

## **Estimação de Volatilidade Ibovespa: Testando o Modelo Simulação Histórica, Média Móvel Simples, Ewma e Garch no Período Pós-Pandemia de Covid-19**

**Eduardo Schmitt Martins**

Graduando em Ciências Econômicas  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
*e-mail: e.schmitt001@edu.pucrs.br*

**Marco Antônio dos Santos Martins**

Doutor em Administração  
Professor do DCCA/PPGCONT/UFRGS  
Instituição de ensino do segundo autor  
*e-mail: mmartins@ufrgs.br*

### **RESUMO**

O O comportamento dos mercados durante os últimos anos tem sido influenciado por eventos geradores de forte volatilidade, destacando-se dentre eles a Pandemia de Covid-19, a Guerra da Rússia e Ucrânia, o surto inflacionário e a elevação das taxas de juros nas principais economias, exigindo um esforço dos gestores de ativos para revisar seus modelos de estimativa de volatilidade buscando revalidar ou, se for o caso, recalibrar os modelos. Assim, este estudo tem por objetivo testar a capacidade dos modelos de estimação de volatilidade do IBOVESPA, comparando os modelos de simulação histórica, média móvel simples, EWMA e GARCH, para o período compreendido entre 31 de dezembro de 2019 e 30 de setembro de 2023, visando investigar o comportamento dos modelos durante e, principalmente, após a pandemia de Covid-19. Para atingir os objetivos propostos utilizou-se do levantamento e tratamento dos retornos diários e da estimação dos respectivos modelos, testando a sua robustez com os testes estatísticos mais adequados, bem como verificando a eficácia das estimações através da comparação dos modelos com a volatilidade dos retornos efetivamente ocorridos. O trabalho foi realizado com o uso do Software R® versão 4.3.0 e RStudio®. A estimação de volatilidade obtida a partir da amostra de retornos diários do IBOVESPA no período em questão, demonstraram que a estimação através do GARCH (1,1) se mostrou mais robusta quando comparada com a obtida pela volatilidade histórica e da média móvel de 21 dias. No entanto, o modelo apresentou menor robustez quando comparado com a obtida pelo EWMA.

**Palavras-chave:** Volatilidade. EWMA. GARCH. Média Móvel.

**Área Temática:** Contabilidade Para Usuários Externos.

## 1 INTRODUÇÃO

Damodaran (2008) é enfático em defender que o risco está inserido no contexto da vida cotidiana e que a grande maioria das escolhas do ser humano através dos tempos representa um *trade-off* entre assumir riscos em troca de uma recompensa que justifique o risco assumido. O autor recorda que desde os tempos das cavernas onde o simples fato de buscar alimentos representava enormes riscos à integridade física ao homem pré-histórico, tal relação já estava presente, na medida em que o homem das cavernas que corria riscos conseguia alimentos, já o que se esquivava de medo, morria de fome.

Nos tempos das grandes navegações, a economia ganha um nível maior de complexidade e a relação risco x retorno ganha dimensões em que é possível segregar os riscos econômicos dos riscos físicos, já que os ricos comerciantes investiam seu dinheiro enquanto os pobres arriscavam suas vidas nas embarcações. Em linhas em gerais, os comerciantes europeus, com o auxílio das respectivas monarquias de seus países, investiam vultuosas somas de recursos em navios e suprimentos para as longas viagens, mesmo sabendo da enorme quantidade de perigos que envolviam a empreitada. No entanto, os expressivos preços das especiarias em seus destinos finais transformavam o negócio em uma oportunidade muito lucrativa, que mais que compensava os riscos envolvidos (Damodaran, 2008).

Nos tempos modernos, após o advento da revolução industrial, com a sofisticação do sistema financeiro e o crescimento do mercado de derivativos ocorreu uma verdadeira revolução nos sistemas de mensuração e gerenciamento de riscos financeiros, respondendo, em grande parte, aos cíclicos desastres financeiros que abalam investidores, instituições financeiras e a economia de uma forma geral (Jorion, 2003).

Na busca por conceituar claramente o risco destaca-se a contribuição de Knight (1921), diferenciando risco e incerteza. A incerteza precisa ser considerada com um sentido radicalmente distinto da noção comumente aceita para o risco, da qual nunca foi adequadamente separada. O autor distingue incerteza e risco atribuindo que a conceituação de risco está associada ao fato de que algumas variáveis são passíveis de serem mensuradas. Já incerteza, significa aquela parcela que não pode ser mensurada. Em síntese, Knight se preocupou em definir como risco aquela parcela da incerteza capaz de ser mensurada.

Os autores vão consolidando os conceitos de risco, definindo risco como a possibilidade de perda, ou ainda como a probabilidade de ocorrência de um evento gerador de perda. Nesta linha, defendem que para qualquer processo decisório, bem como para os objetivos a serem perseguidos deve se estabelecer claramente uma variável objetiva para análise, parte-se então de uma distribuição de probabilidades da variável objetivo, calculando-se, em seguida, a média e o desvio padrão. Assim, o indicador mais básico para medir risco é o desvio padrão, ou seja, o investidor busca o retorno médio e o risco representa o grau de dispersão em torno da média, ou seja, o desvio padrão (Securato, 1996).

Paralelamente, a academia foi formando um robusto arcabouço teórico para investigar o comportamento dos preços dos ativos, visando compreender o processo decisório dos agentes, bem como modelar com uso da matemática e estatística estimadores capazes de explicar o comportamento dos retornos dos preços dos ativos e suas variações. Dentre estes estudos ganham destaque os de Markowitz (1952), com a Teoria de Portfólio; Sharpe (1964), com o CAPM – Capital Asset Pricing Model, Black; Scholes (1973), com o Modelo Black-Scholes; Ross (1976) com o APT - The arbitrage pricing theory of capital asset pricing. Os estudos ganham mais impulso com os modelos determinísticos da família ARCH

(Autoregressive Conditional Heteroscedasticity), introduzido inicialmente por Engle (1982), além de sua mais conhecida variação, o GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), apresentado por Bollerslev (1986), em uma constante busca por modelos capazes de estimar risco e volatilidade com maior robustez.

De outro lado, o comportamento dos mercados durante os últimos anos tem sido influenciados por eventos geradores de forte volatilidade, destacando-se dentre eles a Pandemia de Covid-19, a Guerra da Rússia e Ucrânia, o surto inflacionário e a forte elevação das taxas de juros nas principais economias, exigindo um esforço dos gestores de ativos para revisitar seus modelos de estimativa de volatilidade buscando revalidar ou, se for o caso, recalibrar os modelos. Assim, este estudo tem por objetivo testar os modelos de estimação de volatilidade do IBOVESPA, comparando os modelos de simulação histórica, média móvel simples, EWMA e GARCH, para o período compreendido entre 31 de dezembro de 2019 e 30 de setembro de 2023, visando investigar o comportamento dos modelos durante e, principalmente, após a pandemia.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 MODELOS DE ESTIMAÇÃO DE VOLATILIDADE

A sucessão de desastres financeiros das últimas décadas tem estimulado os órgãos reguladores a aumentar as exigências no sentido de que os agentes de mercado intensifiquem os controles de mensuração e gestão de risco. Em resposta a tais necessidades ocorreu a intensificação das pesquisas de modelagens mais assertivas para a medição de risco. A seguir são apresentadas as diferentes formas de medição de volatilidade.

### 2.2 VOLATILIDADE HISTÓRICA

Para Silva Neto (2008), a forma mais simples de se medir volatilidade é a volatilidade histórica, que já é estudada desde a década de cinquenta. Poon e Granger (2003) descrevem como um modelo simples de volatilidade histórica o passeio aleatório (*Random Walk*), no qual a variância em  $t-1$  é usada como estimativa para o período  $t$ . Elton e Gruber (1995) promoveram um teste desse comportamento, usando a seguinte expressão básica:

$$r_t = a + b r_{t-1} + \varepsilon$$

Onde  $a$  significa o valor da rentabilidade não correlacionada com o retorno anterior e  $b$  significa a correlação do retorno atual com o retorno anterior.

Em um modelo de passeio aleatório a melhor perspectiva da volatilidade num período  $t$  é a volatilidade observada em  $t-1$ . Desse modo tem-se que:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \sigma_{t-1}^2$$

No modelo de média histórica, o estimador da volatilidade corresponde à variância. Sob a premissa de estacionariedade, a melhor estimativa da volatilidade em  $t$  é a média da volatilidade observada nos períodos passados:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{1}{t-1} \sum_{j=1}^{t-1} \sigma_j^2$$

A principal limitação destes modelos, de acordo com Hotta et al. (2003), é que o uso deste estimador, utilizando toda a amostra, dificulta a adaptabilidade às informações mais recentes, pois é atribuído o mesmo peso a todas as observações da amostra, induzindo a construção do modelo de média móvel, com a seguinte expressão:

$$\hat{\sigma}_t = \frac{1}{\tau} \sum_{j=\tau}^{t-1} \sigma_j$$

Hotta et al. (2003) destacam que o modelo de média móvel melhora os resultados das estimativas em relação ao modelo anterior, que calcula a variância com toda a amostra. Todavia, ressalta que é comum a ocorrência de eventos extremos nas séries financeiras. Como este estimador também atribui o mesmo peso a todas as observações, a volatilidade dá um salto para cima após a ocorrência de um evento extremo, permanecendo neste patamar enquanto a observação estiver na amostra, voltando aos patamares anteriores quando a observação for excluída.

### 2.3 EWMA (EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE)

Uma das alternativas para suprir a limitação do método da média móvel amostral é o método de alisamento exponencial – EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), na medida em que os dados recentes têm maior peso e, na medida em que as observações vão se afastando do momento do cálculo, seu peso vai gradativamente perdendo influência, pois é usado um fator de decaimento como seu mecanismo de ponderação no tempo. Em outras palavras, cada um dos retornos, em vez de ter o mesmo peso, como na simulação histórica, recebe um peso probabilístico com base no quão recente ele é (Boudoukh, Richardson e Whitelaw, 1998).

O modelo de médias móveis exponencialmente ponderadas – EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), por sua vez, é um método mais simples de suavização exponencial. O Método de Média Móvel com Amortecimento Exponencial (EWMA) atribui um peso maior às observações mais recentes, reduzindo os problemas de superavaliação de observações antigas e sub-avaliações de observações recentes. No modelo, cada termo é suavizado pelo fator de decaimento  $\lambda$ , de modo que a volatilidade é expressa como:

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2$$

Desde que  $0 \leq \lambda \leq 1$

onde:

$\sigma^2$  = variância dos retornos no instante  $t$

$r_{t-1}^2$  = quadrado do retorno observado no instante  $t-1$

$\lambda$  = fator de decaimento

O fator  $\lambda$  determina a taxa em que os pesos das observações passadas decaem à medida que se tornam mais distantes.

Pode-se observar na equação que o cálculo da volatilidade com base no alisamento exponencial se dá através da combinação de dois elementos: o primeiro é a estimativa da variância do dia anterior, que recebe o peso igual a  $\lambda$ ; e o segundo é o quadrado do retorno

observado no dia anterior, que recebe o peso igual a  $(1-\lambda)$ . Assim, quanto menor for o parâmetro de decaimento  $\lambda$ , maior importância será dada às observações mais recentes.

O EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) acabou se popularizando rapidamente após o J.P. Morgan tornar público, em 1994, um documento denominado *RiskMetrics™*, usado para medir o VaR – *Value at Risk* de fundos de investimentos e instituições financeiras.

## 2.4 MODELOS FAMÍLIA ARCH/GARCH

Hotta et al. (2003) afirmam que é muito comum os retornos de ativos financeiros serem caracterizados por grandes valores em um determinado instante de tempo, sendo seguidos por um período de valores também elevados, mas não necessariamente na mesma direção. Tal fato sinaliza, estatisticamente, uma presença de elevada correlação no quadrado dos retornos, o que provoca uma dependência temporal dos choques passados.

Alexander (2005), ao comentar os modelos de previsão de volatilidade de ativos financeiros, destaca que estes devem levar em conta que a volatilidade dos ativos financeiros apresenta um fenômeno denominado agrupamento de volatilidade, ou seja, uma série de pequenos retornos que é interpolada por períodos de grandes retornos, o qual é denominado de heterocedasticidade condicional auto-regressiva.

Como alternativa para captar com maior robustez a heterocedasticidade condicional auto-regressiva das séries temporais foi proposto, nos anos 1980, um modelo para a estimação da variância dos retornos, denominado ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedastic*), introduzido em julho de 1982 por Engle, através do trabalho publicado na *Econometrica* denominado “*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*”.

Tal modelo é capaz de expressar a variância condicional como uma defasagem distribuída do quadrado dos retornos passados. O modelo está estruturado a partir da descrição da estimativa da variância em termos de observações correntes e, ao invés de usar amostras curtas ou longas de desvios-padrões, toma as médias ponderadas da estimativa passada do quadrado dos erros, tal qual uma variância ponderada, de modo a atribuir maior influência às informações recentes e menor ao passado mais distante. O modelo é traduzido através das seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t | \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 \\ \varepsilon_t &= R_t - x_t b \end{aligned}$$

Onde  $\psi_{t-1}$  é toda a informação observada até  $t-1$ ,  $R_t$  são os retornos e  $x_t b$  é a média dos retornos. Para evitar problemas de variância negativa, impõe-se como restrição:  $\alpha_0 > 0$  e  $\alpha_i \geq 0$ , com  $i = 1, \dots, q$ , e com  $q > 0$ .

O modelo generalizado de Heterocedasticidade Condicional Auto-Regressiva-GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic), foi introduzido por Tim Bollerslev, que publicou em 1986, no *Journal of Econometrics*, o trabalho intitulado “*Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*”, o qual reduzia o número de parâmetros necessários. Além disso, incluía componentes auto-regressivos (AR) e de médias

móveis (MA) para a modelagem de variâncias heterocedásticas, bem como assumia o declínio geométrico dos quadrados dos resíduos. O modelo é expresso por:

$$\begin{aligned}\varepsilon_t | \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \dots + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \\ \varepsilon_t &= R_t - x_t b\end{aligned}$$

Nesse caso, as restrições impostas são  $q > 0$ ,  $p \geq 0$ ,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ , com  $i = 1, \dots, q$ , e  $\beta_i \geq 0$ , com  $i = 1, \dots, p$ .

O EGARCH (*Exponential General Autoregressive Conditional Heteroskedastic*), que foi introduzido por Nelson em 1991, com trabalho publicado na *Econometrica*, intitulado “*Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*”, apresenta uma importante contribuição em relação ao modelo GARCH, na medida em que permite capturar os efeitos na volatilidade das grandes notícias, das boas e más notícias, de forma diferenciada. O modelo apresenta-se da seguinte forma:

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln h_{t-j} + \sum_{k=1}^p \alpha_k g(z_{t-k})$$

Onde,  $g(z_t) = \theta_1 z_t + \theta_2 [|z_t| - E|z_t|]$  e  $z_t = \varepsilon_t / h_t$ , ou seja, um resíduo padronizado.

Sobre o valor de  $E|z_t|$ , este irá depender da hipótese feita na densidade incondicional de  $z_t$ .

O comportamento dos preços e dos retornos dos ativos do mercado de ações e do mercado de commodities é relativamente comum a ocorrência de efeitos de assimetria, ou seja, as notícias ruins tendem a provocar efeitos maiores do que as notícias boas. Os modelos da família GARCH não conseguem capturar tais efeitos assimétricos. Para tentar corrigir tais limitações é possível recorrer ao modelo GJR, proposto por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993), que se propõe a considerar os efeitos de assimetria entre retornos positivos e negativos (Alexander, 2005).

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Em linhas gerais o método científico utilizado na realização de uma pesquisa é capaz habilitar o pesquisador a estabelecer os passos necessários para obter os resultados, ao mesmo tempo que possibilita ao leitor compreender com segurança o caminho percorrido e os resultados obtidos (Lakatos; Marconi, 2016).

No que tange à abordagem do problema, esta pesquisa caracteriza-se como quantitativa. Tal tipologia “caracteriza-se pelo emprego de instrumentos estatísticos, tanto na coleta quanto no tratamento dos dados. Esse procedimento [...] se preocupa com o comportamento geral dos acontecimentos” (RAUPP; BEUREN, 2014, p. 92).

Em termos de técnicas e métodos que sustentaram a proposição do modelo está o uso de técnicas econométricas, caracterizadas por Michel (2005) como uma metodologia que tem por objetivo estudar de forma quantitativa as relações entre fenômenos econômicos capazes de afetar as situações econômico e financeiras de uma entidade. A autora descreve que tal método está estruturado na teoria econômica, matemática e estatística, concluindo que assim é possível estabelecer uma relação entre a realidade observada e a teoria existente.

Acrescenta ainda que os trabalhos quantitativos caracterizam-se pelo aproveitamento de possibilidades de se proceder à mensuração de certos fenômenos ou variáveis em termos numéricos. Para o autor, os números permitem a construção de descrições detalhadas, que podem ser organizadas em variáveis e enquadradas em modelos usados para testar possíveis relações entre elas e, desse modo, explicar certos fenômenos. Assim, justifica-se esta classificação na medida em que foram utilizadas técnicas estatísticas para a coleta dos dados numéricos referentes aos ativos estudados, bem como no tratamento de tais dados e na construção dos modelos.

De acordo com seus objetivos, a presente pesquisa classifica-se como descritiva, dado que se propôs descrever qual a influência exercida pela estrutura de capital das empresas do setor elétrico sob os índices de rentabilidade das mesmas. Para Gil (2008) a pesquisa descritiva destina-se a descrever características de determinada população ou fenômeno e até mesmo estabelecer relações entre as variáveis estudadas.

Quanto aos procedimentos técnicos utilizados, o estudo é classificado como documental. Na concepção de Marconi e Lakatos (2016, p.48) “a característica da pesquisa documental é que a fonte de coleta de dados está restrita a documentos, restritos ou não, constituindo o que se denomina de fontes primárias”. De forma análoga, a pesquisa realizada utilizou dados presentes nas demonstrações contábeis das organizações, consideradas fontes primárias.

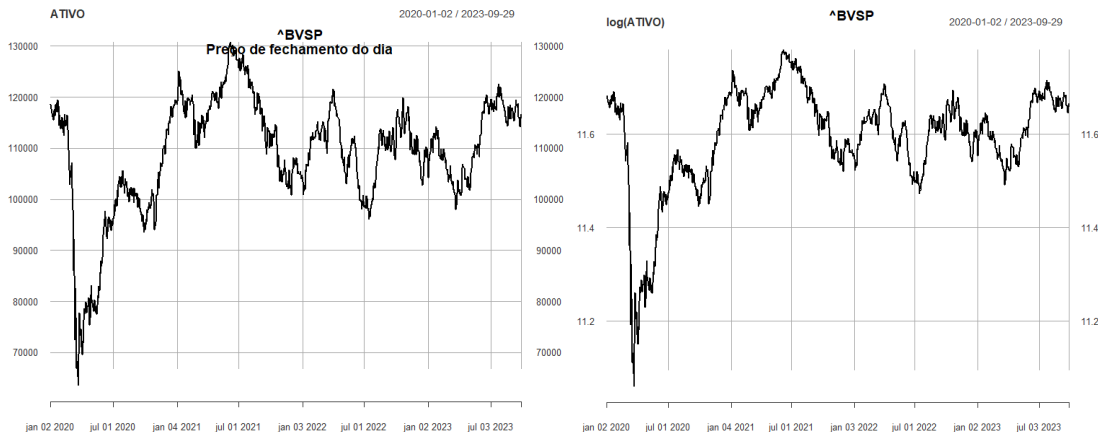
Assim, para atingir os objetivos geral e específicos de testar os modelos de estimação de volatilidade do IBOVESPA, comparando os modelos de simulação histórica, EWMA e GARCH, para o período compreendido entre 31 de dezembro de 2019 e 30 de setembro de 2023, utilizou-se do levantamento e tratamento dos dados e da estimação dos respectivos modelos, testando a sua robustez e comparando a eficácia através da comparação dos modelos com os retornos efetivamente ocorridos. O trabalho foi realizado com o uso do Software R® versão 4.3.0 e RStudio®, com a adaptação do Script: “Estimação e Modelagem da Volatilidade, MBA em Finanças: Investimentos e Riscos — FGV EPGE” de autoria de Renan Abdon de Sousa (11/jan/2020), disponível em: [https://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com/566410\\_aa59cb6d603f4ed69bfb5f6402c30e56.html](https://rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com/566410_aa59cb6d603f4ed69bfb5f6402c30e56.html).

O trabalho está dividido em quatro seções além da introdução, sendo a segunda seção dedicada ao referencial teórico para sustentar os objetivos traçados pelo trabalho. A terceira seção apresenta a metodologia que utilizada para responder a questão problema, Já a quarta seção é dedicada aplicação dos modelos e discussão dos resultados. Na última seção são apresentadas as considerações finais, apresentando as conclusões e limitações do estudo.

## 4 ANÁLISE DOS DADOS

### 4.1 ESTIMAÇÃO DE VOLATILIDADE IBOVESPA

4.1.1 Amostra das cotações diárias de fechamento de 31-12-2019 à 30-09-2023, obtidos no *yahoo finance*®, conforme gráficos de preços e do log de preços a seguir:



Elaborado pelo Autor

A série de preços apresenta características de um passeio aleatório sem reversão à média, adequado ao comportamento das séries de preços de ativos financeiros.

#### 4.1.2 Cálculo do retorno diário contínuo

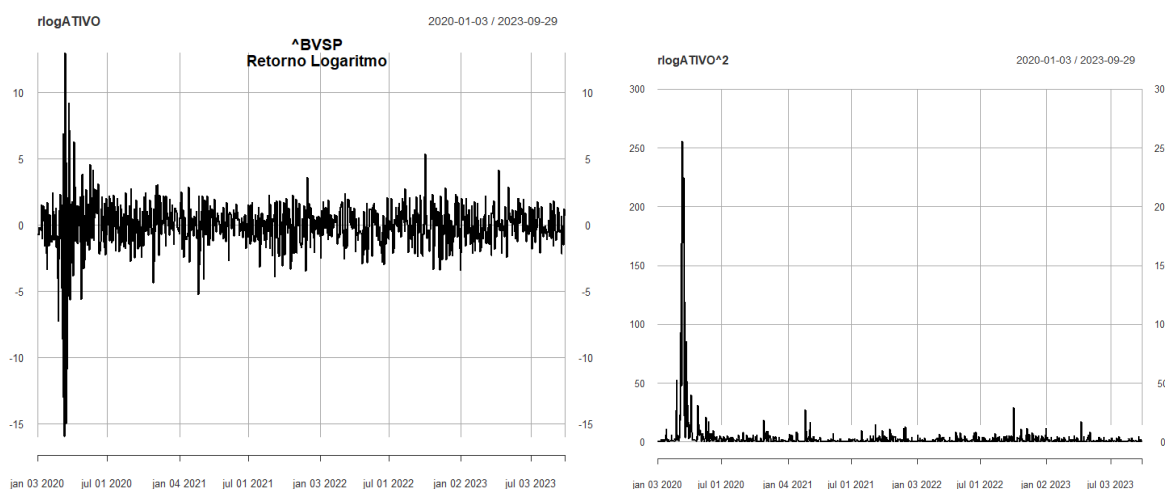
$$\text{Ret Diário} = \text{Variação Diária}_t = \text{LN}(\text{Fechamento}_t / \text{Fechamento}_{t-1}), \text{ com } t= 1, \dots, T$$

Onde: o

Fechamento<sub>t</sub> é a cotação de fechamento do IBOVESPA do dia

Fechamento<sub>t-1</sub> é a cotação do IBOVESPA do dia anterior.

Em seguida é calculado o retorno logaritmo ao quadrado.



Elaborado pelo Autor

O gráfico dos quadrados dos retornos logaritmos (simplesmente retornos a partir de agora) também evidencia a existência de clusters de volatilidade.



#### 4.1.3 Estatística Descritiva dos Retornos Logaritmos

<b>Log Ret Ibovespa Diário</b>	
<b>Estatística Descritiva</b>	
Nobs	932,0000
Minimum	-15,9930
Maximum	13,0223
Mean	-0,0018
Median	0,0264
Sum	-1,7080
SE Mean	0,0601
LCL Mean	-0,1197
UCL Mean	0,1160
Variance	3,3608
Stdev	1,8332
Skewness	-1,4604
Kurtosis	18,1821

Elaborado pelo Autor

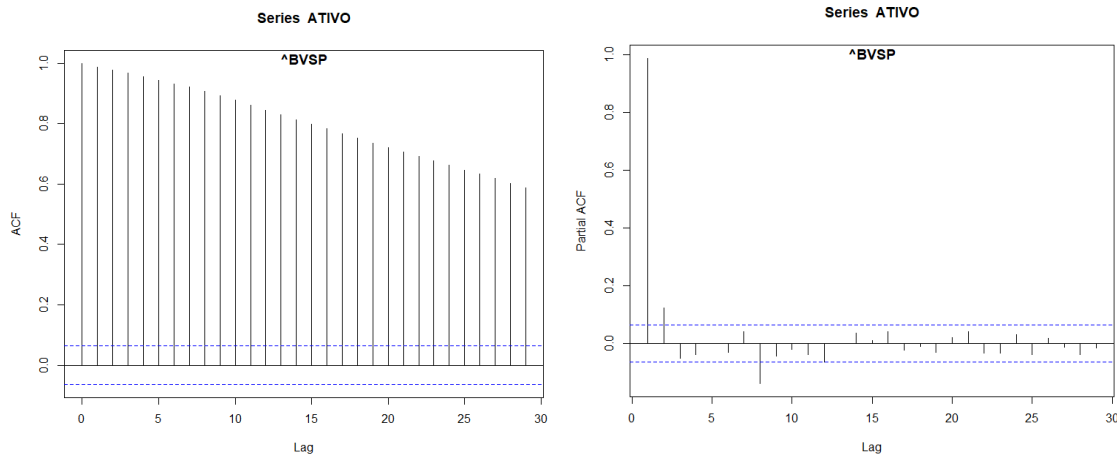
#### 4.1.4 Análise da autocorrelação serial

Os gráficos a seguir nos permitem tentar buscar uma informação sobre o preço do IBOVESPA e identificar alguma tendência para o que poderá ocorrer através da análise gráfica juntamente com a média histórica.

a) Autocorrelação serial simples e parcial dos preços do ativo: O gráfico da função de autocorrelação serial simples apresenta comportamento típico de uma acf-simples de séries não estacionária. Há grande persistência, a acf-simples apresenta decaimento muito lento.

No caso do IBOVESPA, analisando o gráfico, em um primeiro momento a correlação é igual a 1 e posteriormente, quando começa a correlacionar com eventos passados, conseguimos observar um comportamento diferente onde há um decaimento. Por outro lado, o gráfico da função de autocorrelação serial parcial apresenta um valor significativo para a primeira defasagem (muito próximo a um) e não significativo para os demais. Este comportamento é típico de um passeio aleatório.

Analisando a autocorrelação serial parcial da IBOVESPA, é possível observar que não ocorre um decaimento como na simples. Observa-se que os comportamentos futuros são oriundos de um passeio aleatório.

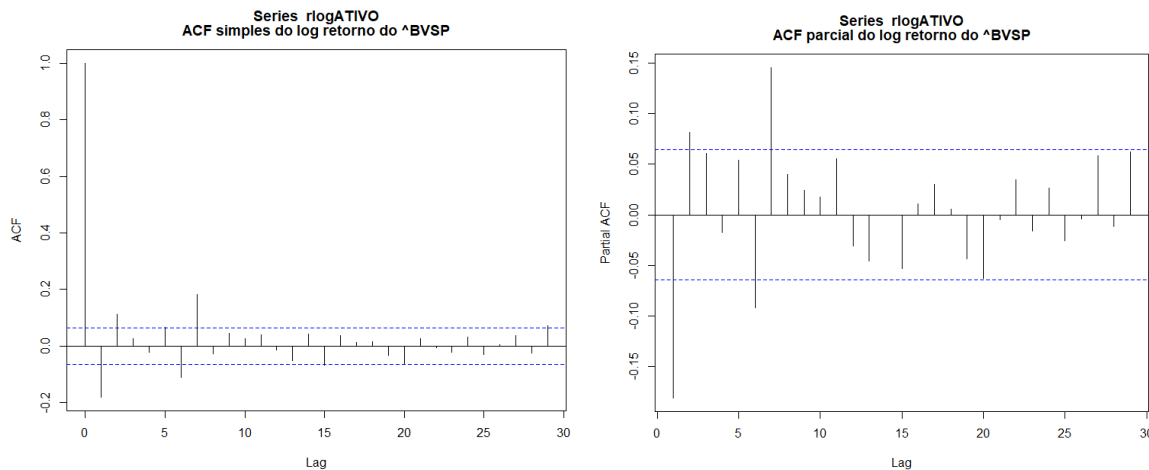


Elaborado pelo Autor

b) Autocorrelação serial simples e parcial dos Log dos retornos diários: Por outro lado, os gráficos de autocorrelação simples e parcial dos retornos não apresentam nenhuma estrutura de dependência temporal.

ACF Simples do logaritmo de Retorno da IBOVESPA não apresenta dependência temporal e nesse gráfico podemos identificar as oscilações que ocorreram em cada período.

ACF Parcial do logaritmo de Retorno da IBOVESPA também não apresenta dependência temporal, mas pela linha azul conseguimos identificar um intervalo de confiança por onde esses valores poderam “andar”.



Elaborado pelo Autor

#### 4.1.5 Teste de Raiz Unitária

Na análise de séries temporais, uma premissa fundamental é que a série temporal considerada seja estacionária. De uma forma geral uma série temporal é considerada estacionária se sua média e variância forem constantes ao longo do tempo e o valor da covariância entre dois períodos depender apenas da distância ou intervalo entre dois períodos e não do tempo real no qual a covariância é calculada. (Gujarati, 2011).

Acrescente-se ainda que o fato de um modelo econométrico ser denominado de estocástico é o mesmo que dizer que neste modelo está contida uma certa dose de incerteza ou probabilidade aleatória de modificação do seu comportamento ou tendência. A grande maioria das séries temporais carregam uma certa dose de incerteza. Os modelos determinísticos, por sua vez, são caracterizados pela sua capacidade de prever com absoluta certeza os resultados futuros (Phillips e Xiao, 1999).

Para o autor, as séries temporais câmbio, preço de ações, PIB, etc. exibem uma tendência clara de aumento ou diminuição, associada à uma aleatoriedade (estocástica) de imprevisibilidade de resultados. Esse movimento aleatório e imprevisível em torno da tendência da série é denominada efeito raiz unitária, ou simplesmente raiz unitária. Uma raiz unitária é uma tendência estocástica em uma série de tempo, muitas vezes denominada “passeio aleatório”. A denominação de raiz unitária é dada ao padrão aleatório e imprevisível (Gujatari, 2019).

Existem muitos testes para detectar o “efeito raiz unitária”, sem consenso de preferência entre os econométricos, no entanto, o teste Dickey-Fuller (DF) e Dickey-Fuller Aumentado (ADF) é um destes testes mais encontrados nas pesquisas com séries temporais.

O objetivo do DF e ADF é testar a presença do efeito raiz unitária ou “passeio aleatório” em torno da tendência média de uma série de temporal.

Este efeito é tratado na literatura como a rapidez que a série tem em recuperar o padrão médio ou de tendência, de forma que, quanto menor este efeito, menor será a aleatoriedade, divergência ou discrepância de resultados em torno da tendência da série, tornando o modelo mais preciso. Apresentado de outra forma, é possível concluir que quanto menor for o passeio aleatório em torno da série maior será a estabilidade ou previsibilidade e assim a série será denominada estacionária ou estável sem efeito de raiz unitária (Wooldridge, 2017). Em síntese, ao realizar um teste de raiz unitária, o pesquisador está testando se uma série é estável (estacionária e sem presença do efeito raiz unitária) ou se essa série é não estável (Não-estacionária ou instável e com presença do efeito raiz unitária).

Assim, o trabalho optou por realizar o teste Dickey-Fuller (DF) e Dickey-Fuller Aumentado (ADF) parametrizado pelo R, através de três testes: com “none”, “drift”, e “trend” (modelo com tendência determinística, ou seja,  $\beta^*t$ ).

Critério a ser adotado:

$H_0$  = hipótese nula = série não-estacionária ou instável e com presença do efeito raiz unitária .

$H_1$  = hipótese alternativa = série estacionária e sem presença do efeito raiz unitária.

Se o valor de teste (*value of test-statistic*) estiver na região crítica, rejeitamos a hipótese nula e aceitamos que a série é estacionária.

A região crítica é:

Região entre os *critical values* 1pct 5pct 10pct e +infinito, se valores de teste forem positivos.

Região entre os *critical values* 1pct 5pct 10pct e -infinito, se valores de teste forem negativos.

#### a) Série com Cotações de Fechamento

```
> summary(ur.df(ATIVO, type = "none", selectlags = "BIC"))
```

```
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression none

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-13490.1  -865.6    96.6   1083.4   8472.6

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
z.lag.1      -0.0001266  0.0005191  -0.244    0.807
z.diff.lag  -0.1296110  0.0325312  -3.984  7.3e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1736 on 929 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.01687, Adjusted R-squared:  0.01476
F-statistic: 7.973 on 2 and 929 DF, p-value: 0.0003688

value of test-statistic is: -0.2439

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau1 -2.58 -1.95 -1.62

> summary(ur.df(ATIVO, type = "drift", selectlags = "BIC"))

#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression drift

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-13715.8  -883.2    73.0   1081.8   8143.6

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  1.154e+03  5.529e+02  2.088 0.037067 *
z.lag.1      -1.060e-02  5.044e-03  -2.102 0.035815 *
z.diff.lag   -1.244e-01  3.257e-02  -3.821 0.000142 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1733 on 928 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.02147, Adjusted R-squared:  0.01936
F-statistic: 10.18 on 2 and 928 DF, p-value: 4.227e-05

value of test-statistic is: -2.1021 2.2098

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.43 -2.86 -2.57
```

```

phi1 6.43 4.59 3.78
> summary(ur.df(ATIVO, type = "trend", selectlags = "BIC"))

#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression trend

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-13642.4  -893.2    80.2   1083.6   8189.1

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 1268.74497   559.00211    2.270 0.023457 *
z.lag.1      -0.01295    0.00533   -2.429 0.015313 *
tt           0.30292    0.22334    1.356 0.175329
z.diff.lag   -0.12410    0.03255   -3.812 0.000147 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1732 on 927 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.02341, Adjusted R-squared:  0.02025
F-statistic: 7.407 on 3 and 927 DF, p-value: 6.616e-05

Value of test-statistic is: -2.4294 2.0877 3.1312

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau3 -3.96 -3.41 -3.12
phi2  6.09  4.68  4.03
phi3  8.27  6.25  5.34

```

A partir dos resultados dos três testes realizados encontramos evidências de que Value of test-statistic é maior que os valores críticos, portanto aceitamos a  $H_0$ , ou seja, a hipótese de que a série é não-estacionária.

### b) Série com os Log Retornos Diários

```

> ### TESTE DE RAIZ UNITÁRIA COM LOG DOS RETORNOS ###
> summary(ur.df(rlogATIVO, type = "none", selectlags = "BIC"))

#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression none

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-17.8807  -0.8037    0.0724    0.9939   11.0083

Coefficients:

```

```

      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
z.lag.1      -1.08477    0.05030  -21.57  <2e-16 ***
z.diff.lag   -0.08180    0.03272   -2.50  0.0126 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.799 on 928 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5934, Adjusted R-squared:  0.5926
F-statistic: 677.3 on 2 and 928 DF, p-value: < 2.2e-16

value of test-statistic is: -21.5665

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau1 -2.58 -1.95 -1.62

> summary(ur.df(rlogATIVO, type = "drift", selectlags = "BIC"))

#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression drift

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)

Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-17.8804  -0.8034   0.0727   0.9942  11.0086

Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0002708  0.0590363  -0.005  0.9963
z.lag.1     -1.0847667  0.0503259 -21.555  <2e-16 ***
z.diff.lag  -0.0817976  0.0327403  -2.498  0.0126 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.8 on 927 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5934, Adjusted R-squared:  0.5926
F-statistic: 676.6 on 2 and 927 DF, p-value: < 2.2e-16

value of test-statistic is: -21.5548 232.3063

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.43 -2.86 -2.57
phi1  6.43  4.59  3.78

```

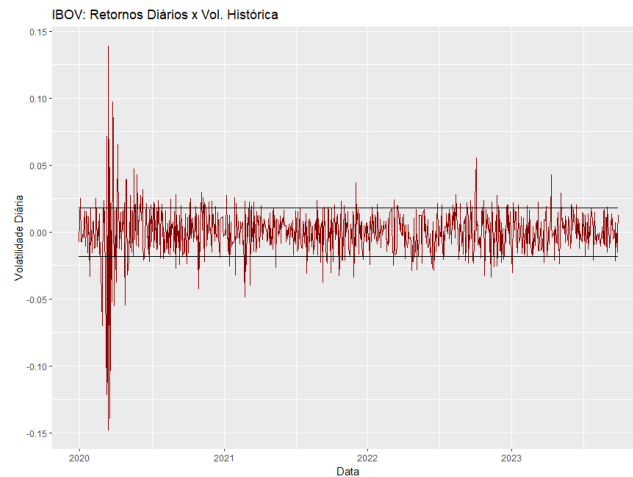
A partir dos resultados dos três testes realizados encontramos evidências de que Value of test-statistic é menor que os valores críticos, portanto será então rejeitado  $H_0$ , ou seja, assumimos a hipótese de que a série é estacionária.

#### 4.1.6 Estimação de Volatilidade: Volatilidade Histórica

No modelo de média histórica, o estimador da volatilidade corresponde à variância. Sob a premissa de estacionariedade, a melhor estimativa da volatilidade em  $t$  é a média da volatilidade observada nos períodos passados:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{1}{t-1} \sum_{j=1}^{t-1} \sigma_j^2$$

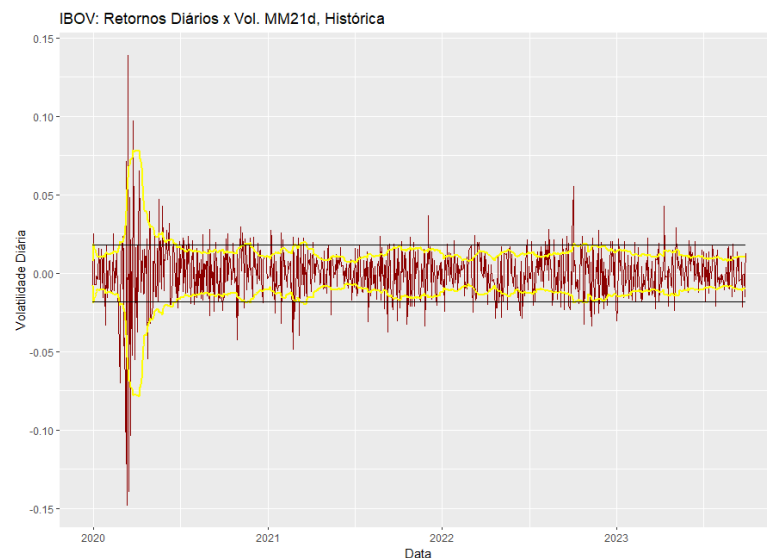
Assim, o parâmetro de volatilidade será o desvio-padrão do histórico da amostra. Este modelo apresenta limitação de assumir que a volatilidade é constante ao longo do tempo, não assumindo a variabilidade da volatilidade ao longo da série de tempo, conforme pode ser observado no gráfico a seguir, onde a volatilidade histórica estimada a partir do desvio-padrão é comparada com os retornos diários.



Elaborado pelo Autor

#### 4.1.7 Estimação de Volatilidade: Média Móvel de 21 dias

Procurando captar as mudanças de volatilidade, a literatura recomenda uma alternativa à simulação histórica, que é o cálculo da variância em termos de média móvel de 21 dias, assumindo assim a hipótese de que a volatilidade não é constante ao longo do tempo. Neste caso os resultados apresentam uma melhoria na capacidade de estimação da volatilidade, conforme pode ser observado no gráfico a seguir, onde os retornos diários são comparados com a volatilidade histórica com a média móvel de 21 dias.



Elaborado pelo Autor

#### 4.1.8 Estimação de Volatilidade: EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*)

O modelo de médias móveis exponencialmente ponderadas – EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), atribui um peso maior às observações mais recentes, reduzindo os problemas de superavaliação de observações antigas e subavaliações de observações recentes. No modelo, cada termo é suavizado pelo fator de decaimento  $\lambda$ , de modo que a volatilidade é expressa como:

$$\sigma_t^2 = \lambda\sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda)r_{t-1}^2$$

Desde que  $0 \leq \lambda \leq 1$

onde:

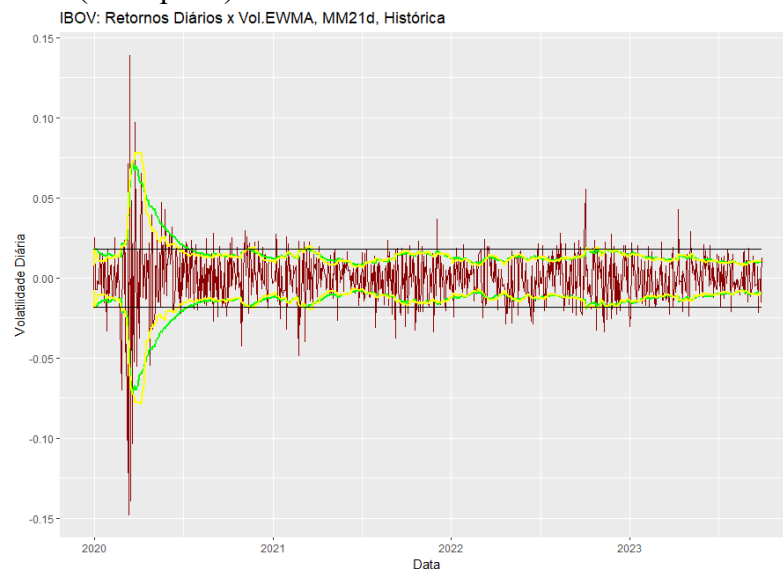
$\sigma^2$  = variância dos retornos no instante  $t$

$r_{t-1}^2$  = quadrado do retorno observado no instante  $t-1$

$\lambda$  = fator de decaimento

O fator  $\lambda$  determina a taxa em que os pesos das observações passadas decaem à medida que se tornam mais distantes, o fator de decaimento utilizado é o 0,94, recomendado pela literatura.

Conforme é possível observar no gráfico, os resultados apontados pelo EWMA (linha verde) representam expressivo ganhos nas estimativas, principalmente nos momentos de alta volatilidade, quando comparado com a média móvel de 21 dias (linha amarela) e com a volatilidade histórica (linha preta).



Elaborado pelo Autor

#### 4.1.9 Estimação de Volatilidade: GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic)

O modelo generalizado de Heterocedasticidade Condicional Auto-Regressiva-GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic), foi introduzido por Tim



Bollerslev, que publicou em 1986, no *Journal of Econometrics*, o trabalho intitulado “*Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*”, o qual reduzia o número de parâmetros necessários. Além disso, incluía componentes auto-regressivos (AR) e de médias móveis (MA) para a modelagem de variâncias heterocedásticas, bem como assumia o declínio geométrico dos quadrados dos resíduos. O modelo é expresso por:

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \dots + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t b$$

Nesse caso, as restrições impostas são  $q > 0$ ,  $p \geq 0$ ,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ , com  $i = 1, \dots, q$ , e  $\beta_i \geq 0$ , com  $i = 1, \dots, p$ .

O modelo foi estimado com a utilização do software R® e RStudio® através do pacote *rugach*. A seguir é apresentado a especificação do modelo, bem como os resultados do modelo.

### Especificação do Modelo

```
*-----*
*          GARCH Model Spec          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Variance Targeting : FALSE

Conditional Mean Dynamics
-----
Mean Model       : ARFIMA(0,0,0)
Include Mean     : FALSE
GARCH-in-Mean    : FALSE

Conditional Distribution
-----
Distribution      : std
Includes Skew    : FALSE
Includes Shape   : TRUE
Includes Lambda  : FALSE
```

### Resultados do Modelo

```
*-----*
*          GARCH Model Fit          *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(0,0,0)
Distribution      : std

Optimal Parameters
-----
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
omega	0.00001	0.000001	7.7440	0.000000
alpha1	0.08952	0.008359	10.7099	0.000000
beta1	0.86529	0.016191	53.4414	0.000000
shape	11.00908	2.958530	3.7211	0.000198

## Robust Standard Errors:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
omega	0.00001	0.000003	3.7226	0.000197
alpha1	0.08952	0.008595	10.4156	0.000000
beta1	0.86529	0.017621	49.1062	0.000000
shape	11.00908	3.140130	3.5059	0.000455

LogLikelihood : 2656.038

## Information Criteria

Akaike	-5.6728
Bayes	-5.6521
Shibata	-5.6728
Hannan-Quinn	-5.6649

## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

	statistic	p-value
Lag[1]	2.558	0.1098
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][2]	2.787	0.1603
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][5]	3.100	0.3892
d.o.f=0		

H0 : No serial correlation

## Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

	statistic	p-value
Lag[1]	0.173	0.6775
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	2.250	0.5607
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]	7.594	0.1544
d.o.f=2		

## Weighted ARCH LM Tests

	Statistic	Shape	Scale	P-Value
ARCH Lag[3]	2.514	0.500	2.000	0.1129
ARCH Lag[5]	2.541	1.440	1.667	0.3636
ARCH Lag[7]	3.168	2.315	1.543	0.4824

## Nyblom stability test

Joint Statistic: 15.2866  
 Individual Statistics:  
 omega 2.7295  
 alpha1 0.5273  
 beta1 0.1538  
 shape 0.1517

## Asymptotic Critical values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 1.07 1.24 1.6  
 Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

## Sign Bias Test

	t-value	prob sig
Sign Bias	1.0815	0.27975

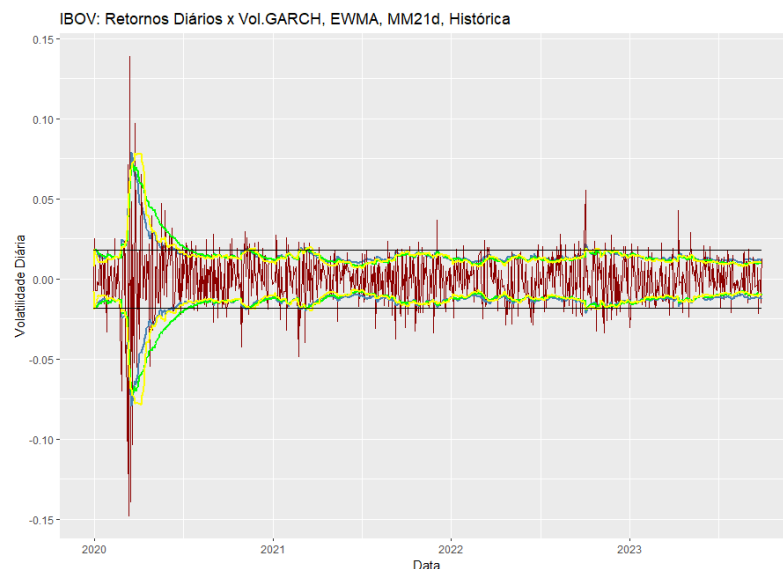
Negative Sign Bias 2.1242 0.03391 \*\*  
 Positive Sign Bias 0.7207 0.47127  
 Joint Effect 9.8017 0.02033 \*\*

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

group	statistic	p-value(g-1)	
1	20	30.97	0.04070
2	30	33.12	0.27302
3	40	61.06	0.01348
4	50	65.16	0.06094

Elapsed time : 10.55416

A seguir será apresentado o gráfico com as demais estimativas de volatilidade, juntamente com os resultados da estimação da volatilidade pelo GARCH (1,1):



Elaborado pelo Autor

O gráfico demonstra que o GARCH (1,1) (linha em azul) se mostrou mais robusto quando comparado com volatilidade histórica e com a volatilidade da média móvel de 21 dias. No entanto, o modelo apresentou menor robustez quando comparado com o EWMA.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Embora o risco e a incerteza estejam presentes no cotidiano do processo de tomada de decisão dos investidores do mercado financeiro, os estudos para mensurar e prever a volatilidade de forma robusta ocupa um espaço relevante nas pesquisas aplicadas nas áreas da economia, principalmente naqueles momentos em que os mercados enfrentam choques exógenos geradores de grande volatilidade. O comportamento dos mercados durante os últimos anos tem sido influenciados por eventos geradores de forte volatilidade, destacando-se dentre eles a Pandemia de Covid-19, a Guerra da Rússia e Ucrânia, o surto inflacionário e a forte elevação das taxas de juros nas principais economias, exigindo um esforço dos gestores

de ativos para revisitar seus modelos de estimativa de volatilidade buscando revalidar ou, se for o caso, recalibrar os modelos.

Assim, este estudo teve por objetivo testar os modelos de estimação de volatilidade do IBOVESPA, comparando os modelos de simulação histórica, média móvel simples, EWMA e GARCH, para o período compreendido entre 31 de dezembro de 2019 e 30 de setembro de 2023, visando investigar o comportamento dos modelos durante e, principalmente, após a pandemia, comparando a robustez dos modelos mais tradicionais na previsão de volatilidade.

Para atingir os objetivos propostos, a série de preços do IBOVESPA foi analisada e tratada, realizando-se os testes necessários para dar robustez às conclusões apresentadas.

Na amostra analisada do IBOVESPA entre 31 de dezembro de 2019 e 30 de setembro de 2023, os resultados demonstram que o GARCH (1,1) se mostrou mais robusto quando comparado com a volatilidade histórica e com a volatilidade da média móvel de 21 dias. No entanto, o modelo apresentou menor robustez quando comparado com o EWMA.

Em termos de trabalhos futuros, recomenda-se o teste de outras modelagens da família GARCH, bem como ampliar a série de tempo comparando os modelos em outras crises, bem como comparar com outros índices do mercado acionário brasileiro e internacional.

## REFERÊNCIAS

ALEXANDER, Carol. **Modelos de Mercado**: um guia para a análise de informações financeiras. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005.

BOLLERSLEV, Tim, **Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity**, Journal of Econometrics, v.31, n.3, p. 307-327, 1986.

BOUDOUKH, J.; RICHARDSON, M.; WHITELAW, R. F. **The best of both worlds: a hybrid approach to calculating Value at Risk**. Risk, v. 11, n. 5, p. 64-67, 1998.

DAMODARAN, Aswath. **Strategic Risk Taking: A Framework for Risk Management**. Wharton Scholl Publishing, 2008.

ELTON, Edwin; GRUBER, Martin - **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**, John Wiley & Sons, Inc., 1995.

ENGLE, R. **Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation**. Econometrica, Chicago, v. 55, n. 4, p. 987-1007, July 1982.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GLOSTEN, L. R., JAGANNATHAN R. e RUNKLE D. E. **On the relationship between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks**. Journal of Finance 48:1779-1801, 1993.

GUJARATI, D.N. **Econometria básica**. 5. ed. Editora AMGH, 2011.

HOTTA, Luiz K. LAURINI, Márcio. MOLLICA, Marcos. PEREIRA, Pedro L. Valls. **Modelos econométricos para estimação de volatilidade.** In.: DUARTE JR, Marcos Duarte. VARGA, Gyorgy. **Gestão de Riscos no Brasil.** Rio de Janeiro: Financial Consultoria, 2003.

J. P. MORGAN BANK. **Risk Management: A Practical Guide.** Riskmetriks Group, 1999.

JORION, Philippe. **Value at risk.- The New Benchmark for Managing Financial Risk** 3a. Edition. McGraw-Hill. New York: 2007.

KNIGHT, F. H. **Risk, Uncertainty and Profit.** Boston, MA: Hart, Schaffner & Marx. Houghton Mifflin Company, 1921.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de Pesquisa.** 7. ed. São Paulo: Atlas, 2016.

MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection.** The Journal of Finance, v. VII, n.1, p.77-91, Mar, 1952.

MICHEL, M. H. **Metodologia e Pesquisa Científica em Ciências Sociais,** Primeira Edição, Editora Atlas, 2005.

PERLIN, M. S. **Análise de Dados Financeiros com o R.** Terceira Edição, Porto Alegre: Marcelo S. Perlin (publicação independente), 2021.

PHILLIPS, P. C. B; XIAO, Z, **A Primer on Unit Root Testing.** New Haven. Cowles Foundation Paper, n. 972, 1999, 48p.

RISKMETRICS™. **Technical Document,** 1996. Disponível em: <https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ace2-3449d5c7e95a>.

ROSS, S.; WESTERFIELD, R.; JAFFE, J. **Administração Financeira: Corporate Finance.** São Paulo: Atlas. 2000.

SECURATO, José Roberto. **Decisões Financeiras em Condições de Risco.** São Paulo: Atlas, 1996.

SHARPE, William. **Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk,** Journal of Finance, XIX, 1964.

SILVA NETO, Lauro de Araújo. **Opções: do tradicional ao exótico.** 2 ed. São Paulo: Atlas, 2008.

TREYNOR, J.L. **How to Rate Management of Investment Funds.** Harvard Business Review, 43, 63-75. 1965.

WOOLDRIDGE, J.M. **Introdução à econometria. Uma abordagem moderna.** 3. ed. Editora Cengage Learning, 2017.

VI Congresso de Contabilidade da UFRGS

VI Congresso de Iniciação Científica em Contabilidade da UFRGS

PPGCONT - UFRGS

10 e 11 de outubro de 2024



VI