

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MATHEUS WASKIEWICZ LOHSE

**CONTROLE PARA SEGUIMENTO DE
TRAJETÓRIAS DE LISSAJOUS EM
MICROSCÓPIOS DE VARREDURA
COM SENSORES QUANTIZADOS**

Porto Alegre
2023

MATHEUS WASKIEWICZ LOHSE

**CONTROLE PARA SEGUIMENTO DE
TRAJETÓRIAS DE LISSAJOUS EM
MICROSCÓPIOS DE VARREDURA
COM SENSORES QUANTIZADOS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. Aurélio T. Salton

COORIENTADOR: Prof. Dr. Rafael da Silveira Castro

Porto Alegre
2023

MATHEUS WASKIEWICZ LOHSE

**CONTROLE PARA SEGUIMENTO DE
TRAJETÓRIAS DE LISSAJOUS EM
MICROSCÓPIOS DE VARREDURA
COM SENSORES QUANTIZADOS**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____
Prof. Dr. Aurélio T. Salton,
Doutor pela University of Newcastle - New South Wales, Australia

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Daniel Ferreira Coutinho, PPGEAS - UFSC
Doutor pela UFSC – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores, PPGEE - UFRGS
UFRGS – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Diego Eckhard, PPGEE - UFRGS
UFRGS – Porto Alegre, Brasil

Coordenador do PPGEE: _____
Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores

Porto Alegre, agosto de 2023.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Neusa e Cláudio, pelo apoio e incentivo a sempre continuar estudando e buscando novos desafios. À minha namorada, Cibele, pelo apoio emocional e auxílio na revisão desse texto.

Devo também agradecer aos colegas que me auxiliaram ao longo do curso, com dicas, sugestões, discussões tanto nas cadeiras em que fomos colegas quanto nesta dissertação.

Gostaria também de agradecer aos meu orientador Prof. Aurélio pelo auxílio ao longo do curso, pelo ensino e a possibilidade de fazer esse curso. Além disso, ao meu coorientador Prof. Rafael, por me apresentar o meu ramo favorito de controle, controle avançado, além de me orientar pela segunda vez e me possibilitar realizar esse mestrado. Por fim, aos meus mestres e professores, sem os quais não teria o conhecimento e resiliência para concluir este curso.

RESUMO

Essa dissertação estuda, através de simulações, o controle de um Microscópio de Força Atômica (AFM) com a sua realimentação quantizada. Ele é tradicionalmente equipado com sensores piezoelétricos de pressão; no entanto, no presente estudo, propõe-se a aplicação de *encoders* para expandir sua área de atuação, gerando o efeito de quantização na realimentação. Para superar esse desafio, é apresentado um método de controle fundamentado no Princípio do Modelo Interno, o qual fornece garantias teóricas do seguimento de um sinal previamente estipulado. Para garantia da estabilidade, é proposta a utilização do conceito de passividade. Dentre os apresentados, optou-se por utilizar o método Lissajous, visto que devido à sua característica recursiva, adequa-se ao seguimento de trajetórias para sensores quantizados. Também é feita a análise de alguns modelos matemáticos de AFM presentes na literatura e seus respectivos controladores. Baseado neles, são apresentados três exemplos numéricos, sendo o primeiro puramente teórico, o segundo uma simplificação de um sistema real e o terceiro uma planta identificada. Esse último é analisado mais aprofundadamente, com a comparação da resposta obtida entre o sistema com e sem o efeito dessa não linearidade.

Palavras-chave: Microscópio de Força Atômica (AFM), Quantização, Controle Resonante, Sistemas Não Lineares.

ABSTRACT

This dissertation studies, through simulations, the control of an Atomic Force Microscope (AFM) with its quantized feedback. It is traditionally equipped with piezoelectric pressure sensors; however, in the present study, the application of encoders is proposed to expand its range, generating the quantization effect in the feedback. To overcome this challenge, a control method based on the Internal Model Principle is presented, which provides theoretical guarantees of following a previously stipulated signal. To guarantee stability, the use of the concept of passivity is proposed. Among those presented, we chose to use the Lissajous method, since due to its recursive characteristic, it is suitable for following trajectories for quantized sensors. An analysis is also made of some AFM mathematical models present in the literature and their respective controllers. Based on them, three numerical examples are presented, the first being purely theoretical, the second a simplification of a real system and the third an identified plant. This last is analyzed in more depth, with the comparison of the response obtained between the system with and without the effect of this nonlinearity.

Keywords: Atomic Force Microscope (AFM), Quantization, Resonant Control, Non-linear System.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Malha fechada que ilustra a tentativa de seguir uma referência com a realimentação quantizada.	14
2	Efeito da quantização.	15
3	Seguimento de referência robusto e rejeição a distúrbios.	16
4	Comparação de diagramas de Bode.	19
5	Comparação de gráficos $u \times y$ de não linearidades.	21
6	Malha fechada quantizada.	22
7	A adição artificial da quantização da referência permite que $\tilde{e} = q(r) - q(y) = 0$ quando $e = r - y = 0$	22
8	Exemplo numérico de sinais passíveis de seguimento.	27
9	Diagrama de Bode de uma $H(s)$ (69) passiva.	30
10	Simulação com $t_{max} = 35s$	33
11	Padrões <i>raster</i>	35
12	Comparação entre métodos <i>raster</i> , mesmo sinal em um dos eixos e diferentes no outro.	36
13	Composição da onda é feita a partir da soma dos efeitos das harmônicas da legenda.	36
14	Comparação entre métodos não <i>raster</i> do tipo senoidal, mesmo sinal em um dos eixos, com diferentes no outro.	38
15	Método não <i>raster</i> espiral.	39
16	Método não <i>raster</i> cicloides.	40
17	Padrões de Lissajous.	42
18	Padrões obtidos nos métodos espiral, cicloides e Lissajous com maiores frequências de escaneamento.	44
19	Malha fechada em cascata utilizada em (MAHMOOD; MOHEIMANI; BHIKKAJI, 2011). Em verde consta a malha fechada interna, responsável por controlar o efeito do <i>damping</i> ; a externa, em cinza, refere-se ao seguimento da referência $R(s)$	46
20	Ensaio comparativos entre o método CAV (a-f) e CLV (g-i).	47
21	Malha fechada em cascata utilizada em (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014). Em verde consta a malha fechada interna, responsável por controlar o efeito do <i>damping</i> ; a externa, em cinza, refere-se ao seguimento da referência $R(s)$	47
22	Malha fechada do sistema a ser controlado.	50
23	Resultado do ensaio do sistema ideal.	52
24	Padrão formado pelo sistema ideal. As linhas tracejadas vermelhas representam as mudanças da quantização.	53

25	Diagrama de Bode do sistema simplificado $H_2(s) = C_{2,x}(s)G_2(s)$. . .	55
26	Resultado do ensaio do sistema simplificado.	56
27	Padrão formado pelo sistema simplificado. As linhas tracejadas vermelhas representam as mudanças da quantização.	57
28	Malha de controle de um eixo do sistema real. Em verde consta a malha fechada interna, responsável por controlar o efeito do <i>damping</i> , definida aqui como a planta $G_3(s)$; em cinza a externa, que se refere ao seguimento da referência $R(s)$	58
29	Diagrama de Bode do sistema real $G_3(s)$	59
30	Diagrama de Bode para cada eixo.	60
31	Resultado do ensaio com $f_{1,x} = 1,5$ kHz.	61
32	Padrão formado com $f_{1,x} = 1,5$ kHz e $f_{1,y} = 1,465$ kHz.	62
33	Comparação do sistema com $f_{1,x} = 1,5$ kHz – em azul com quantização, e em verde sem quantização.	63
34	Diagrama de Bode para cada eixo.	64
35	Resultado do ensaio com $f_{2,x} = 15$ kHz.	65
36	Padrão formado com $f_{2,x} = 15$ kHz.	66
37	Comparação do sistema com $f_{2,x} = 15$ kHz – em azul com quantização, e em verde sem quantização.	67
38	Interpretação gráfica da função de Lipschitz.	76

LISTA DE TABELAS

1	Constantes utilizadas durante as simulações.	25
2	Resultado das simulações.	25
3	Exemplos numéricos	42
4	Comparativo entre os métodos espiral e cicloides com maiores frequências de escaneamento.	42
5	Método de Lissajous com maiores frequências de escaneamento.	43
6	Comparação dos resultados obtidos com $f_{x,Lis}$ diferentes com a planta real.	59
7	Polos e zeros adicionais nos controladores (100) e (101).	64

SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIATURAS	10
1 INTRODUÇÃO	11
2 REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 Quantização	14
2.2 Princípio do Modelo Interno	16
2.3 Passividade	18
2.4 Não linearidade	20
2.5 Garantias formais de seguimento	21
2.5.1 Lema da Referência	22
2.5.2 Seguimento assintótico na presença de quantização	26
2.6 Aplicação no caso ideal	31
2.6.1 Exemplo numérico	31
3 MICROSCÓPIO DE FORÇA ATÔMICA	34
3.1 Métodos de varredura	34
3.1.1 <i>Raster</i>	35
3.1.2 <i>Não raster</i>	35
3.1.3 Comparação entre os métodos	42
3.2 Modelagem do sistema	45
3.3 Controle do sistema	45
4 SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIAS DA TRAJETÓRIA DE LISSAJOUS COM SENSORES QUANTIZADOS	49
4.1 Sistema ideal	49
4.2 Sistema simplificado	54
4.3 Sistema real	58
4.3.1 $f_{1,x} = 1,5$ kHz	59
4.3.2 $f_{2,x} = 15$ kHz	64
4.4 Considerações finais	68
5 CONCLUSÃO	69
REFERÊNCIAS	71
APÊNDICE A CONCEITOS NECESSÁRIOS	75
A.1 Estabilidade	75
A.2 Lipschitz	76

LISTA DE ABREVIATURAS

AFM	Microscópio de Força Atômica
CAV	Velocidade Angular Constante (<i>Constant Angular Velocity</i>)
CLV	Velocidade Linear Constante (<i>Constant Linear Velocity</i>)
MPC	Controle preditivo baseado em modelo
PMI	Princípio do Modelo Interno
PPGEE	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
PSPD	Diodo Fotossensível de Posição
STM	Microscópio de Escaneamento por Tunelamento

1 INTRODUÇÃO

O Microscópio de Força Atômica (AFM), tecnologia relativamente antiga, foi proposto em 1986 por G. Binnig, C. F. Quate e Ch. Gerber (BINNIG; QUATE; GERBER, 1986). Como Gerd Binnig havia inventado o Microscópio de Corrente de Tunelamento (STM) no ano de 1982 (BINNIG; ROHRER, 1983) – o qual lhe rendeu o prêmio Nobel de Física em 1986 (BINNIG; ROHRER, 1987) –, a fim de aumentar a aplicabilidade do STM, tentaria solucionar a principal limitação: somente escanear materiais condutores. Durante uma viagem a Califórnia no ano de 1985, Gerd Binnig, Calvin Quate e Christoph Gerber (RUGAR; HANSMA, 1990) revolucionam as medições em nanoescala com a criação a criação de um microscópio de varredura capaz de obter precisão atômica para qualquer tipo de material. Criado há mais de duas décadas, é ainda utilizado por sua ótima relação custo-benefício; entre as principais aplicações que o diferenciam de seu antecessor, a análise de superfícies biológicas (HANSMA; HOH, 1994; KRIEG et al., 2019; COLLINS et al., 2019).

Inicialmente, o foco da academia no estudo do AFM se encontrava em duas principais linhas. A primeira estava vinculada ao estudo de melhorias no processo de aquisição de dados, como melhorar o controle da altura do microcantiléver conforme (SCHITTER et al., 2007). A segunda são os métodos de varreduras, entre os mais recentes, destacam-se Lissajous (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014), espiral (MAHMOOD; MOHEIMANI, 2009; MAHMOOD; MOHEIMANI; BHIKKAJI, 2011) e cicloides (YONG; MOHEIMANI; PETERSEN, 2010). Em (DAS et al., 2019), comparam-se os antigos métodos, como o de ondas triangulares, com os novos métodos.

Uma vez que as metodologias de varreduras já foram intensamente pesquisadas na última década, os trabalhos e estudos mais recentes optam por propor metodologias auxiliares para melhorar a resolução e o tratamento da imagem. Em (KIM; LIM; KIM, 2022), os autores descrevem que gerar imagens de alta resolução no AFM pode ser dispendioso e muito demorado; por conta disso, propõem o uso de *Deep-Learning* para, a partir de uma imagem de baixa resolução obtida com o AFM, transformá-la em uma de super-resolução, utilizada para medir diversas propriedades mecânicas. Em (BELLOTTI; PICOTTO; RIBOTTA, 2022), os autores demonstram como diferentes formatos da ponteira influenciam

na leitura de partículas

Para determinar o posicionamento adequado do microcantiléver e garantir o seguimento preciso da referência desejada, a maioria dos AFMs emprega sensores baseados na tecnologia piezoelétrica, conforme mencionado em (SCHITTER et al., 2007; YONG; APHALE; MOHEIMANI, 2009). Esses sensores se baseiam no efeito piezoelétrico, descrito sucintamente em (KATZIR, 2006). Foi observado que certos cristais, quando submetidos a pequenas variações de pressão, geram corrente elétrica, tornando-se adequados para uso como sensores de posicionamento. No entanto, como o funcionamento dos sensores piezoelétricos baseia-se na sensibilidade à pressão, sua aplicação em larga escala é limitada, uma vez que seu alcance efetivo é restrito.

Em (SIROHI; CHOPRA, 2000), é estudado o comportamento de piezo cerâmicos e piezo filmes, ambos funcionam diretamente em função do efeito piezoelétrico. Esse tipo de dispositivo pode ser utilizado tanto como sensores, quanto como atuadores. Quando comparados a outros sensores analógicos similares, apresentam menor sensibilidade ao ruído; apesar disso, sua aplicação é limitada devido ao seu curto intervalo de efetividade. Não se recomenda sua aplicação em situações em que o nível de estresse supera 150 *microstrain*, visto que acaba gerando não linearidades no seu comportamento.

O problema da quantização, ponto-chave deste trabalho, é estudado também há muitos anos – de (SLAUGHTER, 1964), que discute sobre o efeito e comportamento da quantização em sistemas discretos, até a trabalhos mais recentes (GAO; CHEN, 2008), que estudam a quantização em sistemas com entradas simples ou múltiplas, além de sua estabilidade e desempenho H_∞ . Ao analisar o efeito da quantização na malha de controle, percebe-se que existem tanto estudos analisando sua localização, como na entrada em (LI; YANG, 2016), em que é analisado o efeito da quantização na entrada de sistemas utilizando o controlador adaptativo tolerante a falhas e distúrbios variáveis no tempo. Quanto aos estudos que analisam o tipo de quantização, em (XING et al., 2016) são analisados brevemente três tipos de quantizadores: o logarítmico, o de histerese e o uniforme. A seguir, é proposto um novo tipo de quantizador com as vantagens do logarítmico e do uniforme; esse novo quantizador, por sua vez, é aplicado na entrada do sistema. Entre os quantizadores citados anteriormente, o uniforme é o mais simples e surge principalmente em sensores digitais; o de histerese, conforme descrito em (ZHOU; ZHOU, 2019), auxilia no efeito do *chattering*; o logarítmico não surge de maneira natural, utilizado na área da tecnologia da informação com sistemas neurais, conforme em (CAI; TAKEMOTO; NAKAJO, 2018), e com compressão de arquivos conforme (KALANTARI; AHADI, 2010). Além disso, existem os sistemas em que a não linearidade se encontra na realimentação – por exemplo, em (SONG; CHANG, 2020), é proposta uma nova estrutura de quantizador, dessa vez usando um sistema de controle em rede (*networked control system*). Não obstante, o estudo dessa não linearidade em sistemas AFM utilizando os métodos de varreduras do estado da arte ainda pode ser explorado em outros campos, sendo esse o

objetivo principal desta dissertação.

O Princípio do Modelo Interno, teoria proposta em 1976 (FRANCIS; WONHAM, 1976) para sistemas lineares, estabelece uma metodologia para que se siga a referência desejada. Apesar de ter sido criada em 1976, essa teoria ainda é bastante aplicada numa grande gama de controladores, como aparece em (PATHIRAN, 2019). Essa teoria será aplicada em conjunto com a da passividade para garantir tanto a estabilidade do sistema quanto o correto seguimento da referência desejada na presença sensores quantizados.

Ao analisar sistemas de controle sujeitos a não linearidades, percebe-se que há diversas maneiras para atestar sobre sua estabilidade em malha fechada, e sobre as condições em que essa característica é válida. Conforme mostrado em (KHALIL, 2002), se forem passivos o controlador e a planta, é possível afirmar que é estável o sistema de controle em malha fechada. No entanto, essa não é a única maneira de verificar estabilidade, visto que muitos sistemas reais não são passivos, ou necessitam de controladores não passivos para obter o comportamento desejado.

Em síntese, o sistema utilizado já é conhecido, tendo protótipos prontos a serem adquiridos. No entanto, todos eles se baseiam no uso de atuadores piezoelétricos com sensores, ou com a mesma tecnologia, ou ainda capacitivos – ambos dispõem de limitado intervalo físico de efetividade. Todavia, ao substituir os atuadores e sensores clássicos por motores e *encoders*, chega-se a um problema de quantização, ilustrado na figura 1. Além do surgimento dessa não linearidade, ainda existem os diferentes métodos de varreduras, os quais são determinantes para a precisão e velocidade da imagem final obtida.

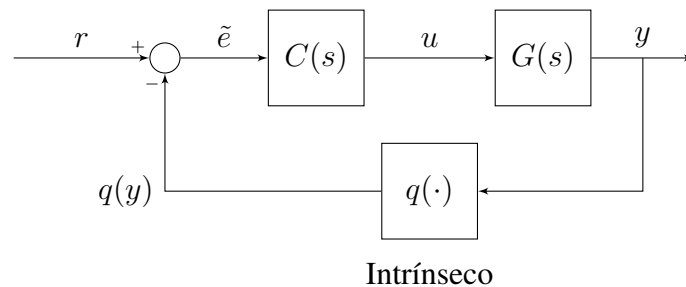
Aplicando os conceitos do Princípio do Modelo Interno aliados com os da passividade para assegurar a estabilidade, serão demonstradas estratégias para o controle de um microscópio de varredura quantizado com o uso da metodologia de Lissajous. Além disso, o trabalho aqui desenvolvido será aplicado em três exemplos: o primeiro é teórico, para demonstrar o conceito recém-apresentado; o segundo representa uma simplificação do modelo real; e o terceiro consiste em um modelo, que descreve um microscópio de força atômica real, para provar a efetividade da metodologia aqui proposta.

Esta dissertação se organiza em quatro capítulos. No capítulo 2, serão apresentados o referencial teórico, com a definição formal de quantização, Princípio do Modelo Interno, passividade, seguido da reflexão sobre como garantir que o sistema irá seguir o sinal desejado, além de ser estável, apesar da quantização. No capítulo 3, serão apresentados o princípio de funcionamento do AFM, possíveis metodologias de controle, diferentes métodos de varredura e como ele é modelado na literatura. No capítulo 4, serão apresentados as simulações feitas bem como seus resultados para o método de Lissajous. As conclusões serão dispostas no capítulo 5, além de sugestões para futuros trabalhos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta o referencial teórico e os conceitos associados às análises desenvolvidas. Na Seção 2.1, é apresentado o conceito de quantização, na Seção 2.2 o conceito do Princípio do Modelo Interno, e na Seção 2.3 o de passividade. Na Seção 2.4 os conceitos até aqui apresentados serão correlacionados. Na Seção 2.5, define-se qual a referência a ser seguida pelo Lema da Referência, e qual a estratégia de controle a ser aplicada. Na Seção 2.6, essa teoria será ilustrada em um modelo mais simples.

Figura 1: Malha fechada que ilustra a tentativa de seguir uma referência com a realimentação quantizada.

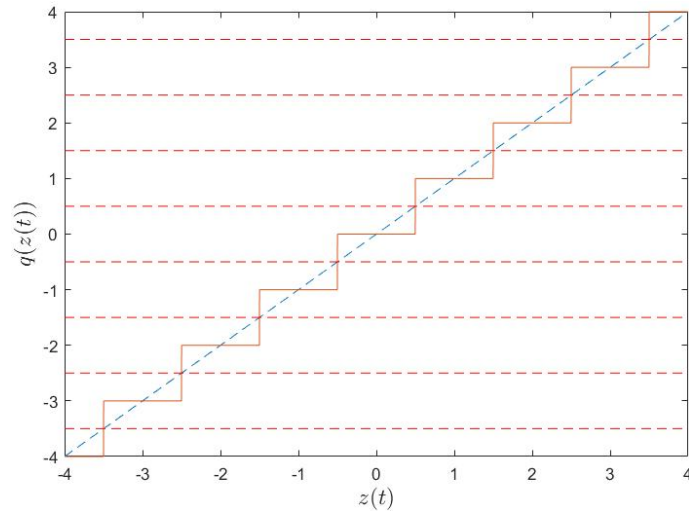


Fonte: O autor.

2.1 Quantização

A quantização é um tipo de não linearidade inerente a muitos sistemas, principalmente os discretos. No entanto, diferente de outras não linearidades, pode ser utilizada para melhorar o desempenho ou robustez de um sistema. Nos que se utilizam de comunicação digital, como (LIANG et al., 2019), a quantização garante precisão suficiente com baixa frequência de transmissão. Além disso, conforme mostrado nos artigos (SUI; TONG, 2016; LIU et al., 2015; LIANG et al., 2019; ZHANG et al., 2020), existem diferentes formas de descrever a quantização. A função que irá descrevê-la varia conforme o tipo de processo físico objetivado, além da aplicação em questão. Em (ZHANG et al., 2020; SUI; TONG, 2016; LIU et al., 2015), por exemplo, os autores optaram por aplicar um quantiza-

Figura 2: Efeito da quantização.



Fonte: O autor.

dor com histerese (*hysteresis quantizer*) por reduzir o efeito de *chattering*. Neste estudo, no entanto, será utilizado o quantizador uniforme, que representa o comportamento clássico de um conversor analógico-digital. A definição aqui empregada é a mesma descrita em (LIBERZON, 2003; SLAUGHTER, 1964; SALTON et al., 2020).

$$q(z) := j\Delta, \forall z \in \mathcal{Q}_j \quad (1)$$

onde $q(\cdot)$ é definido como a função quantização, e z é a variável que está sendo quantizada. \mathcal{Q}_j é a região de quantização; para defini-la, é necessário do intervalo de quantização $\Delta \in \mathbb{R}^+$, além de $j \in \mathbb{Z}$. Portanto, é possível verificar que a função de quantização $q(\cdot)$ varia em função do intervalo de quantização Δ e de j , que é o inteiro responsável por definir em qual região de quantização o sinal pertence.

$$\mathcal{Q}_j := \{z \in \mathbb{R} | (j - 0,5)\Delta \leq z < (j + 0,5)\Delta\} \quad (2)$$

A figura 2 ilustra o efeito da quantização em um sinal linear, no qual z pode ser qualquer valor dentro \mathcal{Q}_j sem modificar o valor de $q(z)$. Consequentemente, é possível definir o erro de quantização como $\epsilon_q := q(z) - z$, o qual satisfaz

$$|\epsilon_q| \leq \Delta/2. \quad (3)$$

Analisando a figura 2 e considerando que $y = q(z)$, como o valor atual da saída y em \mathcal{Q}_j é desconhecido, é claramente impossível seguir referências constantes dentro de \mathcal{Q}_j , ou ainda as referências que permanecem dentro da mesma região quantização. Em vez disso, limita-se o escopo a sinais que permitam determinar $y(t)$ a partir de $q(y(t))$, sendo eles os sinais contínuos no tempo que persistentemente cruzem de \mathcal{Q}_j para \mathcal{Q}_i , conforme será mostrado no Lema da Referência.

Isso leva à conclusão de que é possível seguir referências $r(t)$ que persistentemente cruzem as regiões de quantização. A figura 1 ilustra um sistema com a realimentação sob o efeito dessa não linearidade devido ao efeito de um sensor digital. Nesse caso, o sinal resultante da soma também seria afetado pela quantização. Portanto, conforme foi mencionado na introdução e e amparado nas análises desenvolvidas nesta secção, é possível que $\tilde{e} = r - q(y) \neq 0$, visto que $y = q(y)$ somente nos pontos onde há troca de região de quantização. A seguir, para clarear essas questões, é preciso analisar algumas questões que tornam tal tese possível.

2.2 Princípio do Modelo Interno

O Princípio do Modelo Interno, teoria descrita em 1976 (FRANCIS; WONHAM, 1976) para sistemas lineares, estabelece que, para seguir uma referência $R(s)$ e rejeitar um distúrbio $W(s)$, é necessário que, além de o sistema em malha fechada ser estável, contenha os modos de $R(s)$ e de $W(s)$ no controlador ou na planta. Tal conceito será descrito formalmente na presente seção. Conforme definido em (CHEN, 1999), o PMI pode ser definido tomando como base as seguintes funções de transferência, cada uma composta pela divisão de dois polinômios de s ,

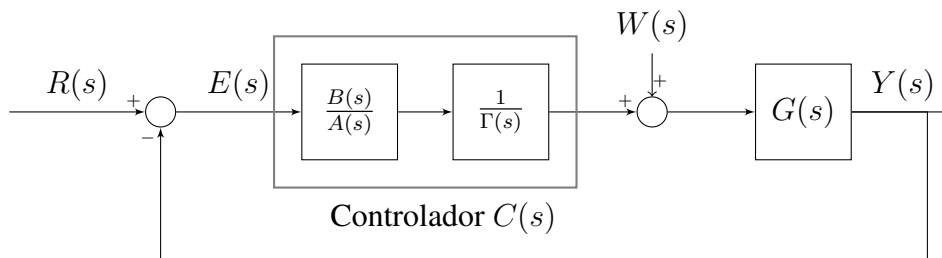
$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (4)$$

$$R(s) = \frac{N_r(s)}{D_r(s)} \quad (5)$$

$$W(s) = \frac{N_w(s)}{D_w(s)} \quad (6)$$

onde $G(s)$ define a planta, $R(s)$ a referência a ser seguida e $W(s)$ o distúrbio a ser rejeitado. Além disso, os dois últimos sinais podem ser escritos no tempo como $r(t)$ e $w(t)$, respectivamente.

Figura 3: Seguimento de referência robusto e rejeição a distúrbios.



Fonte: O autor.

Teorema 1. Considerando o sistema descrito pela figura 3, onde $E(s)$ é o sinal de erro e $Y(s)$ a saída, com uma planta cuja função de transferência é descrita por (4). Além

disso, (5) e (6) descrevem respectivamente a referência e o distúrbio, sendo $\Gamma(s)$ o mínimo denominador comum dos polos instáveis e marginalmente estáveis de $R(s)$ e $W(s)$. Assumindo que nenhuma raiz de $\Gamma(s)$ coincide com as raízes de $B(s)$, então existe um controlador,

$$C(s) = \frac{B(s)}{A(s)\Gamma(s)}$$

da figura 3, que fará o sistema seguir a referência $r(t)$ e rejeitar $w(t)$, ambos de maneira assintótica.

Prova. Se nenhuma raiz de $\Gamma(s)$ é um zero de $G(s)$, então $D(s)\Gamma(s)$ e $N(s)$ são primos entre si. Portanto, existe um controlador $B(s)/A(s)$, tal que o polinômio $F(s)$ é dado por

$$A(s)D(s)\Gamma(s) + B(s)N(s) = F(s), \quad (7)$$

o qual possui quaisquer raízes desejadas que podem ser projetadas a priori¹. Logo, será mostrado que o controlador

$$C(s) = \frac{B(s)}{A(s)\Gamma(s)}, \quad (8)$$

conforme mostrado na figura 3, irá atingir o objetivo proposto. Para isso, deve ser computada a seguinte função de transferência de $W(s)$ para $Y(s)$

$$G_{YW}(s) = \frac{\frac{N(s)}{D(s)}}{1 + \frac{B(s)}{A(s)\Gamma(s)} \frac{N(s)}{D(s)}} \quad (9)$$

$$= \frac{N(s)A(s)\Gamma(s)D(s)}{D(s)A(s)\Gamma(s)D(s) + B(s)N(s)D(s)} \quad (10)$$

$$= \frac{N(s)A(s)\Gamma(s)}{A(s)\Gamma(s)D(s) + B(s)N(s)} = \frac{N(s)A(s)\Gamma(s)}{F(s)}. \quad (11)$$

Portanto, a saída ao ser excitada pelo distúrbio é

$$Y_W(s) = G_{YW}(s)W(s) = \frac{N(s)A(s)\Gamma(s)}{F(s)} \frac{N_W(s)}{D_W(s)}. \quad (12)$$

Como todos os polos instáveis de $D_W(s)$ são cancelados por $\Gamma(s)$, todos os polos de $Y_W(s)$ possuem parte real negativa e, portanto, $y_w(t) \rightarrow 0$ conforme $t \rightarrow \infty$. Em outras palavras, a resposta obtida, ao excitar o sistema com $w(t)$, é assintoticamente suprimida na saída.

Também é possível mostrar a mesma relação para a saída ao ser excitada pela entrada $R(s)$, conforme

$$Y_R(s) = G_{YR}(s)R(s) = \frac{B(s)N(s)}{F(s)} \frac{N_R(s)}{D_R(s)}. \quad (13)$$

¹Vale ressaltar que as raízes de $F(s)$ sempre estarão no semiplano esquerdo, a fim de garantir a estabilidade do sistema em malha fechada; tal conceito é mais bem explicado em A.1.

Dessa maneira, é possível definir o erro como

$$\begin{aligned} E(s) &:= R(s) - Y_R(s) = (1 - G_{YR}(s))R(s) \\ &= \frac{A(s)D(s)\Gamma(s)}{F(s)} \frac{N_R(s)}{D_R(s)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Novamente, todas as raízes instáveis de $D_R(s)$ são canceladas por $\Gamma(s)$ em (14). Em vista disso, conclui-se que $r(t) - y_r(t) \rightarrow 0$ conforme $t \rightarrow \infty$. Devido à propriedade da linearidade, $y(t) = y_r(t) + y_w(t)$. Da conjugação dessas propriedades, resulta que a saída tende assintoticamente para a referência $r(t) - y(t) \rightarrow 0$ conforme $t \rightarrow \infty$.

Portanto, percebe-se, ao analisar a prova, que é essencial conhecer os polos instáveis das referências e perturbações. Porém não há necessidade de saber com precisão os polos estáveis desses sinais, visto que o seu desconhecimento não impediria a convergência do sistema; só modificaria em quanto tempo ela se dará. \square

Nesta seção, foi estudado como garantir o correto seguimento da referência por meio de adição do modelo da referência e das perturbações dentro do $H(s) = C(s)G(s)$. Vale destacar que esse resultado assume que todos os elementos do sistema de controle são lineares. No entanto, a teoria da passividade será utilizada para estender essa ideia ao caso de sistemas sujeitos à quantização na saída medida.

2.3 Passividade

Anteriormente, considerou-se que uma das diversas maneiras de atestar sobre a estabilidade de um sistema seria mostrar que tanto o controlador quanto a planta são passivos. A definição de passividade em (KHALIL, 2002) é introduzida para um sistema não linear descrito na forma

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (15)$$

$$y = h(x, u), \quad (16)$$

onde $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \Rightarrow \mathbb{R}^n$ é localmente Lipschitz, conceito explicado no anexo A.2, e $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \Rightarrow \mathbb{R}^p$ é contínuo e com $f(0,0) = 0$ e $h(0,0) = 0$, supondo que o sistema tem o mesmo número de entradas e saídas, e que é possível escrever a seguinte definição.

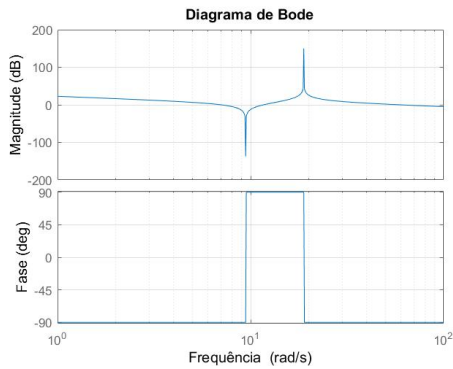
Definição 1. *O sistema (15) e (16) é dito passivo, se existir uma função semidefinida positiva continuamente diferenciável $V(x)$ (chamada de função de armazenamento) tal que*

$$u^T y \geq \dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x, u), \quad \forall (x, u) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p. \quad (17)$$

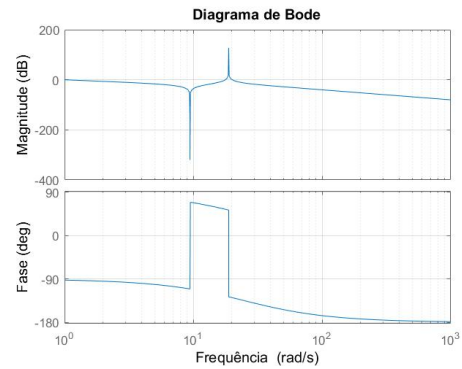
A função de armazenamento $V(x)$ não necessariamente tem significado físico, podendo ser escolhida de maneira arbitrária. Uma boa escolha pode facilitar a análise de

Figura 4: Comparação de diagramas de Bode.

(a) $\angle G(s) \in [-90 \ 90]$, logo o sistema é Positivo Real.



(b) $\angle G(s) \notin [-90 \ 90]$, logo não é possível afirmar que é Positivo Real.



Fonte: O autor.

certas propriedades; nesse caso, para atestar sobre a passividade, necessita ser semidefinida positiva, continuamente diferenciável e sempre menor que a multiplicação entre o sinal de controle e a saída. Uma vez enunciado o que é necessário para que um sistema seja passivo, será definido como é possível caracterizar um sistema como positivo real.

Definição 2. Uma matriz de funções de transferências $G(s)$ de dimensão $p \times p$ é chamada positiva real se

- os polos de todos os elementos da $G(s)$ possuem a componente real menor que 0, ou seja, estão em $\mathbb{R}[s] < 0$,
- para todo ω real, para qual $j\omega$ não é um polo de $G(s)$, a matriz $G(j\omega) + G^T(-j\omega)$ é semidefinida positiva, e
- qualquer polo puramente imaginário $j\omega$ de qualquer elemento $G(s)$ é um polo simples e um resíduo da matriz $\lim_{s \rightarrow j\omega} (s - j\omega)G(s)$ é semidefinida positiva Hermitana².

Com base nessa definição, conclui-se que, se a parte real de uma função de transferência for positiva, ou seja, se sua $\angle G(s) \in [-90 \ 90]$, é possível denominá-la como positiva real. Dentre as várias opções disponíveis, nesse trabalho optou-se por verificar a fase de um sistema através do diagrama de Bode; na figura 4, vê-se um sistema positivo real. Interessa observar que, a partir do Lema da Positividade Real, retirado de (KHALIL, 2002), também será possível relacionar positividade real e passividade.

²Matriz Hermitana é uma matriz de coeficiente complexos $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, em que $A^H = \bar{A}^T$. Ou seja, ela é igual à sua transposta conjugada. Além disso, outra importante propriedade é que sua diagonal é sempre real.

Lema 2 (Lema da Positividade Real). *Supondo que $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ uma matriz de funções de transferência $p \times p$ onde (A, B) é controlável e (A, C) é observável. Então $G(s)$ é positiva real se e somente se existirem matrizes $P = P^T > 0$, L e W tais que*

$$PA + A^T P = -L^T L \quad (18)$$

$$PB = C^T - L^T W \quad (19)$$

$$W^T W = D + D^T \quad (20)$$

O lema abaixo, retirado de (KHALIL, 2002), formaliza a conexão entre as duas definições acima, de que nesse caso positividade real e passividade são sinônimos, conforme

Lema 3. *A realização linear mínima invariante no tempo*

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (21)$$

$$y = Cx + Du \quad (22)$$

com $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ é passivo se $G(s)$ é positivo real.

2.4 Não linearidade

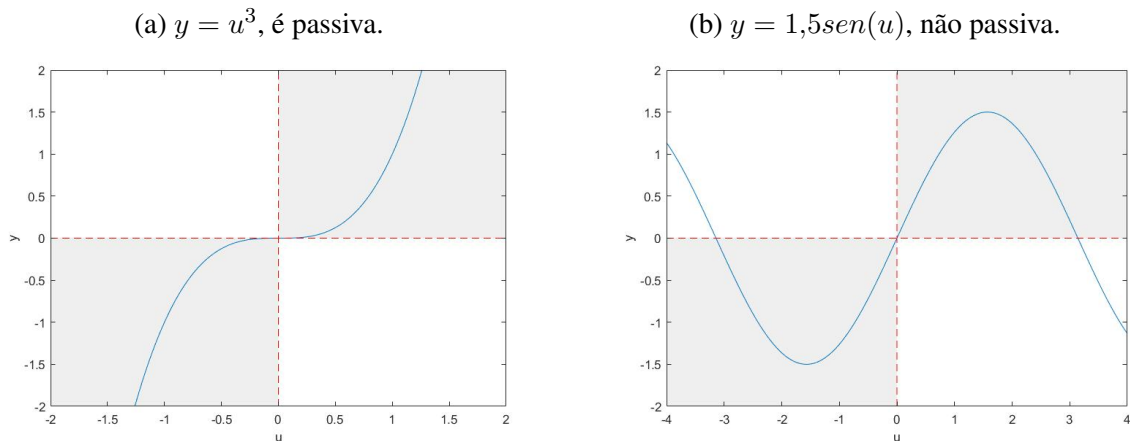
Não linearidades surgem em diversos sistemas atuais, principalmente naqueles que utilizam sensores digitais. Para desenvolver seu controlador, diversas metodologias são propostas, tanto metodologias criadas especificamente para sistemas não lineares quanto metodologias criadas inicialmente para sistemas lineares. Neste trabalho, será utilizado o segundo caso, ou seja, será utilizado o PMI. Já quando a teoria foi descrita em (FRANCIS; WONHAM, 1976), apresentava que seria possível aplicar tal metodologia para sistemas não lineares sob algumas condições. Ao longo dos anos, diversos artigos na literatura utilizaram tal princípio em sistemas não lineares, como (ZHANG; JIAO; ZHANG, 2022), em que o PMI foi aplicado, junto com outras técnicas de controle, em um sistema que objetiva o controle de uma plantadeira automática; ou ainda em (SALTON et al., 2020) em que o objetivo é muito similar ao que este trabalho se propõe: seguir uma referência sob o efeito de quantização na realimentação.

Ao se tratar de não linearidades, a relação entre a entrada u e a saída y é muito utilizada para a sua caracterização. Conforme é definido em (KHALIL, 2002),

Definição 3. *O sistema $y = h(t, u)$ é passivo se $u^T y \geq 0$.*

Pensando nisso, se o sistema for SISO (*Single Input Single Output*) como um resistor simples, traça-se um gráfico $u \times y$, conforme demonstra a figura 5. Caso a curva uy fique contida somente no primeiro e terceiro quadrante, tocando o zero somente na origem, caracteriza-se como passiva.

Figura 5: Comparação de gráficos $u \times y$ de não linearidades.



Fonte: O autor.

A partir do demonstrado, fica claro que a quantização, ilustrada na figura 2, é uma não linearidade passiva; logo, ao garantir que $C(s)G(s)$ também seja, a malha fechada será passiva, por conseguinte estável, conforme descrito em (KHALIL, 2002).

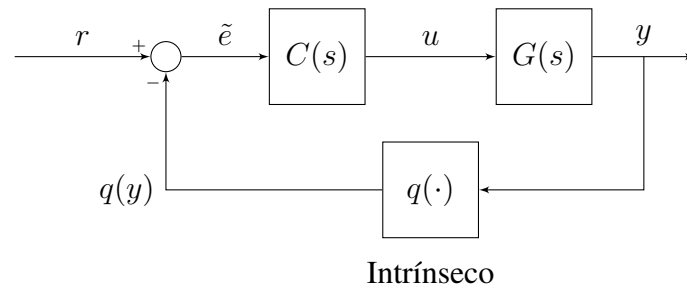
Uma vez apresentadas as teorias, essas serão aplicadas conjuntamente no sistema a ser controlado: o microscópio de varredura com quantização na realimentação. Para tanto, será inicialmente descrito o Lema da Referência, conforme apresentado em (SALTON et al., 2021), analisado sob quais condições ele é válido. Após, se propõe o controlador, aplicado em um exemplo ideal.

2.5 Garantias formais de seguimento

É sabido que existem diferentes formas de modelar o mesmo sistema, umas mais precisas que outras. Dependendo do formato final obtido, algumas características aparecem a partir do modelo obtido, como controlabilidade, observabilidade, entre outras. Essas características são sempre desejáveis em sistemas, e para algumas estratégias de controle até necessárias. Ao analisar sistemas eletromecânicos, diferentes modelos surgem de diferentes graus de complexidade e fidelidade com a realidade. Nesta dissertação, serão apresentados três modelos. O primeiro é o ideal. Nesse modelo, o atrito não será considerada; e, apesar de ser mais fácil de controlar, não representa com precisão o que ocorre na realidade. Sendo assim, foi selecionado um segundo modelo, que se aproxima mais da realidade; porém, devido à sua topologia, apresenta problemas que não estão presentes no primeiro modelo. O terceiro modelo é definido com base em ensaios em um sistema real.

Conforme mencionado anteriormente, em todos os casos serão considerados como sensores *encoders*, visto que permitem maior amplitude de trabalho, diferentemente do que ocorre em sensores normalmente utilizados em AFM, da tecnologia piezo. Tal escolha decorre na quantização, visto que o *encoder* é um sensor digital, diferente do piezo,

Figura 6: Malha fechada quantizada.



Fonte: O autor.

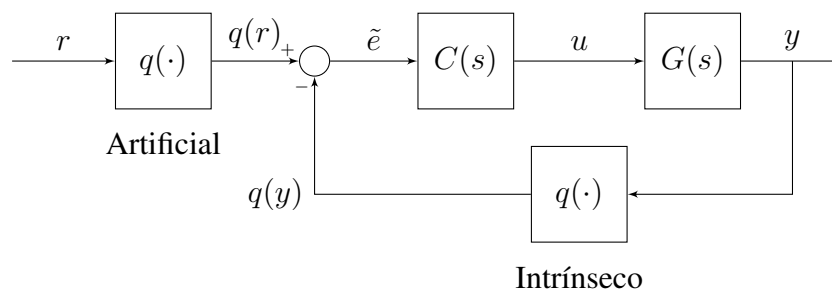
que é analógico. A malha gerada, apresentada na Seção 2.1, pode ser observada na figura 1, aqui repetida na figura 6, para facilitar o entendimento do leitor.

Na figura, é ilustrado o efeito quantizador gerado pelo *encoder* na malha de controle. Esse efeito faz com que o valor realimentado $q(y)$, ao ser comparado com o r , algumas vezes não possibilite o correto seguimento; logo, conforme será mostrado a seguir, para seguir assintoticamente o erro $e = r - y$, se fazem necessárias algumas adaptações na malha de controle, as quais possibilitarão o seguimento desejado, dadas as condições a seguir.

2.5.1 Lema da Referência

Objetivando atingir o seguimento do erro assintótico, ou seja, para fazer com que $e = r - y \rightarrow 0$ conforme $t \rightarrow \infty$, se faz imperativo adapta-lo na malha pois, durante a análise do sistema, nota-se que muitas vezes $r(t) - q(y(t)) \neq 0$, mesmo se $e(t) = 0$. Na figura 7, demonstra-se a modificação proposta, conforme feito em (SALTON et al., 2020, 2021); a essa modificação adicionou-se um quantizador artificial à referência, emulando o resultado obtido pelo *encoder*.

Figura 7: A adição artificial da quantização da referência permite que $\tilde{e} = q(r) - q(y) = 0$ quando $e = r - y = 0$



Fonte: O autor.

Conforme mostrado na Seção 2.2, para obter o seguimento assintótico da referência,

uma condição suficiente é que o sistema possua a dinâmica do sinal a ser seguido; no entanto, devido à quantização, é necessário fazer um ajuste no método, mantendo a sua essência. Para permitir que o PMI funcione como o desejado $H(s) := C(s)G(s)$, deve ser realimentado com $\tilde{e}(t) \equiv 0$ quando $e(t) \equiv 0$. Ou seja, apesar de o sistema ser estável, caso $\tilde{e}(t)$ nunca tenda a zero, o $e(t)$ também não tenderá. Utilizando a alteração proposta, no entanto, mostrada na figura 7, onde

$$\tilde{e}(t) := q(r(t)) - q(y(t)) \quad (23)$$

vê-se que é possível que $\tilde{e}(t) = 0$. Isso posto, ao seguir $q(r(t))$ em vez de $r(t)$, é ao menos possível que $\tilde{e}(t) \equiv 0$ quando $e(t) = 0$, o que efetivamente significa que o sistema pode ter $e(t) = 0$, tornando o sistema capaz de obter o comportamento de seguimento assintótico da referência.

Uma vez mostrado que, se o sinal de referência também for quantizado, é possível então segui-lo, se faz necessário construí-lo supondo que o erro tenderá a zero. Para tanto, é preciso levar em consideração a teoria apresentada no capítulo 2.1, da teoria da quantização, em que existem condições mínimas para o sinal ser considerado suficientemente informativo. Foram, assim, definidos a seguinte referência e o lema 4.

$$r(t) = a_0 + \sum_{i=1}^m (a_i \sin(\omega_i t) + b_i \cos(\omega_i t)) \quad (24)$$

Com $m \geq 1$, $\omega_i > 0$ para todo i , é impositivo que em qualquer caso $r(t)$ contenha ao menos uma senoide. Conforme descrito em (SALTON et al., 2021), dessa equação provém informação suficiente para permitir que o $r(t)$ seja recuperado a partir da $q(r(t))$, dessa forma oferecendo as condições para propor o seguinte lema:

Lema 4 (Lema da Referência). *Considere o sinal descrito em (24) no formato*

$$r(t) = \phi(t) \varrho$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \sin(\omega_1 t) & \cos(\omega_1 t) & \dots & \sin(\omega_m t) & \cos(\omega_m t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_m \end{bmatrix} \quad (25)$$

Defina uma matriz contendo os valores de $\phi(t)$ em todos os p instantes de tempo $t \in [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_p]$, em que o sinal cruza uma região de quantização em um período do sinal $r(t)$, dado que $p \geq n = 2m + 1$ e

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \phi(t_1) \\ \phi(t_2) \\ \vdots \\ \phi(t_p) \end{bmatrix}_{[p \times n]} \quad (26)$$

Então, é possível recuperar o sinal $r(t)$ de sua quantização $q(r(t))$ se $\text{rank}(\mathcal{M}) = n$.

Prova. Supondo que é desejado seguir uma referência descrita por

$$r(t) = a_0 + \sum_{i=1}^m (a_i \sin(\omega_i t) + b_i \cos(\omega_i t)) \quad (27)$$

a qual pode ser descrita de forma matricial como

$$\begin{aligned} r(t) &= \phi(t)\varrho \\ &= \begin{bmatrix} 1 & \sin(\omega_1 t) & \cos(\omega_1 t) & \dots & \sin(\omega_m t) & \cos(\omega_m t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_1 \\ \vdots \\ a_m \\ b_m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

onde $\phi(t)$ possui $(2m + 1) = n$ colunas e $p \geq n$ linhas, já ϱ possui n linhas.

Considerando outro sinal descrito por

$$\tilde{r}(t) = \phi(t)\tilde{\varrho} \quad (29)$$

se

$$q(r(t)) = q(\tilde{r}(t)) \Rightarrow r(t) = \tilde{r}(t) \quad \forall \quad t \in [t_1 \quad t_2 \dots t_p], \quad (30)$$

os instantes de t , onde essa igualdade é satisfeita, são as transições em um período. Utilizando essa igualdade, chega-se à relação

$$\begin{aligned} \phi(t)\varrho - \phi(t)\tilde{\varrho} &= \phi(t)(\varrho - \tilde{\varrho}) = 0 \\ \begin{bmatrix} \phi(t_1) \\ \phi(t_2) \\ \vdots \\ \phi(t_p) \end{bmatrix}_{[p \times n]} (\varrho - \tilde{\varrho})_{[n \times 1]} &= 0 \\ \mathcal{M}(\varrho - \tilde{\varrho}) &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

onde \mathcal{M} é a matriz $\phi(t)$ aplicada em todos os t_p instantes.

Na última equação $\mathcal{M}(\varrho - \tilde{\varrho}) = 0$, só se alcançará a solução única $(\varrho - \tilde{\varrho}) = 0$, se e somente se $\text{rank}(\mathcal{M}) = n$. \square

Baseado nesse lema, escreve-se a suposição 1, que irá garantir que a referência poderá ser seguida. Note que, para que $\text{rank}(\mathcal{M}) = n$ seja satisfeito, é necessário que haja no mínimo $n = 2m + 1$ transições de nível de quantização por período de onda em $q(r(t))$.

Suposição 1. O intervalo de magnitude de $r(t)$ deve ser suficientemente grande em relação ao nível de quantização Δ tal que $\text{rank}(\mathcal{M}) = n$.

2.5.1.1 Exemplo Numérico

Visando mostrar numericamente a relação p e n e ilustrar o lema 4, seguem aqui alguns exemplos numéricos de sinais que podem ser recuperados. Para todas as simulações, foram arbitradas as constantes mostradas na tabela 1. Inicialmente, foi implementado um seno puro; após, foi somado a ele um cosseno, então adicionado uma constante. Por fim, há um novo par seno e cosseno em nova frequência, os quais podem ser vistos na figura 8.

Tabela 1: Constantes utilizadas durante as simulações.

Constante	Valores
Δ	1
a_0	0,3
a_1	0,6
b_1	0,7
a_2	0,5
b_2	0,2
ω_1	π rad/s
ω_2	$\pi/3$ rad/s
T	2 s

A tabela 2 sumariza os valores de n e p para cada caso. Para obter os valores de p , é necessário contar quantas transições de regiões de quantização ocorreram em um mesmo período; e, para contá-las, é necessário analisar os sinais mostrados na figura 8.

Tabela 2: Resultado das simulações.

Sinal	m	n	p
$r_1(t) = a_1 \sin(\omega_1 t)$	1	3	4
$r_2(t) = r_1(t) + b_1 \cos(\omega_1 t)$	1	3	4
$r_3(t) = r_2(t) + a_0$	1	3	4
$r_4(t) = r_3(t) + a_2 \sin(\omega_2 t) + b_2 \cos(\omega_2 t)$	2	5	4

Uma vez definidas as constantes e apresentados os sinais escolhidos, é preciso calcular o \mathcal{M} de cada caso e verificar se seu rank é igual a n . Para construir a matriz, calcula-se o valor de $\phi(t)$ em todos os p pontos de cruzamento. Conforme consta na figura 8 e sumarizado na tabela 2, para os primeiros três casos, $n = 3$ e $p = 4$; portanto, devem ser geradas matizes 3×4 conforme

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \phi(t_1) \\ \phi(t_2) \\ \phi(t_3) \\ \phi(t_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\pi t_1) & \cos(\pi t_1) \\ 1 & \sin(\pi t_2) & \cos(\pi t_2) \\ 1 & \sin(\pi t_3) & \cos(\pi t_3) \\ 1 & \sin(\pi t_4) & \cos(\pi t_4) \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Os valores obtidos nos três primeiros sinais foram

$$\mathcal{M}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0,8341 & 0,5516 \\ 1 & 0,8323 & -0,5543 \\ 1 & -0,8341 & -0,5516 \\ 1 & -0,8323 & 0,5543 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(\mathcal{M}_1) = 3, \quad (33)$$

$$\mathcal{M}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0,9905 & -0,1378 \\ 1 & 0,2820 & -0,9594 \\ 1 & -0,9905 & 0,1378 \\ 1 & -0,2820 & 0,9594 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(\mathcal{M}_2) = 3, \quad (34)$$

$$\mathcal{M}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0,9251 & -0,3798 \\ 1 & -0,0188 & -0,9998 \\ 1 & -0,9856 & -0,1688 \\ 1 & -0,5144 & 0,8575 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(\mathcal{M}_3) = 3. \quad (35)$$

Para o último caso, é necessária uma matriz maior e, logo, mais complexa para que seja possível recuperar o sinal. No entanto, devido ao baixo ganho b_2 , não é possível segui-lo, fato ilustrado tanto por $n = 5$ e $p = 4$, ou seja, $p < n$, quanto por $\text{rank}(\mathcal{M}_4) = 4$.

$$\mathcal{M}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0,9263 & 0,3769 & -0,4000 & -0,9165 \\ 1 & 0,1502 & -0,9887 & 0,4371 & -0,8994 \\ 1 & -0,8966 & -0,4428 & 0,1935 & 0,9811 \\ 1 & -0,1997 & 0,9799 & -0,5673 & 0,8235 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(\mathcal{M}_4) = 4 \quad (36)$$

A seguir, será mostrado como é possível garantir a estabilidade utilizando o conceito de passividade. Além disso, ao final desse capítulo, será apresentada a aplicação no modelo teórico simplificado, que deverá seguir uma referência no formato definido por (24).

2.5.2 Seguimento assintótico na presença de quantização

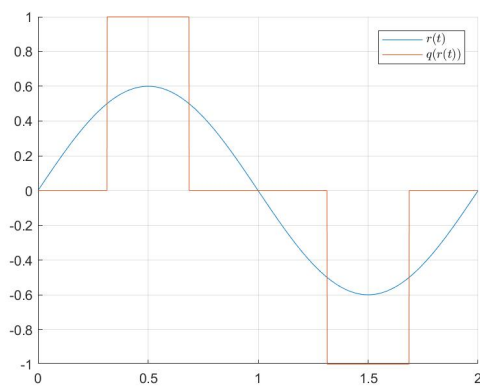
Uma vez reconhecido que uma referência quantizada pode ser seguida sob algumas condições específicas, cabe definir as características gerais do sistema. Para tanto, nesta subseção serão descritas a partir da referência (24) quais as características do sistema.

Conforme estabelecido pelo PMI, ao adicionar os polos instáveis da referência em $H(s) = C(s)G(s)$, é possível garantir que o erro tenda assintoticamente a zero. O sinal a ser seguido foi descrito em (24) – sendo ele a soma das senoides mais uma constante, é necessário que em $H(s)$ exista um controlador ressonante para cada frequência presente em $r(t)$, além de um integrador caso $a_0 \neq 0$. No entanto, como mostrado anteriormente, o sinal a ser seguido é quantizado, tornando a existência desse controlador uma condição necessária, mas não suficiente.

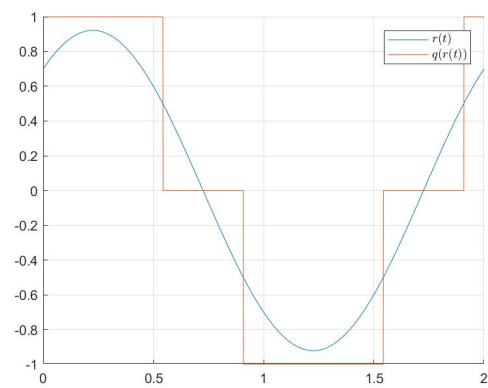
Ademais, na Seção 2.3 definiu-se passividade como todo sistema passivo é estável. Cabe, pois, analisar como estender essa condição para sistemas quantizados, caracterizados pela BIBO estabilidade. Para mostrar quais as condições de $C(s)$ e $G(s)$ que geram

Figura 8: Exemplo numérico de sinais passíveis de seguimento.

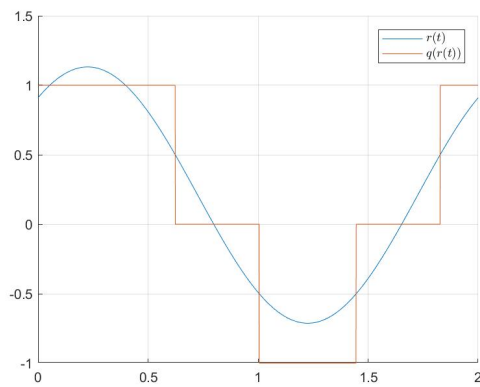
(a) $r_1(t) = a_1 \sin(\omega_1 t)$.



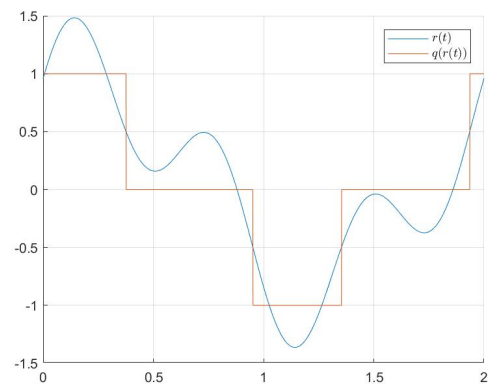
(b) $r_2(t) = r_1(t) + b_1 \cos(\omega_1 t)$.



(c) $r_3(t) = r_2(t) + a_0$.



(d) $r_4(t) = r_3(t) + a_2 \sin(\omega_2 t) + b_2 \cos(\omega_2 t)$.



Fonte: O autor.

$\tilde{e}(t) \rightarrow 0$ conforme $t \rightarrow \infty$, é preciso aplicar novamente os conceitos do PMI e de passividade com $H(s) := C(s)G(s)$.

Ao dividir a referência em (24) na sua parte constante e na soma de senoides,

$$r_0(t) = a_0, \quad (37)$$

$$r_i(t) = \sum_{i=1}^m a_i \text{sen}(\omega_i t + \theta_i) \quad , i = 1, \dots, m. \quad (38)$$

e além disso construir $H(s)$ para satisfazer o PMI,

$$H(s) = C(s)G(s) = \frac{k_0}{s} + \sum_{i=1}^m \frac{k_i}{(s^2 + \omega_i^2)}; \quad (39)$$

com $k_0 > 0$ e $k_i > 0$; então, conforme (SALTON et al., 2020), chega-se ao teorema 5.

Teorema 5. *Para o sistema com a estrutura definida pela figura 7, onde $\tilde{e} = q(r) - q(y)$, com $r(t)$ sendo descrito pela equação (24) e $H(s)$ por (39), o erro $e(t) = y(t) - r(t)$ é tal que*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (40)$$

Prova. Supondo que a partir da entrada (24) seja possível dividi-los em sua parte constante e senoidal

$$r_0(t) = a_0, \quad (41)$$

$$r_i(t) = \sum_{i=1}^m a_i \text{sen}(\omega_i t + \theta_i). \quad (42)$$

e fazendo o mesmo com $H(s)$

$$H_0(s) = \frac{k_0}{s} \quad (43)$$

$$H_i(s) = \sum_{i=1}^m \frac{k_i}{(s^2 + \omega_i^2)}; \quad (44)$$

Derivando $r_0(t)$ e $r_i(t)$

$$\dot{r}_0(t) = 0, \quad (45)$$

$$\dot{r}_i(t) = \sum_{i=1}^m \omega_i \text{sen}(\omega_i t + \theta_i), \quad (46)$$

$$\ddot{r}_i(t) = - \sum_{i=1}^m a_i \omega_i^2 \text{sen}(\omega_i t + \theta_i), \quad (47)$$

observa-se que

$$\dot{r}_0(t) = 0, \quad (48)$$

$$\ddot{r}_i(t) + \omega_i^2 r_i(t) = 0. \quad (49)$$

Analisando a saída dos subsistemas $H_0(s)$ e $H_i(s)$,

$$\dot{y}_0(t) = k_0 \tilde{e}(t) \quad (50)$$

$$\ddot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = k_i \tilde{e}(t), \quad (51)$$

em que, $y_0(t)$ é a saída de $H_0(s)$, e $y_i(t)$ é a de $H_i(s)$, e usando

$$e(t) = y(t) - r(t) = e_0(t) + e_i(t) \quad (52)$$

e utilizando as relações (48) e (49), chega-se a

$$\dot{e}_0(t) = -k_0 \tilde{e}(t) \quad (53)$$

$$\ddot{e}_i(t) + \omega_i^2 e_i(t) = -k_i \tilde{e}(t), \quad (54)$$

Considerando que existe uma função de armazenamento $V(t) = V_0(t) + V_i(t)$, com

$$V_0(t) = \frac{e_0^2(t)}{2k_0} \quad (55)$$

$$V_i(t) = \frac{e_i^2(t)}{2k_i} + \frac{(\dot{e}_i(t) + k_i \tilde{e}(t))^2}{2k_i \omega_i^2}, \quad (56)$$

faz-se a derivada de ambas

$$\dot{V}_0(t) = \frac{2\dot{e}_0(t)e_0(t)}{2k_0} = \frac{\dot{e}_0(t)e_0(t)}{k_0} \quad (57)$$

$$\dot{V}_i(t) = \frac{2\dot{e}_i(t)e_i(t)}{2k_i} + \frac{2(\ddot{e}_i(t) + k_i \dot{\tilde{e}}(t))(\dot{e}_i(t) + k_i \tilde{e}(t))}{2k_i \omega_i^2}, \quad (58)$$

aplicam-se as relações (53) e (54),

$$\dot{V}_0(t) = \frac{-k_0 \tilde{e}(t)e_0(t)}{k_0} = -\tilde{e}(t)e_0(t) \quad (59)$$

$$\dot{V}_i(t) = \frac{\dot{e}_i(t)e_i(t)}{k_i} - \frac{\omega_i^2 e_i(t)(\dot{e}_i(t) + k_i \tilde{e}(t))}{k_i \omega_i^2} \quad (60)$$

$$= \frac{\dot{e}_i(t)e_i(t)}{k_i} - \frac{e_i(t)(\dot{e}_i(t) + k_i \tilde{e}(t))}{k_i} \quad (61)$$

$$= -e_i(t)\tilde{e}(t). \quad (62)$$

Combinando agora ambas as equações (59) e (62), tem-se

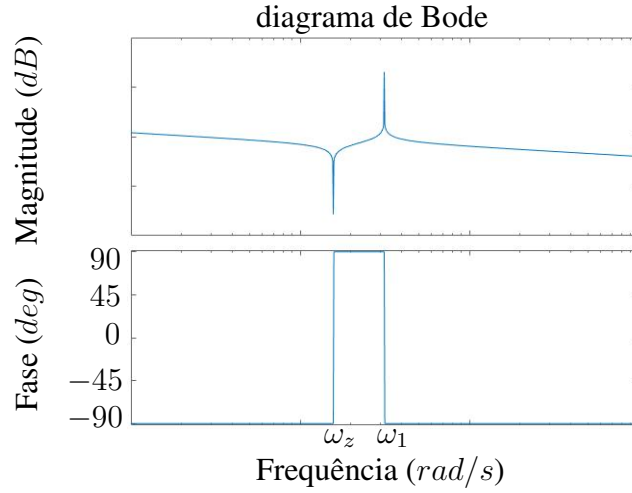
$$\dot{V}(t) = \dot{V}_0(t) + \dot{V}_i(t) \quad (63)$$

$$\dot{V}(t) = -\tilde{e}(t)e_0(t) - e_i(t)\tilde{e}(t) \quad (64)$$

$$\dot{V}(t) = -\tilde{e}(t)(e_0(t) + e_i(t)) \quad (65)$$

$$\dot{V}(t) = -\tilde{e}(t)e(t). \quad (66)$$

Como a quantização é uma não linearidade cuja função $q(\cdot)$ é monotônica, ou seja, se $q(a) > q(b)$, então $a > b$ e, além disso, lembrando que $e(t) = y(t) - r(t)$ e $\tilde{e}(t) =$

Figura 9: Diagrama de Bode de uma $H(s)$ (69) passiva.

Fonte: O autor.

$q(r(t)) - q(y(t))$, então o produto $e\tilde{e} \geq 0$. Tendo isso em mente, considera-se legítimo afirmar

$$\dot{V}(t) = -\tilde{e}(t)e(t) \leq 0. \quad (67)$$

Esse resultado implica que, em regime permanente, $V(t)$ deverá estar confinada a uma região onde $\tilde{e}e = 0$, i.e., $\tilde{e} = 0$ ou $e = 0$.

No regime permanente, assumindo que $\tilde{e} = 0$ e que há polos marginalmente estáveis em $H(s)$, a saída em regime permanente $y(t)$ deve ser da forma:

$$y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i \text{sen}(\omega_i t + \theta_i). \quad (68)$$

Importa notar que essa é a mesma forma de $r(t)$. Pelo Lema da Referência, $\tilde{e} = q(r) - q(y) = 0$ em regime permanente, implicando em $y = r$ em regime permanente. Ou seja, o erro de seguimento $e(t) \rightarrow 0$ conforme $t \rightarrow \infty$. \square

Existe, no entanto, uma forma mais direta de mostrar que um sistema é passivo. Para isso, conforme mostrado pelo Lema 3 do capítulo anterior, basta $\angle H(s) \in [-90, 90]$, conforme ilustrado pela figura 9, onde

$$H(s) = C(s)G(s) = k \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \omega_1^2} \frac{k_a}{s} \quad (69)$$

com $\omega_z = \omega_1/2$.

Fica claro que a saída quantizada pode ser seguida, se a referência possuir um design cuidadoso e se o caminho direto $H(s)$ entre \tilde{e} e y for passivo e satisfaça o PMI. Tal conceito será inicialmente aplicado em um exemplo simplificado, mostrado a seguir para apenas um eixo, e no capítulo seguinte aplicado em Lissajous.

2.6 Aplicação no caso ideal

Com o objetivo de ilustrar os conceitos apresentados, serão aplicados os resultados até aqui obtidos, considerando como planta um integrador simples com ganho real positivo e arbitrário k_a , ou seja:

$$G_1(s) = \frac{k_a}{s}. \quad (70)$$

Para seguir a referência composta por uma senoide mais um termo constante, similar à referência (24), é necessário que em $H(s)$ haja um integrador e um controlador ressonante. Vale lembrar que, como a planta já é um integrador, adiciona-se somente um ressonante, que muitas vezes não é passivo, na frequência de interesse. Esse também é o caso do controlador escolhido. Não obstante, para garantir erro assintótico, basta provar que $H(s)$ é passivo. Dessa forma, o controlador escolhido é dado por

$$C(s) = k \frac{s^2 + (\omega_1/k_b)^2}{s^2 + \omega_1^2}, \quad (71)$$

onde k é o ganho do controlador, k_b é o ganho que distância o par de polos do par de zeros e ω é a frequência a ser seguida.

2.6.1 Exemplo numérico

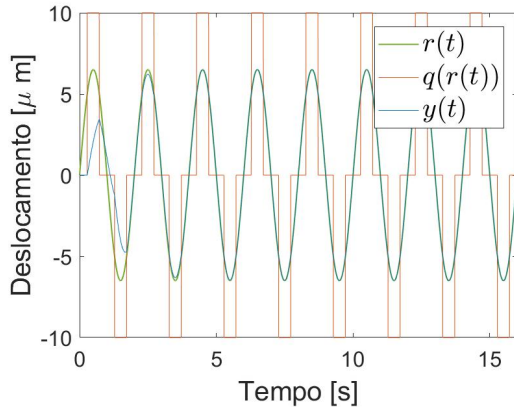
Para exemplificar numericamente utilizando essa planta, é necessário definir as condições do controlador que, em conjunto com a planta, irão resultar em $H(s) = C(s)G_1(s)$. Foi então selecionada a frequência do sinal a ser seguido como $\omega_1 = \pi$ rad/s; será então aplicado o controlador (71), o qual irá alocar um par de polos complexos na frequência que se deseja seguir, além de um par de zeros de acordo com o ganho k_b . Essa constante foi definida como $k_b = 2$, fazendo com que a frequência dos zeros seja a metade da dos polos, o que resulta em $H(s)$ ser passiva. Para finalizar, foi definido ganho da planta $k_a = 1$, gerando um integrador puro. A figura 9 representa o diagrama de Bode dessa função de transferência com $\omega = \pi$ rad/s e $\omega_z = \pi/2$; como resultado, o sistema é passivo, garantindo o seguimento com erro assintoticamente convergindo para zero.

Supondo que é desejado seguir somente uma senoide e que o nível de quantização escolhido seja de $\Delta = 10 \mu\text{m}$, segundo o lema de referência a amplitude deve ser no mínimo metade do nível de quantização. Nesse caso, foi escolhido $a = 6,5 \mu\text{m}$, além de adicionar-se um valor constante $a_0 = 10 \mu\text{m}$. A partir disso, tem-se como resultado os gráficos da figura 10. Nas imagens da primeira coluna, observa-se que a referência é uma senoide pura, enquanto na segunda é dada como uma senoide com um degrau. Na segunda coluna, embora o controlador não apresente nenhuma estrutura para seguir um sinal constante, devido à planta ser um integrador houve o correto seguimento. Apesar da quantização, o sistema se comportou bem, fazendo o erro assintótico tender a zero, e seu sinal de controle foi similar mesmo que somado o degrau, nesse caso sofrendo mais com o efeito da não linearidade. Para facilitar a visualização, foi definido como limite de

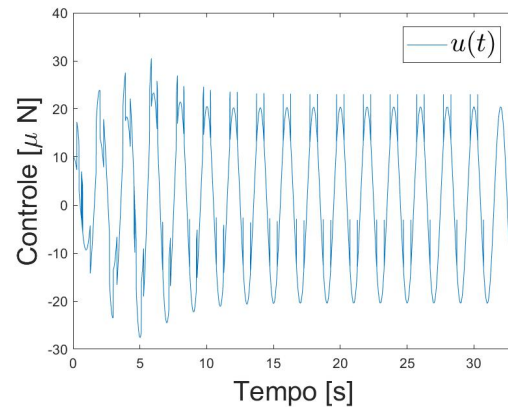
visualização o momento em que o sinal entra em regime. Dessa forma, considera-se que, no caso do sistema com a senoide pura, a partir de 16 s o erro zera e não há mais nenhum pico em $\tilde{\epsilon}$. Para o segundo sistema, ocorre um erro residual que se extingue a partir dos 31 s.

Figura 10: Simulação com $t_{max} = 35s$.

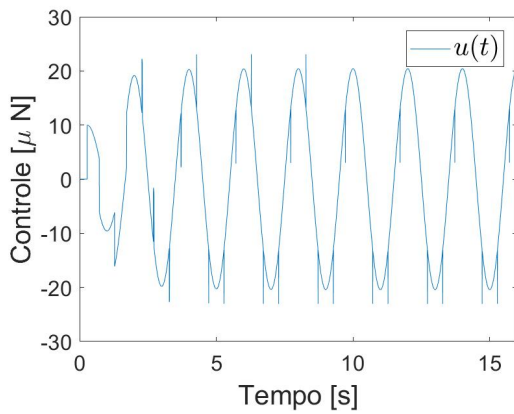
(a) Deslocamento com $r(t) = 6,5 \sin(\pi)$.



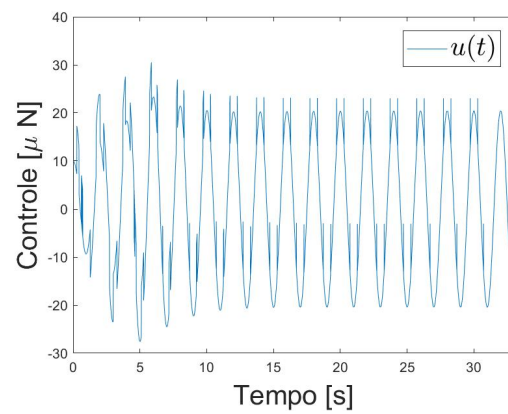
(b) Deslocamento com $r(t) = 10 + 6,5 \sin(\pi)$.



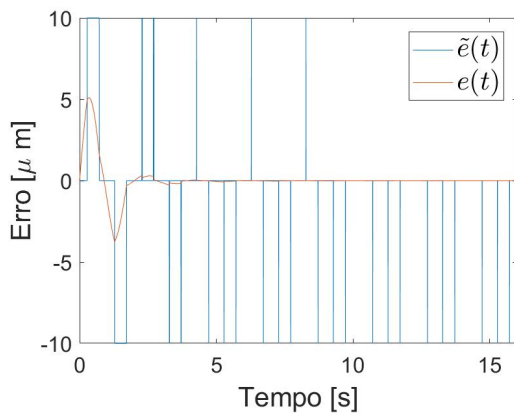
(c) Sinal de controle com $r(t) = 6,5 \sin(\pi)$.



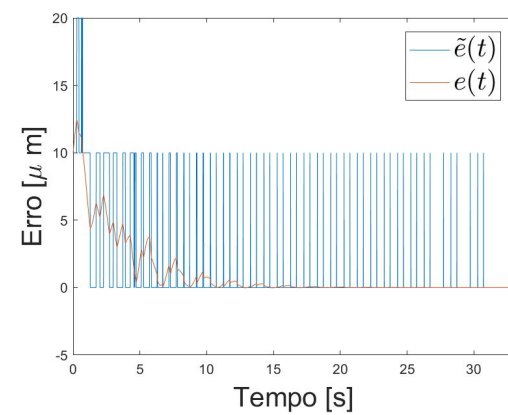
(d) Sinal de controle com $r(t) = 10 + 6,5 \sin(\pi)$.



(e) Erro com $r(t) = 6,5 \sin(\pi)$.



(f) Erro com $r(t) = 10 + 6,5 \sin(\pi)$.



Fonte: O autor.

3 MICROSCÓPIO DE FORÇA ATÔMICA

O AFM é uma tecnologia vastamente usada para análise de amostras em escala nanométrica. Os comercializados são compostos por um microscópio mecânico com uma ponteira atômica afiada, a qual irá escanear a amostra. Durante a varredura, as forças geradas devido à interação entre a amostra e a ponteira, chamada microcantilêver, a fazem defletir. A deflexão é medida por um laser em conjunto com um *position sensitive photodiode* (PSPD) (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014).

Os sensores do tipo piezo são os responsáveis por realimentar o controlador que irá garantir que o posicionador siga a referência desejada. O conjunto formado pelo cantilêver, os sensores e os suportes mecânicos são chamados de nanoposicionador, cuja natureza é altamente ressonante. Uma das primeiras referências aplicadas a esse sistema foi a onda triangular, conforme (TEO; YONG; FLEMING, 2018; DAS et al., 2019), a qual tende a excitar diversas harmônicas, limitando a frequência e, conseqüentemente, a velocidade do escaneamento.

Viu-se que se ganhava qualidade na leitura do AFM por meio de melhorias estruturais e no padrão de varredura, seja controlando a altura do microcantilêver durante o escaneamento para diminuir o ruído e aumentar a precisão do resultado obtido (SCHITTER et al., 2007), seja garantindo boa resolução e menor tempo de escaneamento ao se seguirem determinadas referências, resultando nos diferentes métodos de varredura, compilados em (TEO; YONG; FLEMING, 2018; DAS et al., 2019). Mais recentemente, (KIM; LIM; KIM, 2022), foi criada uma nova linha de pesquisa, que propõe aumentar a precisão do AFM através do pós-processamento da imagem obtida, utilizando, para tanto, o *Deep-Learning*, capaz de transformar imagens com baixa resolução obtidas através do AFM, em imagens de super-resolução, com potencial para medir diversas propriedades mecânicas.

3.1 Métodos de varredura

Uma vez apresentado o AFM, parte-se para análise de importantes elementos sobre os métodos de varreduras, que se dividem em dois grupos principais: os *raster* e os não

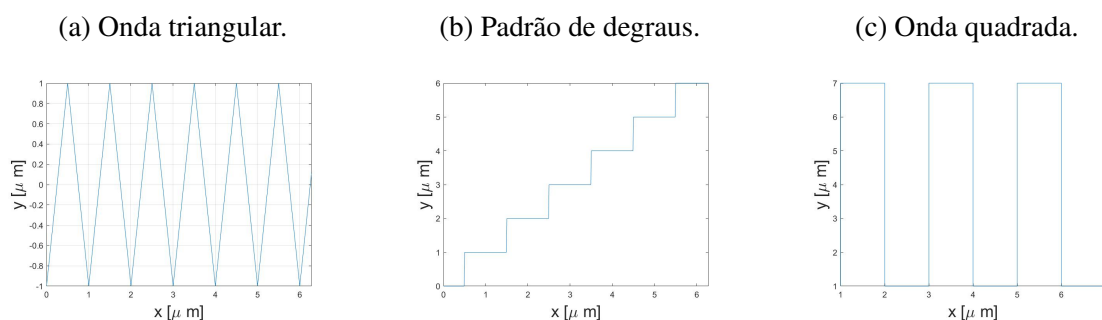
raster. Os modos *raster* são os mais clássicos e os mais presentes nos microscópios comercializados, sendo compostos principalmente de rampas e degraus. Já os não *raster* são mais novos, criados para solucionar os problemas que surgiram em seus predecessores; para isso, são suavizados utilizando referências do tipo senoidal.

3.1.1 *Raster*

Imagem *raster* é uma maneira de representar imagens bidimensionais por meio de uma matriz. Esse conceito foi aplicado nos microscópios de varreduras, e ainda é em muitos AFMs comerciais de diversas formas, entre elas usando ondas triangulares, ondas de degraus ou ainda ondas quadradas, que podem ser vistos na figura 11. Ao analisar as figuras, verifica-se que esses métodos não percorrem o espaço da maneira mais eficiente possível, ao deixar muito espaço vazio, além de sua velocidade ser limitada devido ao efeito na estrutura mecânica do microscópio.

Para seguir uma onda triangular ou quadrada, um eixo deve ser o rápido, responsável por seguir a onda em si; o outro será o lento, e irá seguir um degrau ou ainda uma rampa, demonstram os gráficos na figura 12. O espectro das ondas triangulares é composto pela frequência fundamental e de todas as suas harmônicas ímpares, conforme ilustra a figura 13. O sistema mecânico do AFM tem uma natureza bastante ressonante; portanto, esse tipo de onda pode excitar a natureza ressonante do posicionador. Tendo isso em vista, a solução mais aplicada é limitar a frequência da onda triangular a ser aplicada no sistema a 1% da frequência ressonante do eixo do AFM. Tal fato limita claramente a velocidade de escaneamento (DAS et al., 2019).

Figura 11: Padrões *raster*.



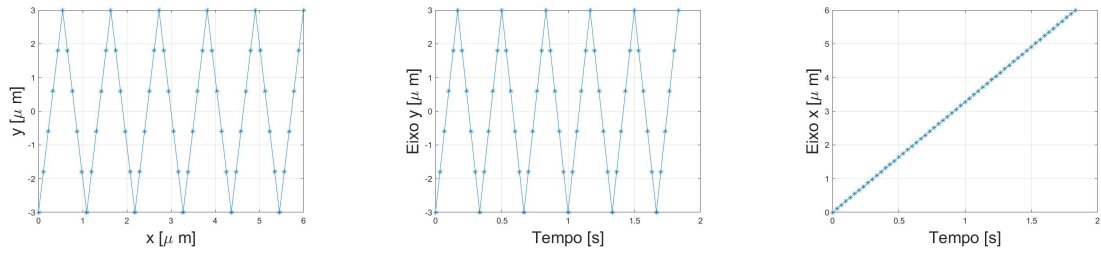
Fonte: O autor.

3.1.2 Não *raster*

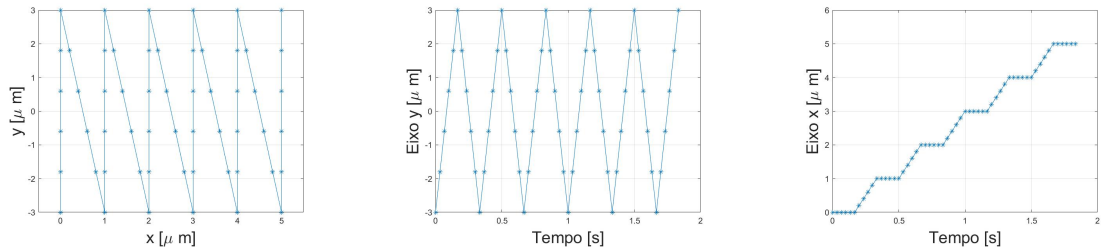
Para solucionar os problemas até aqui apresentados, garantindo melhor precisão e qualidade na leitura, foram propostas novas metodologias de varredura, entre as quais o método da senoide, da espiral, do cicloide e de Lissajous. Os métodos serão aqui brevemente apresentados; após, serão feitas simulações com as seguintes condições: frequência

Figura 12: Comparação entre métodos *raster*, mesmo sinal em um dos eixos e diferentes no outro.

(a) Na esquerda representa o padrão formado; ao centro, o eixo y composto por uma onda triangular; na direita, x sendo uma rampa simples.



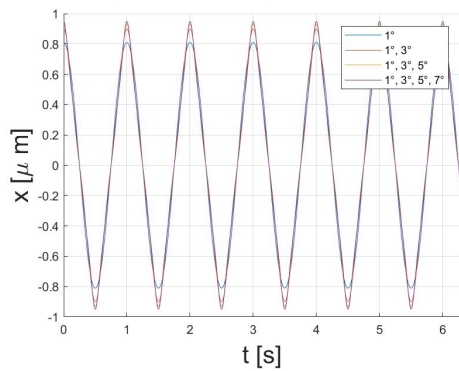
(b) Na esquerda representa o padrão formado; ao centro, o eixo y composto por uma onda triangular; na direita, x sendo uma onda de degraus suavizada.



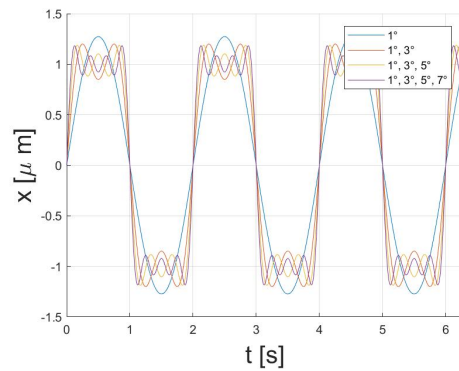
Fonte: O autor.

Figura 13: Composição da onda é feita a partir da soma dos efeitos das harmônicas da legenda.

(a) Onda Triangular.



(b) Onda Quadrada.



Fonte: O autor.

de varredura de 3 Hz, quantidade de amostras $n = 6$ e área escaneada de $6 \mu\text{m} \times 6 \mu\text{m}$.

3.1.2.1 Senoidal

O método senoidal constitui uma alternativa quando comparado ao método *raster*; porém, em vez de usar uma onda triangular, serão usados uma senoide no eixo rápido e uma rampa no eixo lento, resultando em uma dinâmica similar à apresentada na figura 12, que gera a figura 14.

$$x_{sen}(t) = At \quad (72)$$

$$y_{sen}(t) = B\sin(2\pi f_{sen}t) \quad (73)$$

Conforme mostrado em (CHEN et al., 2013), ao fazer essa substituição tem-se a possibilidade de seguir frequências muito maiores, e até se aproximar da frequência de ressonância da estrutura mecânica; assim, se comparado ao método *raster*, o processo de escaneamento torna-se mais rápido, eficiente, e não tão suscetível a vibrações. Além disso, como as referências de ambos os eixos são bem conhecidas, é possível aplicar o PMI para desenvolver um controlador confiável.

Para calcular o tempo total da varredura, precisa-se saber a quantidade de amostras n e a frequência de varredura arbitrada f_{sen} ,

$$t_{sen} = \frac{(n - 0,5)}{f_{sen}}. \quad (74)$$

Conforme definido anteriormente, a simulação foi feita com $f_{sen} = 3$ Hz, obtendo como resposta a figura 14. O tempo de total do ensaio foi $t_{sen} = 1,8333$ s.

3.1.2.2 Espiral

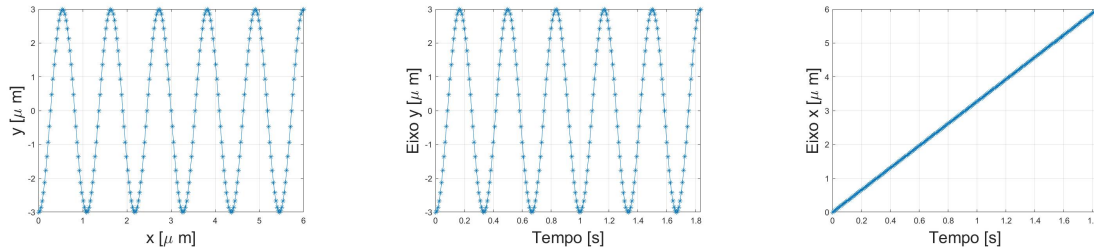
Um problema apresentado pelos métodos *raster*, conforme anteriormente mencionados, também é a vibração causada devido à repentina mudança de direção do mecanismo, provocando maior desgaste e diminuindo a precisão da leitura. Para solucionar esse problema e aumentar a área a ser escaneada, foi criado o padrão espiral, conforme é apresentado em (RANA; POTA; PETERSEN, 2015) e mostrado na figura 15. O método espiral conta com duas principais variações, sendo o mais clássico o *Constant Angular Velocity* (CAV), o qual se baseia em manter a velocidade angular; além dele, existe o *Constant Linear Velocity* (CLV), em que a velocidade linear é constante. Neste trabalho, optou-se pelo método CAV: apesar de ele ser mais lento que o CLV, não gera distorções próximo ao centro da amostra. Portanto, para construí-lo deve-se seguir uma senoide num eixo e uma cossenoide no outro, ambas com a amplitude variável, resultando em

$$x_{esp}(t) = r(t)\sin(2\pi f_{est}t) \quad (75)$$

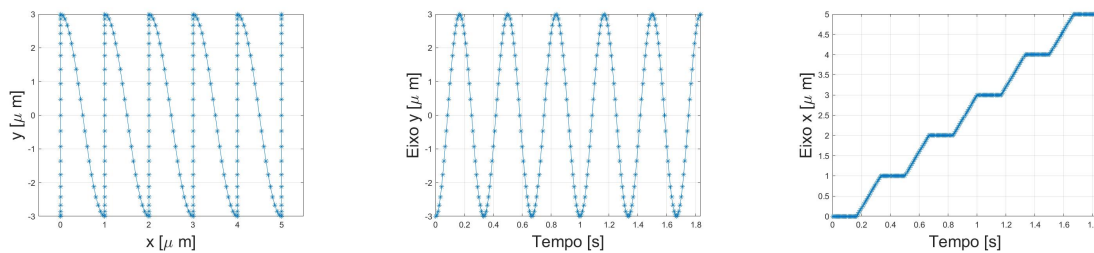
$$y_{esp}(t) = r(t)\cos(2\pi f_{est}t). \quad (76)$$

Figura 14: Comparação entre métodos não *raster* do tipo senoidal, mesmo sinal em um dos eixos, com diferentes no outro.

(a) Seno em y e x sendo uma rampa simples.



(b) Seno em y e x sendo uma onda de degraus suavizada.



Fonte: O autor.

Ao utilizar o método CAV, uma importante propriedade surge: a distância entre as espiras é sempre constante, ou seja, a distância entre dois pontos consecutivos cruzando o eixo $y = 0$ é sempre a mesma. Esse valor é assim calculado:

$$P = \frac{2r_{max}}{N - 1} \quad (77)$$

sendo r_{max} o raio do espiral, e N o número de espiras. Utilizando o que foi até aqui demonstrado, calcula-se a posição instantânea do raio como

$$r(t) = \frac{P}{2\pi} \omega t \quad (78)$$

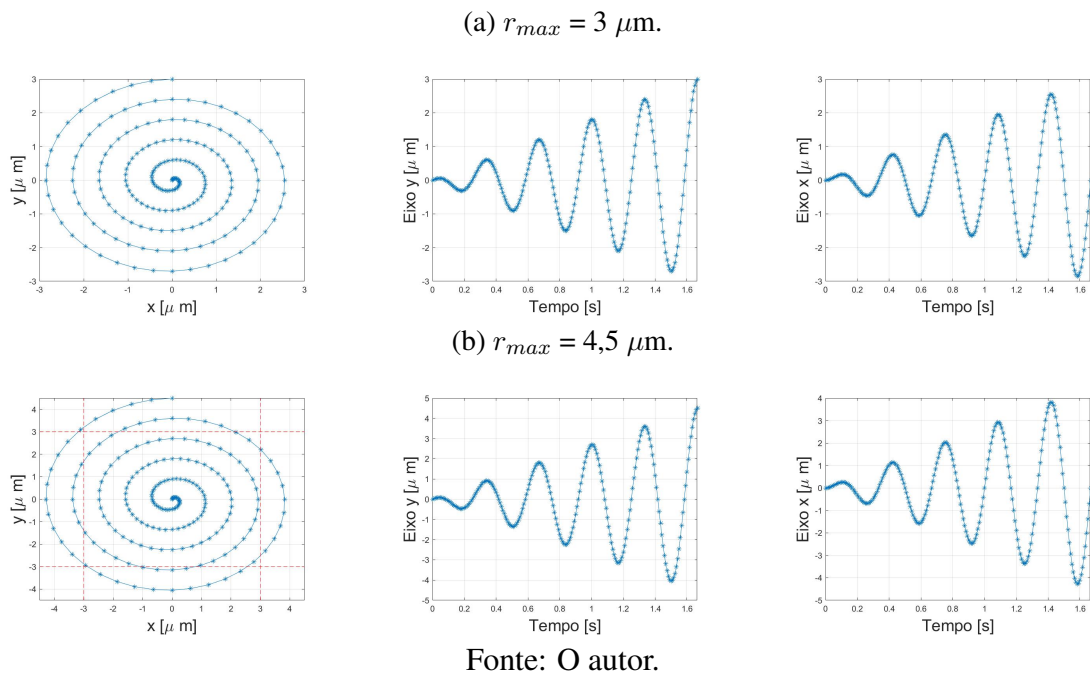
Por fim, o tempo total pode ser definido como

$$t_{esp} = \frac{2\pi r_{max}}{P\omega}. \quad (79)$$

Esse método segue somente uma frequência, similar ao senoidal, diferencia-se ao manter a mesma precisão ao longo de toda a amostra em ambos os eixos. Não obstante, foi verificado que, ao utilizar CAV, a velocidade linear torna-se variável, podendo diminuir a qualidade da imagem obtida dependendo das interações da amostra; esse efeito não ocorre ao se utilizar CLV. Ademais, devido ao formato do padrão obtido ser um círculo, muitas vezes é necessário varrer uma área maior que a desejada, pois as amostras normalmente têm formato quadrado. Como não é possível definir o número de pontos na reta nesse método, foi escolhido o número de espiras $N = 6$. Os outros parâmetros foram mantidos,

com $f_{esp} = 3$ Hz e $r_{max} = 3 \mu\text{m}$, obtendo-se com isso um tempo de 1,6667 s de ensaio e a distância entre as espiras $P = 0,6 \mu\text{m}$. Analisando figura 15a, percebe-se que, a amostra em análise não é completamente contemplada por ser quadrada. Para adereçar esse problema, foi aumentado o r_{max} para $4,5 \mu\text{m}$, gerando a figura 15b. Como resultado, P aumentou para $0,9 \mu\text{m}$, mantendo-se o mesmo tempo dispensado para completar o experimento.

Figura 15: Método não *raster* espiral.



3.1.2.3 Cicloides

Visando melhorar a qualidade do escaneamento, foi proposto o método do cicloide, conforme (YONG; MOHEIMANI; PETERSEN, 2010; DAS et al., 2019). Além de não sofrer com o problema de velocidade do método do espiral, tem ainda maior área de escaneamento. Similar ao método anterior, o padrão é produzido a partir de um eixo seguindo um seno e o outro um cosseno; desta vez, no entanto, o raio será constante, e um dos eixos será somado com uma rampa lenta. Tais propriedades garantem as características da velocidade e da maior área possível a ser amostrada. Outro ponto similar ao método anterior é a propriedade P – a distância entre duas linhas de escaneamento é sempre fixa; logo, o centro é escaneado duas vezes. Na figura 16, vê-se o padrão formado; ademais, as referências a serem seguidas são dadas por

$$x_{cic}(t) = \alpha t + r \sin(2\pi f_{cic}t) \quad (80)$$

$$y_{cic}(t) = r \cos(2\pi f_{cic}t), \quad (81)$$

onde α é a inclinação da rampa, e r a magnitude do sinal a ser seguido.

$$\alpha = \frac{P\omega}{2\pi} = \frac{P}{T} \quad (82)$$

com $\omega = 2\pi/T$, e T é o período do sinal senoidal. A partir dessas equações, é possível concluir que amostragem desse método ocorre uniformemente ao longo da trajetória do cicloide, fazendo com que as distâncias horizontais entre os pixels continue igual. Por fim, P é definido como

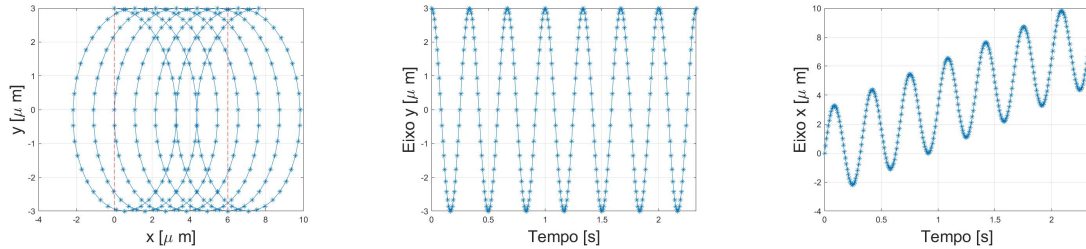
$$P = \frac{4r}{2n - 1} \quad (83)$$

onde n é os números de linhas escaneadas ao longo do eixo y . Por outro lado, ao longo do eixo x , são definidos na literatura que o ensaio deverá ter $2n$ pontos e a área escaneada seja no formato $2r \times 4r$. Isso posto, para definir o tempo total do ensaio, é utilizada a seguinte relação:

$$t_{cic} = \frac{n + 1}{f_{cic}}. \quad (84)$$

Como informado anteriormente, o método de cicloides é proposto para amostras retangulares; para cobrir a área desejada, utilizou-se um $r = 3 \mu\text{m}$, gerando a figura 16. Para essa simulação, foram utilizadas as mesmas condições expostas anteriormente, com $f_{cic} = 3 \text{ Hz}$; desta vez, foi possível manter o $n = 6$. Essa simulação, possibilitou a obtenção de uma distância entre as voltas de $P = 1,0909 \mu\text{m}$ em um tempo total de 2,3333 s.

Figura 16: Método não *raster* cicloides.



Fonte: O autor.

3.1.2.4 Lissajous

O método Lissajous, diferentemente dos outros, necessita de duas frequências, uma para cada eixo, sendo a razão entre elas o fator que irá definir qual o padrão de Lissajous será formado. Conforme feito para os outros métodos e também em (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014; DAS et al., 2019), foi considerado que as funções estão em fase. Similar aos outros métodos, aqui também serão seguidos dois sinais senoidais; porém, serão dois senos de frequências diferentes, conforme

$$x_{Lis}(t) = A_x \sin(2\pi f_{x,Lis}t) \quad (85)$$

$$y_{Lis}(t) = A_y \sin(2\pi f_{y,Lis}t), \quad (86)$$

onde A_x e A_y são as constantes que definem a área a ser escaneada, e $f_{x,Lis}$ e $f_{y,Lis}$ as frequências de escaneamento.

Um importante fator que irá definir as frequências de cada eixo é a resolução h , a maior distância entre duas linhas escaneadas. Além disso, é possível definir o fator N como o inteiro mais próximo descrito por

$$N = \frac{\pi A_x A_y}{h \sqrt{A_x^2 + A_y^2}}, \quad (87)$$

o qual irá correlacionar ambas as frequências, permitindo o cálculo de uma a partir da outra com a resolução já selecionada. Para calcular a frequência que irá respeitar h , basta utilizar a seguinte relação:

$$\frac{f_{x,Lis}}{f_{y,Lis}} = \frac{2N}{2N - 1}. \quad (88)$$

Além de a equação (88) possibilitar o cálculo de $f_{y,Lis}$ a partir de $f_{x,Lis}$, também garante que o traçado será simétrico e atenda às especificações desejadas. Uma vez determinadas ambas as frequências, define-se o período, ou seja, o tempo em que o padrão demora para se repetir, como

$$T_{Lis} = \frac{1}{|f_{x,Lis} - f_{y,Lis}|}. \quad (89)$$

A frequência com que as novas imagens serão geradas (*frame rate*) é

$$f_q = f_{x,Lis}/N. \quad (90)$$

Para fazer o ensaio utilizando de Lissajous, são necessárias informações diferentes dos outros métodos. Serão apresentados os passos para projetar a trajetória desejada e mostrados os dados obtidos ao variar a precisão em dois exemplos comparativos.

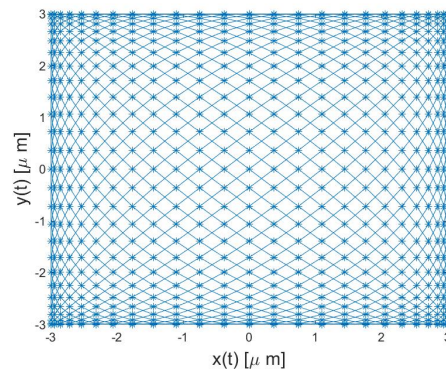
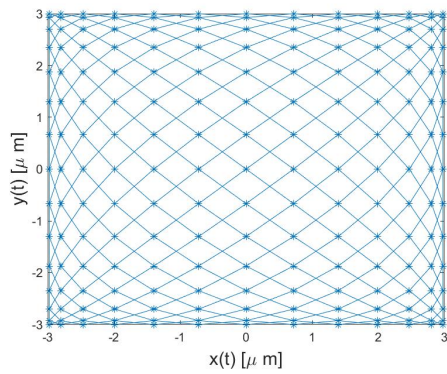
1. Inicialmente, deve ser escolhida a área a ser escaneada A_x e A_y ; após, é necessário definir a resolução desejada h e arbitrar $f_{x,Lis}$.
2. Com A_x , A_y e h , define-se a relação N (87).
3. Calcula-se a outra frequência, usando (88).
4. Usando (89), obtém-se o período da imagem.
5. Por último, calcula-se a frequência de quadros (90).

Como não é possível manter todos os parâmetros utilizados anteriormente, foram selecionados $A_x = A_y = 3 \mu\text{m}$ e $f_{x,Lis} = 3 \text{ Hz}$. Baseado nessa seleção, foi elaborada a tabela 3, onde consta a que resultado se chegou com a aplicação da metodologia apresentada com $h = 1 \mu\text{m}$ e $h = 0,5 \mu\text{m}$. A figura 17 mostra os padrões apresentados em ambos os casos comparados.

Tabela 3: Exemplos numéricos

$f_{x,Lis}$ [Hz]	h [μm]	N	$f_{y,Lis}$ [Hz]	T [s]	f_q [fps]
3	1	7	2,7857	4,6667	0,4286
3	0,5	13	2,8846	8,6667	0,2308

Figura 17: Padrões de Lissajous.

(a) Precisão de $h = 1 \mu\text{m}$ erelação de frequências $f_{x,Lis}/f_{y,Lis} = 1,0769$.(b) Precisão de $h = 0,5 \mu\text{m}$ erelação de frequências $f_{x,Lis}/f_{y,Lis} = 1,0400$.

Fonte: O autor.

3.1.3 Comparação entre os métodos

Ao analisar os métodos até aqui apresentados, fica claro que os *raster*, apesar de em baixas frequências serem precisos e rápidos em seu escaneamento, apresentam limitação na frequência de escaneamento máxima por excitarem altas harmônicas. No entanto, os novos métodos – como espiral, Lissajous e cicloides – apresentam resultados promissores, principalmente em altas frequências. Pensando nessas características, foi então gerada a tabela 4 para espiral e cicloides, e a tabela 5 para Lissajous. Com base nos resultados obtidos nos três métodos chega-se aos padrões das maiores frequências. Como constam na figura 18, vê-se que é possível obter imagens com maior precisão e em menos tempo. Cabe acrescentar que tal aumento não pode ser feito em um sistema que utilize os métodos *raster*.

Tabela 4: Comparativo entre os métodos espiral e cicloides com maiores frequências de escaneamento.

Método	f [Hz]	n	P [μm]	T [s]
Espiral $r_{max} = 3 \mu\text{m}$	500	20	0,1579	0,0380
Espiral $r_{max} = 4,5 \mu\text{m}$	500	20	0,2368	0,0380
Cicloides	500	20	0,3077	0,0420

Tabela 5: Método de Lissajous com maiores frequências de escaneamento.

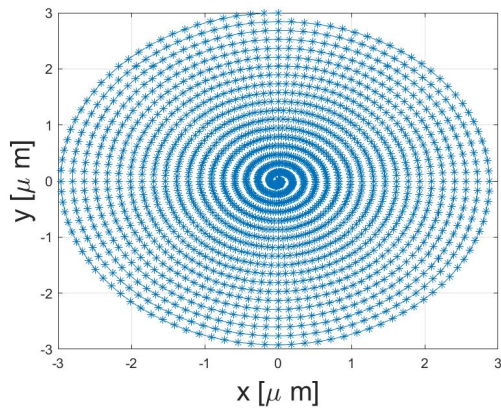
$f_{x,Lis}$ [Hz]	h [μm]	N	$f_{y,Lis}$ [Hz]	T [s]	f_q [fps]
500	0,3	22	488,6364	0,0880	22,7273
500	0,15	44	494,3182	0,1760	11.3636

Da análise dos resultados alcançados nas tabelas 4 e 5 representados na figura 18, infere-se que a metodologia *raster* pode ser aplicada em sistemas nos quais a frequência de escaneamento necessária não é alta. Por outro lado, quando se precisa maior velocidade de escaneamento, um dos quatro métodos não *raster* até aqui apresentados deve ser selecionado. O método de senoides foi derivado diretamente da metodologia *raster*; portanto, não fornece nenhuma vantagem significativa sobre os outros três, além de sua fácil aplicação. Em contrapartida, convém que a metodologia espiral seja aplicada em sistemas cuja amostra é circular; ou para amostrar que não sejam circulares – nos casos em que são necessárias mais informações do centro da amostra do que do exterior. Essa característica do método CAV não restringe a aplicação do método CLV, que equaliza a quantidade de pontos ao longo da espiral. Portanto, além do método espiral apresentar boa velocidade de escaneamento, pode ser adaptado para o resultado pretendido. Não obstante, o método do cicloide pode ser utilizado em amostras retangulares, e novamente fornece boa velocidade de escaneamento. No entanto, ambos os métodos, espiral e cicloides, compartilham um ponto importante a ser lembrado: possuem referências mais complexas do que o método da senoide, o que pode impactar o processo de desenvolvimento do controlador. Por fim, o método de Lissajous apresenta a vantagem do método senoidal – a referência a ser seguida é mais simples –, em conjunto com a vantagem do espiral e do cicloides – o tempo para a obtenção da imagem é baixo.

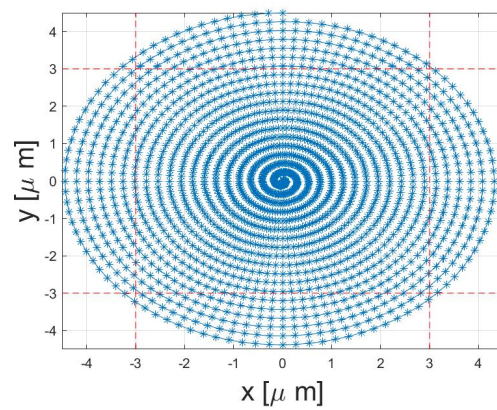
Nesta dissertação, objetiva-se escanear amostras quadradas; e, assim sendo, os métodos apresentados na tabela 4 precisam escanear uma área maior do que a desejada. Ademais, não são recursivos, ou seja, não escaneiam a mesma área múltiplas vezes; isso é particularmente relevante, visto que neste estudo propôs-se substituir os sensores piezo por *encoders*. Apesar de o método dos cicloides escanear duas vezes os pontos em $y = 0$, ao se aplicar esse método de varredura em um sistema real, ele pode demorar a entrar em regime permanente, ocasionando que as amostras feitas durante esse tempo não possuam a precisão esperada. O método de Lissajous, por outro lado, é recursivo, ou seja, caso a planta possua um maior tempo de acomodação, basta aumentar o tempo do ensaio proporcionalmente para garantir o resultado com a precisão escolhida. Por fim, os fatores decisivos para a escolha do método de Lissajous foram o formato da amostra e a recursividade, a qual é especialmente relevante nesta dissertação em que os sensores piezo serão substituídos por *encoeders*, visto que devido à não linearidade, o tempo de acomodação é maior.

Figura 18: Padrões obtidos nos métodos espiral, cicloides e Lissajous com maiores frequências de escaneamento.

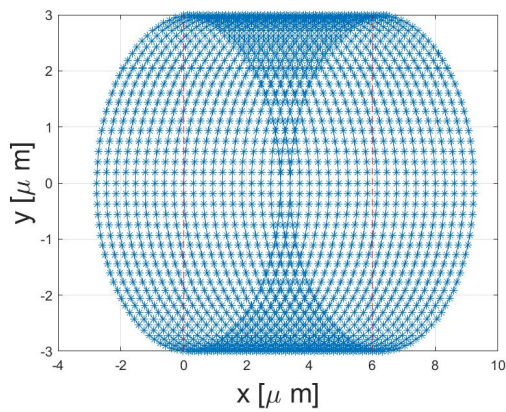
(a) Método espiral com $r_{max} = 3 \mu\text{m}$.



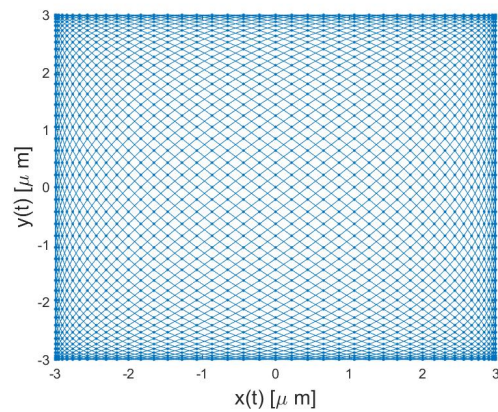
(b) Método espiral com $r_{max} = 4,5 \mu\text{m}$.



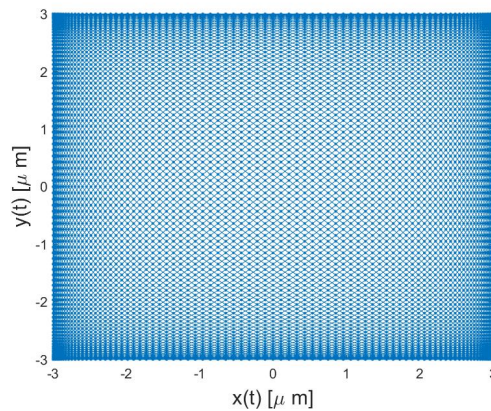
(c) Método cicloides.



(d) Método Lissajous $h = 0,3 \mu\text{m}$.



(e) Método Lissajous $h = 0,15 \mu\text{m}$.



Fonte: O autor.

3.2 Modelagem do sistema

De maneira geral, os trabalhos prévios obtêm as funções de transferência utilizando a identificação dos modelos, como foi feito em (MAHMOOD; MOHEIMANI; BHIKKAJI, 2011; YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014). Nos dois estudos, os microscópios utilizados são comercializados e, portanto, utilizam os atuadores e sensores com a tecnologia piezo. É importante ressaltar que, em ambos os artigos, as plantas possuem o mesmo formato, uma função de transferência de segunda ordem com grau relativo zero, dois zeros de fase não mínima, e os dois polos são um par complexo conjugado, conforme

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U_1(s)} = \frac{b_2s^2 + b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}. \quad (91)$$

Em (MAHMOOD; MOHEIMANI; BHIKKAJI, 2011), é mencionado que os zeros de fase não mínima não representam corretamente a natureza do escâner, mas sim são artifícios decorrentes da identificação, fato que não é mencionado por (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014).

A planta escolhida como exemplo real é a que foi identificada no artigo (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014).

$$G_y(s) = \frac{0,01743s^2 - 5300s + 9.168 \times 10^8}{s^2 + 8942s + 6.635 \times 10^9} \quad (92)$$

Optou-se por essa planta porque a metodologia de controle empregada no trabalho é similar à deste trabalho: o padrão a ser seguido é o Lissajous, e o controlador que garante esse seguimento é baseado no PMI. Na seção a seguir, a metodologia de controle será mais bem detalhada, e no capítulo seguinte o método aqui disposto será apresentado também nessa planta.

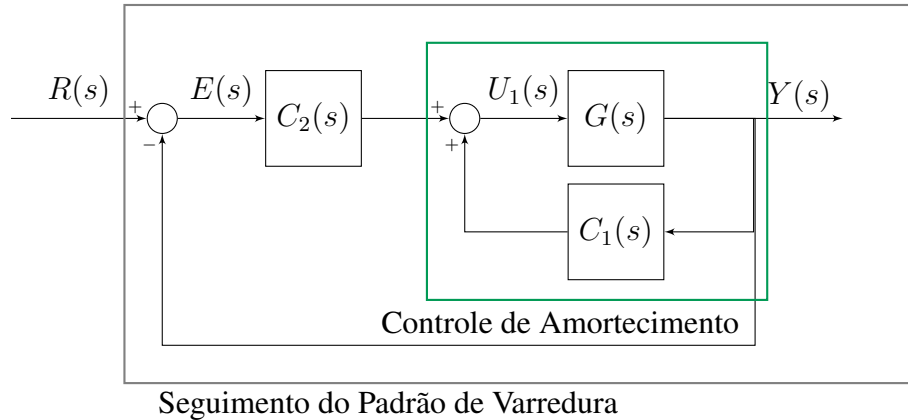
3.3 Controle do sistema

Para fazer o controle das plantas até aqui apresentadas, existem diversas abordagens possíveis, desde as metodologias clássicas, como o PMI, até metodologias de controle baseado em dados, e técnicas mais avançadas como o controle preditivo baseado em modelo (MPC - *Model Predictive Control*). Outro importante fator que deve ser considerado durante a confecção do controle do sistema é a natureza extremamente ressonante do posicionador mecânico, em conjunto com a sua necessidade de precisão.

O estudo (MAHMOOD; MOHEIMANI; BHIKKAJI, 2011) utiliza a metodologia de controle realimentado em cascata: o controlador $C_1(s)$ fica na realimentação, conforme mostrado na figura 19. O controlador $C_1(s)$ é do tipo Realimentado Positivo de Posição (PPF - *Positive Position Feedback*). Sua função de transferência é dada por

$$C_1(s) = \frac{9,282 \times 10^6}{s^2 + 6062s + 2,736 \times 10^7}. \quad (93)$$

Figura 19: Malha fechada em cascata utilizada em (MAHMOOD; MOHEIMANI; BHIKKAJI, 2011). Em verde consta a malha fechada interna, responsável por controlar o efeito do *damping*; a externa, em cinza, refere-se ao seguimento da referência $R(s)$.



Fonte: O autor.

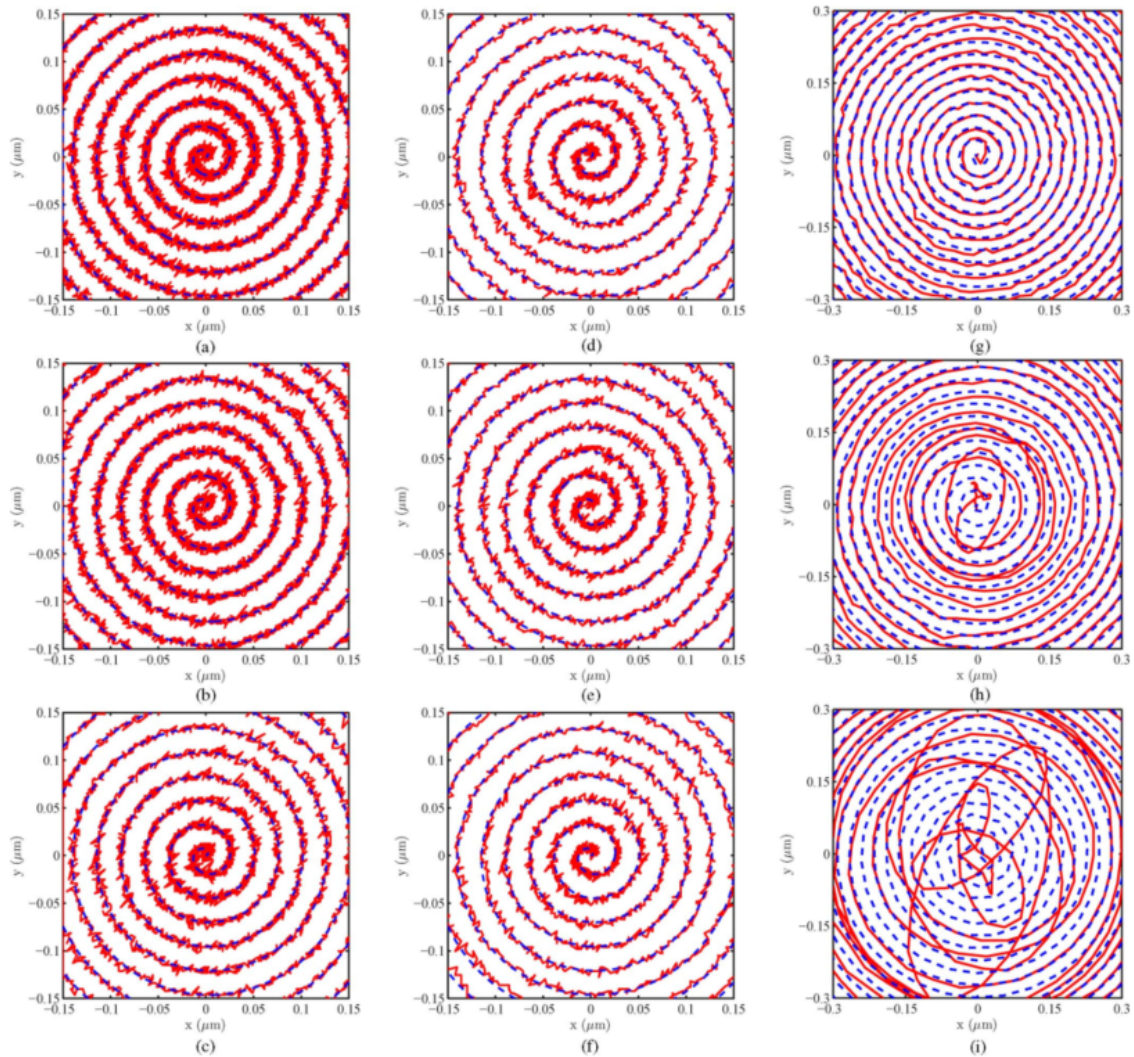
Em compensação, seu controlador $C_2(s)$ é um integrador de alto ganho. Essa metodologia foi desenvolvida para o método de varredura espiral. Nele foram feitos ensaios comparativos entre o sistema, seguindo as referências formadas pelos métodos CAV e CLV com velocidades variadas. Quando analisados os resultados para o CAV, observa-se que em todos os ensaios há erro persistente, e em alguns casos muito considerável. Dos ensaios que utilizaram CLV, foram resolvidos alguns dos problemas encontrados no CAV – cabe ressaltar que somente um dos três analisados obteve-se sucesso na varredura, conforme pode ser visto na figura 20. Nesse ensaio, no entanto, teve uma quantidade de erros consideravelmente menor que os apresentados no CAV, evidenciando que esse método enfrenta problemas diferentes, porém fornece imagens de melhor qualidade.

Em (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014), os autores utilizaram a metodologia de controle realimentado em cascata, conforme mostrado na figura 21. Dessa vez, o controlador $C_2(s)$ implementado se baseia no PMI; similarmente ao modelo anterior, o $C_1(s)$ objetiva controlar o efeito do *damping* e, através da realimentação positiva, ajustar a fase do sinal de entrada da planta. Além disso, vale ressaltar que o controlador $C_1(s)$ aplicado para esse sistema é analógico, devido a limitações dos aparelhos e dispositivos utilizados neste trabalho.

$$C_1(s) = \frac{10^5}{s + 45 \times 10^3} \quad (94)$$

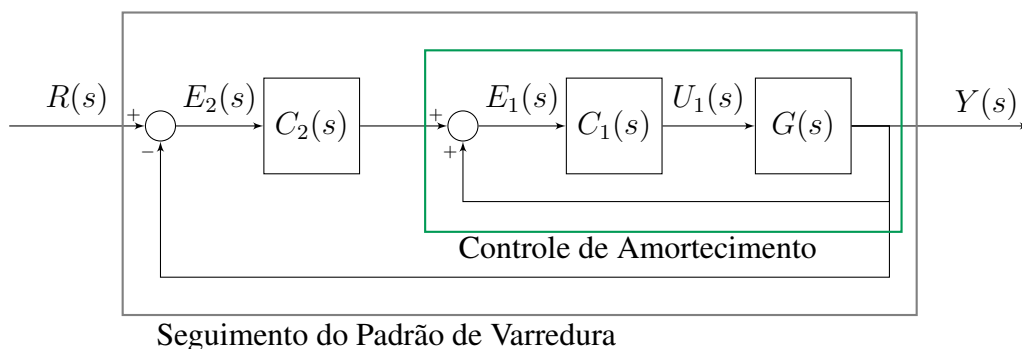
Sumarizando, o efeito de ambos os controladores são complementários; portanto, a escolha de um está atrelado à do outro. Durante a construção do controlador que se destinará a seguir a referência, $C_2(s)$, cada artigo teve sua própria metodologia. Em (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014), foi escolhido aplicar uma metodologia de controle baseada no PMI. Em (MAHMOOD; MOHEIMANI; BHIKKAJI, 2011), é somente aplicado

Figura 20: Ensaios comparativos entre o método CAV (a-f) e CLV (g-i).



Fonte: (MAHMOOD; MOHEIMANI; BHIKKAJI, 2011).

Figura 21: Malha fechada em cascata utilizada em (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014). Em verde consta a malha fechada interna, responsável por controlar o efeito do *damping*; a externa, em cinza, refere-se ao seguimento da referência $R(s)$.



Fonte: O autor.

um integrador com um ganho alto para garantir um seguimento satisfatório, além de reduzir a histerese e problemas relacionados à variação de temperatura. Em (RANA; POTA; PETERSEN, 2015) utiliza-se o MPC; nele o controle é feito de maneira preditiva a partir do modelo. Para finalizar, em (CHEN et al., 2013) são utilizadas redes neurais em conjunto com o PMI como ferramenta complementar.

Para esta dissertação, portanto, optou-se por trabalhar com uma metodologia de controle baseada no PMI, não só por apresentar resultados satisfatórios em todos os trabalhos aqui citados, como também por ser uma metodologia já aplicada previamente com sucesso em sistemas de controle sujeitos à quantização como (SALTON et al., 2020, 2021).

4 SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIAS DA TRAJETÓRIA DE LISSAJOUS COM SENSORES QUANTIZADOS

Nesse capítulo, será aplicado o método de varredura de Lissajous através de simulação em um AFM sujeito à quantização na realimentação, conforme a figura 22. Essa não linearidade ocorre devido ao *encoder* utilizado como sensor; além disso, a referência é quantizada artificialmente, para possibilitar o seguimento conforme estabelecido pelo Lema da Referência 4. Para que fosse possível a utilização dos *encoders* como sensores, supôs-se que seria adequado utilizar motores de passo.

As equações necessárias para criar o padrão de Lissajous foram definidas na Subseção 3.1.2.4; na Seção 2.5, mostrou-se que, para ser possível garantir a estabilidade do sistema, $H(s) = C(s)G(s)$ deve ser passivo, e seguir os preceitos definidos pelo PMI. A metodologia até aqui disposta será aplicada em três plantas: uma idealizada com todas as garantias teóricas, uma simplificada e uma planta real.

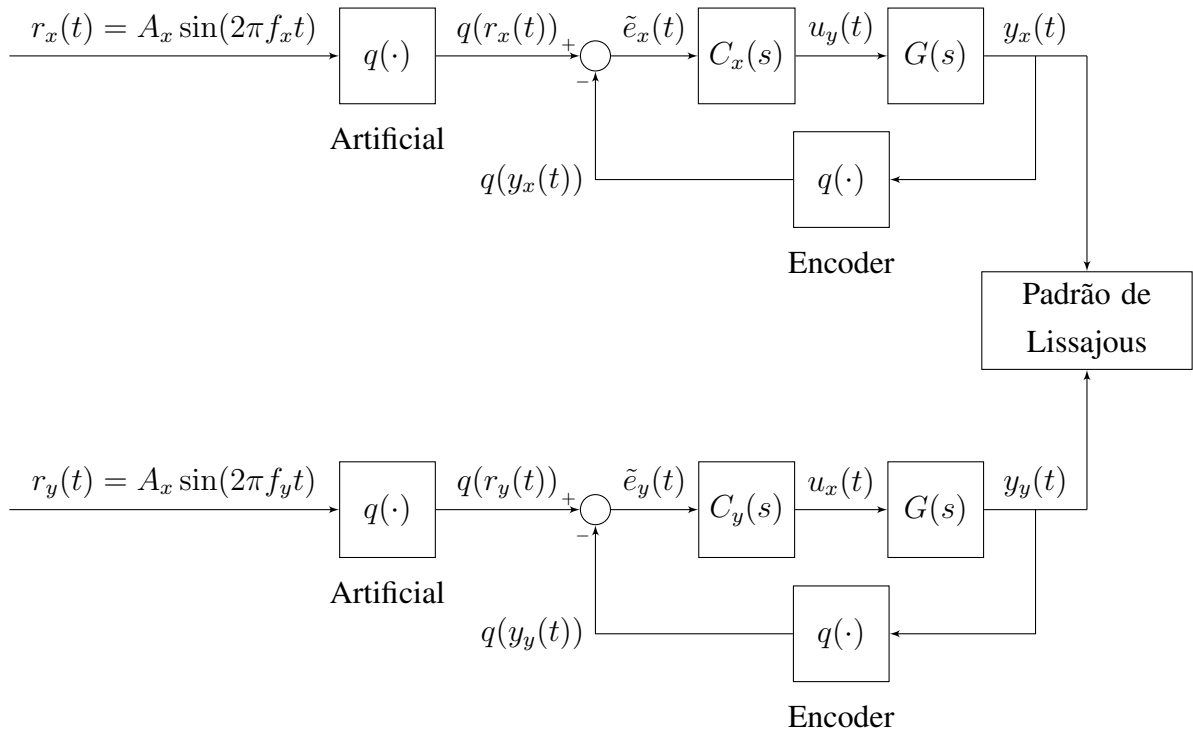
4.1 Sistema ideal

Nesse primeiro caso, foi utilizado novamente o integrador simples como planta, similar ao exemplo numérico apresentado na Seção 2.6.1, cuja equação é dada em (70). O controlador a ser utilizado é também similar, tendo como topologia (71). Além disso, foram definidas condições de quantização e amplitude similares ao do exemplo numérico; porém, agora é preciso arbitrar diferentes frequências a fim de obter o padrão desejado. Para facilitar o entendimento do leitor, a planta (70) e o controlador (71) foram copiados aqui.

$$G_1(s) = \frac{k_a}{s} \quad C(s) = k \frac{s^2 + (\omega/k_b)^2}{s^2 + \omega^2}$$

Após a definição de ambos, é imprescindível estabelecer as condições de simulação e os ganhos do controlador. A amplitude do sinal a ser seguido foi determinada como $a = 0,65 \mu\text{m}$, com um intervalo de quantização de $\Delta = 1 \mu\text{m}$. Ademais, foi estipulada uma precisão desejada de $h = 0,1 \mu\text{m}$, juntamente com a frequência do eixo x de $f_x = 3 \text{ Hz}$. Com essas informações, é possível calcular as constantes do método de Lissajous, conforme descrito na seção 3.1.2.4, resultando em $N = 14$, e uma frequência de varredura

Figura 22: Malha fechada do sistema a ser controlado.



Fonte: O autor.

no eixo y de $f_y = 2,8929$ Hz. O tempo total necessário para a formação do desenho é de $T_{Lis} = 9,3333$ s, com uma taxa de quadros por segundo de $f_q = 0,2143$ fps. Definidas as condições de simulação, convém ajustar os ganhos do controlador. Para obtê-los, duas condições foram definidas: $H_1(s) = C_1(s)G_1(s)$ deve ser passivo e entrar em regime permanente em $t \leq 1$ s. E, assim, foram selecionados os valores $k = 55$ e $k_b = 2$. O valor de k_b foi escolhido com base na mesma estratégia adotada no exemplo 2.6.1, garantindo a passividade de $H_1(s)$.

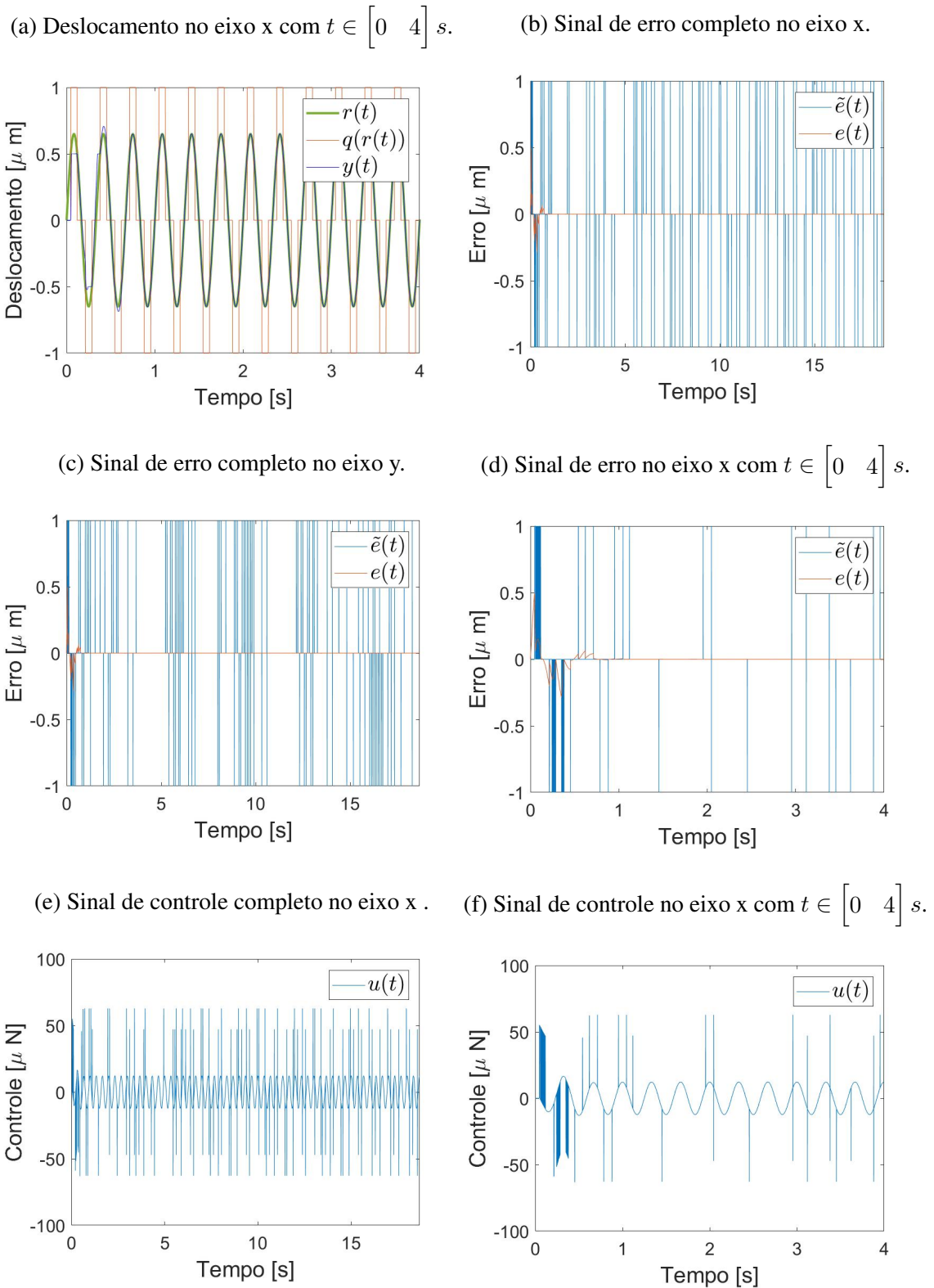
Durante a simulação, o tempo total do ensaio foi $T_{total} = 2T_{Lis} = 18,6667$ s. A figura 23 mostra a resposta temporal do sistema. Na primeira imagem, é possível ver o comportamento do sistema até entrar em regime, através do gráfico do deslocamento. Na sequência, é possível ver o sinal de erro de ambos os eixos, além do detalhamento observado no eixo x: percebe-se que, apesar de a estratégia de controle aplicada ter garantias teóricas, ainda há algum erro residual. Por fim, ao analisar o sinal de controle pode-se perceber que seu formato é o esperado – senoide em regime permanente com picos devidos à quantização.

Analisando os diversos picos de $\tilde{e}(t)$, é preciso considerar que eles não seriam verificados, caso o sistema fosse construído. As variações mostradas são na ordem da nm, as quais podem ser medidas via simulação; porém, no modelo físico, o *encoder* não tem capacidade de mensurar variações tão pequenas. Ademais, ao observar somente os pontos

onde há essa variação, verifica-se que eles sempre ocorrem próximo às linhas de mudanças de regiões de quantização, nesse caso $\pm 0,5 \mu\text{m}$. Um exemplo em que esse tipo de discrepância pode ocorrer é quando $y(t) = 0,4999 \mu\text{m}$ e $r(t) = 0,5001 \mu\text{m}$. Tais diferenças representam um erro baixo; no entanto, devido à alta precisão do *Matlab*, são alocados em diferentes regiões de quantização, gerando, portanto, esses picos.

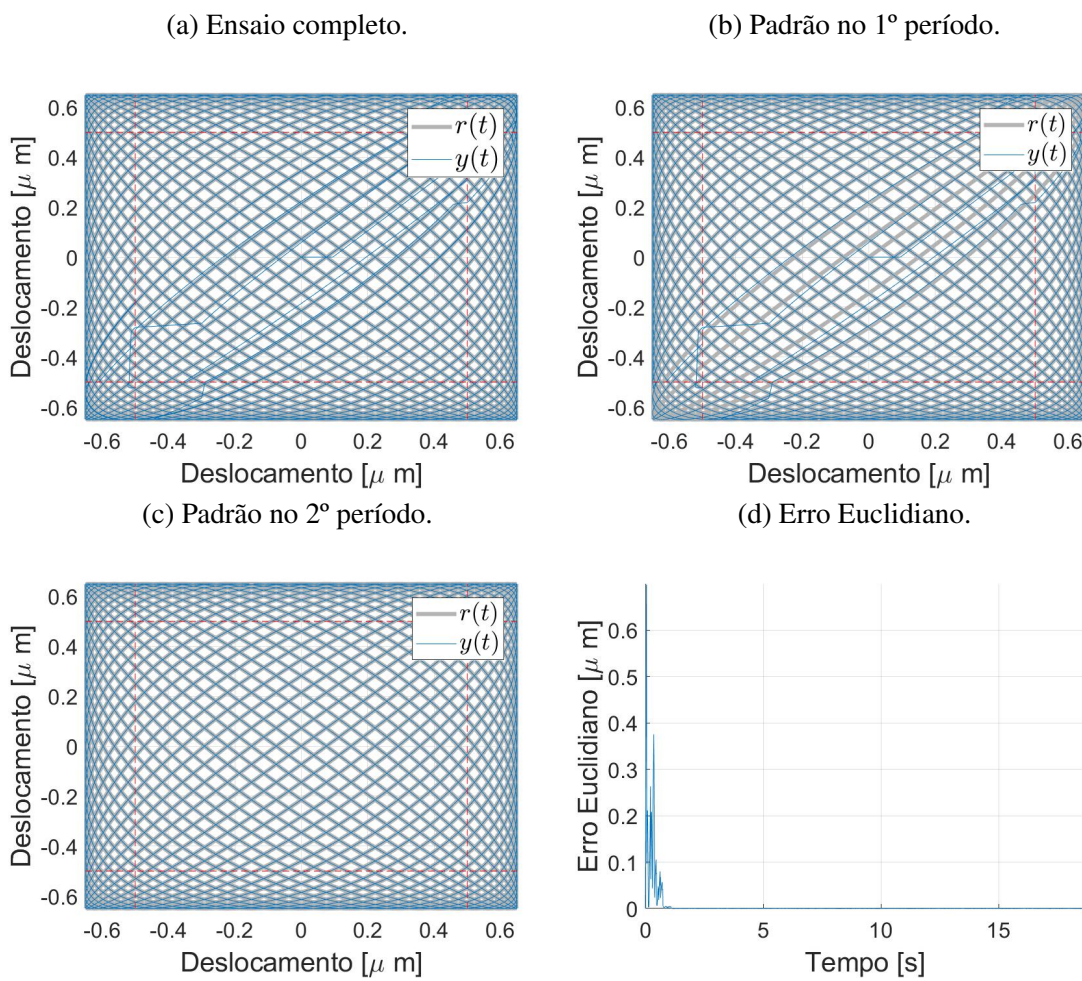
Na figura 24, visualiza-se o padrão resultante, caracterizado por um comportamento retilíneo durante a fase de ajuste do sistema à referência. Uma vez que o sistema atinja o regime permanente, observa-se corretamente o desenho do padrão. Como se vê na imagem, no primeiro período não há seguimento correto, somente no segundo. São exibidas as linhas onde há a troca de regiões de quantização, conforme definido em (2). Ademais, no último gráfico, é possível ver o erro euclidiano, que tende a zero.

Figura 23: Resultado do ensaio do sistema ideal.



Fonte: O autor.

Figura 24: Padrão formado pelo sistema ideal. As linhas tracejadas vermelhas representam as mudanças da quantização.



Fonte: O autor.

4.2 Sistema simplificado

Quando se deseja controlar sistemas eletromecânico, diferentes modelos surgem com diferentes graus de complexidade e fidelidade com a realidade. Como planta simplificada, optou-se por uma já utilizada em um dos artigos mencionados acima, (SALTON et al., 2020), que se vale da seguinte equação para descrever o posicionador linear:

$$G_2(s) = \frac{1,7 \times 10^7}{s(s + 9,42)}. \quad (95)$$

Nesse caso, objetiva-se seguir a mesma frequência que no exemplo anterior, com a mesma precisão, gerando, portanto, as mesmas constantes de Lissajous. Utilizando o mesmo controlador aplicado anteriormente, não é possível obter a passividade, visto que $\angle H_2(s) = C_2(s)G_2(s) \notin [-90 \ 90]$. Assim, foi definido o seguinte requisito de controle, o regime permanente deve ser atingido em até $t \leq 3$ s. As constantes escolhidas para o controlador (71) foram $k = 10^{-5}$ e $k_b = 2$. O ganho k é extremamente baixo para contrapor o alto ganho da planta; além disso, na tentativa de obter a passividade, escolheu-se novamente $k_b = 2$, gerando

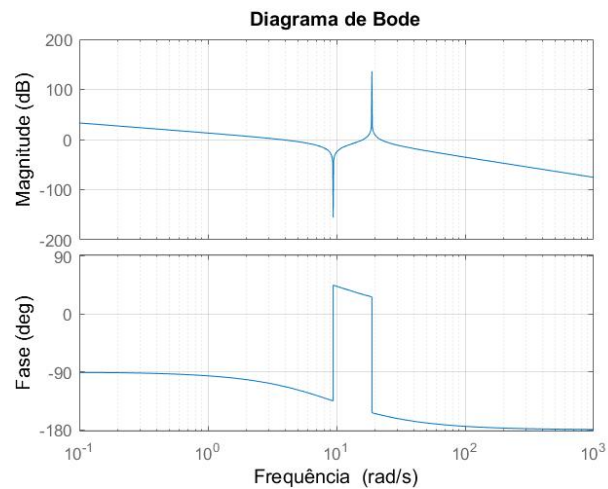
$$C_2(s) = 10^{-5} \frac{s^2 + (3\pi)^2}{s^2 + (6\pi)^2}. \quad (96)$$

Ao verificar o diagrama de Bode de $H_2(s) = C_{2,x}(s)G_2(s)$, que consta na figura 25, tem-se que $\angle H(s) \notin [-90 \ 90]$, e portanto o sistema não é passivo, ocasionando, nesse caso, que o sistema quantizado não possui garantia teórica de estabilidade, o que se deve ao polo extra, quando se compara $G_1(s)$ e $G_2(s)$.

O tempo necessário para o sinal entrar em regime permanente aumentou; assim sendo, mais uma vez se optou por definir o tempo total de simulação $T_{total} = 18,6667$ s. Ao simular esse sistema, obtém-se como resposta a figura 26, em que se comparam as respostas temporais. É possível verificar que a quantização teve efeitos menos influentes que no exemplo anterior, Seção 4.1, mas ainda abruptos. Na figura 23, observa-se que o sistema apresenta vários picos de erro, referentes à quantização. Na figura 26, esses picos ocorrem com menos frequência; na figura 26b, o erro efetivamente zera no segundo período, o que não ocorre para a figura 26c. Isso possivelmente ocorre devido à f_x ser inteira, similar ao passo da simulação. Durante as análises desse sistema e do anterior, o que se percebe é que, ao variar a frequência de amostragem, o erro quantizado por vezes não mais ocorria para o eixo x.

Na figura 27, vê-se o padrão obtido juntamente com as regiões de quantização. Na primeira imagem, representa-se o padrão completo; e após o resultado obtido em cada um dos períodos, além do erro euclidiano. É possível notar que, similar ao que ocorreu para o padrão anterior, o primeiro período deve ser desconsiderado, visto que não consegue seguir a referência quantizada; no entanto, no segundo período há o correto seguimento.

Figura 25: Diagrama de Bode do sistema simplificado $H_2(s) = C_{2,x}(s)G_2(s)$.

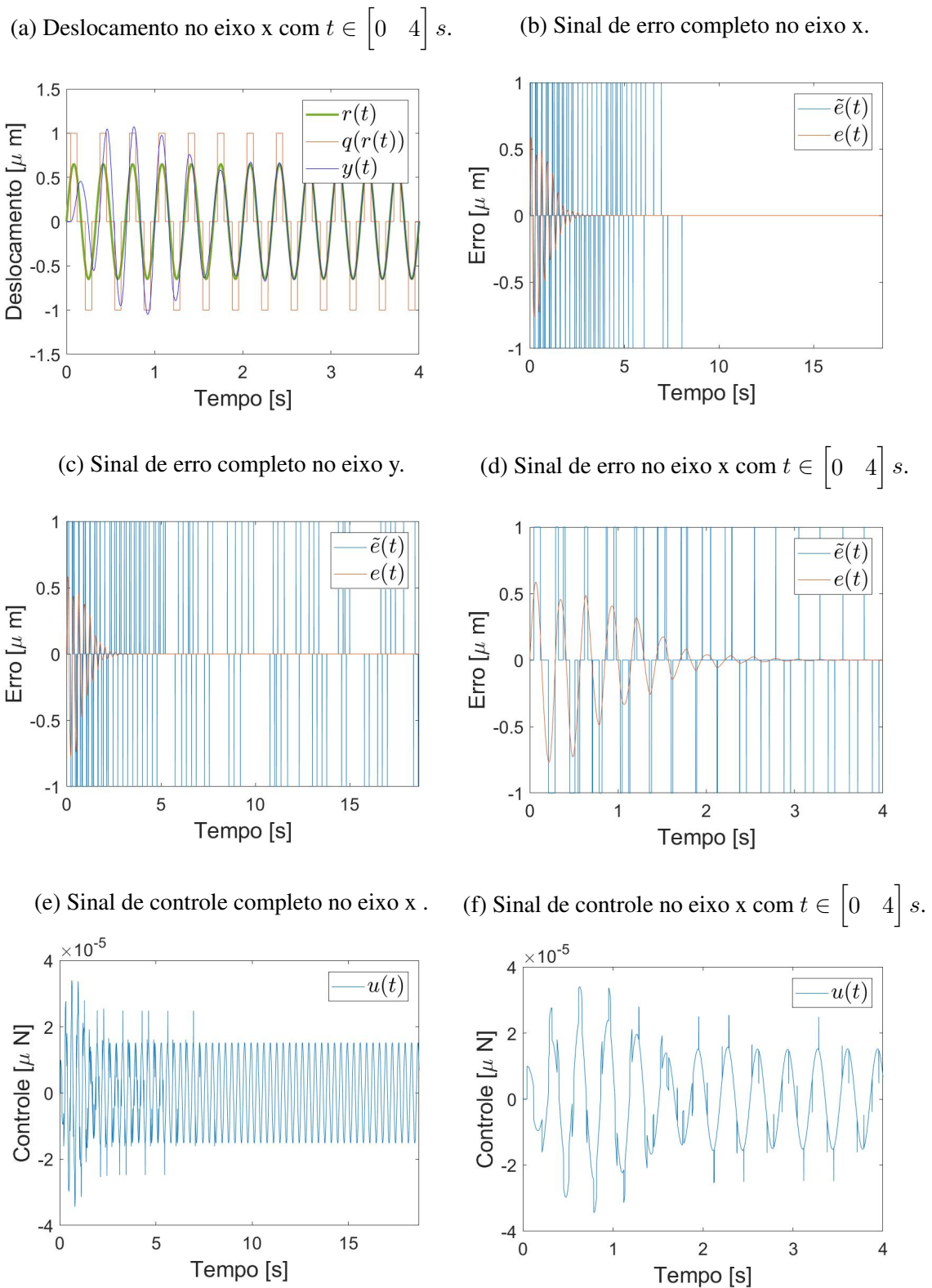


Fonte: O autor.

Ao final, há ainda o erro euclidiano, que relaciona os erros de ambos os eixos, onde a partir de 3,5 s tende a zero.

Comparando os sistemas até aqui apresentados, compreende-se que ambos seguiram a referência desejada, e geram o mesmo padrão final, utilizando o mesmo controlador. Vale ressaltar a diferença das respostas entre os dois: no caso simplificado, a resposta foi mais suavizada, mais próxima do que seria esperado da realidade, enquanto o integrador obteve linhas mais retas no plano cartesiano. Além disso, também conclui-se que a condição da passividade é suficiente, porém não necessária. Ou seja, todo sistema passivo faz $e \rightarrow 0$ com $t \rightarrow \infty$, porém nem todo sistema que faz isso é passivo. Ademais, o sistema com a planta ideal não obteve erro zero, havendo ainda erros residuais; no entanto, no sistema com a planta simplificada, foi obtido seguimento assintótico da referência para o eixo x. Tal fato, como mencionado anteriormente, revela aparente relação com o passo de simulação.

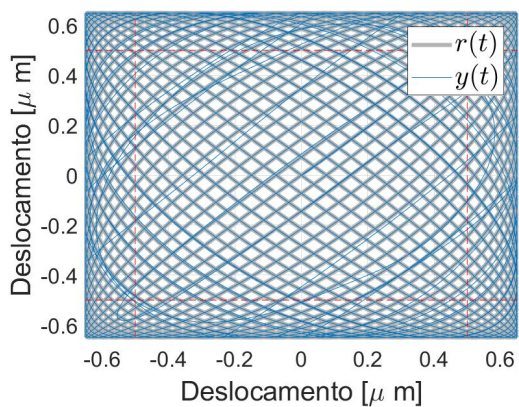
Figura 26: Resultado do ensaio do sistema simplificado.



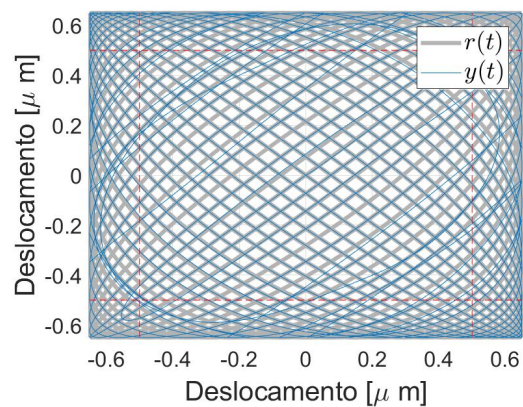
Fonte: O autor.

Figura 27: Padrão formado pelo sistema simplificado. As linhas tracejadas vermelhas representam as mudanças da quantização.

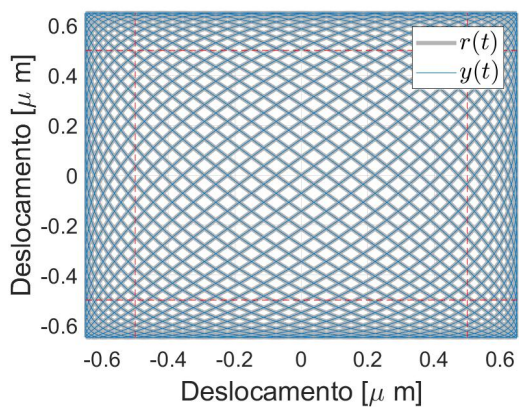
(a) Ensaio completo.



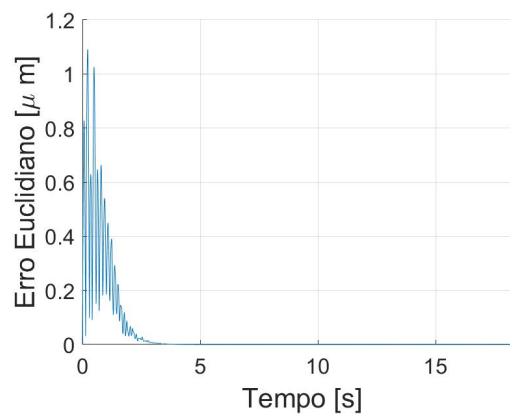
(b) Padrão no 1º período.



(c) Padrão no 2º período.

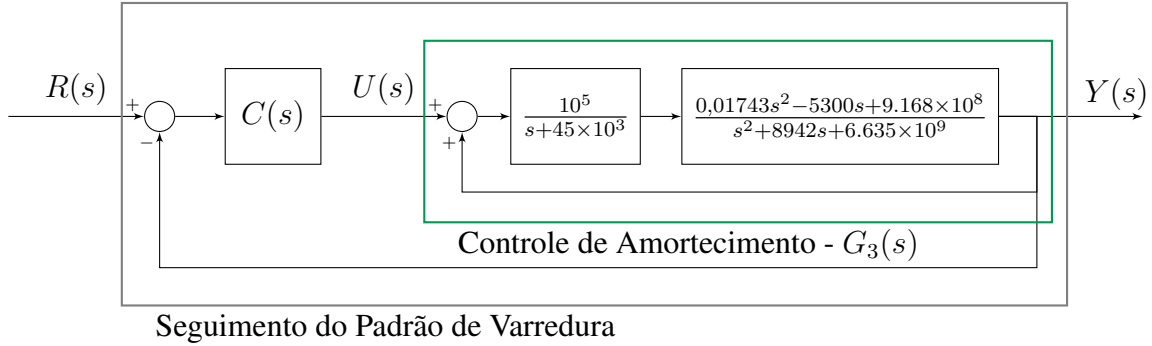


(d) Erro Euclidiano.



Fonte: O autor.

Figura 28: Malha de controle de um eixo do sistema real. Em verde consta a malha fechada interna, responsável por controlar o efeito do *damping*, definida aqui como a planta $G_3(s)$; em cinza a externa, que se refere ao seguimento da referência $R(s)$.



Fonte: O autor.

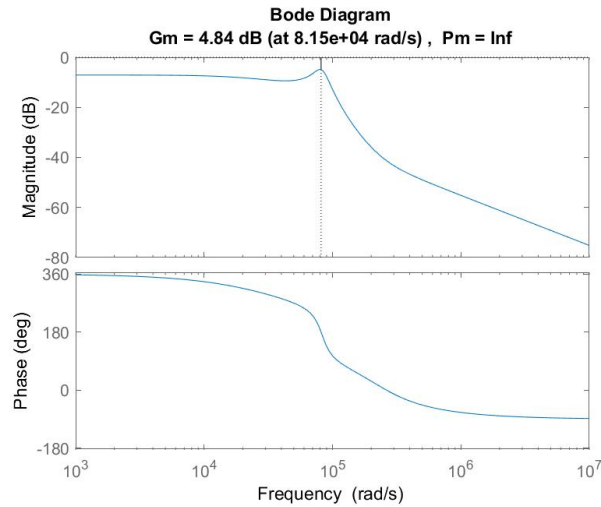
4.3 Sistema real

Como último exemplo, propõe-se utilizar uma das plantas dos trabalhos até aqui citados. Dentre os apresentados, a metodologia de controle mais similar, que pode ser mais bem adaptada, é o (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014). Nele, é apresentada somente a planta para um eixo; supôs-se, desse modo, que as plantas para ambos os eixos são iguais, sendo a principal diferença a frequência a ser seguida. A figura 21, a qual é apresentada novamente para facilitar o entendimento do leitor na figura 28, ilustra o diagrama de blocos proposto no artigo. Como o objetivo desta dissertação é controlar somente o método de varredura, definiu-se como planta o controle de amortecimento, descrito por

$$G_3(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1743s^2 - 5,3 \times 10^8 s + 9,168 \times 10^{13}}{s^3 + 52199s^2 + 7,567 \times 10^9 s + 2,069 \times 10^{14}}. \quad (97)$$

Os seus polos estão localizados em $10^4 \times [-1,1110 \pm 8,2328i \quad -2,9979]$, já os zeros em $10^5 \times [1,5204 \pm 1,7171i]$. Além disso, esse sistema tem naturalmente um par de polos complexo conjugado, o que o garante uma natureza ondulatória e um par de zeros de fase não mínima, que, por sua vez, gera um controle mais complexo de ser feito.

Visando mostrar a eficiência do método, foram feitos ensaios sob condições similares a anteriores, porém com frequências maiores. Foi definido o $\Delta = 1 \mu\text{m}$, $a = 1 \mu\text{m}$, $h = 0,1 \mu\text{m}$, $f_{1,x} = 1,5 \text{ kHz}$ e $f_{2,x} = 15 \text{ kHz}$; utilizando esses valores, foram calculados os parâmetros de Lissajous, conforme a tabela 6. Então, foram definidos os seguintes requisitos para o controlador: margem de fase mínima de 60° e a maior margem de ganho possível. Tais requisitos tornaram, assim, o sistema robusto a possíveis imprecisões e variações do modelo físico, além de assegurar a estabilidade, caso não haja quantização. Conforme será demonstrado ao longo desse último exemplo, a não linearidade afetará

Figura 29: Diagrama de Bode do sistema real $G_3(s)$.

Fonte: O autor.

pouco o resultado das simulações. Para definição desse novo controlador, uma vez mais foi utilizado o PMI, alocando primariamente um par de polos complexos na frequência a ser seguida, e posteriormente adicionando zeros e polos para garantir os requisitos estipulados. Em linha com o mencionado previamente, o resultado obtido será aqui dividido em duas partes: a primeira destina-se à frequência de 1,5 kHz, similar à utilizada em (YONG; BAZAEI; MOHEIMANI, 2014), e a segunda em 15 kHz, tendo como objetivo atestar sobre a efetividade da metodologia proposta sob quaisquer condições.

Tabela 6: Comparação dos resultados obtidos com $f_{x,Lis}$ diferentes com a planta real.

$f_{x,Lis}$ [kHz]	N	$f_{y,Lis}$ [kHz]	T [s]	$f_{x,Lis}/N$ [fps]	f_s [kHz]
1,5	22	1,465	0,0293	68,1818	129
15	22	14,65	0,0029	681,8182	1290

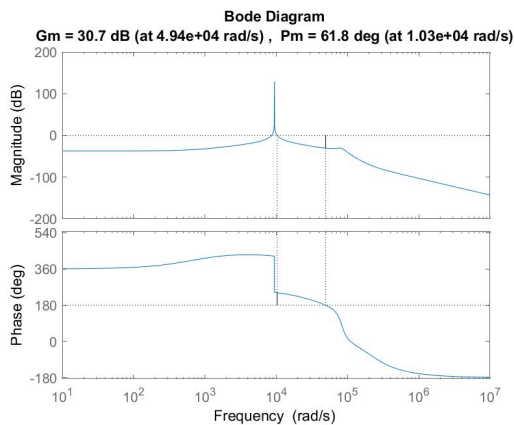
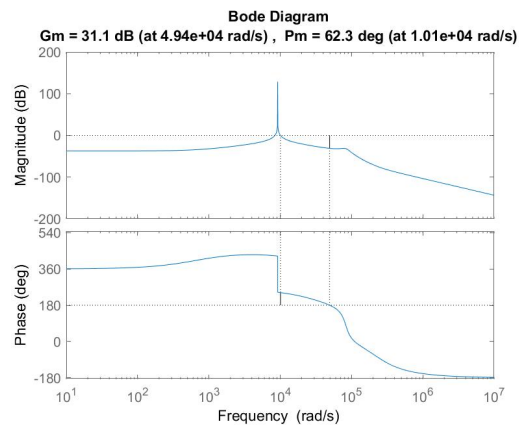
4.3.1 $f_{1,x} = 1,5$ kHz

Durante a modelagem do controlador a ser escolhido, verificou-se que, se o controlador apresentasse, além do par de polos complexos, um zero adicional em -686,1, seria possível obter o comportamento desejado para ambos os eixos. A figura 30 ilustra o diagrama de Bode e as margens de ganho e de fase para os dois eixos. Os controladores utilizados foram

$$C_{3,x} = \frac{4044s + 2,775 \times 10^6}{s^2 + 8,883 \times 10^7}; \quad (98)$$

$$C_{3,y} = \frac{3862s + 2,65 \times 10^6}{s^2 + 8,883 \times 10^7}. \quad (99)$$

Figura 30: Diagrama de Bode para cada eixo.

(a) Diagrama de Bode de $C_{3,x}(s)G_3(s)$.(b) Diagrama de de $C_{3,y}(s)G_3(s)$.

Fonte: O autor.

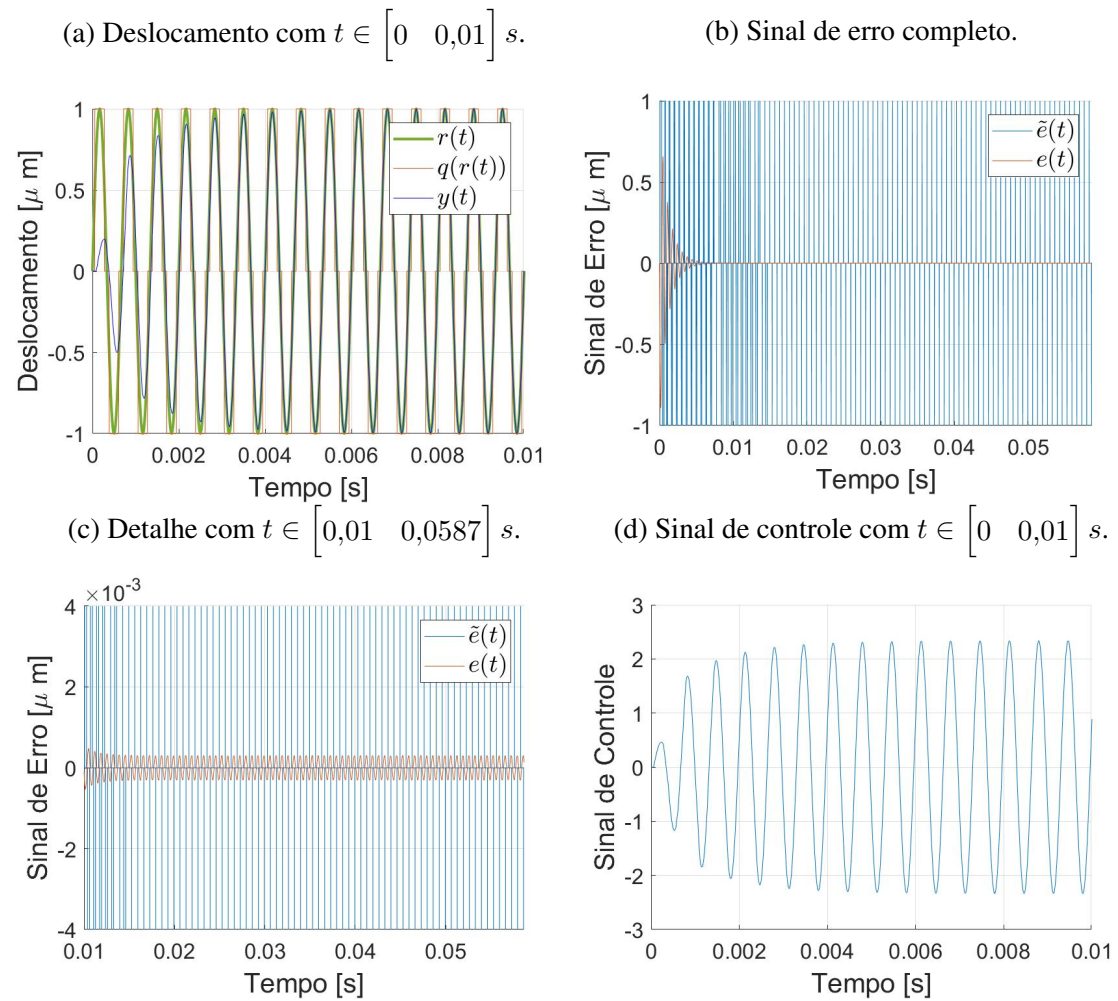
Ao analisar a figura 30, nota-se que a margem de fase de ambos os controladores é acima do requisito de 60° ; além disso, a margem de ganho é maior que 30 dB. Uma vez definido os controladores, é possível fazer as simulações. Por fim, cabe estipular o tempo máximo para cada simulação – o arbitrado foi $t_{max} = 2T$. Então no primeiro caso com $f_{1,x} = 1,5$ kHz, $t_{max} = 0,0587$ s.

O ensaio foi feito similar aos outros exemplos, através de uma simulação pelo software *Matlab*. Nele foi possível obter o resultado de cada eixo separadamente, além do sinal de controle, erro e do padrão resultante. Devido ao resultado de ambos os eixos ser muito similar, optou-se por mostrar o resultado obtido somente para o eixo x, conforme pode ser visto na figura 31. No primeiro gráfico, consta que a resposta do sistema é rápida, estabilizando em menos de 0,01s. No entanto, ao analisar o sinal de erro, verifica-se que ainda há um erro residual pequeno, considerando o que se objetiva medir. Devido ao erro não efetivamente zerar, permanecendo na faixa de $3 \times 10^{-4} \mu\text{m}$, o erro de quantização aparece ao longo de todo o experimento. Similar ao feito para a planta ideal, foi realizada novamente a análise de quando ocorrem os picos de \tilde{e} ; e, novamente, eles ficam sempre próximos à troca de regiões de quantização, ou seja, próximo de $\pm 0,5 \mu\text{m}$. Além disso, na figura 32, é possível visualizar o padrão formado mais claramente ao longo dos períodos – cabe realçar que durante o primeiro período, algumas linhas ficam fora da referência. Por fim, foi feita a comparação do sistema com e sem quantização na realimentação, como mostra a figura 33, na qual o resultado obtido com e sem quantização são visualmente similares.

Conclui-se que neste ensaio não é necessário nem um ciclo completo para o sinal entrar em regime, gerando, por conseguinte, que o padrão do segundo sejam iguais. Além disso, ao comparar o resultado obtido no sistema quantizado e não quantizado, a resposta

é bastante similar.

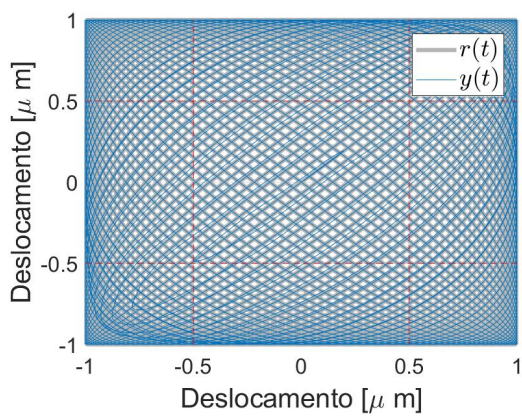
Figura 31: Resultado do ensaio com $f_{1,x} = 1,5$ kHz.



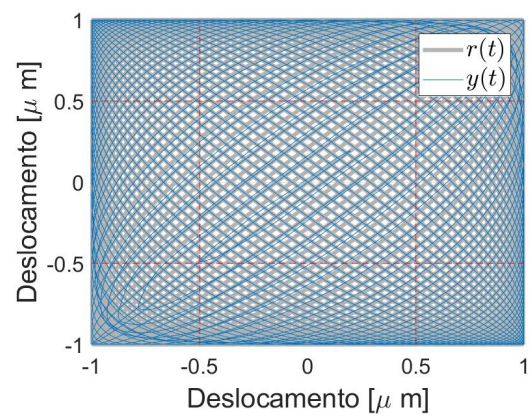
Fonte: O autor.

Figura 32: Padrão formado com $f_{1,x} = 1,5$ kHz e $f_{1,y} = 1,465$ kHz.

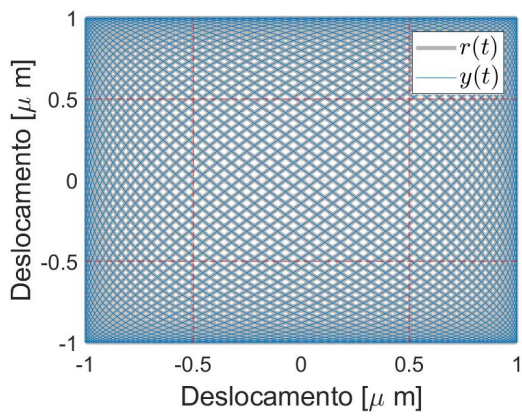
(a) Ensaio completo.



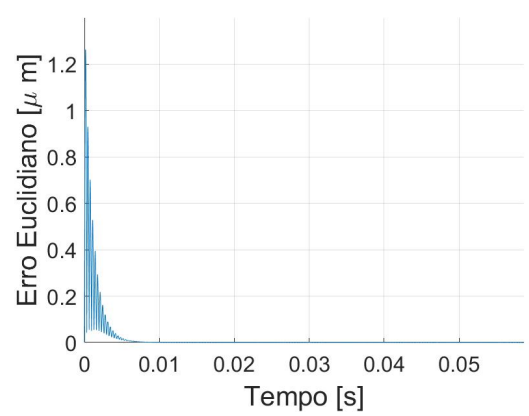
(b) Padrão no 1º período.



(c) Padrão no 2º período.

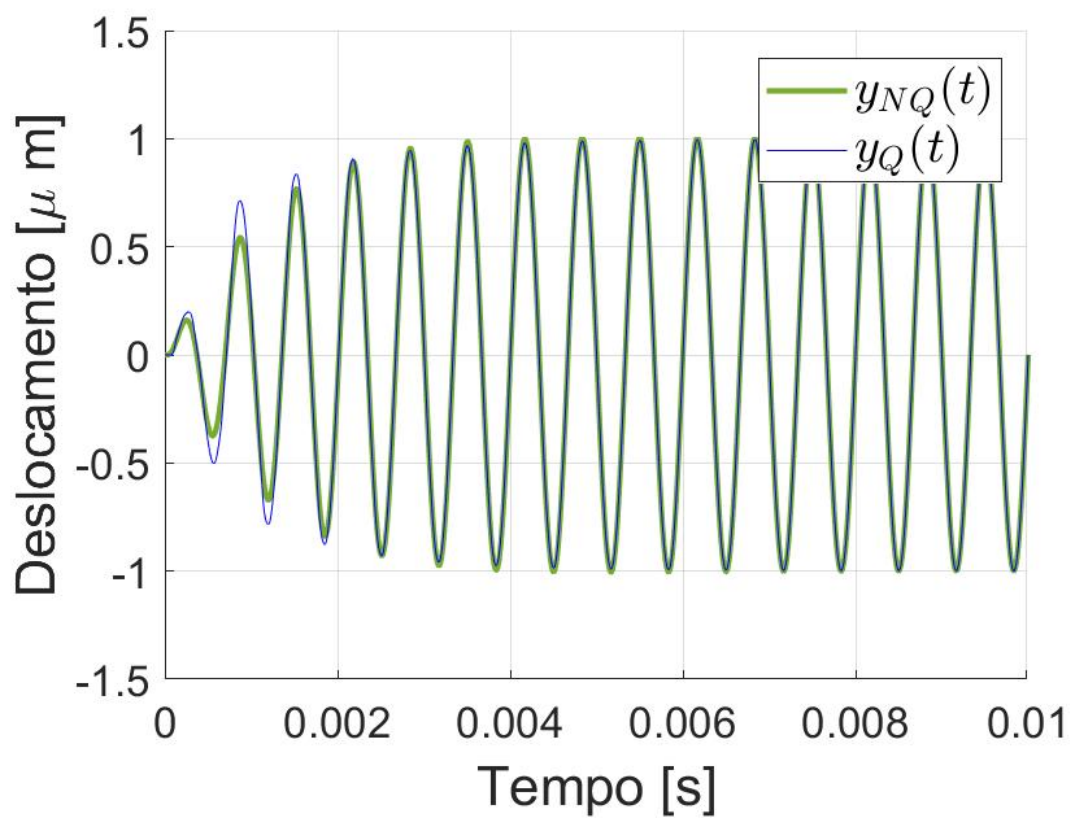


(d) Erro Euclidiano.



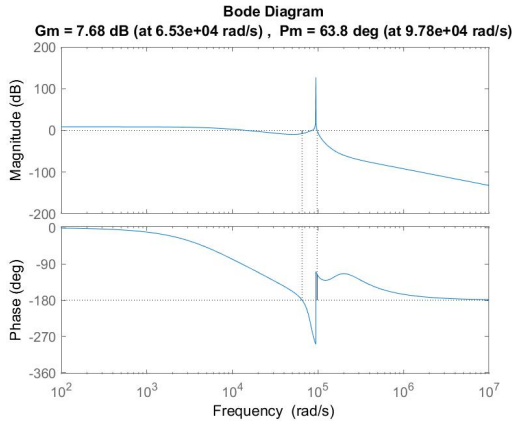
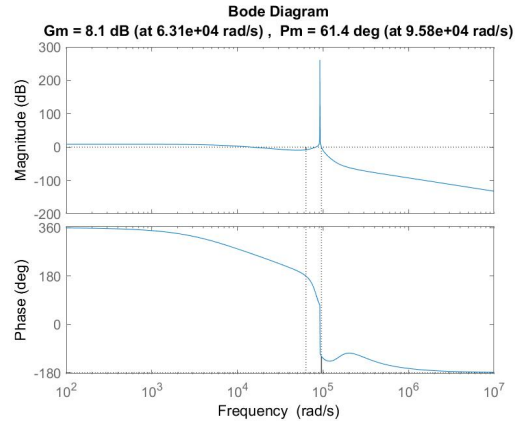
Fonte: O autor.

Figura 33: Comparação do sistema com $f_{1,x} = 1,5$ kHz – em azul com quantização, e em verde sem quantização.



Fonte: O autor.

Figura 34: Diagrama de Bode para cada eixo.

(a) Diagrama de Bode de $C_{4,x}(s)G_3(s)$.(b) Diagrama de Bode de $C_{4,y}(s)G_3(s)$.

Fonte: O autor.

4.3.2 $f_{2,x} = 15$ kHz

Similar ao que foi feito anteriormente, foram alocados polos e zeros adicionais objetivando garantir uma margem de fase mínima de 60° e a máxima margem de ganho possível. Nesse caso, no entanto, não foi possível adicionar somente um zero ao par de polos complexos conjugados, necessários para seguir a senoide na frequência desejada. Portanto, foi adicionado um par de zeros complexo conjugado, além de um polo, os quais constam na tabela 7. As margens de ganho e fase podem ser vistas no diagrama de Bode na figura 34; os resultados da margem de fase são similares aos apresentados para $f_{1,x}$, mas a margem de ganho é consideravelmente menor em ambos os novos controladores.

$$C_{4,x} = \frac{14445s^2 + 1,631 \times 10^9 s + 3,387 \times 10^{14}}{s^3 + 6356s^2 + 8,883 \times 10^9 s + 5.646 \times 10^{13}} \quad (100)$$

$$C_{4,y} = \frac{13952s^2 + 1,227 \times 10^9 s + 3,235 \times 10^{14}}{s^3 + 6356s^2 + 8,883 \times 10^9 s + 5.646 \times 10^{13}} \quad (101)$$

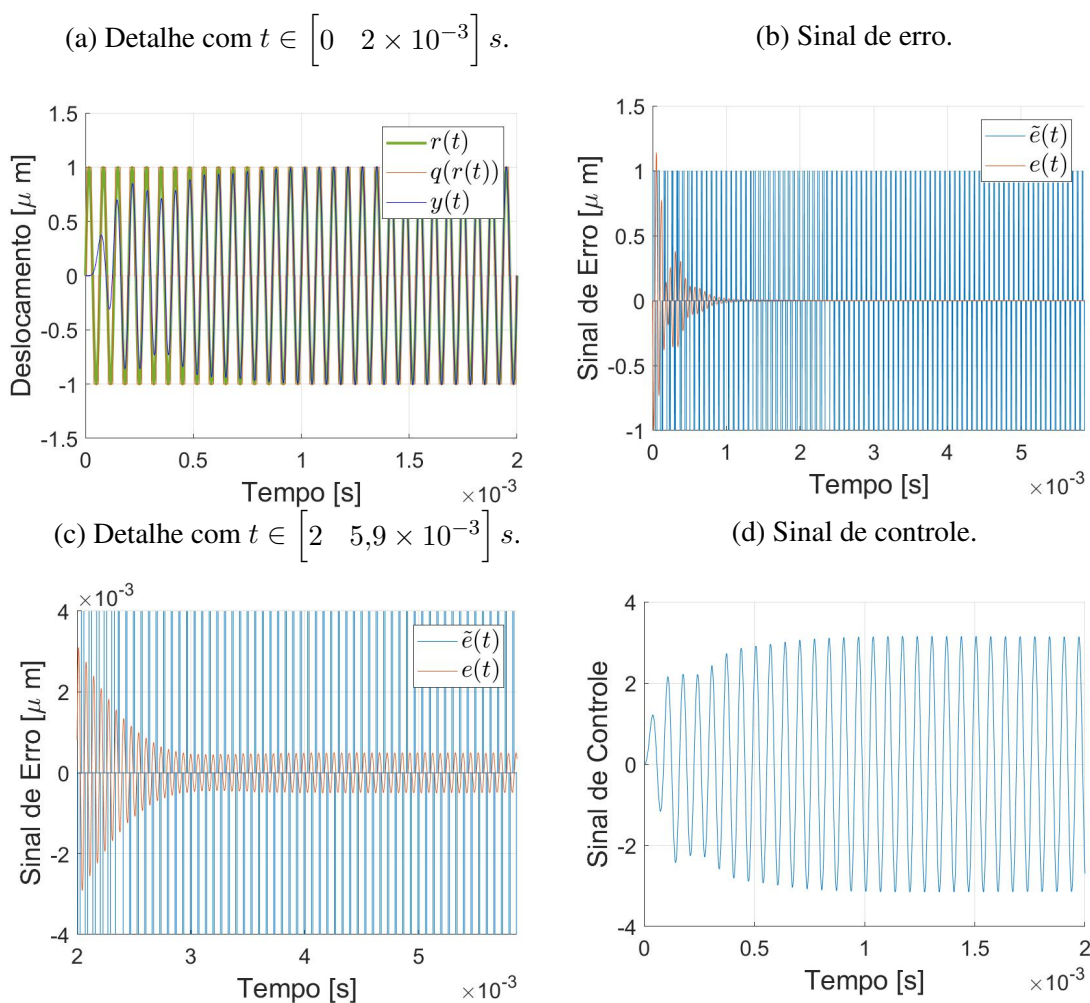
Eixo	Polo adicional	Zeros adicionais
x	-6356	$(-0,5645 \pm 1,4235i) \times 10^5$
y	-6356	$(-0,4395 \pm 1,4580i) \times 10^5$

Tabela 7: Polos e zeros adicionais nos controladores (100) e (101).

Novamente em razão da quantização, propôs-se o aumento do tempo de ensaio para que o sistema pudesse entrar em regime; e uma vez mais $t_{max} = 2T$ foi utilizado com o tempo máximo. O tempo total e a frequência do ensaio feito foram $t_{max} = 0,0059$ s, o sinal a ser seguido no eixo x tem frequência $f_{2,x} = 15$ kHz.

Como foi utilizada a mesma metodologia para a execução que no ensaio anterior, serão apresentados na figura 35 os resultados do deslocamento para o eixo x, o sinal de erro e seu detalhamento, e o sinal de controle. Ainda na figura 35, verifica-se que a estabilização desse sistema ocorre de maneira mais lenta que a apresentada para $f_{1,x}$; no entanto, o erro residual é consideravelmente menor. O erro de quantização ocorre ao longo de todo ensaio, pelo mesmo motivo apresentado anteriormente. O esforço de controle necessário é levemente maior. Na figura 36, podem ser vistos o padrão formado e o erro euclidiano durante o primeiro período, o seguimento não ocorre de maneira satisfatória, já no segundo o resultado é muito próximo à referência. O erro euclidiano resulta em valores bem baixos, tal qual o resultado demonstrado na figura 35. Na figura 37, comparou-se o sistema com e sem quantização na realimentação.

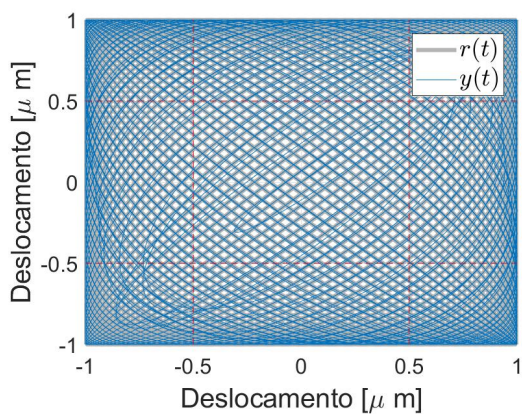
Figura 35: Resultado do ensaio com $f_{2,x} = 15$ kHz.



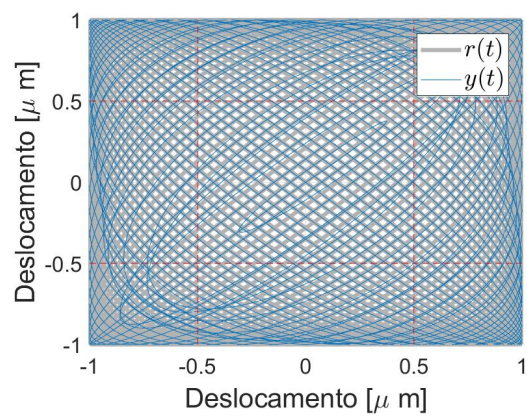
Fonte: O autor.

Figura 36: Padrão formado com $f_{2,x} = 15$ kHz.

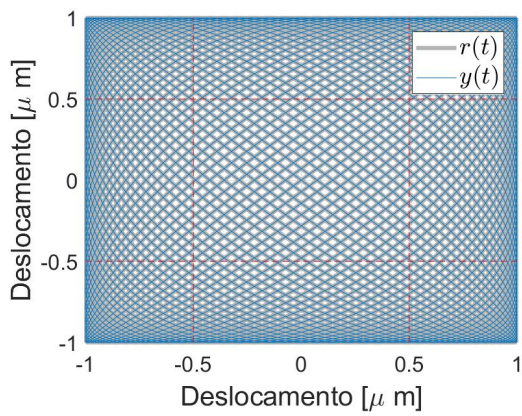
(a) Ensaio completo.



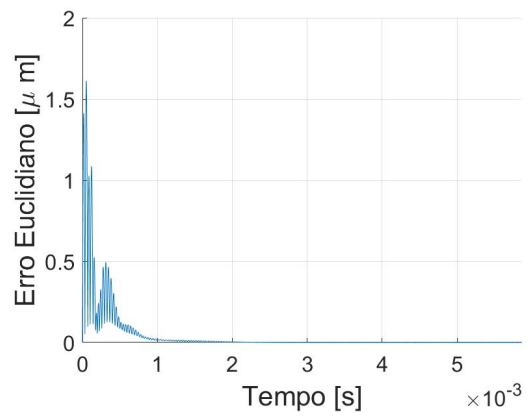
(b) Padrão no 1º período.



(c) Padrão no 2º período.

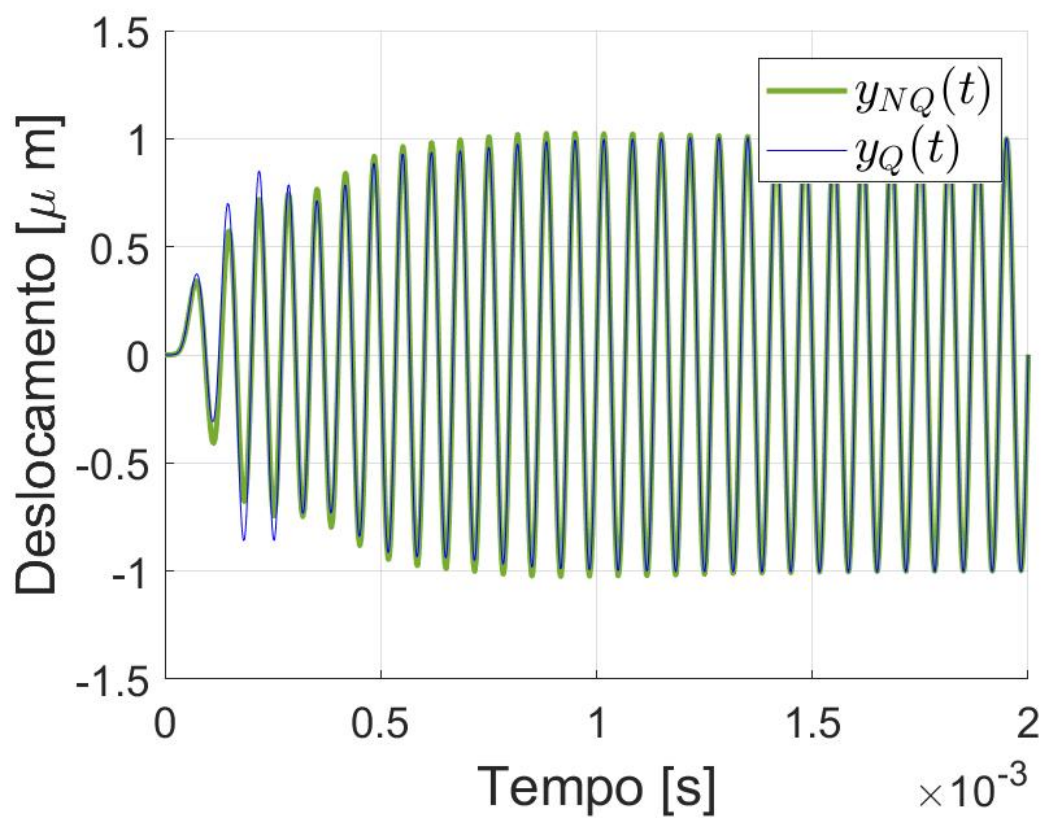


(d) Erro Euclidiano.



Fonte: O autor.

Figura 37: Comparação do sistema com $f_{2,x} = 15$ kHz – em azul com quantização, e em verde sem quantização.



Fonte: O autor.

4.4 Considerações finais

A metodologia até aqui disposta apresentou resultados promissores em simulação; porém, quando se fez a análise da aplicação prática, alguns problemas surgiram. Os atuadores utilizados na maioria dos microscópios de varredura são da tecnologia piezo; portanto, garantem uma boa precisão de posicionamento. No entanto, para utilizar os sensores *encoder* e com isso aumentar a área de leitura, é necessário fazer uso de um atuador com maior alcance e boa precisão. Componentes com essas características são difíceis de serem encontrados, visto que é necessária precisão micrométrica. Duas principais classes de motores podem ser exploradas quando se necessita de precisão: o motor de passo e o motor ultrassônico.

O motor de passo é reconhecido por sua precisão, sendo aplicado em equipamentos CNC. No entanto, devido à diferença de escala – entre essa aplicação, cujas medidas são em mm, e o projeto em μm –, sua precisão pode não ser suficiente. Supondo que se deseje construir o dispositivo para um AFM quantizado, encontram-se no mercado motores cujo passo é de $0,72^\circ$, e fusos de esfera retificados com passo de 5 mm. Ou seja, nesse caso o deslocamento de um passo do motor seria de $10 \mu\text{m}$. Analisando esses dados, conclui-se que é possível utilizar tal dispositivo, porém limitadamente.

Em contrapartida, também é possível utilizar um motor ultrassônico, que se baseia na tecnologia piezo para produzir o movimento circular ou linear. Seu funcionamento, conforme descrito em (ZHANG et al., 2022), segue basicamente estas etapas: o motor, ao receber um sinal com uma determinada frequência, entra em ressonância com ela e, a partir disso, faz o deslocamento do eixo. Como o motor entra em ressonância, são produzidas nano-oscilações, medidas no artigo (OSTASEVICIUS et al., 2005). Tais oscilações iriam prejudicar a amostra, tornando o uso desse tipo de motor não recomendável para um AFM.

Considerando o que foi até aqui apresentado, constata-se que essa metodologia pode ser aplicada utilizando motores de passo e fusos de esfera retificados. Para melhorar os resultados dessa aplicação, sugere-se buscar um motor cujo passo seja menor do que o apresentado, ou um fuso com passo menor. Dessa forma, será possível comparar a precisão fornecida pela metodologia utilizando a tecnologia piezo.

5 CONCLUSÃO

Esta dissertação apresenta uma metodologia para o controle de um AFM, utilizando um sensor do tipo *encoder*, em vez de um piezo, a fim de aumentar a sua área de atuação. Em consequência dessa troca, o sistema ficou sujeito à quantização na realimentação. Para varredura foi utilizado o método Lissajous. A lei de controle proposta se baseia no PMI para o seguimento assintótico de referências senoidais de frequência arbitrária e demonstração de passividade para a atestar sobre a estabilidade. Os controladores propostos tiveram seu funcionamento atestado mediante simulações em diferentes plantas e frequências de seguimento. Para garantir o seguimento, a referência foi quantizada artificialmente, possibilitando assim a aplicação do PMI.

Os conceitos de quantização, PMI e passividade, são apresentados inicialmente. Além deles, é realizada uma breve explicação sobre o AFM e os diferentes métodos de varredura; e a seguir comparam-se os métodos apresentados para expor suas diferenças. Analisam-se de que forma a literatura modela o AFM e as diferentes estratégias de controle utilizada.

A passividade foi selecionada como estratégia para garantir a estabilidade do sistema; porém, ela é garantida para os de baixa ordem, como o composto pelo controlador $C_1(s)$ e a planta idealizada $G_1(s)$. Tal característica, no entanto, é difícil de ser obtida em sistemas de aplicação real. No segundo caso, com o controlador $C_2(s)$ e a planta $G_2(s)$ – a qual consiste em um modelo simplificado composto de um integrador com um polo – não foi possível garantir tal propriedade. Para o último sistema, a planta $G_3(s)$ foi identificada mediante ensaios; devido à complexidade do sistema formado por ela e pelo seu controlador, não foi possível garantir a passividade. Também na literatura ainda não é possível garantir a estabilidade de um sistema quantizado qualquer de ordem elevada. No caso do sistema formado por $C_3(s)G_3(s)$, foi definido que os controladores deveriam garantir margem de fase mínima de 60° e a maior margem de ganho possível, garantindo dessa maneira a estabilidade do sistema sem a não linearidade e robustez a possíveis variações do modelo. Sob as condições simuladas, comparou-se o sistema quantizado com um sistema não quantizado; os resultados gerados foram satisfatórios e bastante próximos entre si, mostrando a efetividade da metodologia aqui proposta.

Durante a análise dos exemplos, foi possível verificar que em praticamente todos ainda havia picos no erro quantizado. Porém, durante esse trabalho, a quantidade dele variava com o passo de quantização; logo, é possível concluir que em alguns casos eles provavelmente são erros numéricos. Além disso, todos eles estão vinculados a uma medida de erro na casa de nm; nesta dissertação estão sendo aplicados *encoders* como sensores, os quais não conseguem verificar variações tão pequenas. Considerando isso, não é possível afirmar que esses picos no erro quantizado iriam aparecer caso o sistema fosse implementado.

Após a análise das informações aqui dispostas, é possível perceber que esse trabalho inicia a discussão sobre a implementação de outros tipos de atuadores, e por consequência sensores, nos AFMs. Devido às atuais limitações dos motores de passo e dos fusos que devem ser nele acoplados, não é possível afirmar que os resultados obtidos via simulação serão reproduzidos na prática. Portanto, este estudo continua a discussão de metodologias para aumentar a área de escaneamento e as modificações possíveis do AFM.

Para trabalhos futuros, quatro principais aspectos devem ser ressaltados. O primeiro deles é o estudo de como abranger a garantia de estabilidade teórica para uma gama maior de sistemas. Outra análise interessante seria aplicar essa mesma metodologia para outros métodos de varreduras, os quais terão novos desafios baseados na referência a ser seguida. Aponta-se também como importante analisar a resposta ao distúrbio de um sistema AFM quantizado e quais metodologias apontam para a diminuição desse efeito. A tudo isso se soma a importância de aplicar essa metodologia em um AFM, visto que os resultados aqui expostos foram obtidos em sua maioria por simulações.

REFERÊNCIAS

- BELLOTTI, R.; PICOTTO, G. B.; RIBOTTA, L. AFM measurements and tip characterization of nanoparticles with different shapes. **Nanomanufacturing and Metrology**, [S.l.], v.5, n.2, p.127–138, 2022.
- BINNIG, G.; QUATE, C. F.; GERBER, C. Atomic Force Microscope. **Phys. Rev. Lett.**, [S.l.], v.56, p.930–933, Mar 1986.
- BINNIG, G.; ROHRER, H. Scanning tunneling microscopy. **Surface Science**, [S.l.], v.126, n.1, p.236–244, 1983.
- BINNIG, G.; ROHRER, H. Scanning tunneling microscopy—from birth to adolescence. **reviews of modern physics**, [S.l.], v.59, n.3, p.615, 1987.
- CAI, J.; TAKEMOTO, M.; NAKAJO, H. A deep look into logarithmic quantization of model parameters in neural networks. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCES IN INFORMATION TECHNOLOGY, 10., 2018. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2018. p.1–8.
- CHEN, C. Linear system theory and design: oxford university press. **New York, USA**, [S.l.], 1999.
- CHEN, C.-L. et al. Sinusoidal trajectory for atomic force microscopy precision local scanning with auxiliary optical microscopy. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 52., 2013. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2013. p.348–353.
- COLLINS, L. et al. Quantitative electromechanical atomic force microscopy. **ACS nano**, [S.l.], v.13, n.7, p.8055–8066, 2019.
- DAS, S. K. et al. Improvement of alternative non-raster scanning methods for high speed atomic force microscopy: a review. **IEEE Access**, [S.l.], v.7, p.115603–115624, 2019.
- FRANCIS, B. A.; WONHAM, W. M. The internal model principle of control theory. **Automatica**, [S.l.], v.12, n.5, p.457–465, 1976.

GAO, H.; CHEN, T. A new approach to quantized feedback control systems. **Automatica**, [S.l.], v.44, n.2, p.534–542, 2008.

HANSMA, H. G.; HOH, J. H. Biomolecular imaging with the atomic force microscope. **Annual review of biophysics and biomolecular structure**, [S.l.], v.23, n.1, p.115–140, 1994.

KALANTARI, N. K.; AHADI, S. M. A logarithmic quantization index modulation for perceptually better data hiding. **IEEE Transactions on Image Processing**, [S.l.], v.19, n.6, p.1504–1517, 2010.

KATZIR, S. The discovery of the piezoelectric effect. In: **The beginnings of piezoelectricity**. [S.l.]: Springer, 2006. p.15–64.

KHALIL, H. **Nonlinear Systems**. [S.l.]: Prentice Hall, 2002. (Pearson Education).

KIM, Y.-J.; LIM, J.; KIM, D.-N. Accelerating AFM Characterization via Deep-Learning-Based Image Super-Resolution. **Small**, [S.l.], v.18, n.3, p.2103779, 2022.

KRIEG, M. et al. Atomic force microscopy-based mechanobiology. **Nature Reviews Physics**, [S.l.], v.1, n.1, p.41–57, 2019.

LATHI, B. **Sinais e Sistemas Lineares**. [S.l.]: Bookman, 2007.

LI, Y.-X.; YANG, G.-H. Adaptive asymptotic tracking control of uncertain nonlinear systems with input quantization and actuator faults. **Automatica**, [S.l.], v.72, p.177–185, 2016.

LIANG, H. et al. Prescribed performance cooperative control for multiagent systems with input quantization. **IEEE Transactions on cybernetics**, [S.l.], v.50, n.5, p.1810–1819, 2019.

LIBERZON, D. Hybrid feedback stabilization of systems with quantized signals. **Automatica**, [S.l.], v.39, n.9, p.1543–1554, 2003.

LIU, Z. et al. Fuzzy adaptive quantized control for a class of stochastic nonlinear uncertain systems. **IEEE transactions on cybernetics**, [S.l.], v.46, n.2, p.524–534, 2015.

MAHMOOD, I. A.; MOHEIMANI, S. O. R.; BHIKKAJI, B. A New Scanning Method for Fast Atomic Force Microscopy. **IEEE Transactions on Nanotechnology**, [S.l.], v.10, n.2, p.203–216, 2011.

MAHMOOD, I.; MOHEIMANI, S. R. Fast spiral-scan atomic force microscopy. **Nanotechnology**, [S.l.], v.20, n.36, p.365503, 2009.

OSTASEVICIUS, V. et al. Hybrid numerical-experimental optical investigation of the contact zone of ultrasonic motors. In: **LASERS AND APPLICATIONS**, 2005. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2005. v.5958, p.661–672.

PATHIRAN, A. R. Improving the regulatory response of PID controller using Internal Model Control principles. **International Journal of Control Science and Engineering**, [S.l.], v.9, p.9–14, 2019.

RANA, M. S.; POTA, H. R.; PETERSEN, I. R. Performance of Sinusoidal Scanning With MPC in AFM Imaging. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, [S.l.], v.20, n.1, p.73–83, 2015.

RUGAR, D.; HANSMA, P. Atomic force microscopy. **Physics today**, [S.l.], v.43, n.10, p.23–30, 1990.

SALTON, A. T. et al. High Precision Over Long Range: a macro–micro approach to quantized positioning systems. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, [S.l.], v.29, n.6, p.2406–2415, 2020.

SALTON, A. T. et al. High-Precision Tracking of Periodic Signals: a macro–micro approach with quantized feedback. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, [S.l.], v.69, n.8, p.8325–8334, 2021.

SCHITTER, G. et al. Design and Modeling of a High-Speed AFM-Scanner. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, [S.l.], v.15, n.5, p.906–915, 2007.

SIROHI, J.; CHOPRA, I. Fundamental understanding of piezoelectric strain sensors. **Journal of intelligent material systems and structures**, [S.l.], v.11, n.4, p.246–257, 2000.

SLAUGHTER, J. Quantization errors in digital control systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, [S.l.], v.9, n.1, p.70–74, 1964.

SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. et al. **Applied nonlinear control**. [S.l.]: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991. v.199, n.1.

SONG, J.-S.; CHANG, X.-H. H_∞ controller design of networked control systems with a new quantization structure. **Applied Mathematics and Computation**, [S.l.], v.376, p.125070, 2020.

SUI, S.; TONG, S. Fuzzy adaptive quantized output feedback tracking control for switched nonlinear systems with input quantization. **Fuzzy Sets and Systems**, [S.l.], v.290, p.56–78, 2016.

TEO, Y. R.; YONG, Y.; FLEMING, A. J. A comparison of scanning methods and the vertical control implications for scanning probe microscopy. **Asian Journal of control**, [S.l.], v.20, n.4, p.1352–1366, 2018.

XING, L. et al. Output feedback control for uncertain nonlinear systems with input quantization. **Automatica**, [S.l.], v.65, p.191–202, 2016.

YONG, Y. K.; APHALE, S. S.; MOHEIMANI, S. O. R. Design, Identification, and Control of a Flexure-Based XY Stage for Fast Nanoscale Positioning. **IEEE Transactions on Nanotechnology**, [S.l.], v.8, n.1, p.46–54, 2009.

YONG, Y. K.; BAZAEI, A.; MOHEIMANI, S. O. R. Video-Rate Lissajous-Scan Atomic Force Microscopy. **IEEE Transactions on Nanotechnology**, [S.l.], v.13, n.1, p.85–93, 2014.

YONG, Y.; MOHEIMANI, S.; PETERSEN, I. High-speed cycloid-scan atomic force microscopy. **Nanotechnology**, [S.l.], v.21, n.36, p.365503, 2010.

ZHANG, T.; JIAO, X.; ZHANG, Y. Internal-Model-Principle-Based Fast Adaptive Iterative Learning Trajectory Tracking Control for Autonomous Farming Vehicle Under Alignment Condition and Input Constraint. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, [S.l.], 2022.

ZHANG, X. et al. Compound adaptive fuzzy quantized control for quadrotor and its experimental verification. **IEEE transactions on cybernetics**, [S.l.], v.51, n.3, p.1121–1133, 2020.

ZHANG, Y. et al. Measurement and evaluation on mechanical performances of standing-wave piezoelectric motor of V-shaped sandwich-type transducer having arc tip. **Measurement**, [S.l.], v.190, p.110766, 2022.

ZHOU, T.; ZHOU, T. Hysteresis Quantizer-Based Event-Triggered Control of Nonlinear Networked Control Systems. **IEEE Access**, [S.l.], v.7, p.153249–153257, 2019.

APÊNDICE A CONCEITOS NECESSÁRIOS

A.1 Estabilidade

Estabilidade é um conceito que possui diferentes definições e, por consequência, classificações. Dentre elas podem ser destacadas a estabilidade no sentido de Lyapunov (KHALIL, 2002; SLOTINE; LI et al., 1991), BIBO estabilidade (LATHI, 2007), entre outras. A estabilidade BIBO (*Bounded Input Bounded Output*) é muito aplicada para sistemas lineares.

Definição 4. *Um sistema é definido como BIBO estável se e somente se para toda e qualquer entrada limitada o sistema deve gerar uma saída limitada.*

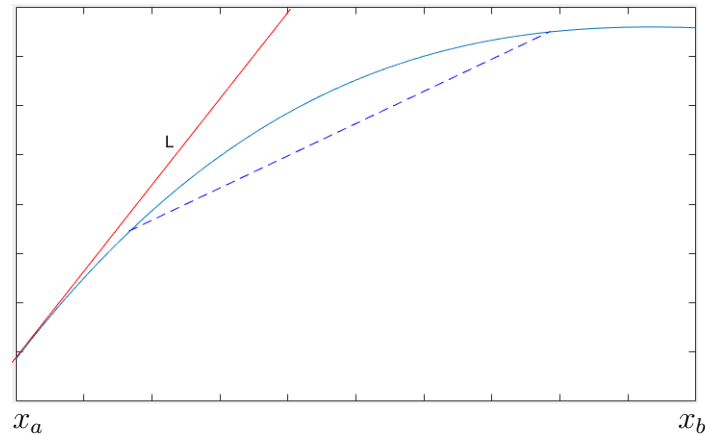
No entanto, testar essa condição para infinitas entradas é impraticável, portanto, verificou-se que esse conceito está intimamente conectado com a estabilidade assintótica, também conhecida como no sentido de Lyapunov, a qual estabelece o que segue.

Definição 5. *Considerando um sistema linear, causal e invariante no tempo, ele pode ser classificado como*

- *Assintoticamente Estável, se todas os seus polos, ou seja, todos as raízes do denominador, estiverem no semi-plano esquerdo.*
- *Instável, se ao menos um de seus polos estiverem no semi-plano direito.*
- *Marginalmente estável, se todos os polos estiverem no semi-plano esquerdo ou sobre o eixo imaginário.*

Logo, se um sistema é considerável estável assintoticamente, ele também é considerado BIBO estável. Por outro lado, se é considerado marginalmente estável ou instável assintoticamente, ele será classificado como BIBO instável.

Figura 38: Interpretação gráfica da função de Lipschitz.



Fonte: O autor.

A.2 Lipschitz

Pode ser afirmado que uma função é Lipschitz, conforme (KHALIL, 2002), ou satisfaz a condição de Lipschitz, se existe ela satisfaz a seguinte inequação,

$$\|f(t,x) - f(t,y)\| \leq L\|x - y\| \quad (102)$$

para todo (t,x) e (t,y) em alguma vizinhança de (t_0,x_0) . Podendo ser também interpretado de maneira gráfica conforme a figura 38, onde vê-se que L é máxima inclinação no intervalo $[x_a \ x_b]$.

$$\frac{\|f(x_b) - f(x_a)\|}{\|x_b - x_a\|} \leq L \quad (103)$$

Reescrevendo de maneira formal, qualquer reta juntando dois pontos de $f(x)$ no intervalo $x \in [x_a \ x_b]$ não pode ter inclinação com valor absoluto maior que L .