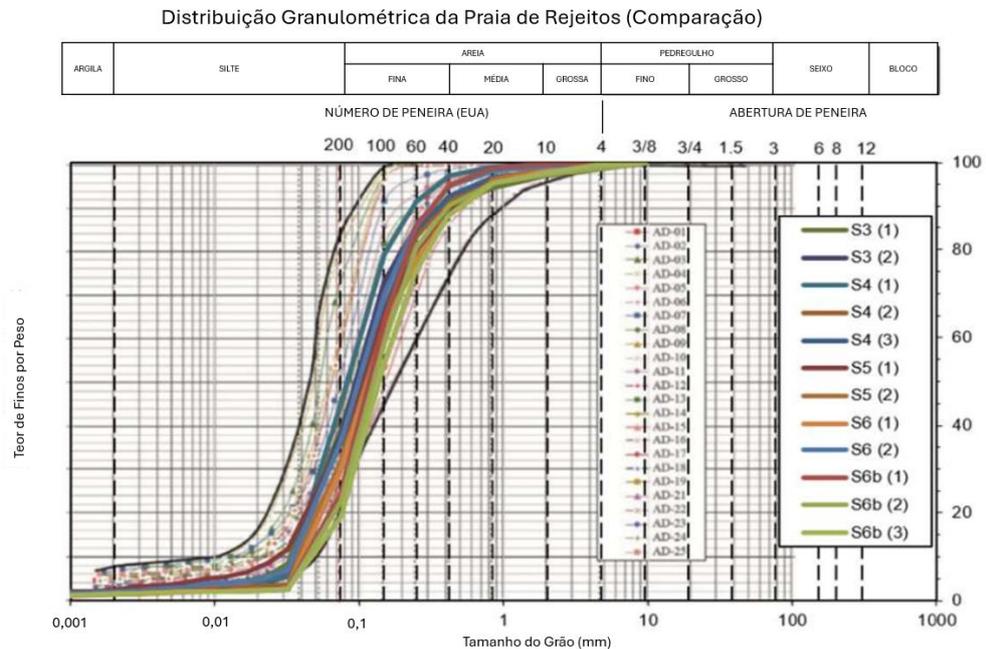


Figura 2.11: Comparação das curvas de distribuição granulométrica de rejeitos de mineração de ferro (adaptado de Robertson *et al.*, 2019).

Além disso, Robertson *et al.* (2019) analisou a composição mineralógica dos rejeitos e encontrou um elevado teor de ferro (maior que 50%) e um baixo teor de quartzo (inferior a 10%). Os minerais ferrosos encontrados foram hematita, goethita e magnetita.

Wolff (2009) realizou ensaios de microscopia eletrônica por varredura (MEV) em rejeitos de mineração de ferro (Figura 2.12) e ao medir as dimensões das partículas obteve uma relação da ordem 1,6:1 (comprimento: largura). Essa relação corrobora a não esfericidade das partículas de rejeitos de mineração de ferro. Da mesma forma, Robertson *et al.* (2019) realizaram ensaios MEV em rejeitos granulares e lamelas de minério de ferro e concluíram que ambos os materiais apresentam superfícies sub-angulosas a angulosas, com superfícies ásperas e, frequentemente, furadas.

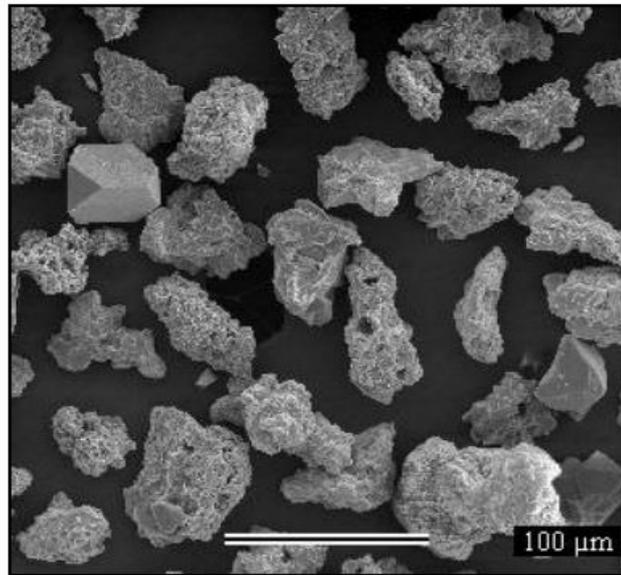


Figura 2.12: Micrografia MEV da amostra Carajás (Wolf, 2009).

#### 2.1.4 Comportamento anisotrópico em rejeitos de mineração

Em barragens de rejeitos ocorre a deposição por gravidade. Tal processo pode resultar na anisotropia do material e afetar a estabilidade da barragem. Para investigar a anisotropia em barragens de rejeito, Chen et al. (2011) realizaram ensaios de cisalhamento direto com a variação desses planos de cisalhamento e obtiveram diferentes valores de ângulo de atrito de pico. Através destes resultados, foi proposta uma equação relacionando o ângulo de atrito e o ângulo do plano de cisalhamento. Esta equação foi implementada no método de fatias de Bishop para cálculo de estabilidade de taludes e resultou em um fator de segurança 8,19% inferior ao material isotrópico (Chen *et al.*, 2011).

Em solos, a anisotropia pode ser inerente ou induzida. Segundo Casagrande e Carrillo (1944) apud Yang (2013), a anisotropia inerente corresponde a uma estrutura estável que decorre da atuação da gravidade sobre as partículas do solo. Por outro lado, a anisotropia induzida é decorrente da mudança do arranjo de partículas e de seus vazios associados, que ocorre quando a aplicação de um carregamento resulta em plastificação (Oda, Nemat-Nasser e Konishi, 1985). Esse novo arranjo corresponde a uma estrutura estável em relação às forças atuantes.

A separação dos efeitos pode ser observada através de ensaios de cisalhamento direto, visto que o processo de deposição permite o surgimento de um plano inicialmente isotrópico (Wong e

Arthur, 1985). Com a alteração da direção da deposição é possível identificar o efeito da anisotropia inerente. Porém, independente do estado inicial, a deformação sofrida pelo corpo de prova irá resultar em anisotropia induzida, em função da reorientação das partículas. Além disso, os efeitos da anisotropia foram identificados através do recarregamento do corpo de prova com a alteração da direção da tensão principal (Wong e Arthur, 1985). A Figura 2.13 apresenta o plano inicialmente isotrópico.

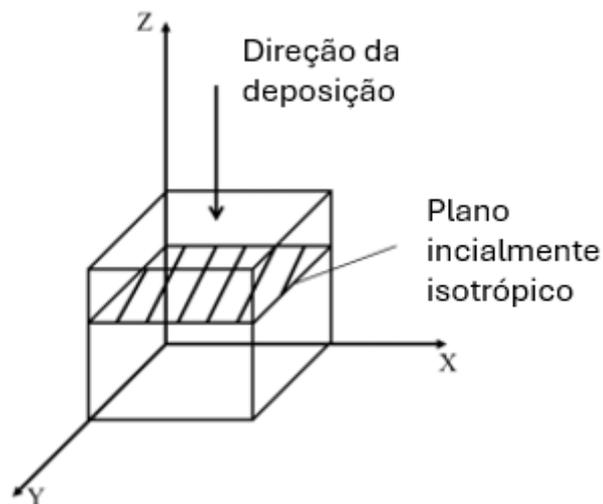


Figura 2.13: Ilustração do plano inicialmente isotrópico (adaptado de Wong e Arthur, 1985).

Segundo Yang (2013), a anisotropia ocorre tanto em partículas angulosas quanto em partículas esféricas, porque as áreas verticais e horizontais de contato são diferentes. Portanto, partículas esféricas podem desenvolver uma estrutura anisotrópica. Além disso, a resistência ao cisalhamento e a deformabilidade em solos granulares depende da condição inicial do *fabric* da massa de solo. Pois essa condição inicial afeta a resposta tensão-deformação quando ocorre a variação da direção das tensões principais.

Do ponto de vista micromecânico, três fontes para a anisotropia podem ser definidas (Oda, Nemat-Nasser e Konishi, 1985): a distribuição dos contatos entre partículas; o alinhamento preferencial de partículas não esféricas e o alongamento dos vazios (mudança no formato).

Durante o cisalhamento, novos contatos são formados, com a mesma direção da compressão máxima, e alguns são perdidos. Em relação à orientação das partículas, o eixo maior dos grãos

tende a se alinhar na horizontal devido ao processo de deposição. Mas, as deformações resultam na rotação das partículas. Em relação aos vazios, no começo do cisalhamento os vazios são pequenos e sem formato específico. Entretanto, com o aumento da deformação, os vazios se conectam para formar vazios alongados paralelos à direção de compressão máxima (Oda, Nemat-Nasser e Konishi, 1985). A Figura 2.14 apresenta as fontes da anisotropia apresentadas.

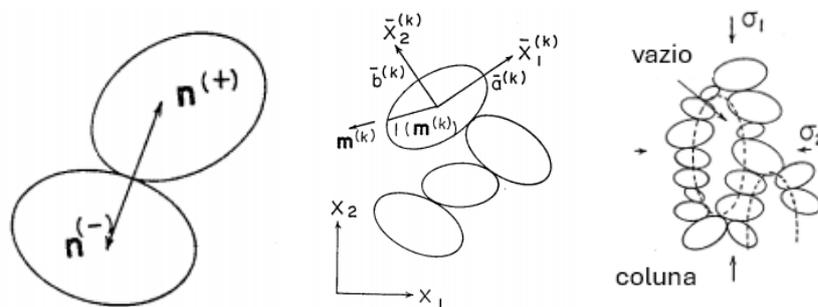


Figura 2.14: Distribuição dos contatos entre partículas (esquerda); orientação das partículas alongadas (centro); alongamento dos vazios (direita) (adaptado de Oda; Nemat-Nasser; Konishi, 1985).

Ni et al. (2022) estudaram a influência da anisotropia na resposta de um solo nos casos de liquefação e reliquefação (processo decorrentes de tremores secundários que ocorrem depois do sismo principal). Nesse estudo, dois grupos de triaxiais cíclicos foram realizados em uma areia sub-angular (areia de Toyoura) com a mesma densidade relativa. O primeiro grupo era composto por amostras moldadas através da compactação úmida (*moist tamping*) e o segundo grupo através do método de pluviação via ar. A pesquisa objetivava identificar o efeito da anisotropia inicial e da anisotropia induzida no comportamento durante a reliquefação. Após a análise dos resultados foi identificado que a anisotropia inicial afeta o comportamento durante a liquefação inicial (Figura 2.15), mas não afeta o comportamento durante a reliquefação, pois a estrutura inicial é completamente destruída durante as elevadas deformações que ocorrem durante a liquefação.

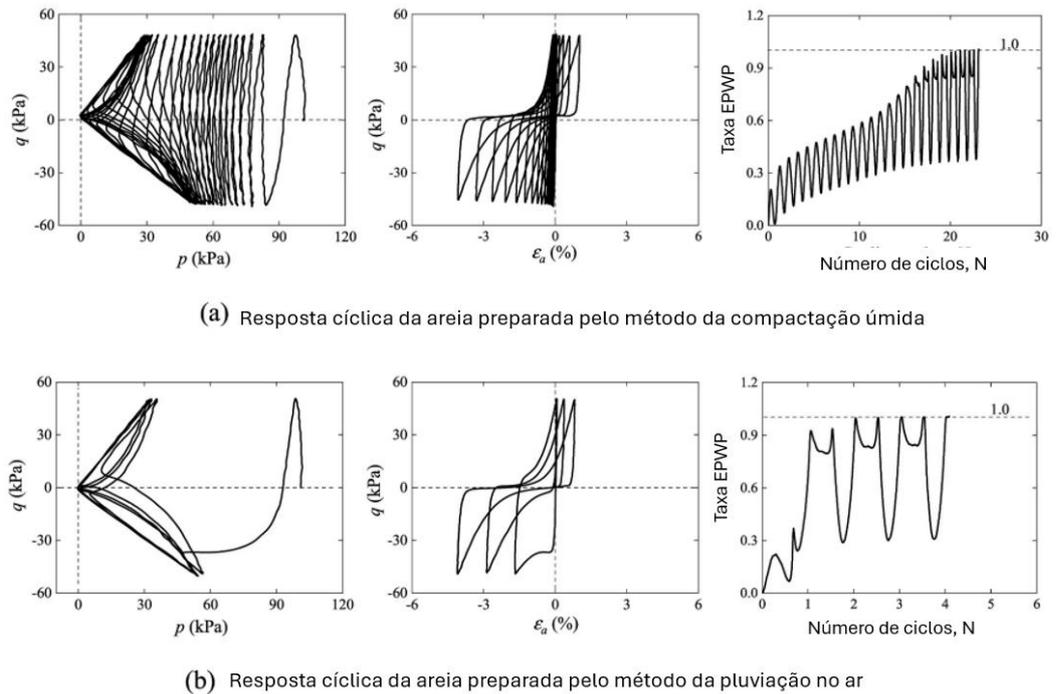


Figura 2.15: Resposta à liquefação inicial em areia com grau de compactação intermediário ( $D_r = 60\%$ ,  $q_{ciclos} = 50$  kPa,  $p_0 = 100$  kPa) (adaptado de Ni *et al.*, 2022).

## 2.2 COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MISTURAS SOLO-CIMENTO

### 2.2.1 Estabilização de solos com cimento

A estabilização de solos consiste em um método utilizado para melhorar as propriedades geomecânicas deste material. Dentre as propriedades que podem ser alteradas, pode-se citar: resistência, rigidez, compressibilidade, permeabilidade, trabalhabilidade, sensibilidade à água, tendência à mudança de volume, potencial de inchaço e suscetibilidade ao gelo (Mafessoli, 2022).

Tal método engloba processos físicos ou químicos. Os processos físicos envolvem a alteração da curva granulométrica do material ou a compactação. Por outro lado, os processos químicos envolvem a inserção de materiais reativos como, por exemplo, os materiais cimentantes (Winterkorn e Fang, 1991).

Dentre os materiais cimentantes, pode-se citar o cimento Portland, que é um dos materiais mais utilizados na estabilização química (Ingles e Metcalf, 1972). Os principais usos da mistura solo-cimento são: a estabilização de bases de pavimentos rígidos e flexíveis e de sub-bases, de núcleos de barragens, de camadas de solo abaixo das fundações, de taludes e de solos sujeitos ao congelamento (Winterkorn e Fang, 1991).

O cimento Portland pode ser empregado em diversos tipos de solos (inclusive aqueles com elevado teor de matéria orgânica). Contudo, os teores de cimento aplicado devem ser compatíveis com o tipo de solo, visto que pequenas quantidades de cimento (até 2%) são capazes de modificar as propriedades do solo e teores elevados de cimento podem alterar drasticamente as propriedades (Ingles e Metcalf, 1972).

Como a estabilização com cimento decorre de reações químicas, fatores que não são considerados, normalmente, na mecânica dos solos afetam a resistência no campo, como por exemplo o pH do solo e a presença de sulfatos (Terashi, 1997). Assim, os seguintes fatores devem ser considerados: características do agente cimentante; características do solo; condições de mistura e condições de cura. Também cabe destacar que a resistência obtida em ensaios de laboratório fornece uma estimativa da resistência real do campo. Portanto, testes no campo devem ser realizados e comparados com o projeto para que a dosagem (a ser utilizada) seja definida (Terashi, 1997).

## 2.2.2 Parâmetros que controlam o comportamento

Os fatores predominantes que controlam a resistência em solos artificialmente cimentados são os seguintes: o teor de cimento; o grau de compactação e o teor de umidade (Consoli *et al.*, 2007). Além desses fatores, deve-se destacar a temperatura e o tempo de cura (Corte, 2020), pois influenciam as reações químicas causadas pela adição de cimento ao solo.

### 2.2.2.1 Porosidade

Consoli *et al.* (2007) realizaram ensaios de compressão simples em areias artificialmente cimentadas. Através desses ensaios foi observado que o aumento da porosidade reduz a resistência à compressão simples de forma exponencial. Essa tendência foi identificada em corpos de prova com diferentes teores de cimento e pode ser explicada pela redução do número de contatos. A Figura 2.16 apresenta tais resultados.

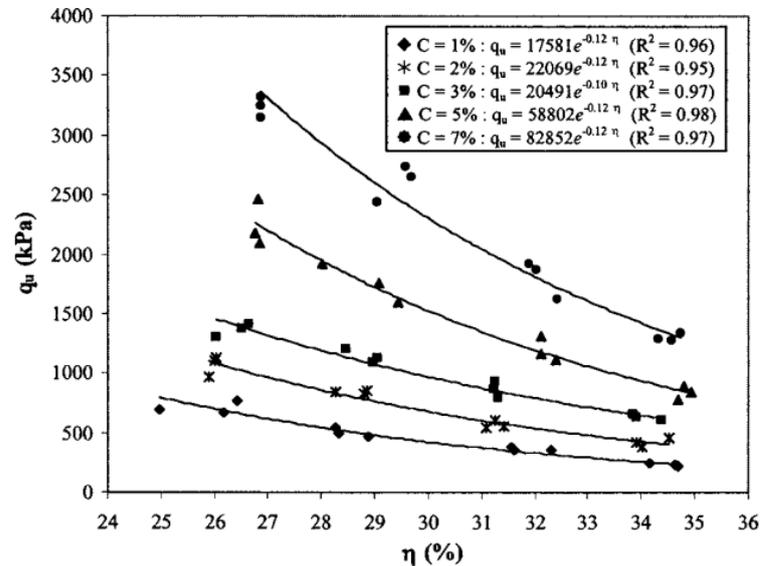


Figura 2.16: Variação da resistência à compressão não confinada em função da porosidade (Consoli *et al.*, 2007).

#### 2.2.2.2 Teor de cimento

As propriedades de solos variam com o aumento do teor de cimento, como por exemplo, o aumento da rigidez e da resistência à compressão. O ganho de resistência, em geral, segue uma tendência linear em relação à cimentação. No entanto, ocorrem diferentes taxas de ganho de resistência em diferentes solos (Ingles e Metcalf, 1972).

Através de ensaios de compressão simples, Consoli et al. (2007) concluíram que a resistência aumenta aproximadamente de forma linear com o aumento do teor de cimento. De igual forma, a taxa de ganho de resistência aumenta com a redução da porosidade, o que indica que a efetividade da cimentação é maior em misturas mais compactas. A Figura 2.17 apresenta tais resultados.

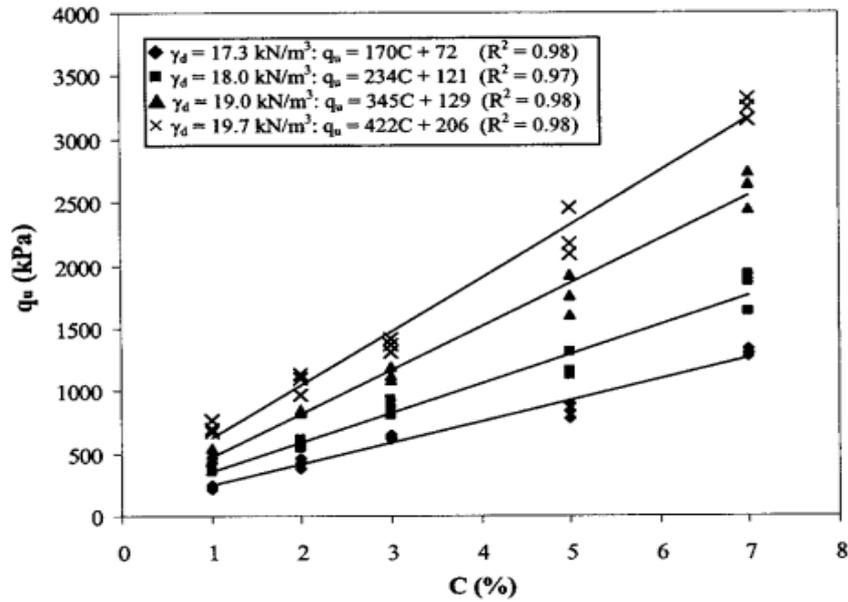


Figura 2.17: Variação da resistência à compressão não confinada em função do teor de cimento (Consoli *et al.*, 2007).

### 2.2.2.3 Teor de umidade

Através de ensaios em areias artificialmente cimentadas, Consoli *et al.* (2007) observaram que a resistência aumenta com o aumento do teor de umidade, até um valor máximo, após isto, a resistência diminui. A variação na resistência pode estar relacionada com a estrutura criada durante a cura (Consoli *et al.*, 2017). Somado a isso, o teor de umidade tem papel fundamental na formação desta estrutura (Consoli *et al.*, 2007; Consoli *et al.*, 2011). A Figura 2.18 apresenta o efeito do teor de umidade na resistência à compressão simples.

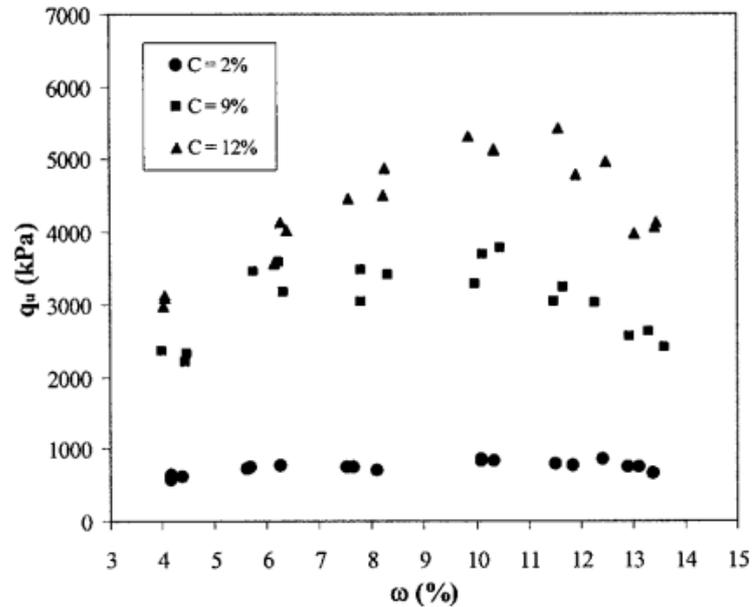


Figura 2.18: Efeito do teor de umidade de moldagem na resistência à compressão não confinada (Consoli et. al, 2007).

#### 2.2.2.4 Tempo de cura

Consoli, Cruz e Floss, (2011) avaliaram a influência do tempo de cura na resistência à compressão simples de uma areia artificialmente cimentada. Tais autores analisaram três tempos de cura (2, 7 e 28 dias) e concluíram que quanto maior o tempo de cura, maior será a resistência. Além disso, o ganho de resistência, decorrente do tempo de cura, é afetado pela porosidade e pelo teor de cimento. A Figura 2.19 apresenta os resultados analisados para um teor de cimento constante de 7% e a Figura 2.20, os resultados analisados com porosidade constante.

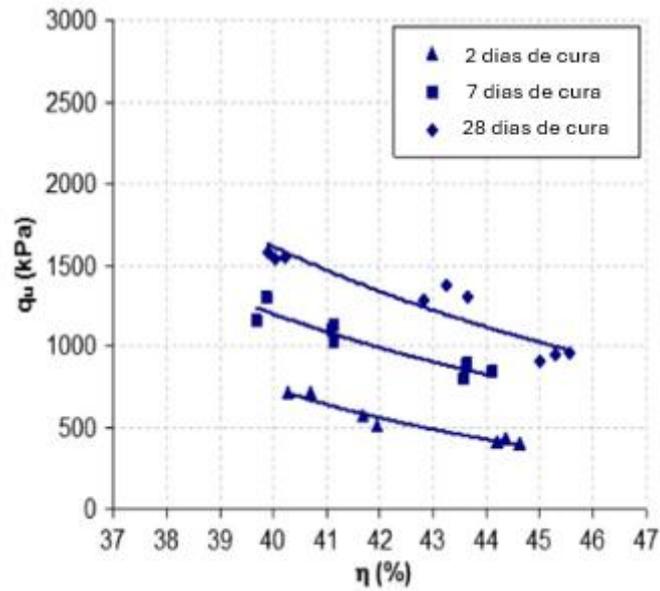


Figura 2.19: Variação da resistência à compressão simples em função da porosidade para diferentes tempos de cura (adaptado de Consoli; Cruz; Floss, 2011).

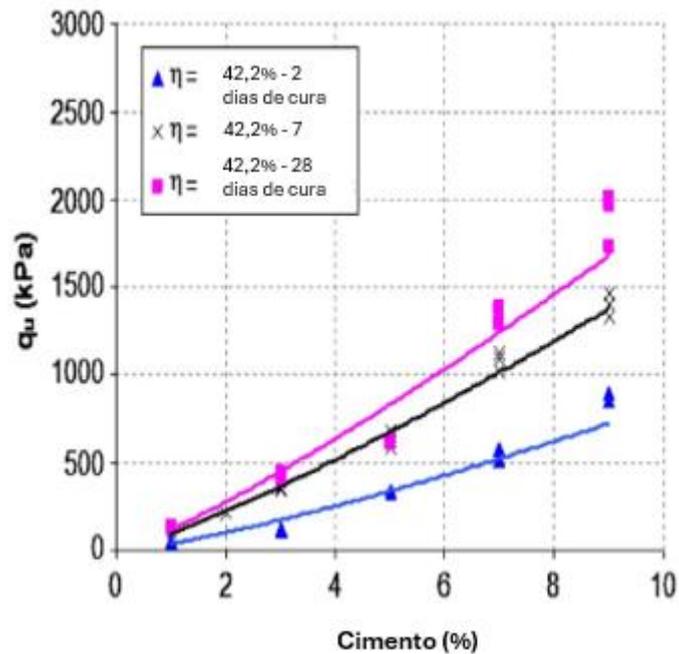


Figura 2.20: Variação da resistência à compressão simples em função do teor de cimento para diferentes tempos de cura (adaptado de Consoli; Cruz; Floss, 2011).

### 2.2.3 Resposta tensão-deformação sob compressão triaxial convencional

Ao analisar areias naturalmente e artificialmente cimentadas, Clough et al. (1981) identificaram uma transição no modo de ruptura em decorrência do aumento da tensão de confinamento. Em baixas tensões a ruptura é frágil e se torna dúctil com o aumento do confinamento. As amostras com menor teor de cimento apresentaram transição em valores menores de confinamento. Isso ocorre em função de que em baixas tensões confinantes a componente cimentação é mais relevante que a componente friccional da resistência, porém, com o aumento do confinamento a componente friccional se torna predominante. Por outro lado, nos casos de teor elevado de cimentação, a componente cimentação é predominante apesar da tensão confinante.

Coop e Atkinson (1994) descreveram o comportamento idealizado de solos cimentados e definiram três grupos (Figura 2.21). O primeiro grupo ocorre quando o solo atinge o ponto de plastificação durante a compressão isotrópica. Após esse ponto, o cisalhamento apresentará um comportamento semelhante ao de um solo não estruturado. O segundo grupo ocorre em uma tensão confinante intermediária, na qual as ligações cimentícias estão intactas no início do cisalhamento. Tais ligações serão quebradas durante o cisalhamento e a resistência é governada pelo comportamento friccional do solo desestruturado. Somado a isso, a curva tensão-deformação apresenta um ponto de plastificação bem definido após um trecho inicial elástico. O terceiro grupo consiste em solos cisalhados em baixas tensões confinantes (em relação a resistência da cimentação). Assim, ocorre um pico (no gráfico tensão-deformação) em baixas deformações. E nesse caso, o pico se encontra fora da envoltória de resistência do solo não cimentado.

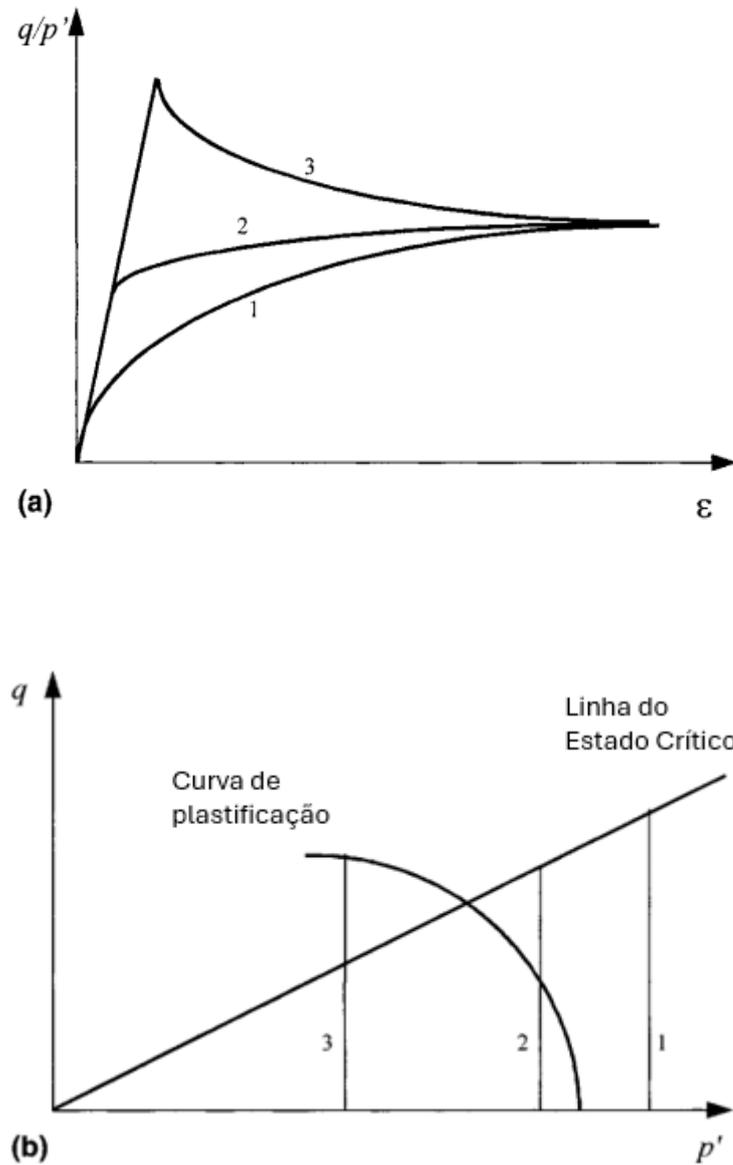


Figura 2.21: Comportamento idealizado de solos cimentados: (a) Curvas tensão-deformação; (b) caminhos de tensões efetivas (adaptado de Coop e Atkinson, 1993).

Cuccovillo e Coop (1999) estudaram dois solos (arenito de sílica e calcarenito) naturalmente cimentados e definiram dois tipos de comportamento predominante: friccional e coesivo. No comportamento friccional (arenito de sílica), uma envoltória isotrópica paralela à linha do estado crítico (LEC) foi observada, e como a cimentação era fraca, o *fabric* foi o componente estrutural mais importante. No comportamento coesivo (calcarenito), a estrutura dependia principalmente das fortes ligações cimentícias. Além disso, a envoltória isotrópica não era

paralela à LEC, e, portanto, os conceitos de lado seco e úmido (em relação à LEC) não serviam para diferenciar os modos de comportamento durante o cisalhamento.

#### 2.2.4 Compressão hidrostática

Coop e Atkinson (1994) avaliaram o comportamento de um solo cimentado através de ensaios de compressão hidrostática e compressão unidimensional. Tais autores constataram que a matriz cimentícia resiste ao confinamento (no intervalo entre 50 kPa a 70 MPa) e previne a quebra de partículas. Em ambos os ensaios a cimentação resulta no deslocamento (à direita) da curva de consolidação. Ou seja, o material estruturado atinge estados impossíveis para o material não estruturado durante a compressão isotrópica.

Cuccovillo e Coop (1999) avaliaram o efeito da cimentação em uma areia carbonática (naturalmente cimentada) através de ensaios de compressão hidrostática. A partir desses ensaios foi possível perceber que a cimentação resulta em endurecimento e aumento do trecho inicial elástico da curva tensão-deformação. Ademais, a quebra de partículas não foi observada na areia cimentada, mas foi observada na areia não-cimentada. De igual modo, os autores avaliaram o efeito da intensidade da cimentação em areias fracamente e fortemente cimentadas. E concluíram que, em areias fracamente cimentadas, a plastificação ocorre antes de atingir a linha de compressão isotrópica (LIC). Por outro lado, em areias fortemente cimentadas, a plastificação ocorre após a LIC do respectivo solo não cimentado. A Figura 2.22 apresenta uma comparação esquemática do efeito da intensidade da cimentação no comportamento referente à compressão isotrópica.

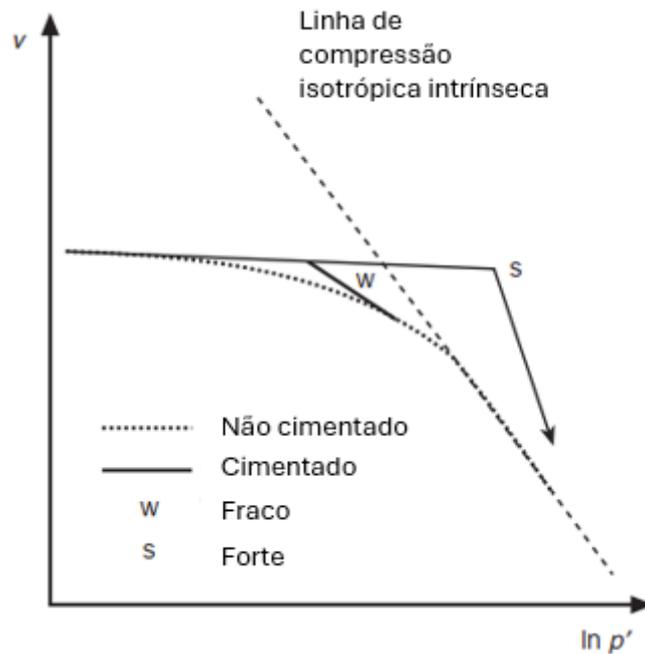


Figura 2.22: Comparação esquemática da compressão isotrópica entre areias carbonáticas fortemente e fracamente cimentadas (adaptado de Cuccovillo e Coop, 1999).

### 2.2.5 Compressão triaxial

Em relação à resposta tensão-deformação, Clough et al. (1981) realizaram ensaios triaxiais consolidados isotropicamente drenados (Figura 2.23) e destacaram três fenômenos observados: a resistência ao cisalhamento de pico aumenta com o grau de cimentação; a deformação relativa à tensão máxima diminui com o grau de cimentação; e o aumento de volume ocorre em um intervalo menor de deformação axial à medida que o teor de cimento aumenta.

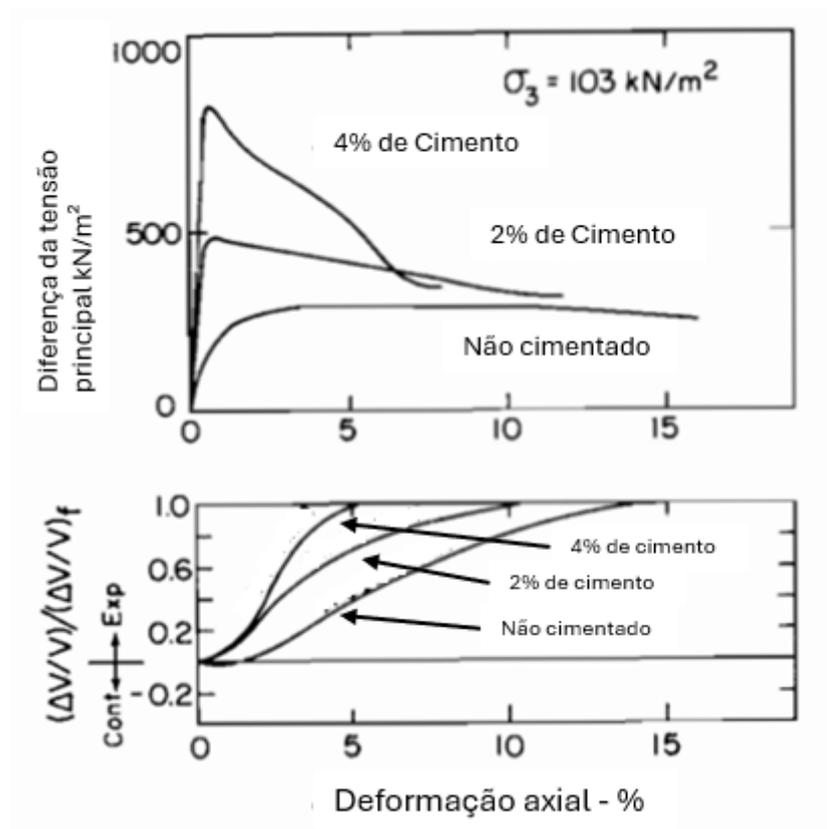


Figura 2.23: Comparação das curvas tensão-deformação e das curvas de variação volumétrica em areias cimentadas e não cimentadas. (adaptado de Clough *et. al.*, 1981).

Em geral, o comportamento tensão-deformação de solos cimentados pode ser descrito como inicialmente rígido, aparentemente linear até um ponto de plastificação bem definido. A partir de tal ponto, o solo sofre deformações plásticas até a ruptura. Conforme o teor de cimento aumenta, a resistência máxima e a rigidez inicial aumentam. Diferentemente do solo não cimentado, solos cimentados apresentam ruptura frágil com planos de cisalhamento bem definidos. Este comportamento frágil aumenta com a elevação do teor de cimento e diminui com o aumento da tensão média efetiva.

Em relação à deformação axial, a deformação na ruptura diminui com o aumento do teor de cimento e com a redução da tensão média efetiva. Em relação à variação volumétrica, amostras cimentadas apresentam compressão inicial seguida de expansão elevada. Além disso, o valor máximo de dilatação ocorre após o pico de resistência, e reduz à medida que o solo atinge uma condição final estável (Schnaid, Prietto e Consoli, 2001). A Figura 2.24 apresenta o efeito da

variação do teor de cimento no comportamento, e sugere a existência de um estado último que não é afetado pela cimentação.

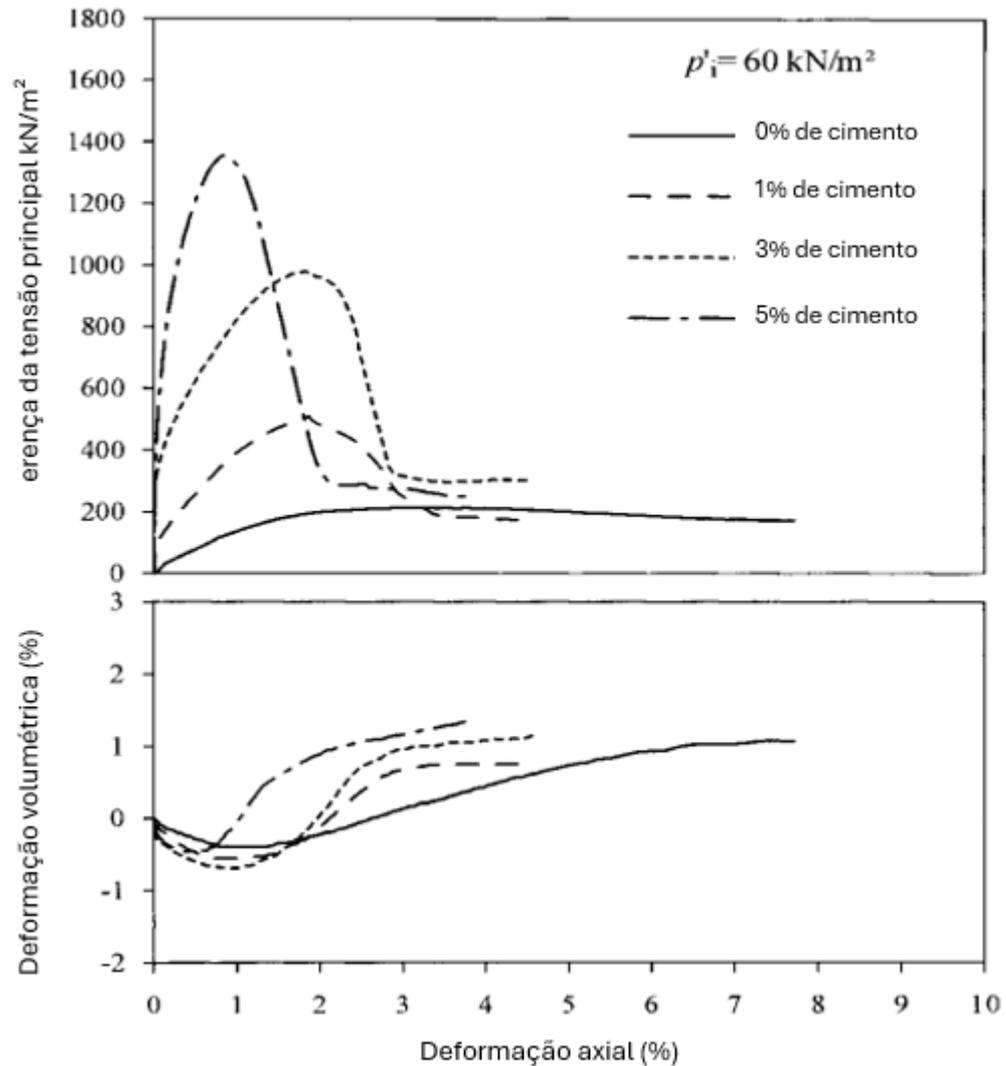


Figura 2.24: Resposta tensão-deformação para diferentes teores de cimento (adaptado de Schnaid, Prietto e Consoli, 2001).

### 2.2.6 Triaxial cúbico

O ensaio triaxial verdadeiro possibilita o controle independente das tensões principais. Isso permite a realização de ensaios através de diferentes caminhos de tensões. Além disso, é possível avaliar os efeitos da direção da tensão principal e da magnitude relativa da tensão intermediária no comportamento geomecânico.

### 2.2.6.1 Efeitos da direção da tensão principal

Devido ao processo de deposição por gravidade, os solos podem apresentar uma anisotropia transversa (Miura, Toki e Miura, 1986). Esse tipo de anisotropia consiste em um plano isotrópico que é perpendicular à direção de deposição. Devido a essa anisotropia, a direção da tensão principal afeta a resistência ao cisalhamento dos solos. Segundo Yang (2013), em geral, a maior resistência é obtida quando a direção do carregamento é paralela à direção de deposição. De igual forma, a resistência diminui com o aumento do ângulo  $\alpha$  (ângulo entre a tensão principal maior e o eixo vertical).

Miura, Miura e Toki (1986) realizaram ensaios no equipamento *hollow cylinder* em areias densas e verificaram o efeito da direção das tensões principais, em que  $F$  é o ângulo entre a direção de deposição das partículas e a tensão principal maior. Em cada ensaio foram mantidos constantes: a direção da tensão principal, o valor da tensão média ( $p'$ ) e o parâmetro  $b$  da tensão intermediária. A Figura 2.25 demonstra os efeitos da estrutura anisotrópica inicial dos corpos de prova analisados. Segundo os autores, a resistência ao cisalhamento é mínima quando o plano de ruptura se alinha ao plano de menor resistência (*bedding plane*). O plano de menor resistência pode ser explicado, do ponto de vista microscópico, através do intertravamento entre os grãos alongados da areia e da direção preferencial desses grãos (Miura, Toki e Miura, 1986). A Figura 2.26 apresenta uma ilustração esquemática do plano de menor resistência.

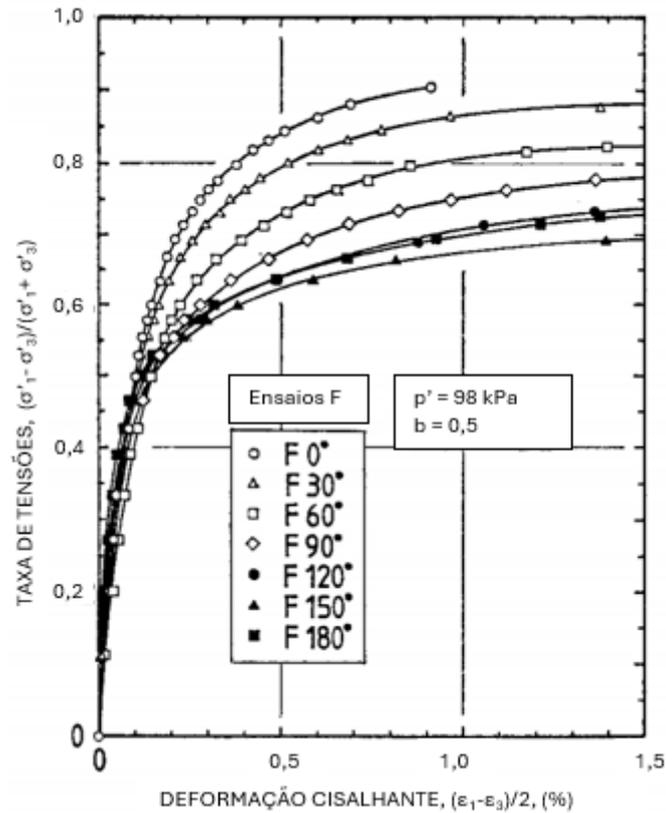


Figura 2.25: Dependência da deformação cisalhante em relação à direção das tensões principais (adaptado de Miura, Miura e Toki, 1986).

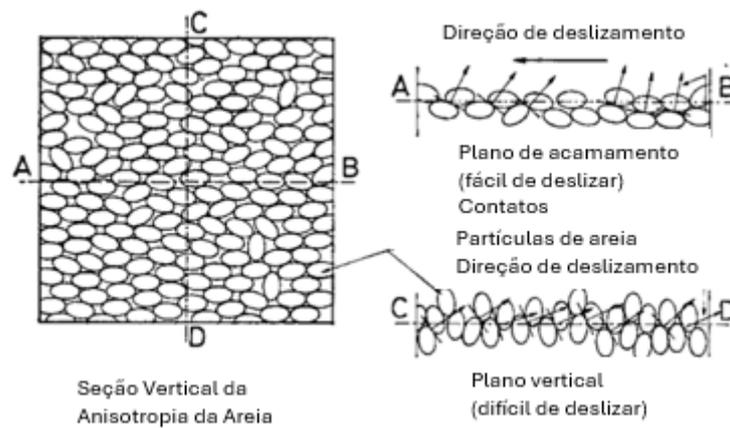


Figura 2.26: Ilustração explicativa sobre a menor resistência em relação ao deslizamento no *bedding plane* (adaptado de Miura, Toki e Miura, 1986).

### 2.2.6.2 Efeitos da tensão intermediária

A utilização do parâmetro  $b$  permite a avaliação dos efeitos da tensão principal intermediária. Tal parâmetro descreve a magnitude relativa da tensão intermediária em relação às tensões principais maior e menor [Equação (2.1)]. Além disso, apresenta um intervalo de variação fixo (0~1).

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (2.1)$$

Sendo  $\sigma_1$  a tensão principal maior,  $\sigma_2$  a tensão principal intermediária e  $\sigma_3$  a tensão principal menor.

Yang (2013) constatou que as diferentes deformações observadas em areias podem ser atribuídas a uma combinação de dois fatores: a anisotropia transversa inerente e a magnitude relativa da tensão principal intermediária. Devido ao processo de deposição por gravidade, as partículas apresentam maior proximidade na direção vertical em relação à direção horizontal, o que resulta em menor compressibilidade e maior dilatância na direção vertical. À medida em que o ângulo  $\alpha$  se aproxima do plano horizontal isotrópico, os efeitos da anisotropia gradualmente diminuem e a influência do parâmetro  $b$  se torna dominante. Quando  $\alpha=90^\circ$ , as tensões principais  $C_1$  e  $C_2$  atuam no plano isotrópico horizontal. Deste modo, o parâmetro  $b$  se torna o único fator influente na resposta do material (Yang, 2013). A Figura 2.27 apresenta os efeitos da direção da tensão principal e do parâmetro  $b$  no ângulo de atrito.

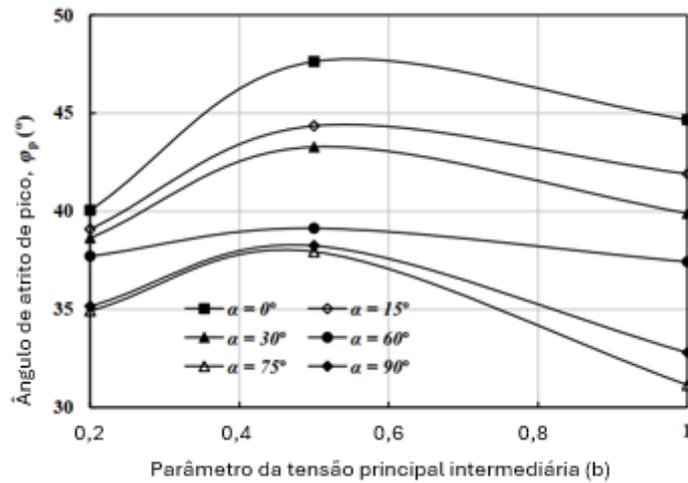


Figura 2.27: Relação entre o ângulo de atrito e o parâmetro  $b$  em diferentes direções de carregamento (adaptado de Yang, 2013).

Lade e Duncan (1973) realizaram ensaios triaxiais verdadeiros em areias fofas e densas. A partir de tais ensaios, os autores constataram que o aumento do parâmetro  $b$  resulta em: aumento da inclinação da curva tensão-deformação; redução da deformação associada a ruptura; e aumento na taxa de dilatação. Neste caso, a resistência (representada pelo ângulo de atrito) aumentou com o aumento do parâmetro  $b$  até o valor unitário, mas reduziu quando  $b$  atingiu o valor unitário. Também foi observado que, quando próximo de zero, a variação de  $b$  apresenta maior efeito na resposta tensão-deformação e na resistência. A Figura 2.28 apresenta o efeito do parâmetro  $b$  no ângulo de atrito.

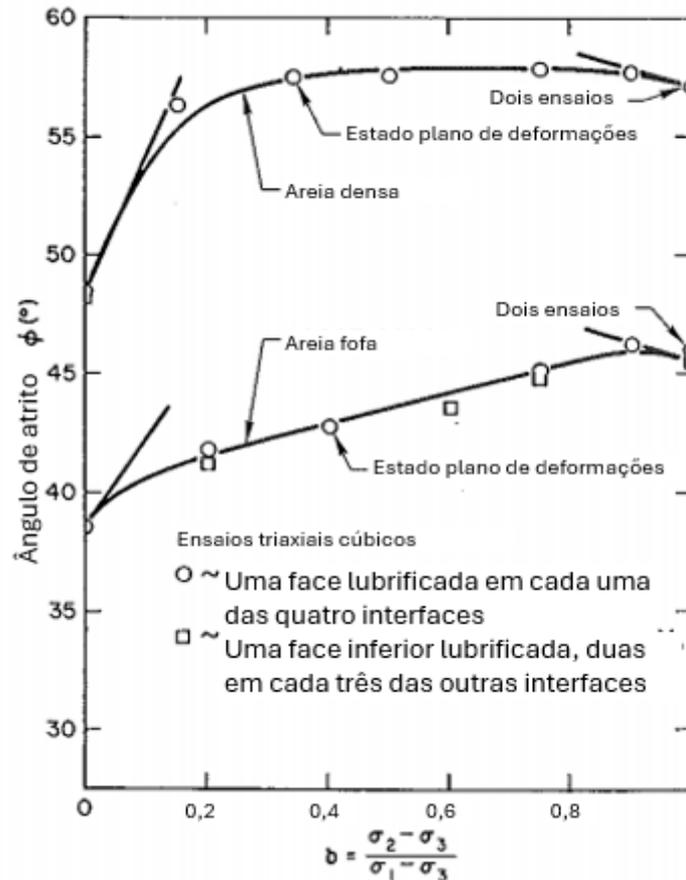


Figura 2.28: Envoltória de resistência para areias fofas e densas em função do parâmetro  $b$  da tensão principal intermediária (adaptado de Lade e Duncan, 1973).

### 2.2.7 Estabilização de rejeitos de mineração

Para reduzir o impacto ambiental das atividades mineradoras e o custo dos serviços de pavimentação de vias, Gentil (2020) avaliou o uso de rejeitos de minério de ferro produzidos na região do Quadrilátero Ferrífero (Minas Gerais) em camadas de suporte de pavimentos. Para adequar o rejeito às solicitações típicas de camadas de suporte, foi necessário recorrer à estabilização química através da utilização do cimento Portland. No material estabilizado foram realizados ensaios de compactação, resistência à compressão simples e durabilidade por molhagem e secagem. Por fim, o autor concluiu que o rejeito estudado pode ser classificado como inerte e não perigoso. Além disso, a utilização do rejeito se mostrou técnica e economicamente viável, pois apresentou um custo menor e propriedades compatíveis com outros materiais utilizados na pavimentação.

Para investigar técnicas capazes de melhorar a estabilidade de rejeitos, Festugato, Fourie e Consoli (2013) estudaram a resposta ao cisalhamento cíclico de rejeitos cimentados reforçados com fibras. O rejeito estudado era utilizado através da técnica de aterramento com pasta, processo no qual resíduos de mineração são misturados com água e baixos teores de cimento antes do uso visando o preenchimento de locais previamente minerados (Festugato, 2011). Nos rejeitos de mineração, o cisalhamento cíclico ocorre durante carregamentos decorrentes de terremotos ou da detonação de explosivos e pode resultar na liquefação sísmica.

Foram realizados ensaios *simple shear* monotônicos e cíclicos. A partir dos ensaios monotônicos, foi observado que a adição de fibras resultou no endurecimento do rejeito cimentado. A partir dos ensaios cíclicos de deformação controlada, foi observado que a adição de fibras resultou em valores maiores de resistência nos últimos ciclos. Também, foi observado que a desestruturação da matriz cimentada é compensada pela existência das fibras, que absorvem e redistribuem os esforços. A partir dos ensaios cíclicos realizados com tensão controlada, foi observado que a inclusão de fibras provoca o aumento dos níveis de deformação cisalhante e a redução do número de ciclos até o início de deformações mais expressivas (Festugato, 2011).

Mafessoli et al. (2023) estudaram o comportamento de misturas entre rejeitos compactados de mineração de ferro e cimento. O objetivo desse estudo consiste em fornecer dados sobre o comportamento mecânico de rejeitos cimentados, para auxiliar na estabilização química de pilhas de rejeito filtrado. Dentre os resultados desta pesquisa, pode-se citar os seguintes: os ensaios triaxiais realizados demonstraram que mesmo a adição de pequenos teores de cimento (2,5%) modifica o comportamento dos rejeitos de puramente friccional para coesivo-friccional; e os dados analisados demonstraram que o índice porosidade/teor de volumétrico de cimento ( $\eta/C_{iv}$ ) é uma ferramenta útil para dosagem de pilhas de rejeito (de mineração de ferro) filtrado estabilizado com cimento. Tais achados foram igualmente observados nos trabalhos de Consoli et al. (2022).

### 2.3 A TEORIA DA PLASTICIDADE E A TEORIA DO ESTADO CRÍTICO

A teoria da plasticidade fornece os conceitos necessários à compreensão da teoria do estado crítico. Portanto, os conceitos essenciais da teoria da plasticidade serão apresentados.

### 2.3.1 Teoria da plasticidade

As deformações podem ser classificadas em elásticas ou plásticas. Essa classificação é baseada na reversibilidade das deformações. No caso das deformações elásticas, após a retirada do carregamento há reversibilidade total da deformação. Por outro lado, as deformações plásticas são irreversíveis, ou seja, permanecem mesmo após a retirada do carregamento.

Dentre os elementos fundamentais da teoria da plasticidade podem-se citar: o critério de plastificação; a função potencial plástica e a lei de fluxo; e a lei de endurecimento ou amolecimento (Yu, 2006).

#### 2.3.1.1 Critério de plastificação

O critério de plastificação (ou condição de plastificação) pode ser definido como o limite entre as zonas de comportamento elástico e plástico de um material. Na região elástica, toda deformação é recuperada quando o carregamento é removido. Porém, quando o critério de plastificação é alcançado, parte da deformação será permanente. No caso unidimensional, o critério de plastificação é definido por valor de tensão (graficamente representado por um ponto). No caso bidimensional, a plastificação ocorre quando a combinação de duas direções de carregamento atinge uma curva. No caso tridimensional o mesmo ocorre, mas com uma combinação de três direções de tensões atingindo uma superfície de plastificação (Yu, 2006).

Uma forma geral do critério de plastificação pode ser expressa em termos do tensor de tensões ou dos três invariantes de tensões [Equação (2.2)]:

$$f(\sigma_{ij}) = f(I_1, I_2, I_3) = 0 \quad (2.2)$$

Sendo:

$\sigma_{ij}$ : o tensor de tensões;

$I_1$ : o primeiro invariante do tensor de tensões;

$I_2$ : o segundo invariante do tensor de tensões;

$I_3$ : o terceiro invariante do tensor de tensões.

### 2.3.1.2 Função potencial plástica e lei de fluxo

A deformação plástica pode ser calculada através da lei de fluxo, cuja equação inclui a função potencial plástica. A lei de fluxo basicamente determina a taxa das componentes da deformação plástica. E a função potencial plástica ( $g$ ) pode ou não coincidir com a função que define a superfície de plastificação. Se a função potencial plástica for igual à superfície de plastificação chama-se de lei de fluxo associado. Entretanto, se forem diferentes chama-se lei de fluxo não associada (Yu, 2006). A Equação (2.3) apresenta a lei de fluxo e a Equação (2.4) uma forma genérica de função potencial plástica.

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.3)$$

Em que  $d\lambda$  é um escalar positivo,  $d\varepsilon_{ij}^p$  é a parcela plástica do incremento do tensor de deformações,  $\sigma_{ij}$  é o tensor de tensões e

$$g = g(\sigma_{ij}) = g(I_1, I_2, I_3) = 0 \quad (2.4)$$

### 2.3.1.3 Endurecimento isotrópico e endurecimento cinemático

Segundo Yu (2006), na teoria da plasticidade o endurecimento significa a mudança da superfície de plastificação. Essa mudança pode envolver a alteração do tamanho, da posição ou até mesmo do formato. A lei de endurecimento define como se desenvolve a superfície de plastificação ao longo do regime plástico. E as duas leis mais conhecidas são a lei de endurecimento isotrópico e a lei de endurecimento cinemático (anisotrópico).

A lei de endurecimento isotrópico assume que a superfície de plastificação mantém constante seu formato, seu centro e sua orientação, mas se expande ou contrai uniformemente a partir do centro (Figura 2.29).

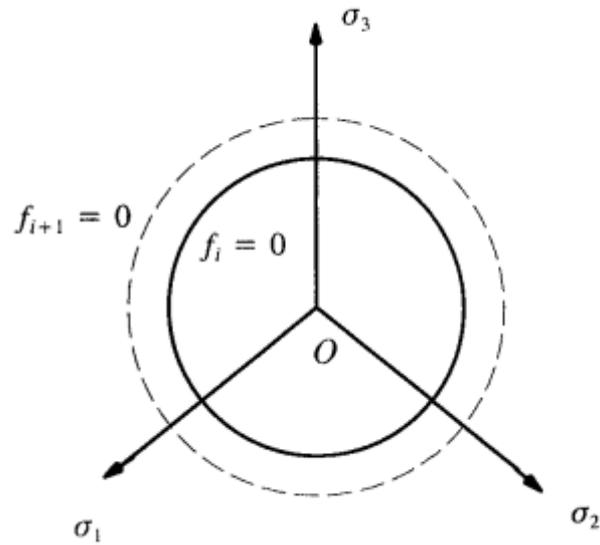


Figura 2.29: Endurecimento isotrópico com expansão uniforme da superfície de plastificação (Yu, 2006).

A lei de endurecimento cinemático assume que durante a plastificação a superfície de plastificação se desloca no espaço de tensões com manutenção de forma e tamanho (Figura 2.30). Entre as leis de endurecimento cinemático, pode-se citar a lei de Ziegler (1958), a qual envolve o deslocamento da superfície de plastificação na direção do vetor composto pelo tensor de tensões e pelo parâmetro de endurecimento ( $\alpha$ ).

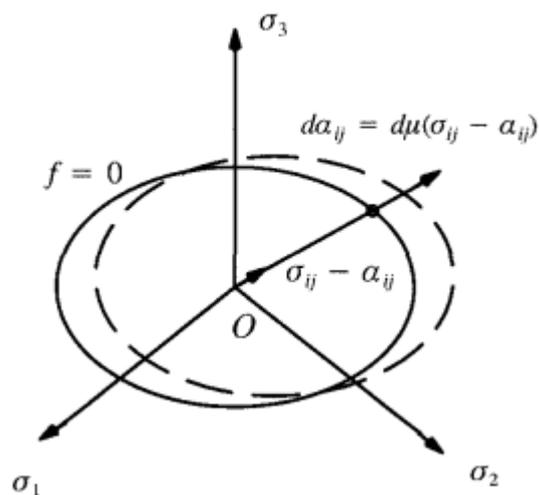


Figura 2.30: Endurecimento cinemático pela formulação de Ziegler (Yu, 2006).

### 2.3.2 Teoria do estado crítico

Segundo Schofield e Wroth (1968), solos e materiais granulares, se continuamente distorcidos até que se comportem como um fluido friccional, irão atingir um estado crítico bem definido, o qual pode ser determinado por duas equações. As Equações (2.5) e (2.6) definem a linha do estado crítico (LEC):

$$q_c = Mp_c \quad (2.5)$$

$$v = \Gamma - \lambda \ln(p') \quad (2.6)$$

Em que  $\Gamma$ ,  $M$  e  $\lambda$  são constantes particulares do solo;  $M$  e  $\lambda$  determinam a inclinação da LEC no plano  $(p', q)$  e no plano  $(\ln p', v)$  respectivamente.  $\Gamma$  é o intercepto da linha do estado crítico no plano  $\ln p'-v$  quando  $p'=1$  kPa. As linhas do estado crítico são apresentadas na Figura 2.31. A Figura 2.32 apresenta uma visão tridimensional da linha do estado crítico no espaço  $p'-q-v$ .

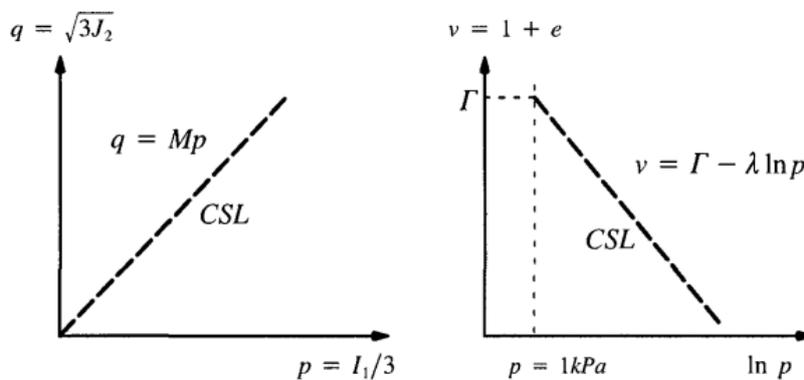


Figura 2.31: Linha do estado crítico nos planos  $q-p'$  e  $v-\ln(p')$  (Yu, 2006).

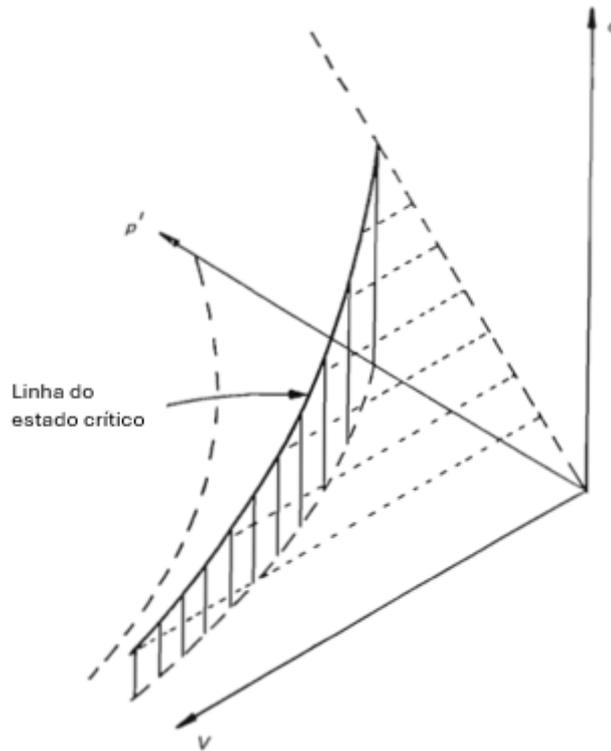


Figura 2.32: Linha do estado crítico no espaço ( $p'$ ,  $q$ ,  $v$ ) resultante da interseção de dois planos (adaptado de Britto e Gunn, 1987).

Segundo Schofield e Wroth (1968), quando os solos se comportam como um fluido friccional, a plastificação ocorre com volume e tensões constantes. Em outras palavras, o incremento da deformação volumétrica é nulo, pois o incremento da deformação elástica será nulo devido às tensões constantes no estado crítico. Desse modo, Wood (1990) apresenta o estado crítico como uma condição de plasticidade perfeita, a qual é alcançada através das Equações (2.7) e (2.8). Ademais, as linhas do estado crítico são únicas para um dado solo apesar do caminho de tensões e das condições iniciais.

$$\frac{\partial p'}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial e_v}{\partial \varepsilon_q} = 0 \quad (2.7)$$

$$\eta = \eta_c = (q/p)_c = M_c \quad (2.8)$$

Sendo que:

$q$  é a tensão desviadora;

$p$  é a tensão média;

$M_c$  é a razão entre tensões  $\eta$  no estado crítico;

$\varepsilon_q$  é a deformação desviadora, e;

$\varepsilon_v$  é a deformação volumétrica.

### 2.3.3 Parâmetro de estado

O parâmetro de estado  $\psi$ , proposto por Been e Jefferies (1985), mede a distância entre o índice de vazios atual em relação ao índice de vazios equivalente na linha do estado crítico, para a mesma tensão média efetiva ( $p'$ ). O parâmetro de estado pode ser utilizado para descrever o comportamento de materiais granulares em um amplo espectro de tensões e densidades. Isso é possível pois esse parâmetro combina a influência da densidade e da pressão confinante no comportamento de areias (Yu, 2006). A Figura 2.33 apresenta uma ilustração do parâmetro de estado.

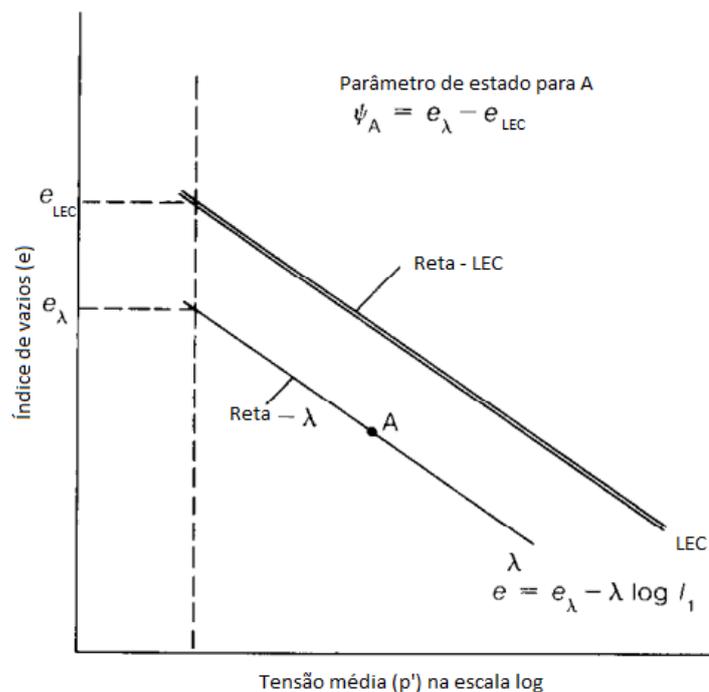


Figura 2.33: Representação do parâmetro de estado (adaptado de Been e Jefferies, 1985).

Segundo Been e Jefferies (1985), amostras com  $\psi$  negativo apresentam um pico de resistência bem definido. À medida que  $\psi$  se torna menos negativo, o pico se torna menos pronunciado, de tal modo que não é mais possível identificá-lo em amostras com  $\psi$  positivo. As deformações volumétricas também podem ser apresentadas em função do parâmetro de estado, pois, dilatação elevada foi observada em ensaios com valores mais negativos de  $\psi$ . Em contrapartida, pouca dilatação foi observada quando  $\psi$  é positivo. É válido destacar que  $\psi$  permite a análise do ângulo de atrito de pico em função do estado do material, com valores negativos de  $\psi$  resultando em maiores valores de ângulo de atrito.

### 2.3.4 Tensor *fabric*

O termo técnico *fabric* tem sido utilizado para denotar o arranjo espacial de partículas e seus vazios associados (Oda, 1972). Segundo Theocharis et al. (2015), tensores *fabric* podem ser construídos a partir de diferentes entidades microestruturais como a orientação do eixo principal de partículas alongadas, o vetor normal de contatos entre partículas, ou a orientações dos formatos dos vazios (definidos pelos vetores dos vazios).

Estudos microestruturais revelaram que o *fabric* persiste no estado crítico (Li e Dafalias, 2012; Oda, 1972). O *fabric* foi medido de diversas formas e está associado à orientação de quantidades tensoriais (Li e Dafalias, 2012). Além disso, é importante destacar a variação volumétrica que ocorre durante o cisalhamento, medida através da dilatância. A dilatância é fortemente influenciada pela direção do carregamento, o que também é uma indicação do efeito da anisotropia representado pelo *fabric*.

Oda (1999) apresentou uma definição para um tensor *fabric* ( $\mathbf{F}$ ) associado aos contatos entre partículas [Equação (2.9)]. A partir de vetores unitários paralelos (positivos e negativos), associados à direção preferencial das partículas alongadas (maior eixo alongado) e à direção do contato entre partículas, foi realizado um produto tensorial entre vetores com o objetivo de obter uma média representativa do sistema de partículas.

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{2N} \mathbf{n}^k \otimes \mathbf{n}^k \otimes \dots \otimes \mathbf{n}^k \quad (2.9)$$

Onde  $k$  representa o  $k$ -ésimo vetor unitário ( $\mathbf{n}$ ) do conjunto  $2N$ . Como  $\mathbf{n}$  é composto por vetores paralelos unitários,  $\mathbf{F}$  consiste em componentes não triviais [Equação (2.10)]:

$$F_{ij\dots l} = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{2N} n_i^k n_j^k \dots n_l^k \quad (2.10)$$

Como  $n_i^k$  ( $i = 1, 2, 3$ ) são os cossenos diretores do vetor unitário  $\mathbf{n}^k$  em relação aos eixos ortogonais  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Ao utilizar o sistema de coordenadas esféricas, obtém-se a Equação (2.11):

$$\begin{pmatrix} n_1^k \\ n_2^k \\ n_3^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sen } \theta^k \cos \varphi^k \\ \text{sen } \theta^k \text{sen } \varphi^k \\ \cos \theta^k \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Ao utilizar apenas dois vetores unitários, é possível escrever o tensor de segunda ordem com as seguintes componentes não nulas [Equação (2.12)]:

$$\begin{aligned} F_{ij} &= \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2N} \begin{pmatrix} \sum \text{sen}^2 \theta \cos^2 \varphi & \sum \text{sen}^2 \theta \cos \varphi \text{sen} \varphi & \sum \text{sen} \theta \cos \theta \cos \varphi \\ \sum \text{sen}^2 \theta \cos \varphi \text{sen} \varphi & \sum \text{sen}^2 \theta \text{sen}^2 \varphi & \sum \text{sen} \theta \cos \theta \text{sen} \varphi \\ \sum \text{sen} \theta \cos \theta \cos \varphi & \sum \text{sen} \theta \cos \theta \text{sen} \varphi & \sum \cos^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.12) \end{aligned}$$

Portanto, cada componente do tensor pode ser escrita em função dos ângulos  $\vartheta$  e  $\varphi$ . A Figura 2.34 apresenta uma ilustração do vetor unitário no sistema de coordenadas polares.

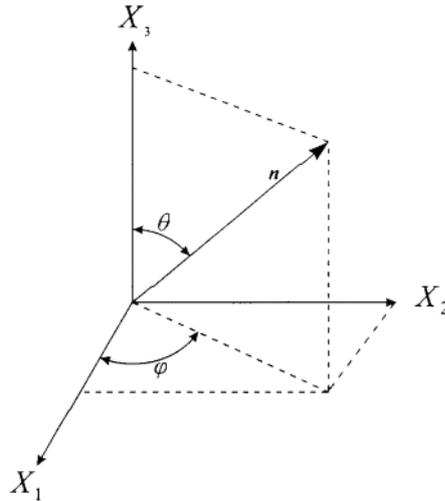


Figura 2.34: Ilustração do vetor unitário no sistema de coordenadas polares (Oda, 1999).

Para demonstrar o significado geométrico do tensor *fabric*, Oda (1999) elaborou um exemplo composto por dezesseis partículas alongadas em um plano bidimensional (Figura 2.35). Como metade das partículas estavam orientadas na direção  $\varphi=0^\circ$  e a outra metade na direção  $\varphi=90^\circ$ , o tensor *fabric* [Equação (2.13)] resultante foi:

$$F_{ij}^a = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

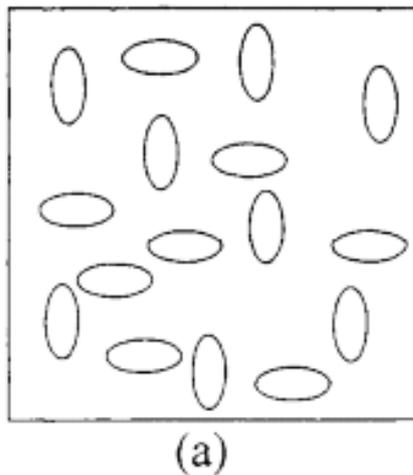


Figura 2.35: Exemplo de orientação de partículas em um sistema bidimensional (Oda, 1999).

### 2.3.5 Teoria do estado crítico anisotrópico

O conceito do tensor *fabric*  $\mathbf{F}$  implica que mesmo que as condições do estado crítico expressas nas Equações (2.5) e (2.6) estejam satisfeitas, o estado crítico não será alcançado até que  $\mathbf{F}$  convirja para seu valor no estado crítico  $\mathbf{n}$ . Portanto, uma condição adicional deve ser estabelecida para que o estado crítico seja alcançado (Li; Dafalias, 2012).

Entretanto, é necessário transformar a intensidade do *fabric* e a orientação relativa entre o *fabric* e o carregamento em uma variável escalar compatível com  $\eta$  e “ $e$ ”. Deste modo, surge a Variável de Anisotropia do *Fabric* (VAF)  $A$ , definida pela Equação (2.14):

$$A = F : n = F n_F : n = FN \quad (2.14)$$

Onde  $N = \mathbf{n}_F : \mathbf{n}$  é uma medida da orientação relativa entre  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{n}$ .  $A$  tende a 1 no estado crítico pois  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{N}$  tendem a 1. Logo as condições para alcançar o estado crítico se tornam Equação (2.15):

$$\eta = \eta_c = M, \quad e = e_c = \hat{e}_c(p), \quad A = A_c = 1 \quad (2.15)$$

O efeito da direção do carregamento pode ser observado no parâmetro  $A$ . Caso ocorra mudança na direção do carregamento, mesmo que  $\eta = \eta_c = M$  e  $e = e_c = \hat{e}_c(p)$ , o solo não estará mais no estado crítico. Além disso, um novo estado crítico deve ser atingido devido à mudança da direção do carregamento. O que decorre da evolução de  $\mathbf{F}$  em direção a seu novo valor crítico. Se ocorrer uma variação contínua da direção do carregamento (como no caso do cisalhamento rotacional) é possível que o estado crítico nunca seja alcançado. E por consequência, isso implica que para atingir o estado crítico é necessário um carregamento com direção fixa por um período prolongado de deformação. Assim, é possível observar que a evolução de  $A$  depende da mudança da direção do carregamento  $n$  e da evolução do tensor *fabric*.

#### 2.3.5.1 Linha de estado de dilatância, parâmetro de estado de dilatância e suas contrapartes no estado crítico

Como o parâmetro de estado  $\psi$  (Been e Jefferies, 1985) não considera a anisotropia do *fabric* é necessário expandir esse conceito. Para isso, foi criada uma linha de estado de dilatância (LED) definida no plano  $e - p - A$ , assim como foi relacionado o índice de vazios da dilatância ( $e_d$ ) com  $e$ ,  $p$  e  $A$  pela Equação (2.16):

$$e_d = \hat{e}_d(e, p, A) \quad \text{com } \hat{e}_d(e, p, 1) = \hat{e}_c(p) \rightarrow e_d = e_c \quad (2.16)$$

Logo, a LED se torna idêntica à LEC quando  $A=1$ . Quando  $A \neq 1$ , a LED substitui a LEC na definição do comportamento dilatante ou contrativo do solo. A partir disto, pode-se definir o parâmetro de estado de dilatância  $\zeta$  [Equação (2.17)]:

$$\zeta = e - e_d \quad (2.17)$$

Quando  $A=1 \rightarrow e_d=e_c$ , então  $\zeta=\psi$ . Então é possível reescrever a Equação 2.12 como a Equação (2.18):

$$\zeta = e - e_d = (e - e_c) - (e_d - e_c) = \psi - \psi_A \quad (2.18)$$

Em que o parâmetro anisotrópico  $\psi_A$  é definido por  $\psi_A=e_d-e_c$ . A Figura 2.36 ilustra os conceitos apresentados na teoria do estado crítico anisotrópico.

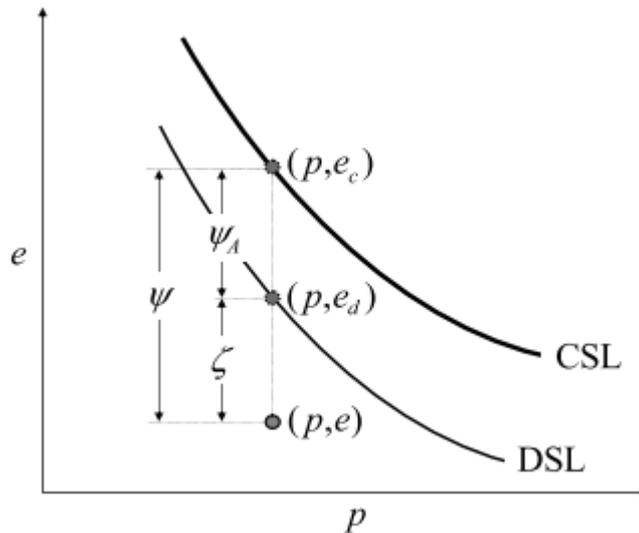


Figura 2.36: Ilustração dos parâmetros presentes na teoria do estado crítico anisotrópico (Li e Dafalias, 2012).

## 2.4 MODELAGEM DE MATERIAIS GRANULARES

### 2.4.1 Modelo para areias com dilatância dependente do estado

Um dos problemas principais em uma estrutura independente da densidade é a definição da dilatância em relação à densidade. A dilatância é calculada através dos incrementos de deformação volumétrica plástica ( $d\varepsilon_v^p$ ) e desviadora plástica ( $d\varepsilon_q^p$ ) através da equação  $D=d\varepsilon_v^p/|d\varepsilon_q^p|$ . Entretanto, a dilatância deveria ser definida como uma função do estado de tensões e do estado interno atual do material com referência à linha do estado crítico no espaço e-p- $\eta$ . Quando a dilatância atende às premissas apresentadas anteriormente, é chamada de dilatância dependente do estado (Li, 2002).

Li e Dafalias (2000) propuseram uma forma geral para o cálculo da dilatância dependente do estado no espaço de compressão triaxial. No espaço multiaxial a equação da dilatância pode ser generalizada através da Equação (2.19):

$$D=D(R, \theta, e, Q, C) \quad (2.19)$$

Onde  $\theta$  é o ângulo de Lode, que varia de  $-30^\circ$  (compressão triaxial) a  $+30^\circ$  (extensão triaxial). C denota constantes intrínsecas do material. O índice de vazios é representado por e. Q denota todas as outras variáveis internas de estado que afetam D. R é um invariante da taxa de tensões que pode ser definido através da Equação (2.20):

$$R = \sqrt{\frac{3}{2}r_{ij}r_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2}\left(\frac{s_{ij}}{p}\right)\left(\frac{s_{ij}}{p}\right)} = \frac{\sqrt{3J_{2D}}}{p} \quad (2.20)$$

Onde  $J_{2D}=s_{ij}s_{ij}/2$  é o segundo invariante do tensor desviador de tensões com componentes  $s_{ij}=C_{ij} - C_{kk}\delta_{ij}/3$ .  $r_{ij}=s_{ij}/p$  é o tensor da taxa de tensões, versão do  $\eta$  no espaço multiaxial. No estado crítico a equação geral para a dilatância dependente do estado torna-se a Equação (2.21):

$$D [R = M(\theta), e=e_c, Q, C] = 0 \quad (2.21)$$

O modelo proposto por Li (2002) possui duas superfícies limites definidas no espaço  $\sqrt{J_{2D}}$ - $\theta$ -p: um cone com meridianos de superfície reta e um *cap* plano. Na Figura 2.37 a superfície cônica está associada com o carregamento plástico induzido pela mudança da taxa de tensões,  $r_{ij}$ , e o *cap* está associado com o carregamento plástico decorrente da mudança de p sob um valor constante de  $r_{ij}$ . Além disso, como os meridianos são retos, é possível descrever área

transversal do cone no plano  $R - \theta$  como demonstrado na Figura 2.37. Cada superfície possui uma equação de dilatância associada com o mesmo índice.

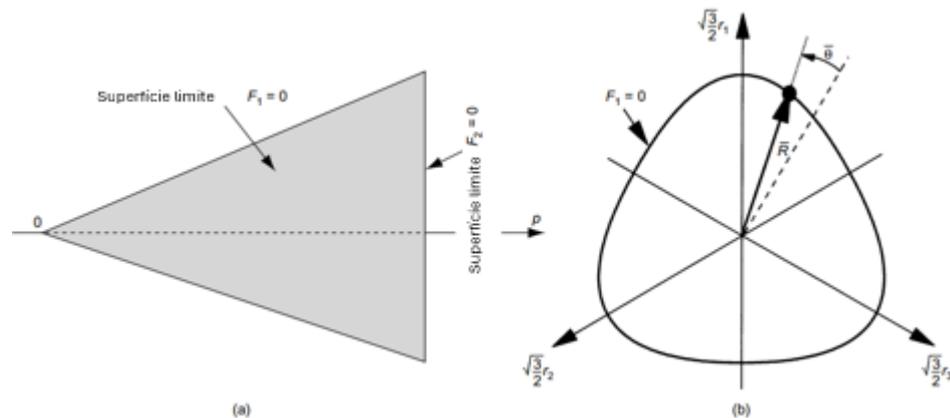


Figura 2.37: Superfície limite ( $F_1$ ) e cap limite ( $F_2$ ) (adaptado de Li, 2002).

A primeira equação para dilatância proposta por Li (2002) permite capturar os aspectos chave do comportamento de areia. Através desta equação é possível representar a transformação de fase (dilatância nula) que pode ocorrer em areias densas, a qual não ocorre em areias fofas. A Figura 2.38 permite identificar a diferença entre o estado crítico e a transformação de fase. O estado crítico requer que duas condições sejam atendidas: a taxa de tensões ( $M$ ) e a dilatância nula. Em contrapartida, a mudança de fase acontece quando a dilatância nula ocorre com uma taxa de tensões diferente de  $M$ . Cabe destacar que nesta figura é possível identificar que o modelo Cam clay não é capaz de representar a transformação de fase.

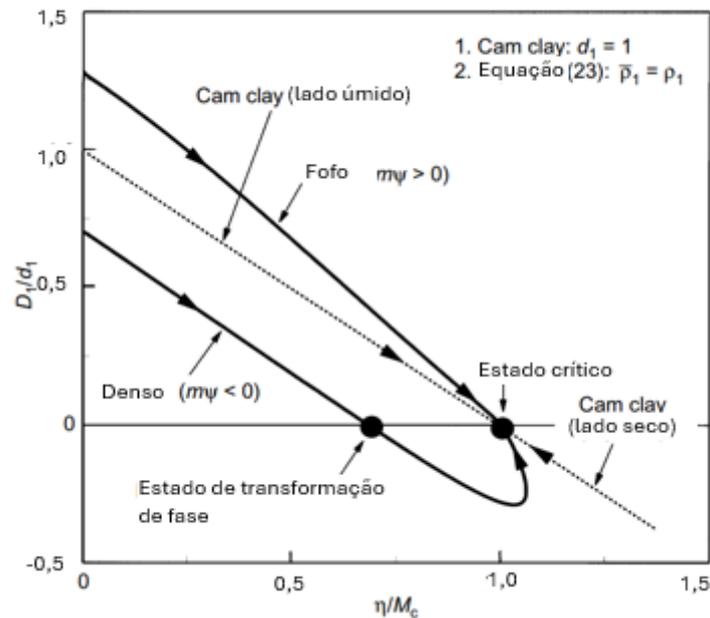
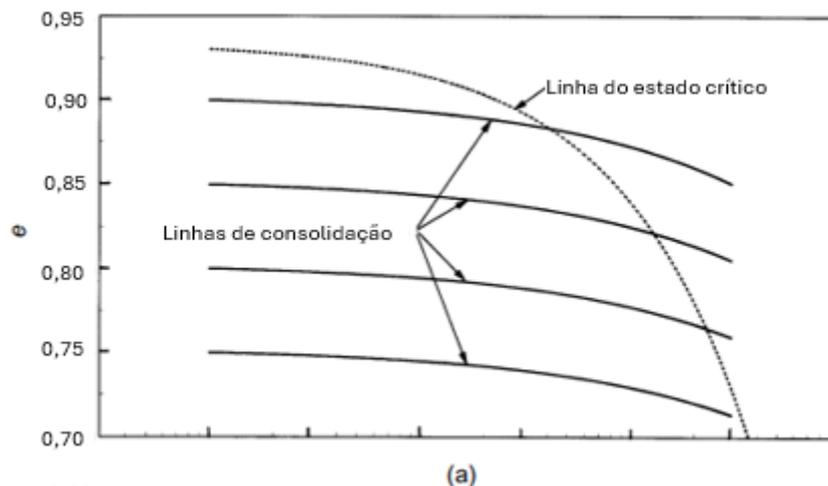


Figura 2.38: Caminhos  $D_1$ - $\eta$  comparados com os caminhos baseados na dilatância do modelo Cam clay (adaptado de Li, 2002).

Ao contrário dos modelos clássicos do estado crítico, o modelo desenvolvido por Li (2002) não possui uma única linha de consolidação. Ao invés disso, a segunda equação para dilatância resulta em infinitas linhas de consolidação (Figura 2.39) que são definidas de acordo com a densidade inicial. Esse aspecto dos materiais arenosos foi observado por Been e Jefferies (1985).



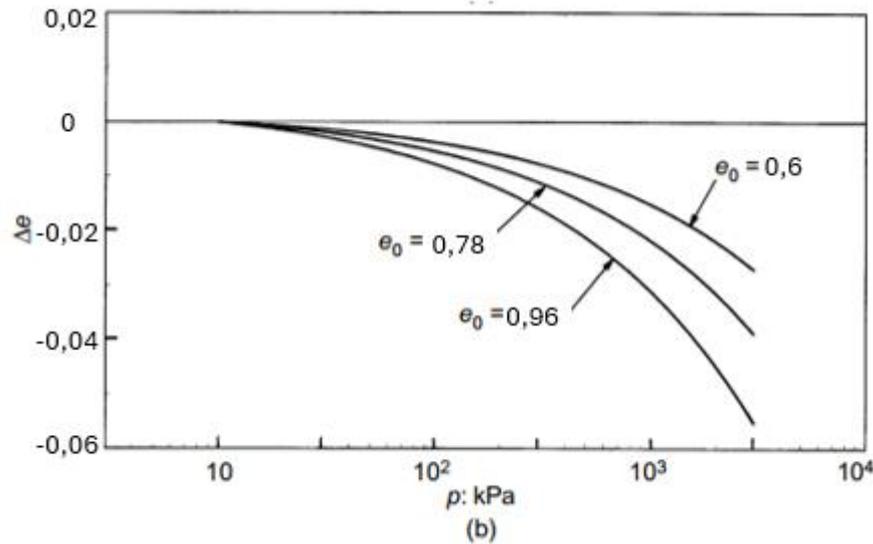


Figura 2.39: Curvas de compressão isotrópica no plano e-p (adaptado de Li, 2002).

Entretanto, o modelo desenvolvido por Li (2002) carece de um mecanismo capaz de descrever o comportamento arenoso associado à anisotropia inerente ou ao empacotamento das partículas. Investigações deste autor sugerem que a dilatância deve ser influenciada por um parâmetro objetivo capaz de medir o estado da anisotropia do solo, como por exemplo um invariante conjunto obtido a partir dos tensores de tensões e *fabric*.

#### 2.4.2 Modelagem constitutiva do comportamento de areias com anisotropia inerente

O modelo de Li e Dafalias (2002) é a base do modelo constitutivo proposto nesta pesquisa. Portanto, será apresentado detalhadamente.

A diferença entre a resistência no estado crítico obtida em ensaios de compressão triaxial e extensão triaxial está associada com a existência de diversas linhas do estado crítico (no plano e-p) e isso pode ser atribuído à anisotropia inerente do material (Li e Dafalias, 2002). A presença da anisotropia no estado crítico decorre da orientação preferencial das partículas. Além disso, mesmo após deformações cisalhantes elevadas, a orientação preferencial de partículas de areia apresenta uma mudança limitada (Oda, Nemat-Nasser e Konishi, 1985). Portanto, o modelo proposto por Li e Dafalias (2002) descreve a linha do estado crítico como função de um

parâmetro representativo da anisotropia inerente de areias (parâmetro  $A$ ) obtido através de um tensor *fabric* constante (decorrente da anisotropia inerente).

#### 2.4.2.1 Tensor *fabric* $F_{ij}$

O *fabric* consiste na representação estatística do arranjo espacial de partículas e vazios associados. Como a direção preferencial das partículas persiste mesmo após deformações cisalhantes elevadas, o tensor *fabric* deve descrever a influência da orientação das partículas. O tensor *fabric*  $F_{ij}$  é uma variável interna micromecanicamente definida, que caracteriza a orientação e a intensidade da anisotropia inerente do material Li e Dafalias (2002).

A orientação de partículas angulares pode ser representada através de um par de vetores unitário  $\mathbf{n}$  e  $-\mathbf{n}$ , na direção do eixo principal de alongamento. Um tensor *fabric* de segunda ordem (Oda, 1999) pode ser definido através da Equação (2.22):

$$F_{ij} = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{2N} n_i^k n_j^k \quad (2.22)$$

Onde  $N$  é o número de partículas em um volume representativo;  $n_i^k$  e  $n_j^k$  são componentes do  $k$ -ésimo vetor. Como o tensor  $\mathbf{F}$  [Equação (2.23)] é simétrico, é possível representá-lo através de três valores principais ( $F_1, F_2, F_3$ ) e de três direções principais associadas.

$$F'_{ij} = \begin{pmatrix} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & F_2 & 0 \\ 0 & 0 & F_3 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

No geral, solos são transversalmente isotrópicos, logo os valores principais  $F_2$  e  $F_3$  são iguais. Pelo fato do traço de  $F_{ij}$  ser unitário, é possível escrever  $F_1 = 1 - 2F_3$ . Assim, como apenas uma quantidade escalar se define o tensor *fabric*, Oda e Nakayama (1988) apresentaram a Equação (2.24) para descrever o tensor *fabric*.

$$F'_{ij} = \frac{1}{3 + \Delta} \begin{pmatrix} 1 - \Delta & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \Delta \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Onde  $\Delta$  é uma quantidade mensurável chamada de vetor magnitude (Curry, 1956). Tal vetor indica a magnitude da anisotropia da direção preferencial das partículas, e pode ser calculado pela Equação (2.25) (ODA e NAKAYAMA, 1988).

$$\Delta = \frac{1}{2N} \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{2N} \cos 2\varphi_k\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{2N} \sin 2\varphi_k\right)^2} \quad (2.25)$$

Onde  $\varphi_k$  é o ângulo de inclinação entre o k-ésimo vetor unitário  $\mathbf{n}$  e o plano de isotropia transversal ( $x'_2 - x'_3$ ).  $\Delta$  varia de zero, quando o material é isotrópico, até um, quando os eixos principais de todas as partículas estão uniformemente distribuídos no plano  $x'_2 - x'_3$ .

#### 2.4.2.2 Variável de estado anisotrópico A

A introdução do tensor *fabric* no modelo constitutivo deve ser realizada através de invariantes isotrópicos associados, os quais são uma medida indireta da orientação relativa entre tensores. O efeito da orientação relativa entre os tensores *fabric* e de tensões, foi quantificado através de uma variável escalar de estado A e pode ser descrito através da Equação (2.26) (Li; Dafalias, 2002).

$$A = \frac{\tilde{R}}{M_c g(\tilde{\theta})} - 1 \quad (2.26)$$

O parâmetro A pode ser usado como um índice para caracterizar a influência do *fabric* na resposta tensão-deformação. Se o material for isotrópico,  $A = 0$ . Entretanto, se o material for anisotrópico, A pode ser positivo ou negativo.  $g(\theta)$  pode ser calculado através da Equação (2.27).

$$g(\theta) = \frac{\sqrt{(1+c^2)^2 + 4c(1-c^2)\sin 3\theta} - (1+c^2)}{2(1-c)\sin 3\theta} \quad (2.27)$$

Onde  $g(\theta)$  é uma função de interpolação que relaciona o invariante da taxa de tensões R com a superfície do estado crítico através do ângulo de Lode ( $\theta$ ); c é uma constante do material, e pode ser calculado por  $c = M_e/M_c$  (taxa de tensões no estado crítico sob extensão triaxial sobre a taxa sob compressão triaxial).  $\tilde{R}$  pode ser calculado através da Equação (2.28).

$$\tilde{R} = \sqrt{\frac{3}{2} \tilde{r}_{ij} \tilde{r}_{ij}} \quad (2.28)$$

Onde  $\tilde{R}$  é um invariante do tensor desviador da taxa de tensões ( $\tilde{r}_{ij}$ ). Esse tensor foi obtido a partir do tensor de tensões modificado normalizado (Li e Dafalias, 2002).  $\tilde{\theta}$  pode ser calculado através da Equação (2.29).

$$\tilde{\theta} = -\frac{1}{3} \text{sen}^{-1} \left( \frac{9 \tilde{r}_{ij} \tilde{r}_{jk} \tilde{r}_{ki}}{2 \tilde{R}^3} \right) \quad (2.29)$$

O ângulo  $\theta$  representa uma versão do ângulo de Lode a partir do tensor desviador da taxa de tensões apresentado anteriormente.

#### 2.4.2.3 Linha do estado crítico em função de $A$

A linha do estado crítico (LEC) no plano  $e$ - $p$  depende do modo de cisalhamento devido ao efeito da anisotropia presente no estado crítico. Portanto, é necessário definir um espaço  $e$ - $p$ - $A$  em que haverá uma superfície única do estado crítico. Li e Wang (1998) apresentaram a Equação (2.30) para definir a LEC.

$$e_c = e_\Gamma - \lambda_c (p/p_a)^\xi \quad (2.30)$$

Onde  $e_c$  é o índice de vazios no estado crítico correspondente a  $p$ ;  $e_\Gamma$ ,  $\lambda_c$  e  $\xi$  são constantes do material; e  $p_a$  é a pressão atmosférica no nível do mar (101 kPa). Como a inclinação da LEC é influenciada majoritariamente pelo formato dos grãos, a única variável definida em função de  $A$  foi  $e_\Gamma$  (Li e Dafalias, 2002). As Equações (2.31) e (2.32) permitem o cálculo dos valores de  $e_\Gamma$ .

$$e_{\Gamma c} = e_{\Gamma 0} + k_\Gamma A_c^2 \quad (2.31)$$

$$e_{\Gamma e} = e_{\Gamma 0} + k_\Gamma A_e^2 \quad (2.32)$$

Onde  $e_{\Gamma c}$  e  $e_{\Gamma e}$  são os valores do índice de vazios na LEC quando  $p=0$  para compressão triaxial e extensão triaxial, respectivamente;  $A_c$  e  $A_e$  são os valores de  $A$  para compressão triaxial e extensão triaxial, respectivamente. Os ensaios para determinar essas linhas devem possuir o carregamento axial na mesma direção da deposição das partículas. Se não houver dados estatísticos sobre a microestrutura do material, mas houver uma terceira LEC (obtida através de

um ensaio com  $b \neq 0$  e 1) é possível calcular as três incógnitas ( $e_{\Gamma 0}$ ,  $k_{\Gamma}$  e  $\Delta$ ). O valor de  $\Delta$  é obtido através da equação de A.

#### 2.4.2.4 Módulos elásticos

O módulo cisalhante elástico,  $G$ , pode ser calculado através da Equação (2.33) (Richart, Hall e Woods, 1970).

$$G = G_0 p_a \frac{(2,97 - e)^2}{1 + e} \sqrt{\frac{p}{p_a}} \quad (2.33)$$

Onde  $G_0$  é uma constante do material;  $p_a$  é a pressão atmosférica no nível do mar (101 kPa);  $e$  é o índice de vazios atual. O módulo elástico volumétrico,  $K$ , pode ser calculado através da Equação (2.34).

$$K = G \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)} \quad (2.34)$$

Onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson, o qual é tratado como uma constante do material.

#### 2.4.2.5 Módulo plástico

A Equação (2.35) de Li e Dafalias (2002) permite a utilização do parâmetro de estado e do ângulo de Lode no cálculo do módulo plástico.

$$K_p = \frac{Gh}{R} [M_c g(\theta) e^{-n\psi} - R] \quad (2.35)$$

Onde  $\psi$  é o parâmetro de estado;  $n$  é uma constante do modelo que serve como um fator de escala para  $\psi$  e  $Gh$  em relação à  $K_p$ ;  $R$  é um invariante do tensor da taxa de tensões;  $G$  é o módulo cisalhante elástico;  $h$  é um parâmetro adimensional que depende do parâmetro  $A$  e pode ser calculado através da Equação (2.36).

$$h = h(e, A) = (h_1 - h_2 e) \frac{(k_h A_c - A_e) + (1 - k_h) A}{A_c - A_e} \quad (2.36)$$

Onde  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $k_h$  são constantes do material;  $A_c$  e  $A_e$  são os valores de  $A$  para compressão triaxial e extensão triaxial, respectivamente.

#### 2.4.2.6 Dilatância

A Equação (2.37) de Li e Dafalias (2002) pode ser utilizada para o cálculo da dilatância dependente do estado.

$$D = \frac{d_1}{M_c g(\theta)} \left[ 1 + \frac{R}{M_c g(\theta)} \right] [M_c g(\theta) e^{m\psi} - R] \quad (2.37)$$

Onde  $d_1$  e  $m$  são constantes positivas do modelo. No estado crítico,  $\psi = 0$  e  $R/g(\theta) = M_c$ , logo a dilatância é nula. Também é possível obter um valor nulo com  $\psi \neq 0$  e  $R = M_c g(\theta) e^{m\psi}$ . Isso representa a mudança do comportamento do material de contrativo para dilatante (transformação de fase). Além disso,  $\psi$  depende do parâmetro  $A$  pois a LEC depende de  $A$ .

#### 2.4.3 Modelagem de areia artificialmente cimentada

Gao e Zhao (2012) desenvolveram um modelo constitutivo capaz de considerar o efeito da ligação entre partículas (decorrente da cimentação) e da anisotropia inerente do solo, através do *fabric*. O efeito da cimentação foi representado através da resistência à extensão obtida através de ensaios triaxiais convencionais. Durante ensaios triaxiais com baixa pressão confinante, o pico de resistência é influenciado principalmente pela ligação entre partículas. Igualmente, em materiais granulares, a resistência à extensão é inferior à resistência à compressão. Logo o valor obtido de resistência pode ser totalmente associado ao efeito da cimentação, visto que a resistência do solo não cimentado pode ser considerada desprezível. Para descrever o efeito do *fabric*, foi utilizado o tensor de segunda ordem proposto por Oda e Nakayama (1989).

Outro aspecto importante desse modelo foi a implementação de uma função de degradação das ligações. A função proposta relaciona o incremento da deformação desviadora plástica com a taxa de quebra das ligações. Essa premissa se baseia em observações experimentais sobre a degradação do módulo cisalhante com o aumento das deformações plásticas (Gao e Zhao, 2012).

Diambra et al. (2017) consideraram o solo artificialmente cimentado como um material multifásico, composto pela sobreposição da contribuição da resistência decorrente das ligações cimentícias e dos grãos de areia. Assim, a superfície de ruptura do compósito consiste na sobreposição das envoltórias individuais de seus componentes.

O solo artificialmente cimentado é composto por duas fases: a fase do solo e a fase do cimento. As premissas do modelo proposto por Diambra et al. (2017) são: a fase do cimento é considerada isotrópica; o comportamento do compósito na ruptura é determinado pela sobreposição das fases; a ruptura do compósito ocorre devido a ruptura simultânea de ambas as fases; e há compatibilidade de deformações entre o compósito e ambas as fases.

A sobreposição de efeitos é obtida através da ponderação em relação à concentração volumétrica [Equação (2.38)]. Ou seja, o estado de tensões do compósito ( $\sigma$ ) pode ser definido como a soma dos estados de tensões do solo ( $\sigma_m$ ) e da fase cimentícia ( $\sigma_c$ ) ponderados por suas respectivas concentrações volumétricas ( $\mu_m$  e  $\mu_c$ ). Isso também se aplica às deformações [Equação (2.39)] representadas pelo símbolo  $\varepsilon$ .

$$\sigma = \mu_m \sigma_m + \mu_c \sigma_c \quad (2.38)$$

$$\varepsilon = \mu_m \varepsilon_m + \mu_c \varepsilon_c \quad (2.39)$$

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 MATERIAIS

Os materiais utilizados nesta pesquisa são: rejeito de mineração de ferro, cimento Portland de alta resistência inicial (CP V) e água destilada.

##### 3.1.1 Rejeito de mineração de ferro

O rejeito de mineração de ferro utilizado neste trabalho é proveniente de uma planta de beneficiamento localizada na região do Quadrilátero Ferrífero, centro sul do estado de Minas Gerais, Brasil. Antes da realização dos ensaios, o material foi seco e destorroado (Figura 3.1). Além disso, todos os ensaios que foram simulados foram realizados com o mesmo lote desse rejeito.



Figura 3.1: Rejeito de mineração de ferro seco e destorroado.

Os ensaios de caracterização realizados foram: determinação da massa específica real dos grãos de acordo com a norma NBR 6458 (ABNT, 2017); determinação do limite de liquidez de acordo com a norma NBR 6459 (ABNT, 2016a); análise granulométrica de acordo com a norma NBR 7181 (ABNT, 2016c); determinação do limite de plasticidade de acordo com a norma NBR 7180 (ABNT, 2016b); e ensaio de compactação de acordo com a norma NBR 7182 (ABNT, 2016d). Os resultados dos ensaios de caracterização são apresentados na Tabela 3.1 e a Figura

3.2 apresenta a curva granulométrica do rejeito. A classificação do material foi realizada com base no Sistema Unificado de Classificação de Solos (SUCS) e seguiu as instruções da norma D 2487 (ASTM, 2017). Por apresentar mais de 50% de finos, a classificação SUCS seguiu os procedimentos para solos finos. E indicou que o rejeito é uma argila siltosa de baixa compressibilidade (CL).

Tabela 3.1: Propriedades físicas do rejeito de mineração de ferro.

Propriedade	Valor
Massa específica real dos grãos ( $\rho_s$ ), g/cm <sup>3</sup>	3,18
Limite de plasticidade (LP), %	18
Limite de liquidez (LL), %	27
Índice de plasticidade (IP), %	9
Areia média (0,425 mm < $\phi$ < 2,0 mm), %	0,43
Areia fina (0,075 mm < $\phi$ < 0,425 mm), %	17,45
Silte (0,002 mm < $\phi$ < 0,075 mm), %	69,84
Argila ( $\phi$ < 0,002 mm), %	12,71
Classificação SUCS	CL

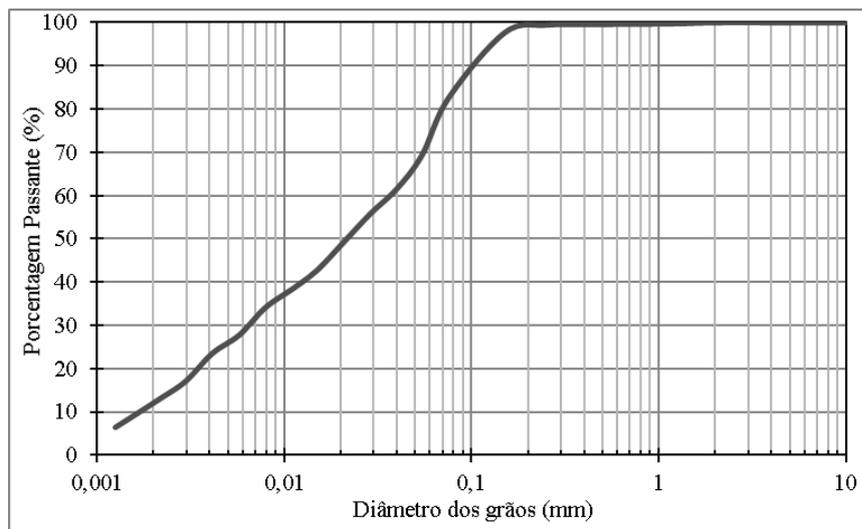


Figura 3.2: Distribuição granulométrica do rejeito de mineração de ferro.

Ensaio de compactação foram realizados de acordo com a norma NBR 7182 (ABNT, 2016), nas energias normal e modificada. Para a energia normal, a umidade ótima obtida foi de 15,70% e o peso específico aparente seco máximo foi de 20,0 kN/m<sup>3</sup>. Para a energia modificada, foi obtida a umidade ótima de 11,30% e o peso específico aparente seco máximo de 22,3 kN/m<sup>3</sup>. A Figura 3.3 apresenta as curvas de compactação do rejeito de mineração de ferro.

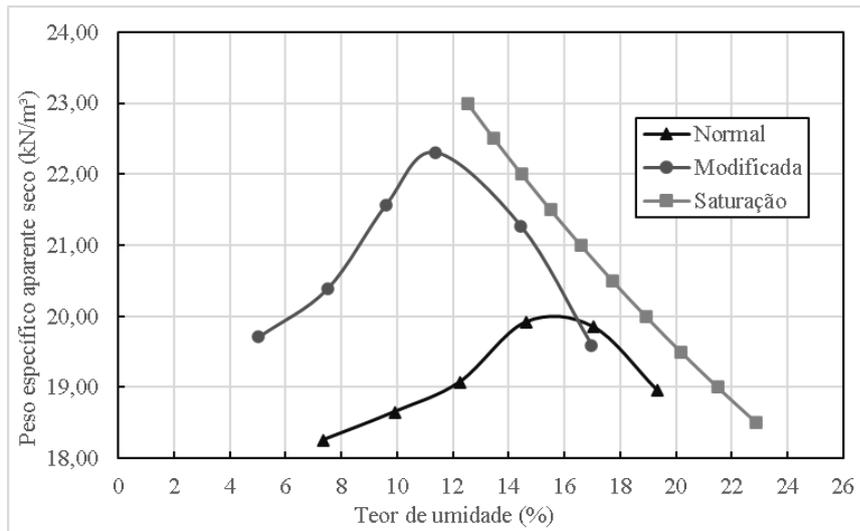


Figura 3.3: Curvas de compactação do rejeito de mineração de ferro.

## 3.2 MÉTODOS

O desenvolvimento do modelo proposto pode ser dividido em seis etapas: implementação do modelo para anisotropia inerente em areias (Li e Dafalias, 2002); calibração desse modelo; validação desse modelo; desenvolvimento do modelo proposto; validação do modelo proposto; e análise paramétrica.

Os ensaios utilizados nas simulações foram realizados por Dutra (2021), Silva et al. (2024) e Miguel (2024). Ensaio triaxiais convencionais e ensaios *simple shear* foram utilizados na calibração dos parâmetros do rejeito de mineração. A validação do modelo de Li e Dafalias, (2002) ocorreu através da comparação entre ensaios triaxiais verdadeiros (com rejeito puro) e as simulações. A calibração dos parâmetros do modelo proposto (relativos à cimentação) foi realizada através da utilização de ensaios triaxiais convencionais e verdadeiros com misturas

rejeito-cimento. Por fim, a validação do modelo proposto foi realizada através da comparação das simulações com os ensaios triaxiais verdadeiros.

### 3.2.1 Implementação do modelo para anisotropia inerente em areias

A implementação do modelo para anisotropia inerente em areias (Li e Dafalias, 2002) foi realizada através do software Matlab (The MathWorks Inc., 2012). As equações constitutivas foram utilizadas através da notação tensorial, portanto o tensor elastoplástico obtido é de quarta ordem ( $C_{ijkl}$ ). Entretanto, para possibilitar o cálculo dos incrementos de deformação e tensão, foi adotada a linearização das condições de contorno (Bardet e Choucair, 1991). Deste modo, o tensor de quarta ordem foi transformado em uma matriz equivalente, e os tensores de deformação e tensão foram transformados em vetores equivalentes. Da mesma forma, as tensões, as deformações e o tensor de rigidez foram atualizados a cada ciclo.

A implementação do modelo na notação tensorial permitiu a utilização de carregamentos multiaxiais, pelo fato de possibilitar a consideração das tensões normais e cisalhantes. Adicionalmente, para considerar os invariantes de tensão ou deformação, o código elaborado permite o cálculo dos tensores principais.

Outra exigência que o código deve atender é a capacidade de simular ensaios com deformação ou com tensão controlada. Essa exigência decorre das diferenças entre os ensaios que serão simulados. Os ensaios triaxiais convencionais e os ensaios *simple shear* são ensaios com deformação controlada. Em contraponto, os ensaios triaxiais verdadeiros apresentam tensão controlada.

### 3.2.2 Calibração do modelo para anisotropia inerente em areias

Através de ensaios triaxiais convencionais de compressão (ensaios drenados e não drenados) e de ensaios *simple shear* com o rejeito de mineração de ferro, foi verificada a eficácia do modelo para anisotropia inerente em areias (Li e Dafalias, 2002).

Primeiramente é necessário calcular o parâmetro  $A$  para corpos de prova submetidos à ensaios triaxiais convencionais de compressão e de extensão. Tais valores de  $A$  ( $A_c$  e  $A_e$ ) são utilizados para calcular os parâmetros  $e_{\Gamma 0}$  e  $k_{\Gamma}$  através de um sistema de duas equações e duas incógnitas [Equações (2.31) e (2.32)].

O cálculo do parâmetro  $A$  requer a transformação do tensor de tensões ( $\sigma_{ij}$ ) em um tensor unitário, pois a premissa do modelo requer que apenas a orientação relativa entre o tensor de tensões ( $\sigma_{ij}$ ) e o tensor *fabric* influencie na resposta do material. Assim, torna-se necessário desenvolver um tensor capaz de manter a orientação do tensor da taxa de tensões  $r_{ij}$ .

Para calcular o parâmetro  $A$  são necessários os seguintes dados de entrada:  $\sigma_{ij}$ ;  $M_c$ ;  $c$ ;  $\Delta$ . E através do seguinte roteiro de cálculo é possível obter o valor de  $A$ .

Através do tensor de tensões e da tensão média  $p$ , é possível calcular o tensor desviador da taxa de tensões ( $r_{ij}$ ). A Equação (3.1) apresenta este cálculo.

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + p\delta_{ij} = p(r_{ij} + \delta_{ij}); \quad r_{ij} = \frac{s_{ij}}{p} \quad (3.1)$$

Onde  $s_{ij}$  é o tensor desviador e  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker.

Em seguida se calcula o invariante  $R$  do tensor  $r_{ij}$  através da Equação (3.2). E o ângulo de Lode através da Equação (3.3) a partir de  $R$  e  $r_{ij}$ .

$$R = \sqrt{\frac{3}{2} r_{ij} r_{ij}} \quad (3.2)$$

$$\theta = -\frac{1}{3} \text{sen}^{-1} \left( \frac{9 r_{ij} r_{jk} r_{ki}}{2 R^3} \right) \quad (3.3)$$

O ângulo de Lode é utilizado na interpolação apresentada na Equação (2.27). Através de  $r_{ij}$  é possível calcular o tensor unitário ( $l_{ij}$ ) que representa a direção do tensor da taxa de tensões ( $r_{ij}$ ). A Equação (3.4) apresenta este cálculo.

$$l_{ij} = \sqrt{\frac{3 r_{ij}}{2 R}} \quad (3.4)$$

A partir de  $M_c$ ,  $g(\theta)$  e  $l_{ij}$  é possível calcular o tensor de tensões normalizado  $\hat{\sigma}_{ij}$  [Equação (3.5)].

$$\hat{\sigma}_{ij} = \left[ \sqrt{\frac{2}{3}} M_c g(\theta) \right] l_{ij} + \delta_{ij} = \hat{r}_{ij} + \delta_{ij} \quad (3.5)$$

Através do tensor de tensões normalizado  $\hat{\sigma}_{ij}$  e do tensor *fabric* é possível calcular o tensor de tensões normalizado modificado [Equação (3.6)]. E através das Equações (3.7) e (3.8) é possível obter  $\tilde{r}_{ij}$ , de forma análoga ao realizado na Equação (3.1). Após, procede-se com o cálculo das Equações (2.28) e (2.29). E por fim, o cálculo de A [Equação (2.26)].

$$\tilde{T}_{ij} = \frac{1}{6} (\hat{\sigma}_{ik} F_{kj}^{-1} + F_{ik}^{-1} \hat{\sigma}_{kj}) \quad (3.6)$$

$$\tilde{p} = \tilde{T}_{ii}/3 \quad (3.7)$$

$$\tilde{T}_{ij} = \tilde{p}(\tilde{r}_{ij} + \delta_{ij}) \quad (3.8)$$

A partir de  $\epsilon_{r0}$  e  $k_r$  calcula-se  $\epsilon_r$ . Em seguida, calibra-se  $\lambda_c$  e  $\xi$  através da Equação (2.30) e das linhas do estado crítico obtidas experimentalmente.

O próximo parâmetro a ser calculado é  $d_1$ . Este parâmetro pode ser obtido a partir do gráfico da dilatação (plano  $\epsilon_v$ - $\epsilon_q$ ) do ensaio realizado (fora do estado crítico e fora da transformação de fase) e através da Equação (2.37). O parâmetro  $m$  pode ser adotado como 1 por simplicidade conforme observado no artigo de Li e Dafalias (2002).

Posteriormente, deve ser calibrado o parâmetro  $n$ , o qual deve ser obtido no pico de resistência em ensaios drenados, pois a variação da taxa de tensões é nula. Logo  $K_p$  também deve ser nulo. Com isto é possível utilizar a Equação (3.9).

$$n = \frac{1}{\psi^{pico}} \ln \frac{M_c g(\theta)}{M^{pico}} \quad (3.9)$$

Por fim, é possível calibrar o parâmetro  $h$ , após determinar  $G_0$  (por exemplo através de ensaios de velocidade de pulso ultrassônico). A calibração requer a realização de ensaios triaxiais convencionais drenados (plano  $q$ - $\epsilon_q$ ). A Equação (2.36) permite a resolução de um sistema de duas equações e duas incógnitas através das Equações (3.10) (compressão triaxial) e (3.11) (extensão triaxial). Primeiramente se resolve a Equação (3.10) com dois ensaios de compressão triaxial (valores diferentes de índice de vazios) e em seguida é possível calcular  $k_h$  através da Equação (3.11).

$$h = h_1 - h_2 e \quad (3.10)$$

$$h = (h_1 - h_2 e)k_h \quad (3.11)$$

### 3.2.3 Validação do modelo para anisotropia inerente em areias

Após a calibração, o modelo desenvolvido por Li e Dafalias (2002) foi validado através de ensaios triaxiais verdadeiros (Miguel, 2024). A validação foi realizada através da verificação do comportamento tensão-deformação e da verificação das deformações atuantes, pois os ensaios simulados possuem tensão controlada. Outro aspecto analisado foi a capacidade do modelo de reproduzir o comportamento anisotrópico presente nos ensaios utilizados. Portanto, foram adotados critérios qualitativos para determinar a validação desse modelo. Os critérios adotados foram: o formato da curva tensão-deformação deve ser similar ao ensaio; a deformação volumétrica deve representar compressão ou expansão conforme o ensaio; as tensões e as deformações obtidas não devem superestimar os valores obtidos nos ensaios; simulações com valores similares iguais de parâmetro  $b$ , mas com valores diferentes de direção da tensão principal maior, devem resultar em resultados diferentes de tensão e deformação.

### 3.2.4 Desenvolvimento do modelo

Para modelar o comportamento de misturas compostas por rejeito de mineração de ferro e cimento foi adotado como base o modelo apresentado por Li e Dafalias (2002). A escolha deste modelo ocorreu pelos motivos apresentados a seguir.

O modelo apresenta um tensor *fabric*  $\mathbf{F}$  (tensor que representa a anisotropia inicial do solo) fixo. A escolha do tensor fixo é uma simplificação adotada pois a representação da anisotropia induzida em solos artificialmente cimentados elevaria a complexidade do modelo. Porém, como  $\mathbf{F}$  foi fixado e não é permitido evoluir, não ocorre translação da linha do estado crítico (LEC) enquanto a direção do carregamento permanece constante. Isto resulta em várias LEC dependendo das direções do carregamento. Além disso, caso fosse introduzida uma evolução do tensor fabric em direção ao estado crítico, uma única LEC seria obtida (Li e Dafalias, 2012).

A variável do estado anisotrópico  $A$  é obtida através de uma interpolação com o ângulo de Lode. Esta premissa é adequada quando não ocorre rotação das direções das tensões principais durante o cisalhamento e quando  $\mathbf{F}$  é fixo.

Em relação ao modelo a ser desenvolvido nesta pesquisa, as seguintes premissas foram adotadas:

O teor volumétrico de cimento afeta a dilatância e pode resultar em transformação de fase (geralmente ocorre em areias densas). Portanto, a equação da dilatância deve considerar o teor de cimento.

O teor volumétrico de cimento afeta a anisotropia inerente do solo (decorrente dos processos de compactação ou deposição), visto que as ligações cimentícias tornam o solo mais isotrópico (Festugato *et al.*, 2023). Logo o parâmetro  $A$  deve ser afetado pelo teor volumétrico de cimento. E com isso, a linha do estado crítico será afetada indiretamente. Espera-se que  $A$  tenda à 0 (isotropia) com o aumento da cimentação.

### 3.2.5 Validação do modelo proposto

A validação do modelo proposto foi realizada através da comparação entre as simulações e ensaios triaxiais verdadeiros com misturas rejeito-cimento, conforme os critérios de validação apresentados anteriormente. A análise realizada foi semelhante à utilizada para o modelo adotado. Entretanto, devido à limitação do tipo de ensaio, apenas o comportamento até o pico de resistência foi analisado. Essa limitação impede a calibração de parâmetros relacionados ao estado crítico, de modo que tais parâmetros foram adotados a partir da calibração do rejeito puro. Os demais parâmetros relativos à cimentação foram validados com ensaios triaxiais convencionais e com ensaios triaxiais verdadeiros de misturas rejeito-cimento.

### 3.2.6 Análise paramétrica

Após a validação do desenvolvimento do modelo, foi realizada a análise paramétrica a fim de avaliar a influência dos parâmetros do rejeito e do cimento no comportamento multiaxial das misturas rejeito-cimento. Os parâmetros analisados foram escolhidos de forma que fosse possível avaliar a influência na rigidez, na resistência, na dilatância e na anisotropia.

## 4 ESTRUTURA DO MODELO

O modelo proposto visa representar o comportamento multiaxial de misturas rejeito-cimento. Esse comportamento pode ser dividido em duas parcelas. A primeira representa a matriz do rejeito e a segunda representa a matriz das ligações cimentícias. A partir da sobreposição de efeitos é possível considerar o efeito combinado dessas matrizes. Por fim, o modelo proposto adaptou o modelo original para considerar carregamentos drenados. Assim, o efeito da deformação volumétrica foi considerado no comportamento do material.

A matriz do rejeito foi analisada através do modelo para anisotropia inerente em areias (LI e DAFALIAS, 2002). Esse modelo apresenta um tensor *fabric*, representativo da estrutura interna do material, constante. Tal premissa é válida, pois a evolução da anisotropia do material requer deformações plásticas elevadas. Ademais, esse modelo não considera os efeitos de carregamentos cíclicos ou com reversão do carregamento, assim como os carregamentos com taxa de tensão constante.

O efeito das ligações cimentícias foi considerado através da sobreposição de efeitos. Desta forma, uma parcela adicional de tensão média efetiva ( $p_b$ ) influencia o comportamento do material (Zhang e Zhang, 2024). Essa parcela pode ser estimada através do teor de cimento (Zhang, Dafalias e Jiang, 2023) ou através do índice porosidade/teor de volumétrico de cimento ( $\eta/Civ$ ). Conforme demonstrado por Miguel (2024) e por Corte (2020), o efeito do teor de cimento deve ser considerado simultaneamente ao efeito da porosidade para analisar o comportamento multiaxial de materiais artificialmente cimentados. Portanto, no presente trabalho, foram utilizados dois valores de  $\eta/Civ$  para avaliar o efeito das ligações cimentícias no comportamento de misturas rejeito-cimento.

### 4.1 SOBREPOSIÇÃO DE EFEITOS

A sobreposição de efeitos, no contexto da geotecnia, consiste em isolar a influência de duas ou mais parcelas no comportamento do material. Assim, é possível adicionar o efeito da cimentação em sobreposição ao efeito da porosidade e da tensão média efetiva. Dessa forma, a partir de um modelo calibrado através de ensaios realizados com o material não cimentado é possível obter parâmetros representativos do comportamento do material cimentado.

No presente trabalho, a sobreposição de efeitos pode ser observada através da utilização de constantes obtidas da calibração do rejeito não cimentado e através da adição de componentes vinculadas à cimentação. Caso o teor de cimento seja nulo, tais componentes são anulados, e as equações utilizadas tornam-se semelhantes ao modelo original.

## 4.2 CONTRIBUIÇÃO DO CIMENTO

O comportamento multiaxial de materiais artificialmente cimentados depende da anisotropia e do teor de cimento. Segundo Festugato et al. (2023), a envoltória de resistência desses materiais pode ser estimada através da redução da anisotropia ( $d$ ) e da parcela adicional de tensão média efetiva ( $p_c$ ). Esses autores também demonstraram que ensaios com diferentes teores de cimento, mas com valores iguais do índice  $\eta/C_{iv}$  resultam em valores similares de resistência. No presente trabalho foi adotado o expoente 0,16 sobre o teor volumétrico de cimento ( $C_{iv}$ ), esse ajuste decorrente da ponderação do efeito da cimentação na resistência. Caso o expoente “1” fosse adotado, seria equivalente afirmar que a porosidade ( $\eta$ ) e o parâmetro  $C_{iv}$  possuem a mesma influência na resistência. O expoente 0,16 foi obtido por Miguel (2024) ao analisar ensaios de compressão simples e tração por compressão diametral com diferentes valores do índice  $\eta/C_{iv}$ .

A modelagem constitutiva de materiais artificialmente cimentados requer a definição de parâmetros e constantes de calibração adicionais. Em relação ao parâmetro  $p_c$  (ou  $p_b$ ), diversos autores (Gao e Zhao, 2012; Zhang, Dafalias e Jiang, 2023; Zhang e Zhang, 2024) associam a resistência à tração ao teor de cimento como forma de calibrar tal parâmetro. O valor inicial de  $p_b$  pode ser estimado através do teor de cimento. Porém, no lugar do teor de cimento foi adotado o parâmetro  $\eta/C_{iv}^{0,16}$  [Equação (4.1)]. Sendo que  $p_{b0}$  é a resistência inicial das ligações cimentícias,  $a_2$  e  $b_2$  são constantes do modelo.

$$p_{b0} = a_2 \frac{\eta^{b_2}}{C_{iv}^{0,16}} \quad (4.1)$$

A partir da mudança da tensão efetiva atuante no corpo de prova, outros parâmetros podem ser definidos. Conforme apresentado por Zhang e Zhang (2024), o aumento da resistência pode ser relacionado ao aumento do teor de cimento através do parâmetro  $M$ , que representa a razão

entre a tensão desvio e a tensão média efetiva no estado crítico. Neste trabalho, ao invés do teor de cimento foi adotado o parâmetro  $\eta/Civ^{0,16}$  [Equação (4.2)]. Em que  $M_c$  representa o parâmetro  $M$  de um ensaio triaxial convencional de compressão do material não cimentado,  $a_1$  e  $b_1$  são constantes do modelo, e  $M_{cc}$  representa o novo valor de  $M$ . No modelo proposto, o valor de  $M_{cc}$  não substitui o valor de  $M_c$  na determinação do parâmetro  $A$  de anisotropia. A redução da anisotropia é considerada através do parâmetro  $\Delta_c$  que atua reduzindo o parâmetro  $\Delta$  na definição do tensor *fabric*.

$$M_{cc} = M_c + a_1 \frac{\eta^{b_1}}{Civ^{0,16}} \quad (4.2)$$

Segundo Zhang, Dafalias e Jiang (2023), o intercepto da linha do estado crítico (LEC) depende do teor de cimento. Essa abordagem resulta no deslocamento vertical da LEC e possui embasamento na existência de ligações cimentícias em estado crítico. Tais ligações contribuem para o aumento da dilatação e da resistência do material. No presente trabalho, ao invés do teor de cimento foi adotado o parâmetro  $\eta/Civ^{0,16}$  [Equação (4.3)]. Em que  $e_{\Gamma 0}$  e  $e_{\Gamma 0c}$  são os valores do índice de vazios na LEC quando  $p'=0$  kPa (material não cimentado e material cimentado, respectivamente), e  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes do modelo. O valor de  $e_{\Gamma 0c}$  passa a ser utilizado como ponto de referência para a definição das demais LECs que dependem do parâmetro de anisotropia  $A$ .

$$e_{\Gamma 0c} = e_{\Gamma 0} + \alpha \frac{\eta^{\beta}}{Civ^{0,16}} \quad (4.3)$$

O aumento da cimentação resulta no aumento da rigidez elástica de materiais granulares (Consoli *et al.*, 2009). Portanto, a expressão proposta por Richart, Hall e Woods (1970) foi modificada para considerar o efeito da cimentação. A modificação proposta apresenta um fator dependente da evolução de  $p_b$ , conforme utilizado por Zhang, Dafalias e Jiang (2023). A Equação (4.4) apresenta evolução do módulo cisalhante elástico ( $G$ ) em função do índice de vazios ( $e$ ), da tensão efetiva média ( $p$ ), da constante  $G_0$  e da pressão atmosférica  $p_a$ .

$$G = G_0 \exp \left( \sqrt{\frac{p_b p_a}{p + p_b}} \right) \frac{(2,97 - e)^2}{1 + e} (p p_a)^{1/2} \quad (4.4)$$

A partir do trabalho de Zhang e Zhang (2024) que apresenta uma nova abordagem sobre o efeito da cimentação na dilatação ( $D$ ) a equação de Li e Dafalias (2002) foi modificada. Essa modificação consiste em acrescentar o fator  $\eta_{bond}$  que depende do teor de cimento e diminui conforme o aumento da deformação cisalhante. O valor inicial  $\eta_{bond}^{in}$  depende das constantes  $k_1$  e  $k_2$  e da razão entre a resistência inicial das ligações cimentícias ( $p_{b0}$ ) e a tensão média efetiva após a consolidação [Equação (4.5)]. A evolução de  $\eta_{bond}$  depende do fator  $h_p$ , da deformação cisalhante ( $\varepsilon_q$ ) e do valor inicial  $\eta_{bond}^{in}$  [Equação (4.6)]. O fator  $h_p$  depende da constante  $k_3$  e de  $\eta_{bond}^{in}$  [Equação (4.7)]. Por fim, a Equação (4.8) apresenta a fórmula proposta para o cálculo da dilatação.

$$\eta_{bond}^{in} = k_1 \left( \frac{p_{b0}}{p_0} \right)^{k_2} \quad (4.5)$$

$$\eta_{bond} = \eta_{bond}^{in} e^{-h_p \varepsilon_q} \quad (4.6)$$

$$h_p = k_3 \eta_{bond}^{in} \quad (4.7)$$

$$D = \frac{d_1}{M_{cc} g(\theta)} \left[ 1 + \frac{R}{M_{cc} g(\theta)} \right] [M_{cc} g(\theta) e^{m\psi} - R + \eta_{bond}] \quad (4.8)$$

Além das alterações apresentadas, dois parâmetros também foram adicionados no modelo proposto. O primeiro parâmetro consiste em um valor diferente para a razão  $c$  ( $c = M_c/M_c$ ), pois, conforme demonstrado por Festugato et al. (2023) a adição de cimento contribui na redução da anisotropia. A variação do parâmetro  $c$  foi observada através da análise dos ensaios triaxiais verdadeiros cimentados em comparação com os ensaios não cimentados. O segundo parâmetro  $\Delta_c$  representa a redução do vetor magnitude  $\Delta$  que indica a magnitude da anisotropia. A calibração de  $\Delta_c$  foi baseada na avaliação das simulações realizadas.

### 4.3 PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

O procedimento de cálculo contempla os dados de entrada, as condições do ensaio e a simulação do comportamento elastoplástico. Inicialmente, os parâmetros de entrada e as constantes do modelo definem o tensor de rigidez. Após os cálculos, são obtidos os incrementos de tensão e de deformação. Ao final do ciclo, os estados de tensões e de deformações são atualizados. Os novos estados resultam em mudanças no tensor de rigidez, que varia em cada ciclo. Após o número definido de ciclos, todo o carregamento é aplicado.

#### 4.3.1 Definição dos dados de entrada

Os dados de entrada do modelo podem ser agrupados em dois grupos: condições iniciais e constantes do material. As condições iniciais são compostas pelo tipo de carregamento, pelo tipo de drenagem, pela tensão média e pelo índice de vazios ao final da consolidação. As constantes do material podem ser agrupadas em: constantes elásticas, constantes do estado crítico, constantes de enrijecimento, constantes de dilatância, constantes de anisotropia e constantes da cimentação. As condições iniciais são apresentadas na Tabela 4.1 e as constantes do material nas Tabelas Tabela 4.2 e Tabela 4.3. Sendo que os parâmetros presentes na Tabelas Tabela 4.2 foram obtidos do modelo de Li e Dafalias (2002). Os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$  e  $b_2$  foram obtidos do modelo de Zhang, Dafalias e Jiang (2023) e consideram o efeito da cimentação. Os parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  foram obtidos do estudo de Zhang e Zhang (2024) e consideram o efeito da cimentação na dilatância. Por fim, o novo parâmetro proposto  $\Delta_c$  representa a redução da anisotropia decorrente da cimentação artificial.

Tabela 4.1: Dados iniciais do modelo.

Parâmetro	Descrição
$e_0$	Índice de vazios ao final da consolidação
$p'_0$	Tensão média ao final da consolidação.
$dX$	Carregamento aplicado (tensão ou deformação).
$l$	Tipo de carregamento e condição de drenagem.
$\eta/Civ^{0,16}$	Índice porosidade/teor de volumétrico de cimento

Tabela 4.2: Constantes do material referentes ao solo/rejeito.

Parâmetro	Descrição	Classificação
$G_0$	Parâmetro relacionado à rigidez do material.	Constantes Elástica
$\nu$	Coefficiente de Poisson.	
$M_c$	Taxa de tensões no estado crítico (M) em um ensaio triaxial convencional de compressão.	Constantes do Estado Crítico
$c$	Taxa entre as taxas de tensões no estado crítico (extensão sobre compressão).	
$e_{r0}$	Intercepto da linha do estado crítico e ponto de ancoragem das linhas do estado crítico.	
$\lambda_c$	Inclinação da linha do estado crítico.	
$\xi$	Ponderador da tensão média para linha do estado crítico.	
$h_1$	Variação da rigidez do material.	Constantes de enrijecimento
$h_2$	Variação da rigidez do material através do efeito do índice de vazios.	
$n$	Efeito do parâmetro de estado no módulo plástico ( $K_p$ ).	
$d_1$	Coefficiente utilizado na função de dilatância.	Constantes de dilatância
$m$	Efeito do parâmetro de estado na função de dilatância.	
$\Delta$	Vetor magnitude, indica a magnitude da anisotropia.	Constantes de anisotropia
$k_\Gamma$	Efeito da anisotropia nas linhas do estado crítico.	
$k_h$	Efeito da anisotropia na variação da rigidez.	
$A_c$	Parâmetro do estado crítico em um ensaio triaxial convencional de compressão.	
$A_e$	Parâmetro do estado crítico em um ensaio triaxial convencional de extensão.	

Tabela 4.3: Constantes do material referentes ao cimento.

Parâmetro	Descrição	Classificação
$\alpha$	Parâmetro relacionado ao intercepto da linha do estado crítico (plano e-p).	Constantes do Estado Crítico
$\beta$	Parâmetro relacionado ao intercepto da linha do estado crítico (plano e-p).	
$a_1$	Parâmetro relacionado à razão M entre tensões $q/p'$ no estado crítico.	
$b_1$	Parâmetro relacionado à razão M entre tensões $q/p'$ no estado crítico.	
$a_2$	Parâmetro relacionado à resistência inicial das ligações cimentícias ( $p_{b0}$ ).	Constantes da resistência

Parâmetro	Descrição	Classificação
$b_2$	Parâmetro relacionado à resistência inicial das ligações cimentícias ( $p_{b0}$ ).	das ligações cimentícias
$k_1$	Parâmetro relacionada ao efeito inicial das ligações cimentícias na dilatância.	Constabtes do efeito da cimentação sobre a dilatância
$k_2$	Parâmetro relacionado ao efeito inicial das ligações cimentícias na dilatância	
$k_3$	Parâmetro relacionado à degradação das ligações cimentícias.	
$\Delta_c$	Parâmetro relacionado à redução da anisotropia decorrente das ligações cimentícias	Constante de anisotropia

#### 4.3.2 Linearização das condições de contorno e definição dos incrementos de carregamento

Para resolver as equações constitutivas foi adotado a técnica numérica de Bardet e Choucair (1991). Essa técnica permite a transformação das equações constitutivas em um sistema linear de equações diferenciais. Em decorrência da simetria dos tensores de tensão [Equação (4.9)] e de deformação, é possível transformar tais tensores em vetores, assim como o tensor de rigidez de quarta ordem  $C_{ijkl}$  pode ser transformado em uma matriz [Equação (4.10)].

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix}, \varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned}
C_{ijkl} &= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 2C_{1112} & 2C_{1123} & 2C_{1131} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & 2C_{2212} & 2C_{2223} & 2C_{2231} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & 2C_{3312} & 2C_{3323} & 2C_{3331} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & 2C_{1212} & 2C_{1223} & 2C_{1231} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & 2C_{2312} & 2C_{2323} & 2C_{2331} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & 2C_{3112} & 2C_{3123} & 2C_{3131} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

O princípio das restrições de carregamento linearizadas (Bardet e Choucair, 1991) afirma que se as variáveis internas forem excluídas, existem quinze incógnitas (seis para  $d\sigma$ , seis para  $d\varepsilon$ , e três para  $d\omega$ ). Assim, nove relações lineares podem ser obtidas ao linearizar as restrições de carregamentos presentes em ensaios de laboratório. Portanto, é possível agrupar essas relações lineares em seis relações constitutivas lineares e com isso formar um sistema com quinze equações lineares. Dentre as seis relações constitutivas, cinco representam as restrições e a sexta introduz a variável de carregamento  $dX$ , que controla a evolução do processo de carregamento.

A partir destas relações é possível definir a Equação (4.11). Tal equação não considera o efeito de rotação. As matrizes  $S_{ij}$  e  $E_{ij}$  representam, respectivamente, as restrições de tensões e deformações. E o vetor  $dY$  [Equação (4.12)] representa o carregamento aplicado.

$$\sum_{j=1}^6 (S_{ij}d\sigma_{ij} + E_{ij}d\varepsilon_{ij}) = dY_i, i = 1, \dots, 6 \tag{4.11}$$

$$dY = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ dX \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Portanto, duas técnicas de solução podem ser adotadas. O primeiro método consiste em resolver o sistema de equações de forma que os incrementos de tensão sejam função dos incrementos de deformação. Assim, é possível obter os incrementos de deformação e posteriormente os incrementos de tensão. A solução desse método decorre da resolução do sistema descrito na Equação (4.13). O segundo método consiste em obter os incrementos de deformação em função dos incrementos de tensão. A solução do segundo método decorre da resolução do sistema descrito na Equação (4.14), sendo que **B** é a matriz inversa de **C**. A solução dos métodos pode ser obtida através de métodos numéricos convencionais e no presente trabalho foi adotado o método de Euler simplificado.

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{S} \cdot \mathbf{C} + \mathbf{E})d\boldsymbol{\varepsilon} &= d\mathbf{Y} \\ d\boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{C}d\boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{S} + \mathbf{E} \cdot \mathbf{B})d\boldsymbol{\sigma} &= d\mathbf{Y} \\ d\boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{B}d\boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

Para cada tipo de ensaio foram elaboradas as matrizes **S** e **E**. Ao todo, dez tipos de carregamento foram simulados, dos quais pode-se citar: triaxial convencional de compressão drenado, triaxial de compressão não drenado, ensaio *simple shear* não drenado, ensaio triaxial verdadeiro com tensão média constante e diversos ângulos de carregamento (ângulo da tensão principal maior) em relação à direção da compactação (0, 30, 60, 90, 120, 150 e 180°). As Equações (4.15) a (4.24) apresentam os carregamentos citados anteriormente.

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0,5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

A implementação do modelo constitutivo permite a simulação de ensaios com tensão controlada e de ensaios com deformação controlada. Assim, é possível analisar diferentes tipos de ensaios. Para as simulações dos ensaios triaxiais e *simple shear* foram adotados carregamentos de deformação controlada. No caso dos ensaios triaxiais verdadeiros, foram adotados carregamentos de tensão controlada.

Em todas as simulações foram adotados 2000 ciclos de iteração, o que representa cerca de 0,01% de deformação e 0,01 kPa de tensão. Tais incrementos são pequenos o suficiente para representar o comportamento tensão-deformação do material analisado.

### 4.3.3 Simulação do comportamento elastoplástico

A transição entre comportamento elástico e elastoplástico é baseada no *plastic loading index* (dL). Quando dL se torna maior do que zero, deformações plásticas (volumétrica e desviadora) são calculadas, assim como o tensor de rigidez ( $C_{ijkl}$ ) sofre alterações. Caso dL seja menor ou igual a zero, apenas deformações elásticas são calculadas e o tensor de rigidez não considera a parcela relativa a plastificação.

## 5 VALIDAÇÃO DO MODELO

O modelo proposto foi calibrado e validado através de ensaios triaxiais consolidados isotropicamente drenados (CID, 3 ensaios), de ensaios consolidados isotropicamente não drenados (CIU, 3 ensaios), de ensaios *simple shear* (SS, 3 ensaios) e de ensaios triaxiais verdadeiros (14 ensaios). Os dados dos ensaios triaxiais com rejeito não cimentado foram obtidos do trabalho de Dutra (2021). Os dados dos ensaios triaxiais cimentados foram obtidos de Silva et al. (2024). Por fim, os dados dos ensaios triaxiais verdadeiros (cimentados e não cimentados) foram obtidos do estudo de Miguel (2024).

Ao todo, foram simulados 23 ensaios, dos quais 16 representam o material não cimentado e 7 representam o material artificialmente cimentado. Os ensaios triaxiais verdadeiros foram realizados com tensão média efetiva ( $p'$ ) constantes de 100 kPa e as trajetórias utilizadas foram de 0, 30, 60, 90, 120, 150 e 180°. Os ensaios CIU e SS foram realizados com valores de tensão média inicial ( $p'_0$ ) de 25, 50 e 100 kPa. Por fim, os ensaios CID não cimentados foram realizados com  $p'_0$  de 200, 400 e 1000 kPa. Em relação à geometria das amostras, os ensaios triaxiais utilizaram amostras cilíndricas de 5 x 10 cm (diâmetro x altura), os ensaios *simple shear* utilizaram amostras cilíndricas de 10 x 5 cm (diâmetro x altura) e os ensaios triaxiais verdadeiros utilizaram amostras cúbicas de 10 cm de aresta.

### 5.1 ENSAIOS TRIAXIAIS CONVENCIONAIS

Dutra (2021) realizou ensaios triaxiais monotônicos drenados (CID) e não drenados (CIU). A faixa de tensões efetivas adotada foi de 25 a 4000 kPa. Entretanto, a fim de permitir a comparação com os ensaios *simple shear* (SS) realizados por esse mesmo autor, a faixa adotada nas simulações foi de 25 a 100 kPa para os ensaios CIU e de 200 a 1000 kPa para os ensaios CID. Os ensaios foram realizados com deformação controlada e com isso possibilitaram a calibração de parâmetros relacionados ao estado crítico.

A calibração dos parâmetros do estado crítico ( $e_{\Gamma 0}$ ,  $\lambda_c$ ,  $\xi$ ) foi realizada através da análise dos ensaios CIU, CID e SS. Através do cálculo do parâmetro A de anisotropia foi possível estabelecer as linhas do estado crítico para os triaxiais e SS. Desta forma foram definidos o

ponto de referência de todas as linhas ( $e_{\Gamma 0}$ ) e o efeito da anisotropia no deslocamento das linhas ( $k_{\Gamma}$ ).

A partir do ensaio CID com tensão efetiva inicial de 200 kPa e dos dados sobre dilatância foi possível calibrar o parâmetro  $d_1$ . Esse parâmetro foi calibrado em um ponto fora do estado crítico em um ensaio sem transformação de fase. O parâmetro  $n$  foi calibrado através da análise das simulações devido a ausência de resultados com pico definido de resistência. A calibração desse parâmetro requer a execução de ensaios CID com pico de resistência definido, pois o módulo plástico é nulo nesse ponto.

O parâmetro  $G_0$  foi calibrado através dos resultados obtidos a partir de ensaios Bender Elements realizados por Dutra (2021). Esse autor apresentou uma relação entre  $G_{\text{máx}}$  e tensão efetiva média, que foi utilizada em conjunto com a equação para o cálculo de  $G$  presente no modelo.

Os parâmetros  $\nu$ ,  $c$ ,  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $\Delta$  e  $m$  foram estimados devido à ausência de ensaios triaxiais de extensão axial. Os parâmetros apresentados por Li e Dafalias (2002) foram usados como referência. Os valores de  $A_c$  e  $A_e$  foram calculados através das constantes utilizadas e representam os limites para o parâmetro  $A$ . A Tabela 5.1 apresenta as constantes do rejeito utilizadas e a

Tabela 5.2 os dados iniciais dos ensaios triaxiais simulados.

Tabela 5.1: Valores das constantes do rejeito utilizadas nas simulações.

Parâmetro	Valor	Classificação
$G_0$	131,2	Constantes Elástica
$\nu$	0,25	
$M_c$	1,31	Constantes do Estado Crítico
$c$	0,75	
$e_{\Gamma 0}$	1,02	
$\lambda_c$	0,395	
$\xi$	0,2	
$h_1$	3,45	Constantes de enrijecimento
$h_2$	3,34	
$n$	1,47	
$d_1$	1,31	Constantes de dilatância
$m$	1	

$\Delta$	0,2	Constantes de anisotropia
$k_{\Gamma}$	0,9	
$k_h$	0,2	
$A_c$	0,307	
$A_e$	-0,25	

Tabela 5.2: Valores dos dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios triaxiais.

Parâmetro	Valor
$e_0$	CIU: 0,85; 0,82; 0,77. CID: 0,74; 0,71; 0,66.
$p'_0$	CIU: 25,04; 48,95; 95,06. CID: 199,83; 382,12; 998,93.
$dX$	20 % (deformação axial).
$l$	1 (CID), 2 (CIU).
$\eta/Civ^{0,16}$	Não se aplica.

O comportamento tensão-deformação do rejeito de mineração de ferro é apresentado nas Figura 5.1 e Figura 5.2. As simulações foram capazes de representar o comportamento presente nos ensaios realizados. Entretanto, a rigidez inicial das simulações é superior à dos ensaios. Apesar disso, o comportamento obtido das simulações é satisfatório, pois os mesmos parâmetros foram adotados em todos os ensaios. As simulações dos ensaios CIU apresentam dois picos de resistência com baixas deformações isso ocorre pois o modelo considera a redução da tensão desviadora em decorrência da redução da tensão média, após o estado de tensões atingir a envoltória de resistência, a tensão desviadora aumenta até atingir um patamar e a tensão média passa a aumentar.

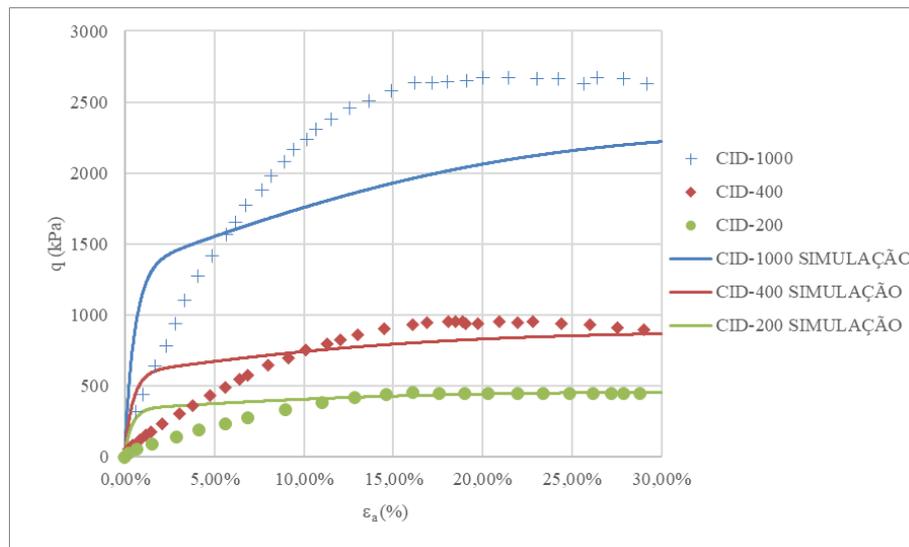


Figura 5.1: Resultados dos ensaios triaxiais CID e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q-\varepsilon_a$ ).

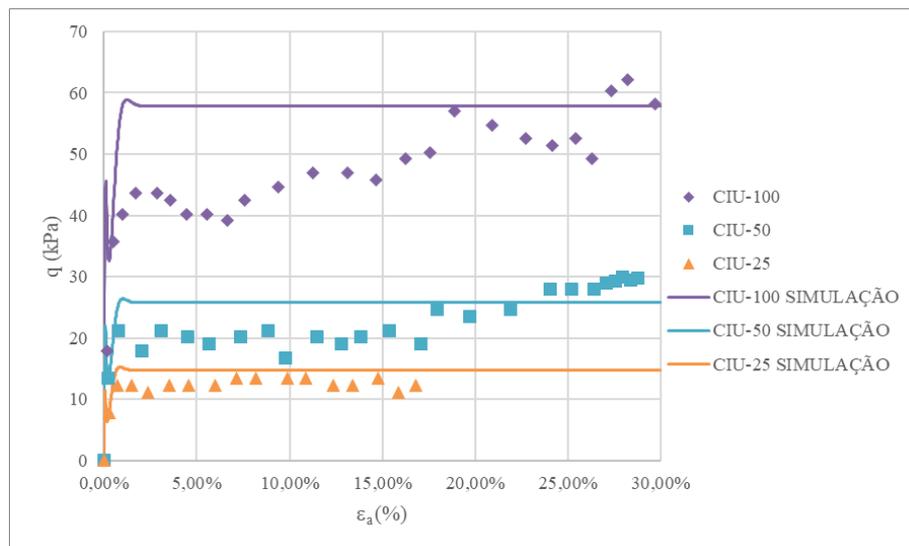


Figura 5.2: Resultados dos ensaios triaxiais CIU e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q-\varepsilon_a$ ).

A relação entre a deformação axial e a deformação volumétrica pode ser observada na Figura 5.3. A simulação do ensaio CID-200 apresentou maior coerência em relação ao ensaio simulado. O modelo não foi capaz de estimar adequadamente a deformação volumétrica dos demais ensaios.

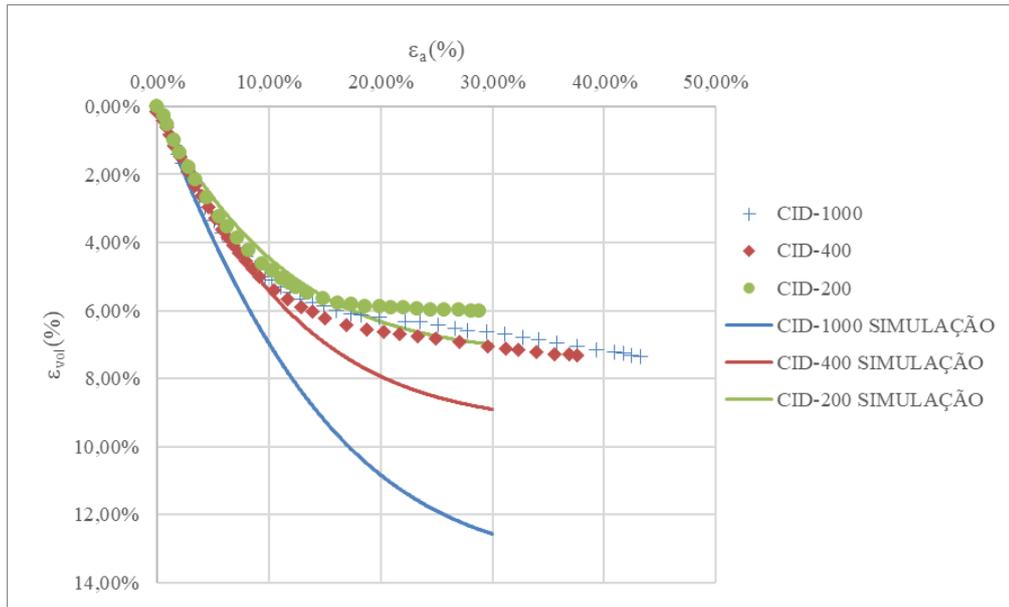


Figura 5.3: Resultados dos ensaios triaxiais CID e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação axial ( $\epsilon_{vol}$  -  $\epsilon_a$ ).

A envoltória de resistência é apresentada nas Figura 5.4 e Figura 5.5. É possível observar que as simulações representaram satisfatoriamente os resultados obtidos nos ensaios. Isso torna-se ainda mais importante devido ao fato de serem simulações com deformação controlada. Nas simulações dos ensaios CIU é possível observar a redução da tensão média efetiva e da tensão desviadora, conforme ocorreu nos ensaios.

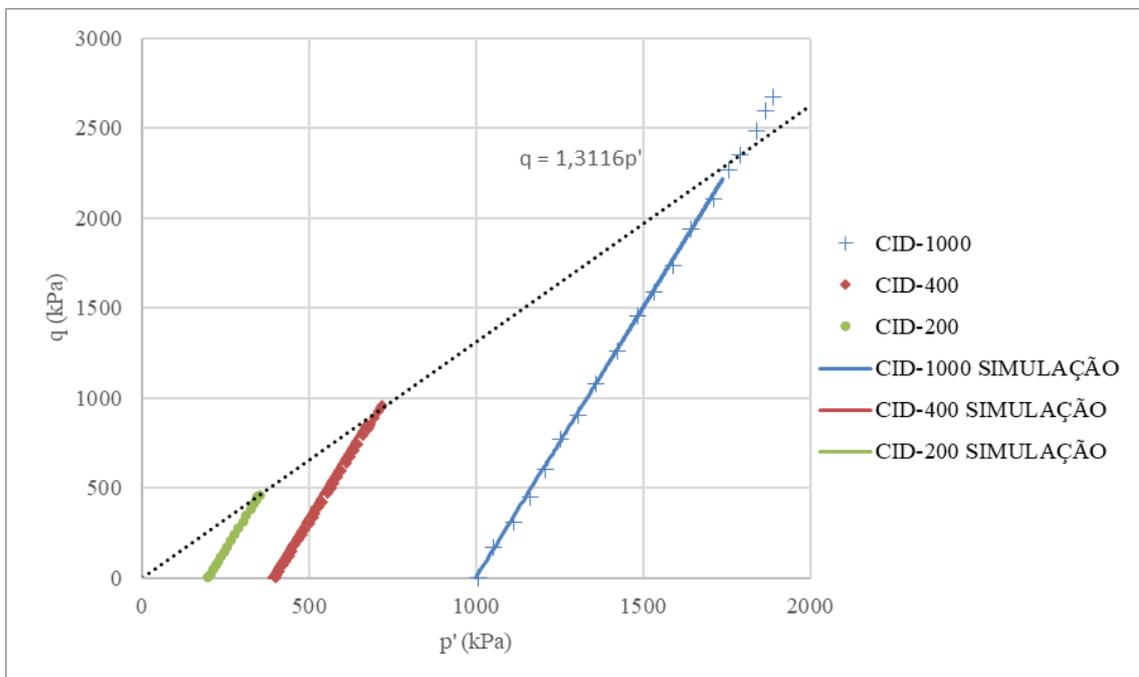


Figura 5.4: Resultados dos ensaios triaxiais CID e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão desvio-tensão média efetiva ( $q-p'$ ).

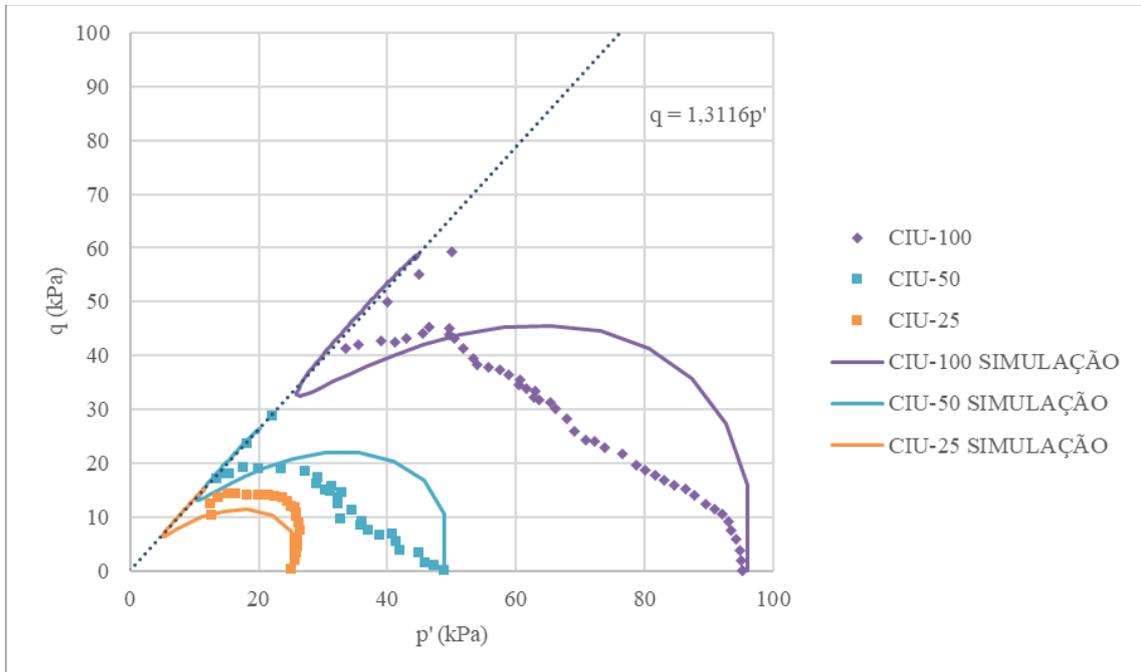


Figura 5.5: Resultados dos ensaios triaxiais CIU e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão desvio-tensão média efetiva ( $q-p'$ ).

## 5.2 ENSAIOS SIMPLE SHEAR

Dutra (2021) realizou ensaios *simple shear* (SS) com tensões efetivas no intervalo entre de 25 a 200 kPa. Os ensaios foram realizados com deformação controlada e com isso possibilitaram a calibração de parâmetros relacionados ao estado crítico. Os ensaios simulados compõem o intervalo entre 25 e 100 kPa, o que permitiu a comparação com os ensaios triaxiais CIU.

A calibração dos parâmetros da linha do estado crítico não proporcionou resultados satisfatórios nas simulações dos ensaios *simple shear*. Portanto, foi necessário adotar um valor diferente (0,4) para o parâmetro  $\xi$ . Isso decorre da dificuldade em estabelecer uma única equação para o cálculo do índice de vazios crítico que fosse capaz de representar os ensaios triaxiais e os ensaios *simple shear*. A Tabela 5.3 apresenta os dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios *simple shear*.

Tabela 5.3: Valores dos dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios *simple shear*.

Parâmetro	Valor
$e_0$	SS: 0,856; 0,812; 0,779.
$p'_0$	SS: 24,96; 49,95; 99,97.
dX	70 % ( $\varepsilon_{13}$ ).
l	3 (SS).
$\eta/Civ^{0,16}$	Não se aplica.

O comportamento tensão-deformação é apresentado na Figura 5.6. As simulações foram capazes de representar o comportamento presente nos ensaios realizados. Entretanto, a rigidez inicial das simulações é superior à dos ensaios. Como os mesmos parâmetros foram adotados em todos os ensaios, o comportamento obtido das simulações é satisfatório. Por outro lado, a resistência ao final da simulação apresenta coerência em relação aos ensaios. Em relação ao primeiro pico de resistência, a mesma explicação apresentada para os ensaios CIU se aplica. Ou seja, o modelo considera a redução da tensão cisalhante devido a redução da tensão efetiva média até que o estado de tensões atinja a envoltória de resistência. Após este ponto, a tensão cisalhante e a tensão efetiva média passam a aumentar.

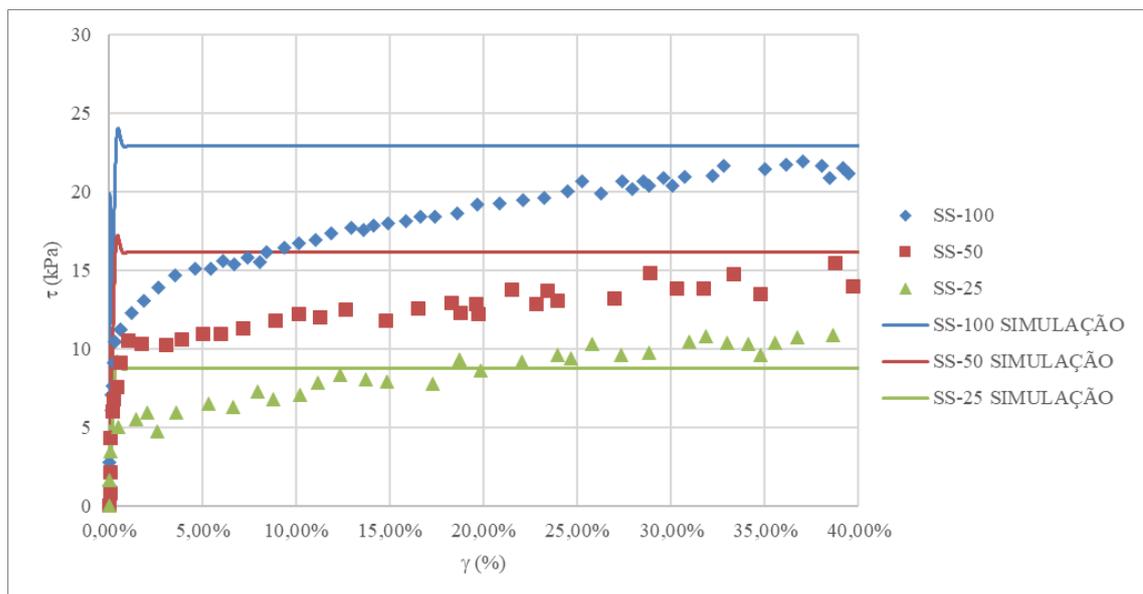


Figura 5.6: Resultados dos ensaios *simple shear* e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão cisalhante-deformação cisalhante ( $\tau$ - $\gamma$ ).

A envoltória de resistência é apresentada na Figura 5.7. É possível observar que as simulações representaram satisfatoriamente os resultados obtidos nos ensaios. A inclinação da envoltória obtida nas simulações é razoavelmente próxima da envoltória dos ensaios. Além disso, a precisão da envoltória das simulações é superior quando se observa os ensaios SS-25 e SS-50. Também deve ser destacado que as simulações representaram redução da tensão desviadora, o que não foi observado nos ensaios. Por fim, os valores de tensão desviadora obtidos nos ensaios SS foram inferiores aos obtidos nos ensaios triaxiais CIU (para o mesmo nível de tensão efetiva). Isso demonstra a anisotropia do material ao evidenciar o efeito da direção do carregamento na resistência.

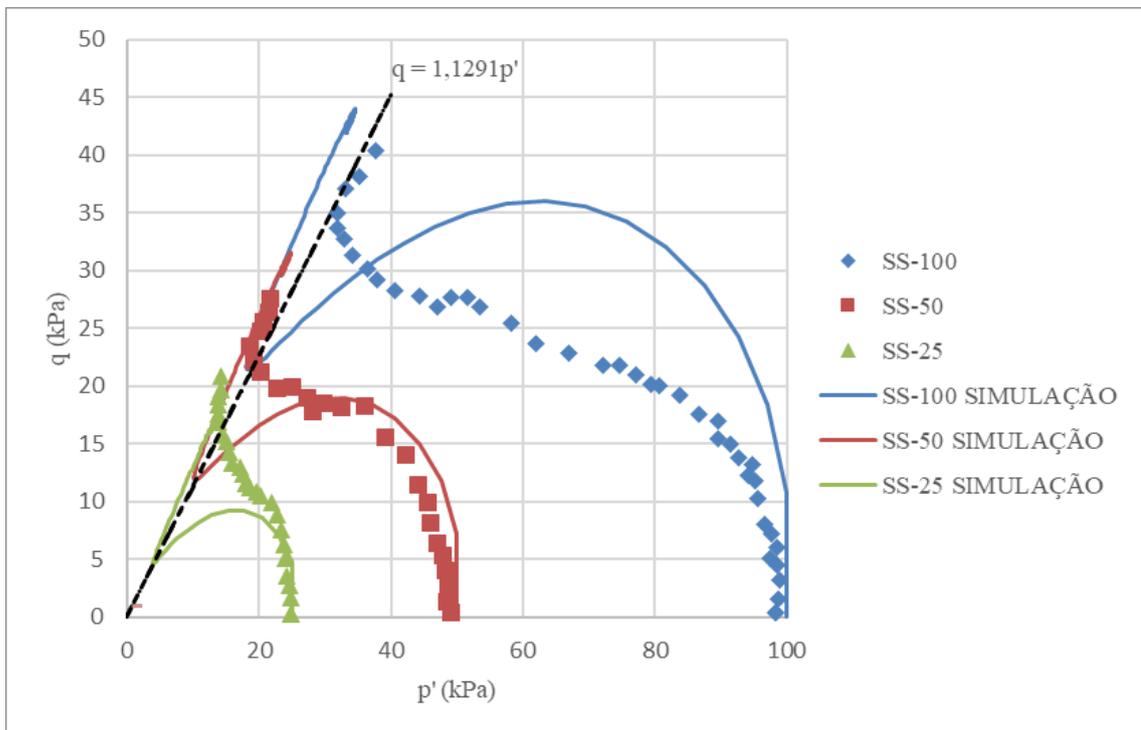


Figura 5.7: Resultados dos ensaios *simple shear* e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão desvio-tensão média efetiva ( $q$ - $p'$ ).

### 5.3 ENSAIOS TRIAXIAIS VERDADEIROS

Miguel (2024) realizou ensaios triaxiais verdadeiros com rejeito de mineração de ferro e com misturas rejeito-cimento. Os ensaios foram realizados com tensão controlada e as trajetórias utilizadas foram de 0, 30, 60, 90, 120, 150 e 180°. Todos os ensaios foram realizados com tensão média efetiva constante de 100 kPa. As simulações realizadas foram comparadas com os resultados desse autor. Logo, 14 ensaios foram simulados, totalizando 7 trajetórias de tensões. Além desses ensaios, ensaios triaxiais CID realizados com misturas rejeito-cimento por Silva et al. (2024) também foram utilizados na calibração do modelo.

Os parâmetros adotados para as simulações dos ensaios triaxiais verdadeiros não cimentados são os mesmos dos apresentados na Tabela 5.1. Exceto o parâmetro  $M_c$ , que foi elevado para 1,54 pois a razão  $q/p'$  de pico do ensaio com trajetória de 0° apresentava um valor similar. Assim, foi possível calibrar o modelo através dos ensaios triaxiais e *simple shear*, e simular satisfatoriamente os ensaios triaxiais verdadeiros. A Tabela 5.4 apresenta os dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios triaxiais verdadeiros não cimentados. Em relação ao parâmetro  $dX$ , o carregamento aplicado é transformado através das condições de contorno (S e E) apresentadas anteriormente.

Tabela 5.4: Valores dos dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios triaxiais verdadeiros (rejeito não cimentado).

Parâmetro	Valor
$e_0$	0° a 180°: 0,757; 0,778; 0,753; 0,772; 0,752; 0,752; 0,756.
$p'_0$	100 kPa.
$dX$	0° a 180°: 100 kPa ( $\sigma_{11}$ , vertical z), 60 kPa ( $\sigma_{11}$ , vertical z), 28,2 kPa ( $\sigma_{11}$ , vertical z), 63,5 kPa ( $\sigma_{33}$ , horizontal y), 87 kPa ( $\sigma_{33}$ , horizontal y), 55 kPa ( $\sigma_{33}$ , horizontal y), 32 kPa ( $\sigma_{33}$ , horizontal y),
$I$	4 a 10 (0° a 180°).
$\eta/Civ^{0,16}$	Não se aplica.

Devido a sobreposição de efeitos, a calibração dos ensaios realizados com rejeito não cimentado foi utilizada na simulação dos rejeitos cimentados. Logo, os parâmetros (do rejeito) adotados para as simulações dos ensaios triaxiais verdadeiros com a mistura rejeito-cimento são os

mesmos dos apresentados na Tabela 5.1, com exceção do parâmetro  $c$  que foi modificado, devido aos resultados experimentais analisados.

Os parâmetros relativos à cimentação foram calibrados através de ensaios triaxiais e de ensaios triaxiais verdadeiros. Dois valores de  $\eta/Civ^{0,16}$  foram utilizados na calibração (42,20 e 33,73). Os parâmetros  $a_1$  e  $b_1$  foram calibrados através dos valores de  $M$  obtidos dos ensaios triaxial CID-300 e do ensaio triaxial verdadeiro com trajetória de  $0^\circ$ .

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  foram calibrados através da comparação entre a linha do estado crítico obtida através dos ensaios CID-300 e CIU-300 e do parâmetro  $e_{\Gamma 0}$  (rejeito não cimentado). Com a definição de  $e_{\Gamma 0c}$  a partir dos ensaios, foi estimado o valor de  $e_{\Gamma 0c}$  para a mistura utilizada nos ensaios triaxiais verdadeiros. Essa abordagem foi necessária devido a ausência de ensaios triaxiais com diferentes valores de  $\eta/Civ^{0,16}$ . Caso mais resultados estivessem disponíveis, seria possível calibrar com maior precisão  $\alpha$  e  $\beta$ .

O valor de  $p_b$  foi obtido conforme metodologia proposta por Gao e Zhao (2012). Em que o valor de resistência de pico de ensaios triaxiais de extensão pode ser atribuído ao efeito da cimentação. Nessa metodologia, o valor de  $M$  ( $q/p'$ ) de pico obtido do ensaio com material não cimentado é aplicado nos ensaios com material cimentado. Isso resulta em retas paralelas deslocadas verticalmente. Assim é possível obter  $p_b$  através da equação  $q = M(p+p_b)$ . No presente estudo, os ensaios triaxiais verdadeiros com trajetória de  $180^\circ$  foram utilizados para calibrar  $p_b$ .

Entretanto, foi necessário estimar o valor de  $p_b$  para o valor de  $\eta/Civ^{0,16}$  igual a 33,73. Isso foi realizado através da análise da curva  $q_t \times \eta/Civ^{0,16}$  (Miguel, 2024), obtida através de ensaios de tração por compressão diametral. A premissa adotada foi estabelecer uma relação entre  $q_t$  e  $p_b$  a partir do valor de  $\eta/Civ^{0,16}$ . A partir dos valores de  $p_b$  e de  $\eta/Civ^{0,16}$ , os parâmetros  $a_2$  e  $b_2$  foram calibrados.

Os parâmetros  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  foram calibrados através da análise da dilatância ( $\varepsilon_v/\varepsilon_q$ ) obtida do ensaio triaxial verdadeiro com trajetória de  $0^\circ$ . A equação proposta no modelo desenvolvido foi comparada com o resultado obtido de dilatância. Desta forma foi calculado o valor teórico da parcela  $\eta_{bond}$ . A calibração desses parâmetros igualmente foi realizada de tal modo que o valor inicial de  $\eta_{bond}$  e sua degradação resultassem em valores coerentes de dilatância.

Por fim, o valor de  $\Delta_c$  foi calibrado a partir da análise das simulações. E o valor de  $c$  foi calibrado a partir da razão entre a tensão desviadora ( $q$ ) máxima de cada trajetória sobre o valor relativo à trajetória de  $0^\circ$ . Ao realizar a média das razões, foram obtidos, respectivamente, os valores de 0,75 e de 0,84 para o rejeito e para a mistura rejeito-cimento.

A Tabela 5.5 apresenta os valores das constantes relativas à cimentação. A Tabela 5.6 apresenta os dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios triaxiais verdadeiros cimentados. Em relação ao parâmetro  $dX$ , o carregamento aplicado é transformado através das condições de contorno (S e E) apresentadas anteriormente.

Tabela 5.5: Valores das constantes utilizadas referentes à cimentação.

Parâmetro	Valor	Classificação
$\alpha$	271,57	Constantes do Estado Crítico
$\beta$	-2,071	
$a_1$	1044,8	
$b_1$	-2,188	
$a_2$	$7,4 \cdot 10^{10}$	Constantes da resistência das ligações cimentícias
$b_2$	-6,25	
$k_1$	1,7	Constantes do efeito da cimentação sobre a dilatância
$k_2$	0,19	
$k_3$	2	
$\Delta_c$	0,15	Constante de anisotropia

Tabela 5.6: Valores dos dados iniciais utilizados nas simulações dos ensaios triaxiais verdadeiros (mistura rejeito-cimento).

Parâmetro	Valor
-----------	-------

$e_0$	0° a 180°: 0,831; 0,825; 0,813; 0,841; 0,825; 0,833; 0,836.
$p'_0$	100 kPa.
$dX$	0° a 180°: 110 kPa ( $\sigma_{11}$ , vertical z), 80 kPa ( $\sigma_{11}$ , vertical z), 38 kPa ( $\sigma_{11}$ , vertical z), 82 kPa ( $\sigma_{33}$ , horizontal y), 80 kPa ( $\sigma_{33}$ , horizontal y), 80 kPa ( $\sigma_{33}$ , horizontal y), 34 kPa ( $\sigma_{33}$ , horizontal y),
$l$	4 a 10 (0° a 180°).
$\eta/Civ^{0,16}$	42,20.

O comportamento tensão-deformação ( $q-\varepsilon_q$ ) do rejeito de mineração de ferro para  $b = 0$  é apresentado nas Figura 5.8 a Figura 5.11. As simulações realizadas representaram adequadamente o comportamento observado nos ensaios realizados com rejeito e com a mistura rejeito-cimento. É possível observar o efeito da anisotropia dos materiais analisados através da redução da resistência para a direção de carregamento de 120° (eixo horizontal) em relação ao carregamento de 0° (eixo vertical).

Ao comparar os resultados com e sem rejeito para a mesma direção de carregamento, pode-se observar a expressiva redução da deformação cisalhante. Essa redução representa um desafio para a modelagem constitutiva. Portanto, o critério adotado para apresentação dos resultados foi representar a deformação final obtida no ensaio, resultando em alguns casos, na tensão aplicada na simulação sendo inferior à registrada no ensaio.

Também é possível observar que o modelo proposto representou adequadamente o comportamento tensão-deformação na mistura rejeito-cimento. Apesar da rigidez inicial, as tensões máximas obtidas são coerentes com os valores obtidos nos ensaios.

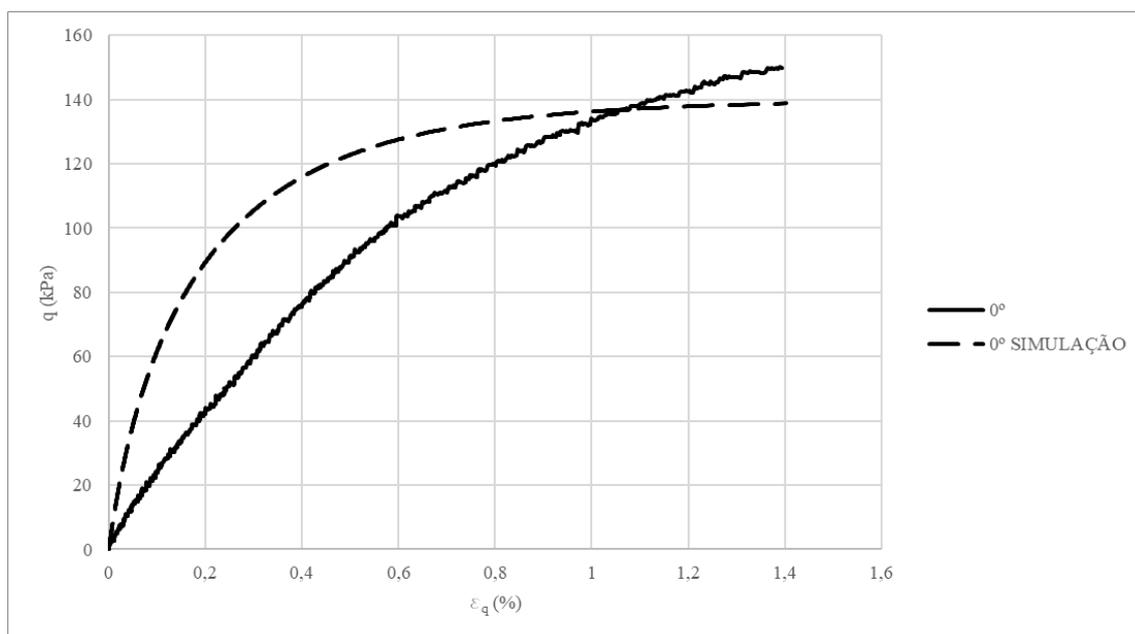


Figura 5.8: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

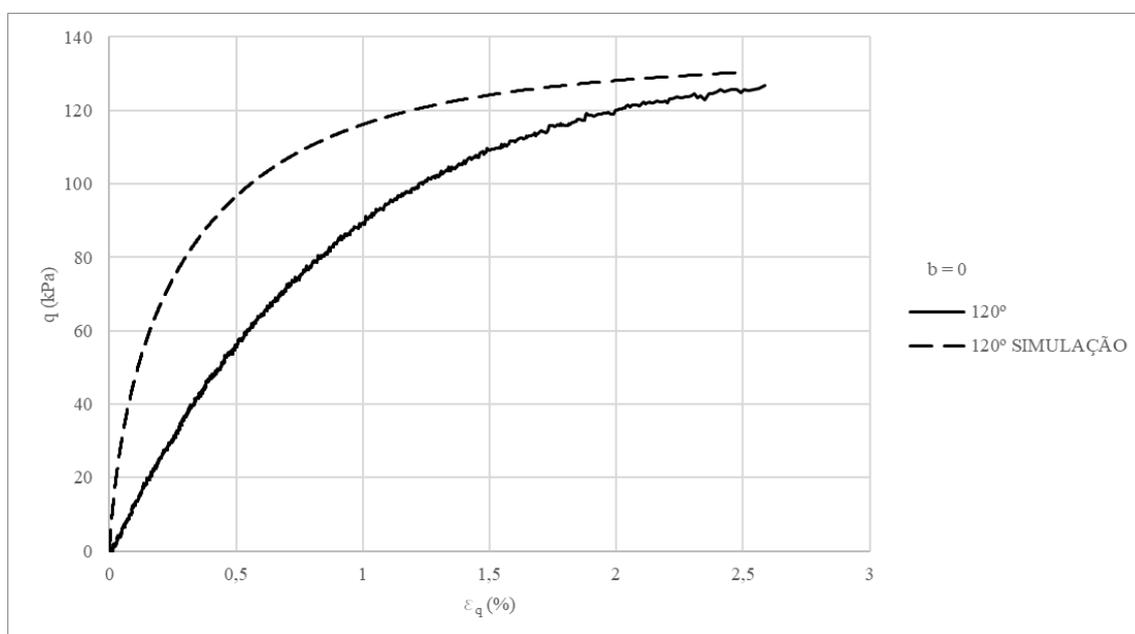


Figura 5.9: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

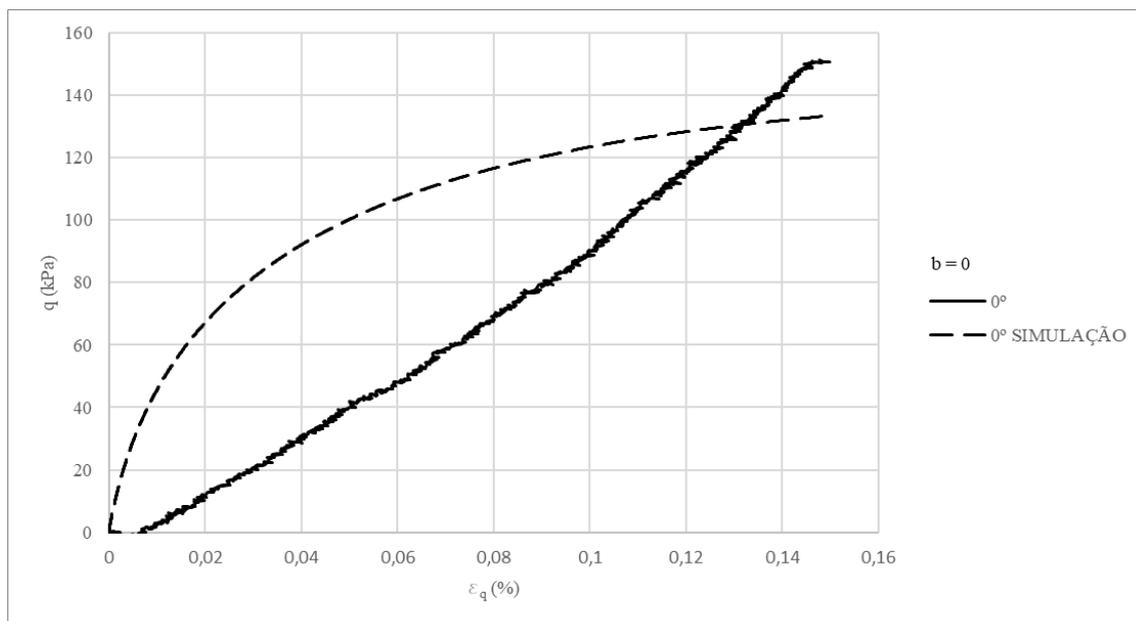


Figura 5.10: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

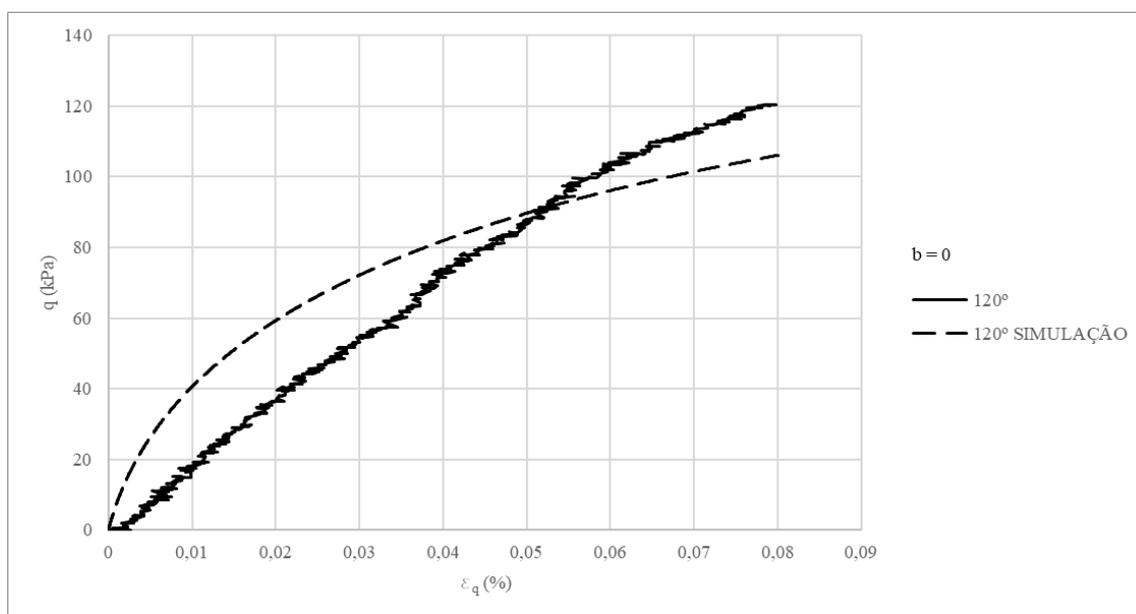


Figura 5.11: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

A relação entre deformação volumétrica e deformação cisalhante do rejeito de mineração de ferro para  $b = 0$  é apresentada nas Figura 5.12 a Figura 5.15. As simulações do rejeito não cimentado apresentaram valores de deformação volumétrica inferiores aos registrados nos ensaios. Isso se deve ao fato da ausência de dados suficientes para calibrar as constantes de dilatância. Por outro lado, o modelo proposto conseguiu representar adequadamente o comportamento verificado nos ensaios com a mistura rejeito-cimento.

O efeito da cimentação reduziu expressivamente as deformações observadas, o que foi adequadamente representado nas simulações. A maior discrepância foi observada na simulação com inclinação de carregamento de  $0^\circ$ . Isso pode ser justificado devido às restrições do equipamento, pois a manutenção da tensão média constante de 100 kPa impõe limitações técnicas como a necessidade de manter um confinamento mínimo nas faces que sofrem descarregamento.

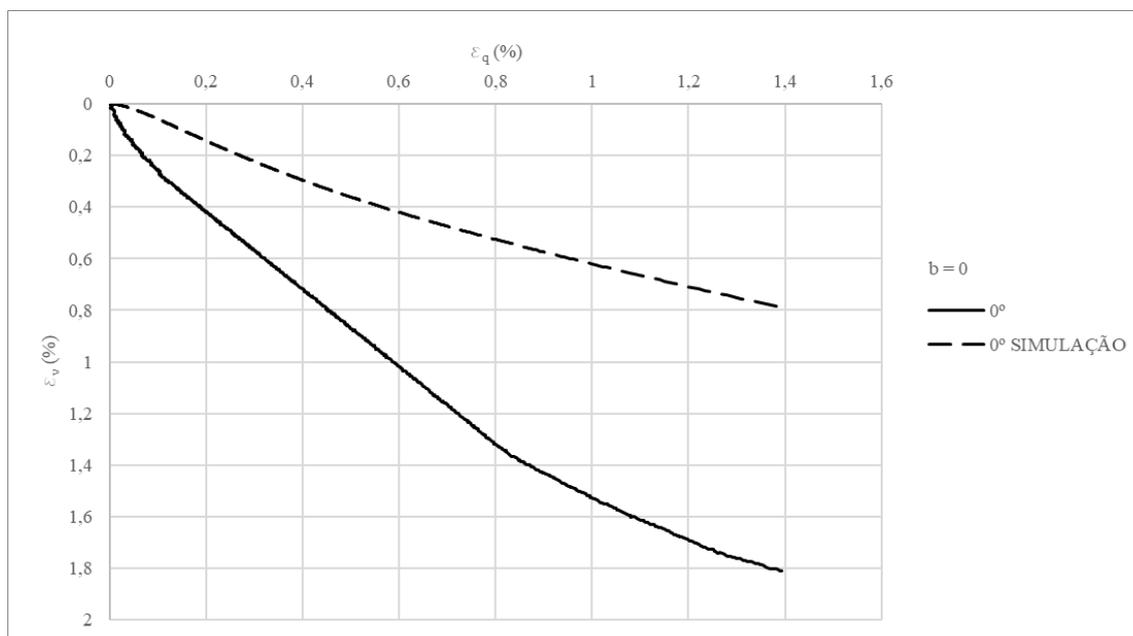


Figura 5.12: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

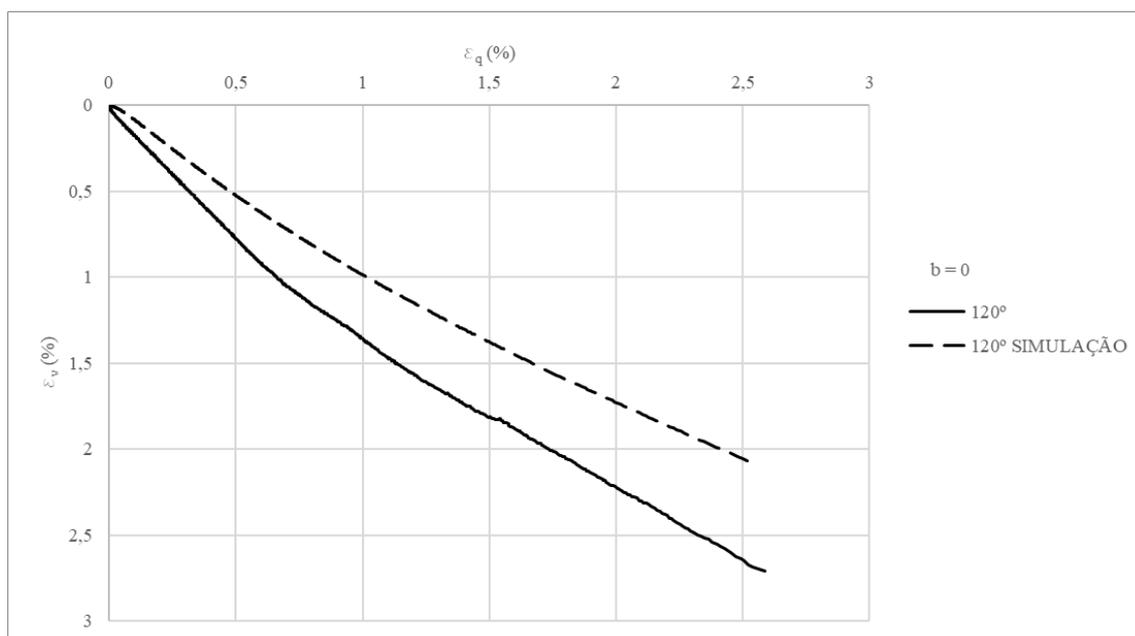


Figura 5.13: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

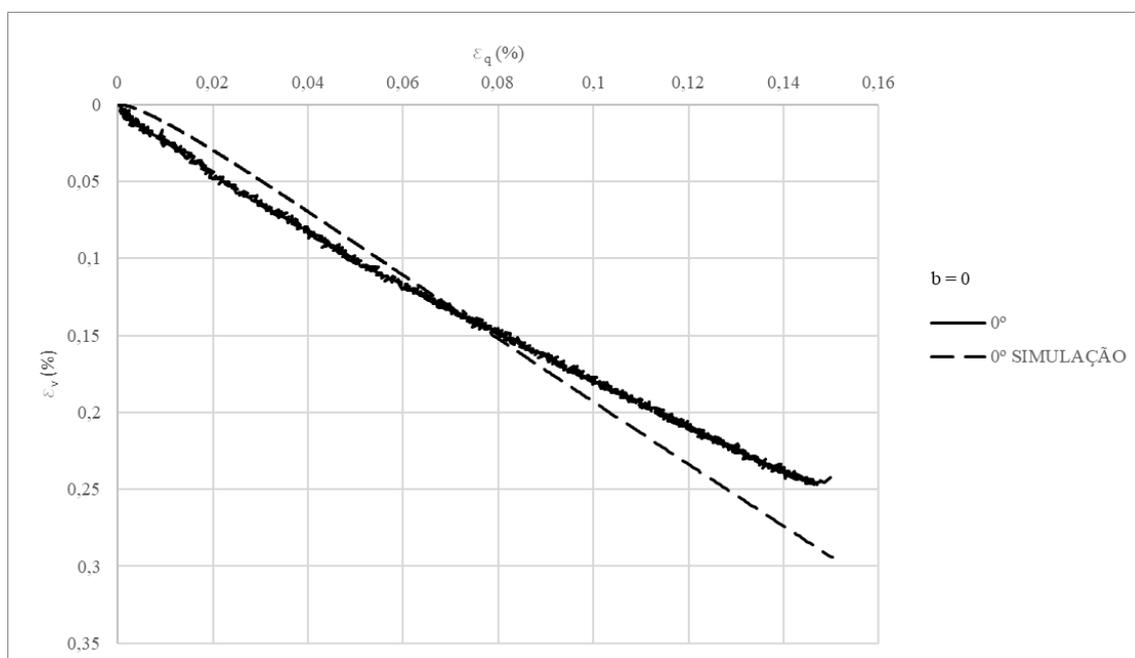


Figura 5.14: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

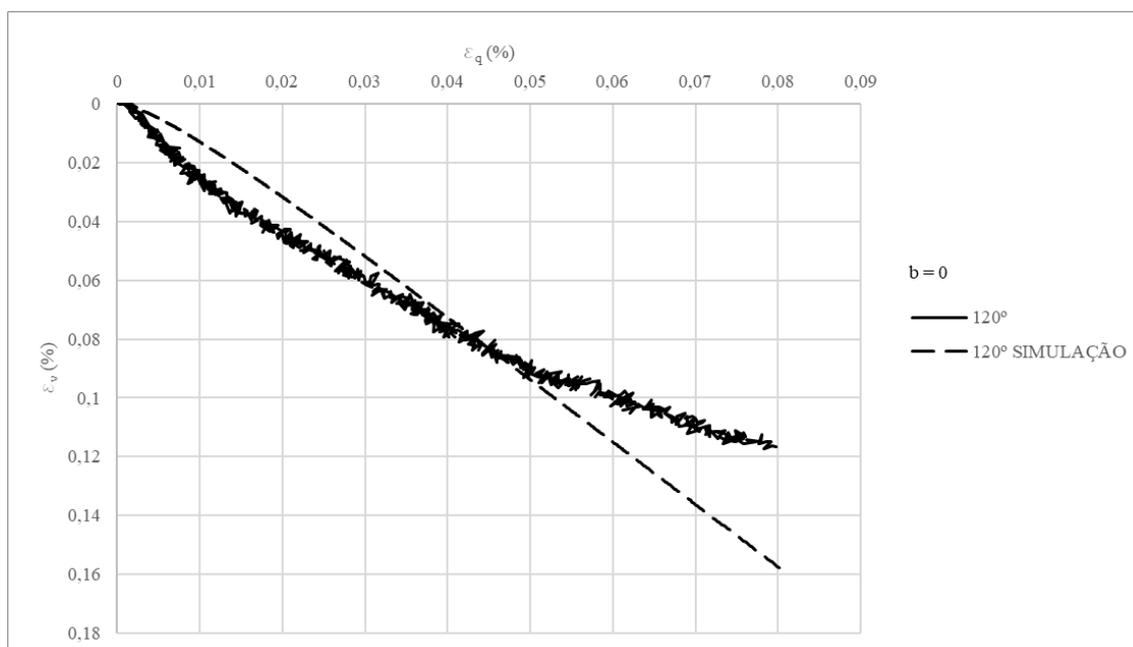


Figura 5.15: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

O comportamento tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) do rejeito de mineração de ferro para  $b = 0,5$  é apresentado nas Figura 5.16 a Figura 5.21. Com exceção da trajetória de  $150^\circ$ , as simulações com rejeito não cimentado representaram adequadamente o comportamento observado nos ensaios. Isso ocorre pelo fato de que o modelo superestimou a rigidez do material nessa trajetória. Em relação às simulações com a mistura rejeito-cimento, a rigidez do material foi subestimada, o que resultou em valores menores de tensão para as deformações observadas nos ensaios. Em geral, o modelo representou adequadamente a tendência observada nos ensaios.

O estado plano de tensões (indicado por  $b = 0,5$ ), em que a tensão intermediária é mantida constante, também permite a avaliação da anisotropia entre as diferentes direções de carregamento. Conforme observado nos ensaios, as simulações apresentaram rigidez maior para  $30^\circ$  e menor para  $150^\circ$ . Isso ocorre uma vez que a direção da compactação (vertical) é a mesma do aumento de tensão para a trajetória de  $30^\circ$ . Por outro lado, na direção de  $150^\circ$  as tensões que variam ocorrem no plano horizontal, logo, a resistência é inferior.

Ao comparar os resultados com e sem cimento para a mesma direção de carregamento também pode-se observar a expressiva redução da deformação cisalhante. Além disso, é possível

observar que o modelo proposto representou adequadamente a tendência do comportamento tensão-deformação na mistura rejeito-cimento.

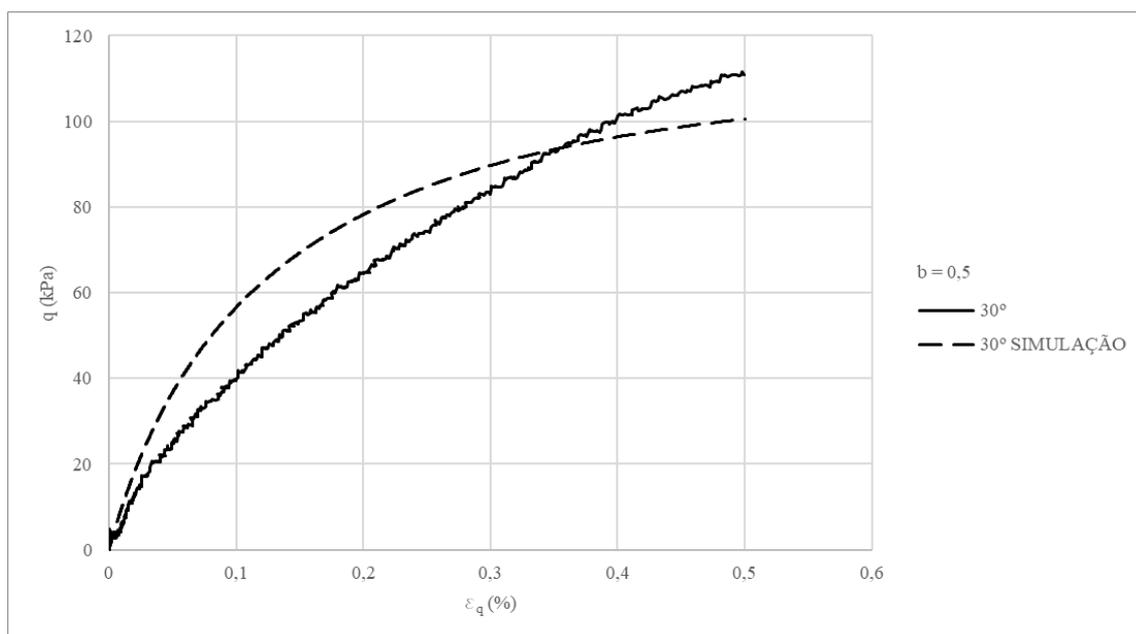


Figura 5.16: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

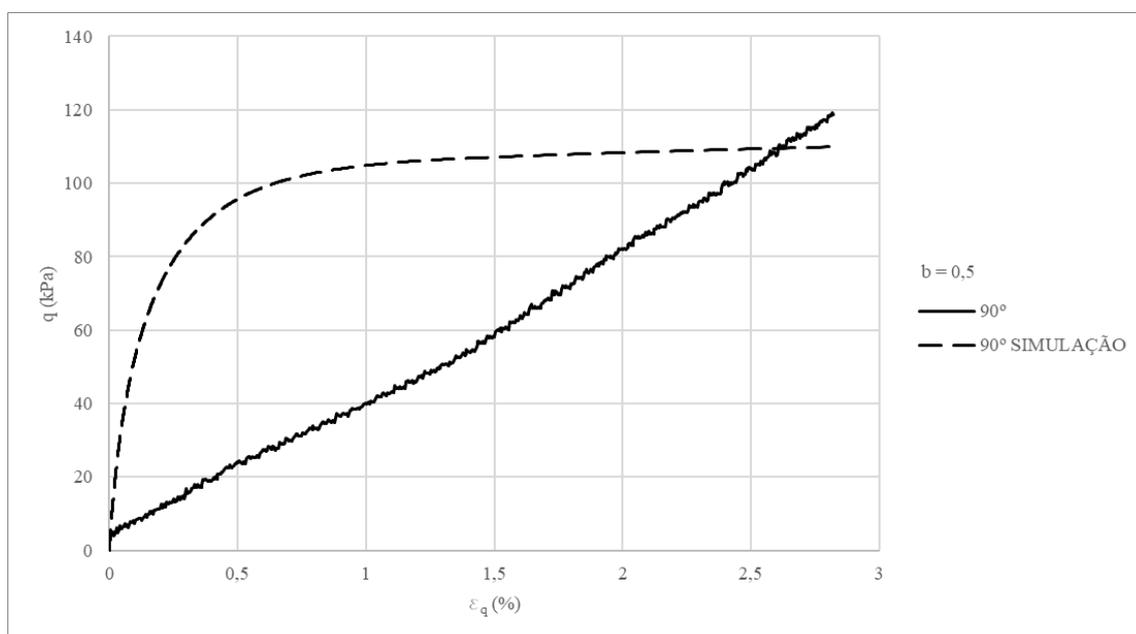


Figura 5.17: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 90^\circ$ .

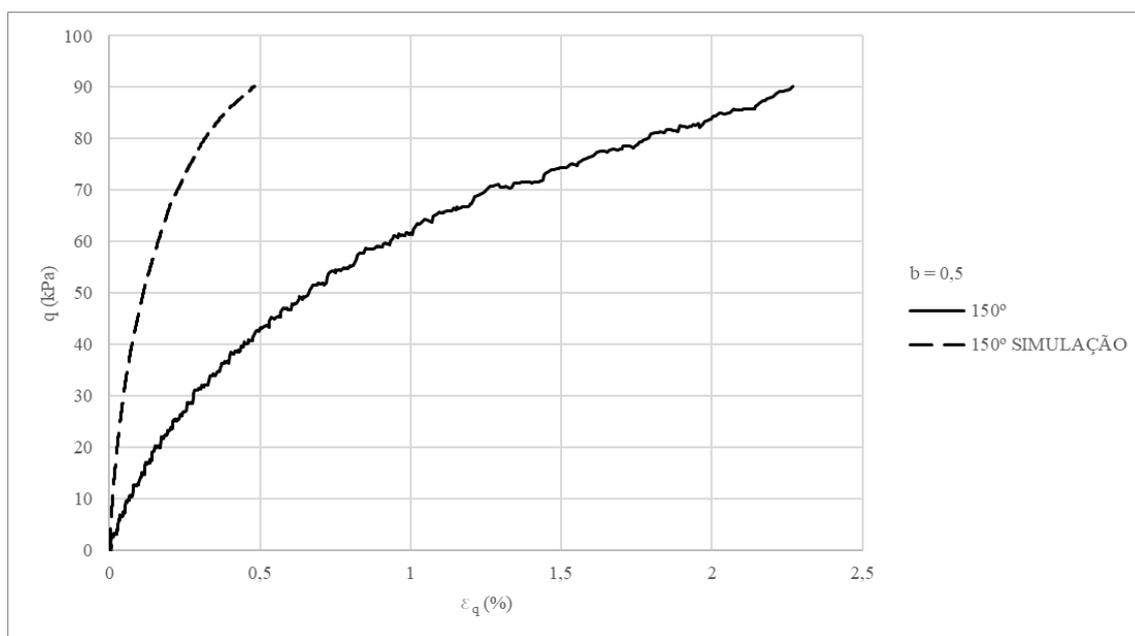


Figura 5.18: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 150^\circ$ .

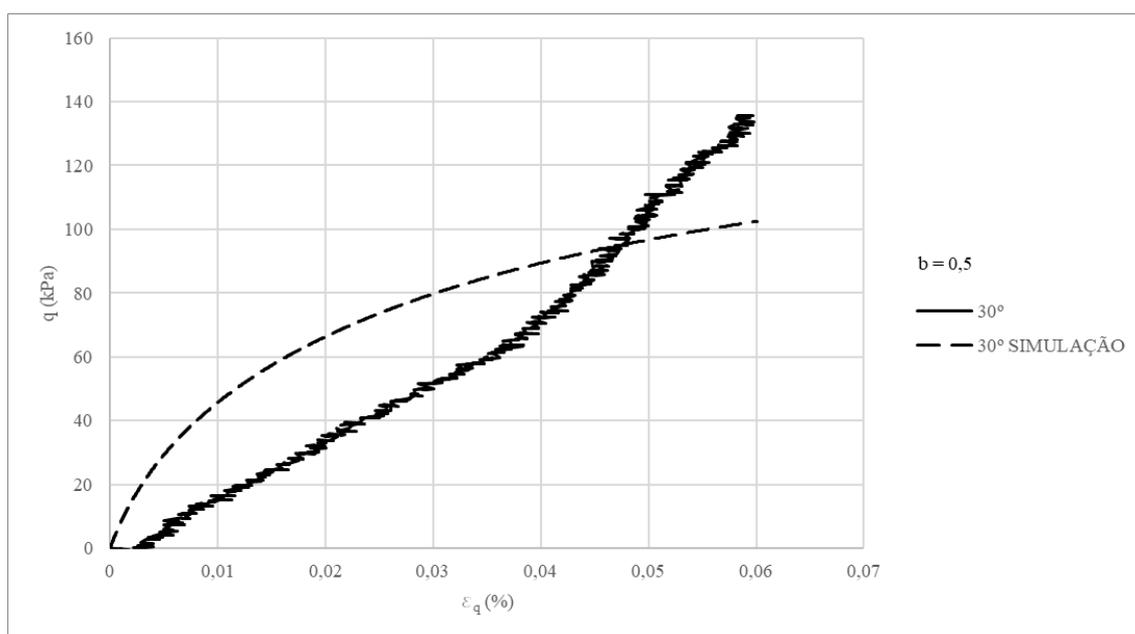


Figura 5.19: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

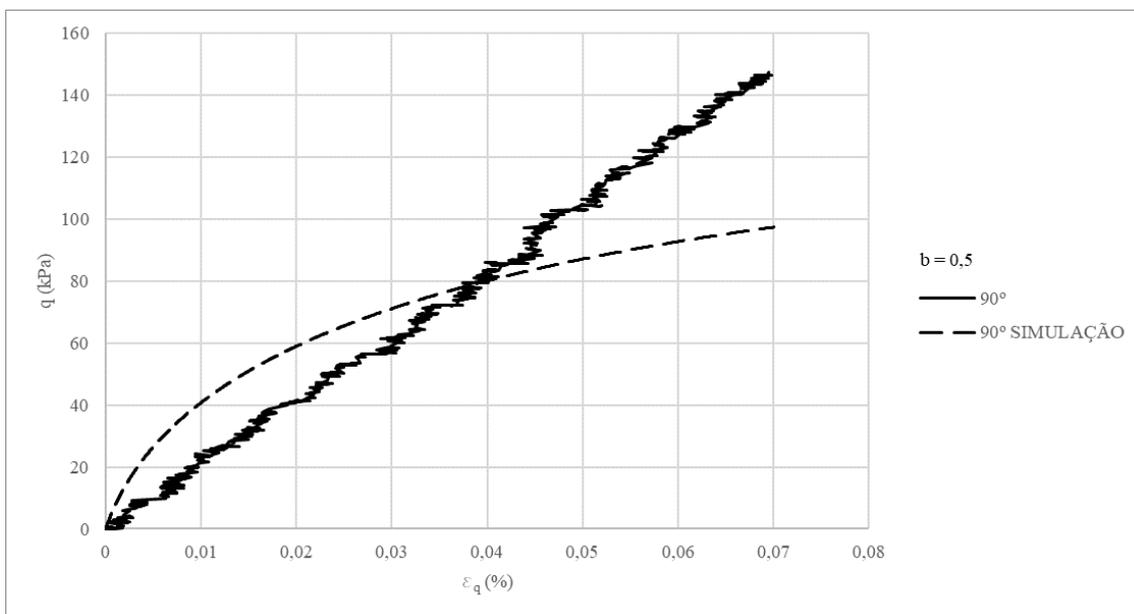


Figura 5.20: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 90^\circ$ .

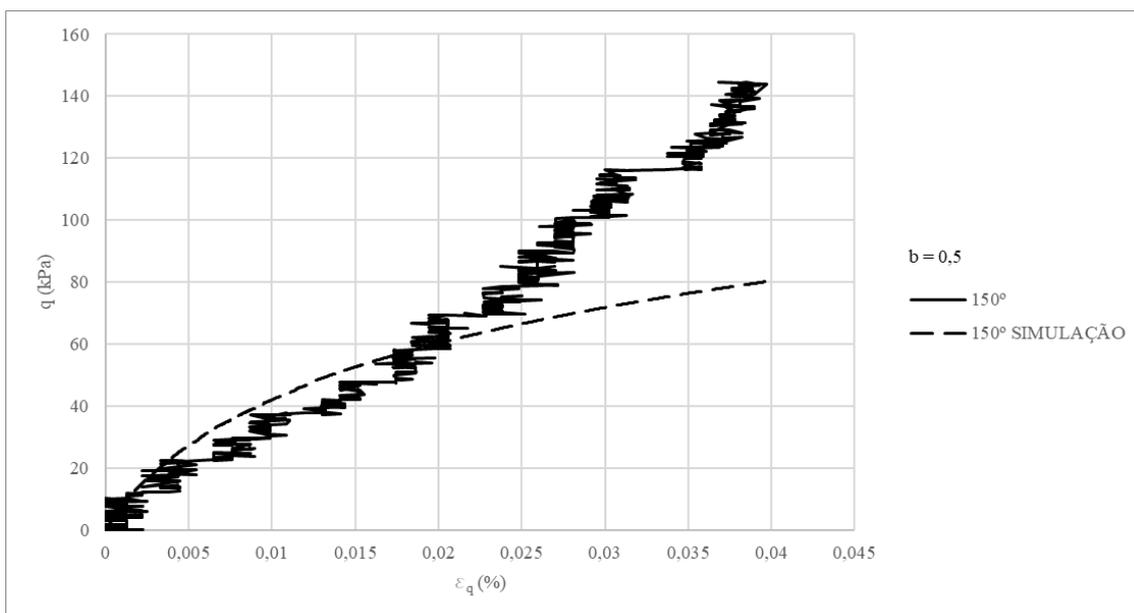


Figura 5.21: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 150^\circ$ .

A relação entre deformação volumétrica e deformação cisalhante do rejeito de mineração de ferro para  $b = 0,5$  é apresentada nas Figura 5.22 a Figura 5.27. As simulações do rejeito não cimentado apresentaram valores de deformação volumétrica inferiores aos observados no ensaio. Isso também ocorreu nas simulações com rejeito artificialmente cimentado, porém, os resultados apresentaram maior coerência.

Dentre todas as simulações realizadas, a simulação com trajetória de  $150^\circ$  com rejeito não cimentado apresentou o comportamento menos coerente. Isso decorre da rigidez excessivamente estimada pelo modelo. A calibração baseada em dados relativos à dilatação em ensaios multiaxiais pode solucionar este problema. Entretanto, como a premissa adotada foi a calibração através de ensaios triaxiais convencionais, esse ajuste não foi realizado.

O efeito da cimentação também reduziu expressivamente as deformações observadas nos ensaios ( $b = 0,5$ ), o que foi adequadamente representado nas simulações. O comportamento observado nas simulações com a mistura rejeito-cimento converge com o obtido nos ensaios. Logo, o modelo proposto conseguiu representar adequadamente o comportamento destes materiais sob estado plano de tensões.

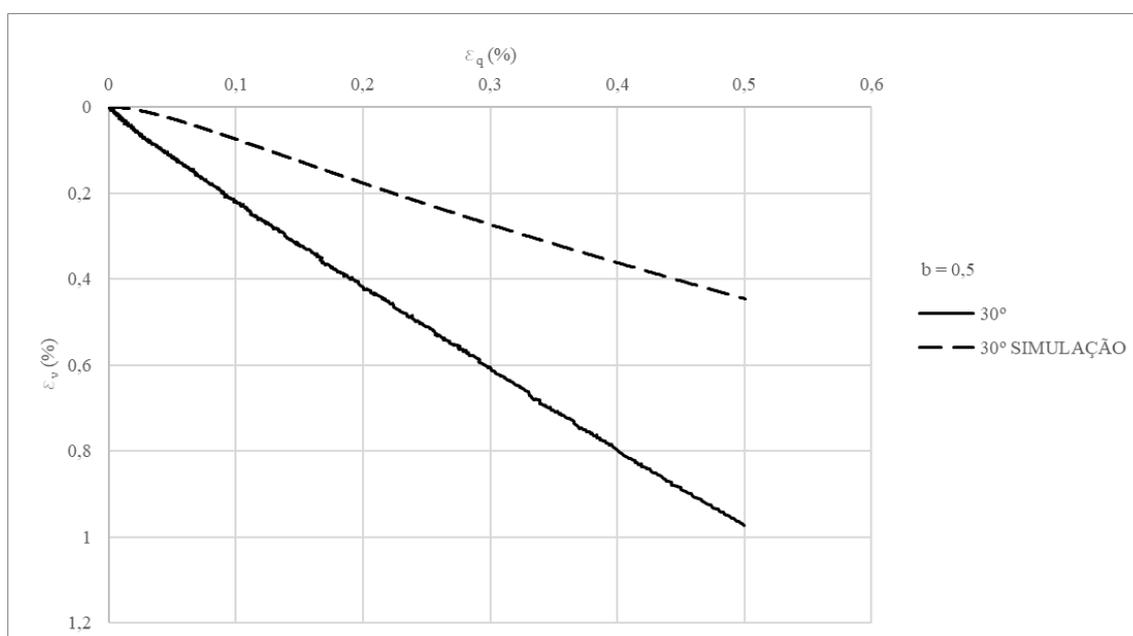


Figura 5.22: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

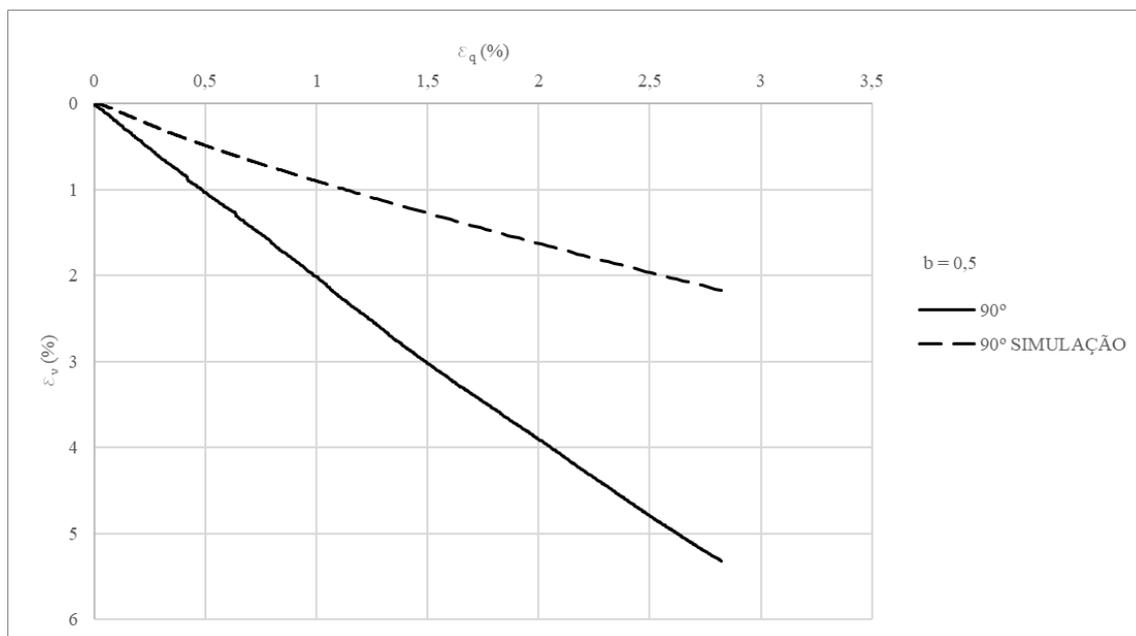


Figura 5.23: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 90^\circ$ .

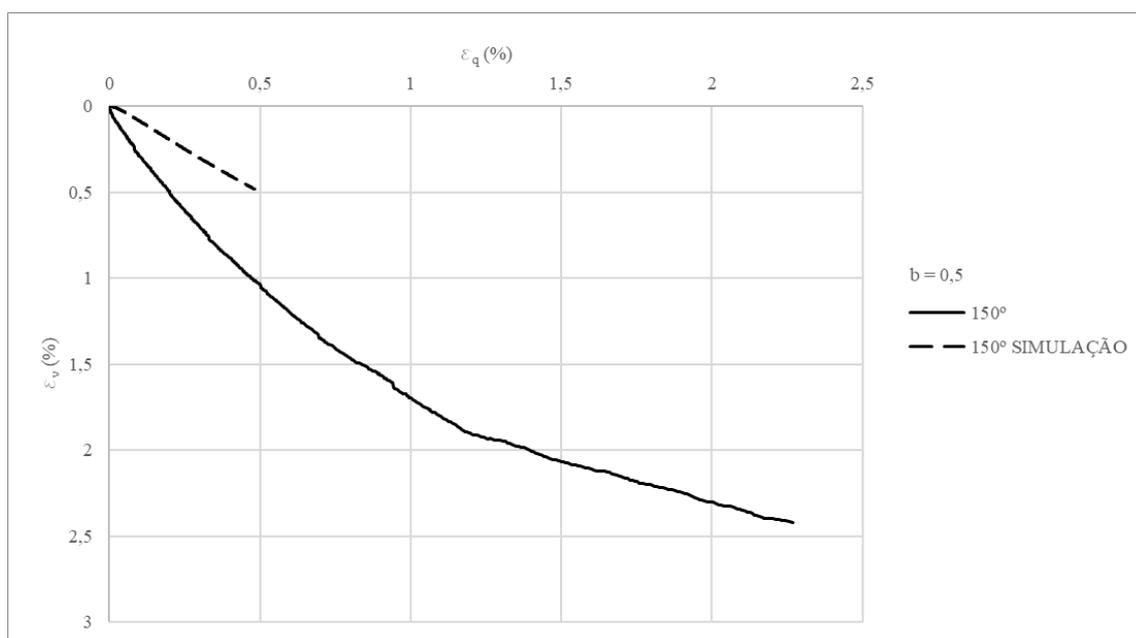


Figura 5.24: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 150^\circ$ .

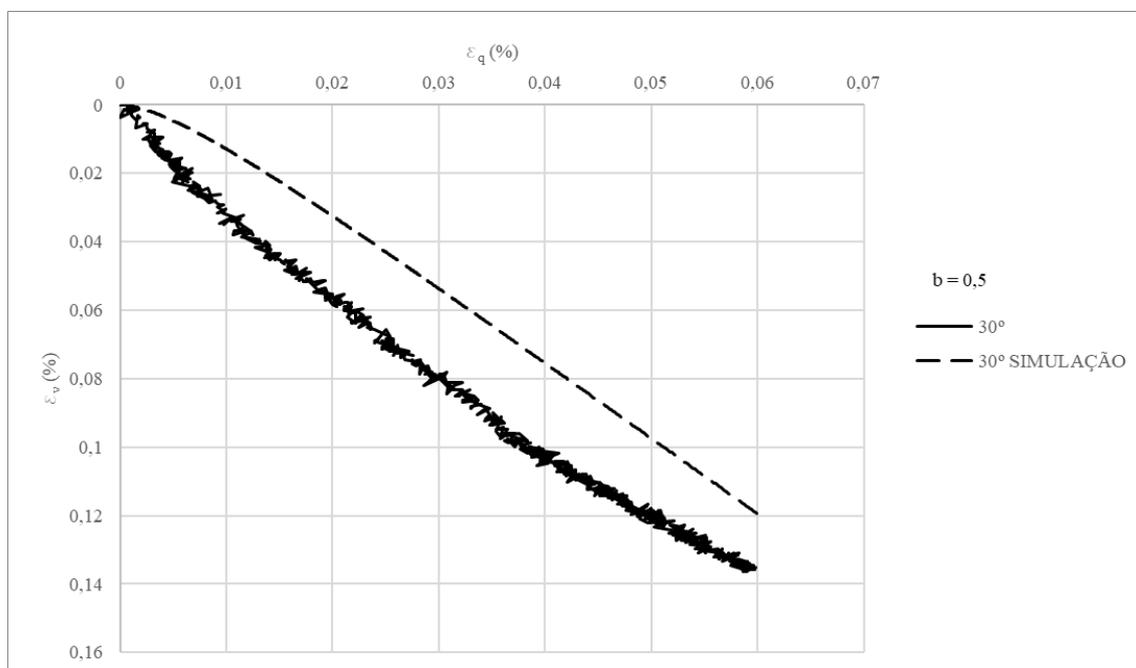


Figura 5.25: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

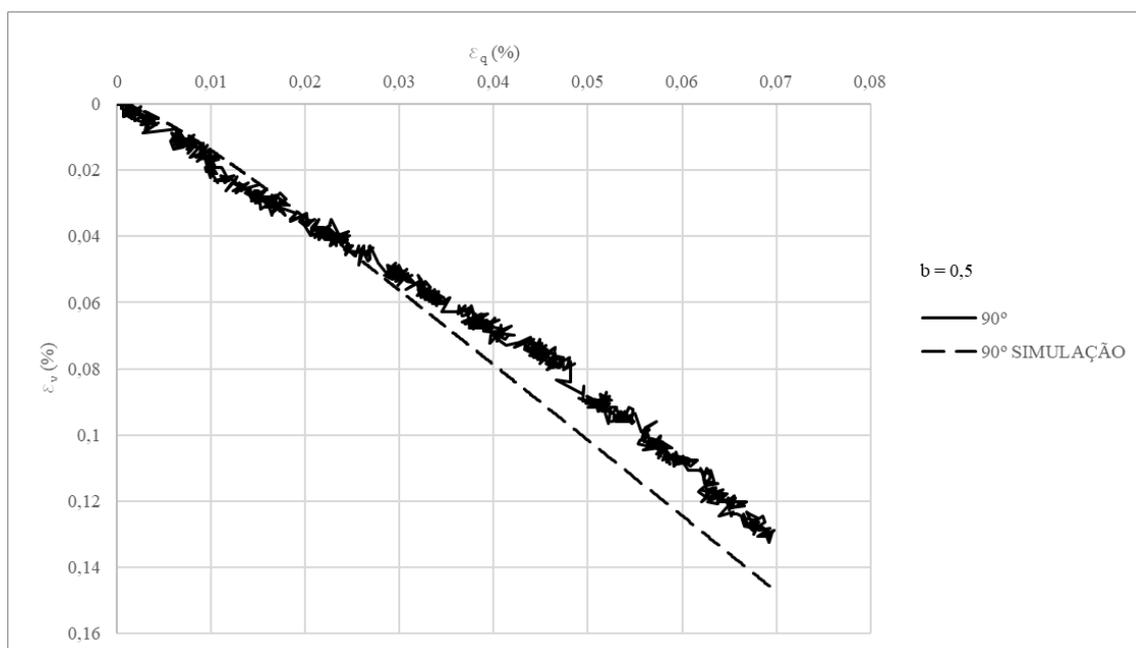


Figura 5.26: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 90^\circ$ .

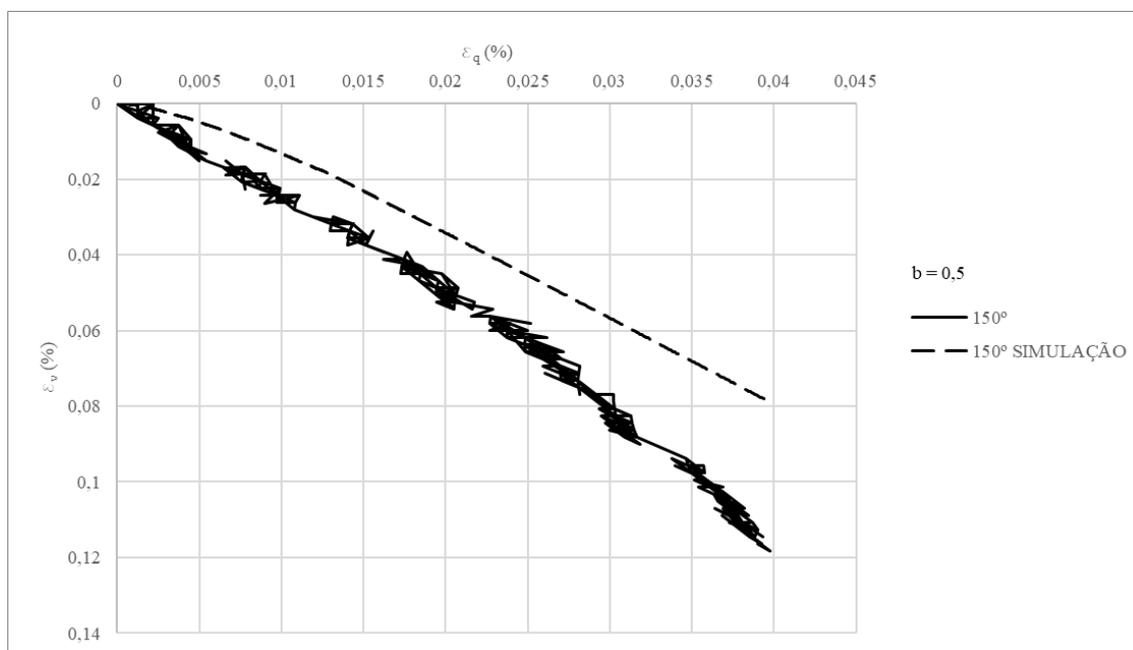


Figura 5.27: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 150^\circ$ .

O comportamento tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) do rejeito de mineração de ferro para  $b = 1$  é apresentado nas Figura 5.28 a Figura 5.31. As simulações realizadas representaram adequadamente o comportamento observado nos ensaios realizados com rejeito e com a mistura rejeito-cimento. É possível observar o efeito da anisotropia dos materiais analisados através da redução da resistência para a direção de carregamento de  $180^\circ$  (tração no eixo vertical) em relação ao carregamento de  $60^\circ$  (tração no eixo horizontal).

Ao comparar os resultados com e sem rejeito para a mesma direção de carregamento pode-se observar a expressiva redução da deformação cisalhante. O modelo proposto subestimou a rigidez dos ensaios com  $b = 1$ , isso ocorreu devido a parcela relativa à cimentação que foi adicionada na equação da dilatância. Apesar do efeito da cimentação ser considerado isotrópico, deveria ser considerada uma redução do efeito da cimentação na dilatância para ensaios com tração.

Em geral, é possível observar que o modelo proposto representou adequadamente o comportamento tensão-deformação na mistura rejeito-cimento. Destaca-se a representação coerente da rigidez inicial, por outro lado, as tensões máximas obtidas foram razoavelmente inferiores as obtidas nos ensaios.

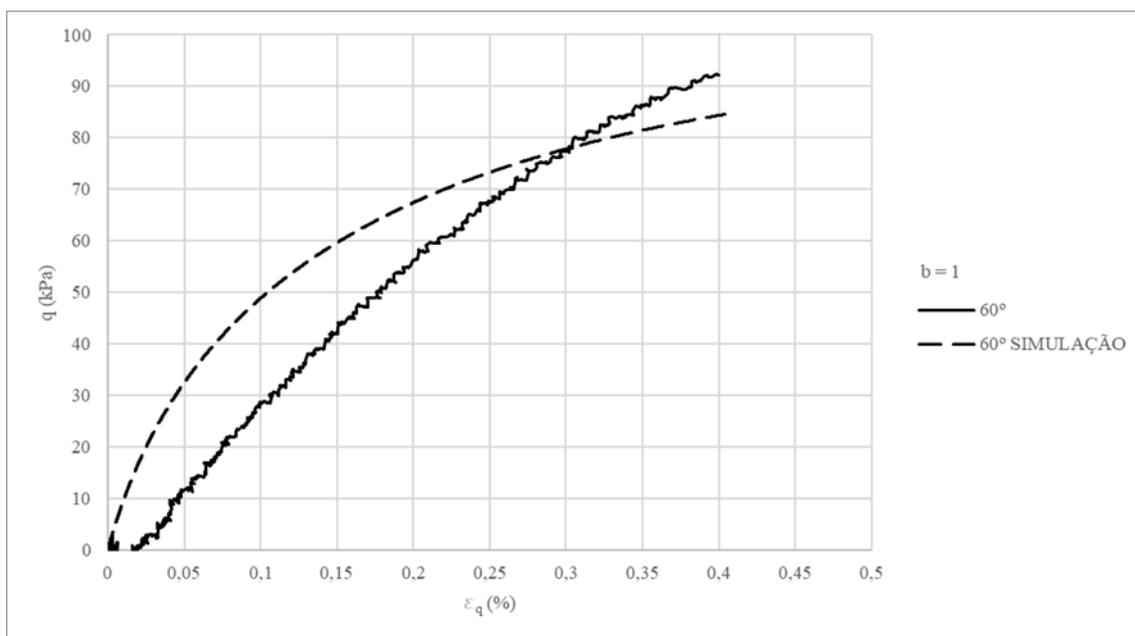


Figura 5.28: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

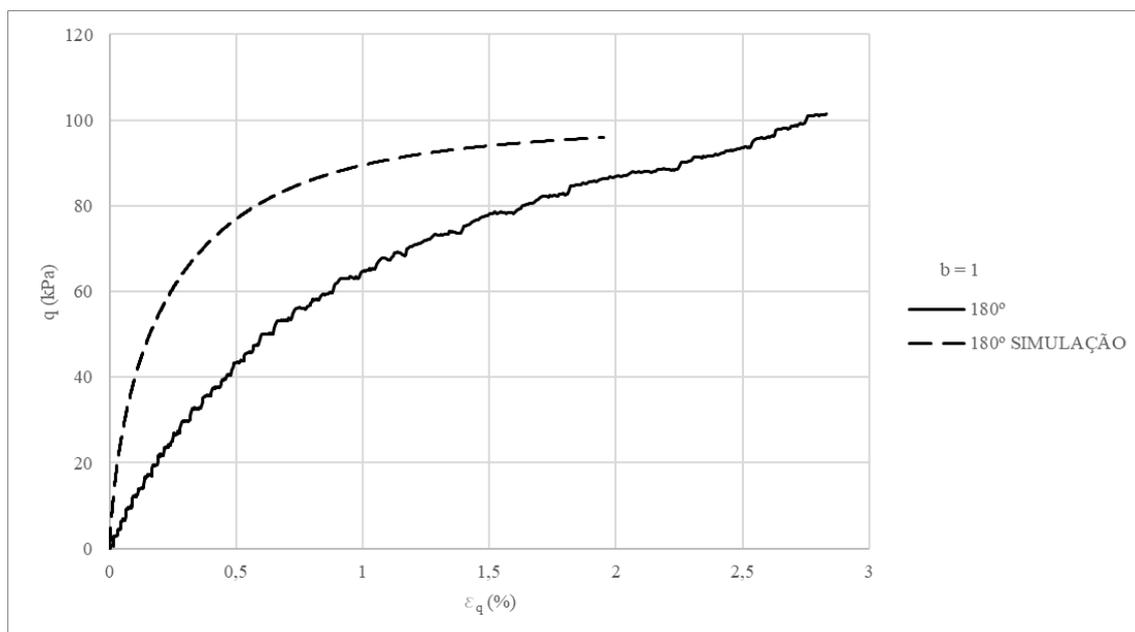


Figura 5.29: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 180^\circ$ .

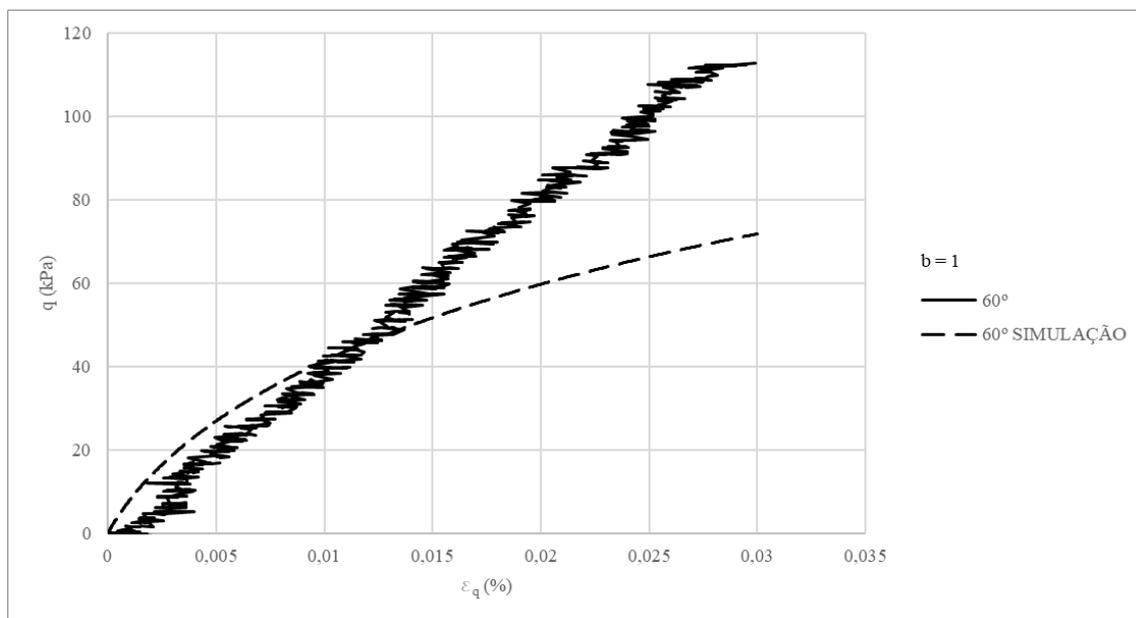


Figura 5.30: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

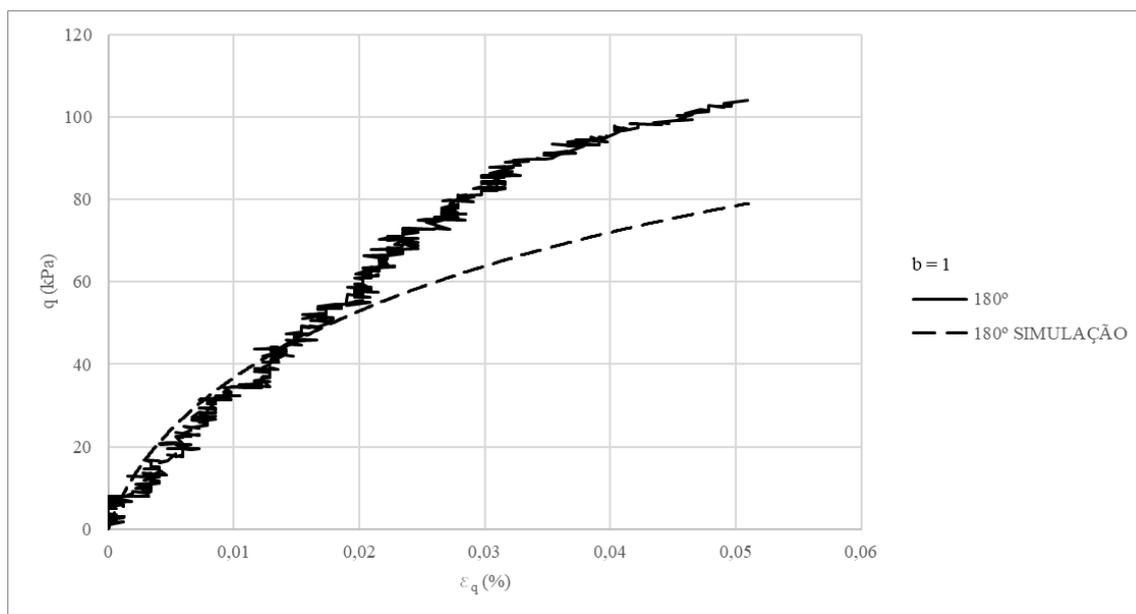


Figura 5.31: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 180^\circ$ .

A relação entre deformação volumétrica e deformação cisalhante do rejeito de mineração de ferro para  $b = 1$  é apresentado nas Figura 5.32 a Figura 5.35. Assim como nos ensaios com  $b = 0$ , as simulações do rejeito não cimentado apresentaram valores de deformação volumétrica inferiores aos registrados nos ensaios. A ausência de resultados de ensaios triaxiais de extensão contribuiu para a redução da precisão das simulações. Apesar disso, a tendência representada através das simulações é coerente com os resultados experimentais.

As simulações com a mistura rejeito-cimento apresentaram valores mais coerentes de deformação volumétrica. Isso contrasta a redução da precisão observada nas curvas tensão-deformação. Além disso, as simulações também representaram adequadamente a redução das deformações decorrentes da cimentação. Logo, o modelo proposto representou adequadamente o comportamento demonstrado através dos ensaios.

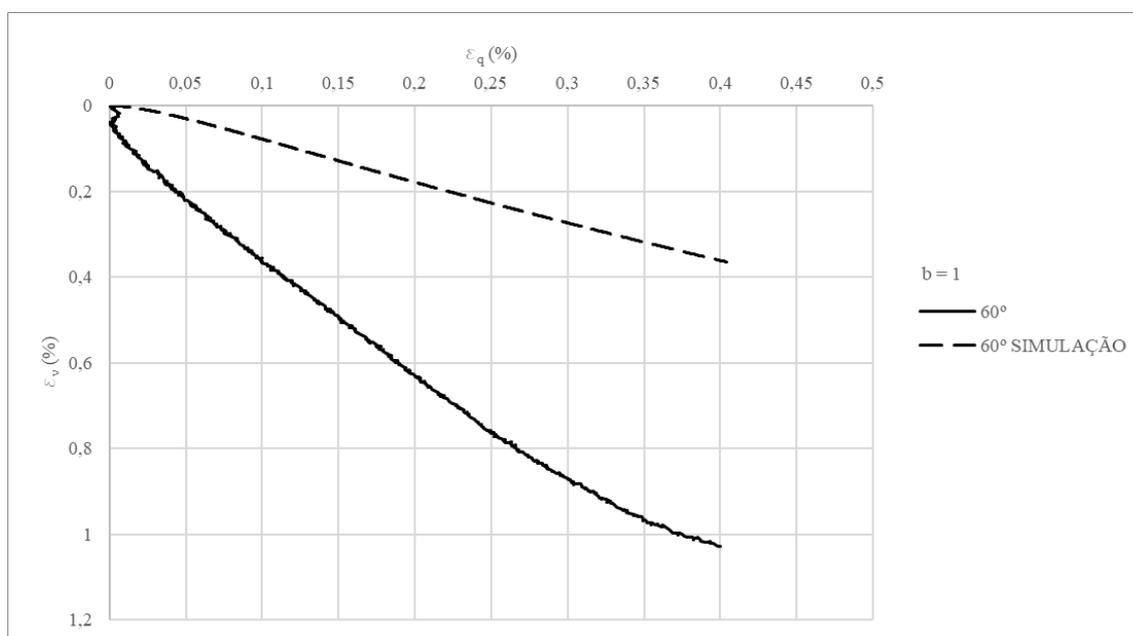


Figura 5.32: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

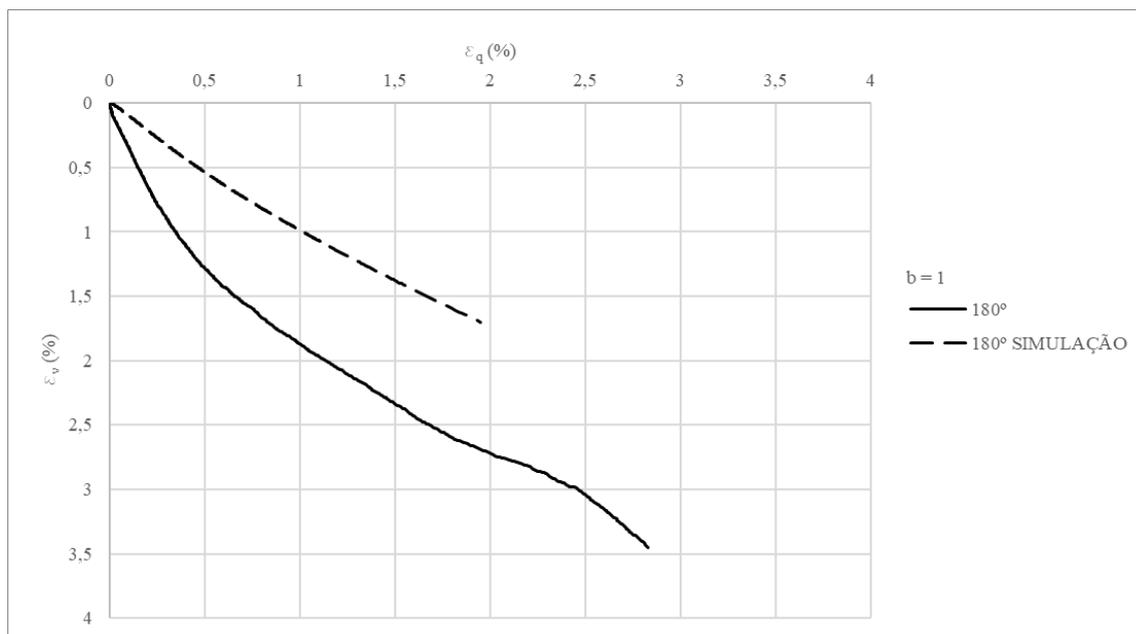


Figura 5.33: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 180^\circ$ .

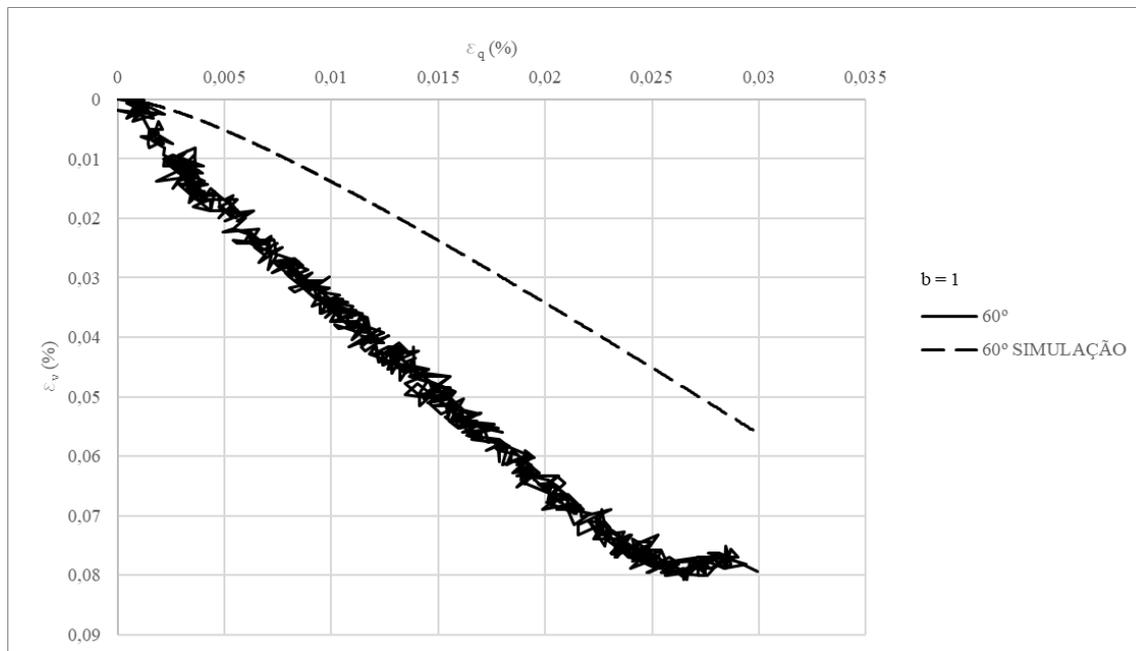


Figura 5.34: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

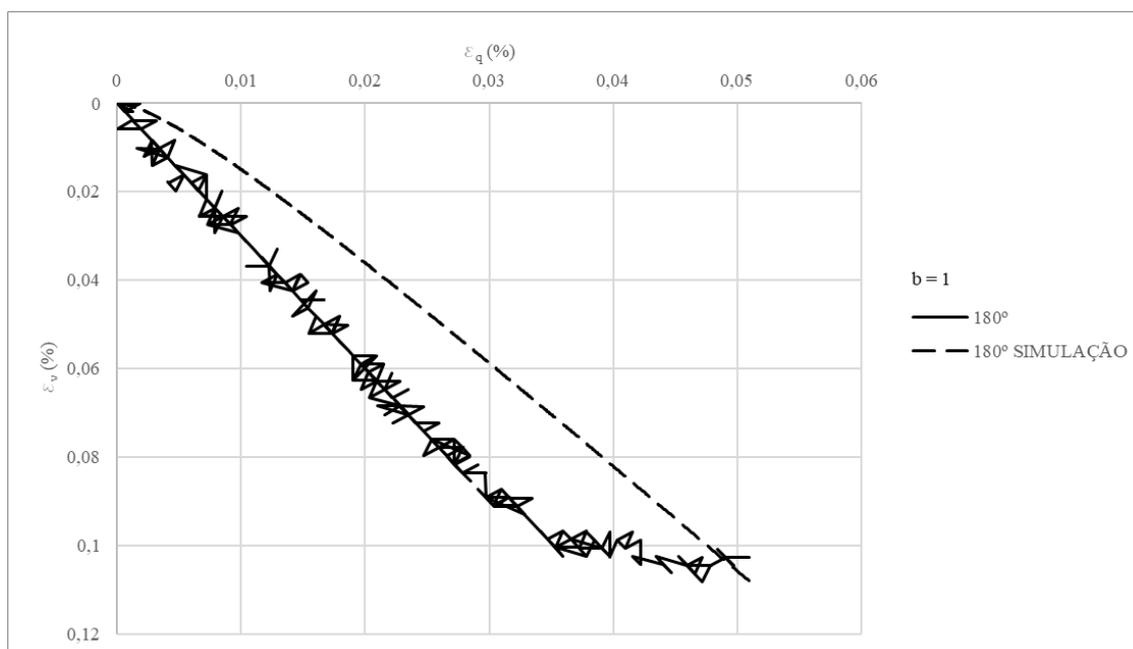


Figura 5.35: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 180^\circ$ .

O comportamento tensão-deformação ( $\sigma - \varepsilon$ ) do rejeito de mineração de ferro para  $b = 0$  é apresentado através das Figura 5.36 a Figura 5.39. As simulações realizadas representaram adequadamente o comportamento observado nos ensaios. Ademais, também pode ser identificado a anisotropia presente no material, pois a trajetória de  $180^\circ$  apresentou deformações superiores à trajetória de  $60^\circ$ .

Em relação ao modelo proposto, os resultados com rejeito artificialmente cimentado também são coerentes com os resultados experimentais. Isso pode ser observado na magnitude das deformações obtidas e na razão entre a deformação principal maior ( $\varepsilon_1$ ) e a menor ( $\varepsilon_3$ ).

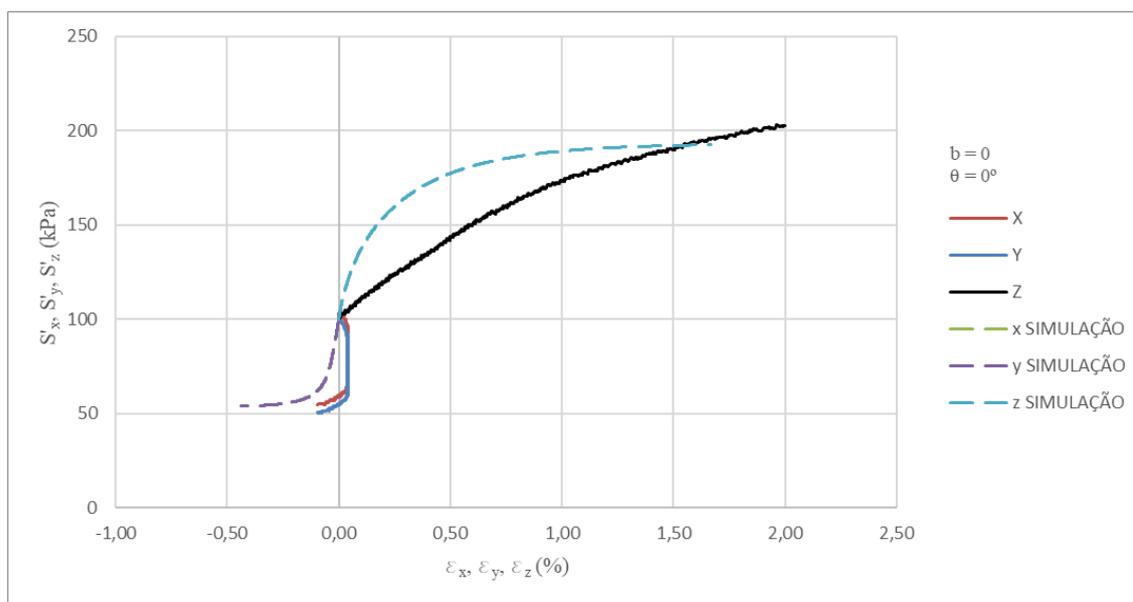


Figura 5.36: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

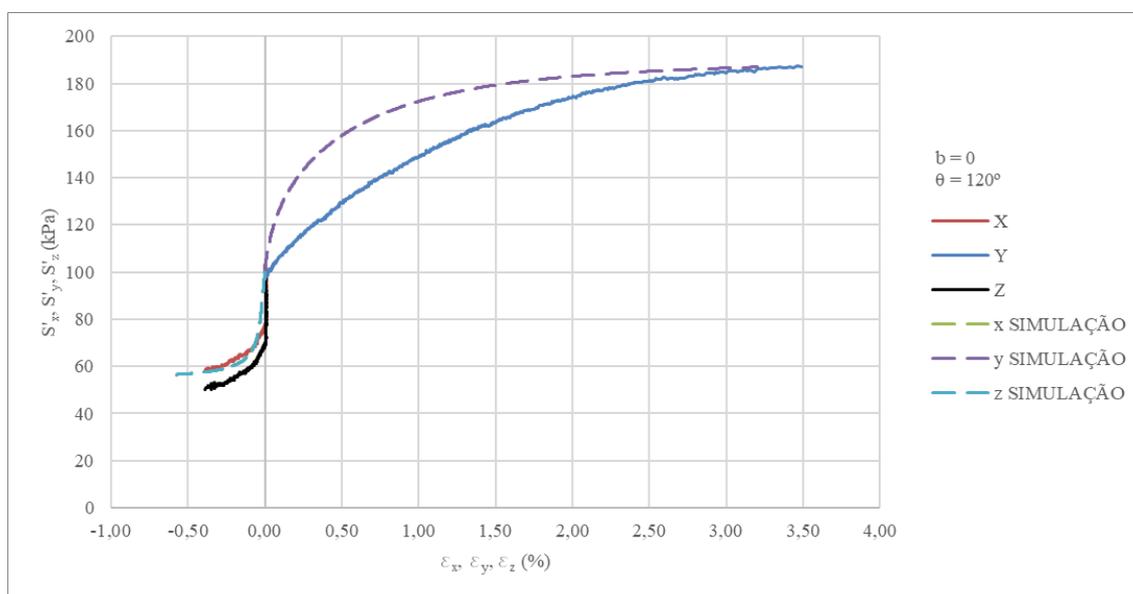


Figura 5.37: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

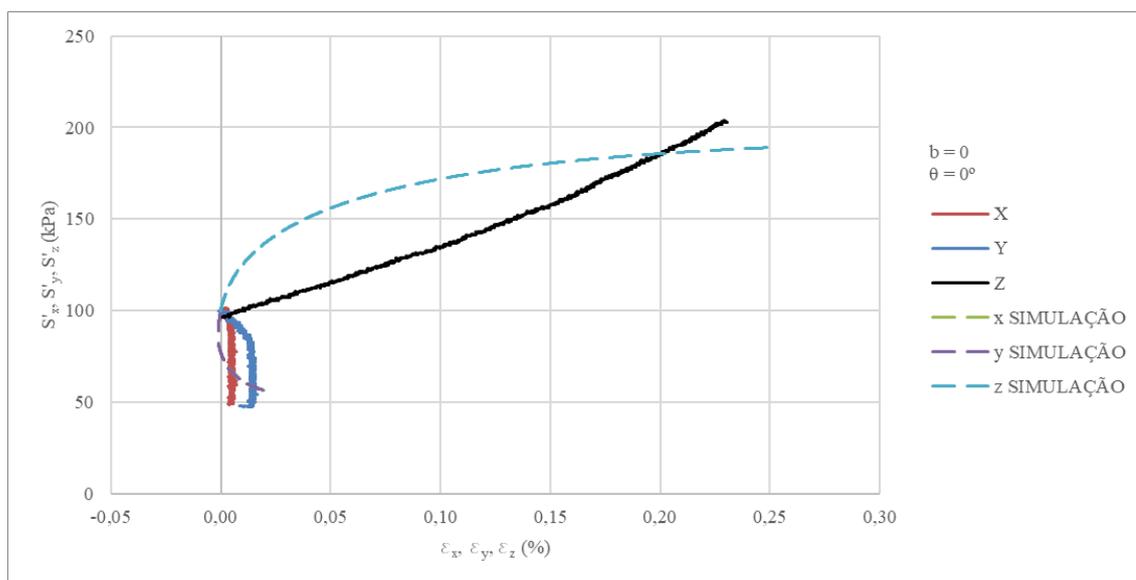


Figura 5.38: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

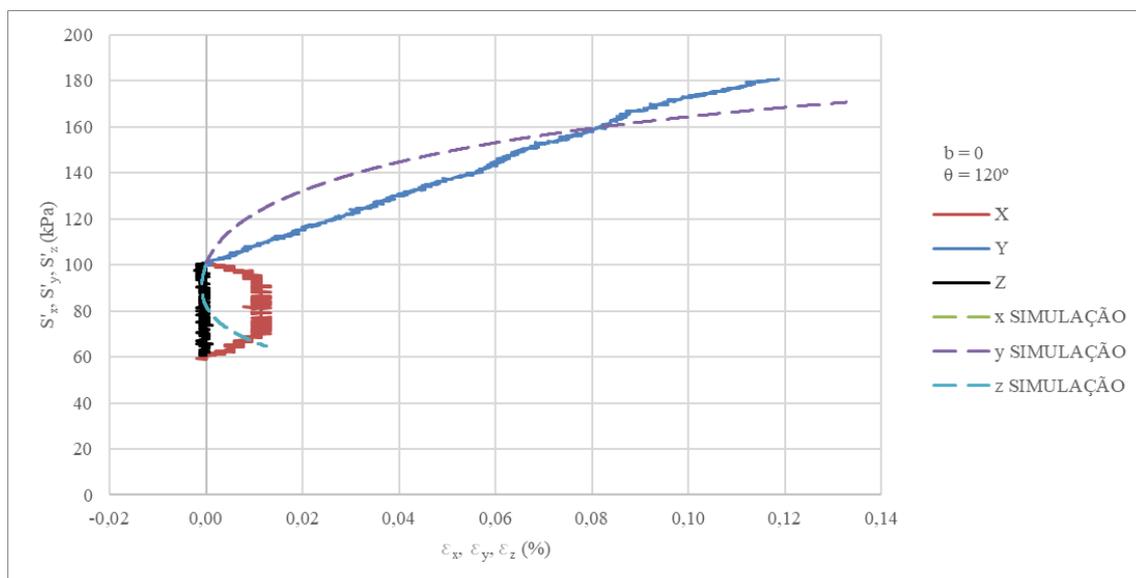


Figura 5.39: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

O comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) do rejeito de mineração de ferro para  $b = 0,5$  (estado plano de tensões) é apresentado através das Figura 5.40 a Figura 5.45. As simulações realizadas apresentaram resultados coerentes com os resultados experimentais. Entretanto, em

alguns casos o modelo proposto superestimou a deformação ocorrida na direção de tensão constante.

O efeito da cimentação foi representado adequadamente através do modelo proposto, pois as deformações obtidas foram similares às dos resultados experimentais. Porém, o modelo não conseguiu representar a deformação nula ocorrida nas direções em que havia redução de tensões. Esse aspecto do modelo contribuiu para a diferença entre as deformações experimentais e as simuladas.

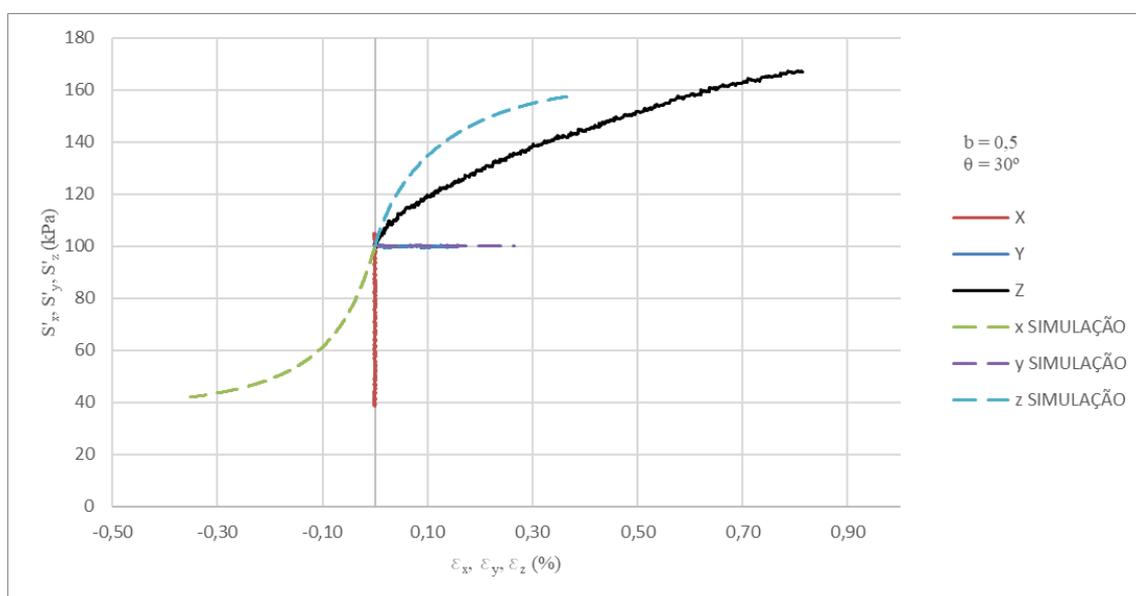


Figura 5.40: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

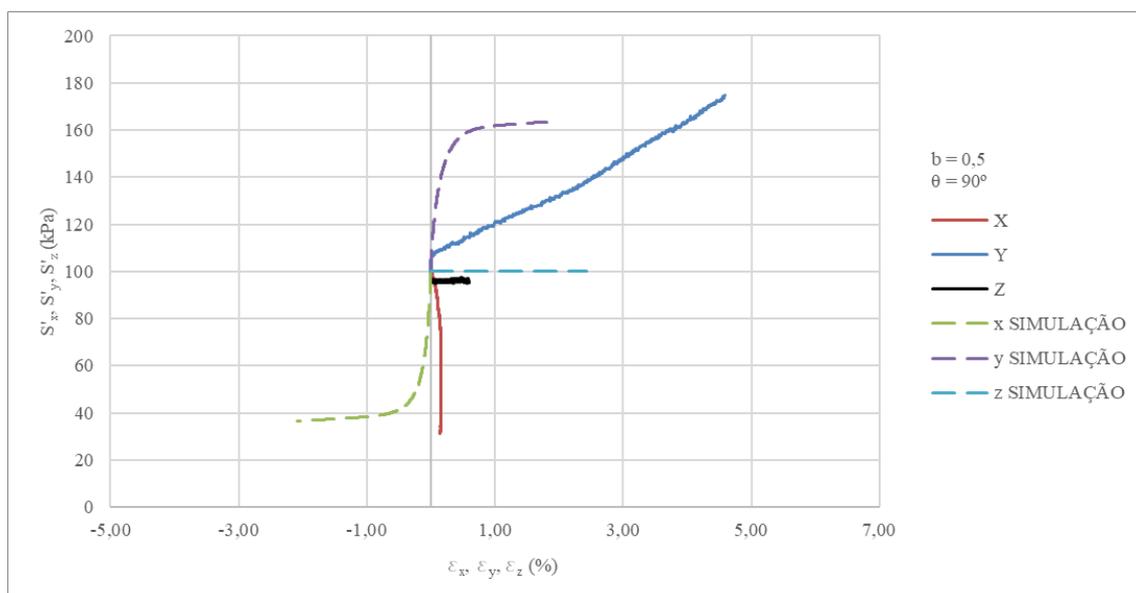


Figura 5.41: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 90^\circ$ .

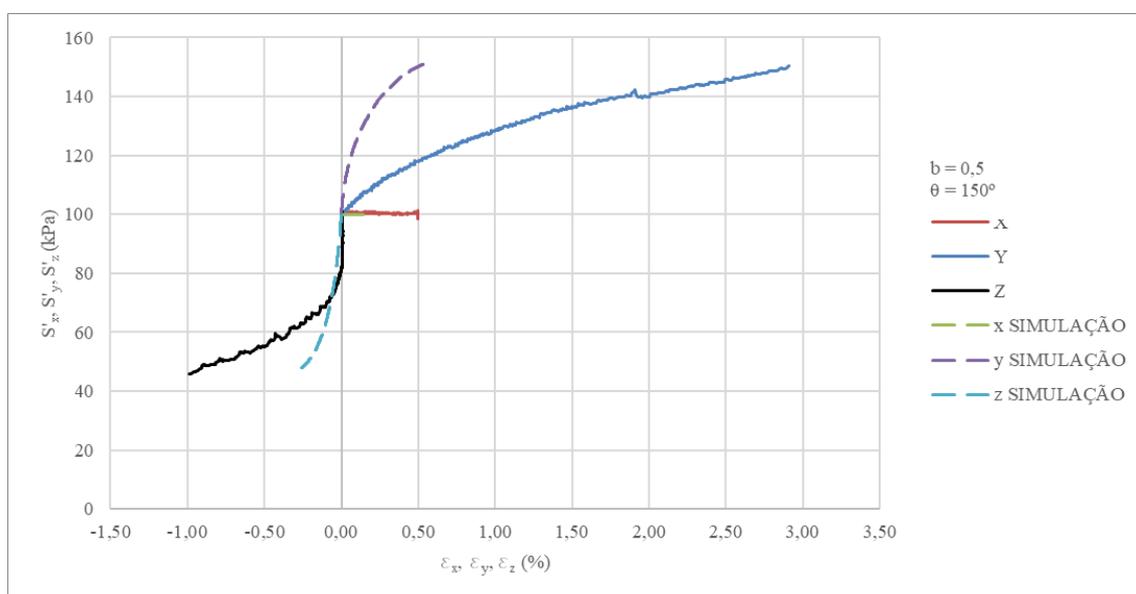


Figura 5.42: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 150^\circ$ .

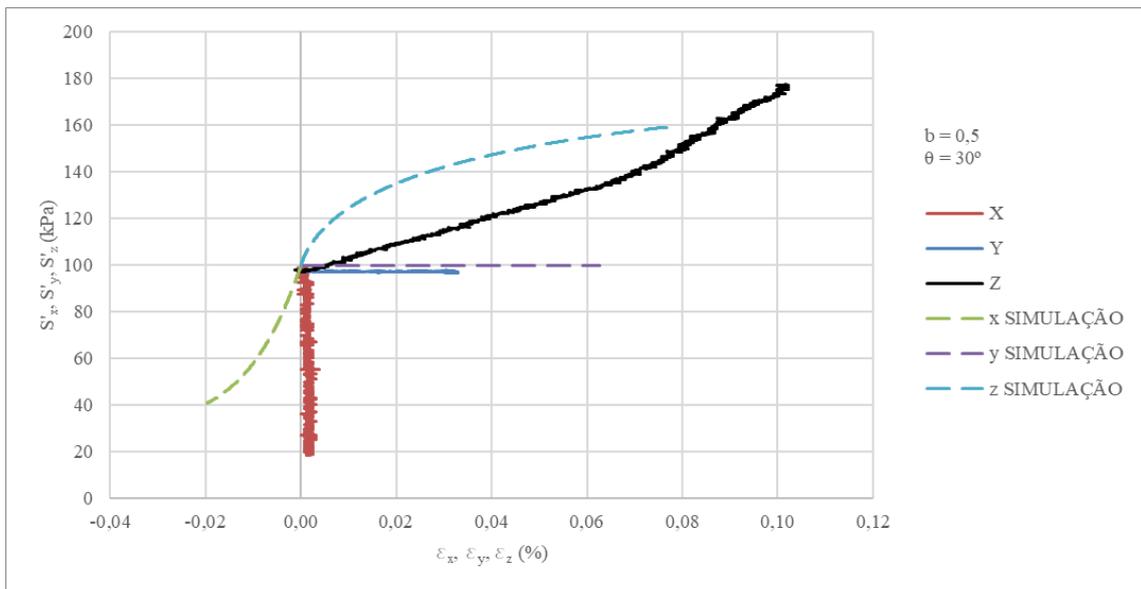


Figura 5.43: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

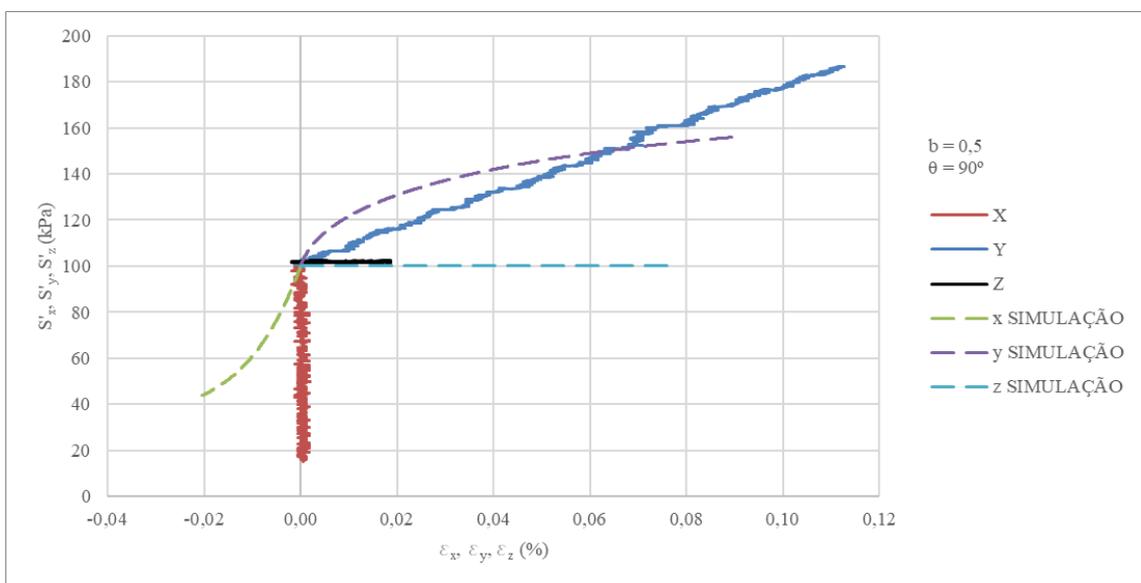


Figura 5.44: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 90^\circ$ .

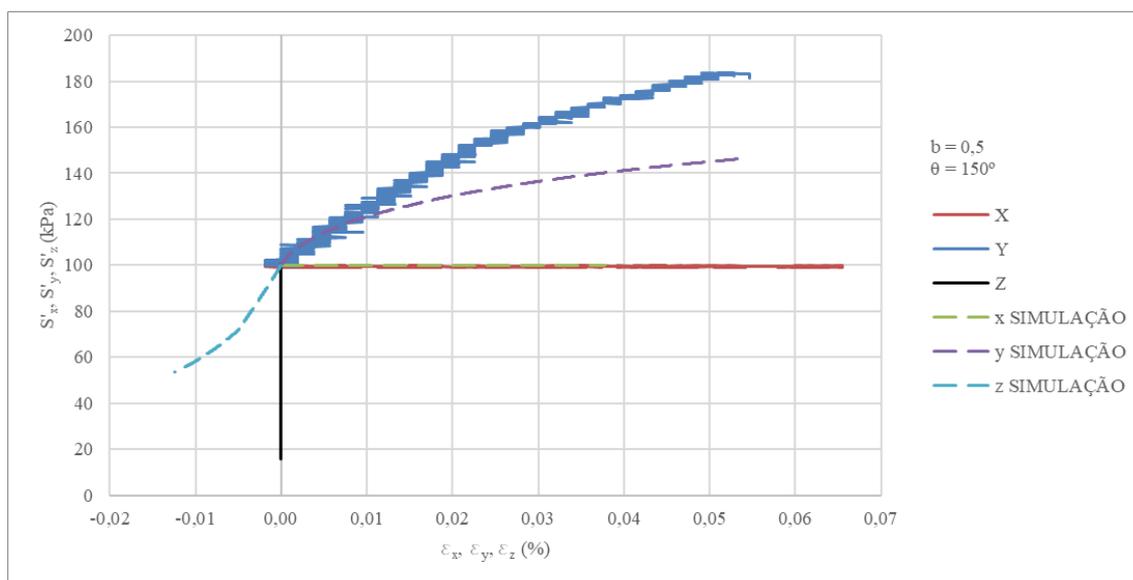


Figura 5.45: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 150^\circ$ .

O comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) do rejeito de mineração de ferro para  $b = 1$  é apresentado através das Figura 5.46 a Figura 5.49. As simulações realizadas representaram adequadamente o comportamento observado nos ensaios. Além disso, também pode ser identificado a anisotropia presente no material, pois a trajetória de  $180^\circ$  apresentou deformações superiores à trajetória de  $60^\circ$ . Por outro lado, o modelo subestimou as deformações de positivas (compressão), exceto no ensaio com trajetória de  $180^\circ$  com rejeito artificialmente cimentado.

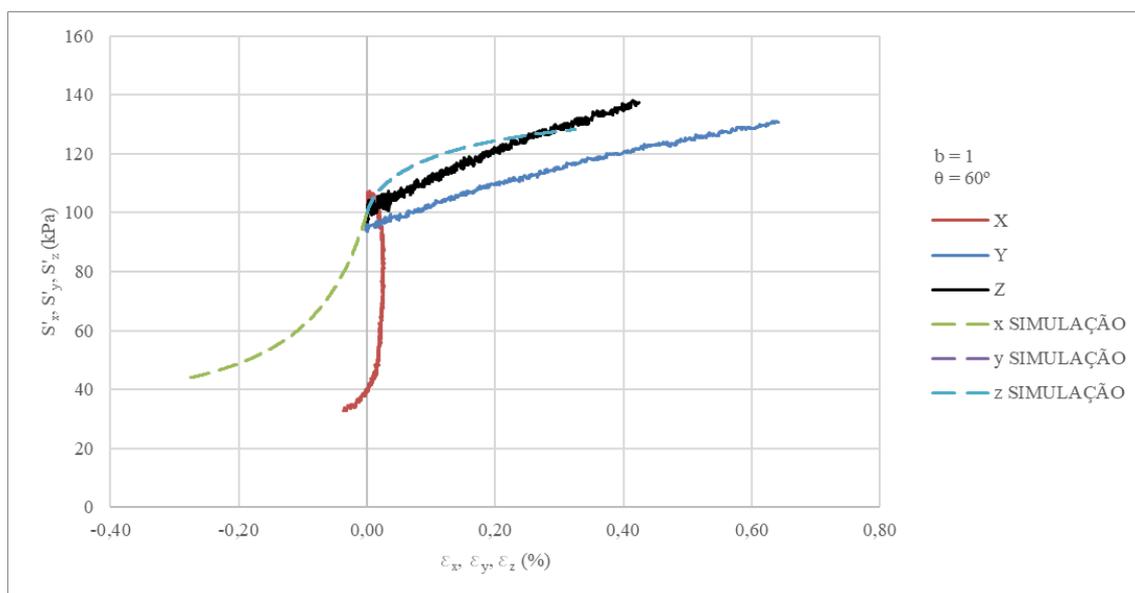


Figura 5.46: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

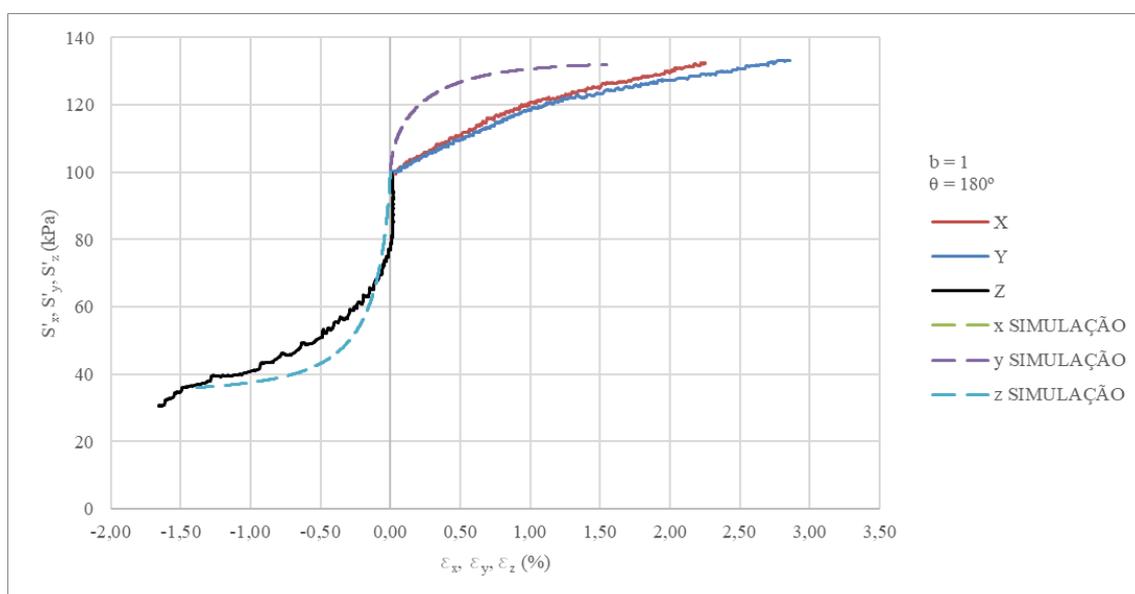


Figura 5.47: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 180^\circ$ .

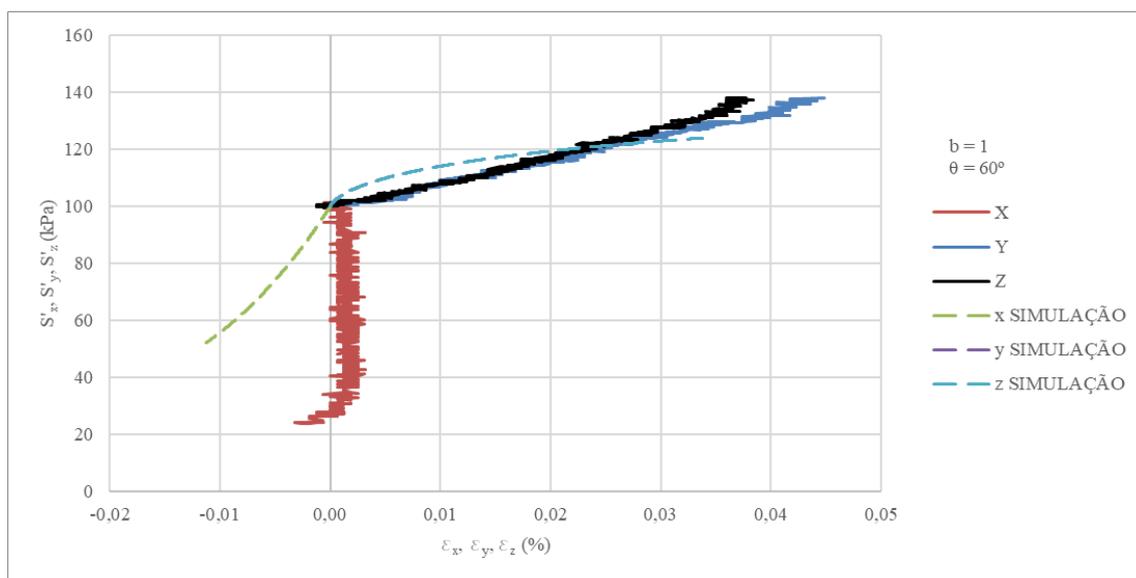


Figura 5.48: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

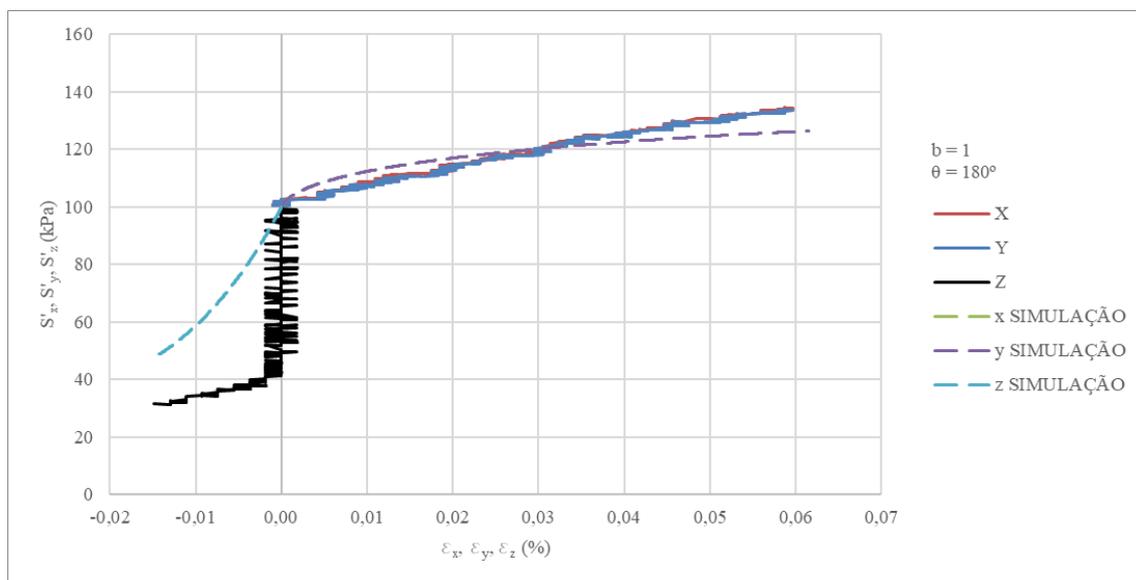


Figura 5.49: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 180^\circ$ .

As Figura 5.50 e Figura 5.51 apresentam a comparação entre os valores máximos de tensão desviadora dos ensaios e das simulações para cada direção de carregamento. Conforme pode ser observado, as simulações com rejeito não cimentado apresentam maior proximidade com os resultados experimentais. Isso não ocorreu nas simulações com rejeito artificialmente cimentado, pois a rigidez obtida nas simulações foi inferior à rigidez obtida nos ensaios.

Em todas as simulações para  $b = 0$ , foi observado o efeito da anisotropia. Pois os ensaios com carregamento de  $0^\circ$  apresentaram resultados superiores ao carregamento com  $120^\circ$ . Não foi possível observar um aumento expressivo da resistência decorrente da adição de cimento nos ensaios analisados.

Em relação à mistura rejeito-cimento, a maior distorção foi observada nos ensaios com  $b = 0,5$ . Conforme abordado anteriormente, a incapacidade do modelo de representar deformações nulas nas direções em que ocorria tração justifica essa distorção. Ademais, a isotropia apresentada através dos ensaios para as direções de carregamento de  $30$ ,  $90$  e  $150^\circ$  não foi observada nas simulações.

Sobre os carregamentos com  $b = 1$ , não foi possível estabelecer uma relação clara entre a direção de carregamento e a resistência máxima. O modelo estimou uma resistência superior para o carregamento de  $180^\circ$  em relação ao carregamento com  $60^\circ$ . Por outro lado, essa tendência só foi observada nos ensaios com rejeito não cimentado. Isso pode indicar que o modelo não conseguiu representar adequadamente a isotropia decorrente da cimentação para carregamentos de tração.

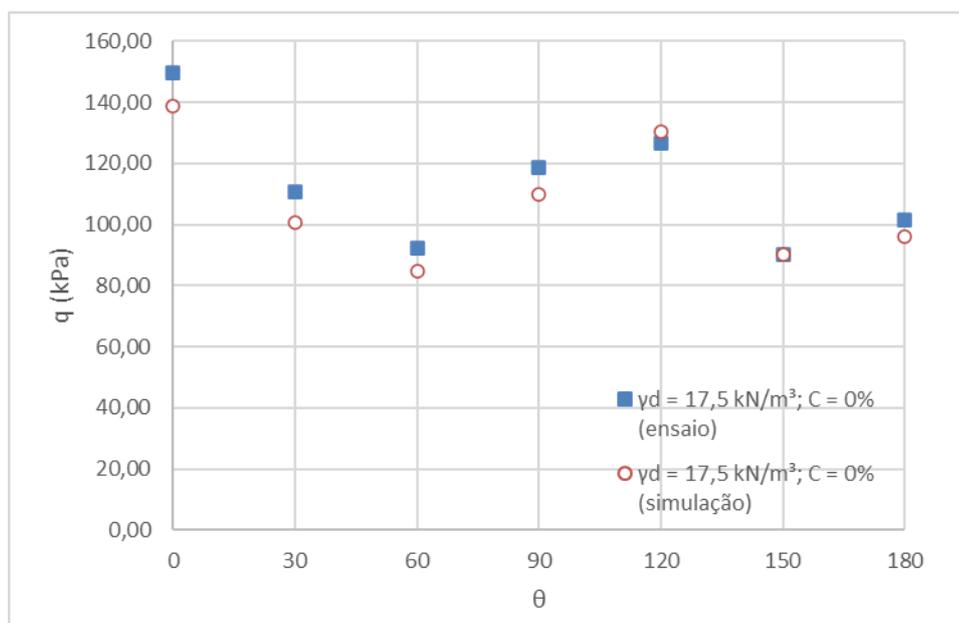


Figura 5.50: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: tensão desvio (q) em função do ângulo de carregamento  $\theta$ .

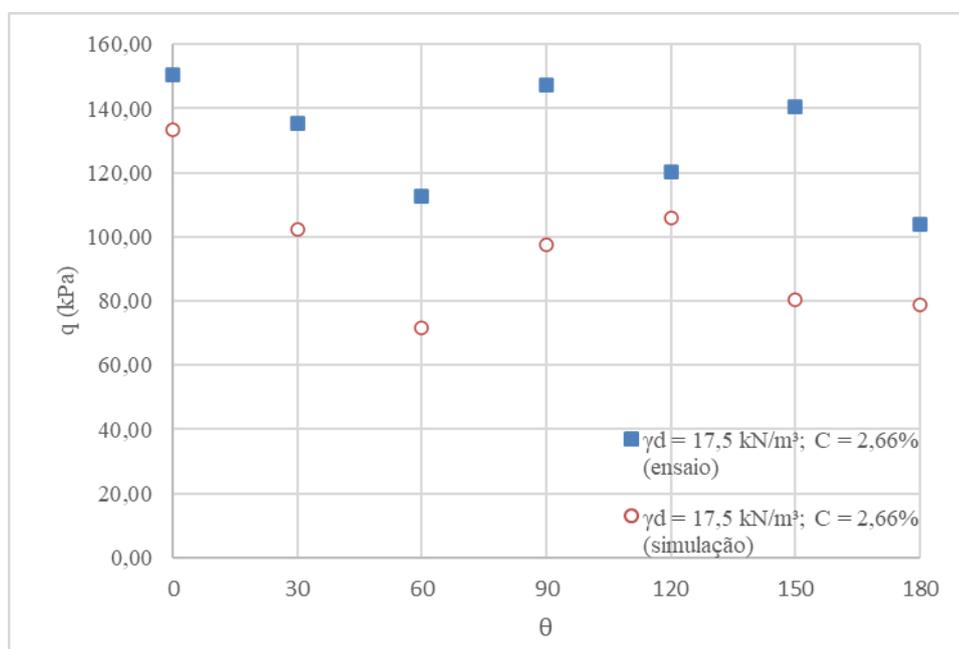


Figura 5.51: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: tensão desvio (q) em função do ângulo de carregamento  $\theta$ .

As Figura 5.52 e Figura 5.53 representam os resultados no plano  $\pi$  através das componentes desviadoras ortogonais  $q_x$  e  $q_z$ . Essas componentes podem ser determinadas através das Equações (5.1) e (5.2). As simulações realizadas com rejeito não cimentado apresentaram maior precisão em relação aos resultados experimentais. Porém, essa precisão não representa a deformação volumétrica demonstrada nas figuras anteriores.

$$q_x = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{\sqrt{2}} \quad (5.1)$$

$$q_z = \frac{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{6}} \quad (5.2)$$

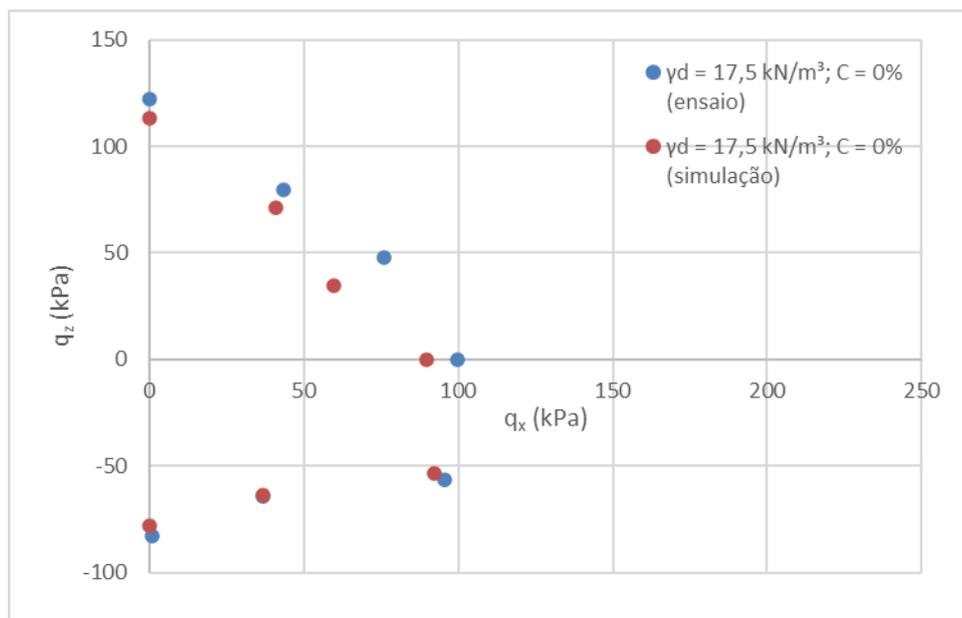


Figura 5.52: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito não cimentado: planificação no plano  $\pi$  através das variáveis  $q_z$  e  $q_x$ .

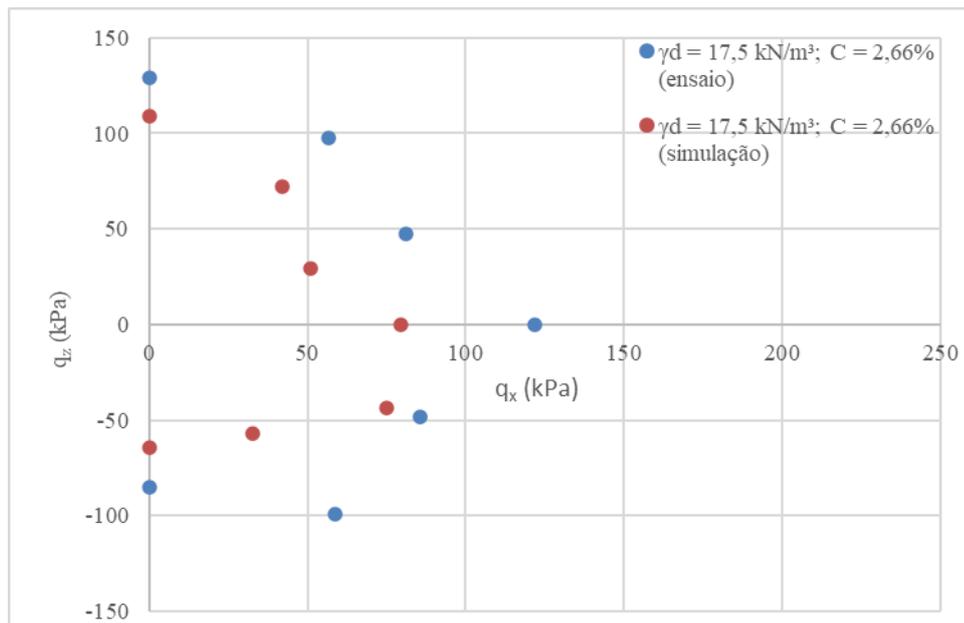


Figura 5.53: Resultados dos ensaios triaxiais verdadeiros e das simulações do modelo para rejeito cimentado: planificação no plano  $\pi$  através das variáveis  $q_z$  e  $q_x$ .

## 6 ANÁLISE PARAMÉTRICA

A análise paramétrica realizada tem como objetivo avaliar a influência dos parâmetros do cimento e do rejeito no comportamento multiaxial da mistura rejeito-cimento. Essa análise é composta por simulações de ensaios triaxiais verdadeiros, drenados e com tensão controlada. O peso específico aparente seco adotado é de  $17,5 \text{ kN/m}^3$  e o teor de cimento é de 2,66%. Foram avaliados sete parâmetros, dos quais três representam a influência do rejeito e quatro representam a influência da cimentação.

### 6.1 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO REJEITO

Os parâmetros do rejeito que foram analisados são:  $G_0$  e  $d_1$ . O comportamento multiaxial foi avaliado através de curvas tensão desvio por deformação cisalhante, deformação volumétrica por deformação cisalhante e tensão axial por deformação axial (X, Y e Z). A fim de se avaliar os efeitos da tensão intermediária da anisotropia, os carregamentos com direção de  $0^\circ$  ( $b = 0,0$ ),  $30^\circ$  ( $b = 0,5$ ),  $60^\circ$  ( $b = 1,0$ ) e  $120^\circ$  ( $b = 0,0$ ) foram analisados.

O parâmetro  $G_0$  afeta rigidez do material, principalmente a rigidez inicial. A fim de simplificar a análise os resultados foram agrupados de acordo com a direção do carregamento. Em relação ao carregamento de  $0^\circ$ , as Figura 6.1 a Figura 6.3 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q-\varepsilon_q$ ), na dilatância do material ( $\varepsilon_v-\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma-\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar que o parâmetro  $G_0$  afeta principalmente a resistência e possui pouca influência na dilatância. O aumento de  $G_0$  resulta no aumento da resistência.

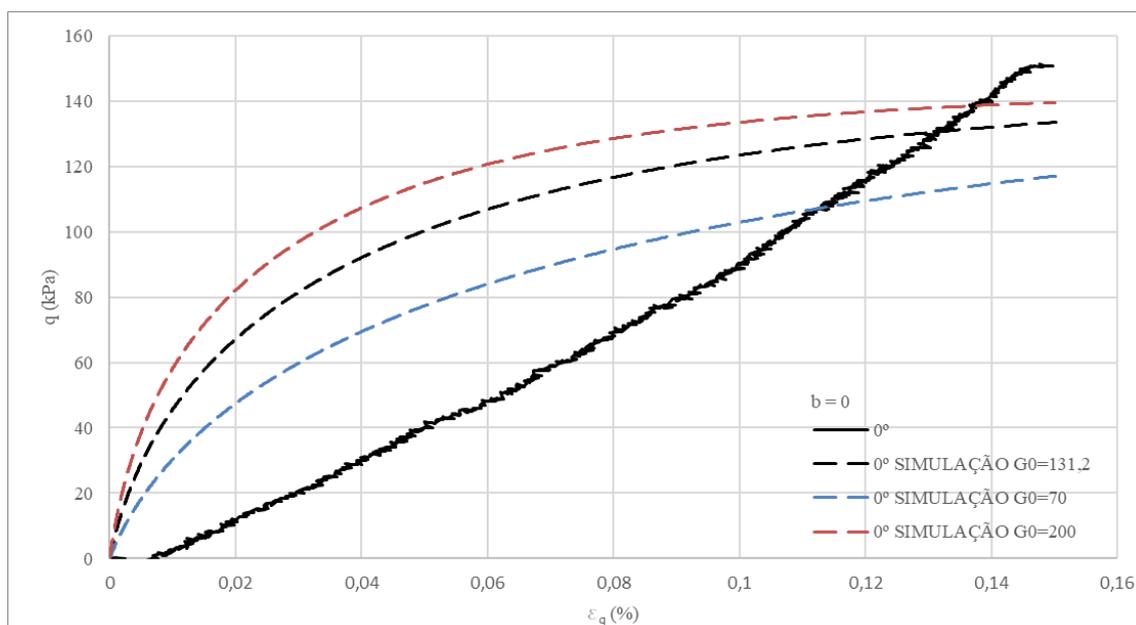


Figura 6.1: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

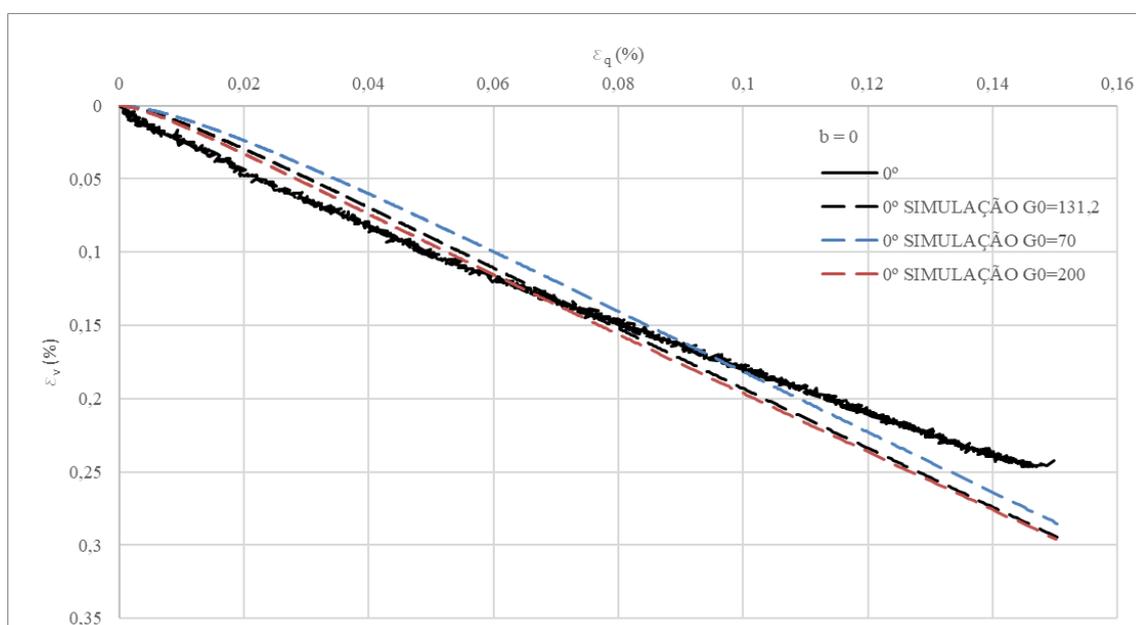


Figura 6.2: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

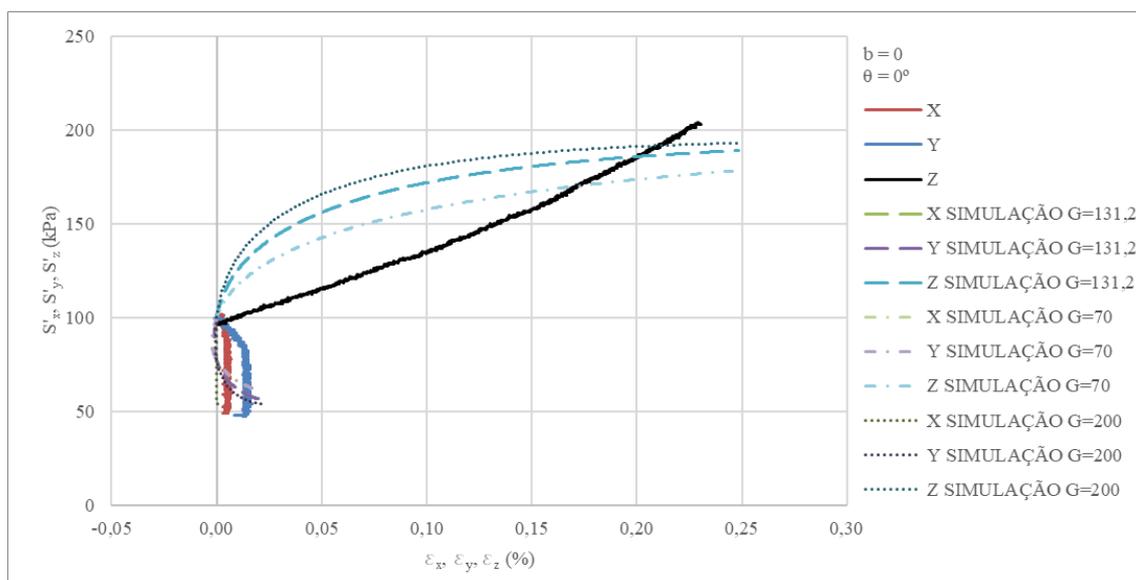


Figura 6.3: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

Em relação ao carregamento de  $120^\circ$ , as Figura 6.4 a Figura 6.6 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatância do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar a mesma tendência relatada para o carregamento de  $0^\circ$ . Porém, a redução de  $G_0$  resulta na redução da deformação volumétrica.

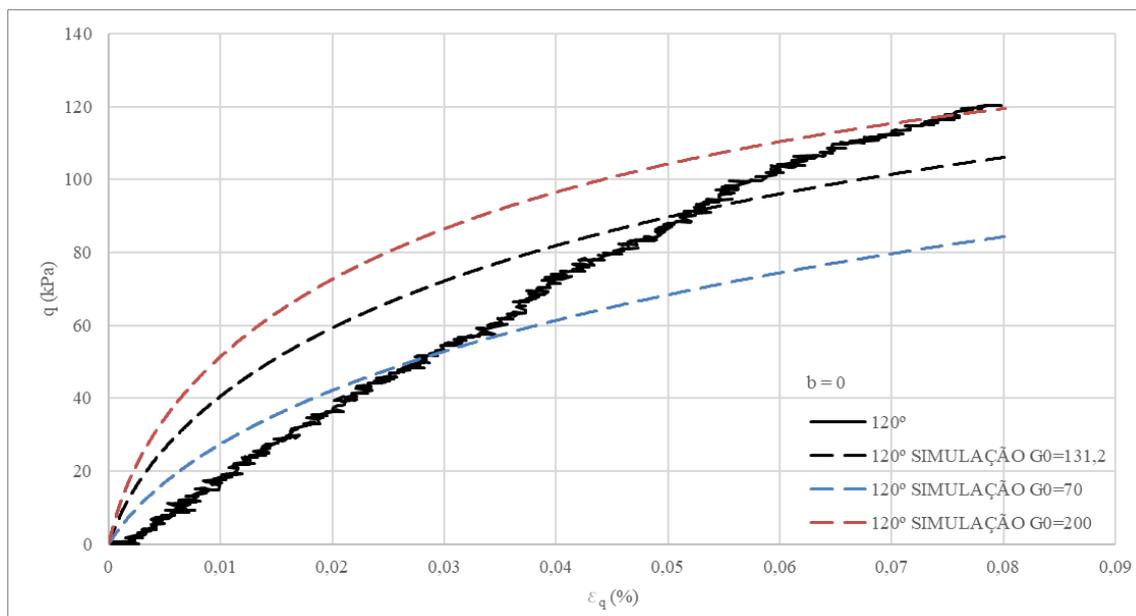


Figura 6.4: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

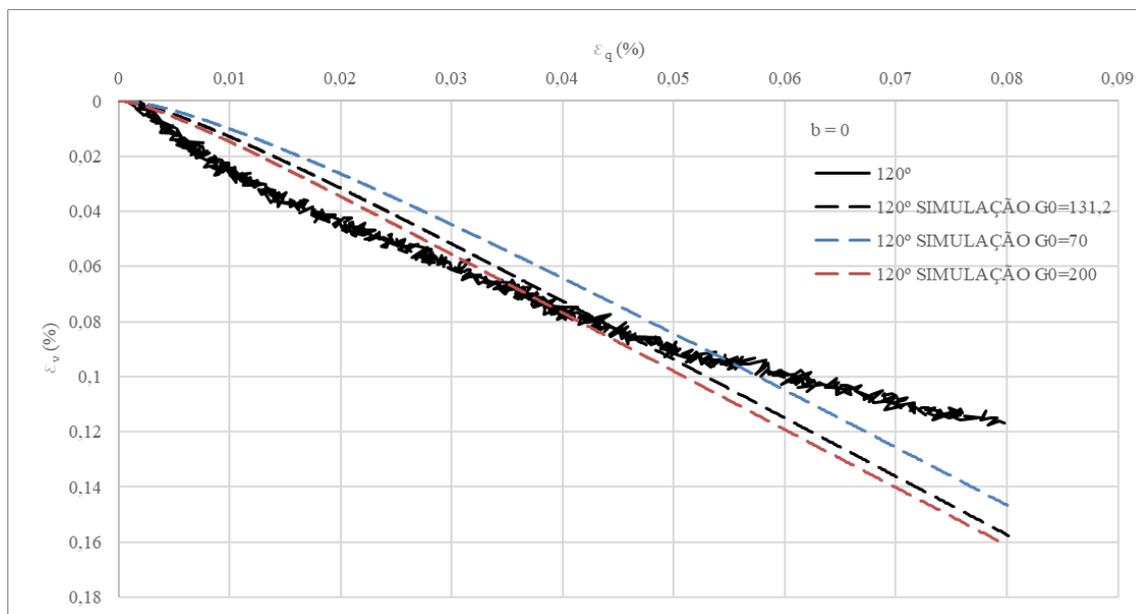


Figura 6.5: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

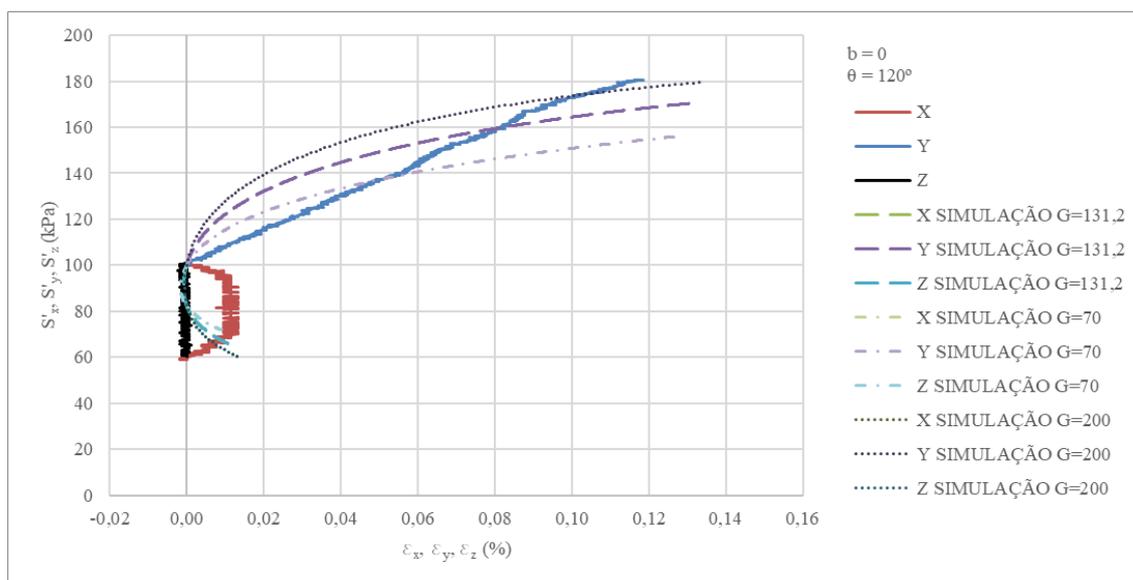


Figura 6.6: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

Sobre o carregamento de  $30^\circ$  (estado plano de tensões), as Figura 6.7 a Figura 6.9 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatação do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar o efeito positivo do aumento de  $G_0$  na resistência. Entretanto, a simulação com  $G_0 = 200$  apresentou problemas pois a direção das deformações plásticas foi afetada negativa pelo excesso de rigidez. Além disso, o aumento de  $G_0$  resulta em valores elevados de rigidez, o que deve ser avaliado em comparação com os resultados dos ensaios.

A simulação com  $G_0$  igual a 200 não apresentou comportamento coerente com os ensaios e as outras simulações. Isso ocorreu pois o modelo não convergiu. A falta de convergência do modelo pode ser causada por diversos fatores, dentre os quais pode-se citar o cálculo incoerente do módulo plástico.

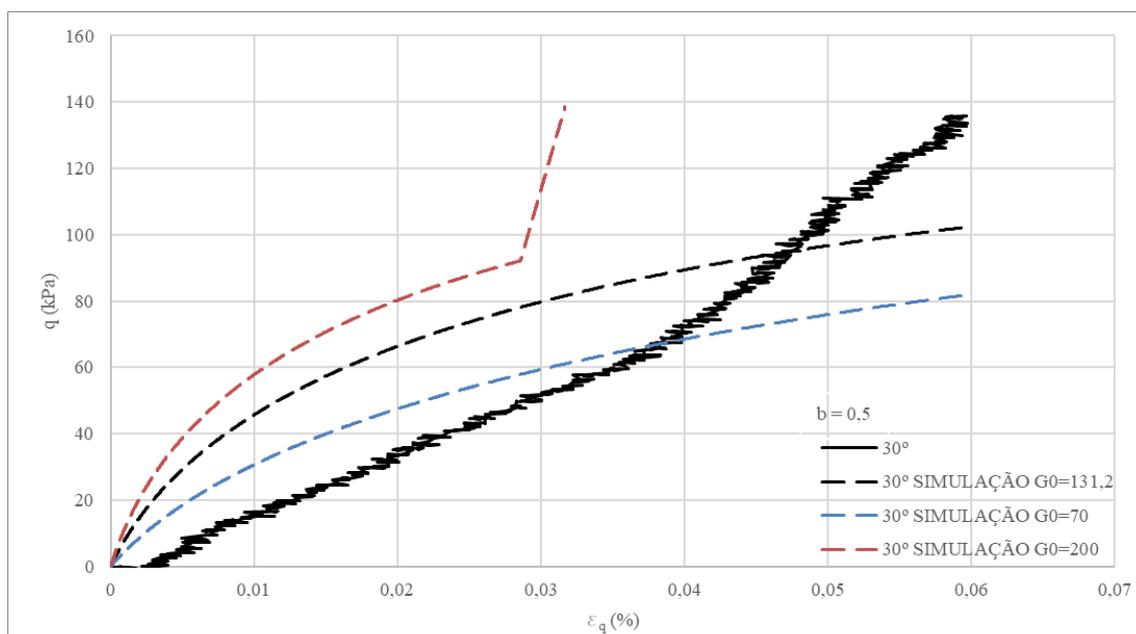


Figura 6.7: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q-\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

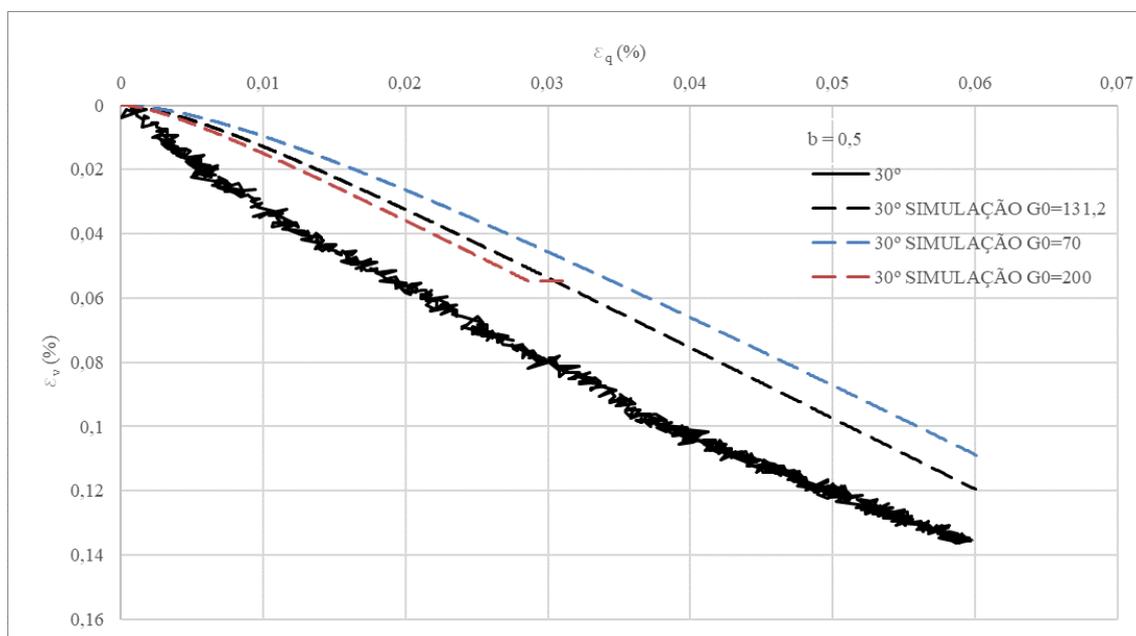


Figura 6.8: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

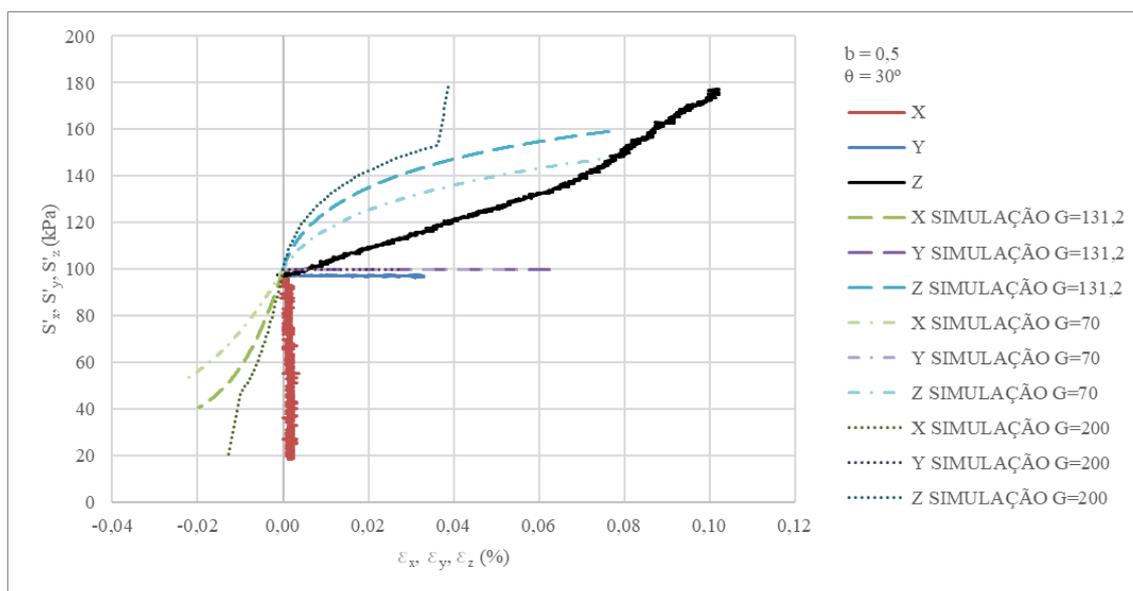


Figura 6.9: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

Sobre o carregamento de  $60^\circ$  as Figura 6.10 a Figura 6.12 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatação do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar a mesma tendência da simulação com  $30^\circ$ . Além disso, os valores observados de resistência foram inferiores aos da simulação com  $30^\circ$ , o que ressalta o comportamento anisotrópico do material ao penalizar os resultados com  $b = 1$ .

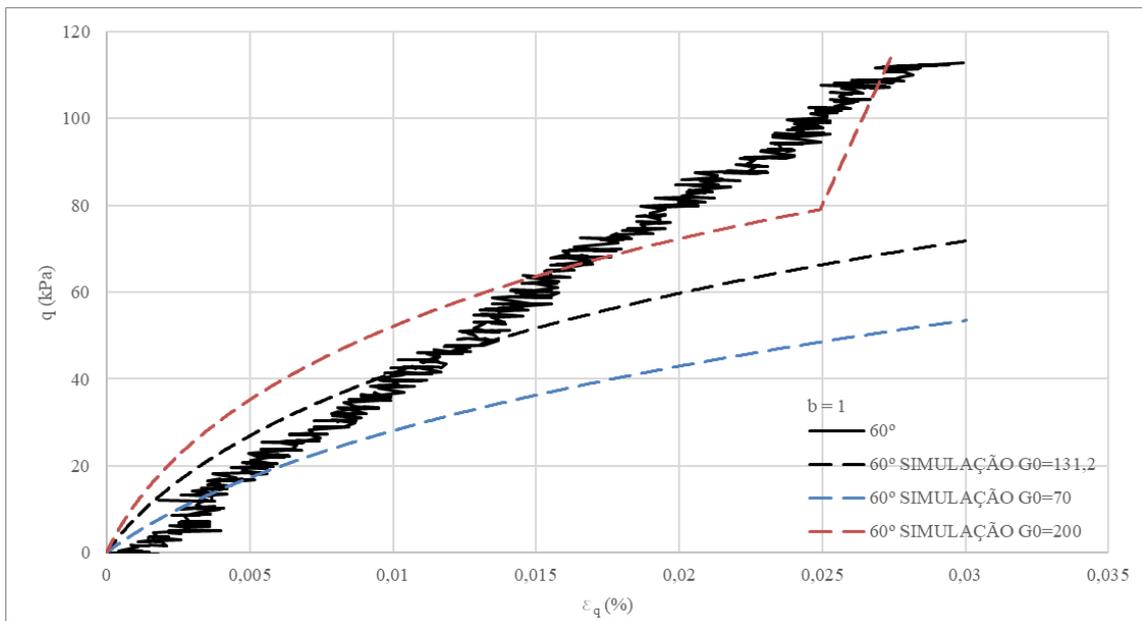


Figura 6.10: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q-\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

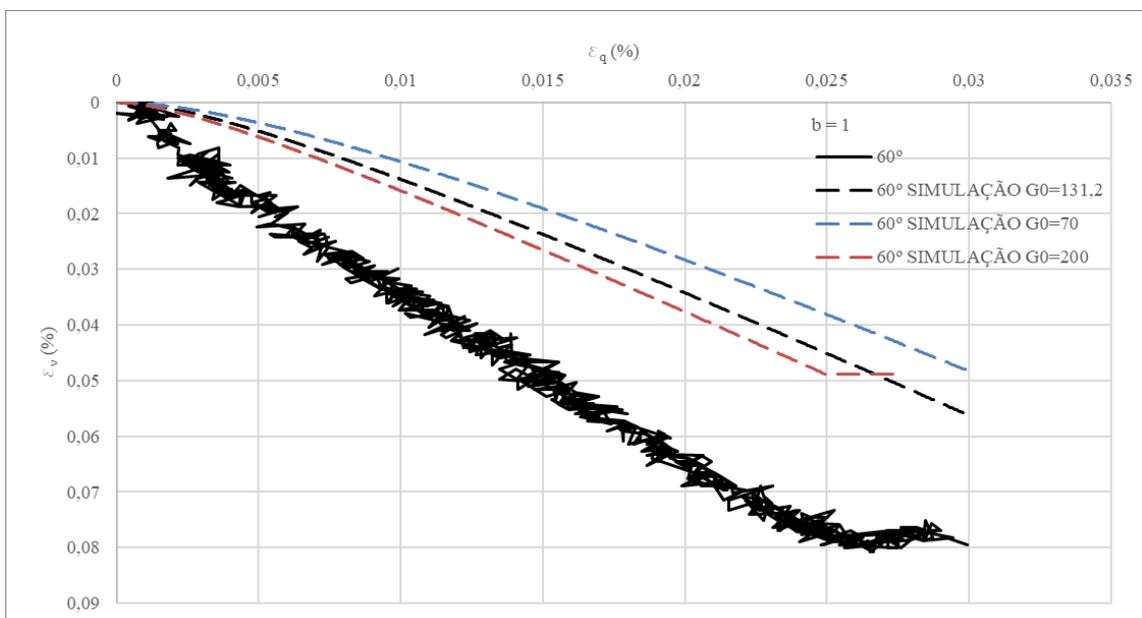


Figura 6.11: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

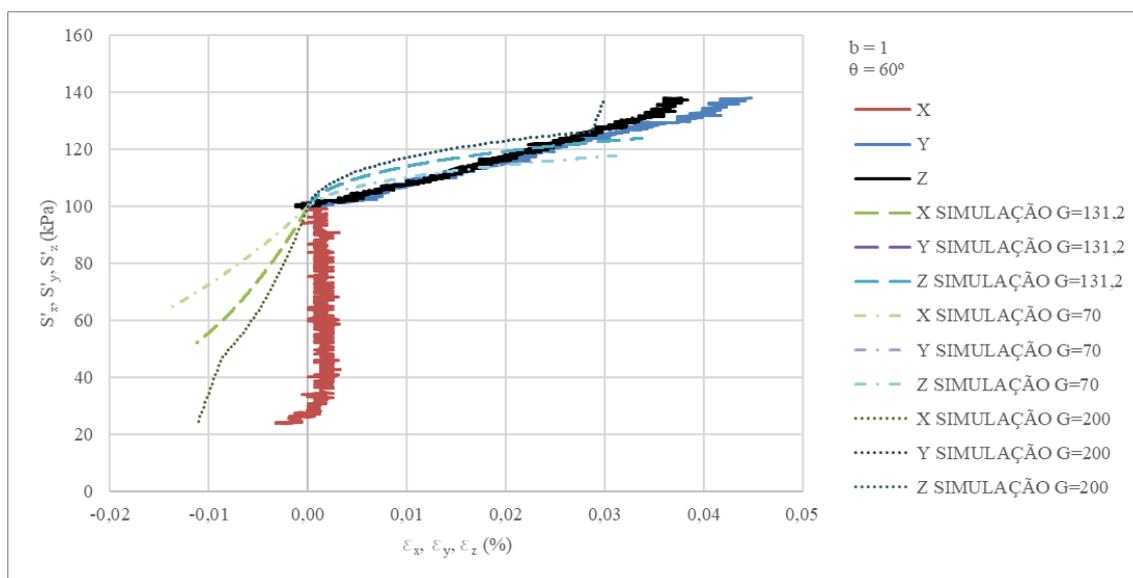


Figura 6.12: Resultados da análise paramétrica de  $G_0$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

O parâmetro  $d_1$  afeta a dilatação ( $\varepsilon_v/\varepsilon_q$ ) do material. A fim de simplificar a análise os resultados foram agrupados de acordo com a direção do carregamento. Em relação ao carregamento de  $0^\circ$ , as Figura 6.13 a Figura 6.15 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatação do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar que o parâmetro  $d_1$  afeta principalmente a dilatação e não afeta a resistência. O aumento de  $d_1$  resulta no aumento da deformação volumétrica. Essa variação na dilatação decorre da mudança do comportamento das deformações nas direções com redução de tensão. Como, por exemplo, o sinal da deformação  $\varepsilon_y$  para  $d_1 = 0,7$  é negativo, enquanto para  $d_1 = 1,9$  é positivo.

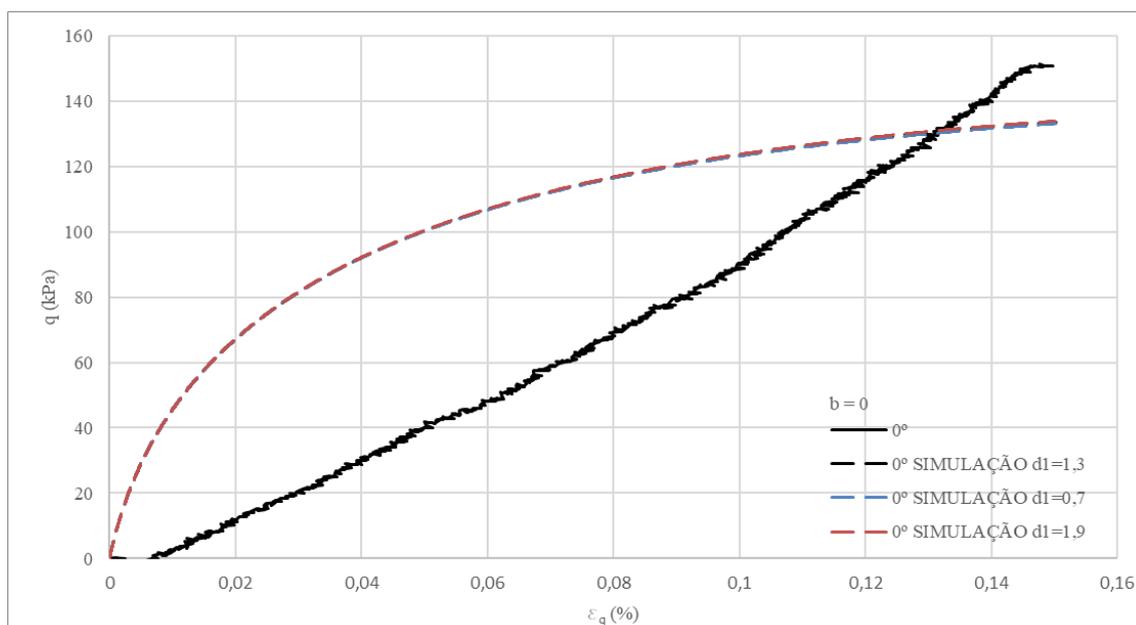


Figura 6.13: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q-\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

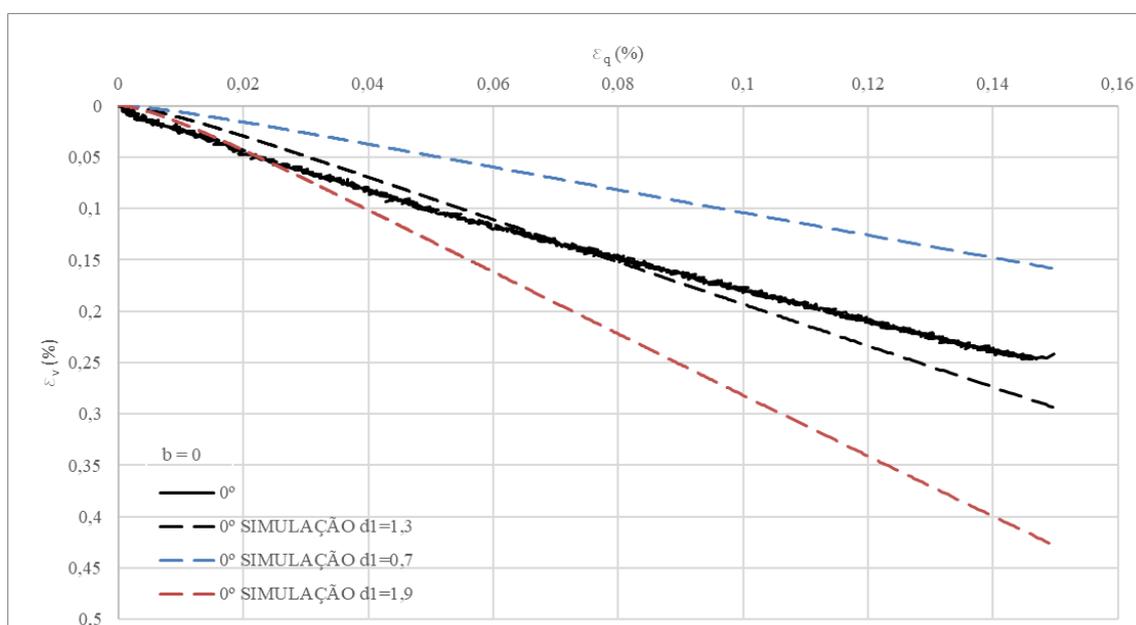


Figura 6.14: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

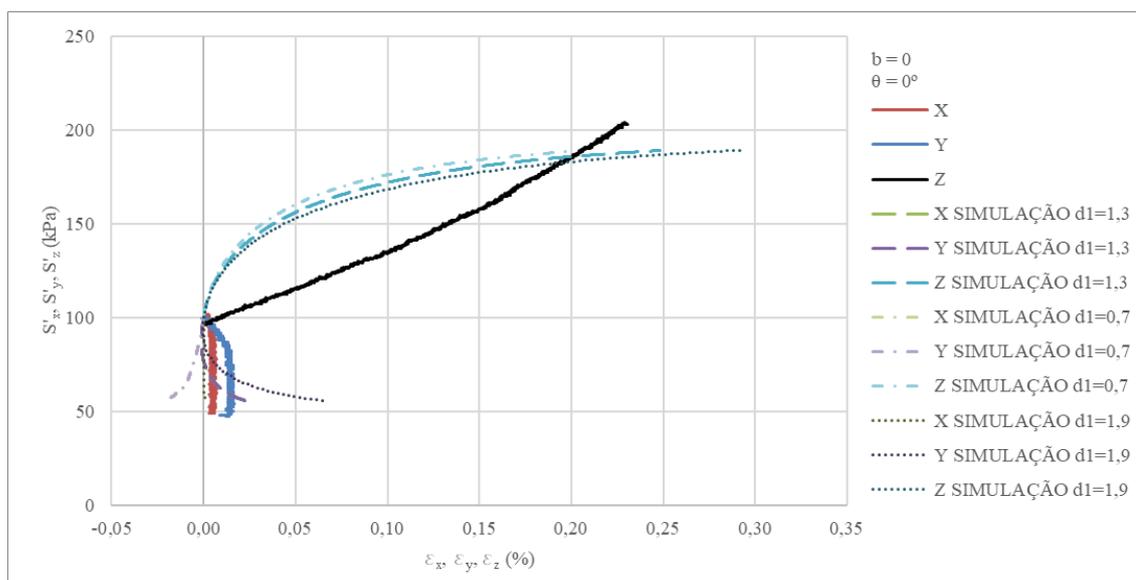


Figura 6.15: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

Em relação ao carregamento de  $120^\circ$ , as Figura 6.16 a Figura 6.18 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatância do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar a mesma tendência relatada para o carregamento de  $0^\circ$ .

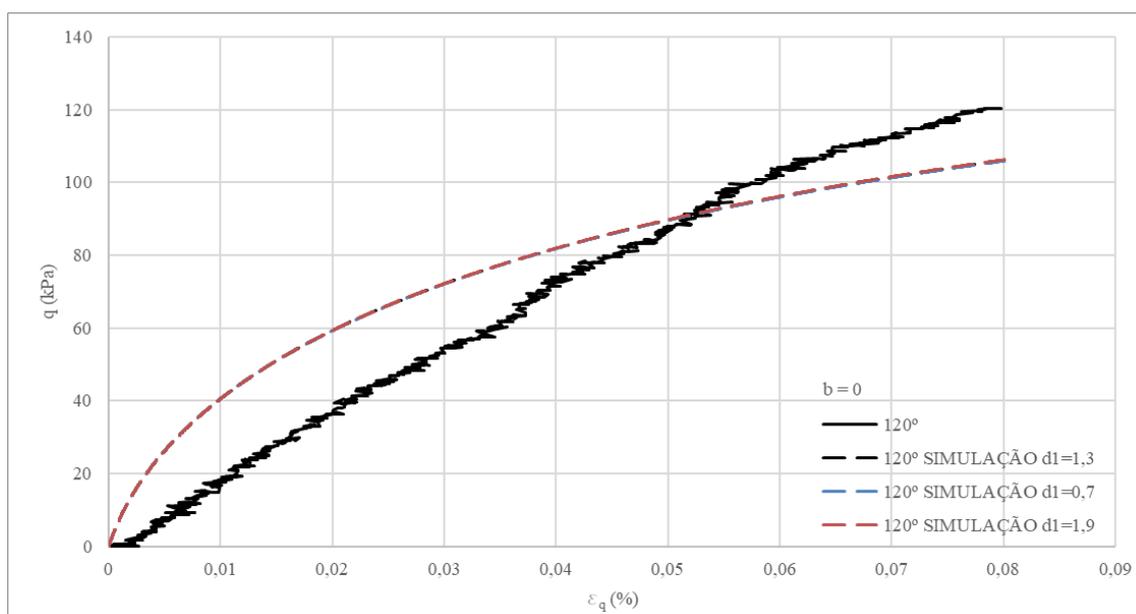


Figura 6.16: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

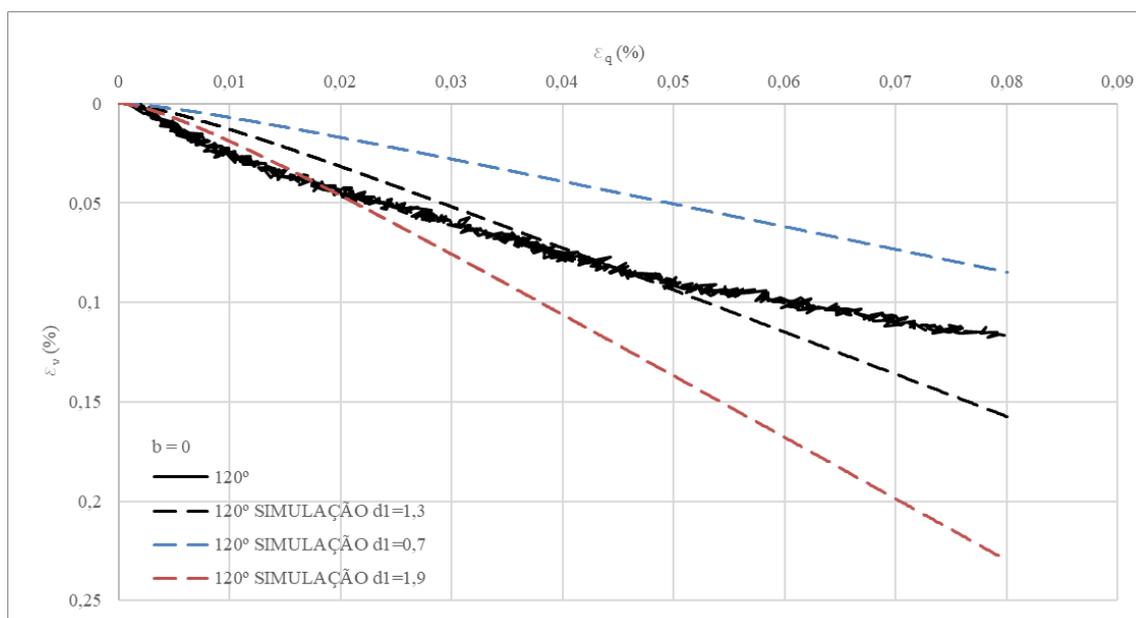


Figura 6.17: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

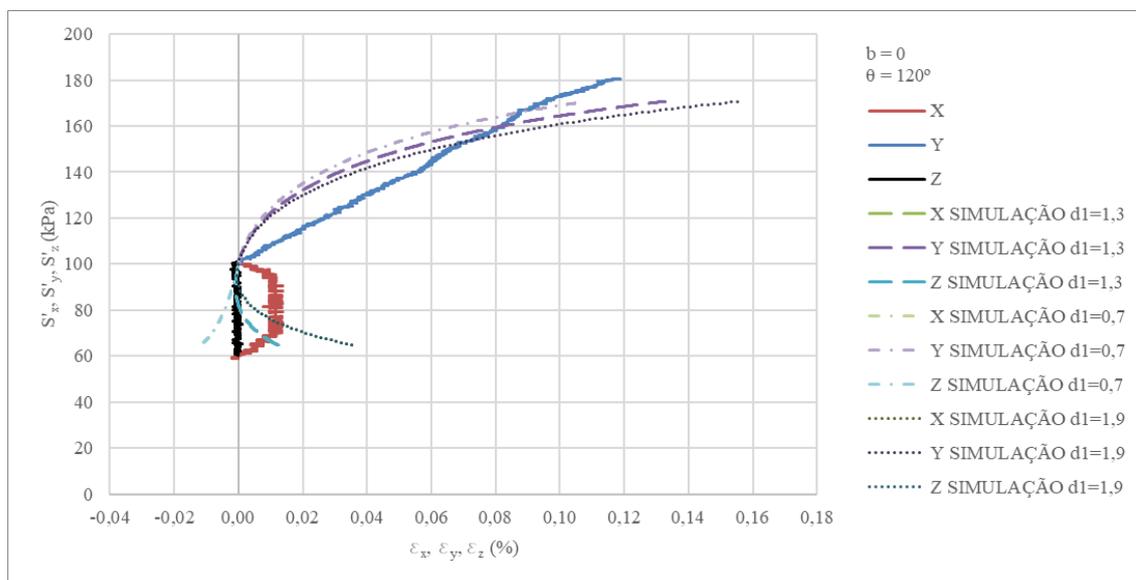


Figura 6.18: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

Sobre o carregamento de  $30^\circ$  (estado plano de tensões), as Figura 6.19 a Figura 6.21 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ), na dilatância do material ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma - \varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar o efeito positivo do aumento de  $d_1$  na deformação volumétrica. Em relação às

deformações axiais, a deformação  $\varepsilon_x$  apresenta mudança de tendência de acordo com a variação de  $d_1$ . Por outro lado, o aumento excessivo de  $\varepsilon_y$  decorrente do aumento de  $d_1$  anula o efeito benéfico da mudança do sinal de  $\varepsilon_x$ .

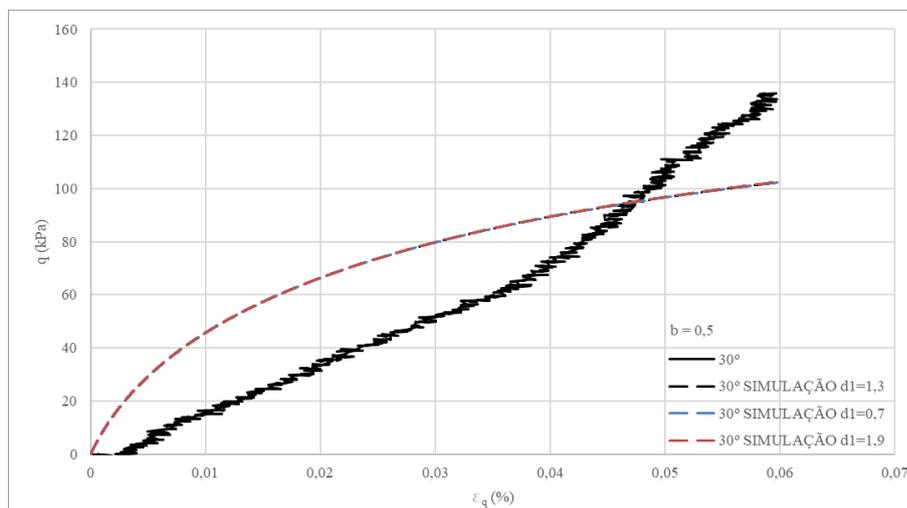


Figura 6.19: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

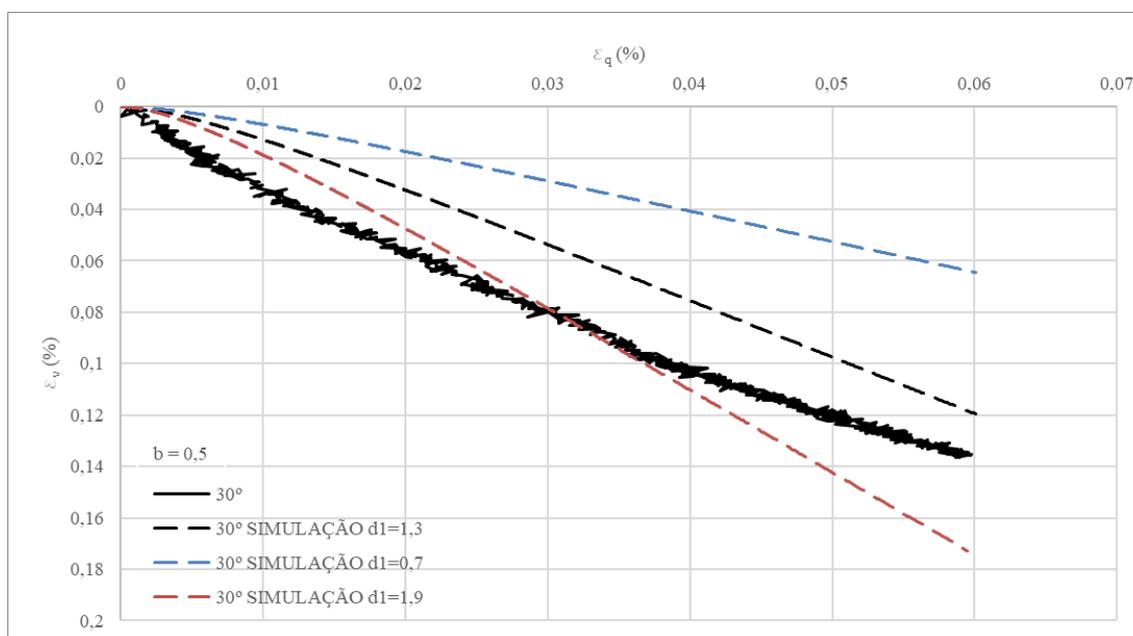


Figura 6.20: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

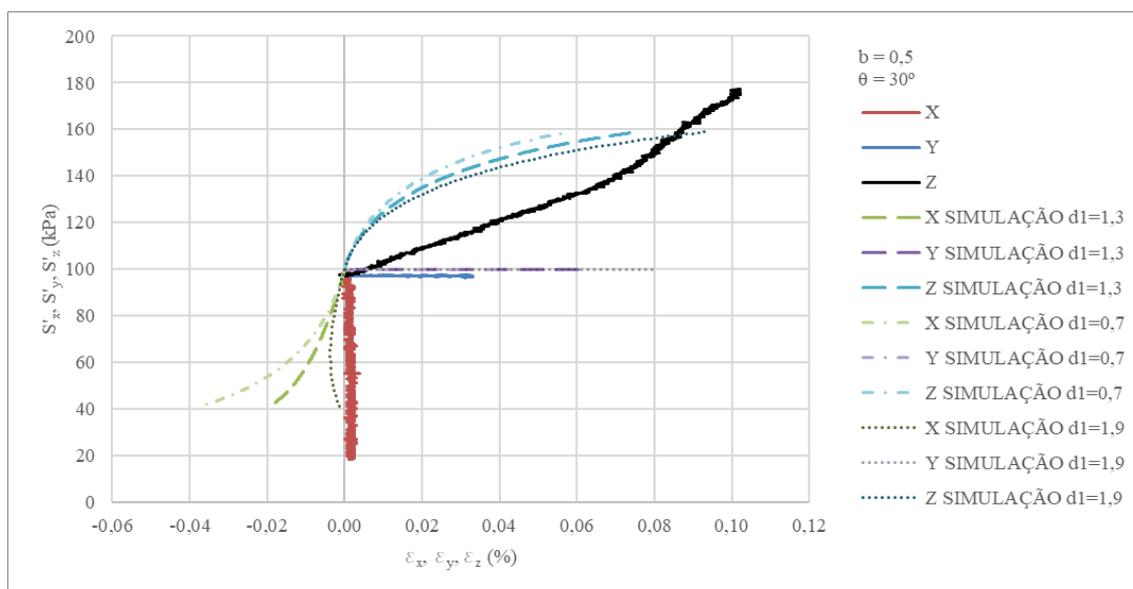


Figura 6.21: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

Sobre o carregamento de  $60^\circ$ , as Figura 6.22 a Figura 6.24 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatação do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar a mesma tendência da simulação com  $30^\circ$ . Porém, a simulação com  $d_1=1,9$  apresentou problemas, de forma que a resistência foi afetada e a variação da deformação volumétrica foi nula após 0,018% de deformação cisalhante. O efeito da anisotropia também persiste nas simulações apresentadas, pois a magnitude das tensões e deformações obtida foi inferior à obtida das simulações com  $30^\circ$ .

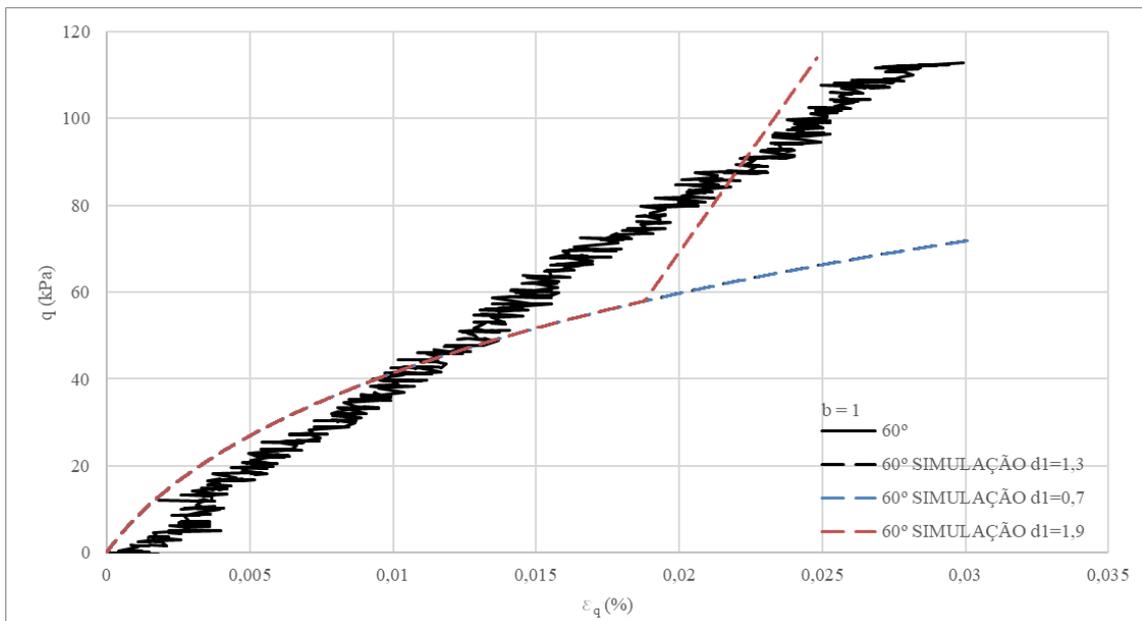


Figura 6.22: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

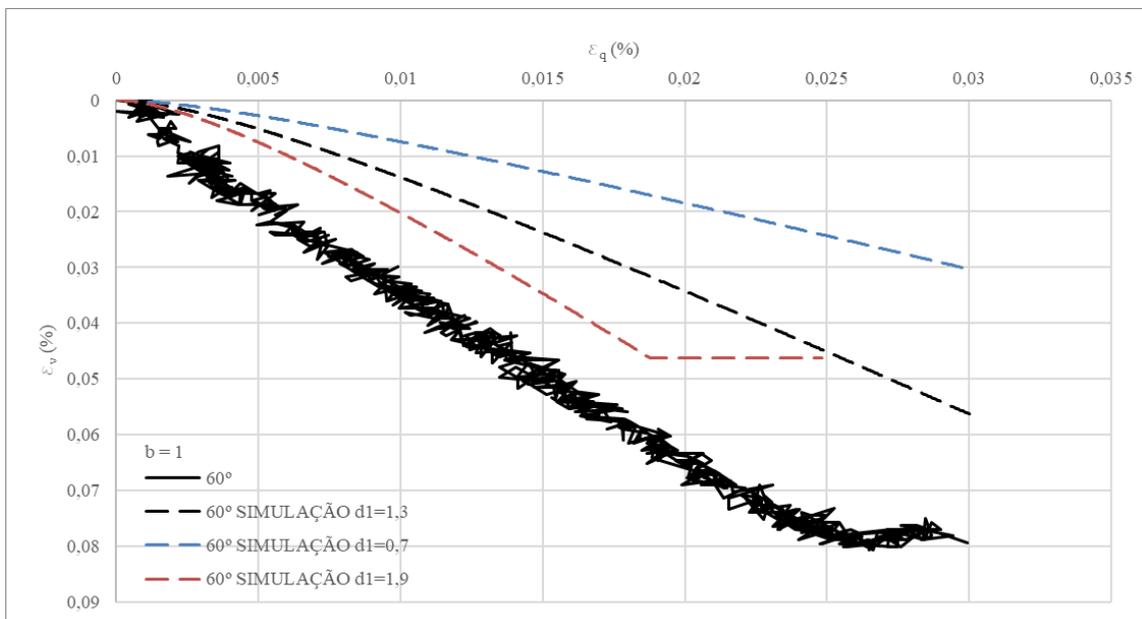


Figura 6.23: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

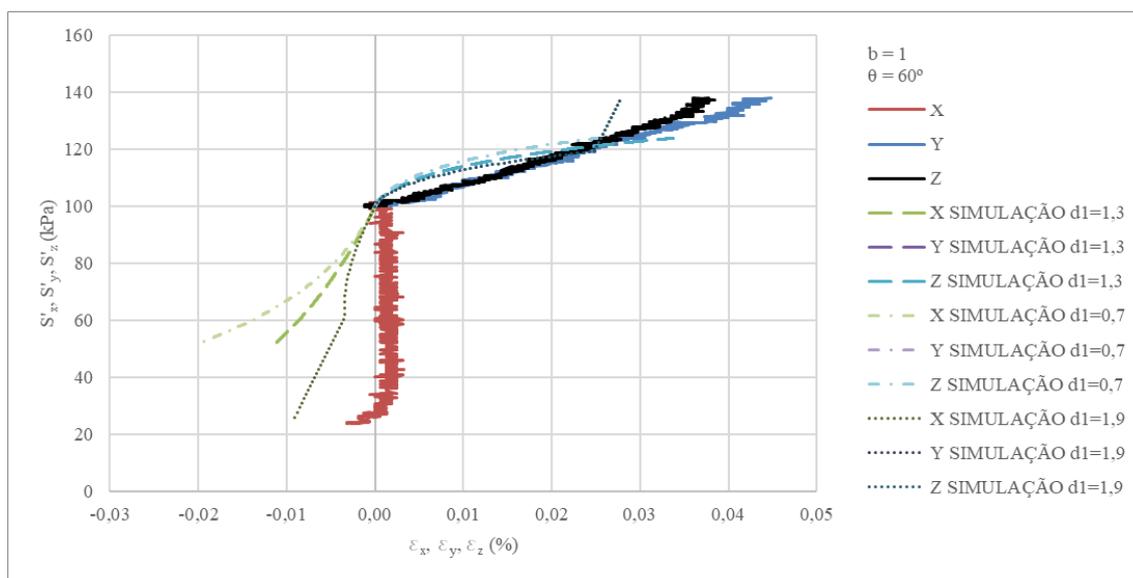


Figura 6.24: Resultados da análise paramétrica de  $d_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

## 6.2 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO CIMENTO

Os parâmetros do cimento que foram analisados são:  $a_1$  e  $\Delta_c$ . O comportamento multiaxial foi avaliado através de curvas tensão desvio por deformação cisalhante, deformação volumétrica por deformação cisalhante e tensão axial por deformação axial (X, Y e Z). A fim de avaliar o efeito da anisotropia, os carregamentos com direção de 0, 30, 60 e 120° foram analisados.

O parâmetro  $a_1$  afeta a resistência do material cimentado no estado crítico pois influencia no cálculo da razão  $M_{cc}$  ( $q/p'$ ). A fim de simplificar a análise os resultados foram agrupados de acordo com a direção do carregamento. Em relação ao carregamento de 0°, as Figura 6.25 a Figura 6.27 demonstram o efeito do parâmetro  $a_1$  no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatância do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar que o parâmetro  $a_1$  afeta a resistência e dilatância. O aumento de  $a_1$  resulta no aumento da resistência e na redução da deformação volumétrica.

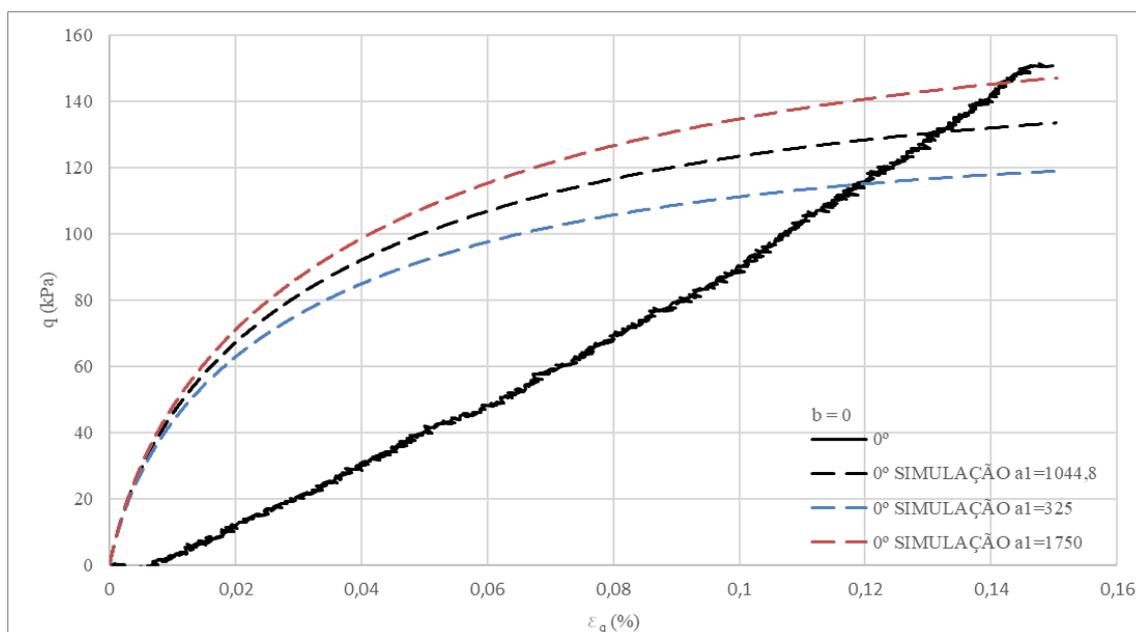


Figura 6.25: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

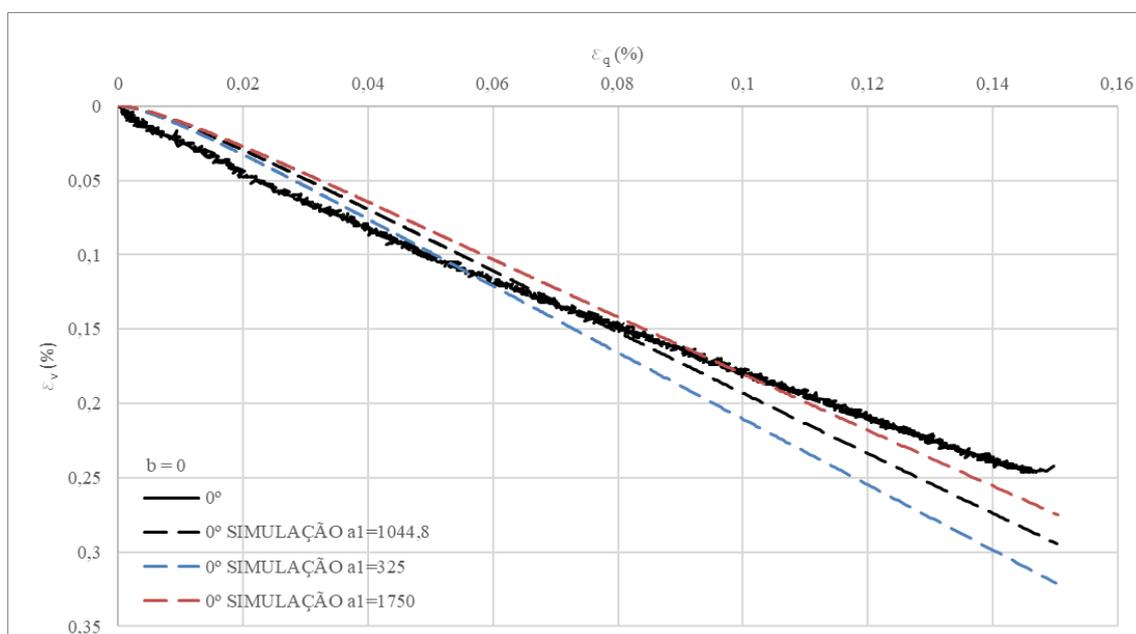


Figura 6.26: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

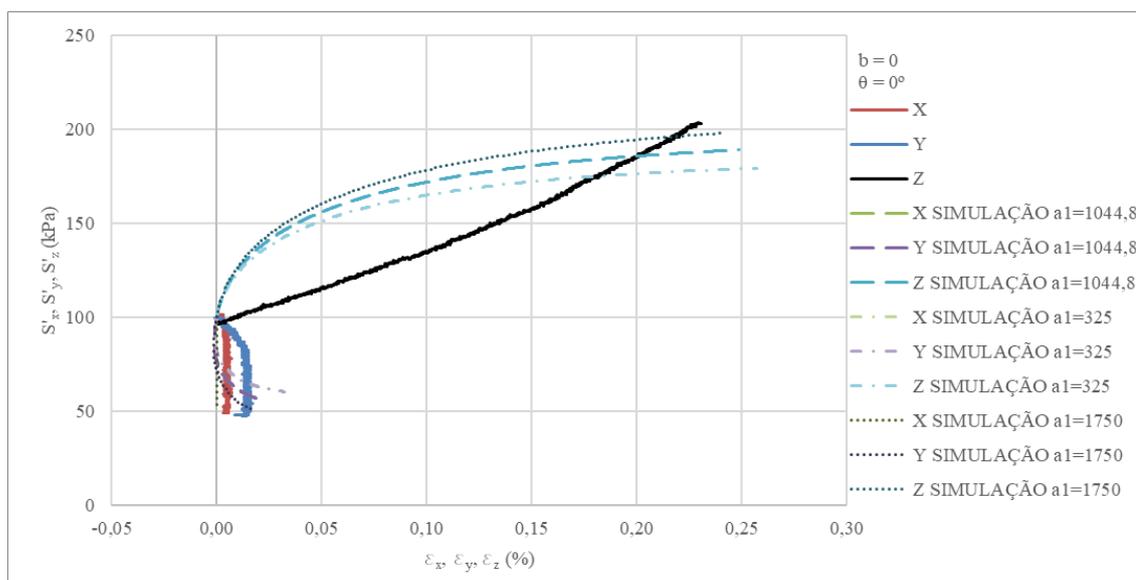


Figura 6.27: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

Em relação ao carregamento de  $120^\circ$ , as Figura 6.28 a Figura 6.30 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatância do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar a mesma tendência relatada para o carregamento de  $0^\circ$ . Ademais, a redução da resistência, em relação às simulações com carregamento de  $0^\circ$ , decorre da anisotropia do material.

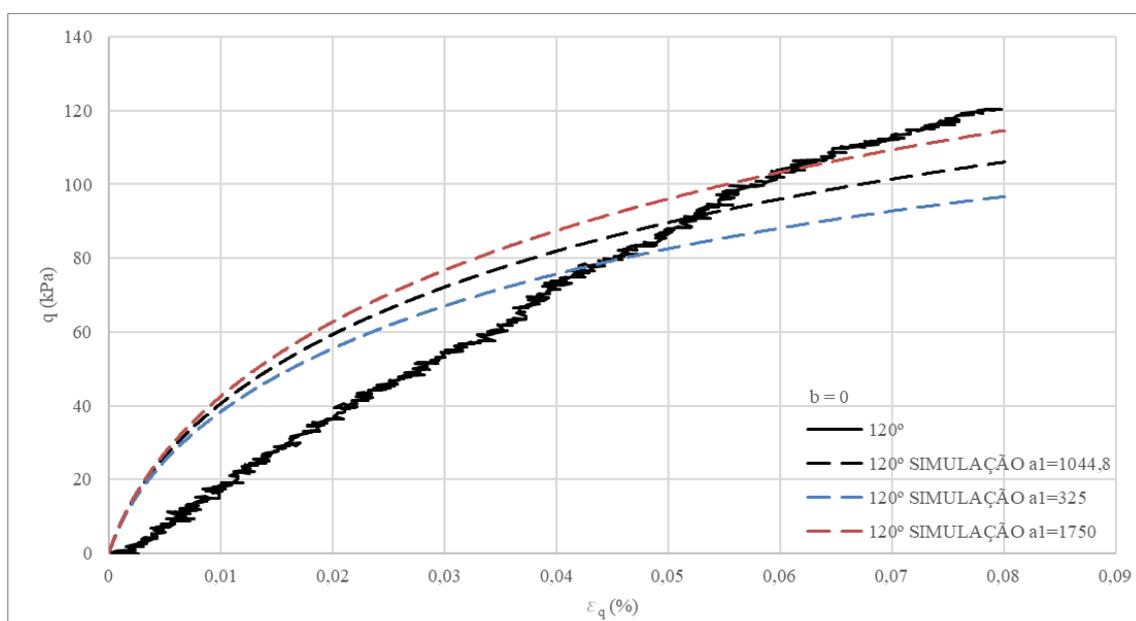


Figura 6.28: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

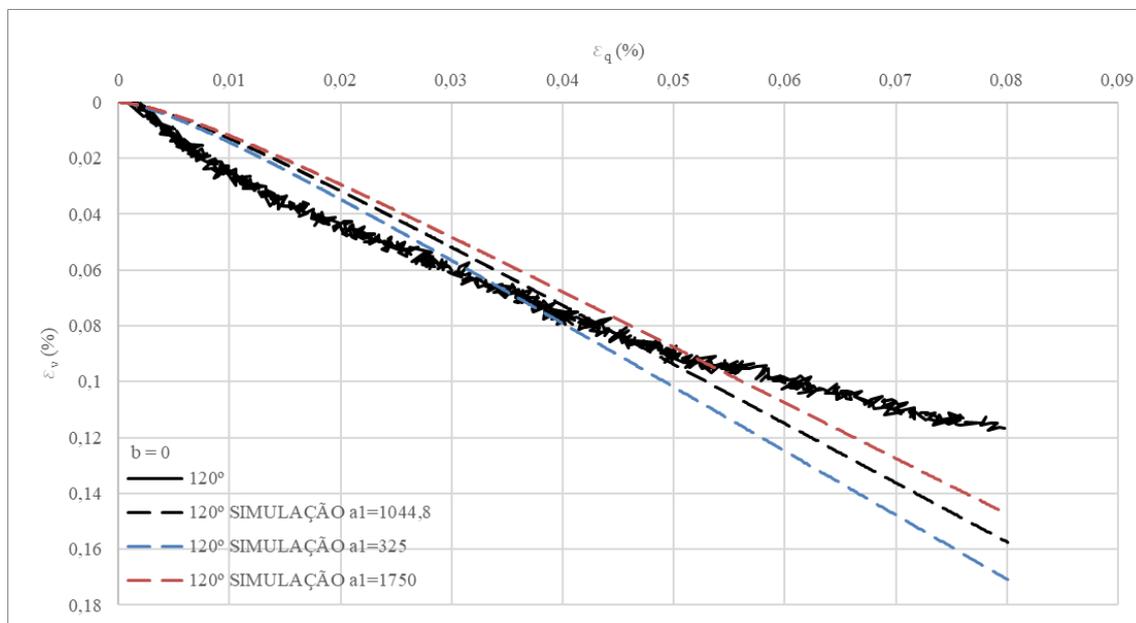


Figura 6.29: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

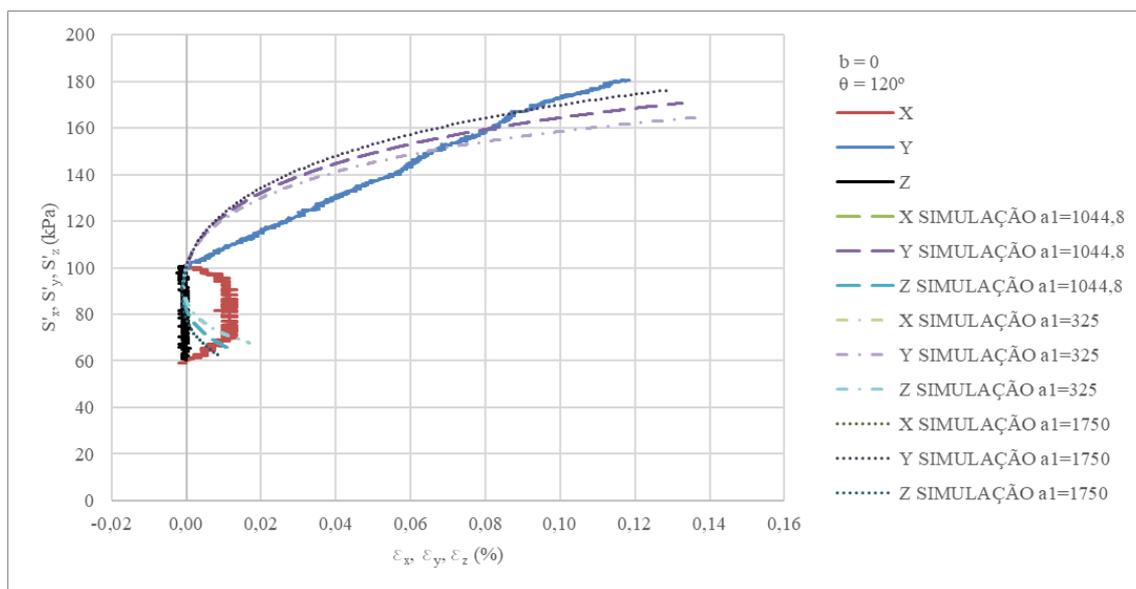


Figura 6.30: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

Sobre o carregamento de  $30^\circ$  (estado plano de tensões), as Figura 6.31 a Figura 6.33 demonstram o efeito do parâmetro  $a_1$  no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatação do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar que o efeito do parâmetro  $a_1$  na resistência segue a mesma tendência dos carregamentos com  $0$  e  $120^\circ$ . Porém, apresenta uma relação inversa na deformação volumétrica. Logo, o aumento de  $a_1$  reduz a deformação volumétrica obtida na simulação.

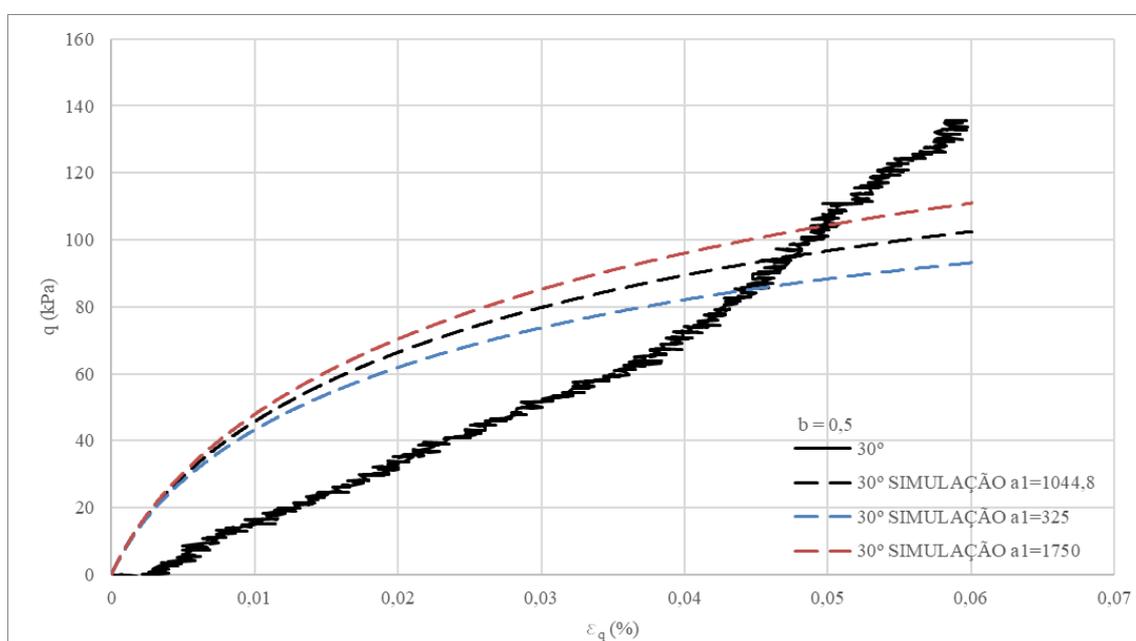


Figura 6.31: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

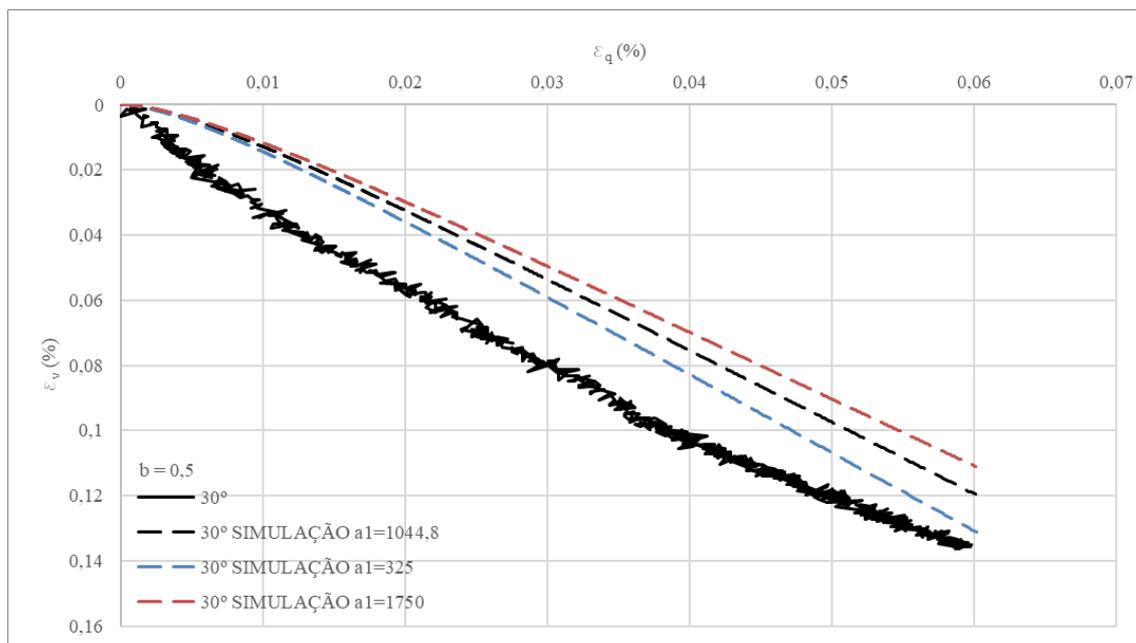


Figura 6.32: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

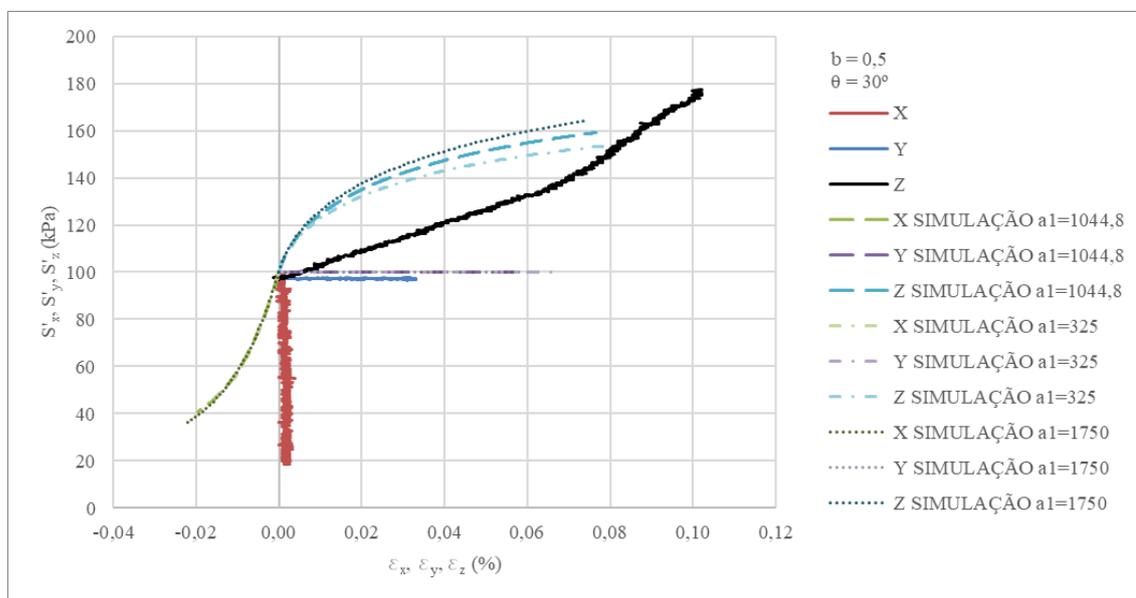


Figura 6.33: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

Sobre o carregamento de  $60^\circ$ , as Figura 6.34 a Figura 6.36 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatação do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar a mesma tendência da simulação com  $30^\circ$ . O efeito da anisotropia também persiste nas simulações apresentadas, pois a magnitude das tensões e deformações obtida foi inferior à obtida das simulações com  $30^\circ$ . Também é possível perceber que o modelo sobrestimou a anisotropia do material ao fornecer uma resistência excessivamente baixa para essa direção de carregamento.

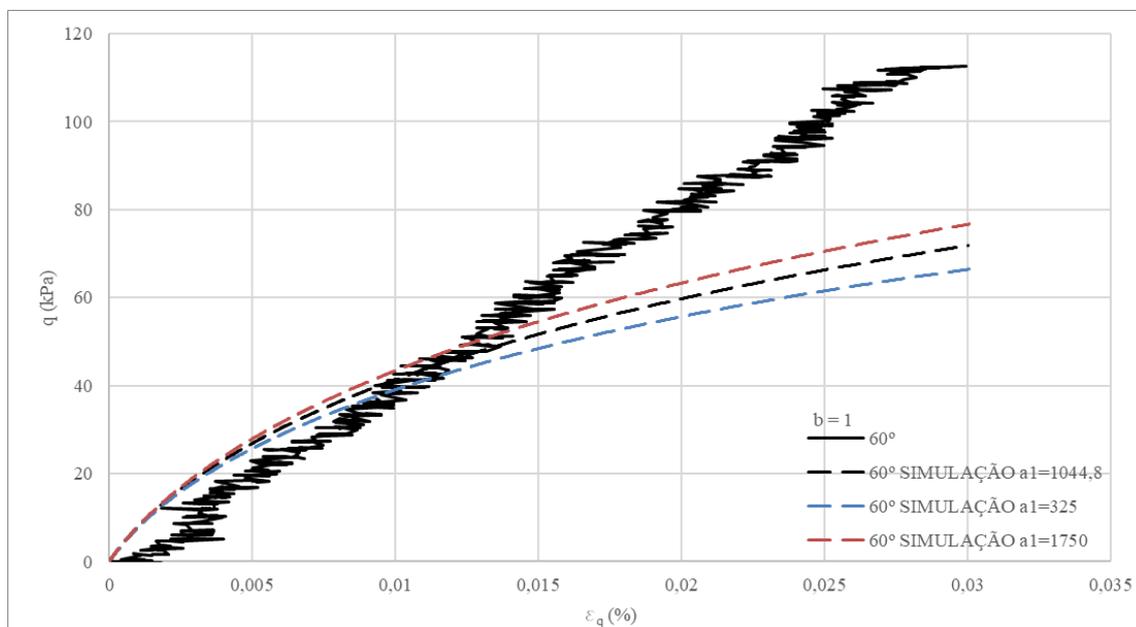


Figura 6.34: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

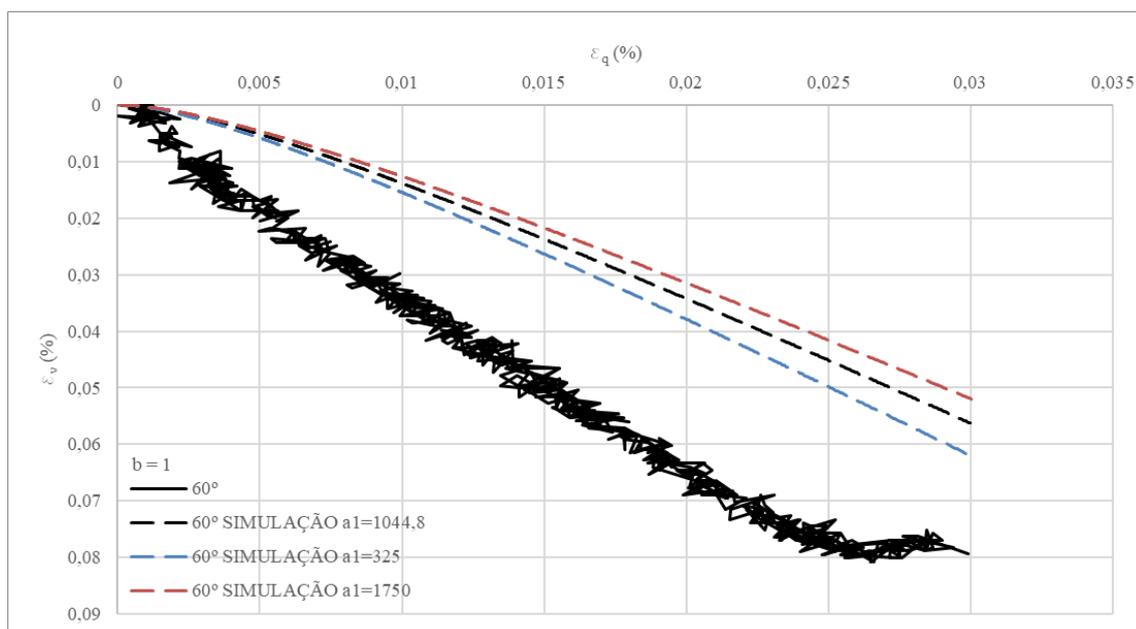


Figura 6.35: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas de deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

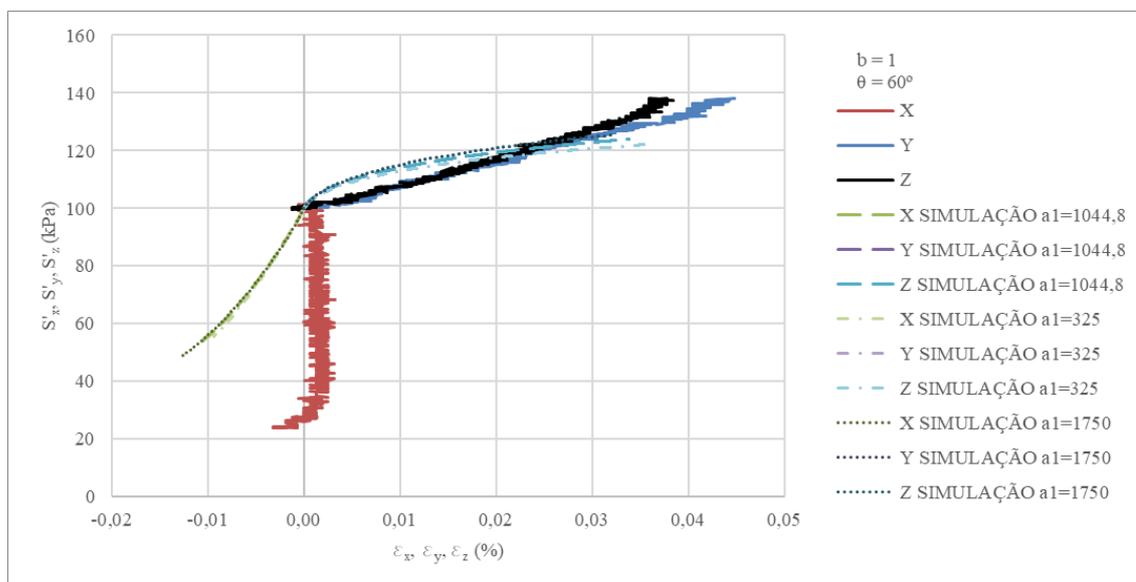


Figura 6.36: Resultados da análise paramétrica de  $a_1$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

O parâmetro  $\Delta_c$  afeta a anisotropia do material ao reduzir  $\Delta$ , o que torna o material mais isotrópico. A fim de simplificar a análise os resultados foram agrupados de acordo com a direção do carregamento. Em relação ao carregamento de  $0^\circ$ , as Figura 6.37 a Figura 6.39 demonstram o efeito do parâmetro  $\Delta_c$  no comportamento tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ), na dilatância do material ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ).

Através dessas figuras é possível observar que o aumento do parâmetro  $\Delta_c$  afeta negativamente a resistência e dilatância. Isso ocorre devido ao cálculo do parâmetro  $A$  de anisotropia, que depende de  $\Delta$ . Conforme  $\Delta$  se aproxima de zero, o parâmetro  $A$  também se aproxima. Entretanto, o cálculo do índice de vazios crítico depende de  $A$ . Portanto, a redução de  $A$  desloca a linha do estado crítico para baixo em um ensaio com direção de  $0^\circ$ . Assim, para carregamentos na direção de  $0^\circ$  quanto menor  $\Delta_c$ , maior será a resistência e menor será a deformação volumétrica.

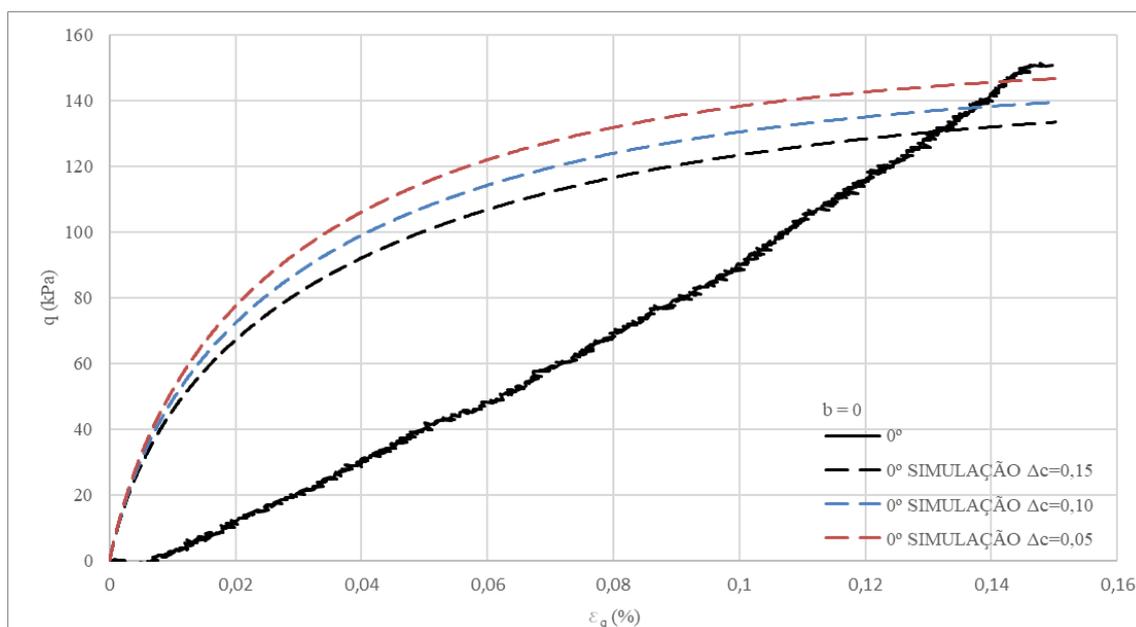


Figura 6.37: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

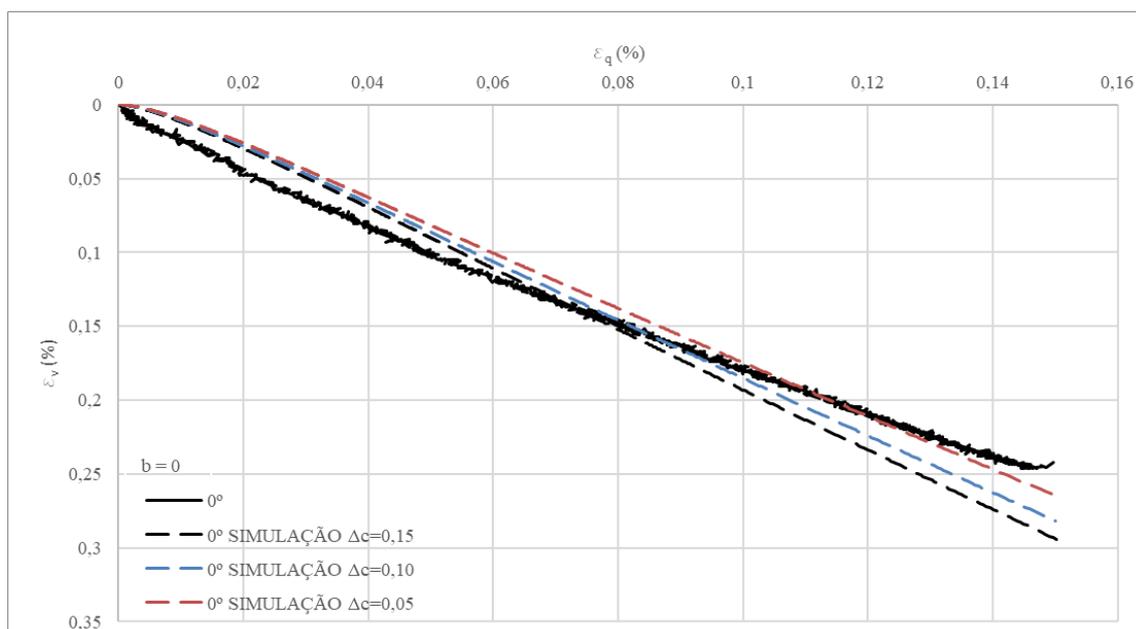


Figura 6.38: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta_c$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

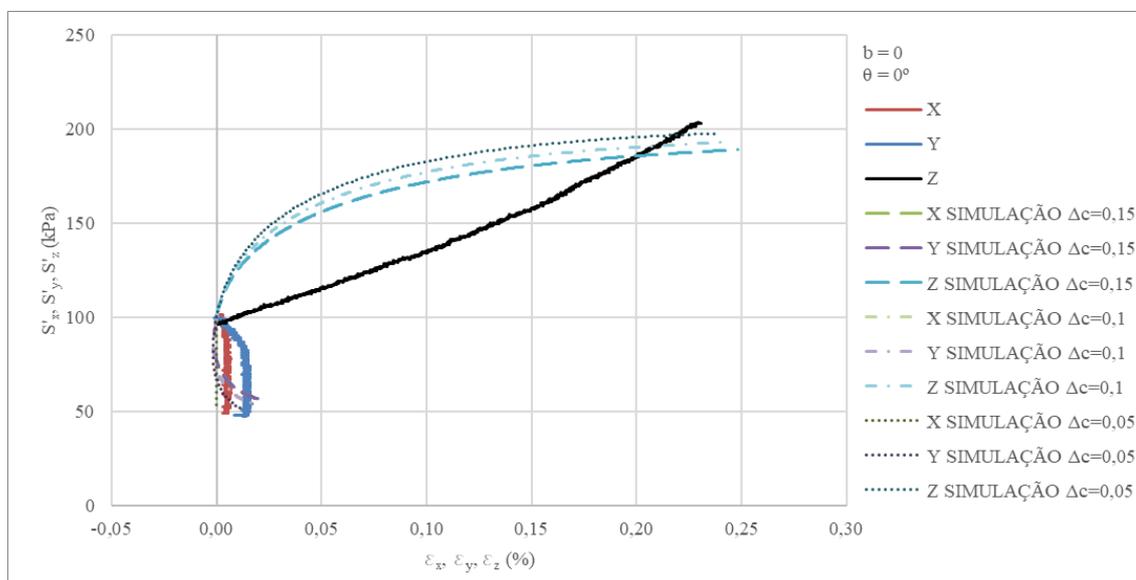


Figura 6.39: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para  $\theta = 0^\circ$ .

Em relação ao carregamento de  $120^\circ$ , as Figura 6.40 a Figura 6.42 demonstram o efeito desse parâmetro no comportamento tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ), na dilatância do material ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) e no

comportamento tensão-deformação ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar que o aumento do parâmetro  $\Delta_c$  afeta positivamente a resistência e negativamente a dilatância. Isso ocorre devido ao cálculo do parâmetro  $A$  de anisotropia, que depende de  $\Delta$ . Como a tensão principal maior é perpendicular ao eixo vertical, o parâmetro  $A$  é negativo. Logo, a linha do estado crítico é deslocada para baixo. À medida que  $A$  é reduzido pela redução de  $\Delta$ , esse deslocamento diminui e as linhas do estado crítico convergem para uma única linha. Além disso, o efeito de  $\Delta_c$  no cálculo da dilatância decorre do parâmetro de estado ( $\psi$ ) que depende do índice de vazios crítico.

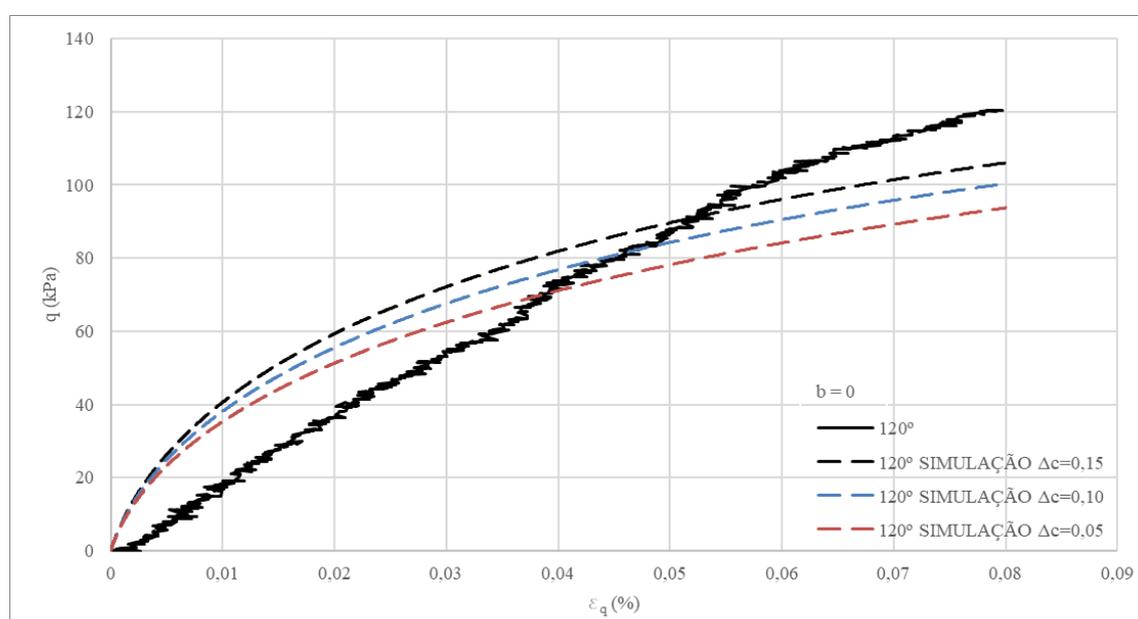


Figura 6.40: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

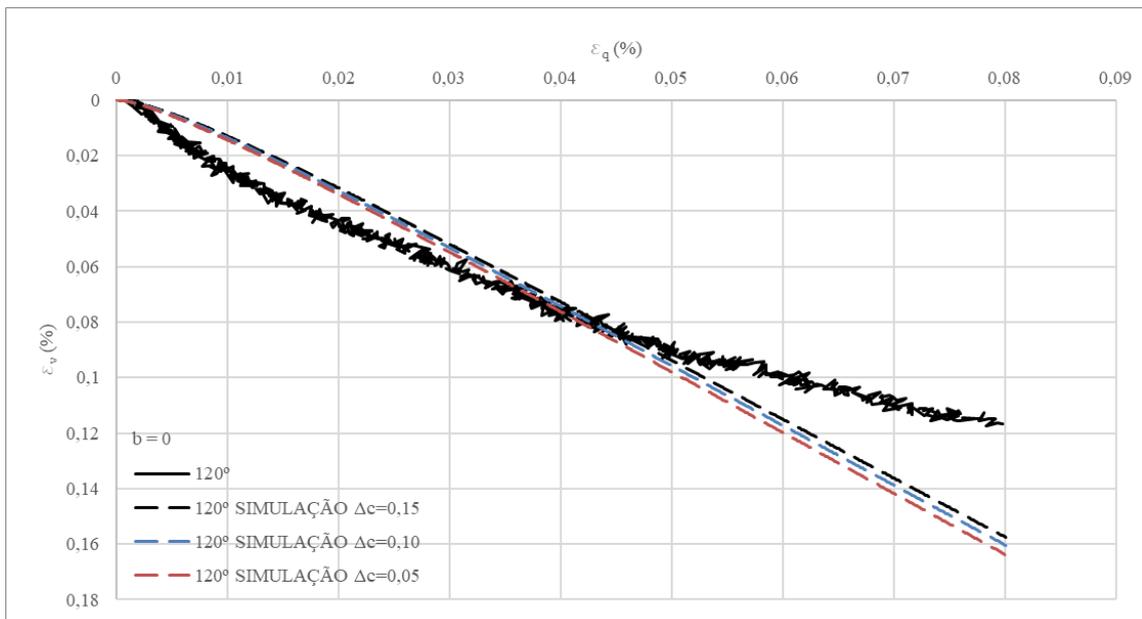


Figura 6.41: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta_c$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

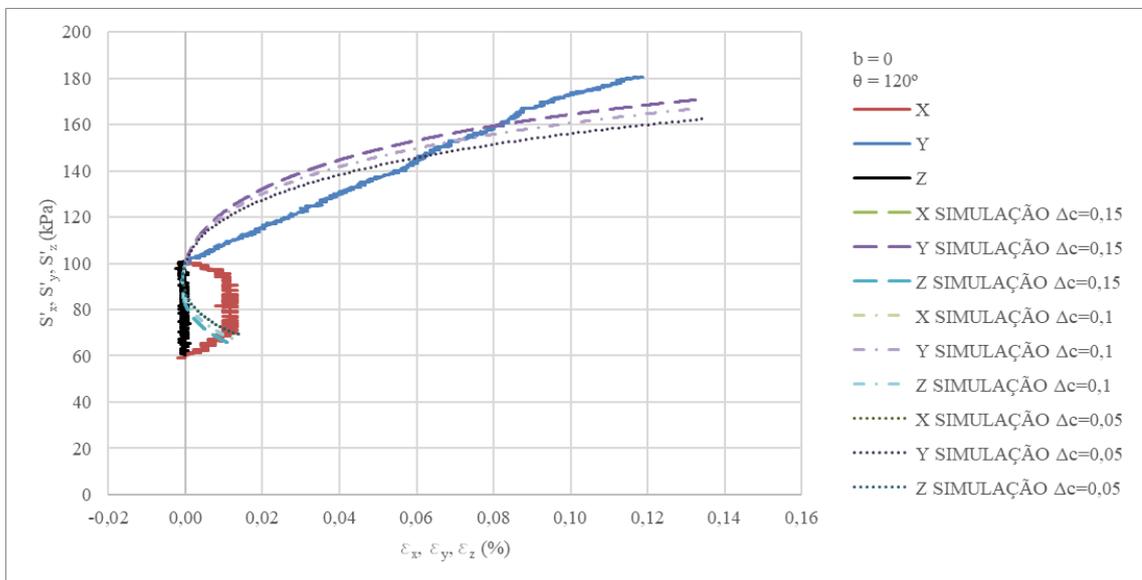


Figura 6.42: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para  $\theta = 120^\circ$ .

Sobre o carregamento de  $30^\circ$  (estado plano de tensões), as Figura 6.43 a Figura 6.45 demonstram o efeito do parâmetro  $\Delta_c$  no comportamento tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ), na dilatação do material

( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma - \varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar que o efeito do parâmetro  $\Delta_c$  na deformação volumétrica e na resistência segue a mesma tendência do carregamento com  $0^\circ$  pois o valor calculado de  $A$  é positivo.

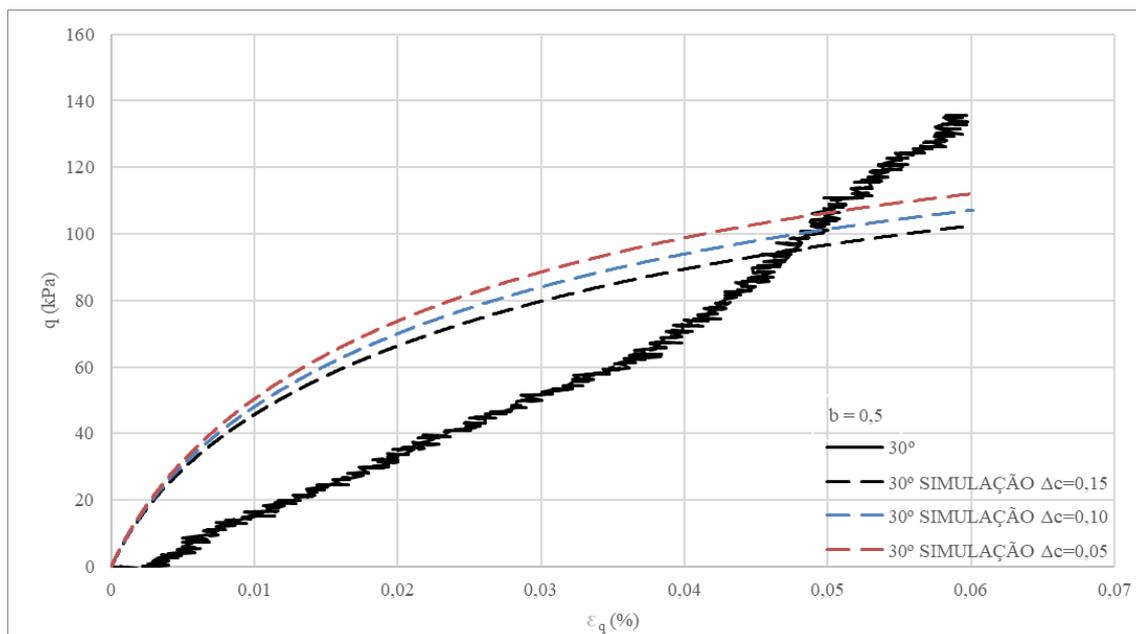


Figura 6.43: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

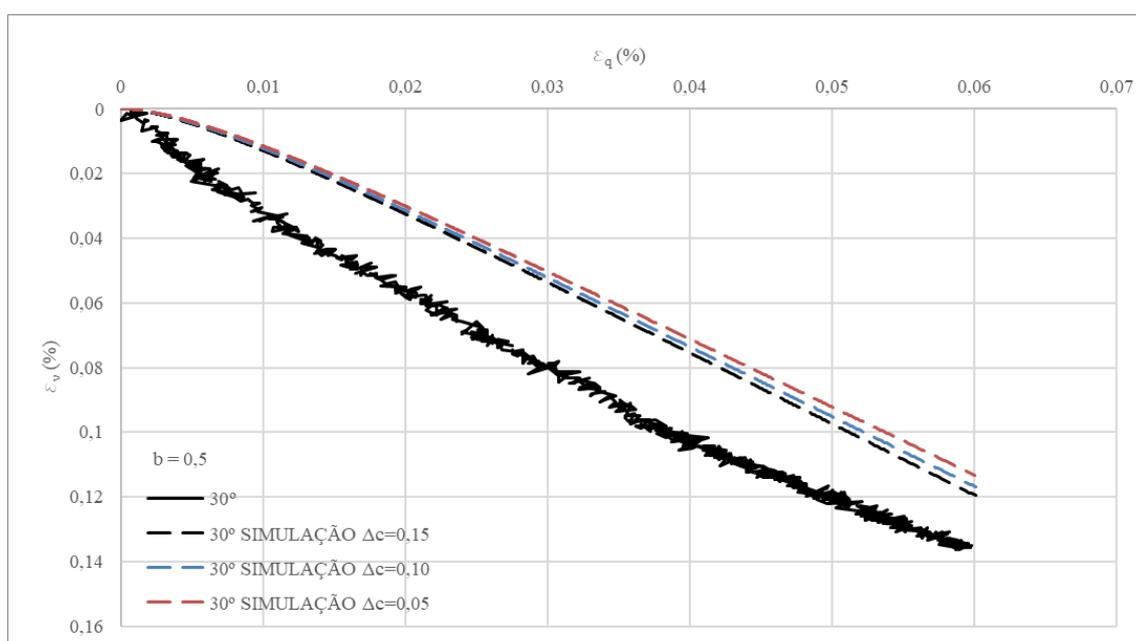


Figura 6.44: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta_c$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

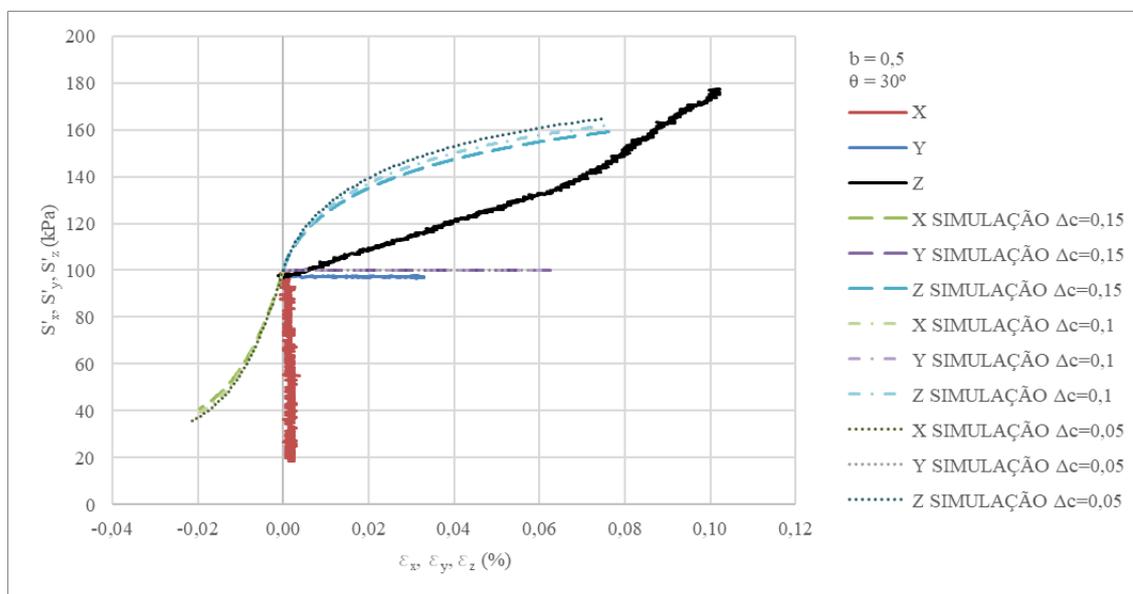


Figura 6.45: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta_c$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma - \varepsilon$ ) para  $\theta = 30^\circ$ .

Sobre o carregamento de  $60^\circ$ , as Figura 6.46 a Figura 6.48 demonstram o efeito do parâmetro  $\Delta_c$  no comportamento tensão-deformação ( $q - \varepsilon_q$ ), na dilatância do material ( $\varepsilon_v - \varepsilon_q$ ) e no comportamento tensão-deformação ( $\sigma - \varepsilon$ ). Através dessas figuras é possível observar que o efeito do parâmetro  $\Delta_c$  na deformação volumétrica e na resistência segue a mesma tendência do carregamento com  $0^\circ$  pois o valor calculado de  $A$  é positivo. Porém, a influência desse parâmetro na dilatância para o carregamento de  $60^\circ$  foi inferior em comparação com o carregamento de  $30^\circ$ . Esse comportamento pode ser explicado devido ao parâmetro  $c$  ( $M_e/M_c$ ) ser fixo, ou seja, a razão entre as resistências à tração e à compressão é um parâmetro do modelo. Então a interpolação realizada para obter o parâmetro  $M$  para qualquer direção de carregamento surte pouco efeito em ensaios com tração.

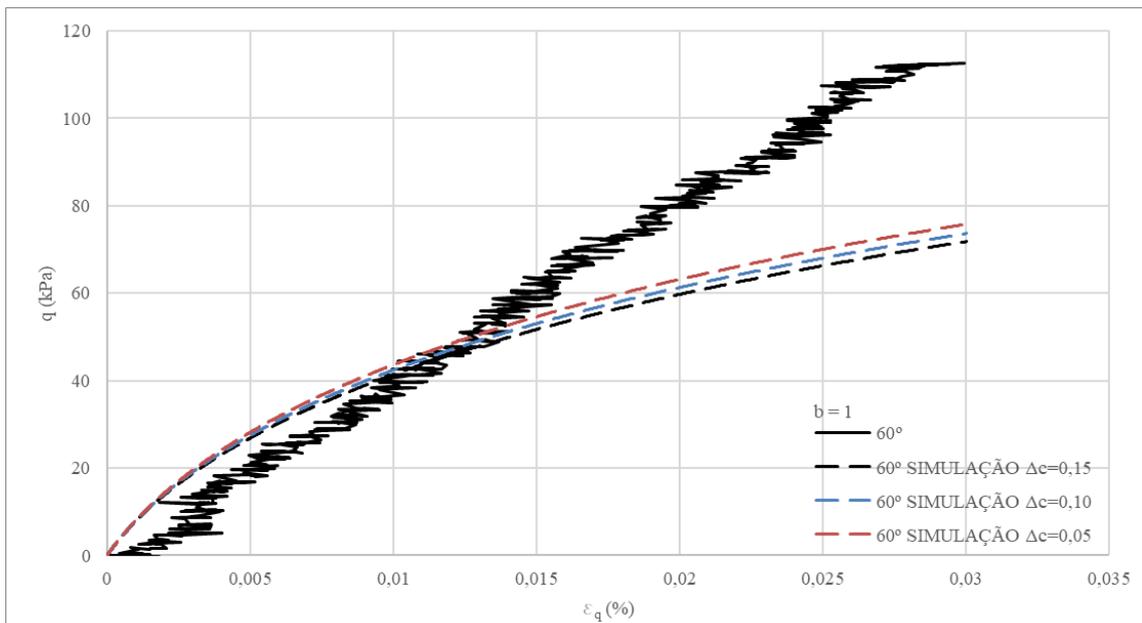


Figura 6.46: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta c$ : comparação entre curvas tensão-deformação ( $q$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

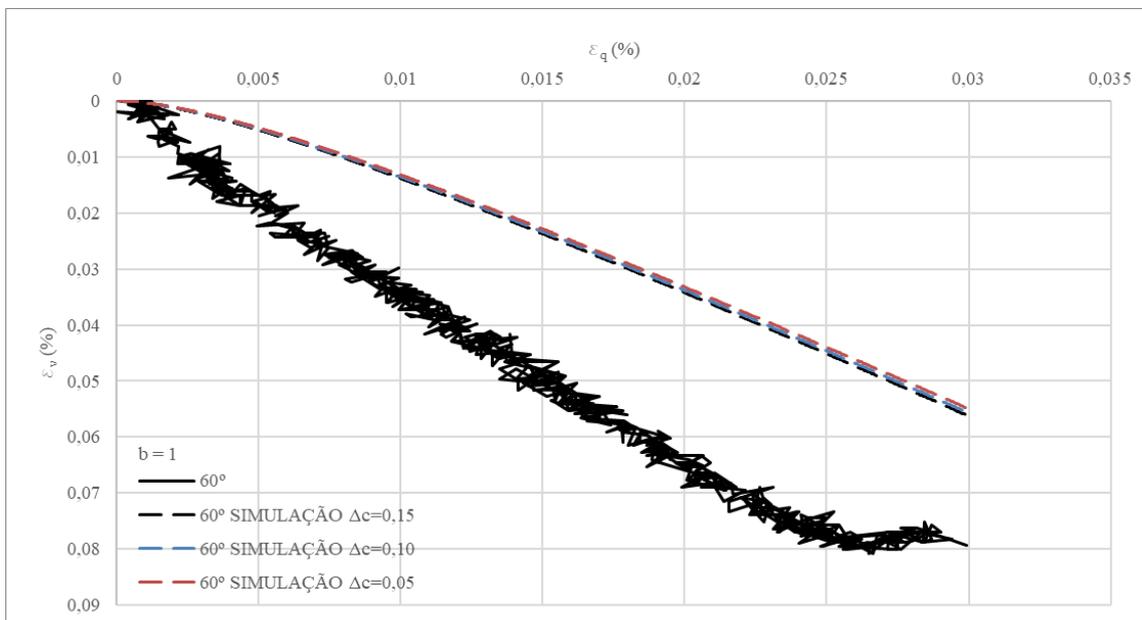


Figura 6.47: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta c$ : comparação entre curvas deformação volumétrica-deformação cisalhante ( $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_q$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

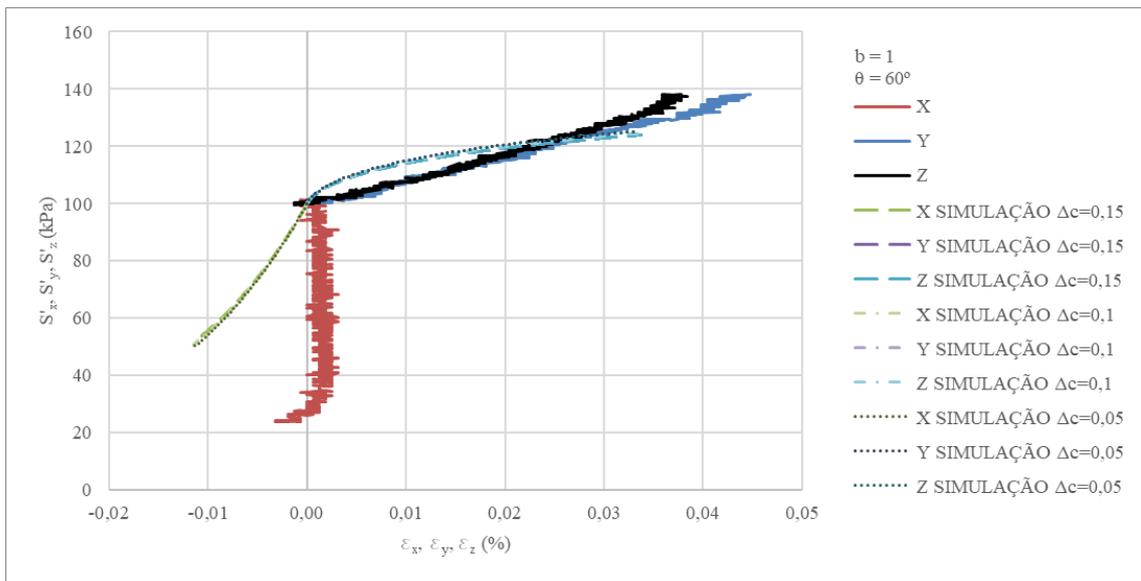


Figura 6.48: Resultados da análise paramétrica de  $\Delta c$ : comparação entre curvas tensão axial-deformação axial ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) para  $\theta = 60^\circ$ .

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões obtidas no presente trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

### 7.1 CONCLUSÕES

A partir das simulações de ensaios com carregamentos multiaxiais com rejeito não cimentado e cimentado, foram obtidas as seguintes conclusões:

- a) O modelo de Li e Dafalias (2002) foi validado para um rejeito de mineração de ferro. Logo, o presente trabalho contribui para a utilização de modelos que consideram a anisotropia inerente em rejeitos de mineração. Além disso, a calibração foi baseada em ensaios triaxiais convencionais e simulou adequadamente o comportamento multiaxial do material analisado.
- b) O modelo proposto representou adequadamente o comportamento multiaxial de uma mistura rejeito-cimento através da sobreposição de efeitos. Além disso, a representação da dilatância apresentou elevada precisão. E a representação da anisotropia foi coerente com os resultados experimentais. Logo, o modelo foi adequadamente validado através de resultados experimentais com ensaios multiaxiais com uma mistura rejeito-cimento
- c) O modelo proposto representou adequadamente dez tipos diferentes de carregamentos monotônicos, incluindo ensaios drenados e não drenados (com e sem cimentação). Essa flexibilidade permite a adoção do modelo em tipos de carregamentos.
- d) A análise paramétrica dos parâmetros do rejeito demonstrou que a calibração adequada dos parâmetros relativos à rigidez ( $G_0$ ) e à dilatância ( $d_1$ ) deve observar a resposta do material sob diferentes direções de carregamento.
- e) A análise paramétrica dos parâmetros do cimento demonstrou que o modelo proposto consegue simular adequadamente o efeito do ganho de resistência e da redução da anisotropia. Esses efeitos são esperados em decorrência da adição de cimento. Além disso, o modelo proposto considera o índice porosidade/teor volumétrico de cimento

( $\eta/C_{iv}$ ) ao invés do teor de cimento. Isso permite a utilização da robusta teoria que embasa este índice e possibilita a utilização de teores menores de cimento através da compactação.

Portanto, a fim de representar o comportamento de pilhas compactadas de rejeito de mineração artificialmente cimentado, foi desenvolvido e validado um novo modelo constitutivo capaz de prever o comportamento mecânico de misturas rejeito-cimento sob carregamentos monotônicos multiaxiais.

## 7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

São sugeridos temas para trabalhos futuros que podem melhorar a compreensão do comportamento de rejeitos de mineração cimentado através da modelagem constitutiva:

- a) A avaliação de mais valores para o índice porosidade/teor volumétrico de cimento ( $\eta/C_{iv}$ ).
- b) A avaliação do comportamento multiaxial sob diferentes valores de tensão média ( $p'$ ).
- c) A análise aprofundada do efeito da degradação das ligações cimentícias no comportamento do modelo através da simulação de ensaios com deformação controlada em materiais artificialmente cimentados.

## REFERÊNCIAS

ABNT. **NBR 6458 Grãos de pedregulho retidos na peneira de abertura 4,8 mm – Determinação da massa específica, da massa específica aparente e da absorção de água** Associação Brasileira de Normas Técnicas. [S. l.: s. n.], 2016a.

ABNT. **NBR 6459 Solo – Determinação do limite de liquidez** Associação Brasileira de Normas Técnicas. [S. l.: s. n.], 2016b.

ABNT. **NBR 7180 Solo - Determinação do limite de plasticidade** Associação Brasileira de Normas Técnicas. [S. l.: s. n.], 2016c.

ABNT. NBR 7181 Solo - Análise granulométric. [s. l.], p. 16, 2016d.

ABNT. NBR 7182 - Solo Ensaio de Compactação. [s. l.], p. 13, 2016e.

ASTM. D2487: Standard Practice for Classification of Soils for Engineering Purposes (Unified Soil Classification System). **ASTM International, West Conshohocken**, [s. l.], p. 10, 2017.

BARDET, J. P.; CHOUCAIR, W. A linearized integration technique for incremental constitutive equations. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, [s. l.], v. 15, n. 1, p. 1–19, 1991. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.1610150102>.

BEDIN, J. **Estudo do comportamento geomecânico de resíduos de mineração**. 2010. 206 f. Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, BR-RS, 2010.

BEEN, K.; JEFFERIES, M. G. A state parameter for sands. **Géotechnique**, [s. l.], v. 35, n. 2, p. 99–112, 1985.

CARNEIRO, J. J. V. *et al.* Characterization of an Iron Ore Tailing Sample and the Evaluation of Its Representativeness. **Geotechnical and Geological Engineering**, [s. l.], v. 41, n. 5, p. 2833–2852, 2023.

CHAVES, L. R. da C. *et al.* Field and laboratory study of iron ore tailings–Portland cement blends for dry stacking. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering**, [s. l.], v. 0, n. 0, p. 1–10, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1680/jgeen.23.00097>.

CHEN, R. *et al.* Strength anisotropy of a tailings sand and its effect on stability of a tailing dam. **Advanced Materials Research**, [s. l.], v. 261–263, p. 1719–1723, 2011.

CLOUGH, G. W. *et al.* Cemented Sands Under Static Loading. **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, [s. l.], v. 107, n. 6, p. 799–817, 1981.

CONSOLI, N. C. *et al.* Behaviour of Compacted Filtered Iron Ore Tailings–Portland Cement Blends: New Brazilian Trend for Tailings Disposal by Stacking. **Applied Sciences**, [s. l.], v. 12, n. 2, p. 836, 2022.

CONSOLI, N. C. *et al.* Determination of critical state line (CSL) for silty-sandy iron ore tailings subjected to low-high confining pressures. **Journal**

**of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, [s. l.], v. 16, n. 5, p. 1684–1695, 2024a.

CONSOLI, N. C. *et al.* Effect of Cement Type on Compacted Iron Ore Tailings-Binder Response Blends: Comparative Study. **Journal of Materials in Civil Engineering**, [s. l.], v. 36, n. 8, p. 4024230, 2024b. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/JMCEE7.MTENG-17486>.

CONSOLI, N. C. *et al.* Fiber reinforcement effects on sand considering a wide cementation range. **Geotextiles and Geomembranes**, [s. l.], v. 27, n. 3, p. 196–203, 2009. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026611440800109X>.

CONSOLI, N. C. *et al.* Influence of Molding Moisture Content and Porosity/Cement Index on Stiffness, Strength, and Failure Envelopes of Artificially Cemented Fine-Grained Soils. **Journal of Materials in Civil Engineering**, [s. l.], v. 29, n. 5, p. 04016277, 2017.

CONSOLI, N. C. *et al.* Key Parameters for Strength Control of Artificially Cemented Soils. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, [s. l.], v. 133, n. 2, p. 197–205, 2007.

CONSOLI, N. C. *et al.* Water content, porosity and cement content as parameters controlling strength of artificially cemented silty soil. **Engineering Geology**, [s. l.], v. 122, n. 3–4, p. 328–333, 2011. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.enggeo.2011.05.017>.

CONSOLI, N. C.; CRUZ, R. C.; FLOSS, M. F. Variables Controlling Strength of Artificially Cemented Sand: Influence of Curing Time. **Journal of Materials in Civil Engineering**, [s. l.], v. 23, n. 5, p. 692–696, 2011.

COOP, M. R.; ATKINSON, J. H. The mechanics of cemented carbonate sands. **Géotechnique**, [s. l.], v. 44, n. 3, p. 533–537, 1994.

CORTE, M. B. *et al.* Cemented sand under hollow cylinder multiaxial loading. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Ground Improvement**, [s. l.], v. 0, n. 0, p. 1–32, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1680/jgrim.23.00024>.

CORTE, M. B. **Response of Lightly Cemented Sand under Multiaxial Loading**. 2020. 260 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

CUCCOVILLO, T.; COOP, M. R. On the mechanics of structured sands. **Géotechnique**, [s. l.], v. 49, n. 6, p. 741–760, 1999.

CURRAY, J. R. The analysis of two-dimensional orientation data. **The Journal of Geology**, [s. l.], v. 64, n. 2, p. 117–131, 1956.

DA SILVA, A. *et al.* Influence of Curing under Stress on the Geomechanical Response of Cemented Iron Ore Mining Tailings Subjected to Distinct Effective Stress Paths. **International Journal of Geomechanics**, [s. l.], v. 24, n. 8, p. 4024159, 2024. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/IJGNAI.GMENG-9288>.

DAVIES, M. Filtered dry stacked tailings: the fundamentals. **Proceedings Tailings and Mine Waste 2011, Vancouver B.C.**, [s. l.], n. June, p. 9 p., 2011.

DIAMBRA, A. *et al.* Theoretical Derivation of Artificially Cemented Granular Soil Strength. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, [s. l.], v. 143, n. 5, p. 04017003, 2017.

DU, Y. Q. *et al.* Deposition of Fine Tailing Particles and Profile Zoning Of Tailings Dams. **Soil Mechanics and Foundation Engineering**, [s. l.], v. 56, n. 5, p. 359–365, 2019.

DUTRA, M. de R. **Comportamento geomecânico de um rejeito de minério de ferro para baixas e altas tensões de confinamento**. 2021. Dissertação de mestrado (Mestrado em Engenharia Civil) - UFRGS, Porto Alegre, 2021.

FERREIRA, H.; LEITE, M. G. P. A Life Cycle Assessment study of iron ore mining. **Journal of Cleaner Production**, [s. l.], v. 108, p. 1081–1091, 2015.

FESTUGATO, L. **Comportamento de hidratação e resposta cisalhante cíclica de resíduo de mineração cimentado reforçado com fibra**. 2011. 223 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul., Porto Alegre, BR-RS, 2011.

FESTUGATO, L. *et al.* Multiaxial Behavior of Compacted Artificially Lightly Cemented Sands. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, [s. l.], v. 149, n. 12, p. 4023118, 2023. Disponível em: <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/JGGEFK.GTENG-11389>.

FESTUGATO, L.; FOURIE, A.; CONSOLI, N. C. Cyclic shear response of fibre-reinforced cemented paste backfill. **Géotechnique Letters**, [s. l.], v. 3, n. JAN/MAR, p. 5–12, 2013.

GAO, Z. W. *et al.* Constitutive modelling of fabric anisotropy in sand. **Geomechanics from Micro to Macro**, [s. l.], v. 2, n. 1, p. 621–626, 2015.

GAO, Z.; ZHAO, J. Constitutive modeling of artificially cemented sand by considering fabric anisotropy. **Computers and Geotechnics**, [s. l.], v. 41, p. 57–69, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compgeo.2011.10.007>.

GENTIL, G. A. **Avaliação da estabilização química de um rejeito de minério de ferro para aplicação em infraestrutura de pavimentos**. 2020. 77 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico) - Universidade Federal de Ouro Preto., [s. l.], 2020.

HERNANDEZ, H. M. O. **Ensaio de simulação de deposição hidráulica (ESDH) para caracterização de rejeitos utilizados em barragens de aterro hidráulico**. 2007. 186 f. Tese (Doutorado) - Universidade de Brasília, [s. l.], 2007.

IBRAM. **Setor mineral 1T22**. [S. l.: s. n.], 2022. Disponível em: <http://www.ibram.org.br/>.

INGLES, O. G.; METCALF, J. B. **Soil stabilization principles and practice**. 1.ed. Sydney, Australia: Butterworths, 1972.

LADE, P. V.; DUNCAN, J. M. Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil. **ASCE J Soil Mech Found Div**, [s. l.], v. 99, n. SM10, p. 793–781, 1973.

LI, X. S. A sand model with state-dependent dilatancy. **Géotechnique**, [s. l.], v. 52, n. 3, p. 173–186, 2002.

LI, X. S.; DAFALIAS, Y. F. Anisotropic Critical State Theory: Role of Fabric. **Journal of Engineering Mechanics**, [s. l.], v. 138, n. 3, p. 263–275, 2012.

LI, X. S.; DAFALIAS, Y. F. Constitutive Modeling of Inherently Anisotropic Sand Behavior. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, [s. l.], v. 128, n. 10, p. 868–880, 2002.

LI, X. S.; DAFALIAS, Y. F. Dilatancy for cohesionless soils. **Géotechnique**, [s. l.], v. 50, n. 4, p. 449–460, 2000.

LI, X. S.; WANG, Y. Linear Representation of Steady-State Line for Sand. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, [s. l.], v. 124, n. 12, p. 1215–1217, 1998.

LPSDPMI. **Tailings management**. [S. l.: s. n.], 2016. Disponível em: <https://www.industry.gov.au/sites/default/files/2019-04/lpsdp-tailings-management-handbook-english.pdf>. .

LUPO, J.; HALL, J. Dry stack tailings - Design considerations. **Tailings and Mine Waste'10 - Proceedings of the 14th International Conference on Tailings and Mine Waste**, [s. l.], p. 327–334, 2011.

MAFESSOLI, M. **Comportamento mecânico de um rejeito de minério de ferro estabilizado com cimento Portland**. 2022. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, BR-RS, 2022.

MAFESSOLI, M. *et al.* Response of Artificially Cemented Iron Ore Tailings for Dry Stacking Disposal over a Wide Range of Stresses. **Indian Geotechnical Journal**, [s. l.], 2023.

MEND. **Study of Tailings Management Technologies Mine Environment Neutral Drainage Project.** [S. l.: s. n.], 2017. Disponível em: [http://mend-nedem.org/wp-content/uploads/2.50.1Tailings\\_Management\\_TechnologiesL.pdf%0Ahttp://mend-nedem.org/mend-report/study-of-tailings-management-technologies-2017/](http://mend-nedem.org/wp-content/uploads/2.50.1Tailings_Management_TechnologiesL.pdf%0Ahttp://mend-nedem.org/mend-report/study-of-tailings-management-technologies-2017/). .

MIGUEL, G. D. **Comprehensive Analysis of Cemented Mine Tailings Granular Materials Anisotropy Under Multiaxial Loading.** 2024. Doctoral Thesis (Doctor of Engineering) - Federal University of Rio Grande do Sul, UFRGS, Porto Alegre, 2024.

MIURA, K.; MIURA, S.; TOKI, S. Deformation Behavior of Anisotropic Dense Sand Under Principal Stress Axes Rotation. **Soils and Foundations**, [s. l.], v. 26, n. 1, p. 36–52, 1986. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038080620319569>.

MIURA, K.; TOKI, S.; MIURA, S. Deformation prediction for anisotropic sand during the rotation of principal stress axes. **Soils and Foundations**, [s. l.], v. 26, n. 3, p. 42–56, 1986. Disponível em: <http://www.mendeley.com/research/geology-volcanic-history-eruptive-style-yakedake-volcano-group-central-japan/>.

MME. **Boletim do setor mineral 2022.** Brasília: [s. n.], 2022.

NI, X. *et al.* Influence of anisotropy on liquefaction/reliquefaction resistance of granular materials and its quantitative evaluation. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, [s. l.], v. 161, n. July, p. 107415, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2022.107415>.

ODA, M. Fabric tensor and its geometrical meaning. *In*: ODA, M.; IWASHITA, K. (org.). **Mechanics of Granular Materials: An Introduction**. 1.ed. [S. l.: s. n.], 1999. p. 27–35.

ODA, M. Initial Fabrics and their Relations to Mechanical Properties of Granular Material. **Soils and foundations**, [s. l.], v. 12, n. 1, p. 17–36, 1972. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038080620329085>. Acesso em: 4 mar. 2023.

ODA, M.; NAKAYAMA, H. **Introduction of Inherent Anisotropy of Soils in the Yield Function**. [S. l.]: Elsevier B.V., 1988-. ISSN 09225382.v. 20 Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-444-70523-5.50017-5>.

ODA, M.; NAKAYAMA, H. Yield function for soil with anisotropic fabric. **Journal of Engineering Mechanics**, [s. l.], v. 115, n. 1, p. 89–104, 1989.

ODA, M.; NEMAT-NASSER, S.; KONISHI, J. Stress-induced anisotropy in granular masses. **Soils and Foundations**, [s. l.], v. 25, n. 3, p. 85–97, 1985. Disponível em: <http://www.mendeley.com/research/geology-volcanic-history-eruptive-style-yakedake-volcano-group-central-japan/>.

PRESOTTI, E. da S. **Influência do teor de ferro nos parâmetros de resistência de um rejeito de minério de ferro**. 2002. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2002.

RICHART, F. E.; HALL, J. R.; WOODS, R. D. **Vibrations of soils and foundations**. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1970.

ROBERTSON, P. K. *et al.* Report of the Expert Panel on the Technical Causes of the Failure of Feijão Dam I. *In*: , 2019. **Anais [...]**. [S. l.: s. n.], 2019.

Disponível em: <<http://www.b1technicalinvestigation.com/>>. Acesso em: 7 fev. 2023.

SANTOS, A. G.; RIBEIRO, L. F. M. Condutividade hidráulica saturada de um rejeito de minério de ferro. **Rem: Revista Escola de Minas**, [s. l.], v. 60, n. 3, p. 465–470, 2007.

SCHNAID, F.; PRIETTO, P. D. M.; CONSOLI, N. C. Characterization of cemented sand in triaxial compression. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, [s. l.], v. 127, n. 10, p. 857–868, 2001.

SCHOFIELD, A.; WROTH, P. **Critical state soil mechanics**. London: McGraw-Hill, 1968-. ISSN 00137758.

SILVA, J. P. S. *et al.* Triaxial testing response of compacted iron ore tailings considering a broad spectrum of confining pressures. **Soils and Foundations**, [s. l.], v. 64, n. 2, 2024.

SILVA, K. B. C.; RIBEIRO, K. D. R. Ruptura Em Barragens De Rejeitos: Uma Abordagem Sobre Monitoramento E Fiscalização. **IGNIS: Periódico Científico de Arquitetura e Urbanismo Engenharias e Tecnologia de Informação**, [s. l.], v. 9, n. 3, p. 17–34, 2020.

TERASHI, M. Theme lecture: Deep mixing method - Brief state of the art. *In:* , 1997, Hamburg, Germany. **Fourteenth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**. Hamburg, Germany: [s. n.], 1997. p. 2475–2478.

THE MATHWORKS INC. **MATLAB version: 8.0.0 (R2012b)**. Natick, Massachusetts: [s. n.], 2012.

THEOCHARIS, A. *et al.* Comparison of fabric tensors for granular materials. **Geomechanics from Micro to Macro - Proceedings of the TC105 ISSMGE International Symposium on Geomechanics from Micro to Macro, IS-Cambridge 2014**, [s. l.], v. 1, n. 2012, p. 153–158, 2015.

THOMÉ, R.; PASSINI, M. L. Barragens de rejeitos de mineração: características do método de alteamento para montante que fundamentaram a suspensão de sua utilização em minas gerais. **Ciências Sociais Aplicadas em Revista**, [s. l.], v. 18, n. 34, p. 49–65, 2018.

WINTERKORN, H. F.; FANG, H.-Y. **Foundation engineering handbook**. 2.ed. New York: [s. n.], 1991.

WOLFF, A. P. **Caracterização de rejeitos de minério de ferro de minas da Vale**. 2009. 90 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto, [s. l.], 2009. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/2345>.

WONG, R. K. S.; ARTHUR, J. R. F. Induced and inherent anisotropy in sand. **Geotechnique**, [s. l.], v. 35, n. 4, p. 471–481, 1985.

WOOD, D. M. **Soil behaviour and critical state soil mechanics**. Cambridge: Cambridge university press, 1990.

YANG, L. **Experimental study of soil anisotropy using hollow cylinder testing**. 2013. Thesis (PhD) - University of Nottingham, [s. l.], 2013.

YU, H.-S. **Plasticity and Geotechnics**. [S. l.]: Springer Science and Business Media B.V., 2006.

ZHANG, A.; DAFALIAS, Y. F.; JIANG, M. A bounding surface plasticity model for cemented sand under monotonic and cyclic loading. **Géotechnique**, [s. l.], v. 73, n. 1, p. 44–61, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1680/jgeot.20.P.275>.

ZHANG, H.; ZHANG, X. A state-dependent dilatancy model for cemented sand. **Computers and Geotechnics**, [s. l.], v. 173, p. 106527, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X24004634>.

ZIEGLER, H. A modification of prager's hardening rule. **Quarterly of Applied Mathematics**, [s. l.], v. 17, p. 55–65, 1958.