



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA



# Correspondência de terrenos com ORB

*Autor: Bernardo Schaffazick Caetani*

*Orientador: Prof. Dr. Tiago Oliveira Weber*

Porto Alegre, 30 de agosto de 2024



## Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>iii</b>
<b>Resumo</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Abreviaturas e Siglas</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Fundamentação Teórica</b>	<b>5</b>
2.1 Eixos de Controle de Aeronave . . . . .	5
2.2 Modelos Digitais de Elevação . . . . .	5
2.3 Rotação e Translação de Representações Bidimensionais . . . . .	6
2.4 Filtragem Linear . . . . .	7
2.4.1 Máscaras de Sobel . . . . .	8
2.4.2 Filtro Gaussiano . . . . .	9
2.5 Métodos de Interpolação . . . . .	10
2.5.1 Interpolação de Área . . . . .	10
2.5.2 Interpolação Bicúbica . . . . .	14
2.6 Detecção e Correspondência de Características . . . . .	16
2.7 FAST . . . . .	17
2.8 BRIEF . . . . .	18
2.9 ORB . . . . .	19
2.10 <i>Brute Force Matcher</i> . . . . .	20
2.11 Distância de <i>Hamming</i> . . . . .	20
2.12 Algoritmos Genéticos . . . . .	20
2.12.1 Seleção . . . . .	21
2.12.2 Cruzamento . . . . .	21
2.12.3 Mutação . . . . .	22
2.13 <i>Latin Hypercube Sampling</i> . . . . .	23
<b>3 Metodologia</b>	<b>25</b>
3.1 Bases de Dados . . . . .	27
3.2 Algoritmo de Distorção . . . . .	29

---

3.3	Algoritmo de Correspondência de Terrenos . . . . .	33
3.3.1	Pré-processamento . . . . .	34
3.3.2	Correspondência de Características . . . . .	35
3.4	Algoritmo de Verificação de Correspondências . . . . .	38
3.5	Otimização do Algoritmo de Correspondência de Terrenos . . . . .	39
3.5.1	Modelagem do Problema de Otimização . . . . .	39
3.5.1.1	Variáveis de Entrada . . . . .	40
3.5.1.2	Restrições . . . . .	41
3.5.1.3	Função Objetivo . . . . .	41
3.5.2	Otimizadores . . . . .	44
3.5.3	População Inicial . . . . .	45
3.5.4	Escolha dos Hiperparâmetros . . . . .	46
3.6	Avaliação do Algoritmo de Correspondência de Terrenos . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>51</b>
4.1	Pesquisa Extensiva dos Hiperparâmetros do Algoritmo Genético . . . . .	51
4.2	Avaliação do Algoritmo de Correspondência de Terrenos . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>67</b>
<b>6</b>	<b>Referências</b>	<b>69</b>

## **Agradecimentos**

*Agradeço aos meus pais, aos meus avós, a minha namorada e aos meus demais familiares e amigos, por sempre apoiarem minhas decisões, por me incentivar, por me ensinar, por me divertir e por me tratar com carinho, com amor e com compreensão. Não existem dúvidas da importância que vocês tiveram durante essa jornada.*

*Agradeço aos meus professores durante toda minha vida acadêmica, pelos ensinamentos e aprendizados, técnicos ou não. Em especial, agradeço meu orientador, Tiago Weber, que sempre educou de forma construtiva e atenciosa, inspirou e motivou seus alunos e tornou o aprendizado ainda mais prazeroso.*

*Esse momento é apenas o fruto das ações e do trabalho de vocês. A todos serei eternamente grato.*



## Resumo

O *Global Navigation Satellite System* (GNSS), ou Sistema de Navegação Global via Satélite em português, desempenha um papel crucial na operação de aeronaves ao fornecer estimativas de geolocalização. Entretanto, existem situações em que o sinal do mesmo não está disponível e, nesses casos, outros métodos de localização podem ser utilizados para suprir essa falta, como aqueles que utilizam a correspondência de elevações da área sobrevoada com uma base de dados georreferenciada para estimativa da posição. Dessa forma, visando contornar a ausência do sinal de GNSS, um algoritmo de correspondência de terrenos utilizando o *Oriented FAST and Rotated BRIEF* (ORB), ou FAST Orientado e BRIEF Rotacionado em português, um detector e descritor de pontos de interesse, foi construído, buscando aproveitar da robustez a mudanças de escala e de orientação do algoritmo, além de seu baixo tempo de processamento. Devido ao fato do desenvolvimento e da verificação serem feitas em ambiente simulado, um processo de distorção de dados de elevação foi criado, adicionando imperfeições relacionadas a um cenário de voo de uma aeronave sem GNSS, de forma a aumentar a representatividade da simulação. Devido ao grande número de parâmetros envolvidos no funcionamento do algoritmo de correspondência de terrenos desenvolvido, um otimizador foi utilizado para a escolha dos valores dessas variáveis, visando maximizar seu desempenho para cada cenário ao qual o mesmo foi submetido. O algoritmo desenvolvido conseguiu, de forma consistente, encontrar correspondências de terrenos, entre a região observada pela aeronave e os dados de elevação da base de dados, em diversos tipos de relevo. Entretanto, devido as características utilizadas pelo algoritmo para fazer as correspondências, seu desempenho cai de forma significativa em regiões mais planas, onde as correspondências bem-sucedidas são mais raras. Nesses cenários, correspondências bem-sucedidas ainda conseguem ser obtidas em aproximadamente metade dos cenários testados, mesmo com diversas distorções nos dados de elevação que dificultam as estimativas do algoritmo.



## Lista de Figuras

1	Eixos de uma aeronave e seus movimentos. . . . .	5
2	Diferenças entre representações por <i>Digital Surface Model</i> (DSM) e por <i>Digital Terrain Model</i> (DTM). . . . .	6
3	Sistemas de coordenadas de células em mapas e imagens. . . . .	7
4	Exemplo de filtragem linear. . . . .	8
5	Exemplo da aplicação das máscaras de Sobel para cálculo da magnitude do gradiente. . . . .	9
6	Exemplo da aplicação de filtro gaussiano com tamanho de <i>kernel</i> $N = 7$ . . . . .	11
7	DEM antes da aplicação da interpolação de área. . . . .	12
8	Divisões do DEM para o cálculo da interpolação de área. . . . .	13
9	DEM redimensionado através da interpolação de área. . . . .	14
10	Comparação entre diferentes métodos de interpolação. . . . .	15
11	Acomodação das células do <i>Digital Elevation Model</i> (DEM) redimensionado (amarelo) no DEM original (azul). . . . .	16
12	Grade $4 \times 4$ necessária para computação do valor de $P'$ por interpolação bicúbica. . . . .	16
13	Processo de interpolação bicúbica para determinação do ponto $P'$ , em azul. . . . .	17
14	Pixels analisados pelo <i>Features from Accelerated Segment Test</i> (FAST) para determinar se o pixel $C$ é um ponto de interesse. . . . .	18
15	Exemplos de cruzamento uniforme, por um ponto e por dois pontos. . . . .	22
16	Contexto da região e da sub-região. . . . .	25
17	Fluxo de desenvolvimento. . . . .	26
18	Parte utilizada da base de dados ASTER GDEM v3. . . . .	28
19	Visualização da base de dados de elevação do Chipre. . . . .	28
20	Localização e visualização do relevo do <i>Panhandle</i> do Oklahoma. . . . .	29
21	Fluxograma do algoritmo de distorção. . . . .	30
22	Efeitos do processo de distorção em uma sub-região do mapa do Rio Grande do Sul, com <i>pitch</i> igual a 2 graus e <i>roll</i> igual a 5 graus. . . . .	34
23	Fluxograma do algoritmo de correspondência de terrenos. . . . .	35
24	Fluxograma da etapa de pré-processamento. . . . .	36
25	Fluxograma do algoritmo de correspondência de características. . . . .	38
26	Fluxograma do algoritmo de verificação de correspondências. . . . .	40
27	Exemplo do comportamento desejado do algoritmo de correspondência de terrenos. . . . .	44
28	Execução e avaliação de um hiperparâmetros $i$ na pesquisa extensiva. . . . .	49
29	Regiões das bases de dados utilizadas para as amostras dos hiperparâmetros. . . . .	52
30	Distribuição dos parâmetros de distorção das 60 amostras. . . . .	55
31	Distribuição do tamanho da sub-região em relação a base de dados original, para as 60 amostras. . . . .	56
32	Distribuição do desvio padrão da elevação, em metros, das sub-região das 60 amostras, separadas por base de dados de origem. . . . .	58

---

33	Histograma do valor da função objetivo para as 60 amostras, diferenciadas pela base de dados de origem. . . . .	59
34	Taxa de sucesso das métricas de avaliação nas 60 amostras. . . . .	59
35	Valor máximo da função objetivo para amostras originadas a partir de cada base de dados. . . . .	60
36	Quantidade de correspondências bem-sucedidas para amostras originadas a partir de cada base de dados. . . . .	61
37	Quantidade de correspondências bem-sucedidas entre as 10 melhores correspondências para amostras originadas a partir de cada base de dados. . . . .	61
38	Distribuição do desvio padrão de elevação em metros para os grupos de amostras que tiveram e não tiveram correspondências bem-sucedidas dentre as 10 melhores. . . . .	62
39	Dez melhores correspondências, todas bem-sucedidas, em uma amostra do Rio Grande do Sul. . . . .	63
40	Dez melhores correspondências, todas bem-sucedidas, em uma amostra do Chipre. . . . .	63
41	Dez melhores correspondências, todas bem-sucedidas, em uma amostra do Oklahoma. . . . .	64
42	Dez melhores correspondências, nenhuma bem-sucedida, em uma amostra do Rio Grande do Sul. . . . .	65
43	Dez melhores correspondências, quatro bem-sucedidas, em uma amostra do Chipre. . . . .	65
44	Dez melhores correspondências, nenhuma bem-sucedida, em uma amostra do Oklahoma. . . . .	66

## Lista de Tabelas

1	Versões das Bibliotecas/ <i>Frameworks</i> utilizados no desenvolvimento. . . . .	26
2	Resumo das bases de dados. . . . .	29
3	Valores de desvio padrão utilizados para geração de alterações artificiais nos modelos digitais de elevação. . . . .	33
4	Informações das variáveis a serem otimizadas. . . . .	42
5	Tabela de Hiperparâmetros . . . . .	47
6	Dados das amostras utilizada para pesquisa extensiva de hiperparâmetros do algoritmo genético. . . . .	51
7	Classificação das combinações de hiperparâmetros do <i>Algoritmo Genético</i> (AG) utilizados para pesquisa extensiva . . . . .	53
8	Classificação das melhores combinações após o refinamento da pesquisa extensiva. . . . .	54
9	Configuração de hiperparâmetros do AG selecionada. . . . .	54
10	Desvios padrão da elevação das bases de dados utilizadas (sem distorções). . . . .	57



## Lista de Abreviaturas e Siglas

- AG *Algoritmo Genético.* ix, 20, 42, 44–48, 51, 53, 54
- ASTER *Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer.* 27, 32
- BFM *Brute Force Matcher.* 20, 36
- BRIEF *Binary Robust Independent Elementary Features.* v, 18–20
- DEM *Digital Elevation Model.* vii, 5–7, 9–13, 15, 16, 25–27, 29–34, 36–39, 42, 52, 57
- DSM *Digital Surface Model.* vii, 6, 27
- DTM *Digital Terrain Model.* vii, 6
- FAST *Features from Accelerated Segment Test.* v, vii, 17–19
- GNSS *Global Navigation Satellite System.* v, 1, 2, 67
- HC *Hill Climbing.* 44, 45
- INS *Inertial Navigation System.* 1
- LHS *Latin Hypercube Sampling.* 23, 45–49, 51, 54, 55, 57
- LiDAR *Light Detection and Ranging.* 27, 32
- METI *Ministry of Economy Trade and Industry.* 27
- NASA *National Aeronautics and Space Administration.* 27
- oFAST *FAST Keypoint Orientation.* 19, 35, 41, 42
- ORB *Oriented FAST and Rotated BRIEF.* v, xiii, 2, 3, 19, 20, 25, 35, 36, 39, 41, 42
- PSO *Particle Swarm Optimization.* 44, 45
- rBRIEF *Rotation-Aware BRIEF.* 19, 35, 42
- REM *Recovered Elevation Model.* 25, 30–34, 36, 38, 39, 42
- RWS *Roulette Wheel Selection.* 21, 47, 53
- SA *Simulated Annealing.* 44, 45
- SSS *Steady-State Selection.* 21, 47, 53

SUS *Stochastic Universal Selection.* 21, 47, 53, 54

USGS *United States Geological Survey.* 27, 29

VNIR *Visible and Near-Infrared.* 27

## Lista de Símbolos

$ORB_{DEM}$	ORB aplicado na região. 35
$ORB_{REM}$	ORB aplicado na sub-região. 35
$\phi$	<i>Roll</i> . 5, 31
$\psi$	<i>Yaw</i> . 5, 31
$\theta$	<i>Pitch</i> . 5, 31
$f_{red}$	Fator de redimensionamento da região aplicado pelo algoritmo de distorção. 39
$n_{corr}$	Número de melhores correspondências. 36, 37
$n_{kps}$	Número de <i>keypoints</i> descritos. 35, 37
$r_{th}$	Raio limite das distâncias entre as coordenadas dos <i>keypoints</i> para uma correspondência bem-sucedida. 39
$W_{DEM}$	Tamanho do <i>kernel</i> do filtro <i>Gaussiano</i> aplicado na região. 41
$W_{REM}$	Tamanho do <i>kernel</i> do filtro <i>Gaussiano</i> aplicado na sub-região. 41
$\alpha_{DEM}$	Fator de escala do <i>kernel</i> do filtro <i>Gaussiano</i> aplicado na região. 41
$\alpha_{REM}$	Fator de escala do <i>kernel</i> do filtro <i>Gaussiano</i> aplicado na sub-região. 41
$\sigma_{DEM}$	Desvio padrão do filtro <i>Gaussiano</i> aplicado na região. 41
$\sigma_{REM}$	Desvio padrão do filtro <i>Gaussiano</i> aplicado na sub-região. 41
$n_{pop}$	Tamanho da população dos otimizadores. 45, 46



# 1 Introdução

A geolocalização desempenha um papel muito importante no contexto aeroespacial, sendo fundamental para o planejamento de rotas, de missões e até mesmo para coleta de dados. Para uma determinação precisa da localização, veículos aeroespaciais são equipados com diversos sensores e sistemas, cujos dados são fusionados para se obter uma melhor estimativa. Um dos sistemas fundamentais para esse tipo técnica é o *Inertial Navigation System* (INS), ou Sistema Inercial de Navegação em português, que é composto por sensores inerciais e fornece informações de localização, de velocidade e de atitude advindas da integração contínua dos sinais de aceleração e velocidade angular em três eixos. Devido a constante integração dos sinais e, intrinsecamente, de seus erros para suas estimativas, os sistemas de navegação inercial sofrem de um problema conhecido como *drift*, que faz com que, com o passar do tempo, as incertezas das estimativas de posição, atitude e velocidade, cresçam de forma exponencial.

Outros instrumentos podem ser utilizados para diminuir as incertezas das medições dos sensores inerciais, como o altímetro, que fornece informação de altitude, o magnetômetro, que fornece informação de direção, e receptores de GNSS. Este último desempenha um papel crucial na manutenção da precisão das estimativas de geolocalização de uma aeronave durante a sua operação, visto que ele fornece informações de posição geográfica, de velocidade e de tempo, que podem ser combinadas com as informações do inercial para correção do erro de *drift*. Além disso, sensores inerciais e o GNSS possuem diferentes características de desempenho que se complementam através fusão sensorial. Sensores inerciais possuem uma estimativa precisa de localização em um pequeno intervalo, mas sua incerteza aumenta significativamente com o passar do tempo, em contraste com sistemas de navegação satelitais, que possuem uma incerteza mais estável ao longo da operação. Ao se aproveitar dos comportamentos complementares desses sistemas, consegue-se obter uma estimativa muito mais precisa da posição quando comparada aos mesmos utilizados de forma isolada (Noureldin et al., 2012).

Entretanto, existem situações onde o sinal de GNSS não está disponível devido aos mais variados motivos, como pelas condições climáticas, por problemas de operação de equipamentos ou por falhas de comunicação e interferência. Nesses cenários, mesmo sem sinal de GNSS, ainda é possível estimar a posição geográfica do veículo aeroespacial com uma precisão aceitável através dos demais sensores da aeronave, mas apenas por um período, que será determinado pelas especificações de *drift* do equipamento. Para contornar esse problema, outras formas de estimativa da geolocalização podem ser utilizadas para substituir o GNSS, como técnicas baseadas em imagens (Campbell and Wheeler, 2006) e em elevação (Rodriguez and Aggarwal, 1990).

Especialmente nas técnicas de navegação por imagens e por elevação, detectores e descritores de imagens são amplamente utilizados, visto que esses algoritmos, quando combinados, conseguem encontrar pontos em comum em duas imagens distintas. No trabalho de Masselli et al., por exemplo, os autores fazem uso desse algoritmos para extrair características de imagens do solo, capturadas por um *drone*, que são então comparadas com características de uma base de dados georreferenciada

para realizar a estimativa da localização. Já no trabalho de Xiaotian et al., os autores utilizam detectores e descritores para auxiliar na obtenção de um modelo digital de elevação através de imagens, em um processo conhecido como reconstrução estéreo. No trabalho de Rodriguez and Aggarwal, os autores fazem uso de modelos de elevação obtidos através de reconstrução estéreo para estimar a localização de uma aeronave, através da correspondência da inclinação do terreno que está sendo sobrevoado com uma base de dados georreferenciada. Dessa forma, fica evidente a importância dos algoritmos de detecção e descrição de imagens para aplicações de localização, sendo essas utilizadas de forma direta ou indireta.

Nesse contexto, a velocidade de processamento de um algoritmo de localização, seja ele por elevação ou por imagens, é algo crucial, visto que os os mesmos precisam operar em tempo real para realização de estimativas da geolocalização da aeronave, que pode estar se movendo a velocidades muito elevadas. Além disso, em voos com altas velocidades ou que percorrem longas distâncias, o algoritmo de localização precisa ser embarcado, tendo assim limitações de poder de processamento que restringem ainda mais as técnicas que podem ser utilizadas. Outro fator que precisa ser considerado para essa aplicação é que, mesmo com um baixo custo computacional, o desempenho da técnica precisa ser bom o bastante para se obter uma estimativa boa o suficiente da localização. Ademais, em algumas ocasiões, os métodos de localização baseados em imagens ou elevação precisam fazer suas estimativas considerando um grande espaço de busca, devido à incerteza da posição causada pelo *drift* dos sensores inerciais sem sinal de GNSS. Esses cenários podem apresentar grandes dificuldades para o algoritmo de busca, dependendo da técnica utilizada.

Com essas considerações, alguns algoritmos de detecção e descrição de pontos de interesse conseguem contornar esses problemas, sendo capazes de explorar vastas regiões de imagens, detectando e descrevendo pontos para fazer correspondências. Um dos algoritmos que mais se destaca nesse quesito é o ORB, que possui um custo computacional até uma ordem de grandeza inferior, mas com desempenho semelhante, em comparação com outros algoritmos de detecção e descrição de imagens, tornando-o adequado para aplicações que exigem menor tempo de processamento ou exigem análises de regiões muito extensas. Além disso, o ORB possui características que melhoram sua robustez caso uma região da imagem tenha sofrido redimensionamento ou rotação, também conseguindo manter uma boa performance nessas situações (Rublee et al., 2011). Essas características do ORB o tornam robusto para alguns cenários que algoritmos de localização de aeronaves precisam lidar. Caso o veículo mude sua altitude em relação ao solo durante o voo, provocando uma mudança de escala entre o que a aeronave está observando com informações contidas em uma base de dados, o ORB possui mecanismos para reduzir a influência dessa variação no seu desempenho. Além disso, caso o *drift* impacte a estimativa de direção da aeronave, o ORB também consegue contornar esse problema, visto que é robusto às mudanças de orientação.

Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver um algoritmo de correspondência de terrenos com o ORB, a fim de verificar se o mesmo é capaz de ser utilizado nessa aplicação. Por ele, modelos digitais de elevação serão tratados como imagens e correspondências serão feitas e avaliadas, em ambiente simulado, entre um modelo de elevação capturado por uma aeronave,

com um mapa armazenado em uma base de dados. Escolheu-se trabalhar com dados de elevação pois são menos dinâmicos que imagens. Enquanto o terreno permanece aproximadamente estático, sem grandes variações, com o passar dos anos, fotografias do solo de uma mesma região podem apresentar variações em um curto período de tempo, devido aos mais diversos fatores, como as estações do ano, condições climáticas, construções, horário do dia, dentre outras. Entretanto, a utilização do ORB para correspondências de terrenos possui diversos desafios. O algoritmo, de forma isolada, não é capaz de obter um desempenho adequado em correspondência de terrenos. Devido a isso, é necessário utilizá-lo em conjunto com outros algoritmos, visando a adequação dos dados de elevação para que o descritor e detector de pontos de interesse consiga obter boas correspondências. O trabalho será realizado em um ambiente simulado, utilizando bases de dados de elevação disponibilizadas publicamente. Devido a isso, visando aumentar a semelhança do ambiente simulado a um cenário real, diversas distorções serão aplicadas nos dados de elevação, dificultando o funcionamento do algoritmo de correspondência de terrenos que será desenvolvido. Após sua construção, deseja-se avaliar o comportamento do algoritmo de correspondência em diversos cenários, também em ambiente simulado, no qual o mesmo será submetido a diferentes tipos de terrenos e com diversas distorções nos dados de elevação.



## 2 Fundamentação Teórica

Esta seção tem o objetivo de introduzir conceitos, técnicas e algoritmos que serão utilizados no desenvolvimento do trabalho. Além disso, quando algoritmos do OpenCV forem descritos, será utilizada como referência a versão 4.8.1.78 da biblioteca, usada no Python 3.9.6.

### 2.1 Eixos de Controle de Aeronave

Os eixos de controle de voo são três linhas imaginárias que passam pelo centro de gravidade de uma aeronave e são fundamentais para a sua estabilidade e manobrabilidade. Eles são conhecidos como eixo longitudinal, eixo lateral e eixo vertical. O eixo longitudinal, que vai do nariz à cauda, controla o movimento de rotação chamado de rolamento ou *roll*  $\phi$ . O eixo lateral, que vai de uma ponta da asa à outra, controla o movimento de arfagem ou *pitch*  $\theta$ , que é a inclinação do nariz para cima ou para baixo. O eixo vertical, que vai de cima para baixo através do centro da aeronave, controla o movimento de guinada ou *yaw*  $\psi$ , que é a rotação do nariz para a esquerda ou para a direita. Os eixos e seus movimentos podem ser observados na Figura 1.



Figura 1: Eixos de uma aeronave e seus movimentos.

Fonte: canalpiloto.com.br

### 2.2 Modelos Digitais de Elevação

*Digital Elevation Model* (DEM) ou, em português, Modelo Digital de Elevação, é uma representação digital de um espaço tridimensional e normalmente possui uma estrutura matricial, onde cada valor, também chamado de célula, indica a elevação de um determinado ponto da região sendo representada. Devido ao fato de o terreno ser digitalizado, ocorre a perda de informação entre pontos vizinhos do modelo digital de elevação. Esse espaçamento é conhecido como resolução,

expresso em unidades de distância. Modelos digitais de elevação são majoritariamente utilizados na área da topografia, para descrever regiões do globo terrestre, mas seu uso pode se estender para demais áreas do conhecimento onde seja necessário representar digitalmente uma superfície.

No contexto da topografia, onde o DEM representa uma região geográfica, existem dois termos adicionais que especificam a origem da informação de elevação, sendo eles o *Digital Terrain Model* (DTM) (Modelo Digital de Terreno, em português) e o *Digital Surface Model* (DSM) (Modelo Digital de Superfície, em português). O DSM é um DEM cujas informações de elevação correspondem a superfície da região, ou seja, o mesmo captura informações de elevação, não apenas do solo, mas também da vegetação e de construções. Já o DTM é um modelo digital de elevação que ignora construções e vegetação, capturando informação de elevação apenas do solo (Ltd, 2011). A Figura 2 ilustra como uma mesma região geográfica é representada de formas diferentes por um DSM e por um DTM. Nesse contexto, o termo DEM, por ser genérico, engloba tanto o DSM quanto o DTM (Kim et al., 2020).

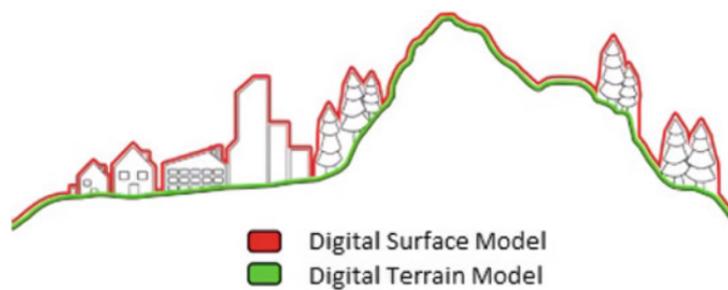


Figura 2: Diferenças entre representações por DSM e por DTM.

Fonte: (Kim et al., 2020).

A forma mais usual de representação de modelos digitais de elevação (que também será utilizada no presente trabalho) é através uma matriz de apenas um canal, ou seja, são matrizes  $m$  por  $n$ . A representação numérica pode se dar por ponto fixo ou ponto flutuante, ambos com ou sem sinal. O sistema de coordenadas que será adotado para lidar com os modelos digitais de elevação será um sistema cartesiano ortogonal com o eixo  $y$  espelhado. Os valores dos eixos são discretos e pertencentes ao conjunto dos números naturais, onde cada par  $(x,y)$  corresponde a um valor de elevação em metros de um ponto geográfico. A Figura 3 ilustra o sistema de coordenadas adotado.

### 2.3 Rotação e Translação de Representações Bidimensionais

A rotação e a translação são operações muito realizadas em mapas e imagens. Essas operações não são realizadas sobre o valor de determinadas célula, mas sobre suas coordenadas  $x$ ,  $y$  e, portanto, as posições atualizadas das mesmas precisam ser calculadas para todos os pontos do DEM. A rotação de um ponto  $P_1(x_1, y_1)$  por um ângulo  $\theta$  em torno da origem no sentido anti-horário é feita multiplicando-se a matriz de rotação  $R$ , definida pela Equação 1, pelas coordenadas  $x_1, y_1$ .

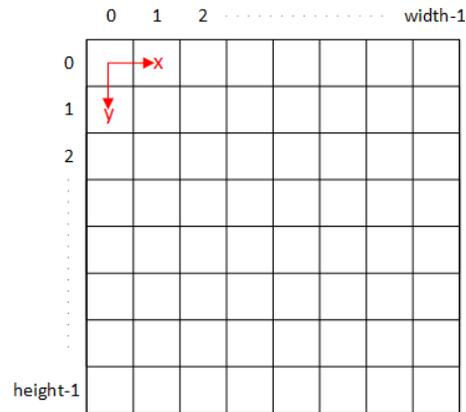


Figura 3: Sistemas de coordenadas de células em mapas e imagens.

Fonte: Open eVision (<https://bit.ly/Open-eVision>).

Já a translação de um determinado ponto se dá com auxílio da matriz de translação  $T$ , definida pela Equação 2, em que a mesma é subtraída das coordenadas do ponto para realizar a operação. Ademais, a rotação no entorno de um ponto diferente da origem pode ser realizado através da combinação das duas operações. O cálculo de rotação e de translação para o ponto  $P(x_1, y_1)$  é definido pela Equação 3, onde  $x_2$  e  $y_2$  são suas coordenadas atualizadas.

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$T = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} - T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (3)$$

## 2.4 Filtragem Linear

No contexto de visão computacional, filtragem linear é uma técnica utilizada em dados com estrutura matricial, como modelos digitais de elevação ou imagens, que realizam modificações nos valores numéricos do mesmo. Algumas modificações que podem ser realizadas são, por exemplo, detecção de bordas, redução de ruído e extração de características. A operação é aplicada individualmente para todas as células do DEM e determina novos valores para as mesmas, fazendo uso dos valores da própria célula e de células vizinhas ponderadas por um certo peso (Szeliski, 2010).

Dessa forma, o filtro linear  $h$  é um conjunto de pesos dispostos em uma estrutura matricial  $2l + 1$  por  $2k + 1$ , onde  $k$  e  $l$  são números naturais. Esse conjunto de pesos podem também ser

chamado como máscara, kernel ou *template*, e sua aplicação a um modelo digital de elevação  $f$ , para determinação dos valores das células  $g(i, j)$  de um modelo filtrado  $g$ , pode ser expressa pela Equação 4. A obtenção de  $g$  como um todo pode ser descrita através da operação de convolução, como mostra a Equação 5. Um exemplo de filtragem de um modelo digital fictício  $8 \times 8$  por um filtro suavizador  $h$ , com  $k = l = 1$ , gerando o modelo  $g$  é mostrado na Figura 4.

$$g(i, j) = \sum_{p=1}^{2l+1} \sum_{q=1}^{2k+1} h(p, q) \cdot f(i + p - 1, j + q - 1) \quad (4)$$

$$g = f * h \quad (5)$$

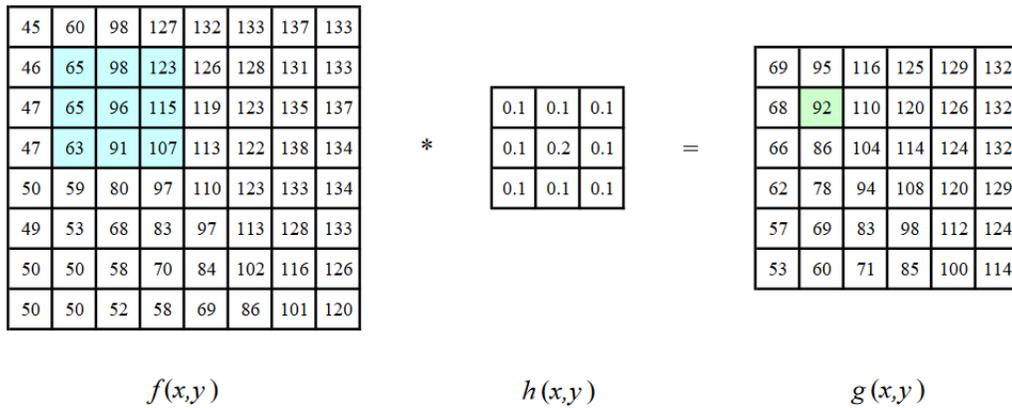


Figura 4: Exemplo de filtragem linear.

Fonte: (Szeliski, 2010).

### 2.4.1 Máscaras de Sobel

As máscaras de Sobel são *kernels* que tem como objetivo detectar bordas ou contornos de uma imagem ou modelo digital de elevação, e normalmente são aplicadas dentro do algoritmo de Sobel. Existem duas máscaras de Sobel:  $G_x$ , que detecta bordas na direção  $x$ , e  $G_y$ , que detecta bordas na direção  $y$ . As mesmas estão definidas na Equação 6 e Equação 7, respectivamente (Zhang and Fang, 2016/11).

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$G_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

No algoritmo de Sobel, que detecta contornos com base no cálculo do gradiente, a aplicação das máscaras em uma imagem ou DEM  $f$  se dá de forma independente. A convolução de  $f$  com  $G_x$  dá origem a  $f_x$ , e a convolução com  $G_y$  dá origem a  $f_y$ . Os resultados são análogos, respectivamente, ao gradiente da imagem na direção  $x$  e na direção  $y$ . Para o cálculo da magnitude do gradiente em uma determinada célula  $i, j$ , os valores encontrados dos gradientes são combinados através da Equação 8 (Vincent and Folorunso, 2009). A Figura 5 ilustra a aplicação das máscaras de Sobel e a combinação dos dois resultados através do cálculo da magnitude do gradiente.

$$G_{i,j} = \sqrt{f_{x_{i,j}}^2 + f_{y_{i,j}}^2} \quad (8)$$

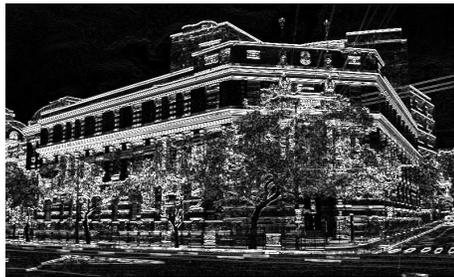
(a) Imagem original  $f$ .(b) Aplicação de  $G_x$  em  $f$ , resultando em  $f_x$ .(c) Aplicação de  $G_y$  em  $f$ , resultando em  $f_y$ .(d) Combinação de  $f_x$  e de  $f_y$  através da magnitude do gradiente.

Figura 5: Exemplo da aplicação das máscaras de Sobel para cálculo da magnitude do gradiente.

Fonte: (a) Ricardo André Frantz (wikipedia.org). (b) Autor. (c) Autor. (d) Autor.

#### 2.4.2 Filtro Gaussiano

O filtro gaussiano é normalmente utilizado para redução de ruído e de suavização de imagens e modelos digitais de elevação. O mesmo possui esse nome visto que seu conjunto de pesos segue uma distribuição Gaussiana de duas dimensões, com média na origem. Dessa forma, ao se utilizar um filtro gaussiano, além das dimensões do mesmo, precisa-se especificar o desvio padrão  $\sigma$  que descreve a distribuição e o comportamento que se deseja: quanto maior o valor do desvio padrão, maior será a suavização (Cabello et al., 2015).

Supondo um *kernel* gaussiano  $N \times N$ , onde  $N$  é um número natural, não-nulo e ímpar, a definição dos valores dos pesos  $k_{i,j}$  se dá através de duas etapas. A primeira é o cálculo dos pesos iniciais  $k'_{i,j}$  através da Equação 9, onde  $x$  e  $y$  são valores inteiros e correspondem às coordenadas de determinada célula  $i, j$ , calculados através da Equação 10 e da Equação 11.

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (9)$$

$$x = j - \left(\frac{N+1}{2}\right) \quad (10)$$

$$y = i - \left(\frac{N+1}{2}\right) \quad (11)$$

A segunda etapa consistem em dividir todos os coeficientes  $k'_{i,j}$  pela somatória dos pesos iniciais para determinação dos pesos  $k_{i,j}$ , como mostra a Equação 12. O resultado da aplicação de um filtro gaussiano com tamanho de *kernel*  $N = 7$  com diferentes valores de desvio padrão é mostrado na Figura 6.

$$k_{i,j} = \frac{k'_{i,j}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k'_{i,j}} \quad (12)$$

## 2.5 Métodos de Interpolação

Quando deseja-se redimensionar um DEM ou uma imagem, é necessário agrupar informações de células já existentes, no caso de uma diminuição do tamanho, ou inferir os valores de novas células, no caso do aumento do tamanho do modelo digital de elevação ou da imagem. Os métodos mais comuns para realizar essas operações são os de interpolação (Li et al., 2019). Certos tipos de interpolação são mais adequados para diminuição e outros para o aumento das dimensões do DEM ou da imagem. No presente trabalho, apenas dois tipos de interpolação serão utilizadas: a interpolação de área, quando há a diminuição do número de células, e a interpolação bicúbica, quando há o aumento das dimensões. A utilização das mesmas se deu em linguagem Python (versão 3.9.6) através da biblioteca OpenCV (versão 4.8.1.78).

### 2.5.1 Interpolação de Área

A interpolação de área é um método de interpolação utilizado para redução das dimensões de imagens ou mapas digitais. Esse método aglomera a informação das células através de uma média ponderada pela área das células de uma determinada região. O algoritmo de interpolação de área apresentado no presente trabalho é baseado na implementação do OpenCV, através da leitura do código fonte da biblioteca e da experimentação, visto que não foram encontradas referências formais para a implementação. Para exemplificar o funcionamento dessa interpolação, sobre o DEM



(a) Imagem original.

(b) Aplicação do filtro gaussiano com desvio padrão  $\sigma = 2$ .(c) Aplicação do filtro gaussiano com desvio padrão  $\sigma = 10$ .Figura 6: Exemplo da aplicação de filtro gaussiano com tamanho de *kernel*  $N = 7$ .

Fonte: (a) Ricardo André Frantz ([wikipedia.org](http://wikipedia.org)). (b) Autor. (c) Autor.

$3 \times 4$  fictício, mostrado na Figura 7, será aplicada interpolação de área para reduzir suas dimensões e torná-lo um modelo digital de elevação  $2 \times 3$ .

O primeiro passo para a realização da interpolação de área é o cálculo das constantes  $r_x$  e  $r_y$ . A constante  $r_x$  é definida como a razão entre o número de colunas do DEM original com o número de colunas do DEM após as reduções de dimensão, como mostra a Equação 13. A constante  $r_y$  corresponde à mesma razão, mas com o número de linhas ao invés do número de colunas, como define a Equação 13. Como a interpolação de área só é aplicada quando há uma redução de dimensão do DEM, pode-se afirmar que ambas as constantes possuem valores reais maiores ou iguais a uma unidade.

Considerando o exemplo do modelo digital de elevação  $3 \times 4$  fictício, o cálculo das constantes para redução das dimensões do mesmo para um mapa  $2 \times 3$  é expresso pela Equação 15 e pela Equação 16, onde  $N$  expressa o número de colunas,  $M$  o número de linhas, o subscrito "orig" indica que a grandeza pertence ao DEM original, antes da aplicação da interpolação e o subscrito "redim" que a grandeza pertence ao modelo digital após esse redimensionamento. Com as

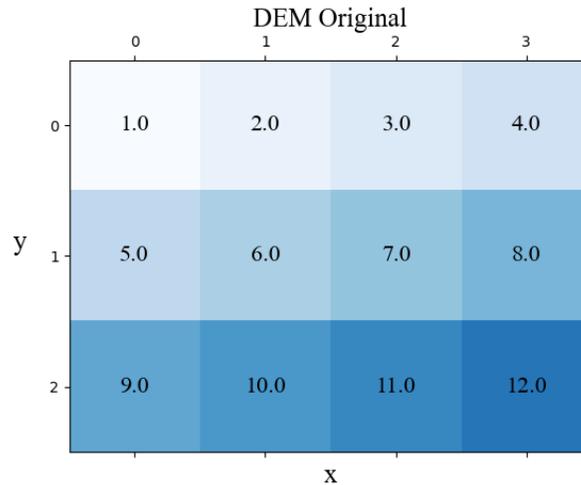


Figura 7: DEM antes da aplicação da interpolação de área.

Fonte: Autor.

constantes calculadas, pode-se começar o cálculo das médias ponderadas pela área de cada termo  $k_{i,j}$  do DEM redimensionado.

$$r_x = \frac{N_{orig}}{N_{redim}} \quad (13)$$

$$r_y = \frac{M_{orig}}{M_{redim}} \quad (14)$$

$$r_x = \frac{N_{orig}}{N_{redim}} = \frac{4}{3} = 1, \bar{3} \quad (15)$$

$$r_y = \frac{M_{orig}}{M_{redim}} = \frac{3}{2} = 1,5 \quad (16)$$

Para calcular a média ponderada pela área, é necessário considerar o DEM original como sendo um retângulo, de forma com que o DEM possui uma área imaginária, onde cada célula possui uma área equivalente à uma unidade de área (u.a.). Com essa consideração, divide-se o DEM original, antes da realização da interpolação, em  $M_{redim}$  linhas e  $N_{redim}$  colunas, gerando assim  $M_{redim} \cdot N_{redim}$  divisões com  $r_x$  unidades de comprimento (u.c.) no, na direção do eixo  $x$ , e  $r_y$  u.c. na direção do eixo  $y$  e uma área de  $r_x \cdot r_y$  u.a, como mostra a Figura 8. Cada uma dessas áreas virtuais será uma célula do DEM redimensionado, e o valor numérico da célula é determinado através da média ponderada pela área das células do modelo de elevação original que pertencem à nova região.

Dessa forma, calcula-se mais uma constante: a área da nova região virtual, necessária para

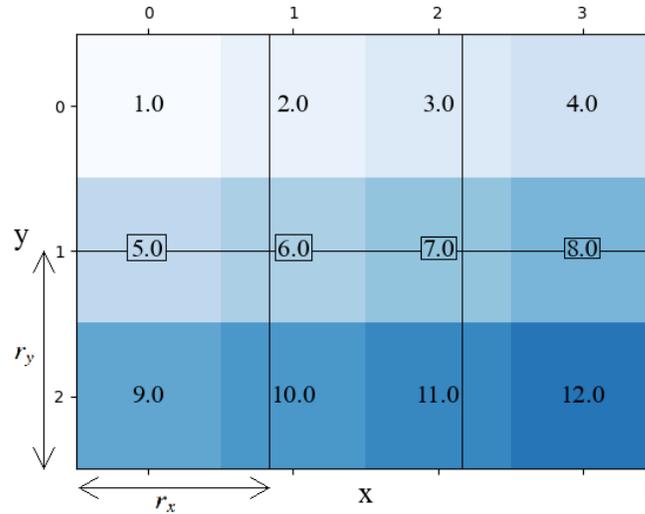


Figura 8: Divisões do DEM para o cálculo da interpolação de área.

Fonte: Autor.

calcular-se a média ponderada. A Equação 17 mostra o cálculo da área. Com a área calculada, podemos calcular os coeficientes  $k_{i,j}$  do DEM reduzido. A Equação 18, a Equação 19, a Equação 20, a Equação 21, a Equação 22 e a Equação 23 mostram o cálculo dos coeficientes para o modelo de elevação resultante da interpolação de área. O resultado final da interpolação pode ser observado na Figura 9.

$$A = r_x \cdot r_y = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} = 2u.a. \quad (17)$$

$$k_{1,1} = \frac{1}{2u.a.} \cdot \left( \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 1 \cdot 1u.a. + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 2 \cdot 1u.a. + \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1u.a. + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1u.a. \right) = 2,58\bar{3} \quad (18)$$

$$k_{1,2} = \frac{1}{2u.a.} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 2 \cdot 1u.a. + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 3 \cdot 1u.a. + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1u.a. + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1u.a. \right) = 3,8\bar{3} \quad (19)$$

$$k_{1,3} = \frac{1}{2u.a.} \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 3 \cdot 1u.a. + \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 4 \cdot 1u.a. + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1u.a. + \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1u.a. \right) = 5,08\bar{3} \quad (20)$$

$$k_{2,1} = \frac{1}{2u.a.} \cdot \left( \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1u.a. + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1u.a. + \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 9 \cdot 1u.a. + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 10 \cdot 1u.a. \right) = 7,91\bar{6} \quad (21)$$

$$k_{2,2} = \frac{1}{2u.a.} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1u.a. + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1u.a. + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 10 \cdot 1u.a. + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 11 \cdot 1u.a. \right) = 9.1\bar{6} \quad (22)$$

$$k_{2,3} = \frac{1}{2u.a.} \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1u.a. + \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1u.a. + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 11 \cdot 1u.a. + \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot 12 \cdot 1u.a. \right) = 10.41\bar{6} \quad (23)$$

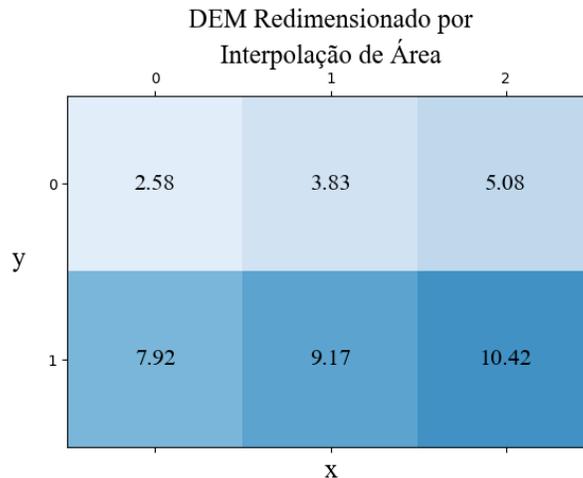


Figura 9: DEM redimensionado através da interpolação de área.

Fonte: Autor.

### 2.5.2 Interpolação Bicúbica

O método de interpolação bicúbica é normalmente utilizado quando se deseja aumentar as dimensões de uma imagem ou de um modelo de elevação digital. A técnica se destaca dos demais métodos de interpolação, como a bilinear, devido a suavização dos dados estimados, como pode ser visualizado na Figura 10. Para isso, o algoritmo faz uso de funções de terceiro grau, as quais são ajustadas em um conjunto de pontos existentes, para estimar valores de células em novas posições. Devido ao grau da função de interpolação, o algoritmo precisa de quatro pontos para cada interpolação em uma dimensão. Como o algoritmo de interpolação bicúbica estende a interpolação em uma dimensão para aplicações de duas dimensões, para esse processamento, é necessário uma estrutura de  $4 \times 4$  células. As interpolações unidimensionais são aplicadas através do *kernel* de interpolação exposto na Equação 24. A implementação do OpenCV em Python, utilizada no presente trabalho, define o valor do termo  $a$ , encontrado no kernel de interpolação, como sendo  $-0,75$ .

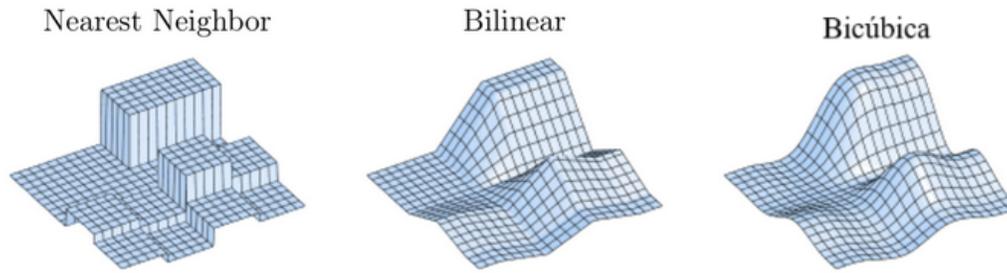


Figura 10: Comparação entre diferentes métodos de interpolação.

Fonte: Adaptado de (Getreuer, 2011).

$$u(s) = \begin{cases} (a+2)|s|^3 - (a+3)|s|^2 + 1 & 0 < |s| < 1 \\ a|s|^3 - 5a|s|^2 + 8a|s| - 4a & 1 < |s| < 2 \\ 0 & 2 < |s| \end{cases} \quad (24)$$

O primeiro passo para se calcular os valores das células de um novo DEM  $M_{redim}$  por  $N_{redim}$ , com aumento das dimensões, a partir de um modelo digital fictício  $M_{orig}$  por  $N_{orig}$ , é determinar a posição das novas células com relação as células originais. Para isso, no caso do presente trabalho, os centros das duas grades de células são sobrepostas. Além disso, considerando-se que a distância entre duas células do modelo digital original é uma unidade, a distância entre células vizinhas no novo modelo com dimensões aumentadas é  $r_x$ , na direção do eixo  $x$ , e  $r_y$  na direção do eixo  $y$ , calculados com a Equação 13 e a Equação 14, respectivamente. Dessa forma, no caso do aumento das dimensões, esses valores devem ser menores ou iguais a uma unidade. A Figura 11 ilustra o comportamento descrito, onde os pontos amarelos indicam a posição das células do modelo redimensionado, e os pontos azuis as células do modelo original.

Com as grades acomodadas, para toda célula  $k_{i,j}^{redim}$  do DEM redimensionado pode-se determinar quais seus vizinhos imediatos  $k_{i,j}^{orig}$  do modelo digital original. A definição do valor da célula irá utilizar interpolações realizadas entre diversos pontos em uma região de  $4 \times 4$  valores do modelo digital original. Do total dos 16 pontos do DEM original, metade possui coordenadas  $x$  menores que a célula  $k_{i,j}^{redim}$ , a outra metade possui coordenadas  $x$  maiores. O mesmo comportamento se aplica para os valores no eixo  $y$ . Essa disposição pode ser observada na Figura 12, que mostra a grade de pontos necessária para o cálculo do valor interpolado em  $P'$ .

A partir da vizinhança do ponto  $P'$ , são calculadas quatro interpolações cúbicas unidimensionais, onde cada interpolação será realizadas com pontos com o mesmo valor de coordenada no eixo  $y$ , como mostra a Figura 13 (b). Em cada uma dessas quatro interpolações, calcula-se o valor da função de interpolação para o ponto com a coordenada  $x$  correspondente à coordenada  $x$  do ponto  $P'$ , obtendo-se, assim, quatro pontos interpolados, cada ponto com uma coordenada  $y$  diferente, mas com a mesma posição em  $x$ . A partir desse conjunto final de quatro pontos, realiza-se uma última interpolação cúbica e define-se o valor final de  $P'$  utilizando o valor da coordenada  $y$  do mesmo,

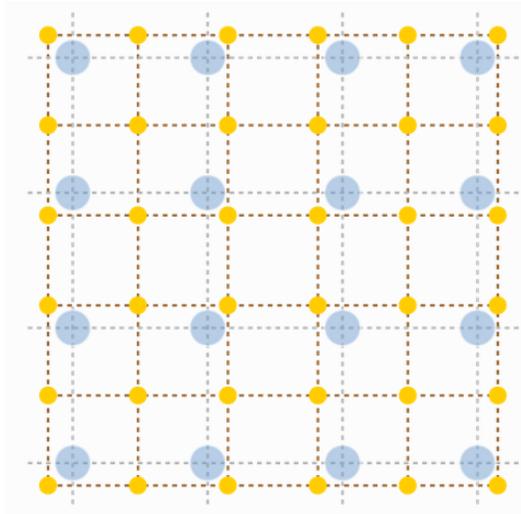


Figura 11: Acomodação das células do DEM redimensionado (amarelo) no DEM original (azul).

Fonte: IBSI ([ibsi.readthedocs.io](http://ibsi.readthedocs.io)).

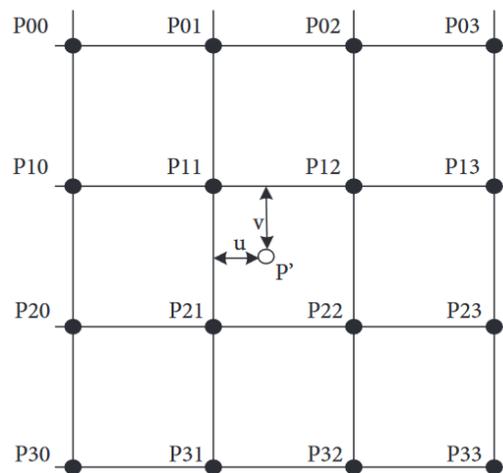


Figura 12: Grade  $4 \times 4$  necessária para computação do valor de  $P'$  por interpolação bicúbica.

Fonte: (Yang et al., 2022).

como mostra a Figura 13 (c).

## 2.6 Detecção e Correspondência de Características

A detecção e correspondência de características é uma técnica utilizada quando se deseja encontrar regiões em comum entre duas imagens distintas. Ela é amplamente utilizada em aplicações de visão computacional, como a reconstrução estéreo, que consegue reconstruir uma cena em 3D a

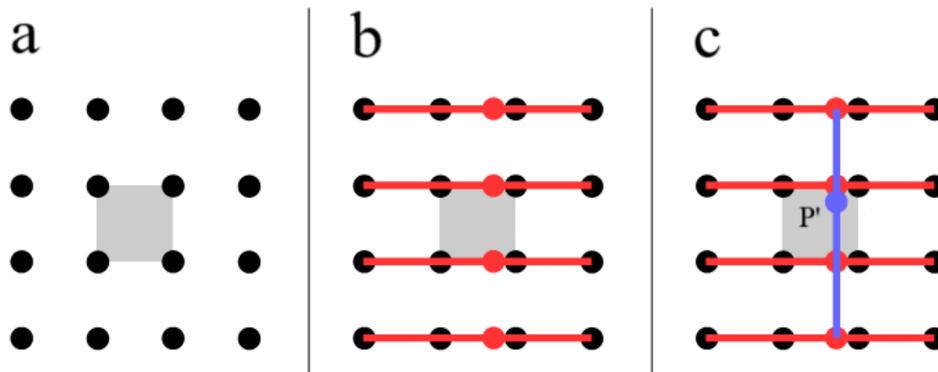


Figura 13: Processo de interpolação bicúbica para determinação do ponto  $P'$ , em azul.

Fonte: Modificado de StackExchange ([stackoverflow.com](https://stackoverflow.com)).

partir de imagens de diferentes pontos de vista, e a retificação de imagens, que altera o ponto de vista de uma cena através de transformações geométricas. Existem diversas formas para se realizar essa correspondência, sendo os principais métodos baseados em pontos, linhas e regiões comuns às imagens. No presente trabalho, apenas a correspondência baseada em pontos será abordada. O processo de detecção e correspondência da características, quando feito com base em pontos, pode ser dividido em três etapas: a detecção de características, a descrição de características e a correspondência de características. Nesse contexto, o termo 'características' pode ser entendido como sinônimo de 'pontos de interesse' ou *keypoints*.

A etapa de detecção de características busca reconhecer, dentro de uma imagem, quais pontos são mais adequados para serem correspondidos. Para isso, o algoritmo de detecção de características busca pontos que tenham elevada variação no contraste, evitando regiões com a mesma cor, no caso de imagens, que são difíceis de corresponder com exatidão. Dando continuidade ao processamento, a etapa de descrição dos pontos de interesse tem como objetivo descrever quantitativamente a vizinhança do ponto de interesse detectado, para que os mesmos possam ser comparados. Dessa forma, o descritor precisa, idealmente, atribuir valores próximos quando descrevendo a mesma região em imagens diferentes, e valores distantes para regiões diferentes. O descritor, em grande parte das aplicações, precisa cumprir com esse objetivo mesmo quando a mesma região tenha sofrido transformações afim ou distorções devido a mudanças de orientação ou de escala. A etapa final, de correspondência de pontos de interesse, consiste na utilização dos descritores dos pontos selecionados para estabelecer as correspondências entre diferentes imagens (Szeliski, 2010).

## 2.7 FAST

O *Features from Accelerated Segment Test* (FAST) (ou Características do Teste de Segmentação Acelerado, em português) é um algoritmo de detecção de pontos de interesse. O mesmo se destaca pela seu baixo tempo de processamento quando comparado com outros detectores, como SIFT,

Harris, ou SUSAN, exemplo, sendo amplamente utilizados em aplicações que exigem baixa latência ou com capacidade de processamento reduzida. O FAST busca selecionar pontos situados em cantos de objetos das imagens, que são mais fáceis para se fazer a correspondência e, por causa disso, costuma também ser chamado como detector de cantos ou *corner detector*, em inglês.

A utilização do FAST para detecção dos *keypoints* de uma imagem se dá através da aplicação de um teste para cada pixel  $k_{i,j}$ , onde são analisados 16 células no entorno do pixel sobre teste, formando um círculo de Bresenham de raio 3. O objetivo do teste é verificar se existem ao menos 12 pixels contínuos com intensidade maior ou menor que a intensidade do pixel  $k_{i,j}$  mais ou menos um *threshold*  $t$  (Rosten and Drummond, 2005). A Figura 14 mostra os 16 pixels analisados devido à aplicação do teste do FAST para um pixel  $C$ .

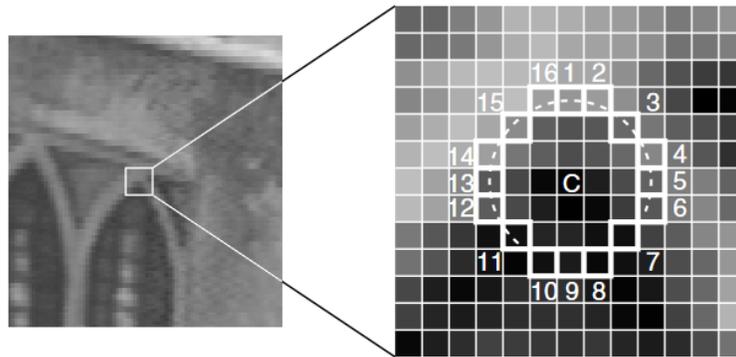


Figura 14: Pixels analisados pelo FAST para determinar se o pixel  $C$  é um ponto de interesse.

Fonte: (Rosten and Drummond, 2005)

## 2.8 BRIEF

O *Binary Robust Independent Elementary Features* (BRIEF), ou Características Elementares Independentes Robustas Binárias em português, é um descritor de pontos de interesse que foi desenvolvido pela necessidade de redução de tempo de processamento e de utilização de memória que outros descritores, como o SIFT e o SURF, por exemplo. Isso se deve ao fato de que o BRIEF faz uso de *strings* binárias para descrever pontos de interesse, e não vetores de pontos flutuantes, que precisam seus valores convertidos para *strings* binárias, como é o caso do SIFT e do SURF. Portanto, o BRIEF consegue contornar uma etapa extremamente custosa computacionalmente exigida pelos descritores mencionados.

Quando o BRIEF é aplicado em um ponto de interesse detectado, o algoritmo descreve uma região  $S \times S$  no entorno do *keypoint*. Essa região é chamada de *patch* e  $S$  é o tamanho de *patch*, ou *patchsize*, em inglês. O primeiro passo para a descrição do *patch* através do BRIEF é a seleção de  $n_d$  pares de pixels em diferentes posições. Para cada par de pixels é realizado o seguinte teste: caso a intensidade do primeiro pixel seja menor que a do segundo, o resultado é 1, e 0 caso contrário. Dessa forma, são realizados  $n_d$  testes e seus resultados são anexados juntos em uma *string* binária

de  $n_d$  bits (Calonder et al., 2010). No algoritmo original,  $n_d$  pode ser 128, 256 ou 512.

## 2.9 ORB

O *Oriented FAST and Rotated BRIEF* (ORB), ou FAST Orientado e BRIEF Rotacionado em português, é um detector e um descritor de pontos de interesse. O mesmo foi desenvolvido a partir da necessidade de um algoritmo de detecção e descrição de pontos de interesse mais rápido que o SIFT, mas sem comprometimento da robustez. Além disso, o ORB não é patenteado, e seu uso é gratuito, ao contrário do SIFT. O ORB é composto por dois algoritmos, o *FAST Keypoint Orientation* (oFAST) e o *Rotation-Aware BRIEF* (rBRIEF), que se encarregam da detecção e da descrição das características, respectivamente.

O oFAST é um aprimoramento do FAST que melhora a robustez e a precisão do FAST original adicionando informações de orientação às características detectadas, também apresentando desempenho superior em situações com mudanças de escala. O oFAST faz uso do FAST-9, onde apenas 9 pixels são utilizados para o teste de continuidade, ao invés dos 12 pixels necessários para o FAST original: mudança que se mostra mais eficiente em critérios como repetibilidade e tempo de execução.

A primeira etapa para a detecção de pontos de interesse através do oFAST de uma imagem  $H \times W$  é a computação da representação piramidal dessa imagem. A representação piramidal de  $N$  níveis, onde  $N$  é um número inteiro maior que um, funciona da seguinte forma. Primeiro, a imagem original é colocada no nível  $n_0$ , chamado de primeiro nível, onde  $n_0$  é um número inteiro. A partir dessa definição, a imagem original  $H \times W$  é então redimensionada para os  $N$  níveis. As dimensões da imagem redimensionada  $H_n \times W_n$  para um determinado nível  $n$  pode ser expresso pela Equação 25 e pela Equação 26, onde  $K$  é um número real, maior que 1, conhecido como fator de escala. No nível  $n_0$ , a imagem não é redimensionada. Quando  $n > n_0$ , a imagem redimensionada é menor do que a imagem original. Quando  $n < n_0$ , a imagem redimensionada é maior que a original.

$$H_n = H \cdot K^{n_0-n} \quad (25)$$

$$W_n = W \cdot K^{n_0-n} \quad (26)$$

Após a computação da representação piramidal, o FAST-9 é aplicado em todas as camadas da pirâmide. Os *keypoints* detectados são então classificados utilizando-se a pontuação obtida através do aplicação da medida de canto de Harris, a fim de selecionar os melhores pontos de interesse. Os melhores  $n$  pontos são então selecionados e são computadas as orientações dos cantos através do método da intensidade do centroide.

Com os pontos de interesse selecionados e suas orientações computadas, aplica-se o rBRIEF para descrição dos mesmos. O rBRIEF é o BRIEF calculado sobre o *patch* do ponto de interesse rotacionado pelo ângulo determinado pela orientação do centroide do oFAST: comportamento

que melhora a robustez do descritor para *features* que sofreram alguma rotação na sua orientação (Rublee et al., 2011). Dessa forma, a saída do ORB é um conjunto de descritores, no formato de *strings* binárias, para cada *keypoint* selecionado.

## 2.10 Brute Force Matcher

O Brute Force Matcher (BFM), ou Correspondência por Força Bruta em português, é um algoritmo de correspondência de descritores utilizado em visão computacional para encontrar as melhores correspondências entre pontos de interesse de duas imagens. Esse algoritmo pode fazer as correspondências com ou sem verificação cruzada. Quando o BFM trabalha sem verificação cruzada, o mesmo compara cada descritor de uma imagem com todos os descritores da outra imagem, selecionando aquele que apresenta a menor distância, ou seja, maior similaridade. Quando a verificação cruzada está ativa, a correspondência é confirmada apenas se o descritor de uma imagem for o melhor par para um descritor da outra imagem e vice-versa, adicionando um critério de reciprocidade para a associação. No presente trabalho, a distância utilizada para o cálculo da correspondência é a distância de *Hamming*.

## 2.11 Distância de Hamming

A distância de *Hamming* é uma métrica que conta quantos bits diferentes existem entre duas *strings* binárias de mesmo tamanho. Ela é amplamente utilizada para se fazer a correspondência de descritores binários, como o BRIEF, por exemplo. O valor máximo para a distância de *Hamming* entre dois vetores binários de dimensão  $n$  é o valor  $n$ , caso todos os bits sejam diferentes. Já o valor mínimo, caso todos os bits sejam iguais, é zero. Por exemplo, a distância de *Hamming* entre as *strings* binárias '001' e '100' é igual a 2, visto que os primeiros e os últimos bits dos vetores são diferentes.

## 2.12 Algoritmos Genéticos

O *Algoritmo Genético* (AG) é uma meta-heurística de otimização baseada nos princípios da evolução natural e genética, onde, com a reprodução e com o passar das gerações, as características que tornam organismos mais aptos ao ambiente são selecionadas. Sendo uma meta-heurística, o AG integra busca local com estratégias de busca global, tornando-os capazes, não só de encontrar mínimos locais, mas também de escapar dos mesmos, ao contrário dos algoritmos gulosos, melhorando a exploração do espaço de soluções de problemas complexos.

Em um AG, as soluções são representadas como cromossomos, ou seja, um conjunto de genes, onde cada variável a ser otimizada é um gene. Esses cromossomos formam uma população, que é um conjunto de possíveis soluções para o problema em questão. A população passa por um processo iterativo de seleção, cruzamento e mutação fazendo com que, com o passar das gerações, apenas restem os indivíduos mais aptos (Glover and Kochenberger, 2003).

Para começo da execução de um AG, gera-se uma população inicial, que corresponderá a

primeira geração. Formada a população da primeira geração, selecionam-se os cromossomos mais aptos, quantificados através de uma função de aptidão - também chamada de função objetivo - para que os mesmos passem suas características (genes) para a próxima geração através do processo de cruzamento. Após o cruzamento, os genes resultantes podem sofrer mutação, processo que resulta em uma maior variabilidade genética e garante melhor exploração do espaço de soluções. Após isso, forma-se a próxima geração, e o mesmo processo de seleção, cruzamento e mutação é repetido, até se passarem o número máximo de gerações estabelecido para o algoritmo ou até o atingimento de um critério de parada.

### 2.12.1 Seleção

Existem diversas maneiras de se realizar a seleção dos indivíduos mais aptos dentro de uma geração. As formas utilizadas no presente trabalho são *Steady-State Selection* (SSS) (Seleção por Estado Estacionário), *Roulette Wheel Selection* (RWS) (Seleção por Roleta), *Stochastic Universal Selection* (SUS) (Seleção Universal Estocástica), Seleção por Classificação, Seleção Aleatória e Seleção por Torneio. Para cada método de seleção, um número escolhido de cromossomos são selecionados para serem os pais e fazer cruzamento genético. Além disso, também é utilizado elitismo durante a seleção, onde um número de melhores cromossomos, ordenados com base na função objetivo, são escolhidos e mantidos sem alterações para a próxima geração.

O SSS substitui apenas uma parte dos indivíduos na população a cada nova geração, mantendo alguns, a fim de garantir uma convergência mais gradual e estável ao longo do tempo. A seleção por RWS escolhe membros para reprodução com probabilidade proporcional à sua aptidão, ou seja, quanto maior for o valor de sua função objetivo, maior a probabilidade de serem selecionados. O método SUS distribui os pontos de seleção uniformemente ao longo da roleta, garantindo uma representação proporcional e igualitária de indivíduos de diferentes níveis de aptidão na próxima geração. A seleção por classificação ordena os indivíduos de acordo com sua aptidão e atribui probabilidades de seleção baseadas em suas posições na classificação. A seleção aleatória escolhe indivíduos para reprodução independentemente de sua aptidão, mantendo a diversidade genética, mas sem direcionar a evolução para os mais aptos. A seleção por torneio seleciona aleatoriamente pequenos grupos e escolhe o mais apto de cada grupo para reprodução.

### 2.12.2 Cruzamento

O cruzamento é uma operação realizada entre pais selecionados pela etapa de seleção. O *crossover* tem como função fundamental combinar as características (genes) do pais para formação dos indivíduos de uma nova geração. O crossover ocorre com uma determinada probabilidade, chamada "probabilidade de crossover", que define a frequência com que o cruzamento será aplicado aos pares de pais selecionados. As formas de cruzamento utilizadas no presente trabalho são cruzamento por ponto único, por dois pontos, cruzamento uniforme e cruzamento espalhado.

O cruzamento por ponto único em algoritmos genéticos divide os cromossomos de dois pais em um ponto aleatório e troca os segmentos subsequentes para criar descendentes. No cruzamento

por dois pontos, o processo é similar, mas envolve a divisão dos cromossomos em dois pontos aleatórios, resultando em três segmentos. Os segmentos intermediários entre os dois pontos de divisão são trocados entre os pais para formar novos descendentes. No cruzamento uniforme, cada gene do cromossomo dos descendentes é selecionado aleatoriamente de um dos dois pais. Para cada posição do cromossomo, um valor aleatório determina se o gene correspondente virá do primeiro ou do segundo pai. A Figura 15 ilustra o cruzamento por ponto único, por dois pontos e uniforme. Por fim, no cruzamento espalhado, uma máscara de bits aleatória é utilizada para determinar a origem de cada gene nos descendentes. Para cada posição do cromossomo, a máscara específica de qual pai será o gene.

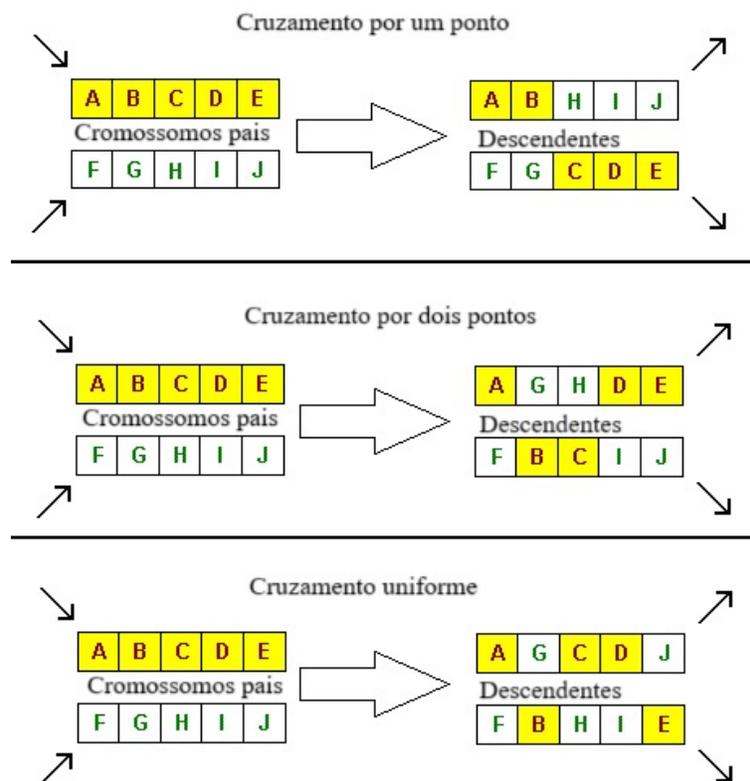


Figura 15: Exemplos de cruzamento uniforme, por um ponto e por dois pontos.

Fonte: Adaptado de [softtechdesign.com](http://softtechdesign.com)

### 2.12.3 Mutação

A mutação é um operador que introduz variações nos indivíduos da população. Após o cruzamento, a mutação altera aleatoriamente um ou mais genes de um ou mais descendentes, criando novas soluções a partir das existentes. O objetivo da mutação é manter a diversidade genética dentro da população, evitando a convergência prematura para ótimos locais e promovendo a exploração do

espaço de soluções. A mutação é controlada por uma probabilidade de mutação, que determina a frequência com que essas alterações ocorrem. No presente trabalho, apenas a mutação adaptativa foi utilizada. A mesma se caracteriza por alterar o número de genes que sofrem mutação com base no desempenho de determinado cromossomo.

### **2.13 *Latin Hypercube Sampling***

O *Latin Hypercube Sampling* (LHS), ou Amostragem por Hiper cubo Latino em português, é uma técnica de amostragem estatística utilizada para garantir que as amostras de um espaço multidimensional sejam distribuídas de forma uniforme. A técnica de amostragem divide cada dimensão do espaço de variáveis em intervalos igualmente prováveis e seleciona amostras aleatórias dentro de cada intervalo, garantindo que cada intervalo contenha exatamente uma amostra (Viana, 2015). O método é amplamente utilizado para otimização de projetos e simulação de sistemas complexos, onde é essencial explorar vastos espaços de parâmetros com um número limitado de experimentos. Além de sua eficiência em termos de redução do número de amostras necessárias, o método proporciona uma cobertura mais homogênea do espaço amostral em comparação com métodos de amostragem aleatória simples, melhorando a exploração do espaço de soluções. Ademais, a flexibilidade do LHS permite sua adaptação para diversos tipos de problemas e restrições, o que o torna uma ferramenta versátil para modelagem de sistemas e análise de sensibilidade.



### 3 Metodologia

Para cumprimento do objetivo do trabalho, o algoritmo de correspondência de terrenos, construído com a utilização do ORB, foi idealizado recebendo dois DEMs como entrada, onde um deles simula um mapa digital de elevação armazenado internamente em um computador na aeronave, e outro representa a informação de elevação coletada em tempo real, da região na qual a aeronave está sobrevoando, como mostra a Figura 16. Ademais, a região sobrevoada pelo veículo aeroespacial está completamente inclusa dentro da base de dados armazenada no computador.

No presente trabalho, a nomenclatura utilizada para o modelo digital de elevação armazenado no computador da aeronave é de 'região', ou 'DEM'. Já o modelo digital coletado pela aeronave da região sobrevoada é chamado de 'sub-região' ou '*Recovered Elevation Model (REM)*'. Em resumo, a sub-região é apenas um recorte da região completa. Com o objetivo de aproximar as entradas do algoritmo à um cenário mais realístico, diversas não-idealidades foram adicionadas na sub-região e na região, visando dificultar a correspondência entre os dois DEMs. As não-idealidades adicionadas foram inclinação, mudança de orientação, mudança de escala e adição de ruído gaussiano.

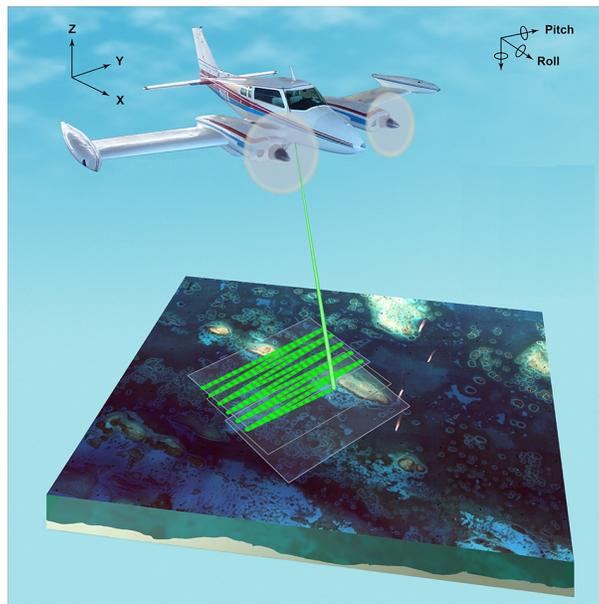


Figura 16: Contexto da região e da sub-região.

Fonte: Adaptado de [oceanservice.noaa.gov](http://oceanservice.noaa.gov)

Com o desenvolvimento do algoritmo de correspondência de terrenos, um algoritmo para verificação de suas correspondências foi criado, com o objetivo de avaliar se as mesmas foram bem-sucedidas ou não. Além disso, diversos parâmetros que ditam o funcionamento do algoritmo de correspondência de terrenos precisam ser configurados. A escolha dos valores assumidos por esses parâmetros se deu através de um algoritmo de otimização, visando maximizar as correspondências

bem-sucedidas em cada amostra. O otimizador, por sua vez, teve seus hiperparâmetros definidos para a configuração que, baseado no critério de avaliação determinado, melhor conseguiu navegar no espaço de soluções do problema. Feito isso, o otimizador em sua melhor configuração foi utilizado para realização da avaliação final do algoritmo de correspondência de terrenos desenvolvido.

Dessa forma, o desenvolvimento foi organizado nas etapas de escolha das bases de dados (DEMs), de desenvolvimento do algoritmo de distorção, de desenvolvimento do algoritmo de correspondência de terrenos, de desenvolvimento do algoritmo de verificação de correspondências, de desenvolvimento do otimizador e de avaliação final do algoritmo de correspondência de terrenos. As etapas de desenvolvimento podem ser observadas, de forma sequencial, na Figura 17. A construção de todos os algoritmos se deu em linguagem *Python* (versão 3.9.6), e fez uso das bibliotecas mostradas na Tabela 1.

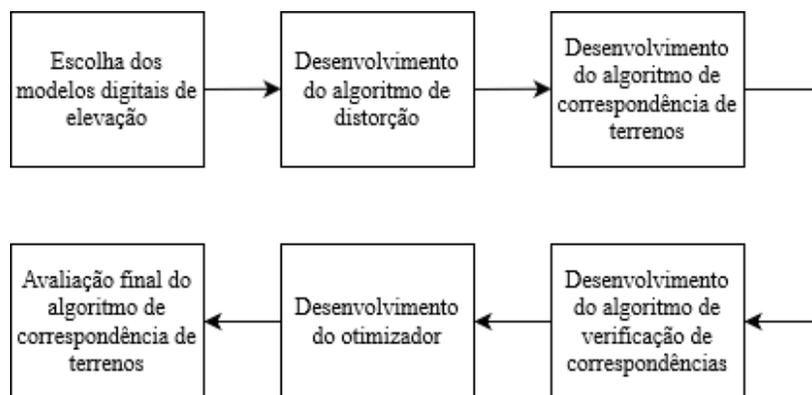


Figura 17: Fluxo de desenvolvimento.

Fonte: Autor.

<b>Biblioteca/Framework</b>	<b>Versão</b>
OpenCV	4.8.1.78
Numpy	1.26.2
Matplotlib	3.8.2
Scipy	1.11.4
Pygad	3.2.0
Pandas	2.1.4
Rasterio	1.3.9
Shapely	2.0.2

Tabela 1: Versões das Bibliotecas/Frameworks utilizados no desenvolvimento.

Fonte: Autor.

### 3.1 Bases de Dados

Para desenvolver o algoritmo de correspondência de terrenos, foram empregados modelos digitais de elevação de diferentes regiões do planeta. A escolha de DEMs coletados a partir de relevos reais, e não simulados, teve como propósito fornecer ao algoritmo de correspondência de terrenos dados que refletissem fielmente a realidade. Além disso, uma determinada região pode não apresentar grandes variações de relevo. Para desenvolver e avaliar o algoritmo com maior diversidade geográfica e buscar uma melhor generalização, foram selecionadas três bases de dados. Essas bases possuem perfis de relevo distintos e foram coletadas usando diferentes tecnologias e resoluções. Adicionalmente, devido a restrições computacionais, os mapas foram limitados em tamanho, sendo o objetivo alcançar um máximo de aproximadamente 100 milhões de pontos, valor determinado empiricamente. Os modelos digitais selecionados possuem representação matricial de apenas um canal, e seus valores numéricos foram tratados pelos algoritmos desenvolvidos como pontos flutuantes de 32 bits.

A primeira base de dados selecionadas foi a *ASTER Global Digital Elevation Model Version 3*, resultado da colaboração entre a *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), dos Estados Unidos, e *Ministry of Economy Trade and Industry* (METI), do Japão (NASA and METI, 2013). O mapa digital de superfície foi obtido pelo satélite *Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer* (ASTER) através do sub-sistema *Visible and Near-Infrared* (VNIR), que adquire a informação de elevação da superfície através de imagens estéreo, com uma resolução de 30 metros (Abrams et al., 2022). A base de dados cobre grande parte do planeta Terra. Para o presente trabalho, uma parte do território do Rio Grande do Sul foi selecionado, como mostra a Figura 18, pois é uma região com uma grande variedade de relevos, contendo porções da planície litorânea, da depressão central, do planalto sul-rio-grandense e do planalto norte-rio-grandense (Simielli, 2009).

A segunda base de dados selecionada foi um mapa digital de elevação do Chipre com uma resolução de cinco metros (Marios S. Kyriakou, 2022). Apenas uma porção do mapa foi utilizado, visto que as regiões marítimas não possuem dados válidos no *dataset*, sendo assim desconsiderados. A região selecionada para utilização do algoritmo de correspondência de terrenos e o DEM completo são mostrados na Figura 19. A principal característica da região selecionada é a presença dos Montes Troodos, uma cordilheira escarpada, com muitos dobramentos e altamente fragmentada, além de uma fração da planície de Mesaoria (Solsten, 1991).

A última base de dados escolhida para ser utilizada no algoritmo de correspondência de terrenos foi modelo digital de superfície coletado pelo *United States Geological Survey* (USGS) da região do *Panhandle* do Oklahoma (USGS, 2021): estado norte-americano localizado no centro-oeste dos EUA. O DSM se encontra na região das Planícies Interiores dos Estados Unidos, segundo a classificação do próprio USGS, adquirido com sensor *Light Detection and Ranging* (LiDAR) com resolução de um metro. A base de dados foi selecionada devido ao seu perfil plano, apresentando um desafio ao algoritmo de correspondência de terrenos, devido a semelhança de diferentes pontos em uma região de planície. A Figura 20 mostra o relevo da região selecionada. A Tabela 2 mostra o

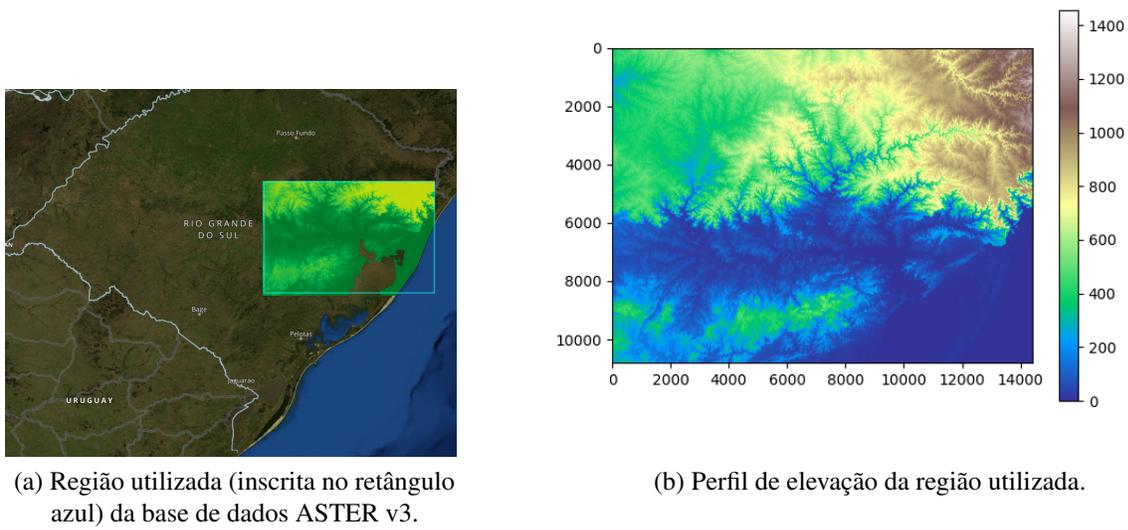


Figura 18: Parte utilizada da base de dados ASTER GDEM v3.

Fonte: (a) earthdata.nasa.gov. (b) Autor.

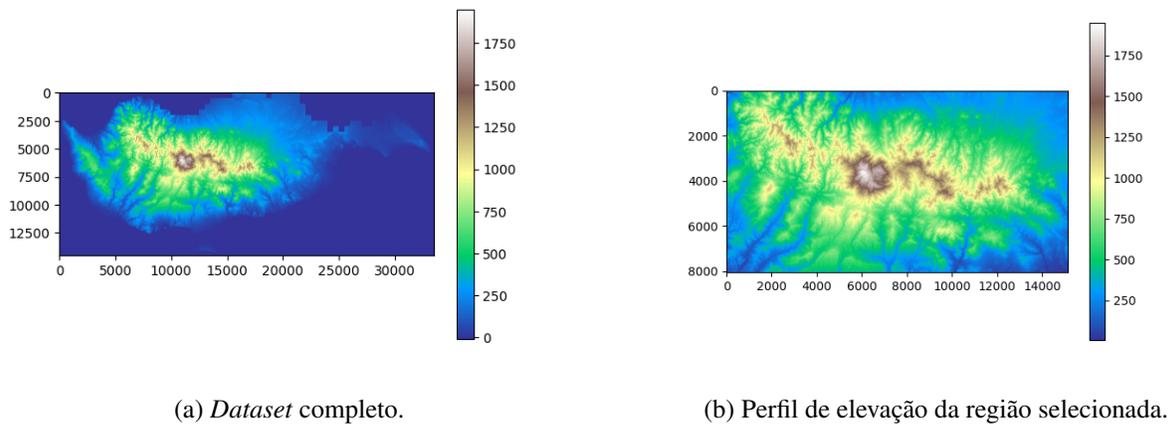


Figura 19: Visualização da base de dados de elevação do Chipre.

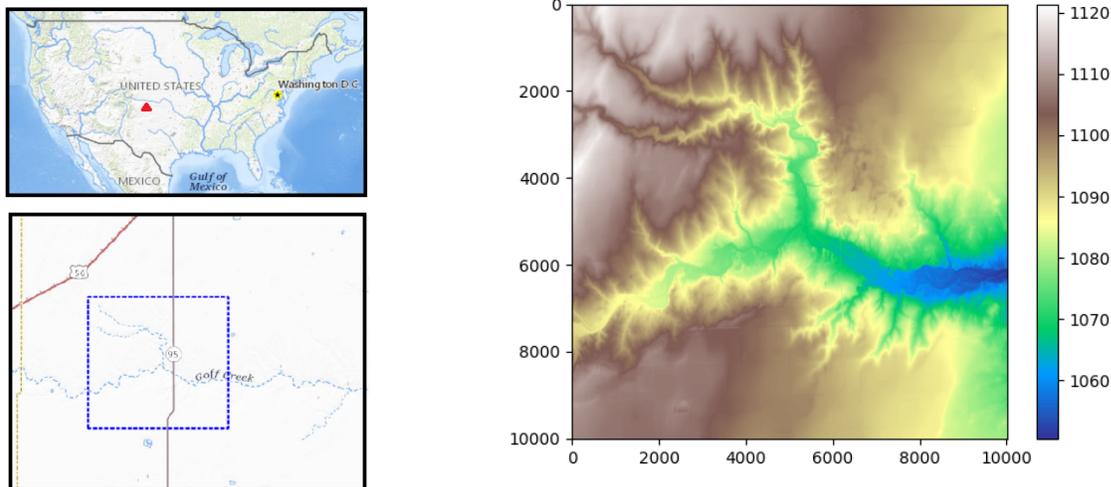
Fonte: Autor.

tamanho final das bases de dados, tanto em número de pontos quanto pela área de cobertura.

Base de Dados	Largura (células)	Altura (células)	Total de células	Resolução (m)	Área Total (km <sup>2</sup> )
Rio Grande do Sul	14.404	10.803	155.606.412	30	140.046
Chipre	15.139	8.053	121.914.367	5	3.048
<i>Panhandle</i> do Oklahoma	10.012	10.012	100.240.144	1	100

Tabela 2: Resumo das bases de dados.

Fonte: Autor.



(a) Localização do DSM.

(b) Perfil de elevação da região selecionada.

Figura 20: Localização e visualização do relevo do *Panhandle* do Oklahoma.

Fonte: (a) USGS modificado e (b) autor.

### 3.2 Algoritmo de Distorção

O algoritmo de distorção tem a função de, a partir do DEM original, gerar dois modelos digitais para serem fornecidos como entrada do algoritmo de correspondência de terrenos, sendo eles a elevação da região completa, simulando a base de dados armazenada no computador da aeronave, e da sub-região, representando a informação de elevação de um terreno sendo sobrevoado, coletada pelo veículo. Com o propósito de tornar o cenário de correspondência mais realista, o algoritmo de distorção insere imperfeições nos modelos digitais de elevação da região e da sub-região, simulando alguns efeitos que podem ser observados em um cenário real. Na sub-região, serão aplicadas mudanças de orientação, de inclinações e adição de ruído, representando algumas imperfeições

causadas pela operação da aeronave. Além disso, visando representar uma possível diferença de escala entre a base de dados armazenada e o relevo reconstruído a partir da detecção do solo pela aeronave, a região terá seu tamanho reduzido através de um redimensionamento, fazendo com que a base de dados tenha menos densidade de dados do terreno do que a informação coletada pela aeronave.

Dessa forma, o algoritmo de distorção tem como entrada um dos mapas digitais de elevação selecionados (*i.e.* elevação do Rio Grande do Sul, do Chipre ou de Oklahoma), onde duas cópias do DEM original são criadas internamente. Cada cópia dará origem ao modelo da região, que também será chamada de DEM, e ao modelo da sub-região, que será chamada de REM. As mesmas são as duas saídas do algoritmo de distorção e serão fornecidas como entrada para o algoritmo de correspondência de terrenos. A Figura 21 ilustra os procedimentos realizados pelo algoritmo de distorção, sua entrada e suas saídas.

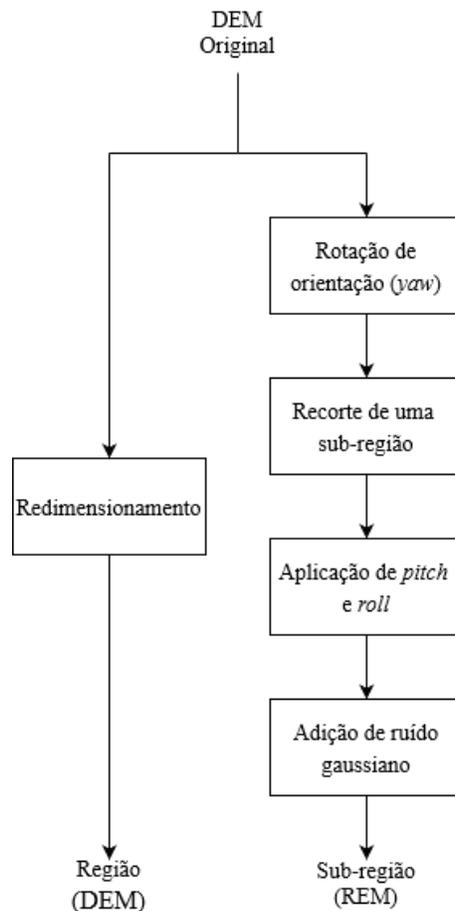


Figura 21: Fluxograma do algoritmo de distorção.

Fonte: Autor.

A região é originada apenas com o processo de redimensionamento do DEM original, sendo que esse redimensionamento diminui a altura e o comprimento do mapa digital de elevação original, através de interpolação de área, por um fator chamado de 'fator de redimensionamento'  $f_{red}$ . O fator de redimensionamento foi definido como sendo um valor menor que 1, visando causar uma perda de informação da região, dificultando o processo de correspondência de terrenos. Já o valor mínimo do fator foi definido como sendo 0,3: fator que aumenta a resolução do DEM da região em aproximadamente 3 vezes. Esse valor foi escolhido experimentalmente como sendo o menor valor de fator de escala possível sem perda crítica de informação do DEM, o que torna inviável a resolução do problema para o algoritmo de correspondência de terrenos desenvolvido. O intervalo do fator de redimensionamento e a forma no qual o mesmo é aplicado para o redimensionamento da região é mostrado nas equações Equação 27 e Equação 28.

$$f_{red} \in \mathbb{R} \mid 0,3 \leq f_{red} < 1 \quad (27)$$

$$(h_{DEM}, w_{DEM}) = (f_{red} \cdot h_{DEM}^{Orig}, f_{red} \cdot w_{DEM}^{Orig}) \quad (28)$$

O processo para originar a sub-região busca representar comportamentos que se manifestariam caso o veículo aeroespacial adquirisse informações de elevação do terreno no qual está sobrevoando. A primeira modificação aplicada na cópia do DEM original é a sua rotação de orientação, simulando o *yaw* ( $\psi$ ) da aeronave, com eixo de rotação no centro do modelo digital. Os valores possíveis de *yaw* no algoritmo de distorção são mostrados na Equação 29. Após isso, uma pequena porção do modelo digital resultante é então extraído. A extração se dá através de um recorte quadrado do terreno rotacionado. Os lados desse retângulo possuem um tamanho variável ( $h'_{REM}, w'_{REM}$ ), cujo intervalo é definido na Equação 30. Dessa forma, o número total de células presentes no mapa que dará origem ao REM após o recorte de uma sub-região é de  $h'_{REM} \cdot w'_{REM}$ . Com os valores escolhidos, o recorte pode cobrir desde 0,25% a 4% da área total do DEM original.

$$\psi \in \mathbb{R} \mid 0^\circ \leq \psi \leq 360^\circ \quad (29)$$

$$h'_{REM}, w'_{REM} \in \mathbb{N} \mid 5\% \cdot (h_{DEM}^{Orig}, w_{DEM}^{Orig}) \leq (h'_{REM}, w'_{REM}) \leq 20\% \cdot (h_{DEM}^{Orig}, w_{DEM}^{Orig}) \quad (30)$$

Após o recorte de uma sub-região retangular, o mapa recortado é então submetido a aplicação de *pitch* ( $\theta$ ) e *roll* ( $\phi$ ). O efeito dessas atitudes é considerado visando inserir incertezas relacionadas a posição angular da aeronave. A aplicação dessas atitudes se dá através de um plano definido na Equação 31, que é somado ao mapa, causando assim uma inclinação nos eixos  $x$  e  $y$  do mapa, correspondendo ao *roll* e ao *pitch*, respectivamente. Os possíveis valores de para os dois ângulos estão definidos na Equação 33 e na Equação 34.

Visando uma melhora na continuidade da região nesse processo, a imagem, antes de ser inclinada, é redimensionada, através de interpolação cúbica, aumentando sua altura e largura em cinco vezes.

Após a aproximação da região pela interpolação bicúbica, o plano  $z(x, y)$  é somado ao mapa e o resultado é então redimensionado novamente. O objetivo dessa redução é restaurar a altura e o largura do modelo para seus tamanhos no começo do processo, como mostra a Equação 32.

$$z(x, y) = -x \cdot \operatorname{tg}(\phi) - y \cdot \operatorname{tg}(\theta) \quad (31)$$

$$(h''_{REM}, w''_{REM}) = (h'_{REM} \cdot \cos(\theta), w'_{REM} \cdot \cos(\phi)) \quad (32)$$

$$\theta \in \mathbb{R} \mid 0^\circ \leq \theta \leq 5^\circ \quad (33)$$

$$\phi \in \mathbb{R} \mid 0^\circ \leq \phi \leq 5^\circ \quad (34)$$

Feito isso, a última etapa para geração do REM é a adição de ruído gaussiano, com a finalidade de incluir possíveis erros advindos do processo de medição da elevação do terreno pelo veículo aeroespacial. Para definição dos valores de desvio padrão utilizados no ruído gaussiano é necessário definir o método de medição que o veículo aeroespacial utilizaria para obter as informações de elevação. Levando-se em consideração diversos trabalhos na área, como o de Rodriguez and Aggarwal, o de Tahar et al. e o de Ajayi et al., escolheu-se que a técnica de reconstrução estéreo visto que, além da mesma ser amplamente utilizada para essa aplicação, duas das três bases de dados utilizadas no presente trabalho foram adquiridas dessa maneira. No trabalho de Hirano et al., os autores informam que conseguiram, através de imagens estéreo advindos do mesmo satélite ASTER V3 que originou uma das bases de dados utilizada neste trabalho, a obtenção de um DEM com resolução de 30 metros e com exatidão de medição de elevação de aproximadamente 15 metros. Dessa forma, esse valor de exatidão de medição foi utilizado como sendo o desvio padrão do ruído gaussiano somado à base de dados do relevo do Rio Grande do Sul. Dessa forma, ainda são necessários valores de desvio padrão para o ruído gaussiano que será aplicado nas demais bases de dados.

A autora Zietara, em seu trabalho, consegue reconstruir um DEM a partir de imagens aéreas com uma resolução espacial de 16,85 cm e com exatidão de medição, em RMS, de 6,12 cm, com a utilização do *software* Pix4D Mapper. Levando os valores de exatidão obtidos através de reconstrução estéreo para diferentes as resoluções espaciais de 30 m e de aproximadamente 17 cm, os mesmos serão unidos por linhas reta em um plano cartesiano, onde o eixo das abcissas será o valor de resolução espacial em metros, e o eixo das ordenadas será o valor de desvio padrão.

Escolheu-se essa abordagem de interpolação devido à falta de dados de exatidão da base de dados do Chipre e pelo fato de que a base do Oklahoma foi obtida por sensor LiDAR, além de que não foram encontrados valores de exatidão para tais resoluções nas bibliografias consultadas. Para a consideração da exatidão sendo uma função da resolução, duas premissas foram feitas. A primeira premissa foi de que a resolução angular da reconstrução estéreo das três bases de dados

utilizadas nesse trabalho é constante e, dessa forma, para obtenção de valores distintos de resolução (*i.e.* 30m, 5m e 1m), o que variou-se foi a altura do veículo aeroespacial que adquiriu informações do terreno. A segunda premissa é de que a exatidão de medição cresce de forma diretamente proporcional à distância do veículo ao solo. Ademais, os valores de ruído não são críticos para o desenvolvimento do projeto, mas são apenas uma adição visando dificultar o funcionamento do algoritmo de correspondência de terrenos e tentar torná-lo mais robusto a cenários reais.

Dessa forma, unindo os pontos  $P_1 = (30m; 15m)$  e  $P_2 = (0, 1695m; 0, 0612m)$  por uma função de primeiro grau, tem-se a Equação 35, onde  $\sigma$  é o desvio padrão da distribuição gaussiana em função da resolução  $s$ . Utilizando essa expressão para encontrar valores a serem utilizados no algoritmo de distorção para os *datasets* com resolução espacial de 1 metro e 5 metros, chegamos nos valores de aproximadamente  $\sigma_{1m} = 0, 5m$  e de  $\sigma_{5m} = 2, 5m$ . Dessa forma, os valores de desvio padrão aplicado na sub-região inclinada de cada base de dados estão expostos na Tabela 3. Os devidos ruídos são então adicionados à sub-região inclinada e, a soma dá origem ao REM (ou sub-região): a segunda saída do algoritmo de distorção. A Figura 22 mostra as modificações da sub-região devido ao processo de distorção.

$$\sigma(s) = 0, 501 \cdot s - 0, 023 \quad (35)$$

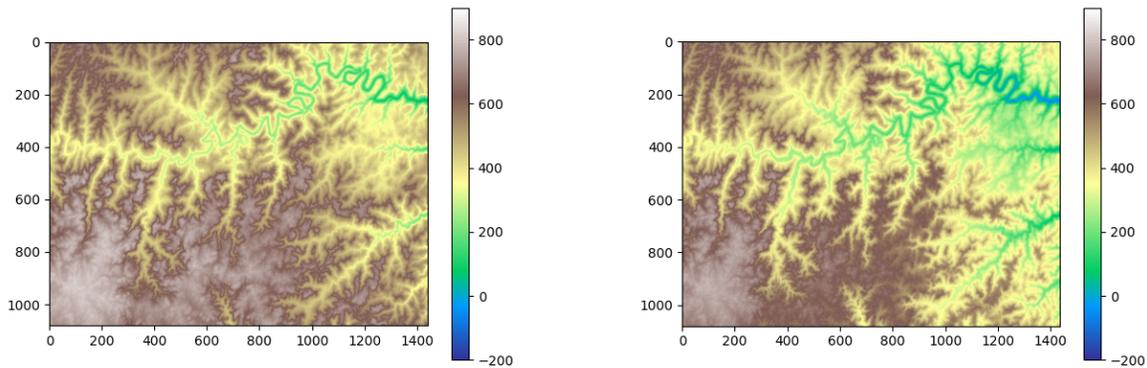
<b>Dataset</b>	<b>Resolução (m)</b>	<b>Desvio padrão do ruído (m)</b>
Rio Grande do Sul	30	15
Chipre	5	2,5
Panhandle do Oklahoma	1	0,5

Tabela 3: Valores de desvio padrão utilizados para geração de alterações artificiais nos modelos digitais de elevação.

Fonte: Autor.

### 3.3 Algoritmo de Correspondência de Terrenos

O algoritmo de correspondência de terrenos terá como entradas o DEM (região) e o REM (sub-região) computados pelo algoritmo de distorção. O objetivo dessa etapa de processamento é associar regiões comuns entre os dois modelos de elevação. O algoritmo consiste em duas etapas: pré-processamento e correspondência de características. Ambas as etapas são serializadas, ou seja, uma executada após o término da outra. Primeiro os mapas de elevação serão pré-processados e depois serão submetidas ao algoritmo de correspondência de características. A saída do algoritmo de correspondência de terrenos é uma série de correspondências entre pontos da região e da sub-região. A Figura 23 mostra o fluxograma do algoritmo de correspondência de terrenos, bem como suas entradas e sua saída.



(a) Sub-região (REM) antes da aplicação das distorções. (b) Sub-região (REM) após a aplicação das distorções.

Figura 22: Efeitos do processo de distorção em uma sub-região do mapa do Rio Grande do Sul, com *pitch* igual a 2 graus e *roll* igual a 5 graus.

Fonte: Autor.

### 3.3.1 Pré-processamento

O algoritmo de pré-processamento tem como função adequar os mapas digitais para que os mesmos possam ser computados pelo algoritmo de correspondência de características. O pré-processamento foi desenvolvido tendo dois objetivos. O primeiro objetivo é tornar o algoritmo de correspondência de terrenos menos suscetível à ruídos e erros de medição que ocorrem na obtenção dos mapas digitais de elevação. Para isso, os mapas da região e da sub-região são filtrados por um operador gaussiano. O segundo objetivo é fazer com que o algoritmo de correspondência de características não seja sensível à diferenças de altura entre a mesma região do DEM e do REM. Para fazer isso, o algoritmo calcula a magnitude do gradiente. O gradiente é desejado visto que ele não depende dos valores absolutos de elevação das células, mas sim de suas variações. Já a magnitude do mesmo é utilizada, tanto para simplificar o processamento, visto que reduz o vetor gradiente para apenas uma dimensão, quanto para fazer com que o cálculo seja menos influenciado por rotações de orientação. A magnitude do gradiente pode ser calculada através da Equação 8.

O pré-processamento através da magnitude do gradiente foi preferida quando comparada com outras técnicas para aplicações similares pois ela permite que as células, após o processamento, assumam valores reais, não valores *booleanos* como no caso do operador *Canny*, utilizado no trabalho de Rodriguez and Aggarwal, tornando as regiões dos mapas de saída mais únicas. Ademais, os autores Goldgof et al. fazem uso da curvatura gaussiana em seu trabalho, entretanto a curvatura gaussiana pode assumir valores muito pequenos, ou até mesmo nulos, em regiões planas em uma das direções  $x$  ou  $y$ : problema que a abordagem selecionada no presente trabalho busca contornar. A Figura 24 ilustra o pré-processamento.

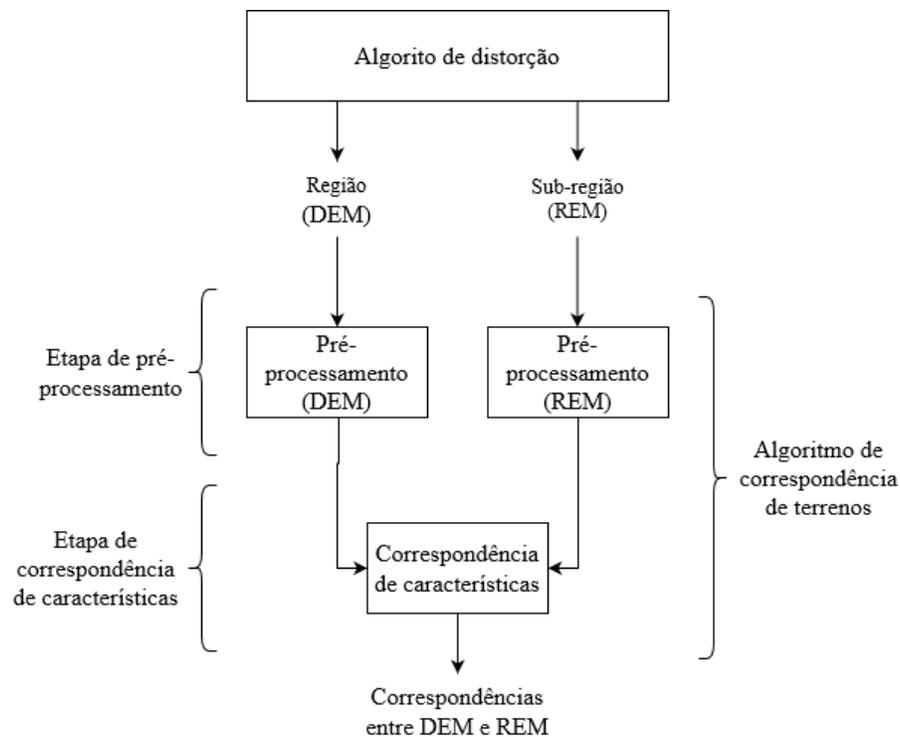


Figura 23: Fluxograma do algoritmo de correspondência de terrenos.

Fonte: Autor.

### 3.3.2 Correspondência de Características

Após o pré-processamento, os modelos digitais da região e da sub-região são fornecidos para o algoritmo de correspondência de características. A função desse algoritmo é encontrar pontos em comum entre os dois mapas, e ele faz isso através do ORB. Esse algoritmo foi escolhido visto que ele apresenta um custo computacional muito menor quando comparado com os demais algoritmos de correspondência de imagens. Além disso, o ORB também apresenta robustez a comportamentos que dificultam a correspondência de terrenos, que são a rotação de translação e a mudança de escala entre os dois mapas, o que facilita o sucesso da correspondência para esse tipo de aplicação.

O ORB pode ser dividido em duas etapas principais: seleção dos pontos de interesse e a descrição dos pontos selecionados. Primeiro, o ORB seleciona pontos do modelo digital que apresentam maior distinção dos demais através do oFAST, atribuindo a cada um sua pontuação de canto de *Harris*. Os  $n_{kps}$  melhores pontos selecionados por essa etapa, que possuem maior pontuação de canto de *Harris*, são descritos através do rBRIEF, gerando um vetor binário de  $n_d$  bits para cada ponto. No presente trabalho,  $n_d$  foi escolhido como sendo 256, visto que o mesmo apresenta bons resultados mesmo com baixo custo computacional, de acordo com o algoritmo original (Calonder et al., 2010). A aplicação do ORB se dá de forma independente para cada modelo digital da entrada. Dessa forma, os parâmetros do  $ORB_{DEM}$  e do  $ORB_{REM}$  não são necessariamente os mesmos.

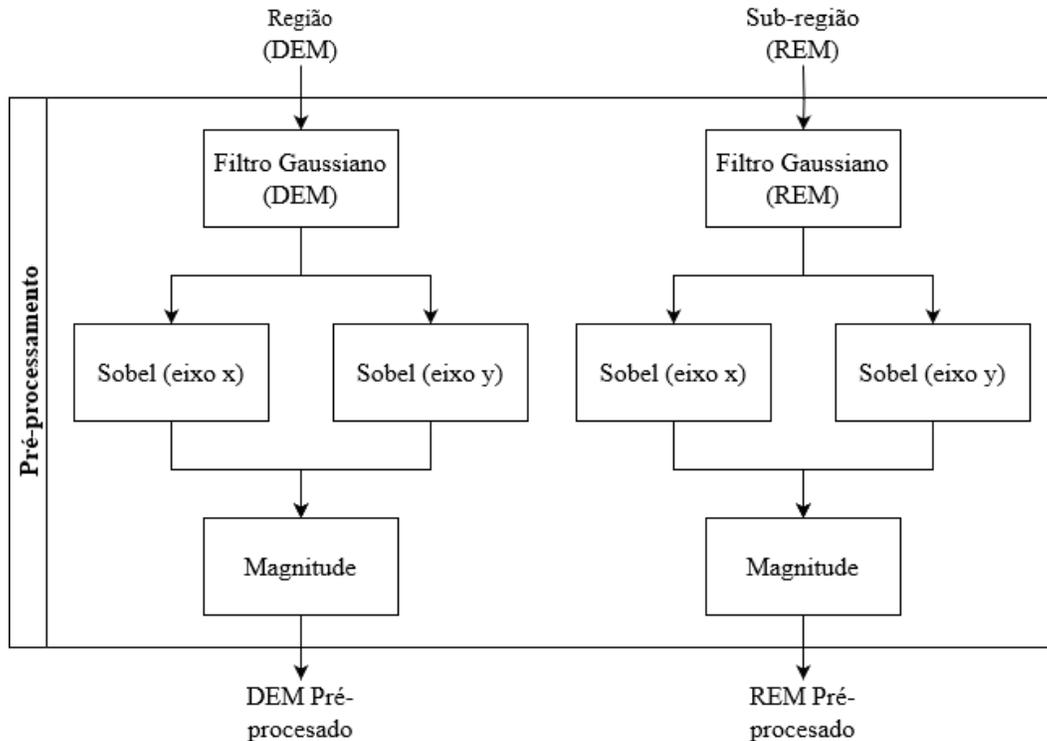


Figura 24: Fluxograma da etapa de pré-processamento.

Fonte: Autor.

Após a aplicação do ORB nos modelos digitais da região e da sub-região, é preciso comparar os descritores de cada um dos modelos de elevação para encontrar pontos comuns às duas regiões. Essa comparação se dá através do BFM, que pode ser configurado para atuar com ou sem verificação cruzada, utilizando como métrica a distância de *Hamming*. Quando o comparador funciona sem verificação cruzada, todos os descritores do DEM são comparados com todos descritores do REM. O vetor binário da sub-região com a menor distância de *Hamming* para cada descritor da região é então selecionado como sendo a correspondência para o descritor do DEM. Caso a verificação cruzada esteja ativa, é necessário que ambos descritores, tanto da região quanto o da sub-região, sejam as melhores correspondências um para o outro. As  $n_{corr}$  correspondências com as menores distâncias de *Hamming* são então selecionadas para serem a saída do algoritmo de correspondência de terrenos, onde cada correspondência é composta por três dados: ponto de interesse da região, ponto de interesse da sub-região e a distância entre os descritores desses pontos.

Uma dificuldade encontrada durante o desenvolvimento para o funcionamento adequado do algoritmo de correspondência foi que, como o DEM é muito maior do que o REM, muitas vezes o ORB não seleciona pontos de interesse também pertencentes à sub-região, o que torna, nesses casos, a correspondência correta impossível. Dessa forma, uma estratégia para melhorar a distribuição dos *keypoints* durante a execução do algoritmo foi a inclusão de uma etapa inicial de segmentação do

modelo digital de elevação da região pré-processada. A segmentação foi feita dividindo o DEM em quadrados com tamanhos de aproximadamente  $N_{seg} \times N_{seg}$ . Feito isso, os pontos de interesse em cada segmento são detectados e descritos. Essa estratégia elevou consideravelmente a taxa de acerto do algoritmo. Dessa forma, o processamento performedo pelo algoritmo de correspondência de características na região e na sub-região pré-processadas pode ser observado na Figura 25.

A determinação da quantidade de pontos de interesse analisados pelo algoritmo de correspondência de características se deu analisando o número de correspondências bem sucedidas com a quantidade de *keypoints*  $n_{kps}$  assumindo os valores definidos na Equação 36. Foi observado em testes preliminares que o aumento da quantidade de pontos analisados, nessa faixa de valores, resultava em um aumento na quantidade de correspondências bem sucedidas. Entretanto, a partir de 500, o ganho não é mais significativo quando leva-se em consideração o aumento no custo computacional. Dessa forma, o valor de  $n_{kps}$  ficou estabelecido como 500. Para a escolha da quantidade de melhores correspondências  $n_{corr}$ , os valores expostos na Equação 37 foram analisados em testes preliminares. Verificou-se que, a partir de 100 correspondências, a quantidade de melhores correspondências não aumentava de forma significativa. Dessa forma, para economizar custo computacional, esse parâmetro foi fixado no valor mencionado. A Equação 39 e a Equação 40 mostram os valores escolhidos para as variáveis.

O tamanho dos segmentos da região  $N_{seg}$ , testado com os valores da Equação 38, foi definido como sendo aproximadamente 1.000 células em cada dimensão. Entretanto, o tamanho horizontal e vertical do bloco varia dependendo do tamanho do modelo digital que será segmentado. Esse tamanho é desejado pois, ao mesmo tempo que ele é pequeno o suficiente para extrair-se características de todas as regiões da imagem - melhorando assim a assertividade das correspondências - ele não divide o DEM em uma quantidade muito grande de segmentos, o que eleva de forma quadrática o custo computacional do algoritmo e torna cada vez menos relevantes alguns parâmetros envolvidos na otimização. O valor final para o tamanho do bloco é definido na Equação 41.

$$n_{kps} \in \mathbb{N} \mid n_{kps} = \{250; 500; 750; 1000\} \quad (36)$$

$$n_{corr} \in \mathbb{N} \mid n_{corr} = \{50; 100; 150; 200; 250; 300\} \quad (37)$$

$$N_{seg} \in \mathbb{N} \mid N_{seg} = \{100; 250; 500; 1000; 2000\} \quad (38)$$

$$n_{kps} = 500 \text{ keypoints} \quad (39)$$

$$n_{corr} = 100 \text{ correspondências} \quad (40)$$

$$N_{seg} = 1.000 \text{ células} \quad (41)$$

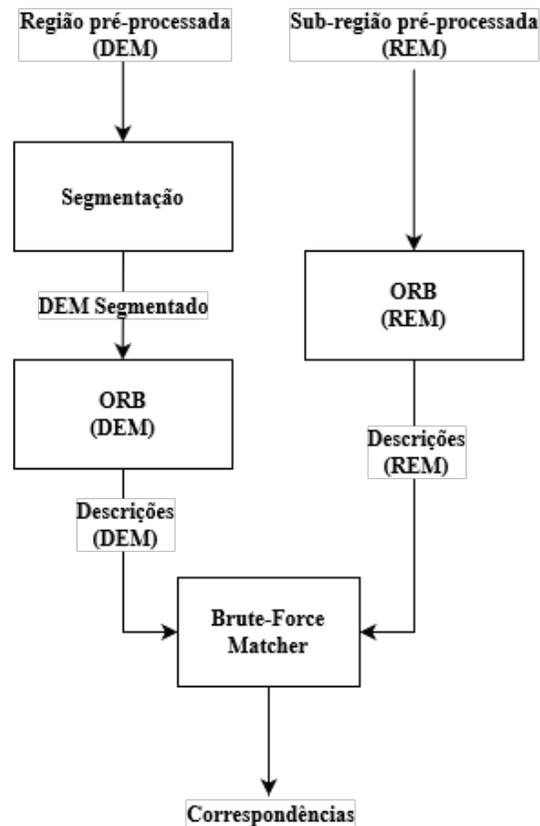


Figura 25: Fluxograma do algoritmo de correspondência de características.

Fonte: Autor.

### 3.4 Algoritmo de Verificação de Correspondências

Com o objetivo de avaliar as correspondências feitas pelo algoritmo de correspondência de características, um algoritmo de verificação dessas correspondências foi desenvolvido. Seu objetivo é verificar quais das correspondências fornecidas foram realmente bem-sucedidas. Para uma correspondência ser classificada como bem-sucedida, os pontos de interesse da região e o da sub-região, de uma determinada correspondência, precisam ser o mesmo, ou seja, as coordenadas  $x$  e  $y$  de ambos precisam ser iguais. Entretanto, para realizar essa comparação, é preciso remover das coordenadas de ambos os modelos as imperfeições adicionadas pelo algoritmo de distorção, com a finalidade de se obter novamente as coordenadas de cada ponto na base de dados original.

Para fazer isso, o algoritmo de verificação de correspondências aplica nos pontos de interesse o processo inverso ao que foi aplicado para geração da região e da sub-região. Dessa forma, dos *keypoints* do REM precisarão ser removidas as inclinações causadas pela aplicação de *pitch* e de *roll*, suas coordenadas precisarão ser transladadas para o local de origem do modelo digital original da sub-região e remover a rotação de orientação devido à aplicação de *yaw*. Já os *keypoints* do DEM,

precisarão ter suas coordenadas recalculadas de forma a remover o redimensionamento inserido para gerar o modelo digital da região. Feito isso, os pontos de interesse da região e da sub-região, agora com as coordenadas corrigidas, são comparadas a fim de classificar a correspondência.

Como a região é redimensionada por um fator de redimensionamento  $f_{red}$  menor do que um, causando uma perda de informação quando comparada com o modelo digital original, existe uma imprecisão na re-transformação das coordenadas dos *keypoints* do DEM. Visando contornar esse problema, as coordenadas re-transformadas dos pontos do DEM e do REM não precisam ser exatamente as mesmas, apenas é necessário que esses pontos estejam a uma distância menor ou igual que o raio limite  $r_{th}$ . Através da Equação 28 conseguimos observar que, em uma única dimensão, cada pixel da região combina  $f_{red}^{-1}$  pixels do modelo digital original. Para não classificar como não bem-sucedida uma correspondência que ocorre dentro de um mesmo agrupamento de pixels da base de dados original, o raio limite possui um termo, derivado do teorema de Pitágoras, que considera variações de coordenadas corrigidas dos *keypoints* do DEM dentro desse agrupamento toleráveis. Além disso, devido a natureza com que o ORB detecta pontos de interesse, decidiu-se adicionar 1 pixel do DEM com distorções - redimensionado - de tolerância para uma correspondência. Dessa forma, o raio limite  $r_{th}$  é definido pela Equação 42, e a unidade do mesmo é 'pixel do modelo digital de elevação original'.

$$r_{th} = \sqrt{\left(\frac{1}{f_{red}} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{f_{red}} - 1\right)^2} + \frac{1}{f_{red}} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{f_{red}} - 1\right)^2} + \frac{1}{f_{red}} \quad (42)$$

Por fim, para cada correspondência  $i$  entre um ponto de interesse da região ( $kp_i^{DEM}$ ) e da sub-região  $kp_i^{REM}$ , calcula-se a distância euclidiana  $d_i^e$  entre suas coordenadas corrigidas (Equação 43), ambas em unidade de 'pixel do modelo digital de elevação original', e computa-se o resultado  $b_i$  do teste para o par através da Equação 44. O resultado retorna 1 caso a correspondência seja bem-sucedida, e retorna 0 caso contrário. A Figura 26 ilustra os processamentos realizados pelo algoritmo de correspondências.

$$d_i^e(kp_i^{DEM}, kp_i^{REM}) = \sqrt{(x_i^{DEM} - x_i^{REM})^2 + (y_i^{DEM} - y_i^{REM})^2} \quad (43)$$

$$b_i = \begin{cases} 1, & \text{se } d_i^e \leq r_{th} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (44)$$

### 3.5 Otimização do Algoritmo de Correspondência de Terrenos

#### 3.5.1 Modelagem do Problema de Otimização

O desempenho do algoritmo de correspondência de terrenos desenvolvido depende fortemente dos valores atribuídos às variáveis envolvidas em seu funcionamento. Para definição desses valores,

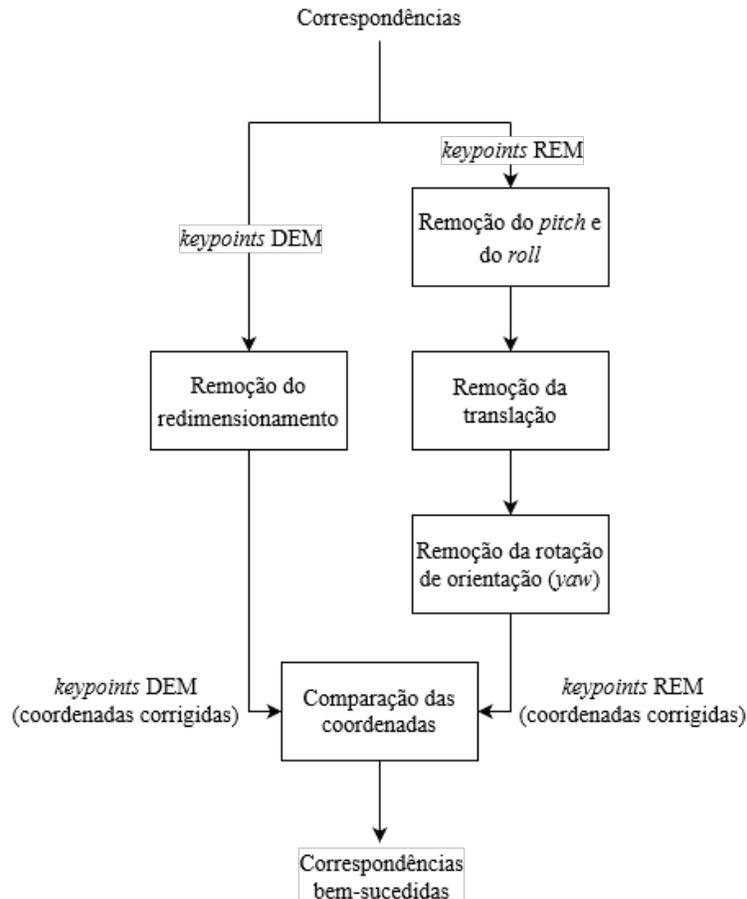


Figura 26: Fluxograma do algoritmo de verificação de correspondências.

Fonte: Autor.

escolheu-se utilizar técnicas de otimização, devido à quantidade significativa de variáveis e às múltiplas possibilidades para cada uma delas. Dessa forma, o problema em questão precisa ser modelado para a otimização, sendo necessárias definições das variáveis que serão otimizadas, das restrições do problema e da função objetivo que será otimizada.

### 3.5.1.1 Variáveis de Entrada

O critério para escolha das variáveis a serem otimizadas foi selecionar as variáveis qualitativas e quantitativas cujos valores precisam estar dentro de determinadas faixas numéricas, no caso das variáveis quantitativas, ou assumir certos rótulos no caso das qualitativas, para o melhor desempenho do algoritmo de correspondência de terrenos. Esses intervalos ou categorias também podem sofrer influência dos valores assumidos pelas demais variáveis e parâmetros de distorção, como por exemplo a influência que o desvio padrão da suavização, desempenhada na etapa de

pré-processamento, pode ter na determinação do *threshold* do oFAST, na etapa de correspondência de características. Ademais, parâmetros qualitativos que alteram a forma como a distância de *Hamming* é calculada foram desconsiderados no trabalho, devido à dificuldade de comparação de resultados com duas métricas de distância diferentes.

Os possíveis valores para cada variável foram determinados com base em uma série de amostras. Para isso, diversos parâmetros de distorção foram aplicados às diferentes bases de dados com diferentes configurações de distorção, e os valores foram testados manualmente para identificar as faixas numéricas que produzem os melhores resultados de correspondência. As faixas resultantes foram então ampliadas para incluir casos que não apresentaram bons resultados na pesquisa empírica, mas que eventualmente podem participar de soluções potenciais. Dessa forma, as variáveis escolhidas para otimização, a etapa e o bloco do algoritmo de correspondência de terrenos que elas pertencem, seus possíveis valores e a referência para seu comportamento são mostrados na Tabela 4. O parâmetro de tamanho da borda, que delimita a distância mínima da borda da imagem para o ponto de interesse ser detectado, é controlado pelo parâmetro de tamanho de *patch*, ambos assumindo o mesmo valor. Além disso, as dimensões dos filtros *Gaussianos* aplicados na região e na sub-região são controlados através dos fatores de multiplicação  $\alpha$  dos respectivos *kernels*, como mostra a Equação 45 e a Equação 46.

$$W_{DEM} = \alpha_{DEM} \cdot \sigma_{DEM} \quad (45)$$

$$W_{REM} = \alpha_{REM} \cdot \sigma_{REM} \quad (46)$$

### 3.5.1.2 Restrições

Além das restrições do espaço amostral de cada parâmetro, como mostrado na Tabela 4, algumas combinações específicas de parâmetros do algoritmo de correspondência de terrenos, mais especificamente na etapa de correspondência de características, fazem com que o ORB não possa ser executado. Para contornar esse problema por completo, os limites das variáveis precisam ser alterados com base nos valores assumidos pelos demais parâmetros. Devido a complexidade de se aplicar esse mecanismo de ajuste com as bibliotecas utilizadas no trabalho, e de ser um problema que apenas se manifesta com poucas combinações de valores, optou-se por aplicar uma punição no cálculo da função objetivo para esses casos.

### 3.5.1.3 Função Objetivo

A função objetivo em um problema de otimização quantifica a adequação de uma determinada solução  $\vec{x}$  e orienta o processo de otimização em direção às respostas ótimas. A função desenvolvida para o presente trabalho busca melhorar a qualidade das correspondências. Como a forma de avaliação de uma correspondência é a distância de *Hamming*, essa métrica foi utilizada para o

Nome da variável	Etapa	Bloco	Referência	Possíveis valores
Desvio padrão (DEM)	Pré-processamento	Filtro Gaussiano (DEM)	Seção 2.4.2	{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}
Desvio padrão (REM)	Pré-processamento	Filtro Gaussiano (REM)	Seção 2.4.2	{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}
Fator de multiplicação do <i>kernel</i> (DEM)	Pré-processamento	Filtro Gaussiano (DEM)	Equação 45	{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}
Fator de multiplicação do <i>kernel</i> (REM)	Pré-processamento	Filtro Gaussiano (REM)	Equação 46	{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}
Número de níveis (DEM)	Correspondência de características	ORB oFAST (DEM)	Seção 2.9	{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12}
Número de níveis (REM)	Correspondência de características	ORB oFAST (REM)	Seção 2.9	{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12}
Primeiro nível (DEM)	Correspondência de características	ORB oFAST (DEM)	Seção 2.9	{0; 1; 2; 3}
Primeiro nível (REM)	Correspondência de características	ORB oFAST (REM)	Seção 2.9	{0; 1; 2; 3}
Fator de escala (DEM)	Correspondência de características	ORB oFAST (DEM)	Seção 2.9	{1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6}
Fator de escala (REM)	Correspondência de características	ORB oFAST (REM)	Seção 2.9	{1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6}
<i>Threshold</i> do FAST (DEM)	Correspondência de características	ORB oFAST (DEM)	Seção 2.7	{5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45}
<i>Threshold</i> do FAST (REM)	Correspondência de características	ORB oFAST (REM)	Seção 2.7	{5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45}
Tamanho do <i>patch</i> (DEM)	Correspondência de características	ORB rBRIEF (DEM)	Seção 2.8	{5; 15; 25; 35; 45; 55}
Tamanho do <i>patch</i> (REM)	Correspondência de características	ORB rBRIEF (REM)	Seção 2.8	{5; 15; 25; 35; 45; 55}
Verificação cruzada	Correspondência de características	<i>Brute Force Matcher</i>	Seção 2.10	{Falso; Verdadeiro}

Tabela 4: Informações das variáveis a serem otimizadas.

Fonte: Autor.

cálculo da função objetivo, na qual se busca a minimização da distância. A pontuação relativa a distância foi também elevada ao quadrado, de forma a acelerar a convergência em algumas configurações de otimização, como quando utilizando seleção por roleta no AG. Elevando ao quadrado também são priorizadas soluções que produzam normas próximas a zero, mesmo que em baixas quantidades, a soluções que geram um número maior de correspondências mas com métricas

de desempenho não tão boas. Além disso, não é desejado que o otimizador busque apenas diminuir a distância de *Hamming* de forma indiscriminada, visto que soluções com correspondência erradas podem aumentar sua pontuação apenas diminuindo a métrica, mesmo sem conseguir performar correspondência corretas. Devido a isso, apenas correspondências bem-sucedidas, conforme exposto pela Equação 44, colaboram para a pontuação de determinada solução.

Visando estimular a diminuição da distância para as melhores correspondências, as correspondências são ordenadas em ordem crescente de distância de *Hamming* e as parcelas da função objetivo de cada correspondência serão multiplicadas pelo valor de  $m_i$ , calculado através da Equação 47. Esse comportamento, de melhora da performance das melhores correspondências, é desejado pois o algoritmo de correspondência de terrenos do presente trabalho não é capaz de estimar com precisão a localização da aeronave. Dessa forma, o algoritmo desenvolvido pode agregar valor fornecendo as melhores correspondências para outros algoritmos se propõem a fazer essa estimativa de posição com maior precisão. Para isso, foi considerado que as dez melhores correspondências teriam sua parcela incrementada.

A aplicação de punição, caso um determinado conjunto de parâmetros não seja capaz de ser analisado, é feito fazendo com que a função objetivo assuma valores muito mais baixos quando comparados aos demais casos. Como não se deseja que a função adaptativa assuma valores negativos ou nulos, visto que isso gera diversos comportamentos não desejados nos otimizadores, ela vai assumir, quando ocorre penalização, o valor muito próximo a zero de  $10^{-9}$ . Devido a esse comportamento da avaliação, para fazer com que soluções que não sofrem punições tenham uma pontuação superior a conjuntos de parâmetros que sofrem essa penalidade, é adicionado um *offset* de  $10^{-3}$  em sua função objetivo. Esse par de valores mínimos são próximos a zero, de forma que não são priorizadas em contrapartida de soluções candidatas com correspondências bem-sucedidas. Além disso, pelo fato de a pontuação mínima para soluções que conseguiram ser executadas ser um milhão de ordens de grandeza maior que a pontuação quando ocorrem restrições, o otimizador sempre as priorizará. Dessa forma, a função objetivo utilizada para otimização pode ser observada na Equação 48, onde  $i$  é a classificação de cada correspondência,  $b_i$  é calculado através da Equação 44 e  $d_i^H$  é a distância de *Hamming* de cada correspondência. Os otimizadores buscarão maximizar o valor da função. O comportamento do algoritmo de correspondência que se deseja obter através da otimização pode ser observado na Figura 27, onde o algoritmo consegue encontrar correspondências bem-sucedidas.

$$m_i = \begin{cases} 3, & \text{se } i \leq 10 \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (47)$$

$$f(\vec{x}) = \begin{cases} 10^{-9}, & \text{se } \vec{x} \text{ não puder ser executado} \\ 10^{-3} + \sum_{i=1}^{N_{corr}} \left[ (256 - d_i^H)^2 \cdot b_i \cdot m_i \right], & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (48)$$

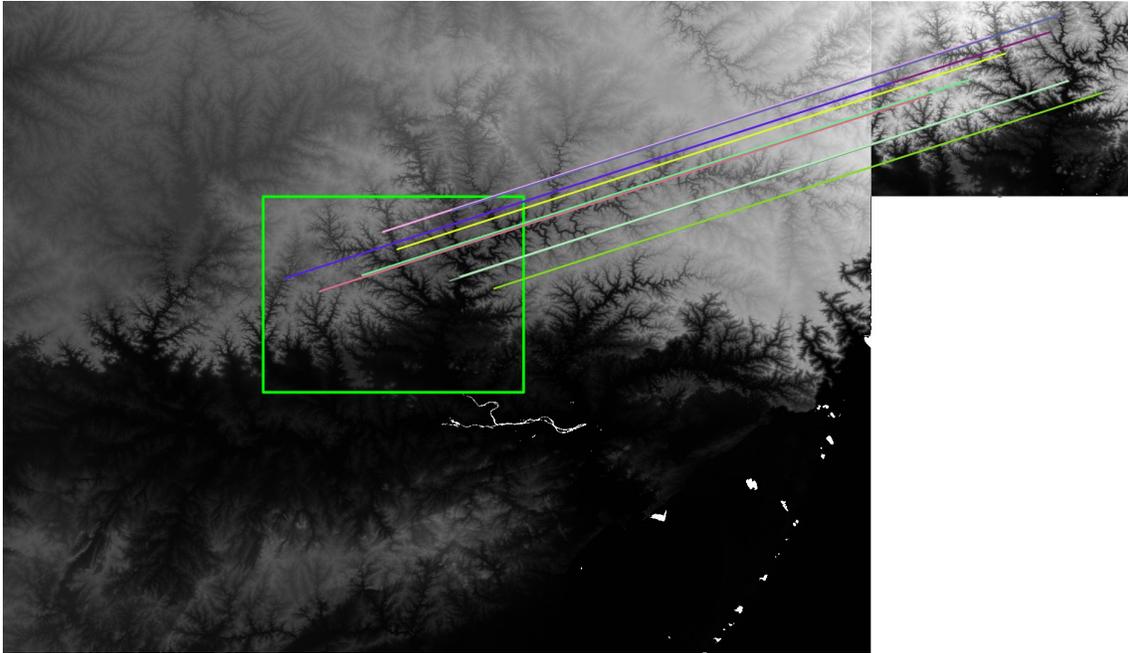


Figura 27: Exemplo do comportamento desejado do algoritmo de correspondência de terrenos.

Fonte: Autor.

### 3.5.2 Otimizadores

O espaço de busca do problema apresenta duas características que dificultam a otimização. A primeira característica é que o espaço de soluções apresenta muitas regiões onde nenhuma correspondência bem-sucedida é realizada. Dada a forma com que a função objetivo foi modelada, as combinações de parâmetros compreendidos nessas regiões possuem todos os mesmos valores de performance, fazendo com que o otimizador não consiga saber para qual sentido ele deve deslocar suas soluções candidatas para aumentar a pontuação. A segunda característica é que as regiões com soluções que conseguem encontrar correspondências bem-sucedidas são esparsas e estreitas, onde uma pequena variação no valor de determinado parâmetro de uma solução com boa pontuação pode fazer com que essa nova solução candidata não encontre nenhuma correspondência correta. Devido a essas características do espaço de busca, escolheu-se utilizar métodos heurísticos para a otimização, que navegam com mais facilidade nesse tipo de região.

Os métodos heurísticos considerados para a otimização dos parâmetros do algoritmo de correspondência de terrenos foram o *Particle Swarm Optimization* (PSO), o AG, o *Hill Climbing* (HC) e o *Simulated Annealing* (SA). O AG e o PSO foram considerados devido as suas estratégias de busca local e global combinadas, com o objetivo de que, tanto com que o otimizador encontre essas regiões do espaço de busca com correspondências bem-sucedidas (busca global), quanto que consigam explorá-la (busca local). O HC e o SA também foram considerados para serem implementados, mas com uma abordagem populacional visando contornar sua deficiência de mecanismos de busca

global. Entretanto, o HC, o SA e o PSO foram descartados devido ao modo com que suas soluções percorrem o espaço de busca de um modo "contínuo", ou seja, sem grandes saltos. Essa estratégia de movimentação das soluções não é adequada para o problema do trabalho devido às diversas regiões sem variações na função objetivo no espaço de soluções.

No entanto, o AG apresenta mecanismos de busca altamente configuráveis quando comparados aos outros otimizadores considerados. O algoritmo consegue, com uma certas configurações de mutação, cruzamento e seleção, ser mais adequado para exploração global e, com outras configurações, ser mais adequado para exploração local. Ademais, esses parâmetros de configuração podem ser modificadas durante a execução do algoritmo baseado em diversos critérios, fazendo com que o mesmo comesse com melhores características para exploração global e, a medida que se aproxima de uma solução ótima com o passar das gerações, modificar suas características para explorar melhor localmente, por exemplo. O otimizador também consegue, através do cruzamento, fazer com que suas soluções naveguem de forma "discreta" no espaço de soluções através de grandes saltos de uma região para outra, contornando assim o problema das outras técnicas de otimização. Dessa forma, devido a essas características, o AG foi selecionado para fazer a otimização dos parâmetros do algoritmo de correspondência de terrenos.

### 3.5.3 População Inicial

Para a execução do AG, é necessária a criação de uma população inicial, que, nesse contexto, também pode ser chamado de primeira geração de indivíduos. Os cromossomos presentes nela darão origem, através do processo de cruzamento, às próximas geração. Dessa forma, a geração da população inicial é algo extremamente importante para o funcionamento do AG. Dada a sua importância, a escolha do método para criação dos primeiros indivíduos precisa cumprir dois critérios estabelecidos. O primeiro é fazer com que os indivíduos estejam espalhados o máximo possível no espaço de soluções, visando melhorar a exploração inicial e maximizar a chance de encontrar as esparsas regiões com correspondências bem-sucedidas. O segundo objetivo do método para geração da população inicial advém da dificuldade de se explorar o espaço de soluções, onde existem vastas regiões sem correspondências bem-sucedidas. Para se contornar esse problema, alguns indivíduos da população inicial precisam ser posicionados em regiões onde ocorrem boas correspondências. Caso isso não seja feito, a convergência do algoritmo de otimização será extremamente lenta.

O método para geração da população inicial que foi desenvolvido para cumprir com os dois objetivos estabelecidos faz uso do método LHS para disposição inicial das amostras, visando cumprir o primeiro critério. Para o cumprimento do segundo critério, onde são necessários indivíduos da população inicial em regiões com correspondências bem-sucedidas, utilizam-se diversas iterações da geração de amostras por LHS e, a cada iteração, selecionam-se os indivíduos bem-sucedidos até um determinado valor mínimo de boas amostras ser atingido. Para uma população inicial de  $n_{pop}$  cromossomos, são geradas  $m_{pop} \cdot n_{pop}$  soluções candidatas através do LHS. Feito isso, as funções objetivos de todos os cromossomos gerados são computadas e conta-se quantos indivíduos obtiveram correspondências bem-sucedidas (*i.e.*  $f(\vec{x}) > 10^{-3}$ ). Caso o número de boas correspondências

$n_{pop}^{min}$  não seja atingido, essas boas amostras são armazenadas e o LHS é executado novamente, gerando novamente  $m_{pop} \cdot n_{pop}$  cromossomos. Com as novas amostras, as funções objetivo são calculadas e os cromossomos bem-sucedidos são adicionados a lista já existente. Esse processo se repete por no máximo três vezes ou até que o número mínimo de cromossomos com correspondências bem-sucedidas  $n_{pop}^{min}$  seja atingido. Após essas iterações de geração de indivíduos com o LHS, são selecionados todos os cromossomos da lista com melhores correspondências e, caso sua quantidade seja menor do que o tamanho da população desejada para o AG, as posições remanescentes são preenchidas através de uma última execução do LHS. Caso o número de amostras bem-sucedidas seja maior do que o tamanho da população, os cromossomos são classificados e selecionam-se os melhores. O valor de  $m_{pop}$  é definido na Equação 49, e ele foi escolhido visando aumentar o número de amostras que seriam verificadas para cada iteração, melhorando a exploração do espaço de soluções e aumentando a chance de detectar regiões com correspondências bem-sucedidas. Já o valor de  $n_{pop}^{min}$ , definido pela Equação 50, foi escolhido com o objetivo de não impor uma convergência muito rápida para o otimizador, visto que deseja-se também aproveitar das estratégias de busca global através de cruzamento do AG.

$$m_{pop} = 5 \quad (49)$$

$$n_{pop}^{min} = 25\% \cdot n_{pop} \quad (50)$$

### 3.5.4 Escolha dos Hiperparâmetros

Assim como o algoritmo de correspondência de terrenos, o AG possui uma série de hiperparâmetros que ditam seu funcionamento e que precisam ter seus valores definidos. Para que essa escolha seja feita, deseja-se verificar qual a configuração de hiperparâmetros que fazem com que o AG tenha o melhor desempenho no problema de otimização do algoritmo de correspondência de terrenos. Essa verificação será feita através de uma pesquisa em grade, analisando-se diversas combinações dos hiperparâmetros e selecionando-se aquele que mais se adequar ao critério de avaliação. As variáveis que serão analisadas na pesquisa em grade são os tipos de operação de seleção e cruzamento, além da quantidade de indivíduos que sofrerão essas operações. Além disso, o tipo de mutação foi mantido constante na pesquisa extensiva, sendo ele a mutação adaptativa, que se caracteriza por impactar um número variável de genes de um determinado cromossomo com base na sua função objetivo - cromossomos com valor da função objetivo abaixo da média sofrem mutação em uma quantidade de genes, cromossomos acima ou iguais a média, tem um número diferente de genes que sofrem mutação. Essa decisão foi tomada pois espera-se que mutações em um maior número de genes de cromossomos com desempenho abaixo da média consigam prover uma melhor exploração do espaço de soluções. Já para cromossomos com um bom desempenho tiveram o total de genes afetado por mutação fixado em um, visando promover uma procura mais metódica da região na qual o mesmo se encontra, visto que ela possui boas correspondências.

Para a pesquisa extensiva, tentou-se distribuir os valores das variáveis quantitativas por toda

faixa de numérica que produzem resultados satisfatórios de otimização. Por exemplo, caso um valor muito pequeno de pais sejam selecionados a cada geração, o AG tem uma velocidade de convergência extremamente baixa. Já quando um número muito grande de pais são selecionados, ocorre uma perda de capacidade de exploração global do otimizador. Para variáveis qualitativas, que controlar os métodos de cruzamento e seleção, se buscou testar as configurações que modificariam de forma expressiva a forma de funcionamento desses operadores, devido a grande mudança que isso pode exercer no comportamento do otimizador. As análises dos possíveis valores para cada hiperparâmetro foram resultando, tanto de pesquisas manuais, quando de conhecimento prévio dos comportamentos do algoritmo de otimização. Dessa forma, as variáveis escolhidas para serem analisadas na pesquisa em extensiva, seus possíveis valores e a etapa do AG da qual o hiperparâmetro faz parte podem ser observados na Tabela 5.

Nome do Hiperparâmetro	Etapa	Possíveis valores
Percentual de pais selecionados (%)	Seleção	{40; 60; 80}
Tipo de seleção parental	Seleção	{SSS; RWS; SUS; Classificação; Aleatória; Torneio}
Elitismo (número de cromossomos)	Seleção	{0; 1; 2}
Tipo de cruzamento	Cruzamento	{Ponto único; Dois pontos; Uniforme; Espalhado}
Probabilidade de cruzamento (%)	Cruzamento	{40; 70; 100}
Percentual de genes para sofrerem mutação (cromossomos abaixo da média) (%)	Mutação	{20; 40; 60}

Tabela 5: Tabela de Hiperparâmetros

Fonte: Autor.

Dois fatores que dificultam a pesquisa extensiva dos hiperparâmetros: a grande quantidade de combinações possíveis e o custo computacional elevado para execução de cada iteração. Visando contornar esses problemas, um número reduzido de 50 combinações foi utilizado para a pesquisa. Essas amostras foram então geradas através do LHS, com o objetivo de garantir que as mesmas fiquem espalhadas pelo espaço de busca. Como o objetivo do otimizador é melhorar, com o passar das gerações, o desempenho do algoritmo de correspondência de terrenos, uma métrica baseada nisso foi utilizada para avaliação dos hiperparâmetros do AG. A forma como isso foi quantificado foi, para uma execução de um conjunto de hiperparâmetros  $i$ , calcula-se a pontuação  $s_i$  daquela iteração através da diferença entre o valor da função objetivo do melhor cromossomo de todas as gerações  $f_i^{best}(\vec{x})$  com o valor da função objetivo do cromossomo mais apto da geração inicial  $f_i^{best}(\vec{x})|_{gen=0}$ , como mostra a Equação 51, visando mensurar quanto a função objetivo foi melhorada devido à otimização.

$$s_i = f_i^{best}(\vec{x}) - f_i^{best}(\vec{x})|_{gen=0} \quad (51)$$

O espaço de soluções do algoritmo de correspondência de terrenos não é algo estático, visto que as regiões que apresentam soluções candidatas são dependentes do relevo escolhido e dos parâmetros de distorção aplicados. Por exemplo, uma região mais plana, como é o caso do *Panhandle* do Oklahoma, apresenta menos regiões com correspondências bem-sucedidas do que um relevo mais enrugado, devido as características que o algoritmo construído utiliza para fazer as correspondências. Tendo isso em vista, se deseja encontrar a configuração do AG que navegue de forma adequada nos diversos possíveis espaços de solução do presente trabalho. Para fazer isso, cada uma das três bases de dados selecionadas será utilizada para execução da pesquisa extensiva dos hiperparâmetros, visando proporcionar variabilidade no espaço de busca proveniente das características de relevo. Em cada uma dessas regiões será aplicado distorções distintas, sendo os parâmetros de distorção gerados de forma aleatória pelo LHS, visando contemplar toda a faixa de valores definida para as distorções. Dessa forma, cada hiperparâmetro do AG será testado para três amostras de região/sub-região distintas.

Por fim, a geração da população inicial do algoritmo de otimização é aleatória e pode desempenhar um papel significativo no desempenho da uma determinada execução do AG. Esse comportamento é indesejado para a pesquisa extensiva, visto que, idealmente, se deseja verificar o desempenho dos hiperparâmetros sem a influência de fatores aleatórios. Para reduzir a influência da aleatoriedade, cada combinação de hiperparâmetros, para cada uma das amostras de região/sub-região, será executada três vezes, e a pontuação de cada execução é calculada através da Equação 51. Feito isso, são calculadas as médias aritméticas entre as pontuações de cada repetição de cada amostra. A partir das médias aritméticas da pontuação para cada amostra, calcula-se a média harmônica  $s_i^h$  entre elas. Nessa etapa a média harmônica é desejada para que a pontuação de um hiperparâmetro seja penalizada, caso em uma das três amostras ele não consiga encontrar correspondências bem-sucedidas em nenhuma de suas três execuções. A Figura 28 ilustra a execução e a avaliação de cada conjunto de hiperparâmetros  $i$  do AG. Devido ao fato de que, para cada hiperparâmetro, são necessárias nove execuções do otimizador, o número de gerações e o tamanho da população foi reduzido para cinco gerações e cinco indivíduos.

### 3.6 Avaliação do Algoritmo de Correspondência de Terrenos

Após a escolha dos hiperparâmetros do AG, o otimizador foi utilizado para fazer a avaliação final do algoritmo de correspondência de terrenos. O objetivo dessa verificação é avaliar o funcionamento e a capacidade de generalização do algoritmo desenvolvido, averiguando se o mesmo consegue obter boas correspondências em diversos cenários de operação: com diferentes tipos de relevo e com diversas distorções. Nesse contexto, a generalização é avaliada através de um conjunto de amostras, onde cada amostra é composta por um par de região/sub-região distorcidas. Para cada amostra, o otimizador é encarregado de encontrar parâmetros do algoritmo de correspondência de terrenos que melhor maximizem a função objetivo (Equação 48).

Para cumprir o objetivo de avaliar a capacidade de generalização do algoritmo de correspondência de terrenos para os cenários considerados no trabalho, as amostras foram geradas através do

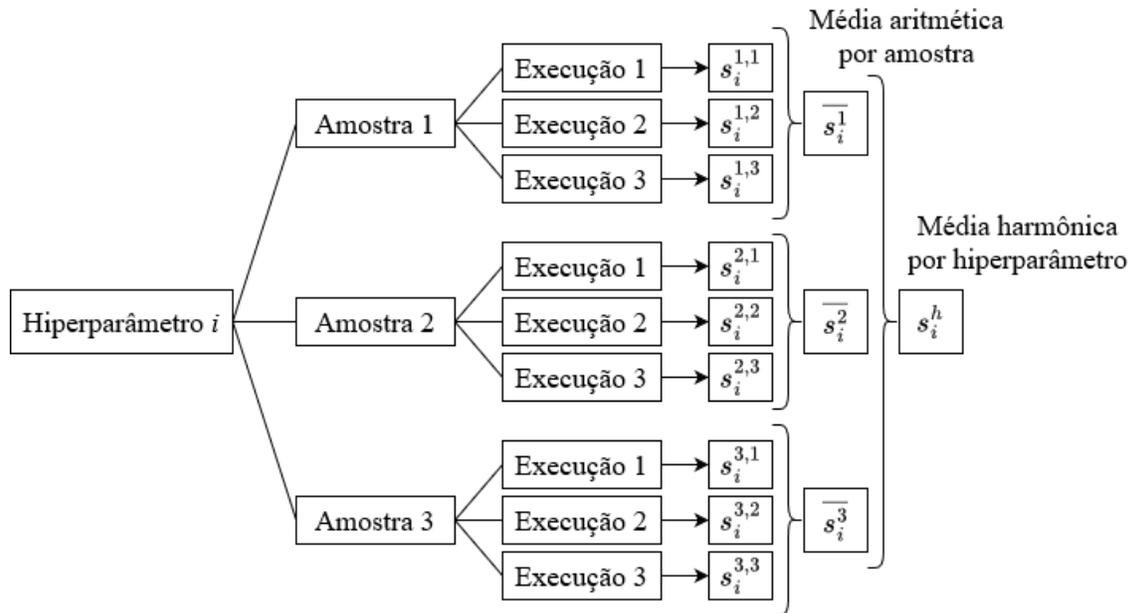


Figura 28: Execução e avaliação de um hiperparâmetros  $i$  na pesquisa extensiva.

Fonte: Autor.

LHS, e as três bases de dados, cada uma com seu perfil de relevo, foram utilizadas para isso. O LHS definiu os parâmetros de distorção de cada amostra, além do tamanho e da posição da sub-região em relação ao modelo digital de elevação original. Essa forma para geração das amostras garante a utilização de parâmetros de distorção em toda suas faixas de possíveis valores, com diversas combinações entre si, além de distribuir a posição e o tamanho da sub-região de forma a explorar de forma diversa as bases de dados e criando cenários ainda mais diversos para avaliação.

As mesmas bases de dados que foram utilizadas para a escolha dos hiperparâmetros do algoritmo genético serão utilizadas para verificação do algoritmo de correspondência de terrenos pelo fato de que, no máximo, apenas 4% do relevo presente na base de dados original foi englobada em uma sub-região já amostrada. Devido a isso, a influência da utilização das mesmas bases de dados no resultado final de desempenho é baixa. Visando mitigar ainda mais esse *bias* do resultado final, um número grande de 60 amostras será gerada, 20 originadas de cada uma das três bases de dados, o que, com auxílio do LHS, força o algoritmo a explorar em sua maioria sub-regiões desconhecidas, que não influenciaram escolhas prévias de parâmetros. O número de amostras por base de dados foi limitado em 20 pois se deseja que as sub-regiões explorem regiões diversas do modelo de elevação original, mas que não sejam geradas amostras com sub-regiões com sobreposição ou muito próximas entre si, o que poderia apresentar um *bias* para a avaliação final do modelo.



## 4 Resultados e Discussões

Os resultados do trabalho podem ser divididos em duas etapas. A primeira parte é referente à pesquisa extensiva dos hiperparâmetros do algoritmo genético. Baseado nos resultados obtidos nessa etapa, foi definida a configuração do otimizador que foi utilizada para a segunda etapa da seção de resultados, que consiste na avaliação final do algoritmo de correspondência de terrenos desenvolvido e na avaliação da sua capacidade de generalização.

### 4.1 Pesquisa Extensiva dos Hiperparâmetros do Algoritmo Genético

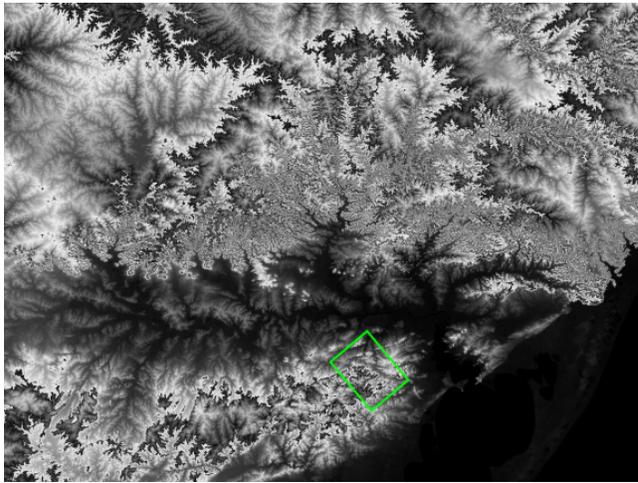
A execução da pesquisa extensiva dos hiperparâmetros, que teve como objetivo encontrar a melhor configuração do AG para as características do espaço de soluções do problema a ser otimizado, foi realizada com três pares de região/sub-região. Cada par foi originado de uma das bases de dados selecionadas para o desenvolvimento do projeto, com parâmetros de distorção distintos entre si. Os parâmetros de distorção foram escolhidos através do LHS. Os pares finais de região/sub-região utilizados para a pesquisa extensiva são mostradas na Tabela 6. A posição das amostras dentro das bases de dados do Rio Grande do Sul, do *Panhandle* do Oklahoma e do Chipre pode ser observada na Figura 29.

	Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3
<b>Yaw (graus)</b>	50	260	140
<b>Pitch (graus)</b>	4	3	1
<b>Roll (graus)</b>	3	5	1
<b>Fator de redimensionamento</b>	0.4	0.5	0.8
<b>Desvio Padrão do Ruído</b>	15	2.5	0.5
<b>Gaussiano (m)</b>			
<b>Base de Dados</b>	Rio Grande do Sul	Chipre	<i>Panhandle</i> do Oklahoma

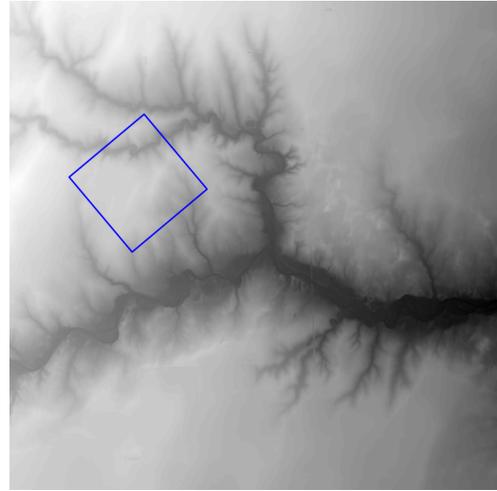
Tabela 6: Dados das amostras utilizada para pesquisa extensiva de hiperparâmetros do algoritmo genético.

Fonte: Autor.

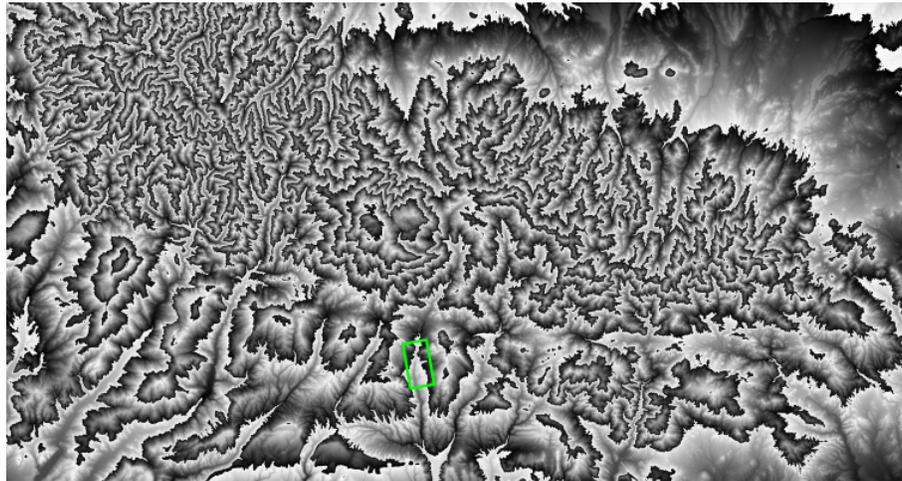
A pesquisa extensiva dos hiperparâmetros do AG, realizada com um total de 50 configurações do otimizador, resultou na classificação, baseada na média harmônica das médias aritméticas de cada amostra por configuração de hiperparâmetro, exposta na Tabela 7. Devido ao fato de que o tamanho da população e o número de gerações para produção dos dados da pesquisa foi reduzido (cinco gerações e cinco indivíduos por execução do AG) devido ao custo computacional, decidiu-se fazer uma análise posterior para refinamento do *ranking*. Essa refinação é desejada pois um número pequeno de cromossomos e de gerações faz com que o desempenho das configurações esteja mais atrelado à qualidade de sua população inicial, que é gerada de forma aleatória. Além disso, não se pode garantir que, por que uma combinação tem um bom desempenho com um número pequeno de



(a) Amostra 1, no DEM do Rio Grande do Sul, inscrita no retângulo em verde.



(b) Amostra 3, no DEM do *Panhandle* do Oklahoma, inscrita no retângulo em azul.



(c) Amostra 2, no DEM do Chipre, inscrita no retângulo em verde.

Figura 29: Regiões das bases de dados utilizadas para as amostras dos hiperparâmetros.

Fonte: Autor.

gerações em relação às outras configurações, que isso permanecerá dessa forma com o aumento do número de gerações.

Classificação	Número da Combinação	Percentual de pais selecionados (%)	Tipo de Seleção Parental	Elitismo (indivíduos)	Tipo de Cruzamento	Probabilidade de Cruzamento (%)	Percentual de genes para sofrerem mutação (cromossomos abaixo da média) (%)	Média Harmônica de $s_i$ por Amostra
1	33	60	RWS	1	Dois pontos	70	20	498.938
2	9	60	RWS	1	Uniforme	40	60	392.540
3	27	60	SUS	1	Dois pontos	70	60	313.907
4	44	80	SSS	1	Uniforme	100	60	312.878
5	4	80	SUS	1	Espalhado	100	20	295.920
6	48	40	Aleatória	1	Uniforme	70	20	282.850
7	28	60	SUS	1	Uniforme	70	60	257.881
8	2	60	RWS	1	Dois pontos	70	40	234.830
9	15	60	RWS	1	Uniforme	70	40	192.977
10	49	60	SUS	0	Dois pontos	40	60	156.683
11	10	60	SUS	2	Espalhado	70	20	151.375
12	29	60	RWS	2	Dois pontos	70	40	142.009
13	11	80	Aleatória	1	Ponto único	70	40	130.414
14	35	80	SUS	1	Uniforme	40	40	108.575
15	22	40	Aleatória	2	Uniforme	70	40	101.652
16	25	60	SSS	1	Espalhado	70	60	97.976
17	14	60	Torneio	1	Uniforme	40	40	91.288
18	23	60	SSS	1	Uniforme	70	40	88.700
19	7	40	RWS	0	Espalhado	70	40	85.618
20	26	60	Torneio	1	Uniforme	70	40	83.799
21	19	40	SUS	2	Espalhado	100	20	76.449
22	38	60	SSS	0	Ponto único	100	20	62.870
23	36	80	Torneio	0	Ponto único	40	20	61.484
24	8	80	SUS	1	Dois pontos	70	20	46.709
25	47	60	Aleatória	2	Uniforme	40	60	40.312
26	21	40	Torneio	0	Ponto único	70	40	35.891
27	17	60	Aleatória	1	Dois pontos	40	40	11.300
28	34	40	RWS	2	Ponto único	100	40	10.389
29	30	80	Classificação	1	Ponto único	70	40	9.531
30	3	60	RWS	0	Espalhado	100	40	3.188
31	16	60	SUS	1	Dois pontos	40	20	2.584
32	41	40	SSS	1	Uniforme	70	40	2.060
33	31	60	RWS	2	Uniforme	40	40	0
34	18	80	Classificação	2	Dois pontos	70	40	0
35	20	60	Classificação	0	Ponto único	100	20	0
36	46	60	Classificação	2	Dois pontos	100	40	0
37	45	80	Aleatória	2	Uniforme	40	40	0
38	5	40	Classificação	1	Dois pontos	70	40	0
39	43	60	Classificação	0	Dois pontos	40	20	0
40	42	40	RWS	2	Ponto único	100	60	0
41	40	80	Classificação	2	Espalhado	100	60	0
42	32	40	Aleatória	1	Uniforme	40	40	0
43	39	40	Classificação	0	Dois pontos	70	60	0
44	24	40	Aleatória	1	Dois pontos	100	60	0
45	37	80	SUS	1	Dois pontos	70	20	0
46	1	80	Classificação	2	Dois pontos	70	40	0
47	6	60	Classificação	0	Espalhado	70	40	0
48	13	60	Torneio	0	Uniforme	100	60	0
49	12	60	Aleatória	0	Uniforme	70	40	0
50	0	60	Aleatória	1	Ponto único	100	60	0

Tabela 7: Classificação das combinações de hiperparâmetros do AG utilizados para pesquisa extensiva

Fonte: Autor.

Para mitigar a influência da aleatoriedade da população inicial na seleção da configuração, a população do otimizador foi duplicada para dez indivíduos e seu número de gerações foi quadruplicado para 20 gerações para execução do refinamento da pesquisa extensiva. Somado a isso, o número de repetições por amostra foi também expandido de três para cinco repetições. As amostras dos modelos digitais e o método de quantificação do desempenho permaneceram os mesmos. A classificação dos melhores hiperparâmetros após a etapa de refinamento pode ser observada na Tabela 8, onde podemos observar que a combinação com melhor desempenho e que será escolhida para configurar o AG é a combinação de número quatro. Dessa forma, os hiperparâmetros do algoritmo genético escolhidos podem ser observados na Tabela 9.

<b>Classificação</b>	<b>Número da Combinação</b>	<b>Média Harmônica de <math>s_i</math> por Amostra</b>
1	4	839.560
2	9	796.001
3	33	779.637
4	27	632.773
5	44	384.207

Tabela 8: Classificação das melhores combinações após o refinamento da pesquisa extensiva.

Fonte: Autor.

<b>Parâmetro</b>	<b>Configuração</b>
Percentual de Pais Selecionados (%)	80
Tipo de Seleção Parental	SUS
Elitismo (indivíduos)	1
Tipo de Cruzamento	Espalhado
Probabilidade de Cruzamento (%)	100
Percentual de genes para sofrerem mutação (cromossomos abaixo da média) (%)	20

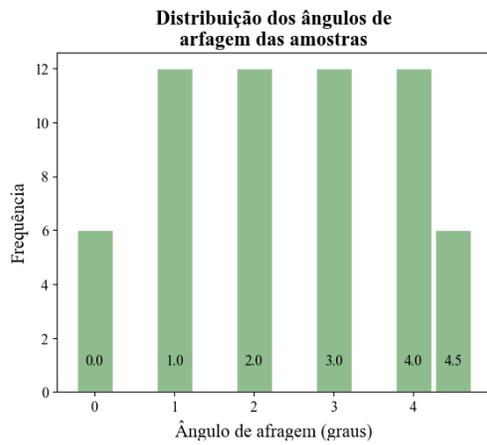
Tabela 9: Configuração de hiperparâmetros do AG selecionada.

Fonte: Autor.

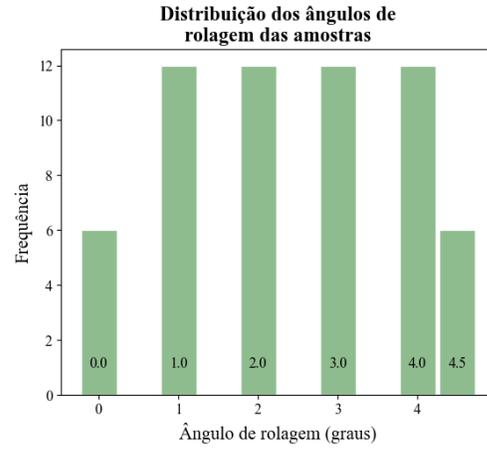
## 4.2 Avaliação do Algoritmo de Correspondência de Terrenos

Para avaliação do algoritmo de correspondência de terrenos, 60 amostras de região/sub-região foram geradas através do LHS, que determinou as posições e os tamanhos das sub-regiões e dos parâmetros de distorção das amostras. Além disso, as mesmas foram distribuídas de forma igualitária entre as bases de dados de elevação disponíveis no trabalho, onde cada um desses modelo digital originais originou 20 amostras. A distribuição dos parâmetros de distorção *pitch*, *roll*, *yaw* e fator de

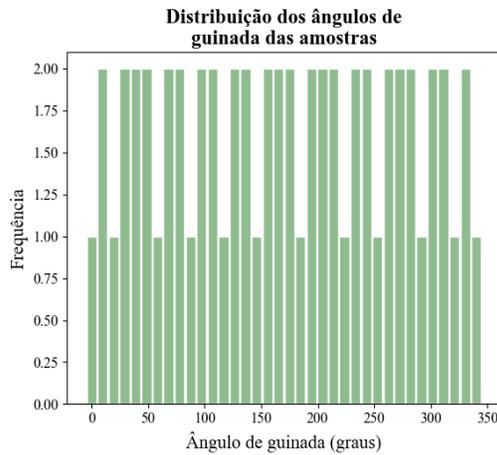
redimensionamento, podem ser observadas na Figura 30. Nela, percebe-se que as amostras geradas pelo LHS exploram toda a faixa de valores possíveis dos parâmetros de distorção.



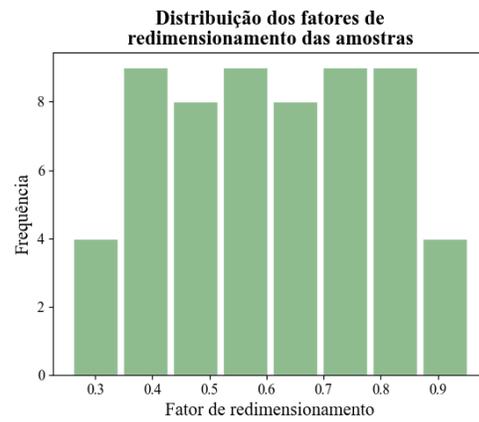
(a) Distribuição dos ângulos de arfagem (*pitch*) das 60 amostras.



(b) Distribuição dos ângulos de rolagem (*roll*) das 60 amostras.



(c) Distribuição dos ângulos de guinada (*yaw*) das 60 amostras.



(d) Distribuição dos fatores de redimensionamento ( $f_{red}$ ) das 60 amostras.

Figura 30: Distribuição dos parâmetros de distorção das 60 amostras.

Fonte: Autor.

Além disso, outros fatores levados em consideração para a geração das amostras, como o tamanho da sub-região em relação a região, e também o tipo de relevo das mesmas, também são importantes para descrição das amostras, visto que eles possuem impacto direto no cenário que está sendo simulado para o algoritmo de correspondência de terrenos. Para mensurar a proporção da sub-região em relação a região, utilizou-se a forma percentual, onde o tamanho da base de dados original é o denominador, e a área da sub-região antes de sofrer distorções é o numerador. A distribuição do tamanho da sub-região antes das distorções em relação a base de dados original das amostras pode ser visualizado na Figura 31. Através da análise das distribuição do tamanho da sub-região das amostras, percebe-se que a mesma está desbalanceada, onde mais amostras estão localizadas valores baixos dentro da escala possível. Esse fato dificulta o funcionamento do algoritmo de correspondência, visto que menos regiões que o algoritmo de correspondência pode fazer correspondência estão presentes na sub-região.

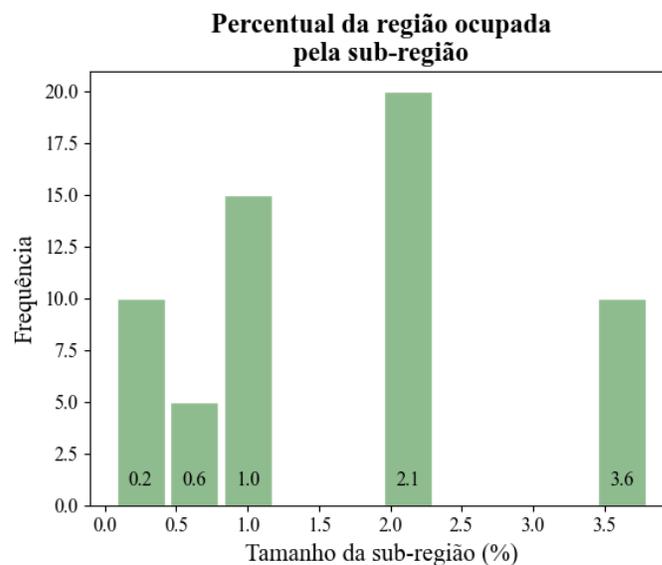


Figura 31: Distribuição do tamanho da sub-região em relação a base de dados original, para as 60 amostras.

Fonte: Autor.

O tipo de relevo tratado foi metrificado através do cálculo do desvio padrão das elevações do relevo de um determinado modelo digital. Essa forma de mensuração foi escolhida pois o algoritmo de correspondências desenvolvido tem seu funcionamento baseado em variações de terreno: quanto mais variações um terreno possui, espera-se que o algoritmo de correspondência de terrenos terá mais características para capturar e fazer a correspondência. Com isso em consideração, interessa para avaliação do desempenho do algoritmo de correspondência, não apenas o desvio padrão da elevação da sub-região, mas também da região, visto que ele detecta e descreve pontos de interesse de forma independente para cada um dos modelo digital. Além disso, os desvios padrão foram calculados antes da aplicação das distorções, visto que o interesse é de descrever o relevo no qual

está sendo feita a correspondência, independente das distorções.

Os desvios padrão da elevação das regiões antes da aplicação das distorções são iguais para todas as amostras, visto que elas são as próprias bases de dados, e estão expostas na Tabela 10. Já o desvio padrão das sub-regiões variam de acordo com a amostra, e sua distribuição pode ser visualizada na Figura 32, onde a informação foi separada por base de dado de origem, devido aos diferentes tipos de relevo das mesmas. A primeira vista, o desvio padrão da elevação das bases de dados do Rio Grande do Sul e do Chipre indicam que o relevo dos modelos digitais são muito semelhantes, mas isso não se sustenta com a consideração da distribuição do desvio padrão das sub-regiões. Com elas, podemos observar que o DEM do Chipre possui muito mais regiões com grandes variações de elevação do que o mapa do Rio Grande do Sul. Além disso, é perceptível o perfil plano da base de dados do Oklahoma, sendo o desvio padrão desse muito menor que o das outras bases de dados: comportamento também observado nas sub-regiões das amostras dessa base de dados. Por fim, é importante salientar que as posições da sub-região dentro da base de dados original das amostras foram escolhida de forma a distribuí-las em toda região disponível, e não visando a exploração de diferentes valores de desvio padrão de elevação das sub-regiões: esses valores são apenas consequências das amostras geradas pelo LHS.

<b>Base de Dados</b>	<b>Desvio Padrão da Elevação (m)</b>
Rio Grande do Sul	318
Chipre	302
<i>Panhandle</i> do Oklahoma	13

Tabela 10: Desvios padrão da elevação das bases de dados utilizadas (sem distorções).

Fonte: Autor.

Após a geração das amostras, o algoritmo de correspondência de terrenos desenvolvido teve seus parâmetros otimizados pelo algoritmo genético para todos os pares de região/sub-região, de forma independente. Para avaliação do desempenho do algoritmo de correspondências, foram coletadas, durante a execução do otimizador para determinada amostra, métricas de performance. Essas métricas foram coletadas a partir do melhor cromossomo dentre todas as gerações do otimizador para aquela amostra. A partir desse indivíduo, foi adquirido o valor de sua função objetivo, do seu número total de correspondências bem-sucedidas e do seu número de correspondências bem-sucedidas dentre as 10 melhores correspondências. Dentre essas métricas, a de maior interesse para o trabalho é o número de correspondências bem-sucedidas dentre as 10 melhores correspondências. Isso se deve ao fato de que, quando o algoritmo operar para fazer a correspondência de terrenos em um ambiente não simulado, espera-se que correspondências com altas pontuações - baixas distâncias de *Hamming* - tenham maior peso para estimativa da posição do que aquelas com menor pontuação. Por causa de que os parâmetros de distorção foram distribuídos em suas respectivas faixas de valores possíveis, a análise do desempenho não foi baseada neles, mas sim nas diferentes bases de dados que deram origens as amostras, devido aos seus diferentes perfis de relevo.

A Figura 33 mostra a distribuição dos valores da função objetivo assumidos pelo melhor

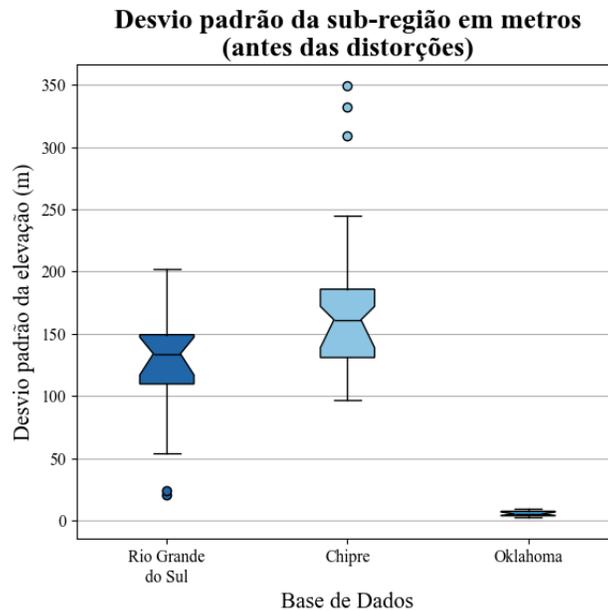


Figura 32: Distribuição do desvio padrão da elevação, em metros, das sub-região das 60 amostras, separadas por base de dados de origem.

Fonte: Autor.

cromossomo de cada amostra. Olhando o histograma, pode-se parecer que grande parte das amostras ficou com o valor máximo da função objetivo próximo a zero, indicando que o otimizador não conseguiu encontrar parâmetros do algoritmo de correspondência que conseguissem obter correspondências bem sucedidas para essas amostras. Entretanto, visualizando a Figura 34, que informa a quantidade de amostras cujas quais as métricas de avaliação obtiveram valores maiores ou iguais a um, pode-se observar que a grande maioria das amostras, mesmo com diversos parâmetros de distorção aplicados, dificultando a operação do algoritmo, obtiveram boas correspondências e, além disso, quase todas amostras que obtiveram boas correspondências também tiveram correspondências dentre as 10 melhores associações. O limiar de uma unidade utilizado para geração do gráfico de barras é adequado visto que, caso o algoritmo de correspondência não faça associações bem-sucedidas, os valores da função objetivo e do número de correspondências bem-sucedidas será menor que um. A métrica de correspondências bem-sucedidas entre as 10 melhores associações é, dessa forma, ainda mais restritiva, visto que, além de que o algoritmo tenha sucesso, a correspondência precisa obter uma distância de *Hamming* baixa em relação às demais.

Devido ao possível efeito dos diferentes perfis de relevo das bases de dados e de suas amostras no desempenho do algoritmo de correspondência desenvolvidos, as métricas de desempenho foram também separadas por base de dados, como pode ser observado na Figura 35, na Figura 36 e na Figura 37. Através dessas distribuições, pode-se observar que o desempenho do algoritmo de

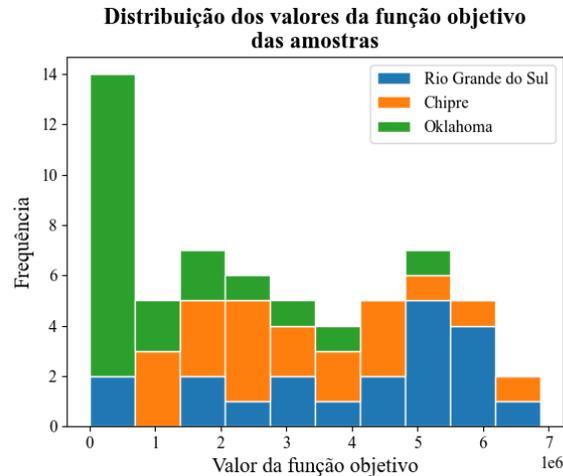


Figura 33: Histograma do valor da função objetivo para as 60 amostras, diferenciadas pela base de dados de origem.

Fonte: Autor.

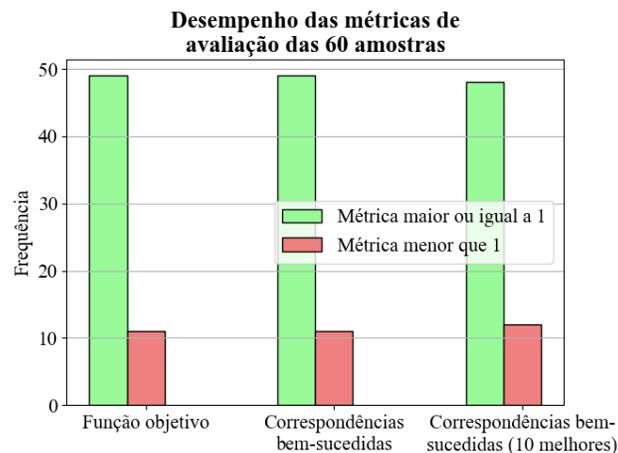


Figura 34: Taxa de sucesso das métricas de avaliação nas 60 amostras.

Fonte: Autor.

correspondência de terrenos desenvolvido tem um desempenho muito dependente do tipo de relevo sendo utilizado. As bases de dados com maior desvio padrão da elevação (*i.e.* Rio Grande do Sul e Chipre), possuem um bom desempenho em quase todas as suas amostras. Isso fica ainda mais evidente analisando-se a quantidade de correspondências bem-sucedidas dentre as 10 melhores correspondências na Figura 37, onde, em quase todas as amostras, metade ou mais da metade das 10 melhores correspondências são bem-sucedidas, com exceção de duas amostras originadas do mapa do Rio Grande do Sul. Além disso, mesmo a base de dados do Oklahoma sendo de perfil plano, o algoritmo de correspondência desenvolvido ainda conseguiu encontrar correspondências

bem-sucedidas dentre as 10 melhores em quase metade das amostras originadas do mapa, inclusive com as diversas deformações aplicadas através dos parâmetros de distorção.

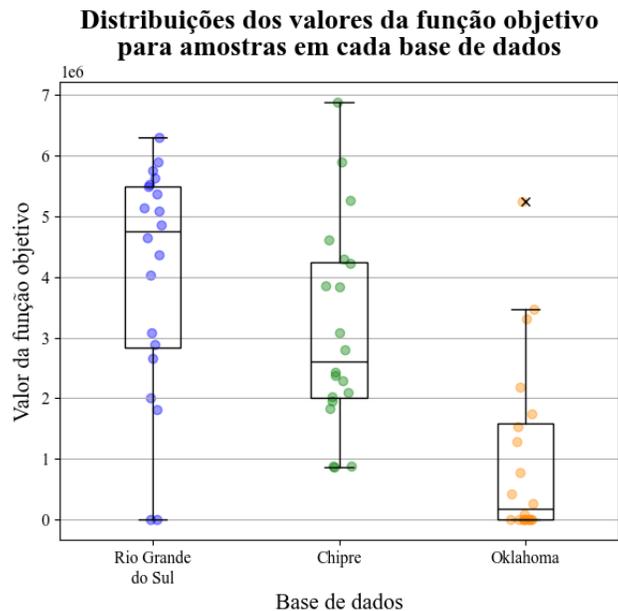


Figura 35: Valor máximo da função objetivo para amostras originadas a partir de cada base de dados.

Fonte: Autor.

Por fim, a distribuição dos valores de desvio padrão das sub-regiões das amostras foi analisada, visando avaliar seu impacto no desempenho da métrica de correspondências bem-sucedidas dentre as 10 melhores associações, como mostra a Figura 38. Nela, o critério para classificar se a amostra teve correspondências bem-sucedidas dentre as 10 melhores foi verificar se essa métrica era maior ou igual a um. Através dessas distribuições, é evidente que o desvio padrão da sub-região da amostra exerce um impacto significativo no desempenho do algoritmo de correspondência de terrenos desenvolvido. Amostras cujas sub-regiões possuem um elevado desvio padrão tendem a ter correspondências bem-sucedidas dentre as 10 melhores. A medida que a variação da elevação da sub-região de uma amostra diminui, boas correspondências ficam cada vez mais difíceis de serem performadas, devido as características analisadas pelo algoritmo de correspondência. Entretanto, mesmo em amostras com sub-regiões com valores baixos de desvio padrão de elevação, também se obtém correspondências adequadas dentre as melhores correspondências.

Para visualização do comportamento do algoritmo desenvolvido, algumas das amostras nas quais o algoritmo de correspondência de terrenos obteve melhores resultados foram selecionadas. Para cada uma delas, o algoritmo de correspondência foi configurado com os parâmetros do melhor cromossomo encontrado pelo otimizador e as correspondências foram efetuadas. As imagens

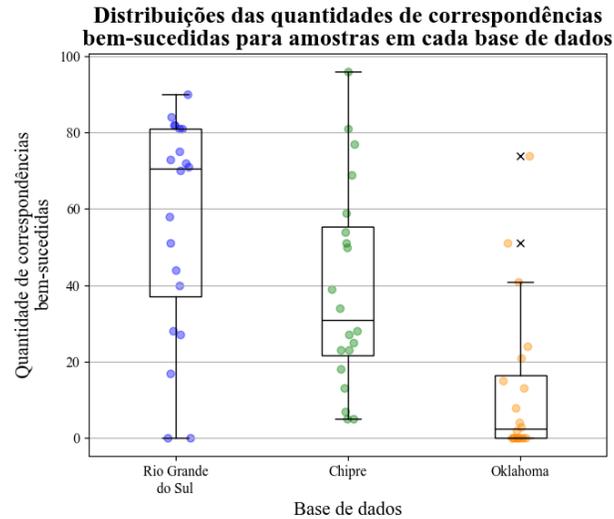


Figura 36: Quantidade de correspondências bem-sucedidas para amostras originadas a partir de cada base de dados.

Fonte: Autor.

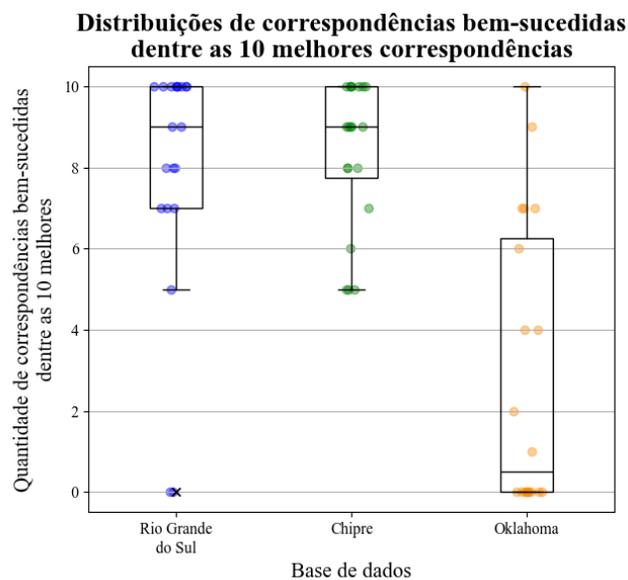


Figura 37: Quantidade de correspondências bem-sucedidas entre as 10 melhores correspondências para amostras originadas a partir de cada base de dados.

Fonte: Autor.

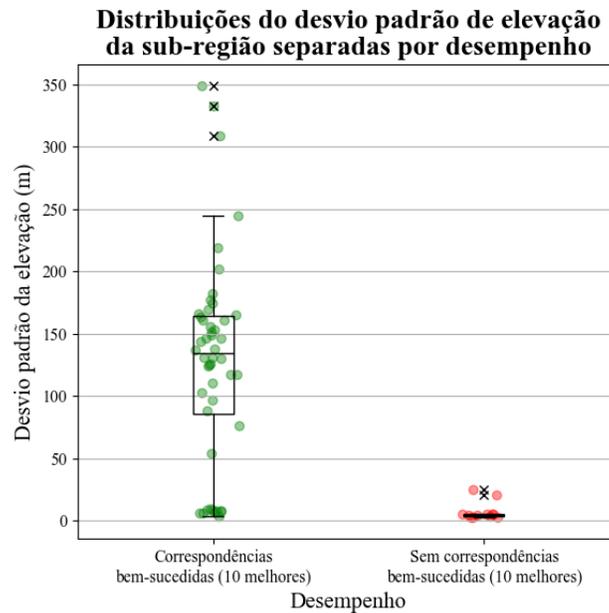


Figura 38: Distribuição do desvio padrão de elevação em metros para os grupos de amostras que tiveram e não tiveram correspondências bem-sucedidas dentre as 10 melhores.

Fonte: Autor.

Figura 39, Figura 40 e Figura 41 mostram os pontos de interesse da região e da sub-região associados pelas 10 melhores correspondências, classificados pelas suas distâncias de *Hamming*. Nelas, todas as melhores correspondências foram bem-sucedidas. Além disso, algumas iterações do algoritmo de correspondência de terrenos que não foram bem-sucedidas podem ser visualizadas na Figura 42, na Figura 43 e na Figura 44.

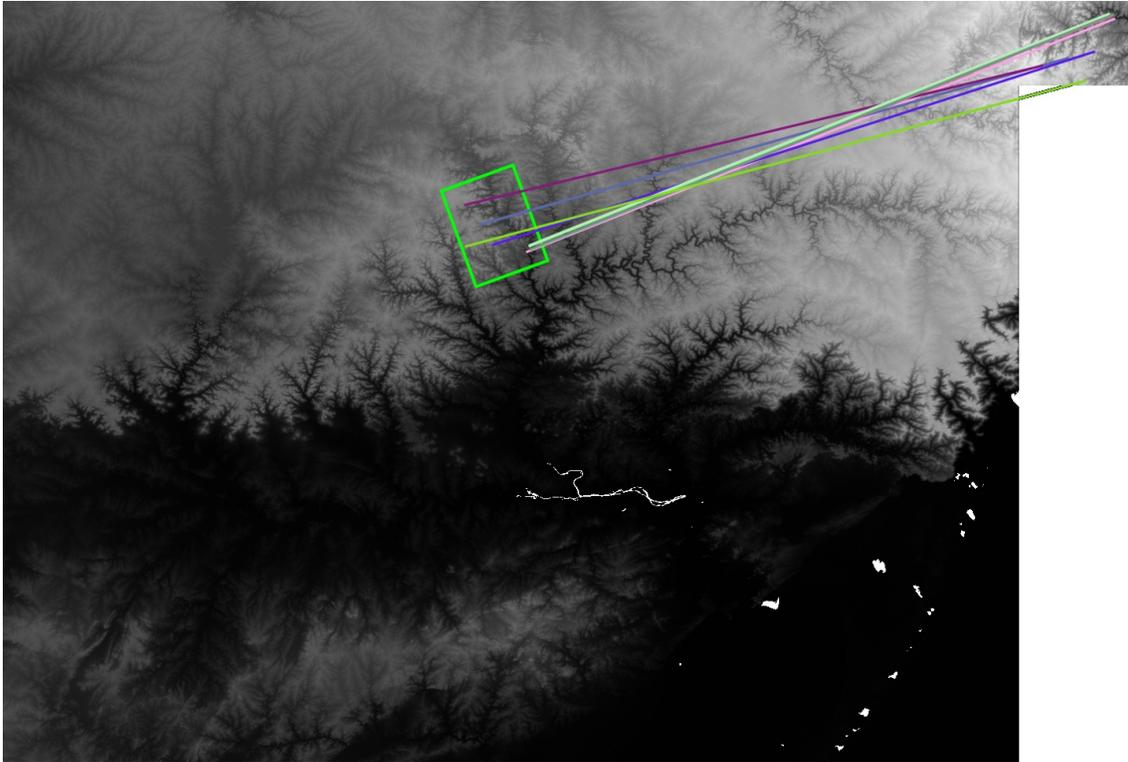


Figura 39: Dez melhores correspondências, todas bem-sucedidas, em uma amostra do Rio Grande do Sul.

Fonte: Autor.

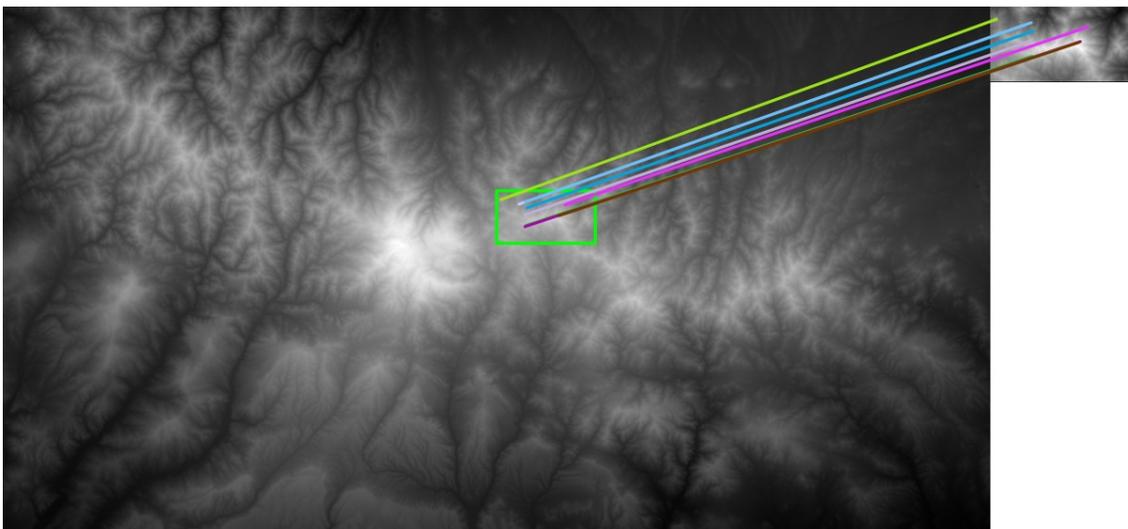


Figura 40: Dez melhores correspondências, todas bem-sucedidas, em uma amostra do Chipre.

Fonte: Autor.

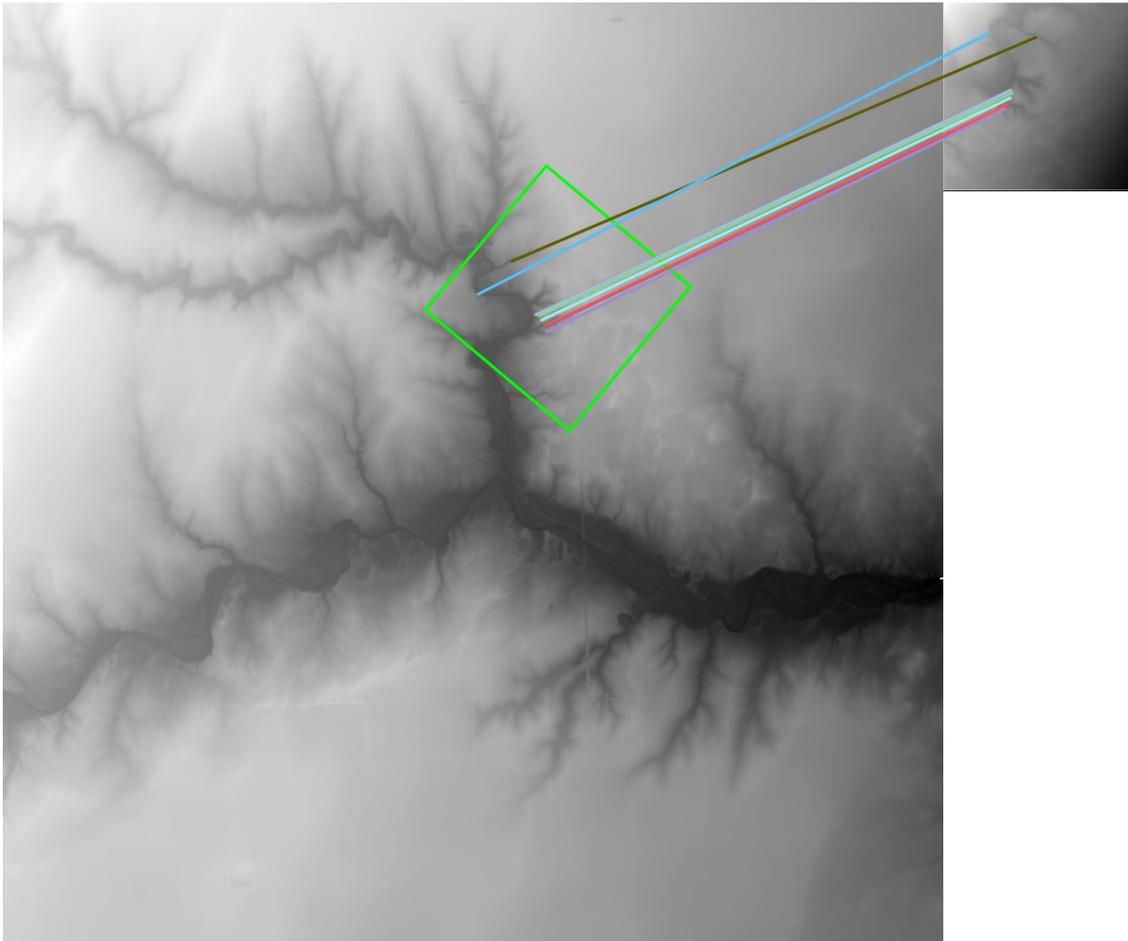


Figura 41: Dez melhores correspondências, todas bem-sucedidas, em uma amostra do Oklahoma.

Fonte: Autor.

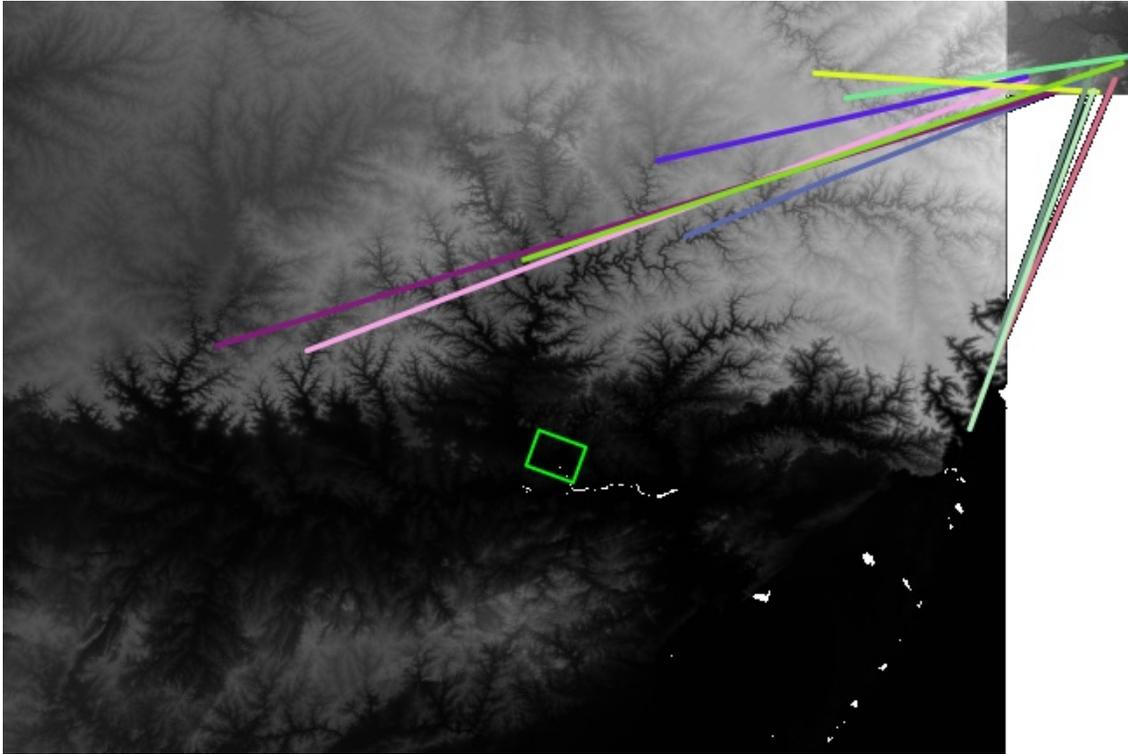


Figura 42: Dez melhores correspondências, nenhuma bem-sucedida, em uma amostra do Rio Grande do Sul.

Fonte: Autor.

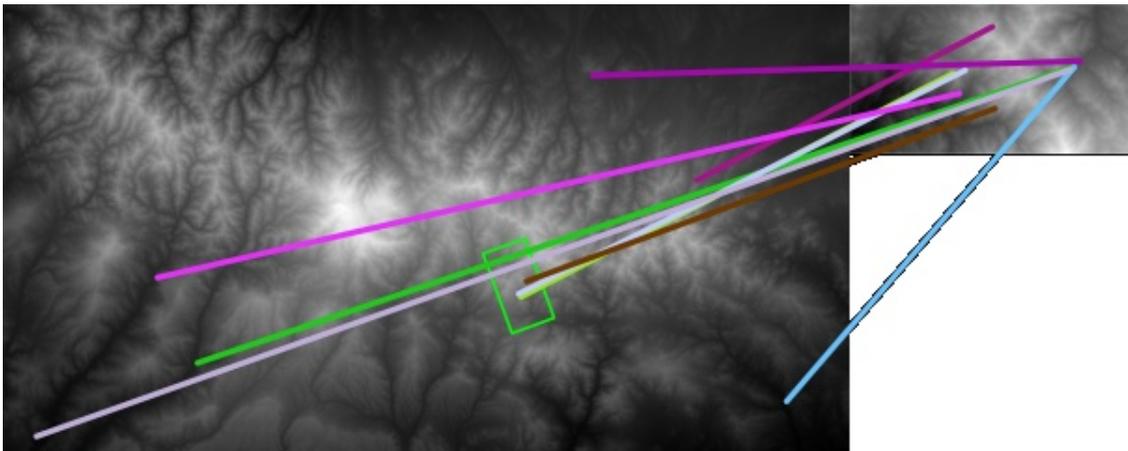


Figura 43: Dez melhores correspondências, quatro bem-sucedidas, em uma amostra do Chipre.

Fonte: Autor.

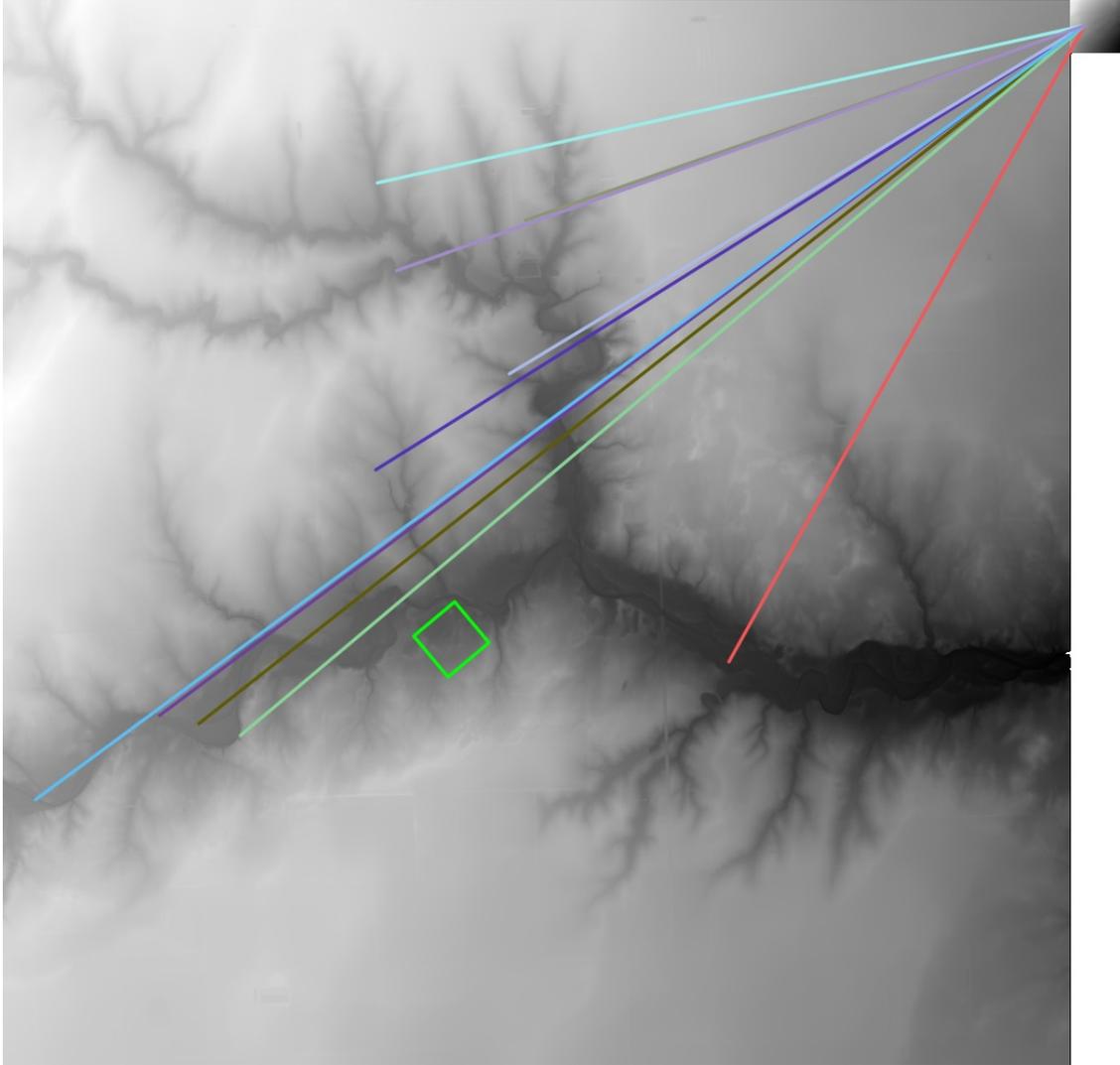


Figura 44: Dez melhores correspondências, nenhuma bem-sucedida, em uma amostra do Oklahoma.

Fonte: Autor.

## 5 Conclusão

A partir dos resultados coletados no processo de avaliação final do algoritmo, pode-se concluir que o método de correspondência de terrenos desenvolvido possui uma boa performance em relevos mais enrugados e escarpados. Ele consegue ter um bom desempenho nesse tipo de região mesmo com diversos fatores de distorção, cada um com valores superdimensionados para o problema, dificultando as correspondências entre a região e a sub-região de cada amostra. O método também consegue fazer boas correspondências em regiões mais planas, também sob efeito de pesadas distorções para dificultar as correspondências, mesmo que com um desempenho bem inferior do que quando utilizados em relevos de maior variação de elevação. Pode-se concluir, tanto pelos resultados quanto pelas características analisadas pelo algoritmo de correspondência, que o mesmo tende a ter um melhor desempenho quanto mais escarpadas forem a região e a sub-região nas quais ele está sendo utilizado para fazer as correspondências. Ademais, para conclusões a respeito do algoritmo, também precisa ser levado em consideração o desbalanceamento da distribuição dos tamanhos das sub-regiões das amostras, como mostra a Figura 31, que dificulta de forma severa o funcionamento do algoritmo de puxa as métricas de desempenho analisadas para baixo.

O algoritmo desenvolvido no trabalho não é capaz, sozinho, de estimar a localização de uma aeronave para correção do *drift* dos sensores inerciais de uma aeronave, por exemplo, visto que a saída do algoritmo é uma série de correspondências com uma distância de *Hamming* associada. Para fazer estimativa da geolocalização, entende-se que um possível uso do algoritmo desenvolvido seja utilizar as 10 melhores correspondências fornecidas para realizar uma busca mais fina de posição no entorno de cada um dos pontos correspondidos. Outra maneira com que as saídas do algoritmo podem ser utilizadas para localização é através de uma abordagem de agrupamentos (ou *clusters* em inglês). Com essa alternativa, a estimativa da localização seria baseada no agrupamento que fosse o melhor em algum critério de desempenho que ainda precisa ser estudado. Devido a esse comportamento, o algoritmo desenvolvido é ideal para gerar estimativas iniciais de localização de uma aeronave em um grande espaço de busca, onde a atitude e a posição da aeronave, estimadas apenas com sensores inerciais devido a ausência de um sinal de GNSS, já possuem muita incerteza em suas estimativas devido ao efeito acumulado do *drift*.

Alguns dos trabalhos futuros relacionados ao tema irão atuar em quatro frentes distintas: melhorar o desempenho das correspondências, avaliar o algoritmo já desenvolvido com um maior número de cenários (reais e simulados), definir regras e comportamentos para os valores assumidos pelos parâmetros do algoritmo e desenvolver uma técnica para, através das correspondências fornecidas, estimar a localização. A forma como a melhora no desempenho do algoritmo será obtida será através do estudo mais profundo de outras formas de otimização, para escolha de seus parâmetros de funcionamento, e a construção de métodos baseados em outras características da elevação do terreno. Além disso, algo que pode ser implementado para melhora dos resultados do algoritmo é a utilização dos operadores de Sobel para as direções de 45 e 135 graus, combinados com os já aplicados. Também pode-se, com o intuito de diminuir o custo computacional para escolha dos hiperparâmetros dos otimizadores, utilizar um *surrogate model*. Em outra frente de trabalho, a

avaliação do algoritmo desenvolvido será estressada em demais cenários reais e simulados visando melhorar a precisão das métricas de desempenho do algoritmo, além de possibilitar a descoberta de cenários que podem facilitar ou dificultar a obtenção de boas correspondências. Já para definição de regras e configuração dos valores assumidos pelos parâmetros do algoritmo, técnicas de inteligência computacional podem ser utilizadas, recebendo como entrada informações do relevo e dos sensores da aeronave, visando maximizar a quantidade de boas correspondências para determinado cenário de operação.

## 6 Referências

- Abrams, M., Yamaguchi, Y., Crippen, R., 2022. Aster global dem (gdem) version 3. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences XLIII-B4-2022, 593–598. doi:10.5194/isprs-archives-XLIII-B4-2022-593-2022.
- Ajayi, O., Salubi, A., Angbas, A., Odigure, M., 2017. Generation of accurate digital elevation models from uav acquired low percentage overlapping images. International Journal of Remote Sensing 38, 1–22. doi:10.1080/01431161.2017.1285085.
- Cabello, F., León, J., Iano, Yuzo e Arthur, R., 2015. Implementation of a fixed-point 2d gaussian filter for image processing based on fpga, pp. 28–33. doi:10.1109/SPA.2015.7365108.
- Calonder, M., Lepetit, V., Strecha, C., Fua, P., 2010. Brief: Binary robust independent elementary features, pp. 778–792. doi:10.1007/978-3-642-15561-1\_56.
- Campbell, M., Wheeler, M., 2006. A vision based geolocation tracking system for uav's. doi:10.2514/6.2006-6246.
- Getreuer, P., 2011. Linear Methods for Image Interpolation. Image Processing On Line 1, 238–259. [https://doi.org/10.5201/ipol.2011.g\\_lmii](https://doi.org/10.5201/ipol.2011.g_lmii).
- Glover, F., Kochenberger, G.A., 2003. Handbook of meta-heuristics. Springer, Boston, MA, USA.
- Goldgof, D., Huang, T., Lee, H., 1988. Feature extraction and terrain matching, in: Proceedings CVPR: The Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE Computer Society, Los Alamitos, CA, USA. pp. 899,900,901,902,903,904. URL: <https://doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/CVPR.1988.196339>, doi:10.1109/CVPR.1988.196339.
- Hirano, A., Welch, R., Lang, H., 2003. Mapping from aster stereo image data: Dem validation and accuracy assessment. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing 57, 356–370. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924271602001648>, doi:[https://doi.org/10.1016/S0924-2716\(02\)00164-8](https://doi.org/10.1016/S0924-2716(02)00164-8). challenges in Geospatial Analysis and Visualization.
- Kim, D.E., Liong, S.Y., Gourbesville, P., Liu, J., 2020. An Innovative DEM Improvement Technique for Highly Dense Urban Cities. pp. 229–240. doi:10.1007/978-981-15-5436-0\_18.
- Li, Y., Qi, F., Wan, Y., 2019. Improvements on bicubic image interpolation, pp. 1316–1320. doi:10.1109/IAEAC47372.2019.8997600.
- Ltd, T.S., 2011. Types of terrain database. URL: <https://download.transfinite.com/papers/TerrainData.pdf>. accessed on 4th May 2024.

- Marios S. Kyriakou, 2022. Cyprus elevations 5m. Dados compartilhados por Marios S. Kyriakou pela plataforma Zenodo, <https://zenodo.org/records/6006664>.
- Masselli, A., Hanten, R., Zell, A., 2016. Localization of Unmanned Aerial Vehicles Using Terrain Classification from Aerial Images. pp. 831–842. doi:10.1007/978-3-319-08338-4\_60.
- NASA and METI, 2013. Aster global digital elevation model v003. Dados coletados pelo satélite ASTER V0003, <https://search.earthdata.nasa.gov/search>.
- Noureldin, A., Karamat, T., Georgy, J., 2012. Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration. Springer Berlin Heidelberg. URL: <https://books.google.com.br/books?id=a-BqvoCd2RkC>.
- Rodriguez, J.J., Aggarwal, J.K., 1990. Matching aerial images to 3-d terrain maps. IEEE 12, 1138–1149.
- Rosten, E., Drummond, T., 2005. Fusing points and lines for high performance tracking. Tenth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV'05) Volume 1 2, 1508–1515 Vol. 2. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:1505168>.
- Rublee, E., Rabaud, V., Konolige, K., Bradski, G., 2011. Orb: an efficient alternative to sift or surf, pp. 2564–2571. doi:10.1109/ICCV.2011.6126544.
- Simielli, M.E., 2009. Geoatlas. Ática.
- Solsten, E., 1991. Cyprus: A Country Study. Federal Research Division Library of Congress.
- Szeliski, R., 2010. Computer Vision: Algorithms and Applications. 1st ed., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Tahar, K.N., Ahmad, A., Akib, W., 2011. Uav-based stereo vision for photogrammetric survey in aerial terrain mapping, pp. 443–447. doi:10.1109/ICCAIE.2011.6162176.
- USGS, 2021. Usgs 1m - panhandle do oklahoma. Dados coletados pelo USGS, <https://www.sciencebase.gov/catalog/item/60cd79edd34e86b938a7f770>.
- Viana, F., 2015. A tutorial on latin hypercube design of experiments. Quality and Reliability Engineering International 32, n/a–n/a. doi:10.1002/qre.1924.
- Vincent, O., Folorunso, O., 2009. A descriptive algorithm for sobel image edge detection. doi:10.28945/3351.
- Xiaotian, S., Guo, Z., Xia, W., 2012. High-precision dem production for spaceborne stereo sar images based on sift matching and region-based least squares matching. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences XXXIX-B1, 49–53. URL: <https://isprs-archives.copernicus.org/articles/XXXIX-B1/49/2012/>, doi:10.5194/isprsarchives-XXXIX-B1-49-2012.

- 
- Yang, H., Sun, Y.R., Chen, N., Jiang, X.W., Chen, J.H., Yang, M., Wang, Q., Huo, Z.M., Feng, M.N., 2022. Quick compression and transmission of meteorological big data in complicated visualization systems. *Complexity* 2022, 1–9. doi:10.1155/2022/6860915.
- Zhang, C.C., Fang, J.D., 2016/11. Edge detection based on improved sobel operator, in: *Proceedings of the 2016 International Conference on Computer Engineering and Information Systems*, Atlantis Press. pp. 129–132. URL: <https://doi.org/10.2991/ceis-16.2016.25>, doi:10.2991/ceis-16.2016.25.
- Zietara, A.M., 2017. Creating digital elevation model (dem) based on ground points extracted from classified aerial images obtained from unmanned aerial vehicle (uav). URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:55917007>.