

Investigação Numérica do escoamento Incompressível em um Duto com Ressalto para $ER=1,9423$

Deidson Vilhena Santos¹
PPGMAP/UFRGS, Porto Alegre, RS
Álvaro Luiz de Bortoli²
PPGMAP/UFRGS, Porto Alegre, RS

Resumo. Uma simulação numérica do escoamento em um duto com ressalto, cujo raio de expansão é 1,9423, é apresentada. As equações do escoamento são dadas pelo conjunto das equações de Navier-Stokes incompressíveis. A solução do escoamento é obtida via Dinâmica dos Fluidos Computacional, usando o método de Runge-Kutta, onde as equações são discretizadas pelo método de diferenças finitas centradas. A análise dos resultados é dada para quatro valores do número de Reynolds (100, 300, 500 e 800), onde os campos do escoamento são validados com os dados da literatura através do comprimento da zona de recirculação, dos campos das velocidades e dos campos da vorticidade. Os resultados obtidos concordam com os dados da literatura.

Palavras-chave. Duto com Ressalto, Equações de Navier-Stokes, Método de Runge-Kutta, Dinâmica dos Fluidos Computacional.

1 Introdução

O escoamento em dutos com ressalto é um ramo da dinâmica dos fluidos que tem sido amplamente estudado por suas diversas aplicações em problemas físicos e de engenharia que caracterizam um domínio geométrico similar ao que estes problemas têm [7]. Portanto, apesar de sua geometria simples, dutos com ressalto servem de protótipos para investigar características de escoamentos, onde os resultados da investigação dependem diretamente dos efeitos que ocorrem nesta geometria.

Por exemplo, os resultados da literatura mostraram que os efeitos da transferência de calor são mais efetivos na zona de recirculação [2], portanto, uma significativa alteração nesta região pode mudar a efetividade deste processo. Também, para que ocorra um processo de combustão de forma efetiva resultante da injeção de nanopartículas num combustível base, isto é, de um nanocombustível, é necessária uma mistura eficiente dos reagentes [8]. Assim, as características do padrão de mistura do escoamento têm importância primordial para uma combustão eficiente. E ainda, no transporte de óleos pesados por dutos [10], é necessário um escoamento bem desenvolvido, com um bom fluxo na camada cisalhante para manter uma boa intensidade da velocidade nesta região.

Por esta razão, este trabalho desenvolve um modelo matemático-computacional para investigar as propriedades do escoamento em um duto com ressalto cujo raio de expansão (ER) é dado por $ER=1,9423$. Por conta das influências do número de Reynolds sobre as perturbações no escoamento, as simulações são executadas para quatro valores desse número: 100, 300, 500 e 800.

¹deidsonje@hotmail.com

²dbortoli@mat.ufrgs.br

2 Modelagem Matemática

A Figura 1 mostra o domínio geométrico que é objeto de estudo deste trabalho. Tal geometria é conhecida como Duto com Ressalto (ou no inglês, *Backward-Facing Step (BFS)*), onde os parâmetros mostrados na figura, com suas proporções, foram tomados de acordo com Nowruzi et al. [9].

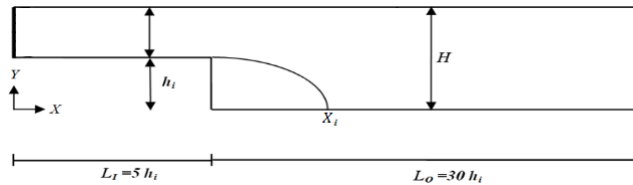


Figura 1: Geometria do Duto com Ressalto.

Neste trabalho, estabelece-se $h_i = 1,0297$ e $H = 2,0$. Logo, o *raio de expansão (ER)* é dado por $ER = \frac{H}{h_i} = 1,9423$. O traço curvado atrás do ressalto na Figura 1 representa a *zona de recirculação*, que tem seu comprimento estendido até o ponto X_i , chamado *ponto de recolamento*.

As equações do escoamento são dadas pelo conjunto das equações de Navier-Stokes incompressíveis, que são as equações da continuidade e do momento,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \vec{\nabla} \vec{u} = -\vec{\nabla} p + \frac{1}{Re} \vec{\nabla}^2 \vec{u}, \quad (2)$$

onde Re é o número de Reynolds, que é dado por $Re = \frac{\rho V L}{\mu}$.

A equação da pressão é do tipo Poisson, onde $D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ é a equação da continuidade, resultando em,

$$\vec{\nabla}^2 p = - \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right] - \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial D}{\partial x^2} + \frac{\partial D}{\partial y^2} \right). \quad (3)$$

Por fim, a relação para a vorticidade ω será dada por,

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right). \quad (4)$$

As condições iniciais foram tomadas com vista de reproduzir um perfil parabólico na direção x sob pressão atmosférica [1], e são dadas por,

$$u(t_0) = 6y(1 - y); \quad v(t_0) = 0 \quad \text{e} \quad p(t_0) = p_0 = 10^5. \quad (5)$$

As condições de contorno foram tomadas conforme apresentado em Dhinakaran et al. [4] e estão ilustradas na Figura 2.

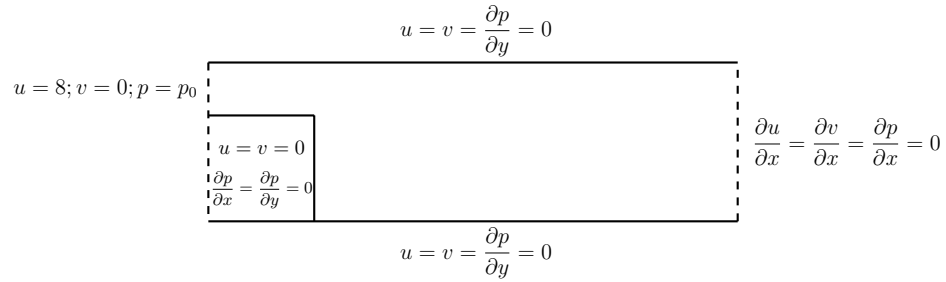


Figura 2: Condições de contorno para o escoamento no duto com ressalto.

3 Procedimentos de Solução Numérica

A malha computacional aplicada na simulação numérica deste trabalho é dada por uma grade estruturada contendo 350×30 pontos, isto é 10.500 células no total, como pode ser observada na Figura 3.

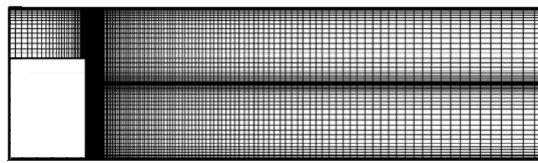


Figura 3: Malha Computacional - 350×30 pontos.

As equações do problema foram discretizadas pelo método de Diferenças Finitas, que usa um esquema de diferenças finitas centradas para as derivadas parciais de primeira e segunda ordem. Por exemplo, a derivada parcial em x para uma variável arbitrária f é:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{(i,j,k,t)} = \frac{f_{(i+1,j,k,t)} - f_{(i-1,j,k,t)}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \tag{6}$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{(i,j,k,t)} = \frac{f_{(i+1,j,k,t)} - 2f_{(i,j,k,t)} + f_{(i-1,j,k,t)}}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2), \tag{7}$$

onde Δx representa o passo em x e $O(\Delta x^2)$ é o erro de truncamento.

O método numérico usado para a obtenção da solução do sistema de equações foi o Método de Runge-Kutta Simplificado [3]. Para o sistema $\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} = \vec{R}$, este esquema é dado por:

$$\vec{W}_{i,j,k}^{(0)} = \vec{W}_{i,j,k}^{(n)}; \tag{8}$$

$$\vec{W}_{i,j,k}^{(r)} = \vec{W}_{i,j,k}^{(0)} - \alpha_r \Delta t \vec{R}_{i,j,k}^{(r-1)}; \tag{9}$$

$$\vec{W}_{i,j,k}^{(n+1)} = \vec{W}_{i,j,k}^{(3)}, \tag{10}$$

onde Δt é o passo de tempo usado na simulação numérica, \vec{W} representa os estados do sistema e \vec{R} representa o resíduo.

O parâmetro $r = 1, 2, 3$ é o número de estágios do método e os coeficientes α_r , denominados coeficientes de Runge-Kutta, são dados por $\alpha_1 = 1/2$, $\alpha_2 = 1/2$ e $\alpha_3 = 1$. Mais do que dois estágios são empregados com a proposta de estender a região de estabilidade.

4 Resultados e Discussão

Os campos da componente u da velocidade do escoamento obtidos neste trabalho são comparados com o trabalho de Hossain et al. [6] na Figura 4, enquanto que os campos da componente v são comparados com o mesmo trabalho na figura 5. Em ambas as comparações pode-se observar que a instabilidade do escoamento e o comprimento da zona de recirculação aumentam conforme Re aumenta.

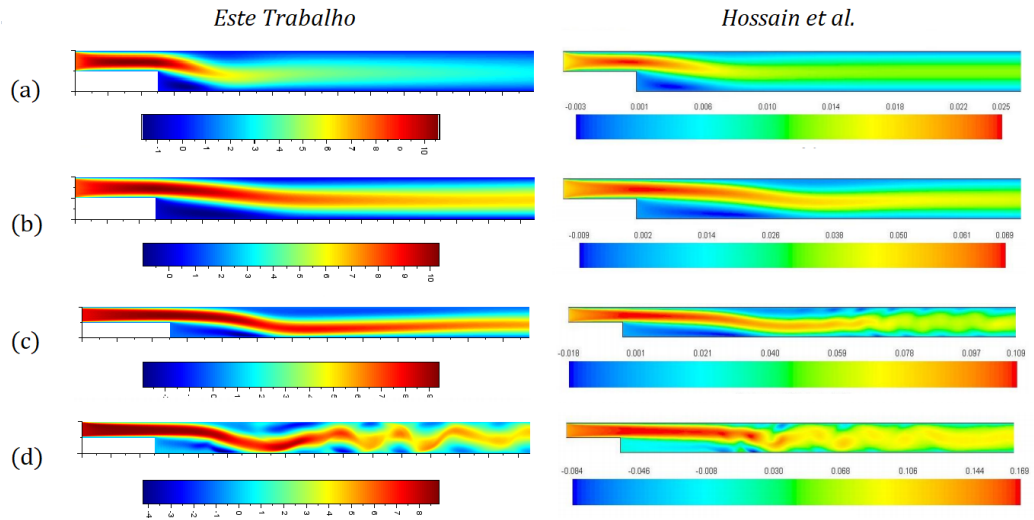


Figura 4: Componente u da velocidade. (a) $Re = 100$, (b) $Re = 300$, (c) $Re = 500$ e (d) $Re = 800$.

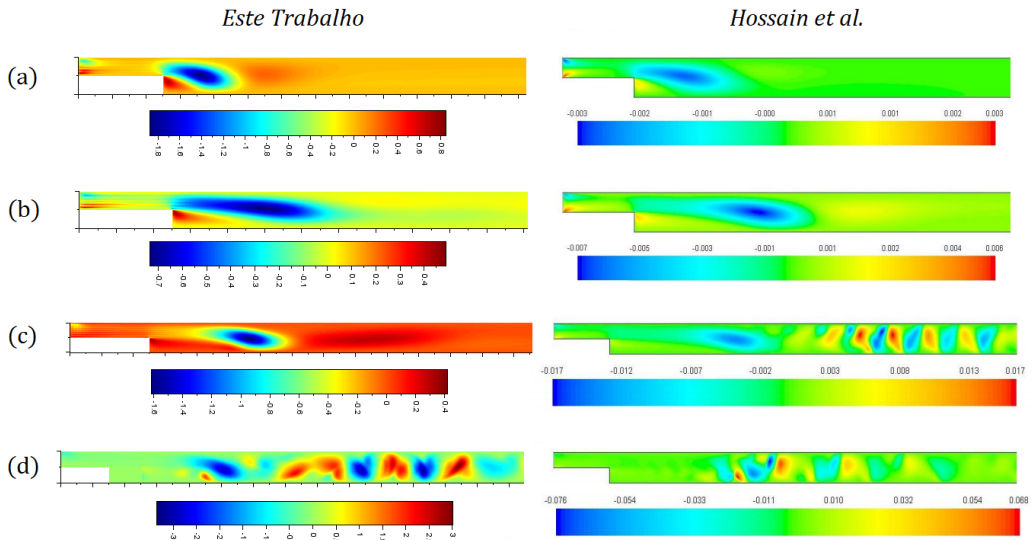


Figura 5: Componente v da velocidade. (a) $Re = 100$, (b) $Re = 300$, (c) $Re = 500$ e (d) $Re = 800$.

Os valores obtidos neste trabalho para o comprimento da zona de recirculação são comparados na Tabela 1 com resultados obtidos na literatura [5, 6, 9], todos efetuados para raio de expansão $ER = 1,9423$.

Tabela 1: Resultados para o comprimento da zona de recirculação.

Resultados	Número de Reynolds (Re)			
	100	300	500	800
Este Trabalho	3,159	6,894	9,192	7,852
[6]	3,261	7,135	9,475	11,338
[9]	2,765	6,125	8,422	13,120
[5]	2,878	6,659	9,437	11,983

A relação e concordância deste trabalho com os resultados apresentados na Tabela 1 podem ser melhor visualizados no gráfico da Figura 6, onde pode-se observar um bom acordo para os valores de Reynolds 100, 300 e 500, tendo uma certa disparidade apenas para $Re = 800$.

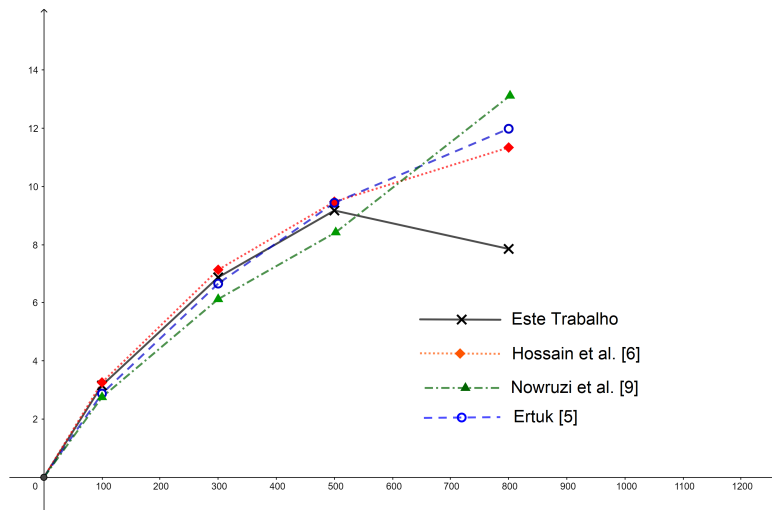


Figura 6: Validação dos resultados com dados da literatura.

A instabilidade gerada pelo aumento do valor de Re promove a formação de vórtices ao longo do escoamento, cuja descrição é dada pelos campos da vorticidade. Portanto, estes campos também são tomados como objeto de comparação dos resultados deste trabalho com os resultados da literatura [9], como pode ser analisado na Figura 7.

Pode-se notar, na comparação dos campos da vorticidade, a caracterização de um escoamento mais oscilatório para maiores valores do número de Reynolds. Também, pode-se observar em ambos os resultados que os valores máximos e mínimos da vorticidade se dão nos pontos de inflexão e de mudanças de direção do escoamento, cuja posição desses pontos nas mesmas localizações em ambos os resultados corrobora o bom acordo deste trabalho com os resultados da literatura.

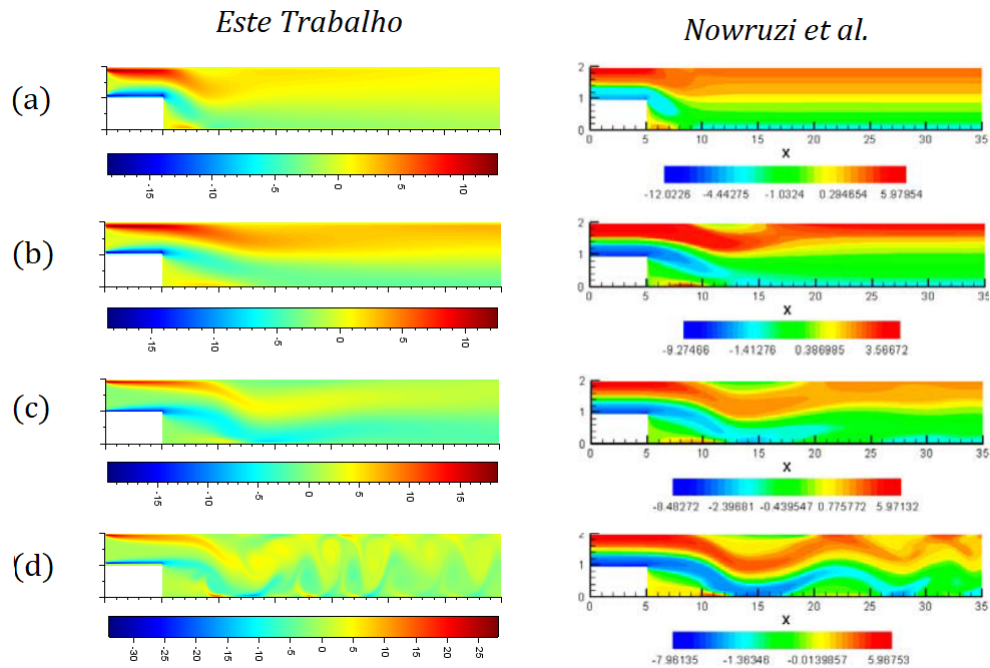


Figura 7: Campos da vorticidade ω . (a) $Re = 100$, (b) $Re = 300$, (c) $Re = 500$ e (d) $Re = 800$.

5 Conclusão

O modelo matemático-computacional adotado neste trabalho mostrou razoável concordância com resultados da literatura, por meio da comparação do comprimento da zona de recirculação, dos campos das componentes da velocidade e dos campos da vorticidade. Portanto, o método desenvolvido aqui mostrou-se uma ferramenta eficiente para investigar as propriedades de escoamentos incompressíveis em dutos com ressalto.

Assim, a solução numérica desenvolvida neste trabalho pode servir de auxílio para investigar, por exemplo, a mistura em processos de combustão, a velocidade em transporte por dutos e os efeitos da transferência de calor em trocadores de calor, que ocorre com mais eficiência na região da zona de recirculação.

Referências

- [1] M. Besanjideh, M. Hajabdollahi e S. A. G. Nassab. “CFD Based Analysis of Laminar Forced Convection of Nanofluid Separated Flow Under the Presence of Magnetic Field”. Em: **Journal of Mechanics** 32.6 (2016), pp. 777–785. DOI: 10.1017/jmech.2016.54.
- [2] L. Chen et al. “A review of backward-facing step (BFS) flow mechanisms, heat transfer and control”. Em: **Thermal Science and Engineering Progress** 6 (2018), pp. 194–216. DOI: 10.1016/j.tsep.2018.04.004.
- [3] A. L. De Bortoli. **Introdução à Dinâmica de Fluidos Computacional**. Ed. Universidade/UFRGS, 2000. ISBN: 978-8570255457.

- [4] S. Dhinakaran et al. “Steady flow of power-law fluids in a 1:3 planar sudden expansion”. Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 198 (2013), pp. 48–58. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2013.01.006.
- [5] E. Erturk. “Numerical solutions of 2-D steady incompressible flow over a backward-facing step, Part I: High Reynolds number solutions”. Em: **Computers & Fluids** 37.6 (2008), pp. 633–655. DOI: 10.1016/j.compfluid.2007.09.003.
- [6] M. A. Hossain, M. D. T. Rahman e S. Ridwan. “Numerical Investigation of Fluid Flow Through A 2D Backward Facing Step Channel”. Em: **International Journal of Engineering Research & Technology** 2.10 (2013), pp. 3700–3708. ISSN: 2278-0181.
- [7] E. Montazer et al. “A brief review study of flow phenomena over a backward-facing step and its optimization”. Em: **Renewable and Sustainable Energy Reviews** 82 (2018), pp. 994–1005. ISSN: 1364-0321.
- [8] H. Nong, M. R. Hajizadeh e H. Babazadeh. “Numerical modeling of paraffin melting expedition with considering nanoparticles through wavy duct”. Em: **Journal of Molecular Liquids** 305 (2020), p. 112807. DOI: 10.1016/j.molliq.2020.112807.
- [9] H. Nowruzi, S. S. Nourazar e H. Ghassemi. “On the Instability of Two Dimensional Backward-Facing Step Flow using Energy Gradient Method.” Em: **Journal of Applied Fluid Mechanics** 11.1 (2018), pp. 241–256. DOI: 10.29252/jafm.11.01.28235.
- [10] H. Zambrano et al. “Heavy Oil Slurry Transportation Through Horizontal Pipelines: experiments and CFD simulations”. Em: **International Journal of Multiphase Flow** 91 (2017), pp. 130–141. ISSN: 0301-9322.