JOEL FRANCESCHINI

AVALIAÇÃO DE AMORTECIMENTO ESTRUTURAL UTILIZANDO O MÉTODO DO DECREMENTO ALEATÓRIO

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Herbert Martins Gomes



Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

AVALIAÇÃO DE AMORTECIMENTO ESTRUTURAL UTILIZANDO O MÉTODO DO DECREMENTO ALEATÓRIO

JOEL FRANCESCHINI

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE **ENGENHEIRO MECÂNICO** APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Walter Jesus Paucar Casas Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

BANCA EXAMINADORA:

Prof^a. Dra. Letícia Fleck Fadel Miguel UFRGS / DEMEC

Prof^a. Dra. Carla Tatiana Mota Anflor UFRGS / DEMEC

Prof. M. Sc. Heraldo José de Amorim UFRGS / DEMEC

Porto Alegre 2009

de modo especial, à minha família que sempre me apoiou, e à minha namorada Aline de Lima Nogare.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço aos meus pais Agenor e Jandira que sempre me deram apoio e atenção em todos os momentos da minha vida.

À minha namorada Aline pelo amor, a amizade e pelo companheirismo que sempre me proporcionou desde o momento em que nos conhecemos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Herbert Martins Gomes, por ter me ajudado na elaboração deste trabalho e pelos ensinamentos transmitidos.

Aos meus irmãos Argel e Artur, que sempre estiveram ao meu lado e que posso dizer que me foram fonte de inspiração pela garra e determinação.

Ao meu sogro Paulo, minha sogra Vera, minha cunhada Anelise e meu sobrinho Giovani Luca, obrigado por vocês também fazerem parte da minha vida.

Por fim, a todos os meus amigos, de infância e os que eu conheci durante a faculdade, muito obrigado pelo companheirismo e pela amizade.

"Toda a nossa ciência, quando comparada à natureza, é absolutamente medíocre - e ainda assim, esta mesma ciência é a coisa mais preciosa que temos".

Albert Einstein

FRANCESCHINI, J. Avaliação do Amortecimento Estrutural utilizando o Método do Decremento Aleatório. 2009. 28f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

RESUMO

Este trabalho trata da avaliação do amortecimento estrutural através do método do Decremento Aleatório. Inicialmente revisa-se o método e o algoritmo utilizado para a análise dos dados. Em seguida realiza-se a comparação experimental dos resultados obtidos através do método proposto com os de outros dois métodos, o do Decremento Logarítmico e da Largura de Banda em Meia Potência, em ensaios realizados para a determinação de razão de amortecimento de uma dada estrutura padrão. Os ensaios são realizados seguindo as exigências de cada método, porém, para o Decremento Aleatório, são impostas vibrações aleatórias diferentes para cada ensaio com o intuito de verificar a robustez do método. Ao final, os resultados são comparados e verifica-se que o método do Decremento Aleatório fornece valores aceitáveis para a razão de amortecimento da estrutura, mostrando-se um ótimo recurso para a realização de análises de vibração quando não há possibilidade de se retirar a estrutura do serviço para que testes de vibração livre possam ser realizados.

PALAVRAS-CHAVES: análises experimentais de vibrações, amortecimento estrutural, método do Decremento Aleatório.

FRANCESCHINI, J. **Evaluation of Structural Damping using the Random Decrement Method**. 2009. 28f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

ABSTRACT

This work deals with the evaluation of the structural damping by the Random Decrement method. First, the method and the algorithm used in the data analysis are revised. In the following, experimental tests are performed in order to compare results obtained by the proposed method with other two well-known methods, the Logarithmic Decrement and the Half-Power Bandwidth. It is used a standard structure to evaluate the random structural damping. The tests are conducted following the requirements of each method, however, for the Random Decrement, it is imposed a series of different random vibration tests so that the robustness of the method could be evaluated. Finally, the results are compared and it is noticed that the Random Decrement method gives acceptable values for the structural damping ratio and it is a valuable resource for vibration analysis when there is no possibility to test structures under service for free decay vibration tests.

KEYWORDS: experimental vibration analysis, structural damping, Random Decrement method.

SUMÁRIO

| 1. INTRODUÇÃO | 1 |
|--|----|
| 2. DESENVOLVIMENTO | 2 |
| 2.1. Revisão Bibliográfica | 2 |
| 2.2. Apresentação do Problema | 3 |
| 2.3. Métodos Utilizados | 3 |
| 2.3.1. Decremento Logarítmico | 4 |
| 2.3.2. Largura de Banda | 5 |
| 2.3.3. Decremento Aleatório | 7 |
| 2.4. Bancada de Ensaios | 10 |
| 2.5. Resultados e Análises | 10 |
| 2.5.1. Decremento Logarítmico | 10 |
| 2.5.2. Largura de Banda | 11 |
| 2.5.3. Decremento Aleatório | 12 |
| 2.5.4. Comparação dos Resultados | 14 |
| 3. CONCLUSÕES | 15 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 16 |
| APÊNDICE A – Ensaios para o método do Decremento Logarítmico | 17 |
| APÊNDICE B – Ensaios para o método da Largura de Banda | |
| APÊNDICE C – Ensaios para o método do Decremento Aleatório | 19 |
| ANEXOS | 20 |

1. INTRODUÇÃO

A maioria das vibrações que ocorrem em máquinas, veículos, estruturas, edifícios e sistemas dinâmicos são indesejáveis (desde que não intencionalmente produzidas), sejam devido aos movimentos resultantes, as tensões dinâmicas que podem levar à fadiga e a falha da estrutura ou máquina, desgastes excessivos, as perdas de energia e a redução no desempenho ou o ruído produzido.

Muitas fontes de vibrações existem e elas incluem processos de impacto, tais como explosivos, fixação de estacas, máquinas tais como motores, ventiladores, sopradores e bombas, turbulências em sistemas de fluidos e veículos de transporte. Segundo Beards (1995), atualmente, máquinas e estruturas costumam conter altas fontes de energia, pois a eficiência e a velocidade das máquinas têm aumentado ao longo dos anos, de modo a que as forças excitantes que geram as vibrações são mais elevadas e geram intensos problemas de vibração. Além disso, métodos modernos de construção, devido a um melhor conhecimento das propriedades dos materiais e a melhoria das análises e concepções técnicas, resultaram em sistemas com pouca massa e baixo amortecimento. Portanto os projetos e análises devem ser feitos de forma cuidadosa para evitar ressonância ou desempenho dinâmico indesejável. A atenuação da vibração geralmente reduz o nível de ruído e, em muitos casos, prolonga a vida útil da máquina. Amortecimento e correção de excentricidade são algumas das principais medidas de redução dos efeitos nocivos das vibrações (BEARDS, 1988).

Devido a essa necessidade de se ter um melhor controle sobre as vibrações dos sistemas que vários métodos são desenvolvidos, visando sempre facilitar os trabalhos dos engenheiros responsáveis pela realização das análises. O método do Decremento Aleatório é um ótimo exemplo de metodologia simples e eficaz na determinação da resposta dinâmica de sistemas vibratórios, pois segundo Cole¹ (1968 apud ASMUSSEM, 1997) este método serviria para transformar sinais aleatórios no tempo em sinais que apresentam um comportamento típico de vibração livre com amortecimento (decremento) e por isso seria um método bastante útil em análises de vibração, pois as mesmas poderiam ser feitas com o sistema em serviço.

Em engenharia, a razão de amortecimento é uma medida que descreve como as oscilações de um sistema se atenuam após uma perturbação. Muitos sistemas apresentam comportamento oscilatório quando são perturbados em relação à sua posição de equilíbrio estático, como por exemplo, uma massa suspensa em uma mola. Em cada retorno, o sistema tentará voltar à sua posição de equilíbrio, mas ela não conseguirá. Perdas por atrito do sistema fazem com que as amplitudes de oscilações decaiam de forma gradual para zero. A razão de amortecimento é um valor que descreve o quanto rapidamente essas oscilações decaem de uma para outra.

O objetivo deste trabalho é realizar análises de amortecimento estrutural em um sistema através de métodos conhecidos e comparar seus resultados com os obtidos através do método do Decremento Aleatório, a fim de se verificar se este método fornece resultados tão bons quanto os métodos mais convencionais.

¹ COLE H.A., **On-the-line analysis of random vibrations.** AIAA paper No. 68-288, 1986 apud ASMUSSEM J. C. **Modal analysis based on the random decrement technique.** Application on the Civil Engineering Structures. Exam for a PhD degree. Denmark: University of Aalborg, 1997.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Embora estudos sobre mecânica vibratória já tivessem sido realizados no final do século XIX na Europa, eles só chegaram às universidades americanas na década de vinte, trazidos pelo russo S. P. Timoshenko. No Brasil, os estudos sobre vibrações foram introduzidos nos cursos de engenharia mecânica a partir dos anos sessenta (GROEHS, 1999).

A definição de amortecimento segundo Walshaw (1984, p. 77), é: "o amortecimento é a razão do decaimento ou redução da amplitude de vibração de um sistema, e é associado com a dissipação de energia geralmente causada por uma ou pela combinação dos diferentes tipos de amortecimento: viscoso (atrito entre um corpo que se move em contato com um fluído), de Coulomb (atrito entre duas superfícies secas que possuem movimento relativo entre si), histerético (amortecimento causado por atrito interno ou histerese quando o sólido é deformado) e elétrico (causado pelo corte ou cruzamento de campos magnéticos)". Vários métodos de para estimar o amortecimento foram desenvolvidos e testados por muitos estudiosos ao longo dos anos, dentre os quais pode-se citar dois métodos bastante conhecidos: o do Decremento Logarítmico e o de Largura de Banda.

O método do Decremento Logarítmico é uma maneira simples de se fazer análises de vibração de sistemas sub-amortecidos submetidos à vibração livre amortecida. Este método começou a ser explorado por volta de um século atrás (MARCHI; CRAIG, 1999) e atualmente é um dos métodos mais utilizados para a determinação da razão de amortecimento de um sistema quando se pode colocá-lo a vibrar em condições livres e não forçadas. O método do Decremento Logarítmico permite avaliar a resposta de sistemas amortecidos, especificamente a sua razão de amortecimento (ζ), ou seja, a taxa na qual a amplitude de vibrações de um sistema livre amortecido decai (BEARDS, 1988; HARRIS; PIERSOL 2002). Segundo Groehs (1999), a grande vantagem deste método frente aos outros diz respeito ao fato de que as necessidades de equipamento e instrumentos para realizar as medidas são mínimas.

Já no método da Largura de Banda, ou Meia-Potência como é chamado por alguns autores, a razão de amortecimento (ζ) é determinada através do gráfico da magnificação dinâmica pela freqüência de uma estrutura que está submetida a algum tipo de vibração conhecida (GROEHS, 1999). Esse método requer uma medição precisa da amplitude da vibração para as freqüências de excitação na região de ressonância. Uma vez que M_{máx} e ω tenham sido localizados, os chamados pontos de meia-potência são encontrados quando a amplitude é M = M_{máx}/ $\sqrt{2}$ e as correspondentes freqüências de cada lado de ω , β_1 e β_2 , determinadas. Uma vez que a energia dissipada por ciclo é proporcional à M², a energia dissipada é reduzida em 50% quando a amplitude é reduzida por um fator de $1/\sqrt{2}$ (BEARDS, 1995). Este método é descrito com maior detalhamento na seção 2.3.2.

Mais recentemente, um outro método de análises de vibrações surgiu com a finalidade de facilitar os trabalhos de quem convive com problemas de vibração, é o Método do Decremento Aleatório. Segundo Asmussem (1997), este método foi introduzido por H. A. Cole na NASA durante o final dos anos 60 e começo dos anos 70 quando ele estava trabalhando com análises da resposta dinâmica de estruturas espaciais submetidas a esforços reais. É um método simples e facilmente implantado para analisar estruturas submetidas a carregamentos aleatórios. Os primeiros trabalhos sobre este método foram publicados durante o período de 1968 e 1973. Basicamente, Cole desenvolveu este método para transformar

sinais aleatórios no tempo em sinais que apresentam um comportamento típico de vibração livre com amortecimento (decremento).

A técnica do Decremento Aleatório é particularmente bem adaptada para a classe de problemas em que as características de uma estrutura são requeridas estando a mesma em serviço, sendo esta submetida a excitações desconhecidas aleatórias, como o vento, terremotos, ondas, som, cargas de tráfego, etc. A análise exige apenas a medição de resposta dinâmica da estrutura, e não a excitação, onde o acompanhamento contínuo é possível. O método tem sido aplicado em diversas situações, como testes em aeronaves em túnel de vento, em canos, máquinas e detecção remota de falhas estruturais em plataformas subaquáticas no oceano. (YANG; DAGALAKIS, 1980).

2.2. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

O foco deste trabalho é a realização de análises de vibração para a determinação da razão de amortecimento de uma estrutura metálica, no caso uma régua de alumínio, utilizando três diferentes métodos. Os métodos do Decremento Logarítmico e o da Largura de Banda são métodos mais convencionais e necessitam de uma determinada condição para que os dados coletados possam ser utilizados nos cálculos. Já no método do Decremento Aleatório, como descrito por Yang e Dagalakis (1980), a razão de amortecimento pode ser calculada através de dados coletados com a estrutura em serviço, pois a análise exige apenas a medição de resposta dinâmica da estrutura, e não a excitação que é imposta à mesma, podendo a análise ser feita com a estrutura submetida a vibrações aleatórias que representariam condições reais de aplicação de algum sistema.

A razão de amortecimento (ζ) é uma relação que expressa o nível de amortecimento de um sistema submetido a algum tipo de esforço oscilante e é definido como a razão entre a constante de amortecimento e a constante de amortecimento crítica do sistema. Existem quatro tipos de razão de amortecimento. São eles: amortecimento subcrítico (ζ <1), amortecimento crítico (ζ =1), amortecimento supercrítico (ζ >1) e amortecimento nulo (ζ =0). A figura (2.3.1) mostra o comportamento do sistema para os três principais tipos de razão de amortecimento.



Figura 2.3. 1 - Curvas típicas para os diferentes tipos de amortecimento.

Como pode ser visto na figura acima, quando a estrutura apresenta uma razão de amortecimento subcrítico, a estrutura tende a realizar movimentos oscilatórios a certa freqüência (a natural, no caso de vibração livre) até parar devido a esse amortecimento.

2.3. MÉTODOS UTILIZADOS

Para a determinação da razão de amortecimento da estrutura a ser estudada, os resultados obtidos através do método do Decremento Aleatório serão comparados com os

resultados fornecidos pelos métodos do Decremento Logarítmico e o da Largura de Banda, a fim de verificar se há equivalência entre os valores obtidos. A seguir são detalhados os três métodos que serão utilizados neste trabalho.

2.3.1. Decremento Logarítmico

Como descrito anteriormente, o método do Decremento Logarítmico permite avaliar a resposta de sistemas com vibração livre amortecida, especificamente a sua razão de amortecimento (ζ). O método é definido como o logaritmo natural da razão de qualquer duas amplitudes sucessivas (BEARDS, 1988; HARRIS; PIERSOL, 2002). A figura abaixo mostra o sinal típico da resposta de um sistema que experimenta uma vibração livre com amortecimento subcrítico.



Figura 2.3.1. 1 - Resposta de um sistema submetido à vibração livre amortecida com seus picos de amplitude (HARRIS; PIESOL, 2002).

A expressão que descreve a vibração de um sistema sob oscilação livre com amortecimento viscoso pode ser descrita por:

$$x = Ce^{-\zeta \overline{\omega}_n t} \sin(\overline{\omega}_d t + \theta) \tag{2.3.1.a}$$

Considerando qualquer dois picos de amplitude separados por n ciclos de oscilação, como mostrado na figura acima, então a razão entre essas duas amplitudes será:

$$\frac{x_n}{x_0} = e^{-2\pi n\zeta / \sqrt{(1-\zeta^2)}}$$
(2.3.1.b)

A figura abaixo mostra a relação entre as variáveis envolvidas na equação (2.3.1.b).



Figura 2.3.1. 2 - Efeito da razão entre as amplitudes do sinal na razão de amortecimento em vibrações livres amortecidas (HARRIS; PIERSOL, 2002).

Como descrito anteriormente, o decremento logarítmico δ é definido como o logaritmo natural da relação de qualquer duas amplitudes sucessivas. Ou seja:

$$\delta = \ln(\frac{x_1}{x_2}) = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)}}$$
(2.3.1.c)

Para *n* ciclos, têm-se que a equação para o decremento logarítmico fica:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln(\frac{x_0}{x_{0+n}}) \tag{2.3.1.d}$$

Assim, para o cálculo da razão de amortecimento, através das equações acima chega-se ao seguinte resultado;

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \tag{2.3.1.e}$$

Ainda, para pequenos valores de ζ (< 0,1) a relação entre a razão entre as amplitudes e a razão de amortecimento de um sistema pode ser aproximada por:

$$\delta \cong 2\pi\zeta \tag{2.3.1.f}$$

2.3.2. Largura de Banda

No método da Largura de Banda ou Meia-Potência como é chamado por alguns autores, a razão de amortecimento (ζ) é determinada através das freqüências para as quais o fator de magnificação dinâmica seja M = $M_{máx}/\sqrt{2}$ onde $M_{máx} = 1/(2\zeta)$, que substituída na expressão de M, fornece:

$$M = \frac{M_{\text{max}}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}\zeta}$$
(2.3.2.a)

Sendo a equação da magnificação dinâmica (M) descrita por:

$$M = \frac{x}{F_0 / K} = \frac{x}{X_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}}$$
(2.3.2.b)

Onde x é o deslocamento da estrutura em um determinado ponto devido à vibração causada por um carregamento oscilante no sistema, X_0 é o deslocamento que este determinado ponto sofreria caso estive submetido ao mesmo carregamento que provoca a oscilação na estrutura, porém aplicado estaticamente sobre a mesma e β a razão entre a freqüência que está excitando a estrutura numa dada situação e a freqüência natural do sistema.

Substitui-se a equação (2.3.2.a) na equação (2.3.2.b) e após sofrer desenvolvimento e simplificação apresenta o seguinte resultado:

$$\beta^2 = 1 - 2\zeta^2 \pm 2\zeta \sqrt{\zeta^2 + 1} \tag{2.3.2.c}$$

Os termos ζ^2 podem ser desprezados, então tem-se o seguinte conjunto de equações:

$$\beta_{1^2} = 1 - 2\zeta$$
 (2.3.2.d)

$$\beta_{2^2} = 1 + 2\zeta$$
 (2.3.2.e)

Que, subtraindo a primeira da segunda, obtêm-se:

$$\beta_{2^{2}} - \beta_{1^{2}} = 4\zeta \tag{2.3.2.f}$$

A expressão acima pode ser escrita como:

$$(\beta_2 - \beta_1)(\beta_2 + \beta_1) = 4\zeta$$
 (2.3.2.g)

Do gráfico da figura 2.3.2.1, tem-se que $(\beta_1 + \beta_2) \approx 2$, o que implica que a expressão acima pode ser escrita como:

$$\zeta = \frac{1}{2}(\beta_2 - \beta_1)$$
(2.3.2.h)

Onde, $\beta_1 e \beta_2$ são definidos por $\omega_1/\omega_n e \omega_2/\omega_n$ respectivamente.

O gráfico abaixo mostra como são definidos e determinados os parâmetros que são utilizados neste método.



Figura 2.3.2. 1 - Curva utilizada para a determinação da razão de amortecimento de um sistema pelo método da Largura de Banda.

Experimentalmente este gráfico pode ser obtido através da excitação harmônica da estrutura sob amplitude de força constante e uma varredura em freqüência nos limites de freqüência de interesse, medindo-se a amplitude da resposta da estrutura em deslocamento, para cada freqüência excitada, dividida pela resposta estática para a mesma força com freqüência nula. Alternativamente este gráfico também pode ser obtido fazendo-se a Transformada de Fourier da resposta em aceleração do sistema dividida pelo quadrado da

respectiva freqüência, sendo este sistema submetido a uma vibração livre amortecida, provocado por um impacto na estrutura. Maiores detalhes podem ser encontrados em McConnell (1995).

2.3.3. Decremento Aleatório

Neste trabalho não será mostrado de forma detalhada toda a matemática envolvida neste método devido à sua complexidade, porém se algum interesse surgir sugere-se a leitura do artigo de Asmussem (1997), onde consta um aprofundamento maior sobre o método.

Para explicar o conceito do método do Decremento Aleatório (abreviado neste trabalho por simplesmente RD) e para argumentar sua validade, Cole utilizou a seguinte explicação: "a reposta de uma estrutura em um tempo $t_0 + t$ é composta por três partes: 1) a resposta devido ao deslocamento inicial no tempo t_0 ; 2) a resposta do impulso devido à velocidade inicial no instante t_0 ; 3) a excitação aleatória que é aplicada à estrutura durante o intervalo de tempo de t_0 até $t_0 + t$ " (ASMUSSEM, 1997, p 7).

Segundo Limas (2006), se as partes da resposta devida à velocidade são médias, cancelam-se porque se todos os segmentos começarem com a mesma condição inicial, com alternância de velocidades positivas e negativas, a soma das respostas relativas à velocidade se reduzirão à zero. Além disso, se as partes devidas à excitação externa são médias, elas também desaparecem, porque por definição a excitação é aleatória. Portanto, pode-se dizer que com o aumento do número de pontos iniciais, as funções de decremento aleatório tendem a se aproximar das respostas em vibrações livres de um sistema com um deslocamento inicial y(t0). Esta definição pode ser vista na figura 2.3.3.1, onde se tem a ilustração dos princípios da técnica do RD.



Figura 2.3.3. 1 - Princípio da técnica do Decremento Aleatório (YANG; DAGALAKIS, 1980).

Na figura 2.3.3.1, pode-se observar como o método do RD depende apenas da resposta do deslocamento inicial sendo assim independente da velocidade inicial e da força de excitação da estrutura (YANG; DAGALAKIS, 1980).

A figura a seguir ajuda a explicar como funciona o processo de determinação da função RD.



Figura 2.3.3. 2 - Extração do sinal RD.

Como se pode observar na figura acima, o conceito de RD baseia-se no cálculo da média de N segmentos de tempo de duração τ da curva do gráfico da reposta de um sistema que está submetido a algum tipo de vibração aleatória. Estes segmentos são escolhidos de modo que seu valor inicial y($\tau_i=0$) seja igual ao valor da reta que corta a curva da resposta do sistema, também chamado de deslocamento inicial, no caso, *a*. O valor de *a* é calculado com base no desvio padrão do sinal da resposta no tempo do sistema e é escolhido de modo que se obtenham pontos necessários para calcular a função RD com certo grau de confiabilidade.

Um exemplo onde o método do RD é aplicado na resposta de algum sistema oscilante pode ser visualizado na figura 2.3.3.3, bem como os segmentos de tempo que são retirados da resposta do sistema a partir dos pontos iniciais.

Segundo Asmussem (1997), o nível de disparo (*a*) é um valor estimado, geralmente de um a 1,5 vezes o desvio padrão do sinal. Isto é geralmente usado para determinar o nível de disparo e os pontos iniciais de tempo t_0 . O processo para estimar as funções RD pode ser formulado como a soma dos intervalos de tempo retirados da resposta nas condições em que o intervalo de tempo possui o valor *a* em seu instante inicial. Assim tem-se:

$$Dxx(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x(ti+\tau) |x(ti)| = a$$
(2.3.3.a)

Onde, $Dxx(\tau)$ é a função RD estimada, τ é a variável de tempo de Dxx como ilustrado na figura 2.3.3.3 e N é o número total de segmentos de tempo utilizados. A função RD é então a média da soma de todos esses segmentos de sinal com valor inicial *a*.



Figura 2.3.3. 3 - Conceito do método RD. Sinal aleatório no tempo (topo) com seus pontos de disparo (triggering points) e processo de médias (figuras abaixo) com ambos os resultados: função RD (linha cheia) e segmento de tempo atual (linha pontilhada) (ASMUSSEM, 1997).

Esta técnica foi estudada também por Chang (1975) onde, através de simulações com sistemas de 1 e 2 graus de liberdade, ele investigou o significado do tamanho da função RD, τ , e N. Chang recomendou que fossem utilizados aproximadamente 2000 pontos de disparo a fim de se obter com certa precisão a razão de amortecimento (e uma das freqüências naturais) de um sistema através do método do RD. Segundo Asmussem (1997) o método do RD veio sendo estudado ao longo dos anos. Vários autores deram sua contribuição para o aprimoramento deste método, como por exemplo, Desforges, Cooper e Wright² (1995 apud ASMUSSEM, 1997) que publicaram um importante trabalho sobre o método RD, onde concluíram que este método é uma maneira precisa de se estimar densidades espectrais e parâmetros modais. Eles compararam o método RD com diversos outros métodos para se estimar funções de correlação e funções de densidade espectral.

Devido à complexidade dos cálculos a serem executados neste método, um software matemático, *Mathcad*, será utilizado e será programado com o algoritmo que Bodruzzaman et al (1993) utilizaram em seus experimentos e que está detalhado a seguir:

Algoritmo 1: y(n), $1 \le n \ge N$ é um dado intervalo de tempo. 1. Calcule o desvio padrão de y(n) e selecione o nível de disparo *a* 2. Calcule a função de autocorrelação de y(n) e selecione τ 3. Coloque S(m) = 0 para $1 \le m \ge \tau$ 4. Ajuste k = 05. Para i = 2 até N - 16. Se y(i - 1) < a e y(i) > a é verdadeiro ou y(i) > a e y(i + 1) < a for verdadeiro, então ajuste k = k + 1; 7. Multiplique S(m) por k - 1, some y(i + m) à S(m), e divida o resultado S(m) por k, para cada $1 \le m \ge \tau$

Com este algoritmo, podem-se realizar as análises de forma rápida e confiável, pois este mesmo procedimento já foi testado pelo autor em seus experimentos.

² DESFORGES M. J., COOPER J. E., WRIGHT J. R. **Spectral and modal parameter estimation from output-only measurements.** Journal of mechanical systems and signal processing. Vol 9, No. 2, March 1995, pp. 169-186 apud ASMUSSEM J. C. **Modal analysis based on the random decrement technique.** Application on the Civil Engineering Structures. Exam for a PhD degree. Denmark: University of Aalborg, 1997.

2.4. BANCADA DE ENSAIOS

Para a realização dos ensaios foi montada uma bancada onde uma régua de alumínio foi fixada sobre um *shaker*. Em um das extremidades da régua foi colocado um acelerômetro, que, através de uma placa de aquisição de dados possibilitou o registro da resposta do sistema com auxílio do software *Agilent VEE Pro* quando este estava submetido às vibrações.

A figura 2.4.1 mostra de forma esquemática como foi montada a bancada e as dimensões da régua de alumínio que foi utilizada nos ensaios. A freqüência de excitação indicada na figura serve apenas para o método do RD, pois nos demais o *shaker* encontrava-se desligado.



Figura 2.4. 1 - Representação esquemática da bancada e as dimensões da régua de alumínio.

Para evitar que o fio do acelerômetro interferisse nos ensaios, o mesmo foi preso através de fitas sobre a lateral da régua até a sua base, como pode ser visto na figura abaixo. Com isso as interferências na resposta do sistema puderam ser minimizadas.



Figura 2.4. 2 - Bancada de ensaios pronta para ser utilizada.

A bancada foi montada no laboratório do Grupo de Mecânica Aplicada (GMAp) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, onde os ensaios foram realizados.

2.5. RESULTADOS E ANÁLISES

Após a montagem da bancada, foram realizados três ensaios para cada método e com isso pode-se fazer uma comparação dos resultados obtidos entre eles, o que pode ser visto nas seções que seguem.

2.5.1. Decremento Logarítmico

Para determinar o coeficiente de amortecimento da estrutura através do método do Decremento Logarítmico foram realizados três ensaios sob as mesmas condições para se obter uma média dos resultados. Um deslocamento foi imposto à extremidade da régua como mostrado na figura 2.5.1.1, que após ser liberada oscilou livremente podendo assim ser coletados os dados para gerar o gráfico da resposta da aceleração da ponta da régua em função do tempo.



Figura 2.5.1. 1 - Representação do deslocamento inicial imposto na régua.

Os três ensaios para o cálculo da razão de amortecimento através do método do Decremento Logarítmico foram realizados com uma aquisição de 2000 Hz durante 5 segundos, originando assim 10.000 pontos para a representação gráfica da resposta do sistema, a qual foi plotada com o auxílio do software *Mathcad*.

Os gráficos da resposta da estrutura no tempo bem como os cálculos realizados para cada ensaio encontram-se no Apêndice A. Os resultados obtidos para os três ensaios realizados através deste método são mostrados na tabela a seguir:

| insulos i cullzudos unu es do metodo do Deel emento Log | | |
|---|------------------------------------|--|
| Ensaio | Razão de Amortecimento (ζ) | |
| 1 | 0,003371 | |
| 2 | 0,002663 | |
| 3 | 0,003199 | |
| MÉDIA | 0,0030777 | |
| DESV. PAD. | 0,0003693 | |
| | | |

Tabela 2.5.1.1 – Valores da razão de amortecimento da estrutura para os ensaios realizados através do método do Decremento Logarítmico.

Como pode ser visto na tabela acima, os valores para a razão de amortecimento não apresentaram variação considerável entre os ensaios e se concentraram em torno de 0,3%.

2.5.2. Largura de Banda

Os mesmos ensaios que foram realizados para o método anterior foram repetidos para este método, mas agora, a taxa de aquisição de dados foi menor e o tempo da aquisição foi maior (taxa de 30 Hz por um tempo total de 180 s) para que o gráfico da Transformada de Fourier pudesse ser gerado com o maior número de pontos possíveis, facilitando a localização dos pontos necessários para a realização dos cálculos.

Os gráficos da resposta da estrutura no tempo e da Transformada de Fourier do sinal, bem como os cálculos realizados para cada ensaio encontram-se no Apêndice B. Os resultados obtidos para os três ensaios realizados através deste método são mostrados na tabela a seguir:

| Ensaio | Razão de Amortecimento (ζ) | |
|------------|------------------------------------|--|
| 1 | 0,001969 | |
| 2 | 0,001805 | |
| 3 | 0,001807 | |
| MÉDIA | 0,001860 | |
| DESV. PAD. | 0,00009411 | |

Tabela 2.5.1.2 – Valores da razão de amortecimento da estrutura para os ensaios realizados através do método da Largura de Banda.

Como pode ser visto na tabela acima, os valores para a razão de amortecimento apresentaram pouca variação entre si, resultando em um valor de aproximadamente 0,2%.

2.5.3. Decremento Aleatório

Para a realização dos ensaios para a análise de vibrações através do método do RD, foi preciso fazer com que a estrutura experimentasse vibrações aleatórias. Então, para cada ensaio foi imposto um tipo diferente de vibração aleatória durante 120s a uma taxa de aquisição dos dados de 60 Hz. As freqüências de excitação da régua foram geradas com o auxílio do software *SpectraLAB* em conjunto com o *Shaker* para gerar as freqüências constantes e para o ruído rosa, mas também houve intervenção manual para gerar impulsos na estrutura (batidas) aleatoriamente. Para este método, em cada ensaio, a estrutura teve um tipo de excitação diferente, conforme descrito a seguir.

Ensaio 1: No primeiro ensaio, a estrutura foi submetida a vibrações causadas por uma freqüência imposta de 16 Hz somada a batidas aleatórias na extremidade da régua, resultando no sinal representado na figura abaixo.



Figura 2.5.3. 1 - Resposta no tempo da estrutura para o ensaio 1, com um detalhe à direita.

A resposta da estrutura foi completamente aleatória, conforme mostrado no detalhe ao lado da figura acima. Com esse sinal e com a ajuda do software *Mathcad* programado com o algoritmo descrito na seção 2.3.3, chegou-se ao seguinte sinal para a função RD:



Figura 2.5.3. 2 - Sinal da função RD para o ensaio 1, com N=1085.

Como era de se esperar, a resposta obtida através do método do RD apresenta características típicas de um sinal do tipo decremento, e a razão de amortecimento da estrutura pode agora ser calculada facilmente através do método do Decremento Logarítmico.

$$\delta = \frac{1}{n} \ln(\frac{x_0}{x_{0+n}}) = \frac{1}{20} \ln(\frac{0.45366}{0.23243}) = 0.033438$$

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} = \frac{0,033438}{\sqrt{(2 \cdot \pi)^2 + 0,033438^2}} = 0,0053217$$

Estes procedimentos foram repetidos para os outros dois ensaios.

Ensaio 2: No segundo ensaio, a estrutura foi submetida a vibrações causadas por uma freqüência imposta de 16 Hz somada a batidas aleatórias na extremidade da régua e também com um ruído de fundo do tipo Ruído Rosa, resultando no sinal representado na figura abaixo.



Figura 2.5.3. 3 - Resposta no tempo da estrutura para o ensaio 2, com um detalhe ao lado.



Figura 2.5.3. 4 - Sinal da função RD para o ensaio 2, com N=1015.

$$\delta = \frac{1}{n} \ln(\frac{x_0}{x_{0+n}}) = \frac{1}{20} \ln(\frac{0,3223}{0,1602}) = 0,034953$$
$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} = \frac{0,034953}{\sqrt{(2\cdot\pi)^2 + 0,034953^2}} = 0,0055629$$

Ensaio 3: Por fim, no terceiro ensaio, a estrutura foi submetida a vibrações causadas apenas por batidas aleatórias na extremidade da régua, resultando no sinal representado na figura abaixo.



Figura 2.5.3. 5 - Resposta no tempo da estrutura para o ensaio 3, com um detalhe ao lado.



Figura 2.5.3. 6 - Sinal da função RD para o ensaio 3, para N=965.

$$\delta = \frac{1}{n} \ln(\frac{x_0}{x_{0+n}}) = \frac{1}{20} \ln(\frac{0.42389}{0.18988}) = 0.040154$$
$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} = \frac{0.040154}{\sqrt{(2 \cdot \pi)^2 + 0.040154^2}} = 0.0063906$$

Os gráficos da Transformada de Fourier para o sinal da resposta no tempo original e da função RD, e o gráfico da função de correlação para cada um dos três ensaios são mostrados no apêndice C. Os resultados obtidos para os três ensaios realizados através deste método são mostrados na tabela a seguir:

| Ensaio | Razão de Amortecimento (ζ) |
|------------|------------------------------------|
| 1 | 0,0053217 |
| 2 | 0,0055629 |
| 3 | 0,0063906 |
| MÉDIA | 0,0057584 |
| DESV. PAD. | 0,0005606 |

Tabela 2.5.1.2 – Valores da razão de amortecimento da estrutura para os ensaios realizados através do método do Random Decrement.

Como pode ser visto na tabela acima, os valores para a razão de amortecimento não apresentaram variação significativa entre os ensaios e se concentraram em torno de 0,6%.

2.5.4. Comparação dos Resultados

Finalizados todos os ensaios, pode-se agora estabelecer o comparativo que foi proposto. Observa-se que todos os valores ficaram bastante próximos quando comparados entre os ensaios de um mesmo método, porém houve uma considerável variação na média dos resultados de um ensaio para outro. A tabela abaixo mostra de forma mais clara o comparativo dos resultados obtidos para cada ensaio bem como a média de cada método.

| obtidos nos tres ensalos de cada metodo com suas respectivas medias. | | | |
|--|-------------|------------|------------|
| Ensaio | Decremento | Largura de | Decremento |
| | Logarítmico | Banda | Aleatório |
| 1 | 0,003371 | 0,001969 | 0,0053217 |
| 2 | 0,002663 | 0,001805 | 0,0055629 |
| 3 | 0,003199 | 0,001807 | 0,0063906 |
| MÉDIA | 0,0030777 | 0,001860 | 0,0057584 |
| DESV. PAD. | 0,0003693 | 0,00009411 | 0,0005606 |

Tabela 2.5.4.1 – Comparação entre os valores da razão de amortecimento (ζ) obtidos nos três ensaios de cada método com suas respectivas médias.

Quando comparados os valores médios obtido nos três métodos, pode-se observar que os valores ficaram dentro da mesma ordem de grandeza, porém com certa variação de um método para outro.

3. CONCLUSÕES

Como foi possível observar, todos os ensaios apontaram para uma razão de amortecimento muito baixa, o que já era esperado devido às características da estrutura em estudo, porém, houve uma certa divergência entre os resultados obtidos de um método para outro.

Para os ensaios do método da Largura de Banda, uma possível explicação para essa divergência, se deve ao fato de que foi necessário um intervalo de tempo muito grande para que a curva da Transformada de Fourier pudesse ser gerada com maior suavidade, porém, o sinal que foi captado com esse intervalo foi constituído em sua maioria por ruído, o que colaborou com a divergência dos valores destes ensaios em relação aos dos outros métodos. Já para o método do Decremento Aleatório, podem-se atribuir as divergências dos resultados ao fato de que foi necessário remontar a bancada para a realização dos ensaios, pois a mesma havia sido desmontada alguns dias antes. Além disso, não foi possível representar o gráfico da função RD com um número ideal de segmentos de tempo (N) sugeridos pela literatura, pois para isso seria necessário um intervalo de tempo muito maior e consequentemente maior tempo de processamento de dados.

Uma importante restrição do método foi observada durante a realização dos ensaios. Quando se tentou aplicar uma excitação totalmente aleatória, com freqüências variando dentro de uma faixa muito grande, o método não foi capaz de representar a função RD com aspecto de decremento, logo, conclui-se que este método não é recomendado quando se tem vibrações completamente aleatórias dentre de uma faixa de freqüências muito grande. Isto também foi evidenciado por Brodruzzaman et al (1993) quando perceberam que o método do Decremento Aleatório é bem aplicado somente em alguns casos em que a excitação não é totalmente aleatória.

Entretanto, pode-se dizer que o método do Decremento Aleatório é uma boa ferramenta de análise de vibrações, pois permite que essa análise seja realizada com a máquina em serviço e fornece resultados dentro do esperado, porém é preciso ter certa cautela ao utilizar este método. A escolha do método a ser utilizado depende das condições às quais a estrutura poderá ser submetida, pois isto é que definirá o sucesso da análise que será realizada.

Se houver possibilidade se retirar a estrutura de serviço para que a análise seja realizada, sugere-se que o método do Decremento Logarítmico seja utilizado, pois nesta situação os resultados obtidos através deste método são bastante confiáveis.

O método do Decremento Aleatório pode ser aplicado para casos onde seja realmente necessária a realização da análise e que seja impossível retirar a estrutura ou máquina de serviço. Os resultados obtidos através deste método devem ser analisados cuidadosamente, pois como foram vistos neste trabalho, os resultados obtidos através deste método podem divergir bastante em relação aos métodos convencionais, mas mesmo assim podem ser utilizados para alguma finalidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASMUSSEM J. C. Modal analysis based on the random decrement technique. Application on the Civil Engineering Structures. Exam for a PhD degree. Denmark: University of Aalborg, 1997.

BEARDS C. F. Engineering vibration analysis with application to control systems. London: Edward Arnold, 1995.

BEARDS C. F. Vibration and control systems. 1st edition. England: Ellis Horwood, 1988.

BODRUZZAMAN M., LI X., WANG C., DEVGAN S. Identifying the Modes of a Vibratory System Excited by Narrow Band Random Excitations. Nashville, Department of Electrical Engineering, 1993.

CHANG C. S. Study of dynamic characteristics of aerolastic systems utilizing Randomdec signatures. NASA-CR-132563. Feb. 1975.

GROEHS A. G. Mecânica vibratória. Coleção manual universitário. São Leopoldo: Unisinos, 1999.

HARRIS C. M., PIERSOL A. G. Shock and vibration handbook. 5th edition. New York: McGraw-Hill, 2002.

LIMAS L. F. Determinação da influência de seções transversais na resposta dinâmica de pontes através de ensaios em túnel de vento e identificação de sistemas. Exame de qualificação para doutorado em engenharia. Porto Alegre: UFRGS, 2006.

MARCHI J. A., CRAIG K. C. Asymmetric viscous and kinetic friction identification via the extended logarithmic decrement method. New York: Rensselaer Polytechnic Institute, 1999.

McCONNELL, K. G. Vibration Testing: Theory and Practice, John Wiley & Sons, Inc., New York, 606p, 1995.

WALSHAW A. C. Mechanical vibrations with applications. 1st edition. England: Ellis Horwood, 1984.

YANG J. C. S., DAGALAKIS N. **Detection of incipient failure in structure using Random Decrement technique.** Maryland: University of Maryland, 1980. APÊNDICE A – Ensaios realizados para o método do Decremento Logarítmico

Ensaio 1: A figura A.1 representa a resposta no tempo do primeiro ensaio realizado. Com isso, pode-se calcular o decremento logarítmico da estrutura e a razão de amortecimento da estrutura:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln(\frac{xo}{xo+n}) = \frac{1}{29} \ln(\frac{1,4423}{0,815}) = 0,01968$$
$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} = \frac{0,01968}{\sqrt{(2\pi)^2 + 0,01968^2}} = 0,003132$$

O mesmo procedimento é feito para os ensaios seguintes.

Ensaio 2: A figura A.2 representa a resposta no tempo do segundo ensaio realizado.

$$\delta = \frac{1}{n} \ln(\frac{xo}{xo+n}) = \frac{1}{29} \ln(\frac{1,0509}{0,63746}) = 0,01724$$
$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} = \frac{0,01724}{\sqrt{(2\cdot\pi)^2 + 0.01724^2}} = 0,002744$$

Ensaio 3: A figura A.3 representa a resposta no tempo do terceiro ensaio realizado.

$$\delta = \frac{1}{n} \ln(\frac{xo}{xo+n}) = \frac{1}{29} \ln(\frac{1,7104}{0,91188}) = 0,02169$$
$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} = \frac{0,02169}{\sqrt{(2\pi)^2 + 0,02169^2}} = 0,003452$$



Figura A.3 - Resposta no tempo para o ensaio 3

APÊNDICE B – Ensaios realizados para o método da Largura de Banda

Ensaio 1: A figura B.1 representa a resposta no tempo do primeiro ensaio realizado e na figura B.2 o gráfico de onde são retirados os pontos para a realização dos cálculos.



Figura B.1 - Resposta no tempo para o ensaio 1.



Figura B.2 - Gráfico da Transformada de Fourier para o ensaio 1.

Através dos pontos marcados no gráfico da figura B.2, calcula-se a razão de amortecimento da estrutura.

$$M = \frac{M \max}{\sqrt{2}} = \frac{9,117E - 5}{\sqrt{2}} = 6,447E - 5$$
$$\zeta = \frac{1}{2}(\beta 2 - \beta 1) = \frac{1}{2}(\frac{8,6248 - 8.5909}{8,6078}) = 0,001969$$

Ensaio 2: A figura abaixo representa a resposta no tempo do segundo ensaio realizado.



Figura B.3 - Resposta no tempo para o ensaio 2.



Figura B.4 - Gráfico da Transformada de Fourier para o ensaio 2.

$$M = \frac{M \max}{\sqrt{2}} = \frac{6,438E - 5}{\sqrt{2}} = 4,553E - 5$$
$$\zeta = \frac{1}{2}(\beta 2 - \beta 1) = \frac{1}{2}(\frac{8,6248 - 8,5937}{8,6135}) = 0,001805$$

Ensaio 3: A figura abaixo representa a resposta no tempo do segundo ensaio realizado.



Figura B.5 - Resposta no tempo para o ensaio 3.



Figura B.6 - Gráfico da Transformada de Fourier para o ensaio 3.

$$M = \frac{M \max}{\sqrt{2}} = \frac{6.805E - 5}{\sqrt{2}} = 4.812E - 5$$
$$\zeta = \frac{1}{2}(\beta 2 - \beta 1) = \frac{1}{2}(\frac{8,6248 - 8,5937}{8,6078}) = 0,001807$$

APÊNDICE C – Ensaios realizados para o método do Decremento Aleatório

Ensaio 1: As figuras abaixo se referem ao primeiro ensaio:



Figura C.1 - Gráfico da Transformada de Fourier da resposta no tempo do ensaio 1.



Figura C.2 - Gráfico da função de autocorrelação para o ensaio 1.



Figura C.3 - Gráfico da Transformada de Fourier da função RD do ensaio 1.





Figura C.4 - Gráfico da Transformada de Fourier da resposta no tempo do ensaio 2.



Figura C.5 - Gráfico da função de autocorrelação para o ensaio 2.



Figura C.6 - Gráfico da Transformada de Fourier da função RD do ensaio 2.

Ensaio 3: As figuras abaixo se referem ao terceiro ensaio:



Figura C.7 - Gráfico da Transformada de Fourier da resposta no tempo do ensaio 3.



para o ensaio 3.



Figura C.9 - Gráfico da Transformada de Fourier da função RD do ensaio 3.

ANEXO – CARACTERÍSTICAS DOS RECURSOS UTILIZADOS NO TRABALHO

Placa de aquisição:

Modelo: USB-1208FS Measurement Computing





aquisição utilizada. Analog Input Number of Channels: 8 SE/ 4 DI Gain: 1,2,4,5,8,10,16,20 -10 to 20V, -10 to 10 Range, Bipolar: Resolution: 12 bit 50 kS/s Sample Rate: nalog Outpu Resolution: 12 bit 70 kS/s Update Rate: Number of Channels: 2 Range, Unipolar: 0 to 4.096V Number of Channels: 16 Timer 1 Counter Inputs:

Counter Resolution:

Tabela D.1 - Especificações técnicas da placa de

Measurement Type Measurement Type: Digital I/O , Multifunction , Voltage Interface List Interface: USB

32 bit

Tabela D.2 - Especificações técnicas do acelerômetro.

| # of Axes | 2 |
|--------------------------|-------------|
| Range | +/- 2g |
| Sensitivity | 174 mV/g |
| Sensitivity Accuracy (%) | ±15n/a |
| Output Type | Analog |
| Typical Bandwidth (kHz) | 6kHz |
| Noise Density (%/rtHz) | 300 |
| Voltage Supply (V) | 2.4 to 5.25 |
| Supply Current | 0.4mA |
| Temp Range (°C) | 0 to 70°C |
| Package | E-8 |

Software de processamento dos dados: Mathcad - Versão 14.0.0.163 Parametric Technology Corporation

Acelerômetro: Modelo: ADXL311

Analog Devices



Figura D.2 - Diagrama funcional de blocos do acelerômetro.

Outros recursos utilizados no trabalho:

Software de aquisição dos dados: Agilent VEE Pro - Versão 7.51 Agilent Technologies

Software de geração de sinais: SpectraLAB - Versão 4.32 Sound Technology Inc.