

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

Eduarda Winck Hugo

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE VIGAS REFORÇADAS À
FLEXÃO COM A UTILIZAÇÃO DE CHAPAS DE AÇO**

Porto Alegre
Julho 2024

EDUARDA WINCK HUGO

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE VIGAS REFORÇADAS À
FLEXÃO COM A UTILIZAÇÃO DE CHAPAS DE AÇO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Comissão de
Graduação do Curso de Engenharia Civil da Escola de Engenharia
da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos
requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

Orientadora: Paula Manica Lazzari

Porto Alegre

Julho 2024

EDUARDA WINCK HUGO

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE VIGAS REFORÇADAS À
FLEXÃO COM A UTILIZAÇÃO DE CHAPAS DE AÇO**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pela Banca Examinadora, pela Professora Orientadora e pela Comissão de Graduação do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, julho de 2024

BANCA EXAMINADORA

Prof.a Paula Manica Lazzari (UFRGS)

Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientadora

Prof. Américo Campos Filho (UFRGS)

Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Prof. Alexandre Rodrigues Pacheco (UFRGS)

Dr. pela Pennsylvania State University

Dedico este trabalho aos meus pais, Tais e Heitor,
por terem tornado esse sonho possível.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar aos meus pais, Taís e Heitor, por todo apoio e incentivo ao longo da graduação, por terem sido amigos e parceiros em todos os momentos, e por sempre terem acreditado em mim.

Agradeço ao meu namorado, Matheus, pela compreensão, paciência e suporte, principalmente nos momentos mais difíceis.

Agradeço à minha orientadora, Paula Manica Lazzari, pela ajuda, pelas contribuições e pela disposição ao longo deste trabalho.

Agradeço aos bons professores que tive na graduação, pelos conhecimentos compartilhados, pelos ensinamentos e conselhos para a vida.

Agradeço aos amigos que cruzaram meu caminho neste percurso, em especial ao Lucas, ao Gabriel e à Júlia, por todos momentos compartilhados, e por terem tornado essa jornada mais leve e alegre.

Agradeço aos meus familiares pela compreensão em momentos de ausência, pelo suporte e por sempre vibrarem por mim.

O começo de todas as ciências é o
espanto de as coisas serem o que são.

Aristóteles

RESUMO

O reforço de elementos estruturais é uma área de extrema importância na engenharia civil, visando, principalmente, aumentar a capacidade de carga dos elementos. Entre os vários métodos de reforço, a aplicação de chapas metálicas é um dos mais utilizados devido à sua eficácia e viabilidade. A dimensão das chapas de reforço possui um papel significativo no desempenho estrutural. O presente estudo compreende uma investigação computacional sobre a influência da espessura da chapa de reforço no aumento da capacidade de carga das vigas reforçadas. A pesquisa iniciou-se com uma revisão bibliográfica abrangente sobre os tipos de reforços estruturais utilizados e o cálculo analítico das cargas de ruptura. Após a revisão, vigas de teste e reforçadas foram modeladas no *software* ANSYS, baseado no Método dos Elementos Finitos. Essas vigas foram estudadas experimentalmente na disciplina de Patologia e Instrumentação das Construções durante o semestre de 2023/2, bem como na pesquisa realizada por Deghenhard (2013), e utilizadas para validar o modelo numérico. Com o *script* validado, a viga de referência com chapa de 0,28 cm de espessura foi utilizada como base para modelar outras quatro vigas com espessuras de chapa de 0,07 cm, 0,14 cm, 0,21 cm e 0,35 cm. Foram analisados gráficos de carga x deslocamento e as distribuições de tensões nos elementos de concreto, aço e chapa metálica sob a carga de ruptura de cada viga específica. Os resultados demonstraram que, neste ponto, a chapa metálica ultrapassava sua tensão limite. Além disso, foi realizada uma comparação entre os valores obtidos numericamente e os calculados analiticamente, apresentando resultados bastante similares. A viga reforçada com uma chapa de 0,28 cm atingiu uma carga de ruptura de 66,89 kN, servindo como referência para comparação. As vigas com espessuras de 0,07 cm, 0,14 cm e 0,21 cm suportaram cargas 35%, 19% e 12% menores, respectivamente, em relação à viga de referência. Em contrapartida, a viga com a chapa de reforço mais espessa, de 0,35 cm, teve uma carga de ruptura 11% superior à da viga de referência. Os resultados apresentaram uma relação aproximadamente linear entre o aumento da espessura da chapa e a capacidade de carga.

Palavras-chave: Chapa metálica. Reforço estrutural.
Análise de elementos finitos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fluxograma do delineamento da pesquisa	15
Figura 2 – Reforço em ponte com protensão externa	19
Figura 3 – Geometria dos cabos de protensão	20
Figura 4 – Reforço em viga com aumento de seção transversal e adição de armadura ...	22
Figura 5 – Reforço estrutural em viga com fibra de carbono	24
Figura 6 – Viga com chapa de aço colada com resina epóxi e chumbadores	25
Figura 7 – Reforço em chapas metálicas, só com colagem (à esquerda) e com chumbamento (à direita)	27
Figura 8 – Diagrama de momento fletor	30
Figura 9 – Tensões na seção transversal reforçada	31
Figura 10 – Fluxograma processo iterativo	34
Figura 11 – Exemplo de estrutura discretizada	37
Figura 12 – Critério de Drucker-Prager	38
Figura 13 – Modelo HSD <i>Linear</i>	39
Figura 14 – Modelo elastoplástico (a) perfeito e (b) com endurecimento linear	41
Figura 15 – Elemento finito SOLID186	42
Figura 16 – Elemento finito REINF164	43
Figura 17 – Elemento finito SHELL281	45
Figura 18 – Esquema gráfico de armaduras	47
Figura 19 – Ensaio de ruptura utilizando macaco hidráulico	47
Figura 20 – Esquema do ensaio de ruptura	48
Figura 21 – Viga modelada no ANSYS	49
Figura 22 – Diagrama comparativo da viga testemunho	50
Figura 23 – Diagrama de tensões no Estádio I (carga = 0,36 kN)	51
Figura 21 – Viga modelada no ANSYS	49
Figura 22 – Diagrama comparativo da viga testemunho	50
Figura 23 – Diagrama de tensões no Estádio I (carga = 0,36 kN)	51
Figura 24 – Diagrama de tensões no Estádio II (carga = 25,45)	52
Figura 25 – Diagrama de tensões no Estádio III (carga = 35,54 kN)	52
Figura 26 – Esquema da viga reforçada	53
Figura 27 – Viga experimental rompida	54
Figura 28 – Diagrama comparativo da viga reforçada	55
Figura 29 – Diagrama de tensões sob a carga de 53,71 kN	56

Figura 30 – Diagrama de tensões sob a carga de 67,05 kN	57
Figura 31 – Esquema gráfico de armaduras	59
Figura 32 – Esquema do ensaio de ruptura	59
Figura 33 – Gráfico carga x deslocamento dos resultados experimentais	60
Figura 34 – Diagrama comparativo da viga reforçada	62
Figura 35 – Diagrama de tensões no Estádio I (carga = 1,19 kN)	63
Figura 36 – Diagrama de tensões no Estádio II (carga = 36,89 kN)	63
Figura 37 – Diagrama de tensões no Estádio III (carga = 51,50 kN)	64
Figura 38 – Diagrama comparativo da viga reforçada (Grupo B)	65
Figura 39 – Diagrama comparativo da viga reforçada (Grupo C)	65
Figura 40 – Diagrama comparativo da viga reforçada (Grupo D)	66
Figura 41 – Ruptura experimental de uma viga do grupo C	67
Figura 42 – Ruptura experimental de uma viga do grupo D	67
Figura 43 – Diagrama de tensões sob a carga de 65,41 kN	68
Figura 44 – Diagrama de tensões sob a carga de 70,72 kN	69
Figura 45 – Diagrama de tensões sob a carga de 63,25 kN	70
Figura 46 – Diagrama de tensões sob a carga de 93,05 kN	71
Figura 47 – Diagrama de tensões sob a carga de 59,22 kN	72
Figura 48 – Diagrama de tensões sob a carga de 107,74 kN	73
Figura 49 – Diagrama carga x espessura	75
Figura 50 – Diagrama comparativo carga x deslocamento	76
Figura 51 – Diagramas de tensões no concreto para a viga a) V0, b) V1, c) V2 e d) V3	77
Figura 52 – Diagramas de tensões no aço para a viga a) V0, b) V1, c) V2 e d) V3	78
Figura 53 – Diagramas de tensões na chapa metálica para a viga a) V0, b) V1, c) V2 e d) V3	79

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Parâmetros <i>DP-Concrete</i> e <i>HSD-Linear</i>	40
Quadro 2 – Deslocamentos medidos na viga testemunho	50
Quadro 3 – Deslocamentos medidos na viga reforçada	54
Quadro 4 – Resultados das vigas experimentais de Deghenhard	61
Quadro 5 – Resultados analíticos do estudo paramétrico	74

LISTA DE SIGLAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

ANSYS - *Analysis Systems Incorporated*

APDL - *ANSYS Parametric Design Language*

BISO - *Bilinear Isotropic Hardening*

CEB - *Comite Euro-Internacional Du Béton*

DP - *Drucker-Prager*

ELS-DEF - Estado Limite de Deformações Excessivas

MEF - Método dos Elementos Finitos

NBR - Norma Brasileira

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{s1} - área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada;

A_{s2} - área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida;

A_r - área da seção transversal do reforço;

b_w - largura da viga.

d - distância do ponto de aplicação da resultante das tensões de tração na armadura longitudinal ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida;

d' - distância do ponto de aplicação da resultante das tensões de compressão na armadura longitudinal ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida;

d_r - distância do ponto de aplicação da resultante das tensões de tração no reforço ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida.

ε_{s1} - deformação específica na armadura longitudinal tracionada;

ε_{s2} - deformação específica na armadura longitudinal comprimida;

ε_r - deformação específica no reforço;

ε_c - deformação específica no concreto;

ε_y - deformação específica no aço;

f_c - resistência média à compressão do concreto;

l - vão livre da viga.

M_u - momento último;

P_u - carga última;

x - altura da zona comprimida;

σ_{s2} - tensão na armadura longitudinal comprimida;

σ_{s1} - tensão na armadura longitudinal tracionada;

σ_r - tensão no reforço;

κ_{tr} - deformação plástica última na tração

κ_{cr} - deformação plástica última na compressão

κ_{cm} - deformação plástica última na tensão máxima

Ω_{ci} - tensão relativa no início da plastificação na compressão

Ω_{cr} - tensão relativa para deformações plásticas superiores à κ_{cr}

Ω_{tr} - tensão relativa para deformações plásticas superiores à κ_{tr}

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 DIRETRIZES.....	14
2.1 OBJETIVO DA PESQUISA.....	14
2.2 DELIMITAÇÕES.....	14
2.3 DELINEAMENTO.....	15
3 REFORÇO ESTRUTURAL.....	17
3.1 TIPOS DE REFORÇOS À FLEXÃO.....	18
3.1.1 Protensão Externa.....	18
3.1.2 Aumento de seção transversal.....	20
3.1.3 Polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC).....	22
3.1.4 Chapas de Aço.....	25
3.2 VERIFICAÇÃO DAS ARMADURAS.....	30
4.2.1 Verificação da linha neutra.....	31
3.2.2 Domínio de deformação.....	32
3.2.3 Momento último e carga última.....	35
4 MODELO COMPUTACIONAL.....	36
4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	36
4.2 SOFTWARE ANSYS.....	37
4.2.1 Modelo do concreto.....	37
4.2.2 Modelo do aço.....	40
4.2.3 Elementos Finitos utilizados.....	41
5 VALIDAÇÃO NUMÉRICA.....	46
5.1 VIGAS PATOLOGIA E INSTRUMENTAÇÃO DAS CONSTRUÇÕES.....	46
5.1.1 Viga testemunho.....	48
5.1.2. Viga reforçada.....	52
5.2 VIGAS DE DEGHENHARD (2013).....	58
5.2.1 Viga testemunho.....	61
5.2.2 Vigas reforçadas.....	64
6 ESTUDO PARAMÉTRICO.....	74
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	80
REFERÊNCIAS.....	81
APÊNDICE A - <i>Script</i> da viga reforçada com chapa de 0,28 cm.....	84
APÊNDICE B - Planilha de cálculo de vigas reforçadas com chapas de aço.....	99

1 INTRODUÇÃO

Os componentes estruturais desempenham papéis importantes na garantia da estabilidade das construções. Cada elemento é projetado para suportar cargas específicas, incluindo momentos fletores e forças cortantes. No entanto, erros de projeto ou de execução, bem como alterações na finalidade da edificação, podem comprometer a capacidade desses elementos de suportar as cargas atuantes. Frequentemente, os erros mais críticos incluem a falta de armaduras devido a erros de cálculo, definição inadequada das ações de carga, e falhas no detalhamento construtivo. Além disso, erros podem surgir durante a execução também (Beber, 2003).

Quando um elemento estrutural não consegue mais suportar as cargas impostas ou quando as cargas atuantes excedem as capacidades projetadas, torna-se necessário realizar um reforço estrutural para assegurar a integridade da edificação. Diversas metodologias de reforço foram implementadas ao longo dos anos com o objetivo de elevar a capacidade de carga dos elementos estruturais (Ripper; Souza, 1998). Dentre as técnicas mais empregadas destacam-se: a protensão externa, o aumento da seção transversal com materiais complementares, a aplicação de polímeros reforçados com fibras de carbono e o uso de chapas de aço aderidas com resina epóxi — sendo esta última o enfoque do presente estudo.

A técnica de reforço com chapas de aço fixadas com resina epóxi é amplamente reconhecida no Brasil por sua aceitação generalizada, destacando-se pela execução rápida e fácil. Outra vantagem do emprego deste método é que o peso das chapas de aço é mínimo, não interferindo fortemente na distribuição de esforços definida no projeto (Ripper; Souza, 1998).

Considerando que o reforço estrutural representa uma questão recorrente no âmbito da construção civil, este estudo visa analisar numericamente o comportamento de vigas reforçadas à flexão com a utilização de chapas de aço, avaliando o incremento da capacidade de carga com diferentes espessuras de chapa. Para isso, foram modeladas vigas de referência e vigas reforçadas utilizando o *software* de elementos finitos ANSYS, permitindo a visualização dos gráficos de carga x deslocamento, bem como as tensões para cada carga aplicada. A validação do modelo numérico foi realizada com base em testes experimentais conduzidos durante a disciplina de Patologia e Instrumentação das Construções no semestre de 2023/2, além do trabalho conduzido por Deghenhard (2013).

2 DIRETRIZES

As diretrizes de pesquisa conduzidas neste trabalho serão apresentadas a seguir.

2.1 OBJETIVO DA PESQUISA

O objetivo principal deste estudo é investigar como a espessura da chapa metálica influencia no aumento da capacidade de carga das vigas reforçadas. Para isso, será utilizado o programa computacional ANSYS para analisar o comportamento estrutural das vigas por meio de diagramas de carga x deslocamento, além de verificar as tensões nos elementos concreto, aço e chapa metálica. Serão analisadas vigas com reforços de 0,35 cm, 0,28 cm, 0,21 cm, 0,14 cm e 0,07 cm de espessura. Como objetivo secundário, este trabalho busca comparar os resultados obtidos numericamente com valores calculados analiticamente.

2.2 DELIMITAÇÕES

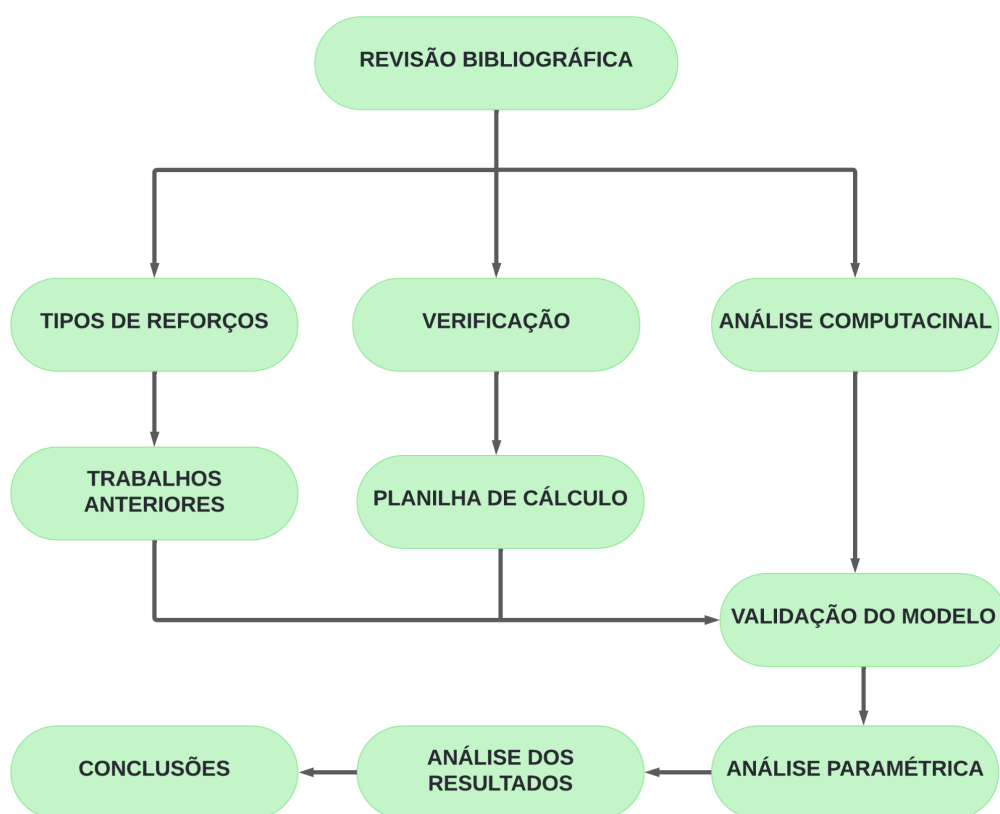
Este estudo será limitado à análise de vigas de concreto armado apoiadas, sujeitas a duas cargas pontuais, de igual magnitude, localizadas nos terços médios do elemento. As vigas analisadas possuem seção transversal constante ao longo do vão. O trabalho será restrito à avaliação do comportamento do elemento estrutural sob esforço de flexão, especificamente examinando o reforço utilizando chapas de aço coladas com resina epóxi na região tracionada da viga. O *software* empregado será o ANSYS 2024 R1 na versão para estudantes para conduzir a análise, que será estritamente computacional, sem a realização de ensaios experimentais. Além disso, a aderência entre a viga e o reforço será considerada perfeita para modelagem computacional e analítica, desprezando a influência da resina epóxi e do uso de *parabolts*.

2.3 DELINEAMENTO

A pesquisa seguirá as etapas listadas e descritas abaixo, como também poderá ser visualizada na Figura 1.

- a) referencial bibliográfico;
- b) verificação analítica;
- c) modelagem em *software*;
- d) validação do modelo;
- e) verificação dos resultados;
- f) análise paramétrica;
- g) conclusões e considerações finais.

Figura 1 – Fluxograma do delineamento da pesquisa



(fonte: elaborada pela autora)

A primeira fase deste estudo envolveu uma pesquisa bibliográfica abrangente, com foco em estudos prévios relacionados aos temas em questão, com ênfase na aplicação de chapas de aço coladas com resina epóxi. Este levantamento bibliográfico compreendeu a análise de artigos científicos, dissertações de mestrado, teses de doutorado e outros trabalhos acadêmicos relevantes. Paralelamente à pesquisa bibliográfica, foi desenvolvida uma planilha de cálculo, a fim de prever e comparar, de maneira analítica, os resultados de capacidade de carga obtidos pelo *software* posteriormente utilizado.

A etapa subsequente envolveu a validação do modelo computacional por meio da comparação com estudos experimentais e numéricos pré-existentes. Para este fim, foram modeladas vigas de referência e vigas reforçadas, possibilitando a verificação da consistência do modelo por meio de gráficos de carga x deslocamento e uma análise detalhada das tensões.

Em seguida, foi escolhida uma viga com reforço de 0,28 cm como base para comparações. Com isso, a viga de referência escolhida foi modelada e validada no *software* ANSYS, seguida pela modelagem de outras quatro vigas com variações de espessura de chapa, sendo 0,35 cm, 0,21 cm, 0,14 cm e 0,07 cm.

Com as vigas modeladas, prosseguiu-se com a análise dos resultados obtidos pelo programa, destacando-se as capacidades de carga identificadas na viga de referência e em cada caso de reforço, bem como a análise das tensões. Além disso, os resultados obtidos foram comparados com valores encontrados analiticamente.

3 REFORÇO ESTRUTURAL

O conjunto de elementos estruturais, tais como vigas, pilares e lajes, desempenha funções distintas para assegurar a estabilidade global de uma estrutura. Cada componente é encarregado de absorver solicitações específicas, como momento fletor e força cortante, provenientes das cargas incidentes na estrutura. Eventuais imprecisões de cálculos ou de execução podem comprometer a capacidade do elemento em suportar as cargas às quais está submetido. De maneira globalizada, incluindo o cenário brasileiro, os principais erros ocorrem na fase de projeto, seja a ausência de armaduras por erros de cálculo, definição inadequada das ações atuantes, seleção inadequada do modelo analítico, ou até mesmo problemas de clareza no detalhamento (Beber, 2003). Outros erros podem surgir durante a fase de execução do projeto, como questões relacionadas ao escoramento, fôrmas, posicionamento e quantidade de armaduras, bem como na qualidade do concreto, desde a fase de fabricação até o processo de cura. Em algumas situações ainda, o uso da edificação não segue as especificações previstas, resultando em uma carga atuante superior ou diferente àquela considerada no projeto. Conforme apontado por Ripper e Souza (1998), as causas para tais discrepâncias são variadas, abrangendo desde o envelhecimento natural do concreto até o uso de materiais diferentes dos especificados pelos profissionais envolvidos. Adicionalmente, problemas como corrosão da armadura, danos estruturais por impactos, explosões ou incêndios podem desencadear complicações estruturais. De acordo com Cánovas (1991): “As estruturas têm uma missão fundamental que é a de ser o esqueleto resistente de uma construção, pelo qual devem ser canalizados todos os esforços, empuxos ou cargas através de diferentes caminhos até chegar ao alicerce e ao terreno”. Quando um elemento estrutural perde sua capacidade de suportar as cargas aplicadas, ou quando as cargas atuantes são superiores àquelas projetadas, torna-se imprescindível realizar uma intervenção por meio de reforços estruturais. A proposta, por meio de diferentes técnicas, visa incrementar a capacidade de carga do elemento, assegurando que ele seja capaz de garantir a segurança da edificação como um todo. Falhas podem ocorrer em qualquer componente estrutural, devido a diversas modalidades de cargas, entretanto o foco deste estudo está especificamente na análise de vigas de concreto armado reforçadas à flexão, conforme será delineado nas seções subsequentes.

3.1 TIPOS DE REFORÇOS À FLEXÃO

As técnicas de reforço em vigas de concreto armado foram extensivamente estudadas ao longo dos anos, resultando na aplicação de diversas metodologias com um objetivo em comum: aumentar a capacidade de carga dos elementos estruturais, a fim de assegurar a integridade e segurança da estrutura. Embora as abordagens sejam variadas, abaixo serão discutidas quatro opções amplamente utilizadas: protensão externa, aumento da seção transversal, polímeros reforçados com fibras de carbono e, como foco principal deste estudo, o emprego de chapas de aço coladas com resina epóxi.

3.1.1 Protensão Externa

Uma alternativa para reforçar vigas com falhas relacionadas à flexão é a aplicação da técnica de protensão externa. O conceito deste método consiste em incorporar um elemento exterior capaz de absorver as tensões internas excedentes, incrementando, assim, a capacidade portante do elemento estrutural (Ripper; Souza, 1998). A implementação da técnica compreende a ancoragem externa de cordoalhas à estrutura, que posteriormente são tracionadas. De acordo com Pinheiro (2018), é possível fazer desvios nas trajetórias dos cabos com a utilização de um dispositivo denominado desviador. Dessa maneira, os cabos não entram em contato com a estrutura, salvo nos pontos de ancoragem ou desvio, onde ocorre a introdução de forças contrárias às solicitantes. A prática da protensão externa é amplamente empregada desde a década de 50, sobretudo no reforço de vigas em pontes, como é possível observar na Figura 2. Segundo Simões (2007), essa abordagem desempenha um papel essencial no controle de fissuras, deformações e vibrações, além de contribuir para a redução da variação de tensões, resultando em um aumento significativo na resistência à fadiga da estrutura.

Figura 2 – Reforço em ponte com protensão externa

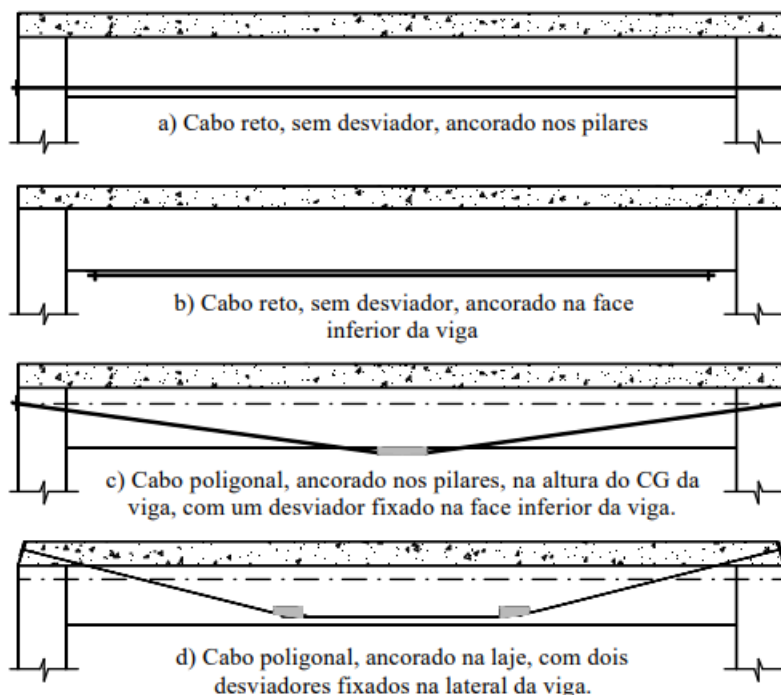


(fonte: Vitório e Barros, 2011)

Conforme indicado por Simões (2007), uma das principais vantagens ao empregar esse tipo de reforço é que, além de ampliar a capacidade da viga em relação ao momento fletor e ao esforço cortante, as fissuras geradas previamente pela flexão podem se fechar completamente. Adicionalmente, os materiais utilizados são relativamente leves, contribuindo para que o peso próprio da viga não aumente de maneira significativa. Os equipamentos necessários também apresentam leveza e são de fácil utilização, simplificando a execução do reforço durante a obra. Além das vantagens já mencionadas, Soto (2013) destaca que o reforço pode ser executado sem a necessidade de descarregar parcial ou integralmente a estrutura. Essa característica representa uma vantagem significativa, simplificando o processo e possibilitando uma intervenção mais eficiente e conveniente. Adicionalmente, ressalta-se a facilidade de realizar inspeções, re-protensão ou substituição dos cabos, se necessário, conferindo flexibilidade e simplificando a manutenção do sistema de reforço.

A disposição dos cabos pode variar de acordo com os objetivos e a finalidade da estrutura, permitindo a utilização de cabos retos ou com diferentes ângulos, com o auxílio de desviadores, conforme mencionado anteriormente. Adicionalmente, é viável ancorar os cabos em pilares, vigas de apoio e até mesmo em lajes (Soto, 2013). Na Figura 3 apresenta-se um exemplo de alguns tipos de disposição de cabos:

Figura 3 – Geometria dos cabos de protensão



(fonte: Almeida, 2001)

Apesar da ampla utilização e eficácia do reforço, Daly (1998) destaca alguns aspectos críticos que merecem atenção. Uma consideração essencial é a avaliação do estado de tensão do concreto, pois, em casos de baixa resistência ou elevada deterioração, há o risco de ruptura do concreto sem que os cabos atinjam o escoamento. Em termos simples, a protensão pode reduzir a ductilidade das vigas. Adicionalmente, a execução do reforço não é uma tarefa trivial, e demanda mão de obra especializada. Outro ponto a ser ponderado é que os cabos ficam expostos, aumentando a suscetibilidade à corrosão, impactos ou danos causados por incêndios. Em situações em que ocorre uma ruptura em um único ponto, todo o cabo pode ser comprometido, afetando o comprimento total ou o reforço como um todo.

3.1.2 Aumento de seção transversal

O reforço em vigas por meio do aumento da seção transversal representa uma técnica consolidada, sendo um dos métodos mais antigos e amplamente adotados no Brasil, conforme destacado por Ripper e Souza (1998). Sua principal vantagem é referente ao baixo custo dos materiais empregados (concreto e aço), aliada à tradição associada a essa abordagem. A

metodologia consiste no aumento da capacidade resistente por meio da expansão da seção transversal mediante a adição de concreto ou argamassa de alto desempenho, com ou sem o uso de armaduras, sendo aplicada quando há deficiência na capacidade de carga na região tracionada da viga. De acordo com Cánovas (1988), o reforço por aumento da seção transversal pode proporcionar resultados superiores em comparação com outros métodos, desde que seja executado de maneira apropriada. Embora não exista uma norma específica para essa técnica, ao considerar o elemento estrutural como totalmente descarregado, é possível calcular seu reforço por meio dos procedimentos convencionais de concreto armado (Ripper; Souza, 1998). Atualmente, a prática mais comum é a adesão às diretrizes da norma de projetos de estruturas, NBR 6118 (ABNT, 2023).

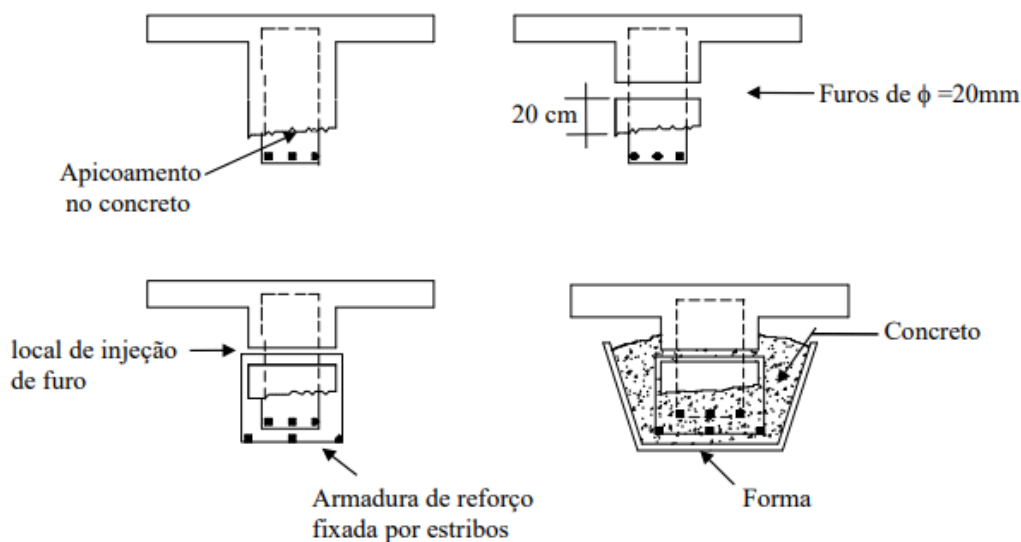
Segundo Piancastelli (1997), a garantia da qualidade do reforço está intrinsecamente ligada à aderência entre o concreto de reforço e o concreto do elemento estrutural. A eficácia do processo depende do fato que esses materiais trabalham em conjunto, assegurando a transferência efetiva de tensões e deformações na junção entre eles, o que é fundamental para que a seção de ligação seja capaz de absorver as tensões de deslizamento. Nesse contexto, um tratamento adequado das superfícies torna-se crucial. De acordo com Ripper e Souza (1998), três opções são comumente empregadas para esse fim:

- a) apicoamento, limpeza a seco, aplicação de resina epóxi e concretagem;
- b) apicoamento, furação da peça para encaixe de novos estribos em forma de U invertido, limpeza e concretagem;
- c) combinação das duas soluções anteriores.

Ambos os processos implicam em custos, seja pelo investimento na resina epóxi ou nos gastos com mão de obra. Entretanto, a segunda opção apresenta a vantagem adicional de combater a fissuração resultante do cisalhamento. Já a terceira opção tende a ser a mais dispendiosa em termos financeiros (Ripper; Souza, 1998).

A Figura 4 ilustra um esquema do processo do reforço estrutural em viga por meio do aumento de seção transversal com adição de armadura.

Figura 4 – Reforço em viga com aumento de seção transversal e adição de armadura



(fonte: Cánovas, 1988)

Embora o método seja amplamente empregado, seu principal inconveniente é produzir seções finais com dimensões significativamente maiores que as iniciais, resultando na perda de área livre. Além disso, o aumento substancial no peso dos elementos interfere consideravelmente na distribuição dos esforços previstos no projeto. Um desafio adicional é que a peça só pode retomar a carga após o concreto atingir sua resistência de projeto, o que implica em um tempo de espera considerável (Reis, 1998). Assim como em qualquer método, é importante ponderar tanto as vantagens quanto as desvantagens, considerando quais aspectos são fundamentais para o reforço desejado, implicando numa decisão coerente para o contexto.

3.1.3 Polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC)

A aplicação de polímeros reforçados com fibras emerge como uma tecnologia inovadora para reforço estrutural em vigas, visando substituir o método convencional que utiliza chapas de aço aderidas com resina epóxi, conforme será abordado detalhadamente no capítulo 3.1.4. Embora a técnica tradicional de reforço com chapas de aço seja amplamente adotada e eficaz, ela enfrenta desafios significativos relacionados ao peso dos equipamentos e da própria chapa. Além disso, apresenta notáveis problemas como suscetibilidade à corrosão e resistência limitada ao fogo (Beber, 2003).

Por definição, um compósito é uma combinação de dois ou mais elementos distintos, sendo um deles a matriz polimérica e o outro as fibras. O método consiste em unir um material fibroso de alta resistência à tração e alto módulo de elasticidade a um material com baixo módulo e baixa resistência (Beber, 2003). Conforme destacado por Hollaway e Leeming (1999), a matriz desempenha o papel crucial de unir as fibras e, principalmente, assegurar a transmissão completa das tensões para estas, seja por adesão ou atrito. As fibras, por sua vez, têm a função de absorver praticamente todo o carregamento, manter-se estáveis e preservar suas propriedades ao longo do processo. Schwartz (1984) ressalta ainda que o ideal é que os materiais sejam quimicamente distintos e insolúveis entre si. Segundo Hollaway e Leeming (1999), as fibras podem ser configuradas de três maneiras distintas:

- a) Unidirecional: todas as fibras são alinhadas em uma única direção;
- b) Bidirecional: as fibras estão alinhadas em direções perpendiculares entre si;
- c) Aleatória: as fibras são distribuídas aleatoriamente em várias direções.

Essas configurações proporcionam diferentes características mecânicas ao compósito, adequando-se a diferentes demandas de aplicação e otimizando o desempenho do material compósito em variados contextos. De acordo com Beber (2003), os polímeros reforçados podem ainda ser classificados em fios, mantas, tecidos e laminados. De forma usual, o mais utilizado no reforço de vigas à flexão é a configuração em manta, onde as fibras são posicionadas em feixes contínuos e paralelos, de forma unidirecional, posicionados sobre uma camada de resina de pré-impregnação.

Conforme apontado por Beber (2003), os polímeros reforçados com fibras de carbono surgem como a escolha mais adequada para o reforço em vigas de concreto armado, destacando-se pelo elevado desempenho mecânico resultante do alinhamento dos átomos de carbono ao longo da manta. As fibras de carbono, além disso, apresentam um módulo de elasticidade superior ao do aço, assegurando que o reforço seja plenamente utilizado antes do rompimento do aço. O autor traz ainda que aproximadamente 2 kg do material polimérico poderiam substituir até 47 kg de chapas de aço em termos de resistência. Conforme observado por Taylor (1994), a fibra de carbono é um material altamente promissor, principalmente pela força das ligações carbono-carbono e pela leveza dos átomos de carbono. Essas características tornam a fibra de carbono uma opção tecnologicamente avançada e eficaz.

Sendo a abordagem semelhante à das chapas de aço, os polímeros atraem a atenção devido à sua notável relação entre resistência e peso próprio. A resistência de projeto do material é aproximadamente cinco vezes superior à do aço, e a leveza dos polímeros facilita o manuseio, além de minimizar o aumento de carga nas fundações. As alterações nas dimensões das seções reforçadas são praticamente insignificantes, como é possível ver na Figura 5. Além disso, ao optar pelo reforço com mantas de fibra, elimina-se a preocupação com a corrosão, problema visto em chapas de aço. Adicionalmente, as resinas utilizadas demonstram alta durabilidade (Beber, 2000).

Figura 5 – Reforço estrutural em viga com fibra de carbono



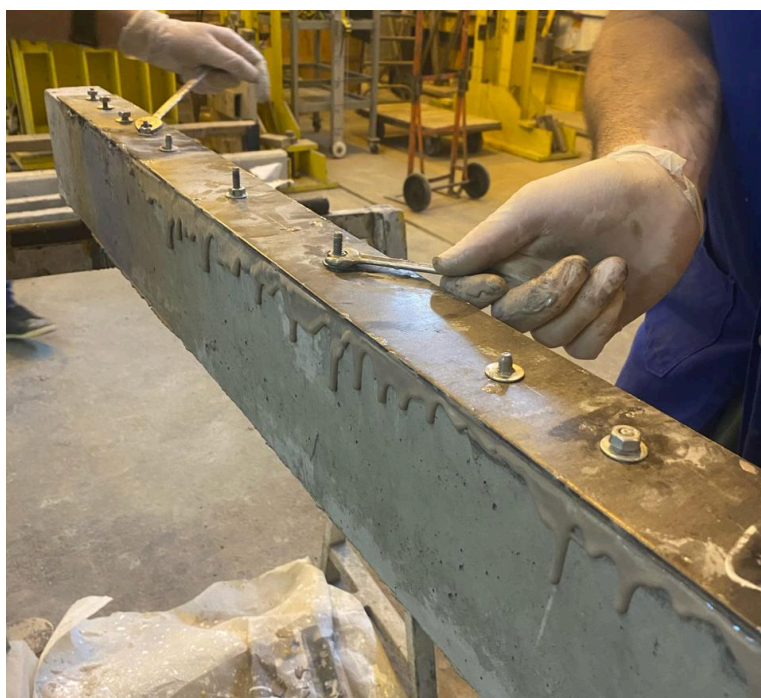
(fonte: Velame Engenharia, 2024)

Como todo o reforço estrutural, os polímeros reforçados com fibras de carbono trazem consigo desafios inerentes, sendo a principal delas referente ao custo elevado do material, podendo custar até quatro vezes mais que o aço por m^2 . Além disso, o reforço fica exposto, tornando-se vulnerável a fatores como intempéries, fogo e atos de vandalismo (Dalazen, 2021). Outro problema é que os materiais são bastante sensíveis à concentração de tensões, de forma que é recomendado evitar quinias e superfícies pontiagudas, pois podem levar a ruptura frágil do reforço (Edwards, 1998).

3.1.4 Chapas de Aço

A técnica de reforço estrutural em vigas por meio da adição de chapas de aço coladas com resina epóxi é uma das abordagens mais antigas e utilizadas no Brasil. Esta metodologia ganhou uma grande popularidade devido à sua execução rápida e fácil, sendo especialmente útil em cenários onde não é possível realizar alterações na geometria da viga ou quando a rapidez na intervenção é um ponto essencial (Ripper; Souza, 1998). Conforme destacado por Cánovas (1988), o método de reforço estrutural através da aplicação de chapas metálicas surge como uma inovação promissora para enfrentar os desafios associados a essa necessidade. Essa abordagem oferece uma solução conveniente e eficaz, além de ser uma opção bastante atrativa economicamente. Outro ponto positivo do uso desse reforço reside no fato de que o peso das chapas é relativamente baixo, de modo que não compromete de maneira significativa a distribuição dos esforços previamente estabelecidos no projeto. O processo consiste basicamente na aplicação das chapas de aço na região tracionada da viga. Em outras palavras, as chapas são fixadas na face inferior quando há um momento fletor positivo, e na face superior quando o momento fletor é negativo. Existe ainda, a possibilidade de adicionar chapas na região comprimida da viga, contribuindo na resistência do concreto à compressão. Abaixo, a Figura 6 ilustra um exemplo desta técnica.

Figura 6 – Viga com chapa de aço colada com resina epóxi e chumbadores



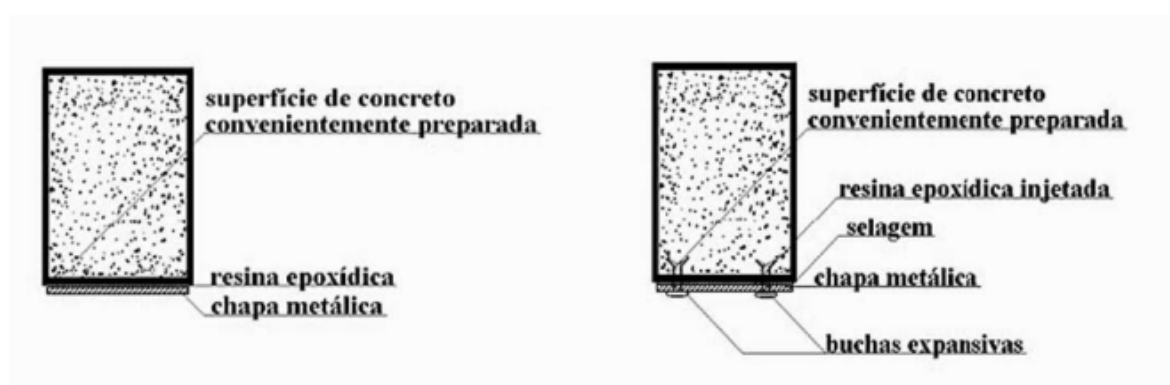
(fonte: Imagem da autora)

Segundo Campagnolo, Campos Filho e Silva Filho (1993), a eficácia do processo de reforço está intrinsecamente ligada à qualidade do adesivo utilizado. Embora tanto as resinas epóxi, quanto as de poliéster possam ser empregadas, as resinas epóxi têm ganhado maior destaque devido às suas propriedades mecânicas excepcionais, como: alta resistência, comportamento notável frente a agentes químicos, rápida obtenção de resistência e excelente aderência entre o aço e o concreto. Essa interação culmina na formação de um elemento estrutural composto por concreto-resina-aço, que possui uma maior resistência aos esforços solicitantes, maior rigidez e, conseqüentemente, deformação muito baixa antes do colapso (Santos, 2008). Silveira (1997) destaca ainda outros motivos preponderantes para a preferência da resina epóxi, que além da sua notável resistência à compressão e à tração, possui coeficiente de dilatação muito próximo ao do concreto e do aço. Além disso, o material não apresenta retração, prevenindo a formação de fissuras. Conforme Cánovas (1988), a resina epóxi estabelece uma adesão tão elevada entre o aço e o concreto que, em casos raros de falha de aderência, a origem provavelmente está relacionada a deficiências na execução do reforço. Apesar da aparente simplicidade da técnica, Cánovas (1988) ressalta a importância crítica de garantir uma aderência adequada, assegurando que as tensões previstas continuem a ser distribuídas eficientemente.

Outro aspecto crucial para garantir uma boa aderência no reforço é a preparação adequada da superfície de concreto para receber a chapa de aço. Souza e Ripper (1998) afirmam que a rugosidade é fundamental para favorecer a aderência química entre as partes. Enquanto uma superfície excessivamente rugosa pode complicar a aplicação da resina, podendo gerar bolhas de ar, uma superfície excessivamente lisa pode ocasionar problemas de compatibilidade entre o concreto e o aço. Conforme destaca Silveira (1997), a recomendação ideal é que a superfície seja uniformemente rugosa, com aspereza obtida por meio de jatos de areia. Na ausência dessa opção, é possível recorrer a uma aplicação cuidadosa de um martelo de agulhas. Após o apicoamento, a superfície de concreto deve passar por jatos de ar comprimido, assegurando uma região limpa e seca para a aplicação da chapa de aço. Cánovas (1988) ressalta ainda outro ponto a ser observado: a planeidade das superfícies destinadas a receber a chapa de aço. Irregularidades nessas superfícies podem impactar a resistência ao cisalhamento da união, a fluidez da resina e ainda afetar o consumo do material.

Em relação às chapas de aço, a regulamentação mais adotada é o *Bulletin d'Information* n.162 (1983) do *Comite Euro-Internacional Du Béton* (CEB), uma vez que o Brasil não dispõe de uma norma específica sobre o assunto. O CEB recomenda que a espessura das chapas não ultrapasse 3 mm, a menos que sejam empregados dispositivos de ancoragem, como chumbadores, para evitar o desprendimento da chapa. A Figura 7 exemplifica um reforço utilizando apenas colagem e um reforço com a presença de chumbadores. Mesmo com a utilização desses dispositivos, não é aconselhável que as chapas tenham espessura absoluta superior a 10 mm. Conforme destacado por Cánovas (1988), chapas com seções superiores a 3 mm apresentam resistência elevada, de modo que, antes que ocorra o esgotamento do aço, a falha pode decorrer da ruptura à tração no concreto ou por colapso da aderência. O CEB (1983) acrescenta que, no caso da utilização de chapas para reforço à flexão, é recomendável prever uma largura ligeiramente menor que a largura da viga, cobrindo as extremidades com adesivo para evitar a penetração de água. Se o comprimento de ancoragem necessário exceder o espaço disponível, será necessário o encamisamento do pilar junto à viga com chapas soldadas, ou a utilização de estribos pré-tracionados nas extremidades. Rodrigues (1994), sugere que a relação largura/espessura da chapa deve estar dentro dos limites de 40 a 60, pois coeficientes inferiores a 40 podem causar tensões excessivas, resultando no levantamento das extremidades das chapas. Além disso, o *Bulletin d'Information* n.162 (1983) do CEB indica que o aumento de resistência não deve ser superior a 50% do valor inicial, de forma que o aumento considerável da espessura do reforço, ou da quantidade de chapas, não é uma solução adequada.

Figura 7 – Reforço em chapas metálicas, só com colagem (à esquerda) e com chumbamento (à direita)



(fonte: Ripper e Souza, 1998, p. 148)

É importante ressaltar que, embora o reforço com chapas de aço seja uma prática amplamente empregada e eficaz, essa metodologia não está isenta de problemas. De acordo com Reis (1998), um ponto a ser considerado é a limitação na detecção de fissuras na região da chapa, o que representa uma lacuna na capacidade de inspeção. Adicionalmente, as próprias chapas apresentam desvantagens notáveis, como um peso elevado, que dificulta sua manipulação no local da obra, além de restrições quanto ao comprimento disponível. Outra preocupação relevante diz respeito à baixa resistência do reforço ao fogo, uma vez que a resina epóxi, a partir dos 60°C, inicia o processo de amolecimento, aumentando o risco de descolagem da chapa. Portanto, é de extrema importância que o elemento seja revestido com argamassa ou gesso, a fim de assegurar uma maior segurança em situações de incêndio. Além disso, a propensão à corrosão é um desafio a ser enfrentado, de forma que é imprescindível a aplicação de métodos preventivos, como pinturas anticorrosivas, e de manutenção, garantindo uma maior durabilidade e minimizando os efeitos adversos. Como mencionado anteriormente, a execução inadequada do processo de reforço pode resultar no deslocamento das chapas (Beber, 2003). Portanto, é importante adotar uma abordagem criteriosa na aplicação do reforço com chapas de aço, considerando não apenas os benefícios evidentes, mas também os desafios inerentes.

Conforme já descrito, a técnica de chapas de aço coladas com resina epóxi é um método amplamente difundido e antigo no Brasil, sendo esta, uma das soluções mais utilizadas pelos projetistas. Devido a sua popularidade, diversos pesquisadores analisaram seu comportamento e capacidade ao longo dos anos. Abaixo, serão apresentados alguns dos estudos realizados na área.

A pesquisa conduzida por Deghenhard (2013) analisou de maneira experimental a capacidade portante de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com chapas de aço do tipo SAE 1020 de diferentes espessuras, coladas com adesivo epóxi na face tracionada das vigas. O objetivo era avaliar como o reforço afetava a capacidade de carga das vigas. O estudo envolveu quatro grupos distintos, cada um composto por três vigas, exceto o primeiro grupo (grupo A), que serviu como testemunho. Os grupos subsequentes, identificados como B, C e D, receberam reforço com chapas de aço de diferentes espessuras, 0,75 mm, 1,50 mm e 2,25 mm, respectivamente. A primeira análise realizada, consistiu em carregar as vigas até atingirem o deslocamento vertical máximo permitido por norma, definido como $L/250$, onde L representa o vão livre da viga. A segunda análise envolveu o carregamento das vigas até o

ponto de ruptura, realizando a medição do deslocamento vertical nesse momento. Com base nos resultados obtidos nos ensaios, foi possível concluir a eficiência do reforço metálico em comparação com o grupo de controle (grupo A, sem reforço). Além disso, concluiu-se que o acréscimo na capacidade portante das vigas reforçadas foi condizente com o aumento da espessura da chapa de aço SAE 1020, sendo o aumento máximo de 29% para chapas de 2,25 mm, 24% para chapas de 1,50 mm e 16% para chapas de 0,75 mm.

No estudo realizado por Paliga *et al* (2019), foi realizado um estudo experimental analisando o incremento de capacidade portante em vigas de concreto armado reforçadas com chapas de aço coladas com resina epóxi. O estudo compreendeu a realização de ensaios de flexão em um conjunto de cinco vigas. Destas, uma atuou como testemunho, sem receber qualquer tipo de reforço, enquanto as outras quatro foram reforçadas com chapas de aço de duas espessuras distintas - 2,65 mm e 3,75 mm. Além disso, em duas das quatro vigas, a chapa de aço foi fixada exclusivamente por adesivo epóxi, enquanto nas outras duas, além da colagem com adesivo epóxi, a chapa de aço foi ancorada com chumbadores em suas extremidades. Com base nos resultados experimentais, notou-se que as vigas reforçadas apresentaram uma melhoria significativa na resistência em comparação com a viga de referência. Especificamente, houve um aumento da capacidade de carga de 17,2% na viga de 2,65 mm sem ancoragem e de 16,1% na mesma viga com a utilização de chumbadores. Para as vigas com uma espessura de chapa de 3,75 mm, o aumento foi de 6,6% sem ancoragem e de 10% com ancoragem. Isso evidencia que a espessura da chapa influenciou diretamente o desempenho do reforço, especialmente ao ultrapassar o limite indicado de 3 mm, como no caso da chapa de 3,75 mm. Além disso, destaca-se a extrema importância dos chumbadores para melhorar a ancoragem nestes casos. No entanto, apesar desses aspectos, o aumento de resistência não atingiu a porcentagem prevista pela metodologia de cálculo, ressaltando a necessidade de uma preparação adequada da superfície de aplicação tanto da chapa quanto do concreto

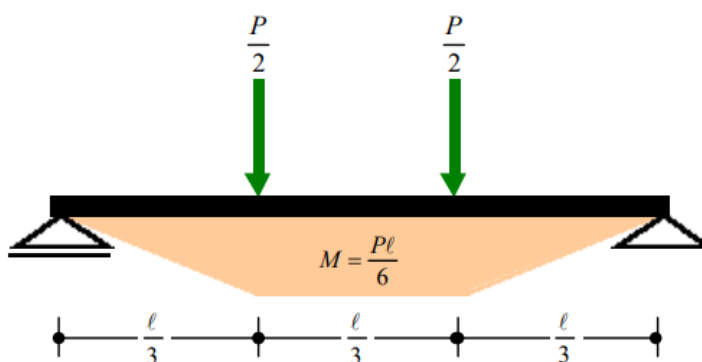
3.2 VERIFICAÇÃO DAS ARMADURAS

Com o propósito de comparações posteriores com os resultados computacionais obtidos pelo Método dos Elementos Finitos, será apresentada a metodologia de cálculo utilizada para determinar a capacidade de carga de maneira analítica. O método empregado baseia-se no trabalho de Beber (2003) e de Vares (2019), com algumas adaptações. Inicialmente, algumas considerações são necessárias:

- as seções transversais permanecem planas até a ruptura, conforme a hipótese de Bernoulli;
- o alongamento máximo de tração nas armaduras é 10‰;
- o encurtamento máximo do concreto é 3,5‰;
- a resistência do concreto à tração do concreto é desprezada;
- a aderência entre o aço e o concreto é considerada perfeita;
- a aderência entre a superfície de concreto e o reforço é considerada perfeita.

Para melhor avaliação do reforço, será adotada a análise de flexão simples, considerando duas cargas pontuais de igual intensidade aplicadas nos terços médios da viga. Isso garantirá que o momento fletor seja constante no vão central, conforme ilustrado na Figura 8. Além disso, devido à finalidade do trabalho em analisar resistências efetivas, os coeficientes de majoração de carga, minoração de resistência do aço e do concreto, e efeito Rush não serão considerados.

Figura 8 – Diagrama de momento fletor

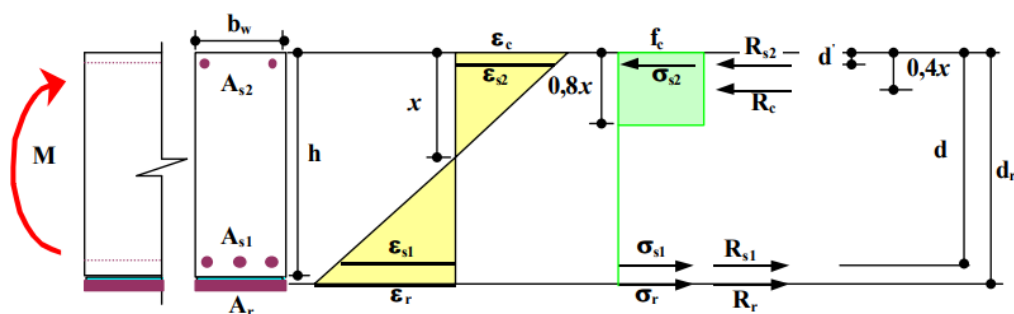


(fonte: Beber, 2003)

4.2.1 Verificação da linha neutra

Considerando o vão central com momento fletor constante, conforme mencionado anteriormente, o centro da viga é a região mais exigida em termos de momento fletor, permitindo se considerar a distribuição dos esforços conforme ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Tensões na seção transversal reforçada



(fonte: Beber, 2003)

Dessa maneira, pode-se calcular a posição da linha neutra considerando equilíbrio de forças na seção transversal, através do cálculo de x como mostrado na equação a seguir:

$$\sum Fx = 0 \Leftrightarrow R_{s2} + R_c = R_{s1} + R_r \quad (1)$$

$$\sigma_{s2} A_{s2} + 0,8 b_w f_c x = \sigma_{s1} A_{s1} + \sigma_r A_r \quad (2)$$

Sendo:

σ_{s2} - tensão na armadura longitudinal comprimida;

σ_{s1} - tensão na armadura longitudinal tracionada;

σ_r - tensão no reforço;

f_c - resistência média à compressão do concreto;

A_{s1} - área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada;

A_{s2} - área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida;

A_r - área da seção transversal do reforço;

x - altura da zona comprimida;

b_w - largura da viga.

Considera-se inicialmente que as tensões que atuam sobre os materiais são as máximas suportadas por eles. Isolando x da equação, se obtém a expressão para a linha neutra:

$$x = \frac{\sigma_{s1} A_{s1} + \sigma_r A_r - \sigma_{s2} A_{s2}}{0,8b_w f_c} \quad (3)$$

3.2.2 Domínio de deformação

Uma vez determinado o valor de x , é possível identificar o domínio de deformação no qual a viga se encontra. Se $x < x_{23}$, então a viga está no domínio 2; e se $x_{23} < x < x_{lim}$, a viga se encontra no domínio 3. Ainda caso $x_{lim} < x$, a viga está no domínio 4, indicando uma condição não recomendada pela norma, pois a eventual ruptura neste caso, ocorre de maneira frágil pelo esmagamento do concreto. Os valores de x_{23} e x_{lim} são definidos, de maneira geral, pelas equações 4 e 5, conforme estipulado pela NBR 6118 (ABNT, 2023).

$$x_{23} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + 10‰} \cdot d \quad (4)$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_y} \cdot d \quad (5)$$

Sendo:

ε_c - deformação específica no concreto - 3,5‰ para concretos do grupo I - f_{ck} inferior a 50 MPa.;

ε_y - deformação específica no aço;

d - distância do ponto de aplicação da resultante das tensões de tração na armadura longitudinal ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida

Baseando-se no modelo de cálculo adotado por Beber (2003) e pela NBR 6118 (ABNT, 2023), quando a viga se encontra no domínio 2, a deformação específica na armadura tracionada, ε_{s1} , é adotada como 10%. Já para as vigas nos domínios 3 e 4, toma-se o valor de deformação específica para o concreto, ε_c , de 3,5%. As deformações específicas no concreto ε_c , nas armaduras ε_{s1} e ε_{s2} , bem como no reforço ε_r , são calculadas pelas expressões de 6 a 9 a seguir:

$$\varepsilon_c = \left(\frac{x}{d-x} \right) \varepsilon_{s1} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{s2} = \left(\frac{x-d'}{d-x} \right) \varepsilon_{s1} \quad (7)$$

$$\varepsilon_r = \left(\frac{d_r-x}{d-x} \right) \varepsilon_{s1} \quad (8)$$

$$\varepsilon_{s1} = \left(\frac{d-x}{x} \right) \varepsilon_c \quad (9)$$

Sendo:

ε_{s1} - deformação específica na armadura longitudinal tracionada;

ε_{s2} - deformação específica na armadura longitudinal comprimida;

ε_r - deformação específica no reforço;

ε_c - deformação específica no concreto;

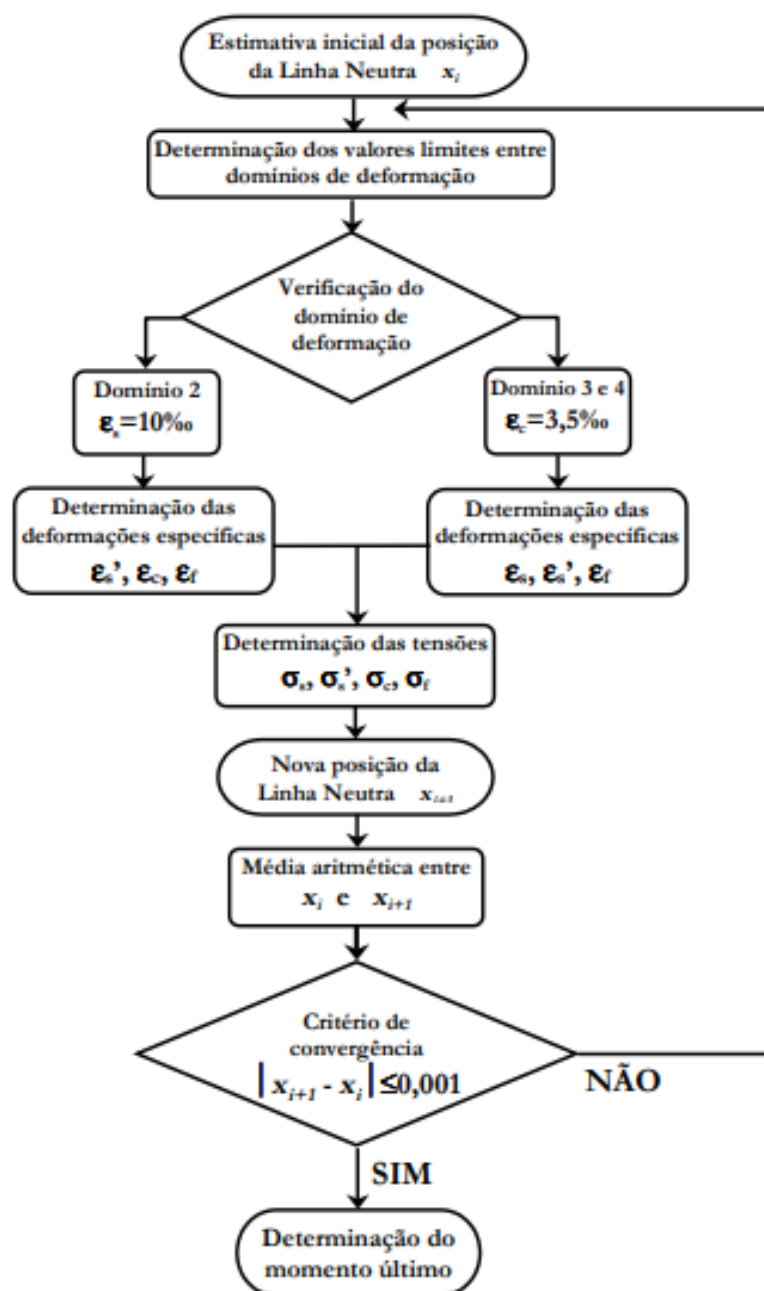
d - distância do ponto de aplicação da resultante das tensões de tração na armadura longitudinal ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida;

d' - distância do ponto de aplicação da resultante das tensões de compressão na armadura longitudinal ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida;

d_r - distância do ponto de aplicação da resultante das tensões de tração no reforço ao ponto de maior encurtamento da seção transversal fletida.

Com base nos resultados das deformações específicas e nos diagramas tensão-deformação de cada um dos materiais envolvidos, é possível determinar as tensões a que estão sendo submetidos. Calcula-se então um novo valor de x , e utilizando a média aritmética entre este novo valor e o valor anterior, determinam-se os valores das deformações específicas. Calculadas as deformações, é possível dar continuidade e calcular as tensões nos materiais. Esse processo iterativo é repetido até que a convergência seja alcançada. O processo de cálculo pode ser melhor visualizado na Figura 10 abaixo produzida por Beber (2003).

Figura 10 – Fluxograma processo iterativo



(fonte: Beber, 2003)

3.2.3 Momento último e carga última

Concluída a etapa anterior para determinar a posição da linha neutra, passa-se a verificação do momento último, M_u , suportado pela seção transversal. Este momento é obtido pelo equilíbrio de forças na seção transversal, ilustrada na Figura 9, e é expressado pela seguinte equação:

$$M_u = \sigma_{s1} A_{s1} d + \sigma_r A_r d_r - 0,32 b_w f_c x^2 - \sigma_{s2} A_{s2} d' \quad (10)$$

Considerando o diagrama de momento fletor gerado pelo carregamento de duas cargas pontuais, de igual magnitude, nos terços médios da viga, é possível determinar a carga máxima suportada pela viga, conhecida como carga última, por meio da seguinte expressão:

$$P_u = \frac{6M_u}{l} \quad (11)$$

Sendo:

P_u - carga última;

M_u - momento último;

l - vão livre da viga.

O valor P_u representa a carga de ruptura da seção transversal em análise, e é obtido mediante a consideração dos valores das propriedades dos materiais utilizados, sem a aplicação de quaisquer coeficientes de segurança.

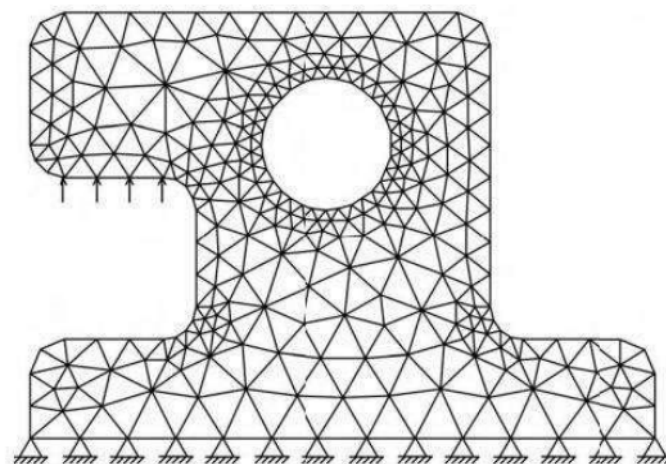
4 MODELO COMPUTACIONAL

Neste estudo, a análise computacional foi realizada utilizando o *software* ANSYS, um programa de simulação de engenharia amplamente utilizado. Este programa emprega o Método dos Elementos Finitos (MEF) como base de cálculo. A seguir, será apresentada uma introdução ao Método dos Elementos Finitos e ao *software* ANSYS, bem como os modelos específicos adotados para a realização das análises neste trabalho.

4.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Muitos problemas na engenharia encontram sua formulação em termos de equações diferenciais parciais. A resolução analítica dessas equações, através dos métodos tradicionais, frequentemente se revela trabalhosa, extensa e, em muitos casos, inviável sem o suporte computacional. O incremento da complexidade das estruturas, em conjunto com os avanços tecnológicos, desempenhou um papel relevante na concepção de uma abordagem conhecida como Método dos Elementos Finitos (MEF). A ideia principal deste método reside na concepção do elemento global como uma composição de elementos finitos, onde cada um deles representa uma estrutura simplificada. A premissa subjacente é que os pontos em comum, denominados nós, apresentem deslocamentos compatíveis, e que as forças internas do elemento como um todo estejam em equilíbrio (Tavares, 1998). Ainda segundo o autor, uma das vantagens do MEF é sua capacidade de analisar estruturas bidimensionais e tridimensionais, constituídas por uma variedade de materiais e apresentando superfícies irregulares. De acordo com Chiquesi e Pegoretti (2020), o MEF, cuja formulação mais comumente empregada deriva do método das diferenças finitas de Rayleigh-Ritz, datado da década de 1960, divide o contínuo em um número finito de pequenas regiões conhecidas, que normalmente assumem a forma de triângulos ou quadriláteros, conforme ilustrado na Figura 11 abaixo. Essas subdivisões podem ser ajustadas em termos de tamanho, de modo que o grau de discretização seja diretamente proporcional à precisão desejada nos resultados.

Figura 11 – Exemplo de estrutura discretizada



(fonte: Chiquesi e Pegoretti, 2020)

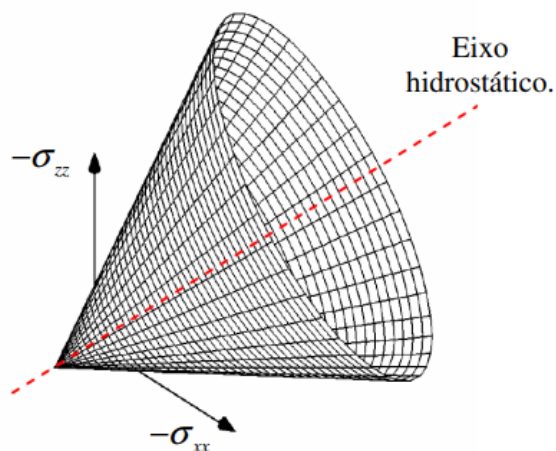
4.2 SOFTWARE ANSYS

Um dos *softwares* mais comumente utilizados em análises por elementos finitos é o ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*). Ele oferece a capacidade de realizar análises estáticas e dinâmicas, tanto de sólidos quanto de fluidos, em materiais que podem exibir comportamento elástico, plástico, viscoso ou uma combinação desses comportamentos. Pelos motivos citados, este trabalho utilizará o *software* ANSYS para conduzir as análises, e será empregado na versão 2024 R1 para estudantes. Ele disponibiliza ao usuário a capacidade de interagir por meio de duas interfaces distintas: o sistema APDL (*ANSYS Parametric Design Language*) e o sistema *Workbench*. Neste estudo optou-se por trabalhar com o sistema APDL devido à sua riqueza de recursos em termos de programação do modelo.

4.2.1 Modelo do concreto

Para modelar o comportamento do concreto, foi escolhido o modelo *Drucker-Prager Concrete (DP-Concrete)* disponibilizado pelo ANSYS. Essa escolha foi feita devido à sua flexibilidade, que permite uma representação mais precisa das vigas, especialmente por ser compatível com o modelo de armadura incorporada. No espaço tridimensional das tensões principais, a superfície de Drucker-Prager assume a forma de um cone regular, com o vértice posicionado sobre o eixo hidrostático, como ilustrado na Figura 12, onde $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ (Dutra, 2012).

Figura 12 – Critério de Drucker-Prager



(fonte: Dutra, 2012)

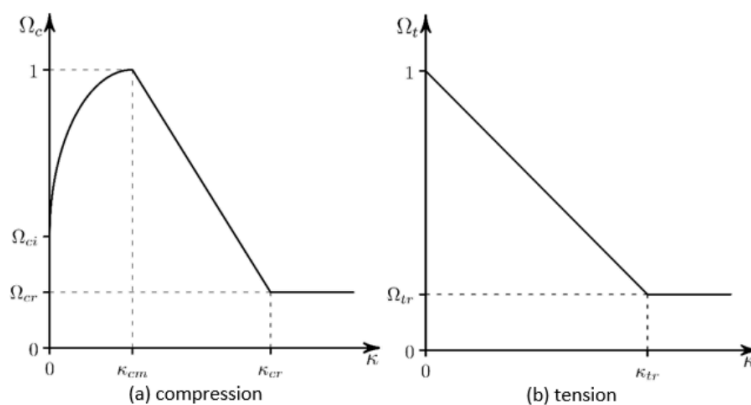
O modelo adota duas superfícies distintas: uma superfície de Rankine ou uma superfície de Drucker-Prager para o comportamento em tração, e outra superfície de Drucker-Prager, distinta da anterior, para o comportamento em compressão. A utilização de duas superfícies Drucker-Prager (DP-DP) é mais apropriada numericamente, devido às aproximações que o ANSYS emprega nas superfícies de Rankine. Este modelo foi utilizado por Benincá (2019), Ceron (2021), Kraeski (2023) e Ditadi (2024), apresentando uma boa representação do comportamento do material à flexão.

Além disso, é necessário que alguns parâmetros de entrada sejam definidos para o modelo *DP-Concrete*. Esses incluem: o módulo de elasticidade (E), o coeficiente de Poisson (ν), as resistências à compressão uniaxial (f_{cm}), à compressão biaxial (f_{c2m}) e à tração uniaxial (f_{ctm}), além dos fatores de dilatância à compressão (δ_c) e à tração (δ_t).

O modelo DP-Concrete caracteriza o material como elástico linear até o ponto de início da plastificação. Após essa fase, emprega-se o modelo HSD (*hardening, softening, dilatation*) para descrever o comportamento do material. O ANSYS oferece quatro variantes de modelos HSD: *exponential, steel reinforcement, fracture energy e linear*. Caso nenhum desses modelos seja selecionado, o ANSYS assume um comportamento elastoplástico perfeito, onde a tensão efetiva no ponto de plastificação permanece constante com o aumento da deformação plástica, e a superfície de plastificação permanece estática (Benincá, 2019). Neste estudo, adotou-se o modelo HSD *Linear* (Figura 13), exigindo a definição dos seguintes parâmetros: deformação plástica máxima em tração (κ_{tr}), deformação plástica máxima em compressão (κ_{cr}),

deformação plástica máxima na tensão máxima (κ_{cm}), tensão relativa no início da plastificação em compressão (Ω_{ci}), tensão relativa para deformações plásticas acima de κ_{cr} (Ω_{cr}) e tensão relativa para deformações plásticas acima de κ_{tr} (Ω_{tr}).

Figura 13 – Modelo HSD *Linear*



(fonte: Ceron, 2021)

Os parâmetros mencionados anteriormente podem ser ajustados conforme as exigências específicas, visando aprimorar a representação do comportamento em análise. Os valores empregados por Benincá (2019), Ceron (2021), Kraeski (2023) e Ditadi (2024) estão detalhados no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 – Parâmetros *DP-Concrete* e *HSD-Linear*

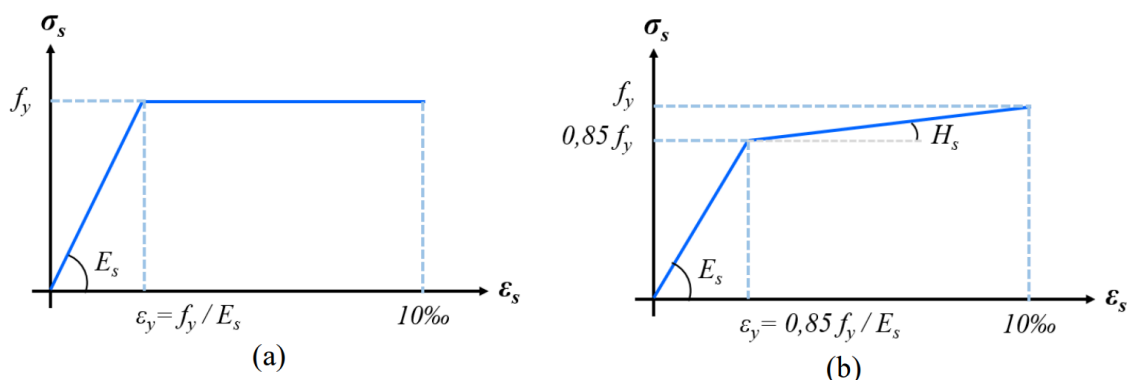
Parâmetros <i>DP-Concrete</i>	Benincá (2019), Kraeski (2023) e Ditadi (2024)	Ceron (2021)
δ_c	1	0,6
δ_t	1	0,55
Parâmetros <i>HSD-Linear</i>	Benincá (2019), Kraeski (2023) e Ditadi (2024)	Ceron (2021)
Ω_{ci}	0,4	0,65
Ω_{cr}	0,65	0,8
Ω_{tr}	0,02	0,02
kcm	$0,0021-R_c/E$	$0,7*(R_c)^{(0,31)}/1000-R_c/E$
kcr	$0,0035-\Omega_{cr}*R_c/E$	$0,0035-\Omega_{cr}*R_c/E$
ktr	0,001	0,001

(fonte: elaborado pela autora)

4.2.2 Modelo do aço

O modelo escolhido para representar o comportamento do aço das armaduras e da chapa foi o *Bilinear Isotropic Hardening* (BISO), disponível na biblioteca do ANSYS. Neste modelo, a relação tensão-deformação do material é ilustrada por duas retas em um gráfico de tensão versus deformação. A primeira reta representa a fase inicial de deformação elástica do material, onde a deformação é diretamente proporcional à tensão aplicada. A segunda reta é referente à fase de endurecimento, na qual o material começa a se deformar plasticamente e a tensão necessária para manter a deformação aumenta com o acréscimo da deformação plástica acumulada. O comportamento do aço pode ser modelado como elastoplástico perfeito ou com endurecimento elastoplástico, como mostrado na Figura 14. Além disso, para empregar este modelo é necessário especificar os valores do módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, módulo de elasticidade tangencial (H_s) e tensão de escoamento (f_y) (Ceron, 2021).

Figura 14 – Modelo elastoplástico (a) perfeito e (b) com endurecimento linear

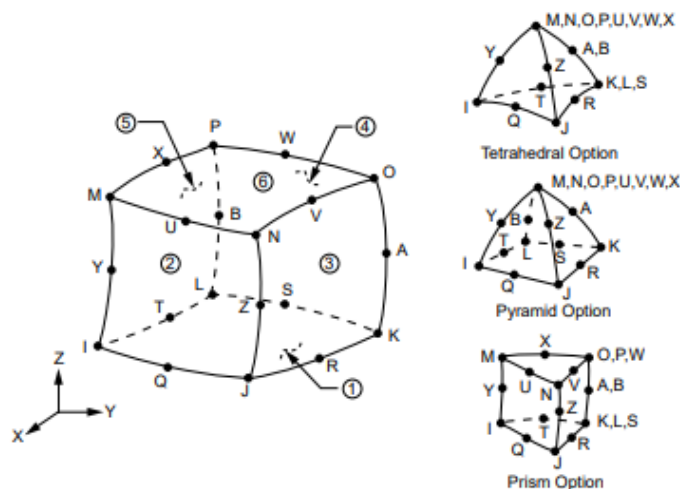


(fonte: Lazzari, 2016)

4.2.3 Elementos Finitos utilizados

Para simulação das vigas de concreto armado, foi utilizado o elemento SOLID186 para representar o concreto. Este elemento é um sólido tridimensional composto por 20 nós, com cada nó possuindo três graus de liberdade, com translação nas direções x, y e z. O SOLID186 possui comportamento de deslocamento quadrático, o que o torna adequado para modelar malhas irregulares e acomodar orientações espaciais arbitrárias. Sua geometria permite a formação de elementos em forma de prisma, tetraedro e pirâmide, utilizando a mesma numeração de nós, como apresentado na Figura 15. No entanto, é importante certos cuidados ao usar este elemento, pois tensões superficiais inadequadas podem surgir nas faces, devido à interação complexa entre os nós do elemento e as condições de contorno aplicadas (Ceron, 2021). Por esse motivo, o SOLID186 será empregado no formato hexaédrico. Além disso, a escolha do elemento se deu, especialmente, por sua compatibilidade com o modelo de armadura incorporada, representada pelo elemento REINF264.

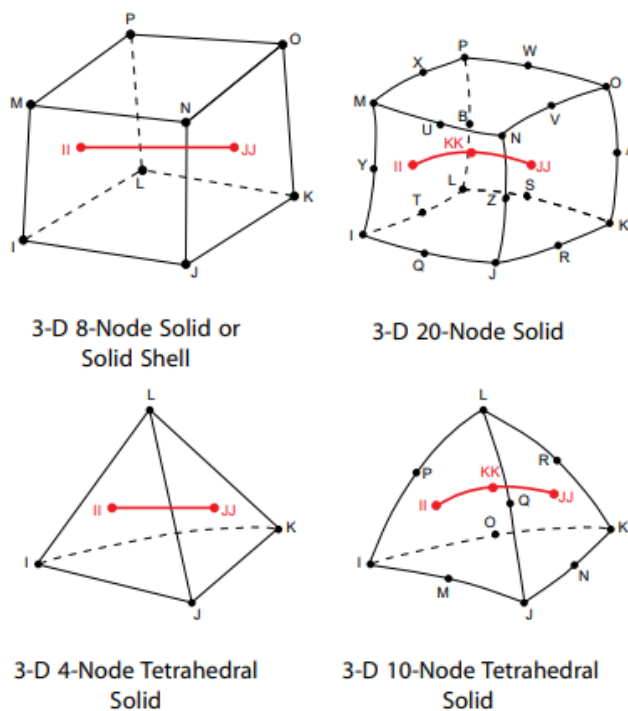
Figura 15 – Elemento finito SOLID186



(fonte: ANSYS, 2023)

Para representar o aço, foi empregado o elemento finito REINF264. Este é classificado como um elemento de reforço, o que significa que ele é projetado para ser usado em conjunto com um elemento base, como vigas (elementos de linha), cascas (elementos de superfície) ou sólidos (elementos de volume), como pode ser visualizado na Figura 16. A localização dos nós e os graus de liberdade do REINF264 são idênticos aos do elemento base, garantindo uma integração perfeita entre os dois. Este elemento permite a modelagem de fibras de reforço que atuam apenas sob esforços axiais, simulando efetivamente o comportamento do aço sob carga. Como citado anteriormente, ele atua no modelo de armadura incorporada, de maneira que ele não permite movimento relativo à base. Em outras palavras, é considerado que o reforço está perfeitamente aderido ao elemento base. Além disso, o elemento REINF264 possui capacidades de plasticidade, rigidez ao estresse, fluência, grande deflexão e grande deformação (ANSYS, 2023).

Figura 16 – Elemento finito REINF164



(fonte: ANSYS, 2023)

Além dos elementos mencionados, o elemento MESH200 foi empregado para facilitar a geração de malhas e a modelagem de reforços, embora não tenha impacto direto na solução do problema em si. Em outras palavras, esse elemento é principalmente utilizado para representar estruturas que não influenciam diretamente os resultados finais da simulação, como armaduras incorporadas, desempenhando o papel de definir as posições onde os elementos de reforço serão adicionados. Uma das razões para a escolha do MESH200 é sua capacidade de permitir que os nós do aço e do concreto não precisem ser coincidentes, simplificando assim o processo de modelagem e análise (Benincá, 2019). Para tal, recorre-se ao *Mesh-independent Model*, composto pelas seguintes etapas:

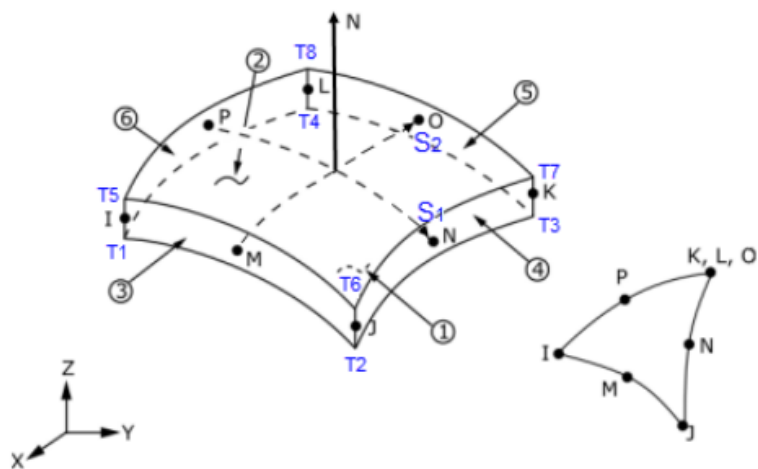
- criação de elementos base: criação dos elementos SOLID186, que servirão como base para o reforço.
- criação de elementos MESH200: desenho de linhas nas posições correspondentes às barras de aço. Em seguida, criação de malhas com elementos MESH200 ao longo dessas linhas, definindo também as seções transversais e materiais das barras.

- c) seleção dos elementos: para criar o reforço, é necessário selecionar tanto os elementos base quanto os elementos MESH200.
- d) geração do reforço: utilizando o comando "ereinf", os elementos de reforço são criados. O Ansys identifica automaticamente onde os elementos MESH200 cruzam os elementos base e, então, cria elementos REINF264 nessas posições.
- e) inspeção dos elementos criados: por fim, é fundamental verificar se os elementos foram gerados conforme o esperado, garantindo a integridade e eficácia do reforço.

Para representar os apoios na modelagem, foi escolhido o elemento SOLID185. Este é um elemento tridimensional composto por oito nós, permitindo três graus de liberdade para cada nó, ou seja, permite deslocamento nas direções X, Y e Z, sendo uma versão menos aprimorada do SOLID186 (Ceron, 2021). A escolha por esse tipo de elemento mais simples se deu pois sua finalidade é exclusivamente dissipar reações concentradas, não sendo destinado à análise dos resultados na região em questão.

Com o objetivo de simular a chapa de aço para o reforço, foi selecionado o elemento finito SHELL281, sendo este adequado para a análise de estruturas de casca de espessura fina a moderada. Este elemento possui oito nós, cada um com até seis graus de liberdade: translações nos eixos x, y e z, e rotações em torno dos eixos x, y e z, como ilustrado na Figura 17. A adoção de diferentes números de graus de liberdade por nós depende da rigidez desejada para a placa adotada. O elemento admite várias camadas, além de diversas formas de seção transversal. O usuário deve definir, por meio dos comandos SECTYPE e SECDATA, a espessura de cada camada, o material, a orientação da seção e o número de pontos de integração na orientação do sistema de coordenadas. A expansão da espessura, a partir dos nós do elemento de casca, é especificada pelo comando SECOFFSET. Adicionalmente, o comando SECONTROLS permite, se necessário, substituir propriedades padrões como a rigidez de corte transversal e a rigidez associada à rotação no plano do elemento.

Figura 17 – Elemento finito SHELL281



(fonte: ANSYS, 2023)

Para fins de simplificação, não foram adotados elementos finitos de contato entre a viga e a chapa para simular a resina epóxi, sendo considerada uma aderência perfeita entre ambas.

5 VALIDAÇÃO NUMÉRICA

Para validação do modelo computacional empregado na modelagem das vigas de concreto armado, foi realizado um estudo comparativo entre os resultados obtidos por meio de análises computacionais e estudos experimentais. O *script* utilizado foi desenvolvido com base no estudo de Ceron (2021), com o auxílio do trabalho realizado por Medeiros (2019). Os dados experimentais foram coletados a partir das vigas de concreto, testemunhos e reforçadas, confeccionadas durante a disciplina de Patologia e Instrumentação das Construções (ENG01160) no semestre 2023/2, bem como da pesquisa conduzida por Deghenhard (2013). A seguir, serão apresentadas as dimensões das vigas, as armaduras, os reforços e os critérios utilizados em cada caso, juntamente com os resultados alcançados.

5.1 VIGAS PATOLOGIA E INSTRUMENTAÇÃO DAS CONSTRUÇÕES

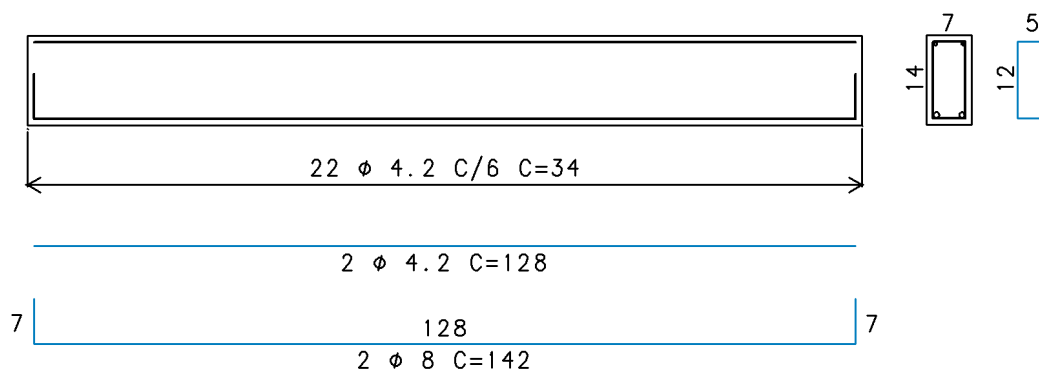
Na disciplina de Patologia e Instrumentação das Construções, foram confeccionadas duas vigas experimentais: uma viga de referência (testemunho) e uma viga reforçada com chapa de aço, colada com resina epóxi e fixada com parabolts. Ambas as vigas apresentavam dimensões de 7 cm de largura, 14 cm de altura e 130 cm de comprimento. No sistema de coordenadas utilizado no *software* ANSYS, a direção X corresponde ao comprimento da viga, a direção Y à altura e a direção Z à largura da seção transversal.

A resistência média à compressão do concreto foi determinada experimentalmente, resultando em um valor de 3,815 kN/cm². O cobrimento utilizado no ensaio foi de 1 cm. Para a modelagem no ANSYS, foi empregado um módulo de elasticidade (E_s) de 3.074,90 kN/cm², conforme a fórmula prescrita pela NBR 6118 (ABNT, 2023), e o coeficiente de Poisson foi adotado como 0,2. Além disso, foi utilizada uma malha de elementos finitos de 2,5 cm x 2,5 cm em ambas simulações.

As armaduras utilizadas nas vigas constituem em duas barras (CA-50) de 8 mm como armadura longitudinal na parte inferior, e duas barras (CA-60) de 4,2 mm como armadura longitudinal na parte superior. Estribos de 4,2 mm (CA-60) foram espaçados a cada 6 cm, totalizando 22 estribos ao longo do comprimento da viga. Na Figura 18 abaixo é possível visualizar o esquema das armaduras. De acordo com os ensaios realizados, as barras de aço CA-50 apresentam uma tensão de ruptura de 65 kN/cm², enquanto as barras de aço CA-60 apresentam uma tensão de ruptura de 62 kN/cm². Para a entrada de dados no ANSYS, o

módulo de elasticidade (E_s) foi adotado como 21.000 kN/cm^2 para todas as armaduras, e o coeficiente de Poisson foi definido como 0,3.

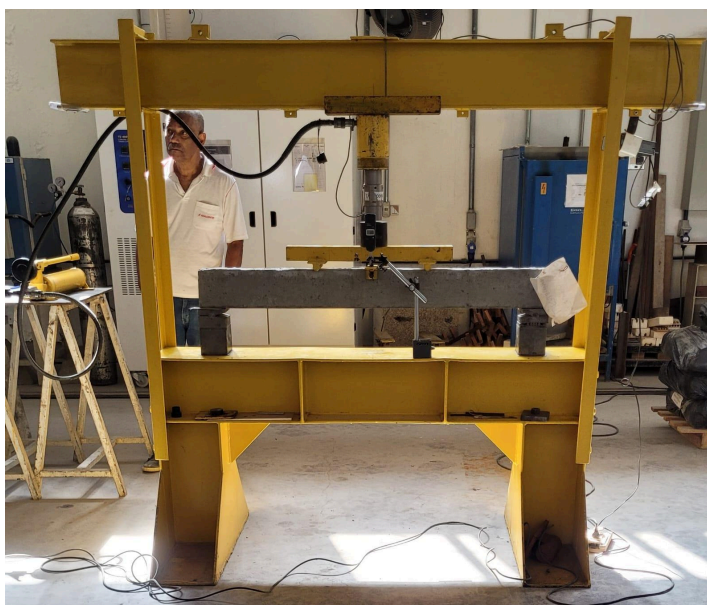
Figura 18 – Esquema gráfico de armaduras



(fonte: elaborada pela autora)

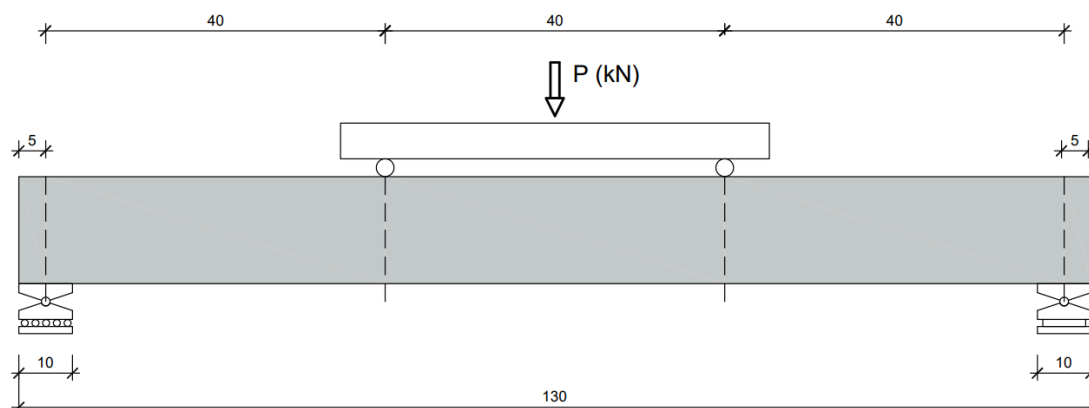
Tanto a viga testemunho como a reforçada foram submetidas a um ensaio de carga até a ruptura utilizando o pórtico e um macaco hidráulico, conforme ilustrado na Figura 19. As vigas foram posicionadas em uma configuração biapoada, com um apoio móvel em uma extremidade e um apoio fixo na outra. Os apoios possuem 10 cm de largura por 5 cm de altura. A carga foi aplicada em dois pontos equidistantes, localizados nos terços médios da viga, a fim de induzir flexão pura no trecho central. O esquema de aplicação de cargas está apresentado na Figura 20.

Figura 19 – Ensaio de ruptura utilizando macaco hidráulico



(fonte: imagem da autora)

Figura 20 – Esquema do ensaio de ruptura



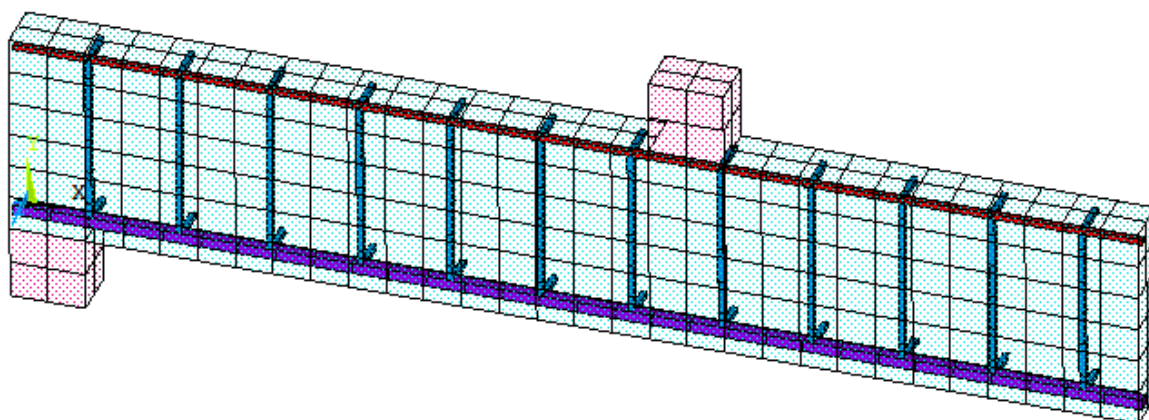
(fonte: elaborada pela autora)

Devido à simetria na geometria e no carregamento da viga, tanto na seção longitudinal quanto na transversal, foi modelado apenas um quarto da viga no ANSYS, a fim de simplificar e reduzir o tempo de processamento. As restrições de deslocamento aplicadas no modelo foram configuradas da seguinte maneira: na direção Y, restrições nos nós situados no centro do apoio esquerdo ($X = 5$ cm, $Y = -5$ cm); na direção X, restrições ao plano central da viga ($X = 75$ cm); e na direção Z, restrições ao longo do plano que atravessa o eixo da seção transversal ($Z = 0$ cm). A carga foi introduzida através de incrementos de deslocamento nos nós posicionados no centro da placa de apoio do lado esquerdo ($X = 45$ cm, $Y = 19$ cm), sendo utilizado um total de 200 incrementos (*substeps*) nas duas vigas.

5.1.1 Viga testemunho

A viga testemunho foi modelada no ANSYS seguindo os critérios previamente mencionados. Na Figura 21 abaixo, pode-se visualizar a representação da viga no *software*. Os parâmetros de entrada, incluindo deformações plásticas máximas em tração (κ_{tr}), compressão (κ_{cr}) e na tensão máxima (κ_{cm}), juntamente com as tensões relativas no início da plastificação em compressão (Ω_{ci}), para deformações plásticas acima de κ_{cr} (Ω_{cr}) e para deformações plásticas acima de κ_{tr} (Ω_{tr}), foram testados com base nos valores empregados por Ceron (2021) e Benincá (2019), sendo este último os mesmos utilizados por Kraeski (2023) e Ditadi (2024), como já descrito no capítulo 4.1.2.

Figura 21 – Viga modelada no ANSYS



(fonte: elaborada pela autora)

A viga foi submetida a ensaios experimentais com incrementos de carga de 5 kN, e sua deformação correspondente foi medida a cada aumento de carga. Os valores obtidos são mostrados no Quadro 2 abaixo. A ruptura ocorreu sob uma carga de 34,6 kN, com uma flecha de 1,11 cm. Vale destacar que, conforme a NBR 6118 (ABNT, 2023), a flecha máxima permitida no Estado Limite de Serviço - Deformação (ELS-DEF) é de $L/250$. Considerando que o vão da viga (L) é de 130 cm, a flecha máxima permitida nesse caso seria 0,52 cm. Para essa mesma viga, a carga de ruptura também foi calculada de maneira analítica, conforme demonstrado no capítulo 4, resultando em 34,33 kN.

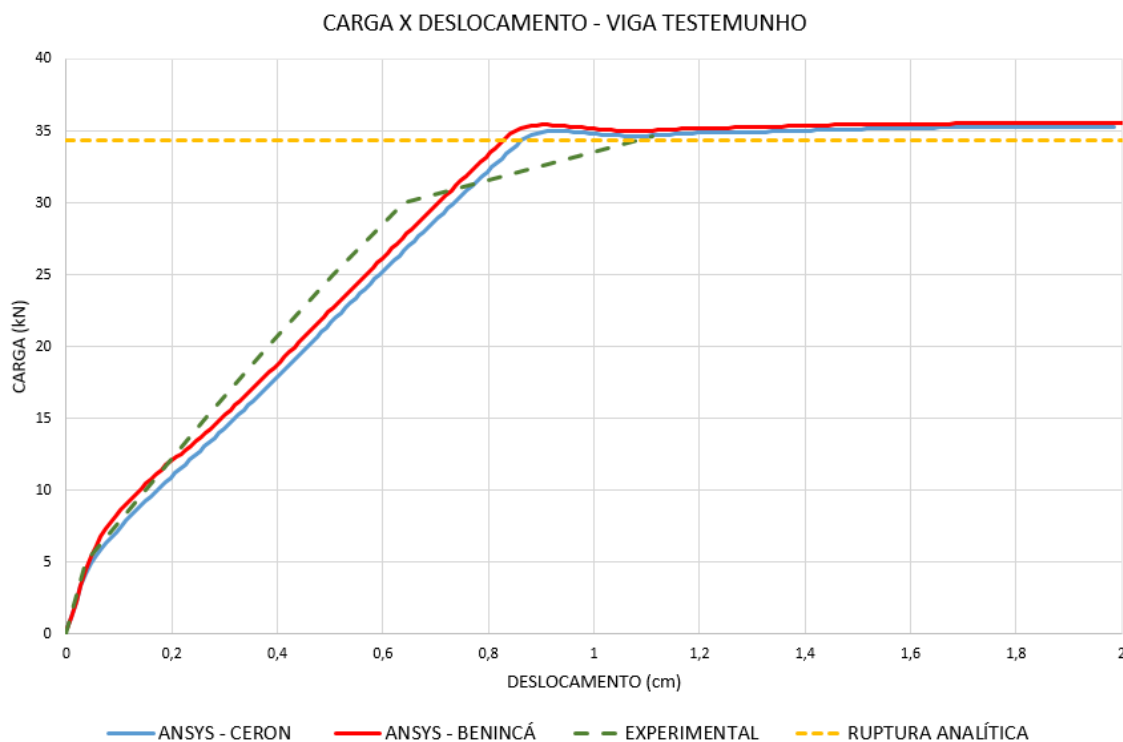
Quadro 2 – Deslocamentos medidos na viga testemunho

VIGA TESTEMUNHO	
DESLOCAMENTO (cm)	CARGA (kN)
0	0
0,036	5
0,15	10
0,264	15
0,382	20
0,505	25
0,639	30
1,11	34,6

(fonte: elaborada pela autora)

A Figura 22 abaixo apresenta um comparativo entre as curvas de carga x deslocamento obtidas pela simulação numérica pelo ANSYS e de maneira experimental, além de incluir o valor de ruptura encontrado analiticamente.

Figura 22 – Diagrama comparativo da viga testemunho



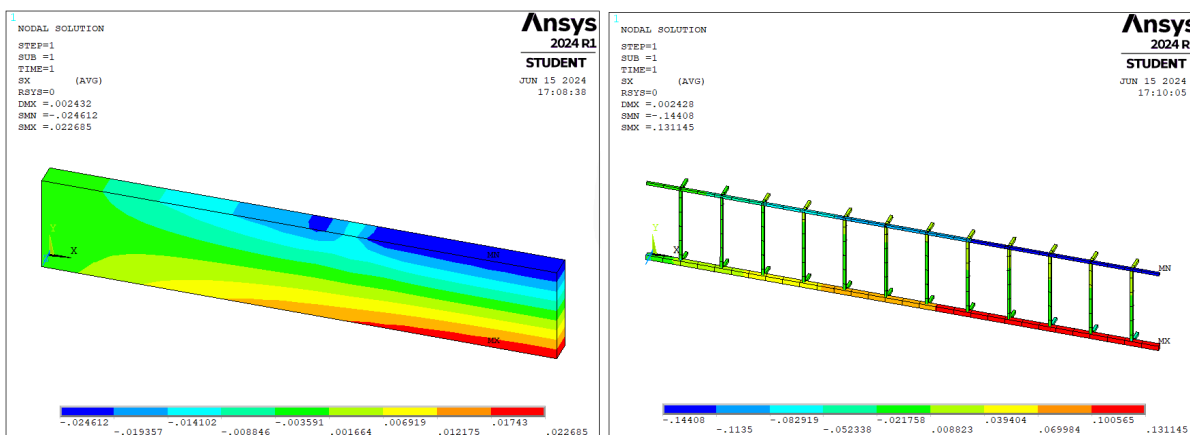
(fonte: elaborada pela autora)

É possível observar que as cargas de ruptura determinadas por meio de métodos experimental, analítico e computacional foram bastante semelhantes. No entanto, é visível que a viga experimental demonstrou uma rigidez ligeiramente superior àquela modelada no ANSYS. Esta diferença pode ser atribuída a diversas variáveis, como simplificações nos modelos computacionais ou nuances nas condições experimentais. Apesar dos resultados empíricos terem sido limitados pela quantidade de pontos analisados, e pela natureza visual da análise, os resultados indicam uma boa representação da viga.

A seguir, é apresentado o comportamento da viga modelada no ANSYS ao longo do aumento da carga, por meio do diagrama de tensões no concreto e no aço. Na Figura 23, observa-se a viga no Estádio I, sob uma carga inicial de 0,36 kN, onde tanto o aço quanto o concreto estão significativamente abaixo de suas respectivas tensões de ruptura. Além disso, é possível visualizar a simetria de tensões, indicando que a linha neutra está passando pelo centro da seção transversal. A Figura 24 apresenta a viga no Estádio II, com um carregamento de 25,45 kN, momento em que já surgiram fissuras e a tensão no concreto já está próxima da resistência média à compressão, embora o aço ainda não tenha atingido sua tensão de ruptura. Por fim, a Figura 25 ilustra a viga no Estádio III, sob uma carga de 35,54 kN, onde ocorre a ruptura da viga, caracterizada pela plastificação do concreto e o escoamento do aço.

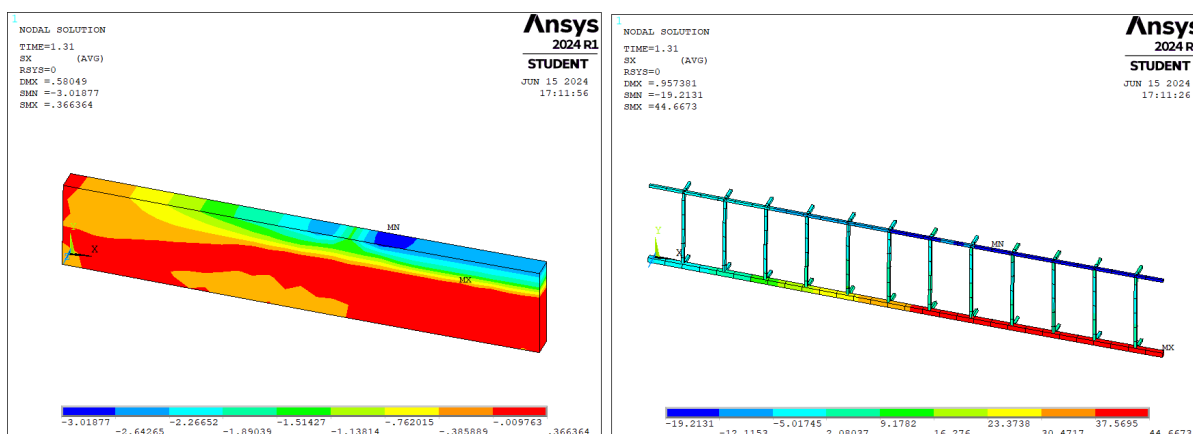
Os resultados de tensões demonstrados abaixo foram alcançados aplicando os parâmetros de entrada propostos por Benincá (2019), os quais foram extensivamente estudados e empregados nas pesquisas subsequentes de Kraeski (2023) e Ditadi (2024), apresentando resultados eficientes.

Figura 23 – Diagrama de tensões no Estádio I (carga = 0,36 kN)



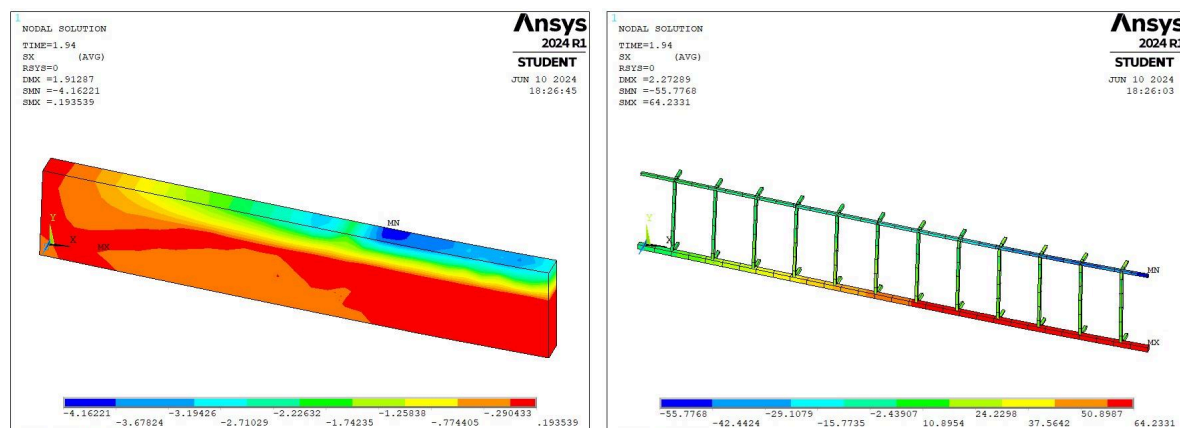
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 24 – Diagrama de tensões no Estádio II (carga = 25,45)



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 25 – Diagrama de tensões no Estádio III (carga = 35,54 kN)



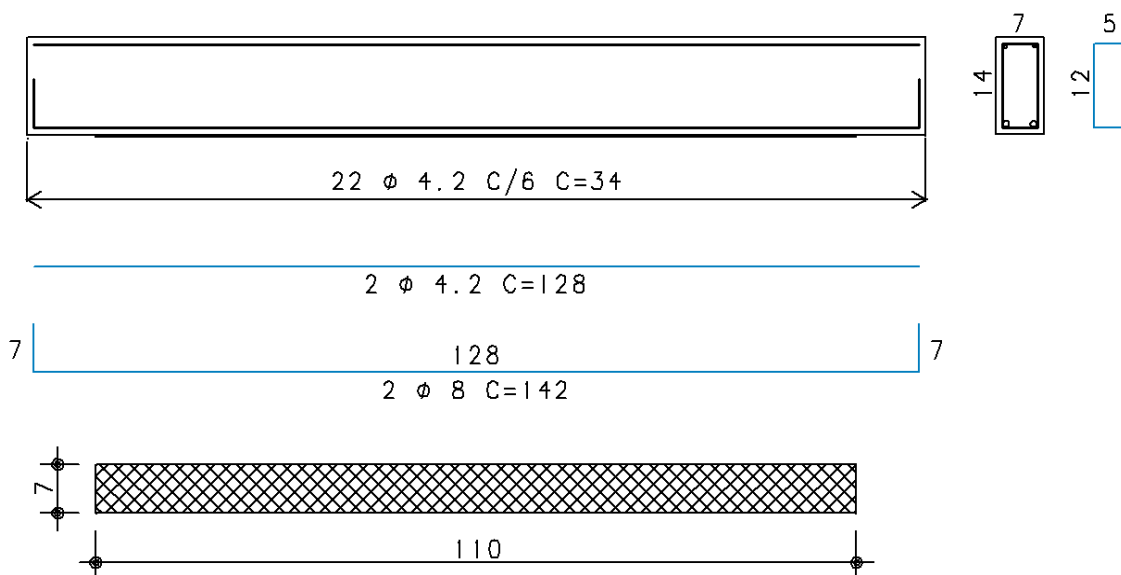
(fonte: elaborada pela autora)

5.1.2. Viga reforçada

Para a modelagem da viga reforçada, foram empregados os mesmos critérios, dimensões e resistências utilizadas na viga testemunho, conforme previamente descrito. Entretanto, na viga reforçada, foi adicionada uma chapa de aço na parte inferior, colada com resina epóxi e fixada com parabolts. Por simplificação, a aderência entre a viga e a chapa foi considerada como perfeita no *software* ANSYS, desconsiderando os efeitos da resina e dos chumbadores. A chapa apresentava 0,28 cm de espessura, 110 cm de comprimento e 7 cm de largura, correspondendo à largura total da viga. A Figura 26 abaixo ilustra um esquema gráfico da viga reforçada. Para a entrada de dados no programa, o módulo de elasticidade da mesma foi utilizado como 21.000 kN/cm², e o coeficiente de Poisson como 0,3. Para a tensão de ruptura

da chapa, foi adotado o valor fornecido pelo fabricante de 38 kN/cm^2 . No Apêndice A é possível visualizar o *script* utilizado no programa.

Figura 26 – Esquema da viga reforçada



(fonte: elaborada pela autora)

Da mesma maneira que a viga testemunho, a viga reforçada foi submetida a um ensaio de carga de ruptura através de um macaco hidráulico com incrementos de carga a cada 5 kN, com correspondentes medições de suas deformações. A falha ocorreu a uma carga de 53,6 kN. Contudo, nesse ponto, as deformações não puderam mais ser medidas devido a limitações do equipamento. Os valores registrados são apresentados no Quadro 3. A ruptura ocorreu na interface de contato entre a chapa e a viga, resultando no descolamento do reforço e no rompimento dos parabolts, como mostrado no Figura 27. A carga de ruptura foi calculada de maneira analítica, com base nos trabalhos de Beber (2003) e de Vares (2019), com a metodologia descrita no capítulo 3.2, chegando a um resultado de 66,89 kN. O Apêndice B apresenta a planilha utilizada para este cálculo. É importante notar que no método analítico, assim como no *software*, não foram consideradas falhas de aderência no reforço.

Quadro 3 – Deslocamentos medidos na viga reforçada

VIGA REFORÇADA	
DESLOCAMENTO (cm)	CARGA (kN)
0	0
0,065	5
0,094	10
0,118	15
0,148	20
0,18	25
0,22	30
0,274	35
0,333	40
0,405	45
RUPTURA	53,6

(fonte: elaborado pela autora)

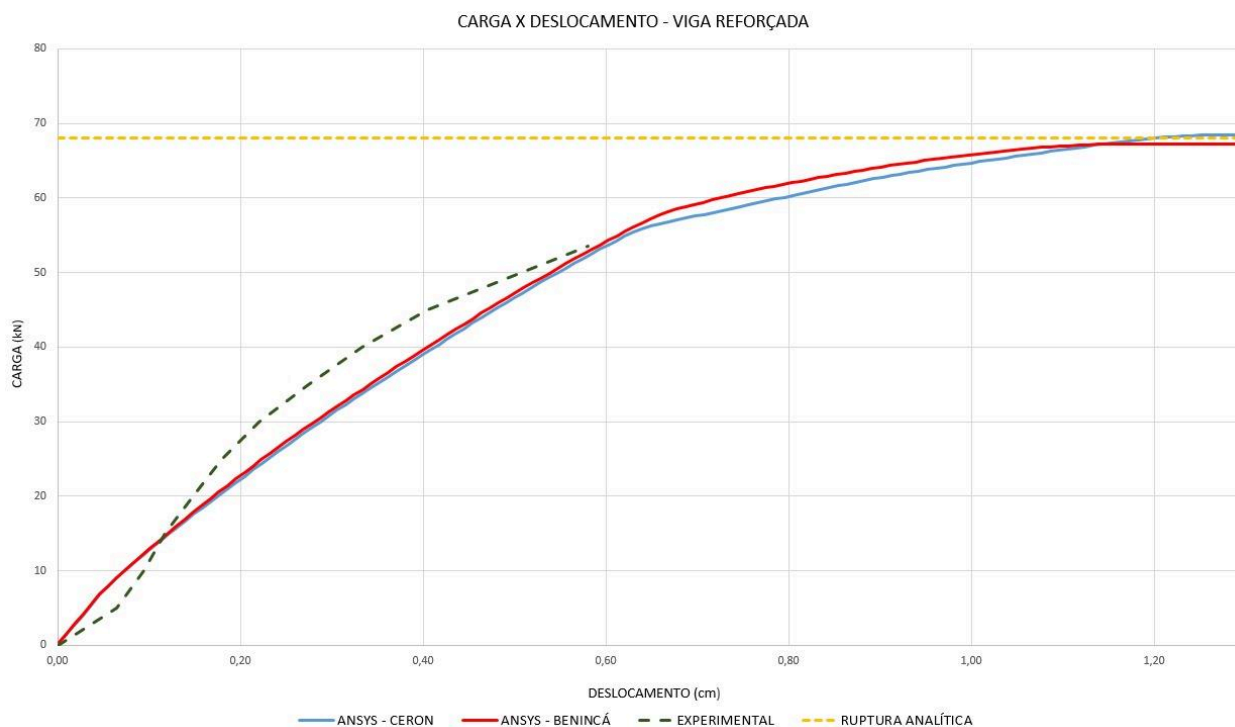
Figura 27 – Viga experimental rompida



(fonte: imagem da autora)

Na Figura 28 abaixo, é possível visualizar um gráfico comparativo de carga x deslocamento, obtido a partir das medições experimentais e dos modelos gerados no ANSYS. Além disso, a carga de ruptura calculada de forma analítica também foi incluída para fins de comparação.

Figura 28 – Diagrama comparativo da viga reforçada



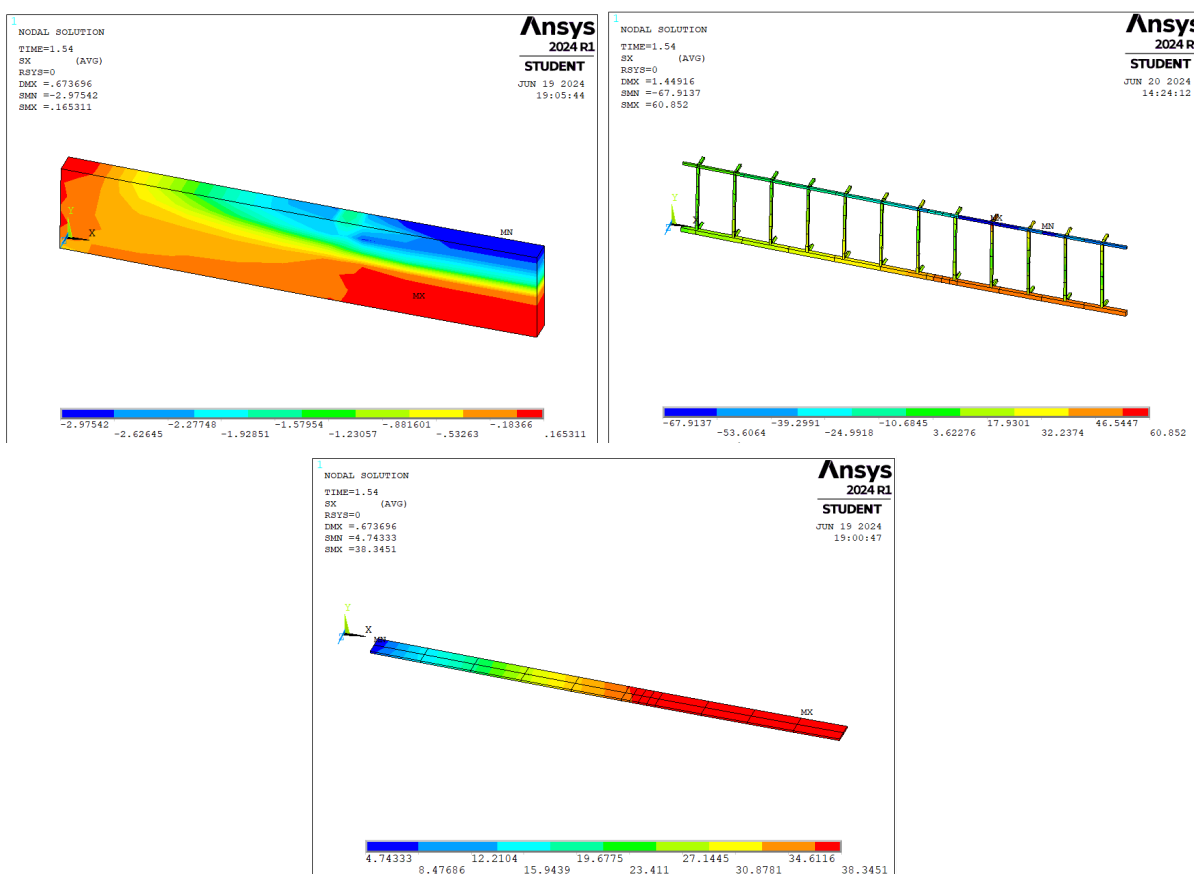
(fonte: elaborada pela autora)

É possível visualizar que a viga testada experimentalmente apresenta uma rigidez um pouco superior às vigas modeladas numericamente, assim como na viga testemunho. A deformação na carga de ruptura não foi medida experimentalmente, desta forma, no gráfico, foi adicionado um valor projetado com base na linha de tendência da curva. Além disso, sob uma carga aplicada de 5 kN, a viga apresentou uma deformação significativamente diferente das outras medições, de maneira não usual. É importante ressaltar que o caráter visual da análise pode ocasionar alterações nessas medições, somado à baixa quantidade de pontos coletados. Outro ponto relevante é que as cargas de ruptura calculadas de maneira analítica e numérica, são consideravelmente superiores à encontrada experimentalmente, devido ao fato de considerar uma união perfeita entre ambos os materiais, porém são semelhantes entre si.

O comportamento da viga reforçada é ilustrado abaixo por meio de diagramas de tensões no concreto, no aço e na chapa. Os diagramas fornecem uma representação detalhada de como cada material reage sob a aplicação da carga. Todos os gráficos apresentados foram gerados com base nos parâmetros de entrada definidos por Benincá (2019).

A Figura 29 ilustra as tensões no material submetido a uma carga de 53,71 kN, um valor próximo à carga de ruptura determinada experimentalmente. Nessa fase, é possível observar que tanto o concreto, quanto o aço permanecem abaixo de suas tensões limites. Entretanto, a chapa metálica atinge a tensão máxima de 38 kN/cm², conforme especificado pelo fabricante. Embora a chapa alcance essa tensão, a análise experimental indica que a ruptura não ocorre neste ponto; a falha de aderência entre a viga e o reforço fez com que o elemento colapsasse sob esta carga.

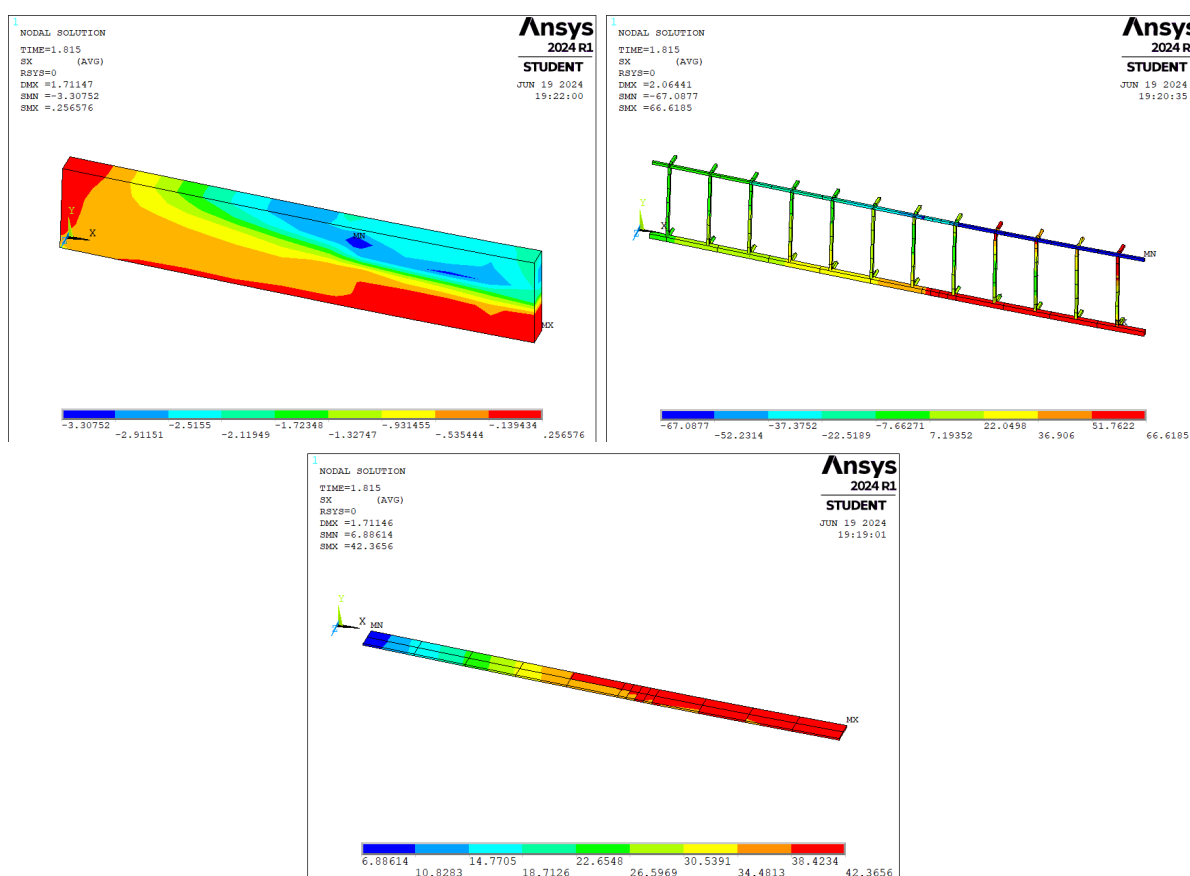
Figura 29 – Diagrama de tensões sob a carga de 53,71 kN



(fonte: elaborada pela autora)

Na Figura 30, o material é submetido a uma carga de 67,05 kN, um valor próximo à carga de ruptura prevista pela análise teórica. Nesse estágio, é possível verificar que as armaduras atingiram a tensão limite do aço, indicando que o material está operando em sua capacidade máxima. A chapa, submetida a uma tensão de aproximadamente 42 kN/cm², também alcançou seu ponto de ruptura. O concreto, por outro lado, ainda trabalha dentro dos limites de segurança. Essas análises indicam que, caso o reforço não falhasse, a viga suportaria uma carga 25% maior em relação à viga testemunho, e a falha seria ocasionada pelo escoamento das armaduras e da chapa.

Figura 30 – Diagrama de tensões sob a carga de 67,05 kN



(fonte: elaborada pela autora)

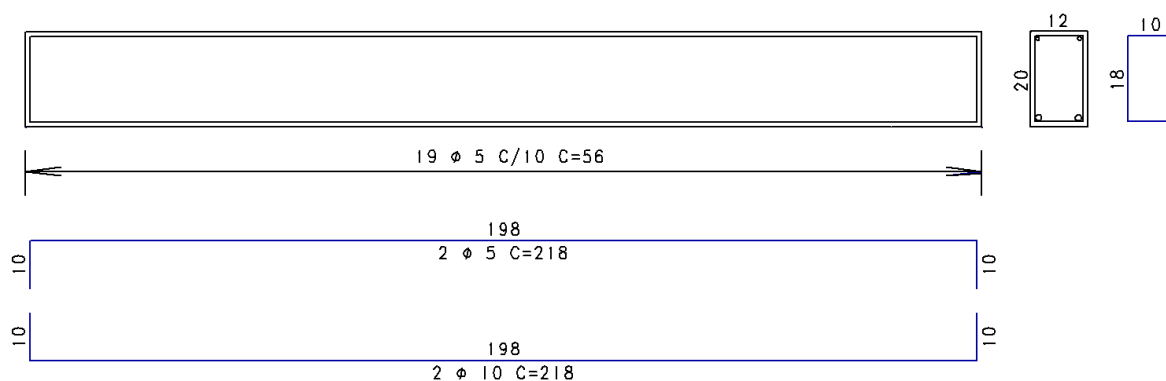
5.2 VIGAS DE DEGHEHARD (2013)

O trabalho conduzido por Deghenhard (2013) analisou, experimentalmente, o aumento de capacidade de carga em vigas reforçadas com chapas de aço e coladas com resina epóxi. O estudo experimentou uma viga padrão e três vigas reforçadas, com lâminas de espessuras de 0,075 cm, 0,15 cm e 0,225 cm. Cada experimento foi replicado três vezes. Todas as vigas possuíam 20 cm de altura, 12 cm de largura, e 200 cm de comprimento.

A resistência média à compressão do concreto foi determinada de maneira experimental, resultando em um valor de 2,97 kN/cm². O cobrimento utilizado no ensaio foi de 2,5 cm. Na modelagem computacional, foram seguidas as especificações da NBR 6118 (ABNT, 2023), empregando um módulo de elasticidade (E_s) de 2.608,62 kN/cm², conforme prescrito pela mesma. Além disso, o coeficiente de Poisson adotado foi de 0,2. Para as simulações, foi implementada uma malha de elementos finitos com dimensões de 2,5 cm x 2,5 cm em todas as análises realizadas.

As vigas foram confeccionadas com armaduras que consistem em duas barras de 10 mm, posicionados longitudinalmente na parte inferior, e duas barras de 5 mm, dispostas longitudinalmente na parte superior. Estribos de 5 mm foram distribuídos a intervalos de 10 cm, somando um total de 19 estribos ao longo da extensão da viga. O esquema das armaduras pode ser visualizado na Figura 31. Diante da ausência de ensaios experimentais para a determinação da tensão de ruptura do aço, foram realizadas análises computacionais e analíticas com o intuito de estabelecer o valor mais adequado possível. Optou-se por utilizar como tensão limite o valor de 60 kN/cm². Para a inserção dos dados no *software* ANSYS, o módulo de elasticidade (E_s) foi definido como 21.000 kN/cm² para todas as armaduras, enquanto o coeficiente de Poisson do aço foi estipulado como 0,3.

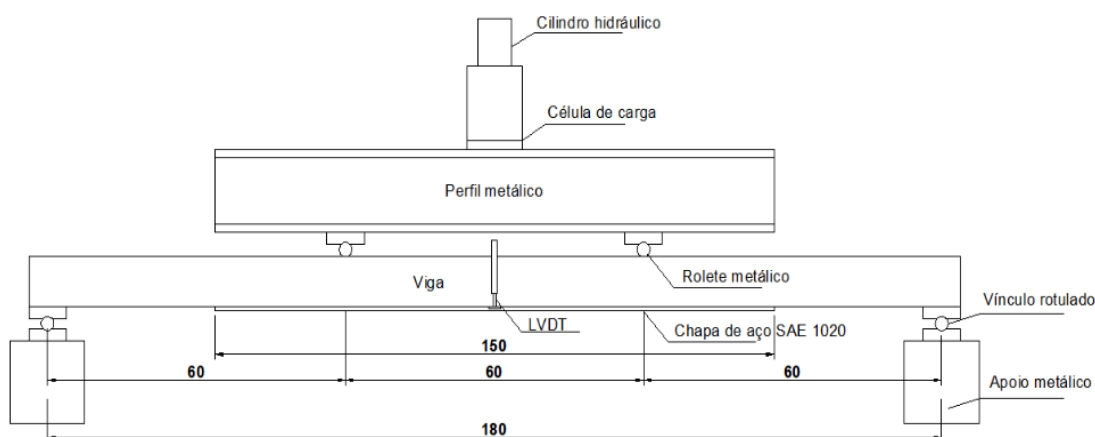
Figura 31 – Esquema gráfico de armaduras



(fonte: elaborada pela autora)

O ensaio de carga das vigas foi realizado utilizando um pórtico metálico, um cilindro hidráulico com capacidade de 500 kN e um transdutor de deslocamento de 100 mm (LVDT). As vigas foram arranjadas em uma configuração biapoiada, apresentando um suporte móvel em uma das extremidades e um suporte fixo na outra, cada um com dimensões de 20 cm de largura. A carga foi aplicada em dois pontos igualmente distantes, localizados nos terços médios da viga, visando provocar flexão pura no segmento central. O esquema de aplicação de cargas está demonstrado na Figura 32.

Figura 32 – Esquema do ensaio de ruptura

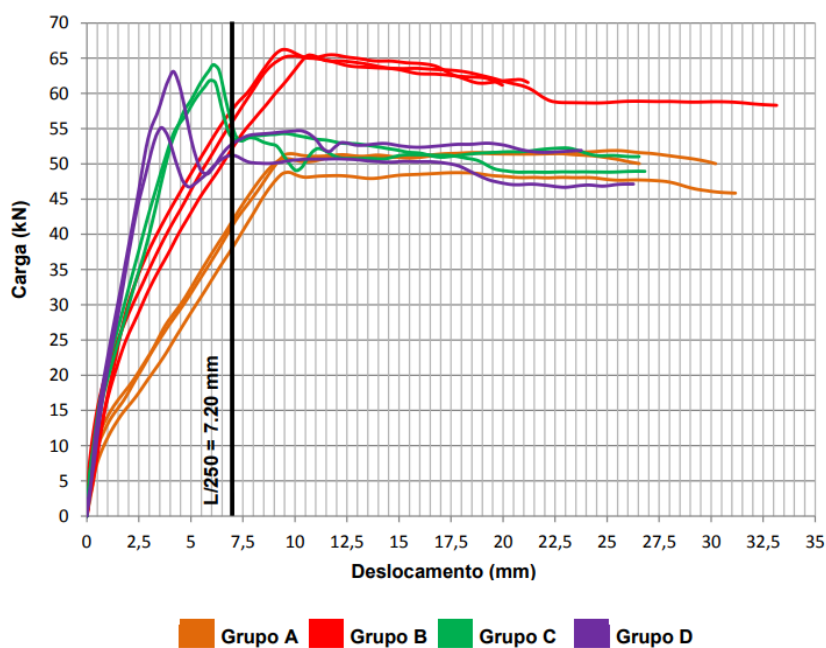


(fonte: Deghenhard, 2013)

Em virtude da simetria na estrutura e na carga da viga, tanto na seção longitudinal quanto na transversal, apenas um quarto da viga foi modelado no ANSYS, com o objetivo de simplificar e diminuir o tempo de processamento. As limitações de movimento aplicadas no modelo foram estabelecidas da seguinte forma: na direção Y, limitações nos nós localizados no centro do suporte esquerdo ($X = 10 \text{ cm}$, $Y = -5 \text{ cm}$); na direção X, limitações ao plano mediano da viga ($X = 100 \text{ cm}$); e na direção Z, limitações ao longo do plano que corta o eixo da seção transversal ($Z = 0 \text{ cm}$). A carga foi aplicada por meio de incrementos de deslocamento nos nós localizados no centro do ponto de carga ($X = 70 \text{ cm}$, $Y = 25 \text{ cm}$), utilizando um total de 200 incrementos (*substeps*).

O estudo experimental avaliou as deformações nas vigas durante todo o ensaio. As cargas aplicadas nas vigas foram analisadas ao atingirem uma flecha de 0,72 cm, sendo esse o limite máximo estabelecido pela norma NBR 6118 (ABNT, 2023) para essas dimensões de viga. As deformações observadas na carga de ruptura também foram registradas. Cada grupo de viga passou por três ensaios. No caso das vigas reforçadas com espessuras de 0,15 cm e 0,225 cm, apenas dois ensaios de referência foram considerados, descartando-se o resultado mais discrepante. Os dados experimentais coletados são apresentados na Figura 33. Sendo o Grupo A as vigas testemunhos, Grupo B vigas reforçadas com 0,075 cm, Grupo C vigas com chapa de 0,15 cm e Grupo D vigas com reforço de 0,225 cm.

Figura 33 – Gráfico carga x deslocamento dos resultados experimentais



(fonte: Deghenhard, 2013)

Como já mencionado, os ensaios experimentais de ruptura foram realizados utilizando um pórtico metálico e um cilindro hidráulico. Os resultados obtidos destes ensaios são detalhados no Quadro 4 abaixo, incluindo, para fins de comparação, os resultados da viga testemunho.

Quadro 4 – Resultados das vigas experimentais de Deghenhard

GRUPO A - Testemunho			GRUPO B - 0,075 cm			GRUPO C - 0,15 cm			GRUPO D - 0,225 cm		
Vigas	Carga (kN)	Flecha (cm)	Vigas	Carga (kN)	Flecha (cm)	Vigas	Carga (kN)	Flecha (cm)	Vigas	Carga (kN)	Flecha (cm)
A1	48,78	9,73	B1	66,18	9,37	C1	64,09	6,10	D1	-	-
A2	51,88	9,40	B2	65,30	9,80	C2	61,83	5,90	D2	55,14	3,61
A3	51,66	9,90	B3	65,41	10,62	C3	-		D3	63,05	4,19
Média	50,77	9,68	Média	65,63	9,93	Média	62,96	6,00	Média	59,10	3,90

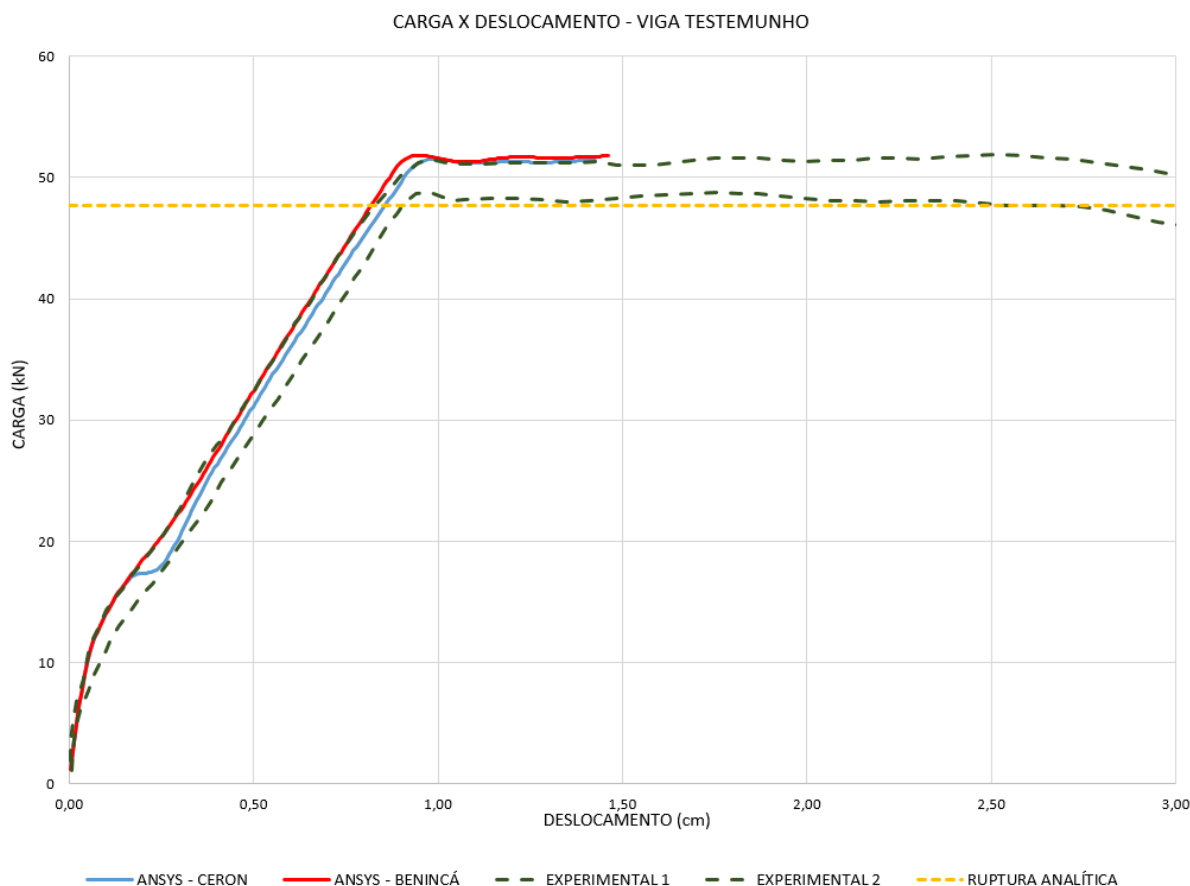
(fonte: elaborado pela autora)

É possível observar que o grupo que apresentou o maior incremento na capacidade de carga, em relação à viga de referência, foi o grupo B, com a menor espessura de chapa, registrando um aumento de 29%. Os grupos C e D apresentaram aumentos de carga de 24% e 16%, respectivamente. Nesses dois casos, a ruptura ocorreu de forma brusca em uma das extremidades das vigas, arrancando uma porção de concreto juntamente com a chapa de aço colada, rompendo por falha de ancoragem da chapa.

5.2.1 Viga testemunho

A viga testemunho foi simulada no ANSYS seguindo os critérios mencionados anteriormente. Os resultados da curva de carga x deslocamento estão apresentados na Figura 34, juntamente com os valores experimentais. Embora tenham sido realizados três ensaios de ruptura, o gráfico inclui as curvas correspondentes aos limites superior e inferior dos resultados experimentais, representando as variações extremas. Além disso, foi incluído o valor analítico calculado para comparação com os resultados.

Figura 34 – Diagrama comparativo da viga reforçada



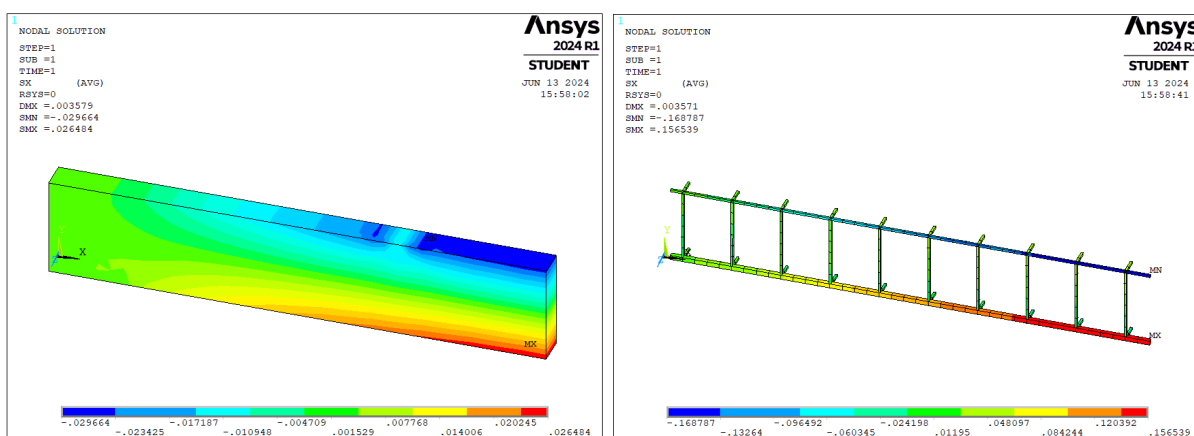
(fonte: elaborada pela autora)

As vigas testadas empiricamente resultaram em uma carga média de ruptura de 50,77 kN, com uma flecha de 0,968 cm nesse ponto, valores que são bastante similares aos obtidos através do *software* ANSYS. Analiticamente, utilizando a resistência à compressão do concreto como valor médio encontrado nos testes, foi calculada uma carga de ruptura de 47,65 kN. Os valores obtidos mostram coerência entre si, dentro de uma margem de erro aceitável, considerando eventuais discrepâncias. Além disso, as vigas apresentam rigidez semelhante, tanto nos resultados experimentais quanto nos numéricos, demonstrando bons resultados do programa em geral.

Em sequência, é demonstrado o comportamento da viga simulada no ANSYS diante do incremento progressivo da carga, através do diagrama que representa as tensões no concreto e no aço. Os resultados exibidos foram alcançados empregando-se os parâmetros de entrada propostos por Benincá (2019). Inicialmente, a Figura 35 ilustra a viga em Estádio I,

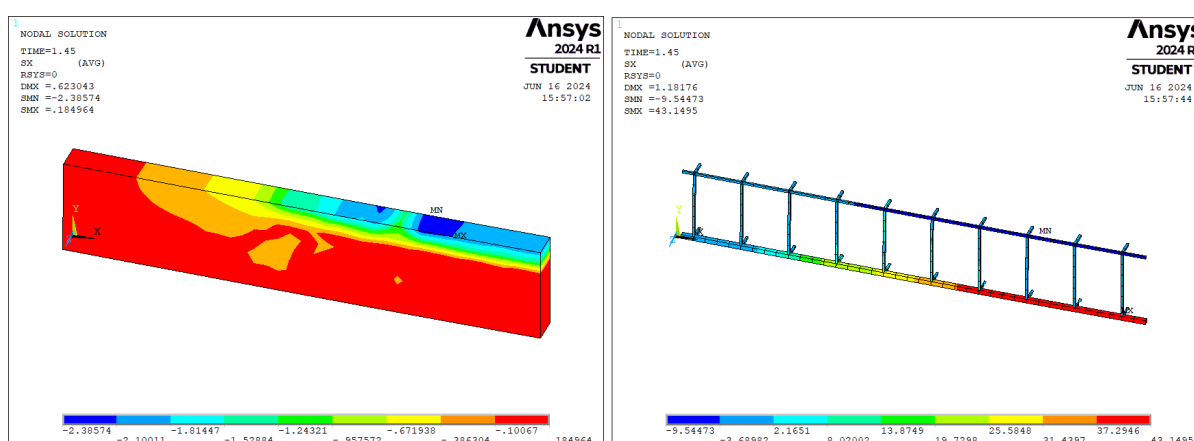
submetida a uma força inicial de 1,19 kN, onde tanto o aço, quanto o concreto operam significativamente abaixo de suas respectivas tensões máximas de ruptura. Posteriormente, a Figura 36 retrata a viga em Estádio II, na qual, sob uma carga aplicada de 36,89 kN, observam-se as primeiras fissuras. Neste estágio, a tensão no concreto permanece inferior à resistência média à compressão e o aço ainda não atinge sua tensão máxima de ruptura. Por fim, a Figura 37 evidencia a viga em Estádio III sob uma carga de 51,50 kN, ponto este que demarca o início da ruptura, caracterizado pelo estado de compressão total do concreto e pela tensão máxima no aço tracionado.

Figura 35 – Diagrama de tensões no Estádio I (carga = 1,19 kN)



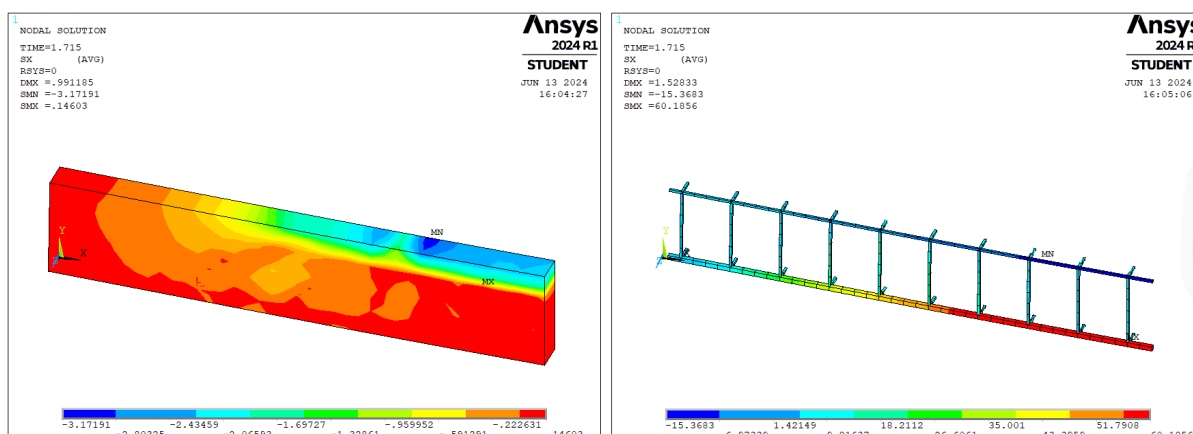
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 36 – Diagrama de tensões no Estádio II (carga = 36,89 kN)



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 37 – Diagrama de tensões no Estádio III (carga = 51,50 kN)



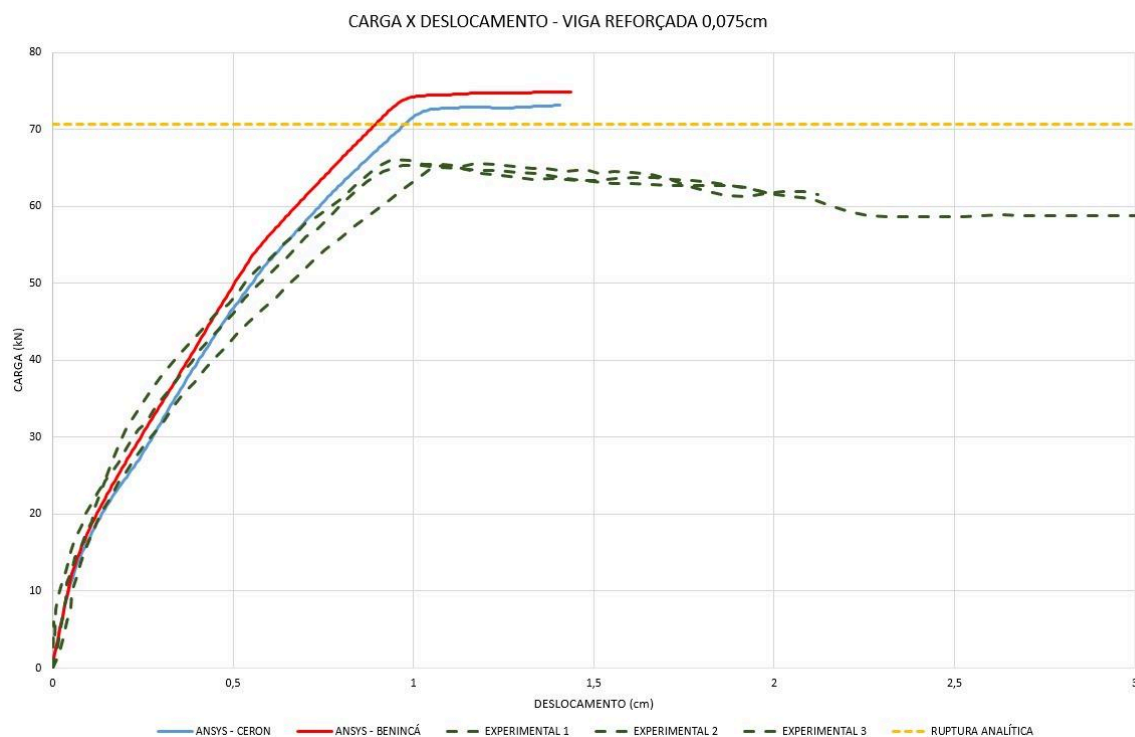
(fonte: elaborada pela autora)

5.2.2 Vigas reforçadas

O estudo realizado por Deghenhard (2013) ensaiou também, experimentalmente, vigas reforçadas com chapas de três espessuras diferentes: 0,075 cm, 0,15 cm e 0,225 cm, designadas como Grupo B, Grupo C e Grupo D, respectivamente. As vigas de concreto armado foram confeccionadas como já descritas acima. Além disso, para o reforço, foram utilizadas chapas de aço SAE 1020 com 12 cm de largura e 150 cm de comprimento. O adesivo estrutural utilizado foi o EP, um bicomponente à base de epóxi da marca Bautech. Para a entrada de dados no *software* ANSYS, o módulo de elasticidade da chapa foi adotado como 21.000 kN/cm², e o coeficiente de Poisson como 0,3. Na ausência de ensaios específicos para determinar a tensão de ruptura das chapas, optou-se, com base em pesquisas bibliográficas, por utilizar o valor de 42 kN/cm². Para simplificação, a aderência entre a viga e a chapa foi considerada perfeita no *software*, desconsiderando os efeitos da resina.

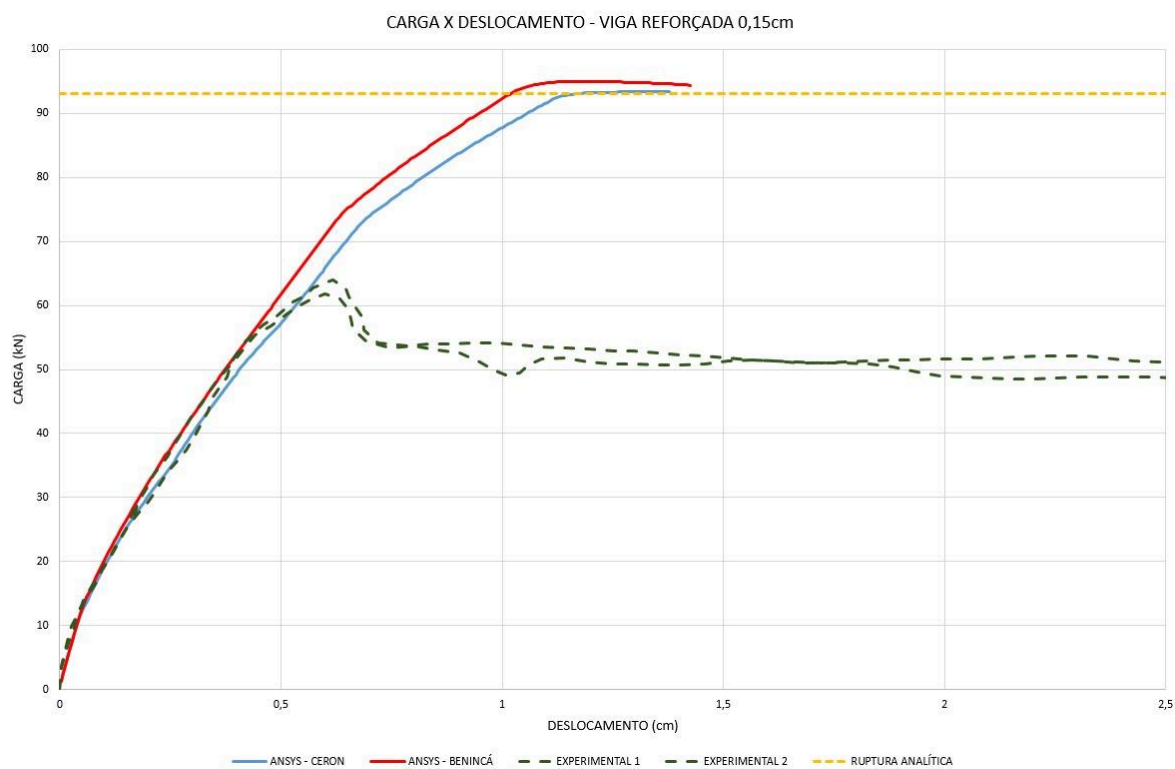
A seguir, as figuras 38, 39 e 40, apresentam os gráficos comparativos de carga x deslocamento, resultante das medições experimentais e dos modelos gerados no ANSYS. Além disso, a carga de ruptura calculada analiticamente para cada caso também foi incluída para comparação.

Figura 38 – Diagrama comparativo da viga reforçada (Grupo B)



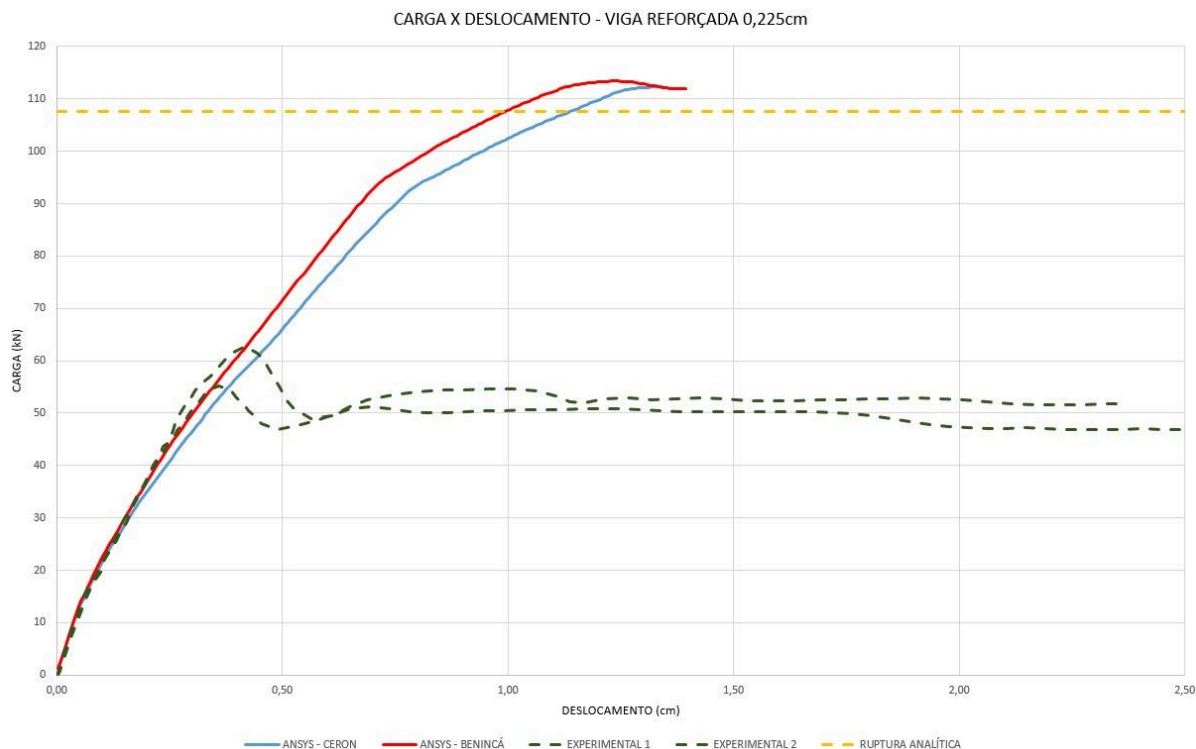
(fonte: elaborada pela autora)

Figura 39 – Diagrama comparativo da viga reforçada (Grupo C)



(fonte: elaborada pela autora)

Figura 40 – Diagrama comparativo da viga reforçada (Grupo D)



(fonte: elaborada pela autora)

A análise da imagem 38 permite inferir que o grupo B exibiu uma carga de ruptura experimental que se aproxima significativamente da carga prevista por cálculos analíticos, estimada em 70,63 kN. É relevante destacar que a chapa de menor espessura correlaciona-se com uma rigidez reduzida, o que resulta em um processo de ruptura mais progressivo na viga, similar ao observado na ausência de reforço. Em suma, o reforço aplicado contribui para um aumento na capacidade de carga da viga, sem alterar abruptamente seu comportamento estrutural, de maneira que viga e reforço trabalham juntos.

Por outro lado, as análises das imagens 39 e 40 indicam que as vigas testadas experimentalmente exibiram cargas de ruptura consideravelmente menores do que aquelas previstas pelos cálculos analíticos, com valores de 93,05 kN e 107,68 kN, respectivamente. No caso mais extremo, a ruptura manifestou-se em 55% do valor potencial calculado, e na outra em 67%. É importante enfatizar que os cálculos analíticos presumem uma aderência perfeita entre as interfaces das partes envolvidas, desprezando potenciais falhas adesivas na chapa de reforço. Empiricamente, constatou-se que os grupos C e D enfrentaram falhas na

adesão do reforço aplicado, provocando uma ruptura abrupta, que ocasionou a remoção de uma porção de concreto. As imagens 41 e 42 mostram a ruptura no ensaio experimental para vigas do grupo C e D, respectivamente, onde é possível visualizar esse arrancamento do concreto. A diferença brusca de valores reforça a importância de um reforço bem executado, fazendo escolhas adequadas de espessura de chapa e sistema de ancoragem. Apesar dessas variações, as rigidezes das vigas apresentaram-se notavelmente consistentes entre os modelos numéricos e empíricos em todos os cenários avaliados.

Figura 41 – Ruptura experimental de uma viga do grupo C



(fonte: Deghenhard, 2013)

Figura 42 – Ruptura experimental de uma viga do grupo D



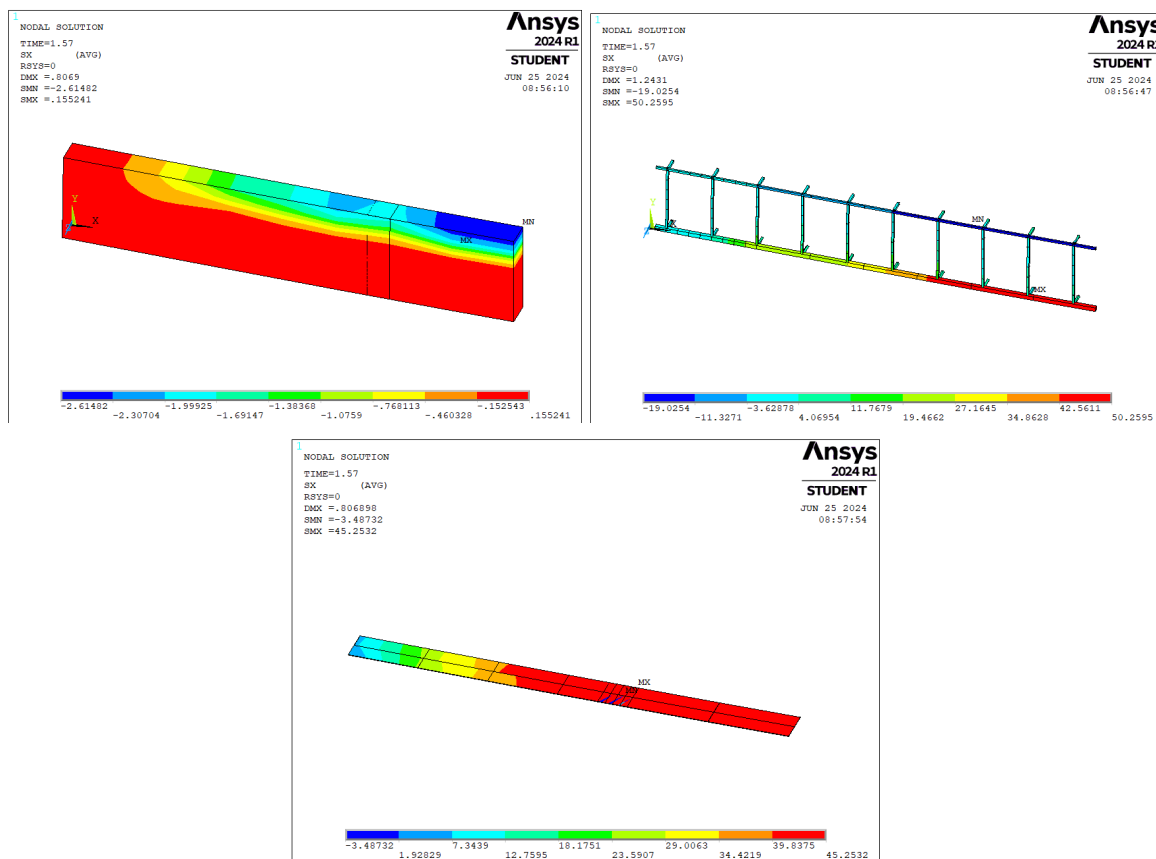
(fonte: Deghenhard, 2013)

A seguir, é apresentado o comportamento das vigas modeladas numericamente, quando submetidas a determinadas cargas, por meio de diagramas de tensões. Os resultados foram obtidos utilizando os parâmetros de Benincá (2019).

Inicialmente, a Figura 43 exibe a viga com reforço de 0,075 cm submetida a uma carga de 65,41 kN, valor este que se aproxima da ruptura experimental observada para as vigas do Grupo B. Neste estágio, é possível constatar que o concreto e o aço encontram-se abaixo de suas respectivas tensões de ruptura. Contudo, observa-se que a chapa metálica já

ultrapassou sua tensão limite admissível teórica, embora não tenha rompido no ensaio experimental.

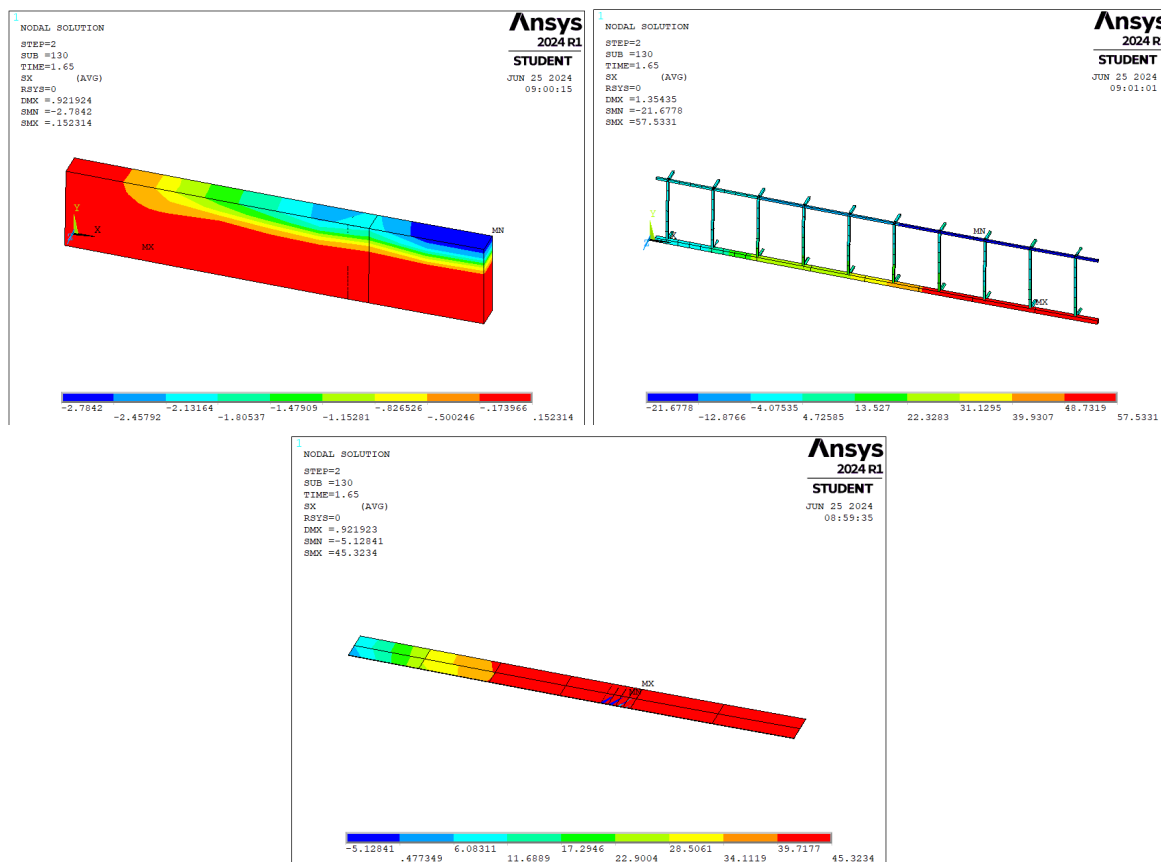
Figura 43 – Diagrama de tensões sob a carga de 65,41 kN



(fonte: elaborada pela autora)

Na sequência, a Figura 44 examina a viga sob uma carga de 70,72 kN, um valor que se aproxima da tensão de ruptura determinada por meio de cálculos analíticos para a mesma viga. Devido à proximidade das cargas, a configuração estrutural apresentada é semelhante em ambas as situações. Observa-se que tanto o concreto quanto o aço estão próximos de seus valores limites de tensão, embora ainda abaixo. Além disso, a tensão na chapa metálica é praticamente a mesma, indicando neste caso uma ruptura por falha no reforço.

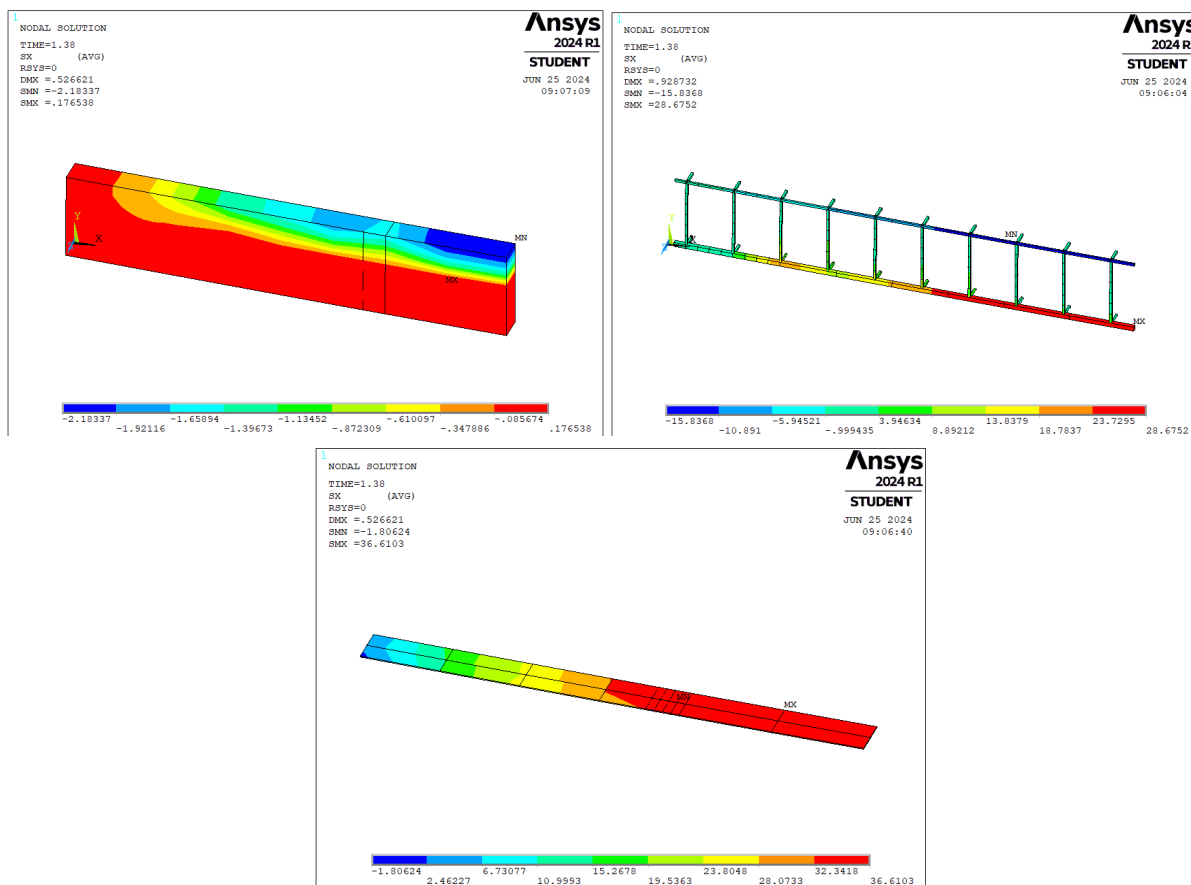
Figura 44 – Diagrama de tensões sob a carga de 70,72 kN



(fonte: elaborada pela autora)

Apresenta-se a seguir o comportamento estrutural da viga reforçada com uma chapa de 0,15 cm de espessura. Inicialmente, conforme ilustrado na Figura 45, observa-se a viga submetida a uma força de 63,25 kN, valor este que se aproxima da carga máxima obtida em ensaios experimentais. Nesta fase, identifica-se que tanto o concreto, quanto o aço e a chapa operam abaixo de suas respectivas tensões críticas. Os diagramas indicam que, embora a viga tenha falhado experimentalmente, nenhum dos elementos havia atingido sua tensão de ruptura, de maneira que a falha, nesse caso, ocorreu justamente na interface entre a viga e o reforço, devido à falha de ancoragem da chapa.

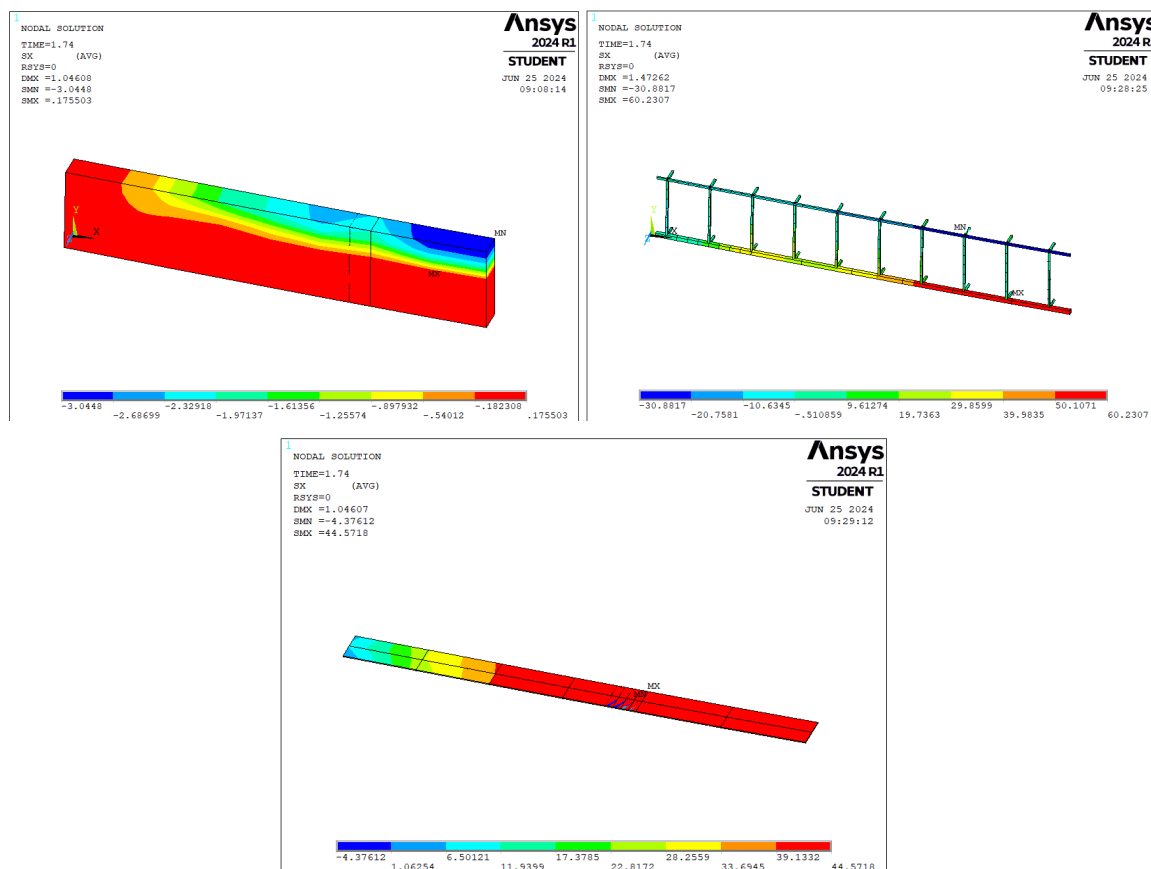
Figura 45 – Diagrama de tensões sob a carga de 63,25 kN



(fonte: elaborada pela autora)

Já na Figura 46, apresenta-se a viga sob uma carga de 93,05 kN, comparada à carga calculada analiticamente. Neste estágio mais avançado, o concreto e o aço já atingem suas respectivas tensões limites. Da mesma forma, a chapa metálica já excedeu sua capacidade resistente. Com as análises, pode-se inferir que, caso o reforço não falhasse, a ruptura sob essa carga ocorreria tanto pelo escoamento da chapa e das armaduras quanto pelo esmagamento do concreto.

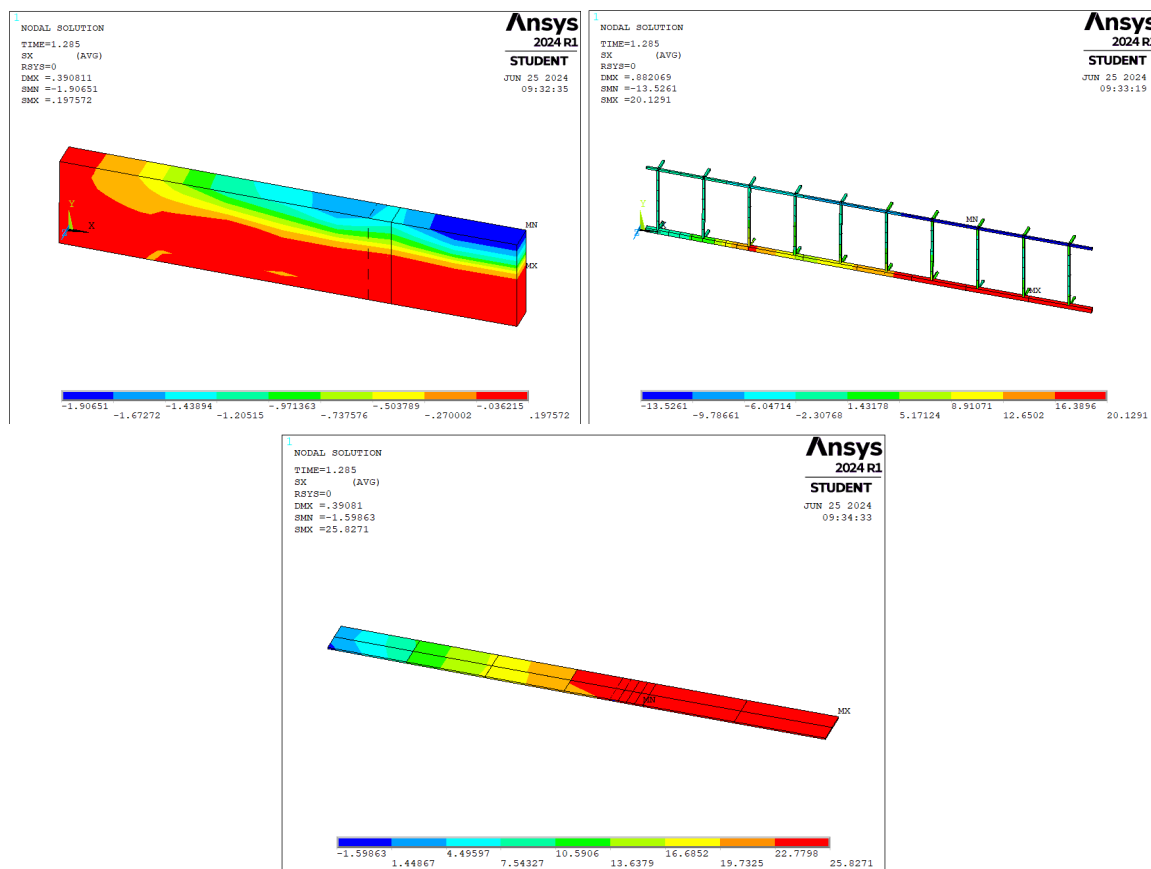
Figura 46 – Diagrama de tensões sob a carga de 93,05 kN



(fonte: elaborada pela autora)

Por fim, é apresentado o comportamento estrutural da viga com reforço de 0,225 cm. Na Figura 47, a viga é submetida a uma carga de 59,22 kN, valor que se aproxima da carga de ruptura determinada experimentalmente para esta configuração. Neste cenário, observa-se que o concreto, o aço e a chapa metálica operam abaixo de suas tensões máximas admissíveis. Isso indica que a ruptura experimental ocorreu devido a uma falha de ancoragem das chapas na viga, resultando no descolamento do reforço e, conseqüentemente, no arrancamento do concreto.

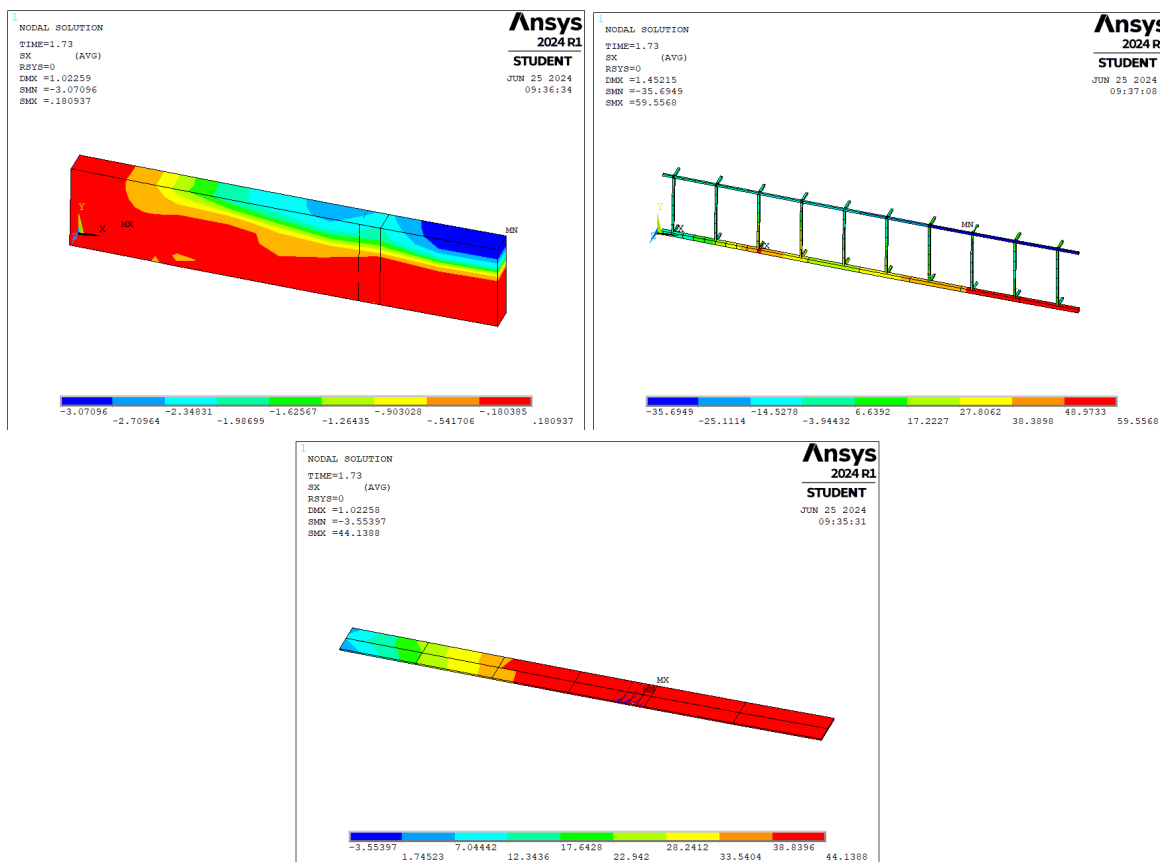
Figura 47 – Diagrama de tensões sob a carga de 59,22 kN



(fonte: elaborada pela autora)

Já na Figura 48, a viga é exposta a uma força de 107,74 kN, aproximando-se da carga de ruptura determinada por cálculos analíticos. Neste ponto crítico, o concreto e a chapa metálica ultrapassam suas respectivas capacidades de resistência, enquanto o aço ainda se mantém dentro dos limites seguros. A análise deste cenário crítico revela que, se a aderência do reforço não falhasse, a viga seria capaz de suportar uma carga 81% superior. A falha, então, seria causada pela ruptura do reforço metálico, pela consequente compressão do concreto e pelo escoamento do aço.

Figura 48 – Diagrama de tensões sob a carga de 107,74 kN



(fonte: elaborada pela autora)

Os resultados apresentados indicam um bom comportamento do modelo numérico, com variações nas análises que estão dentro dos limites aceitáveis. No capítulo a seguir, será apresentada uma análise paramétrica utilizando como base a viga de Patologia e Instrumentação das Construções, já validada neste capítulo, para explorar diferentes cenários e otimizações.

6 ESTUDO PARAMÉTRICO

Para analisar a relação entre a espessura da chapa de reforço e o aumento da capacidade de carga, será realizado um estudo paramétrico utilizando como base a viga ensaiada na disciplina de Patologia e Instrumentação das Construções, já descrita no capítulo 5.1. Para isso, serão testadas, numericamente, quatro vigas reforçadas, além da viga já analisada, com espessuras de chapa 0,35 cm, 0,21 cm, 0,14 cm e 0,07 cm, correspondendo a 125%, 75%, 50% e 25% da espessura da viga original, de 0,28 cm. Todas as vigas possuem dimensões de 7 cm de largura, 14 cm de altura e 130 cm de comprimento, enquanto as chapas têm 7 cm de largura e 110 cm de comprimento. As especificações detalhadas, incluindo armaduras utilizadas, módulos, resistências e definições de *script*, estão descritas no capítulo 5.1.

A viga utilizada como base, com uma chapa de 0,28 cm, foi designada como VR, enquanto as vigas subsequentes, com chapas de 0,35, 0,21 cm, 0,14 cm e 0,07 cm, foram identificadas como V0, V1, V2 e V3, respectivamente. Inicialmente calculou-se a capacidade de carga para cada uma das vigas de maneira analítica. Os resultados encontrados são colocados no Quadro 5 abaixo. Adicionalmente, foi realizada uma comparação percentual da capacidade de carga, tendo como referência o valor encontrado para a viga VR.

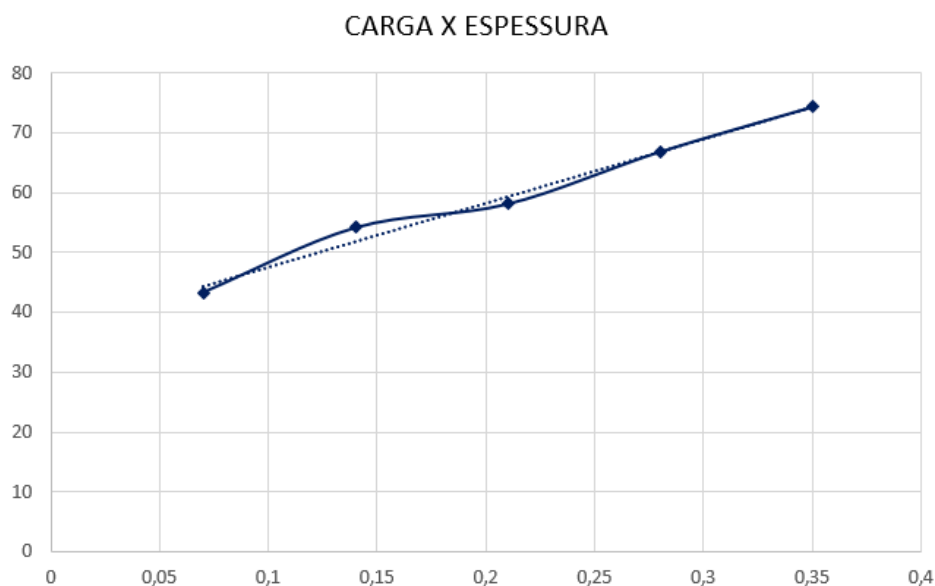
Quadro 5 – Resultados analíticos do estudo paramétrico

Vigas - Analítico			
Vigas	Chapa (cm)	Carga (kN)	Capacidade de carga
V0	0,35	74,40	111%
VR	0,28	66,89	100%
V1	0,21	58,84	88%
V2	0,14	54,19	81%
V3	0,07	43,34	65%

Os resultados indicam que a viga reforçada com chapa de 0,35 cm apresentou uma capacidade de carga 11% superior à da viga VR. Em contrapartida, a viga com chapa de 0,21 cm exibiu uma capacidade de carga 12% inferior à da viga de referência. A viga com chapa de 0,14 cm revelou uma redução de 19% na capacidade de carga, enquanto a viga com chapa de 0,07 cm mostrou uma diminuição de 45% em comparação à viga base. Esses dados sugerem que a

relação entre a espessura da chapa e a capacidade de carga não é diretamente proporcional, uma vez que uma chapa com metade da espessura não resulta em metade da capacidade de carga. No entanto, verifica-se que o aumento na capacidade portante em função do incremento na espessura da chapa apresenta um comportamento próximo ao linear. A Figura 49 ilustra essa linearidade através de um gráfico que relaciona a espessura da chapa com a carga máxima suportada calculada analiticamente.

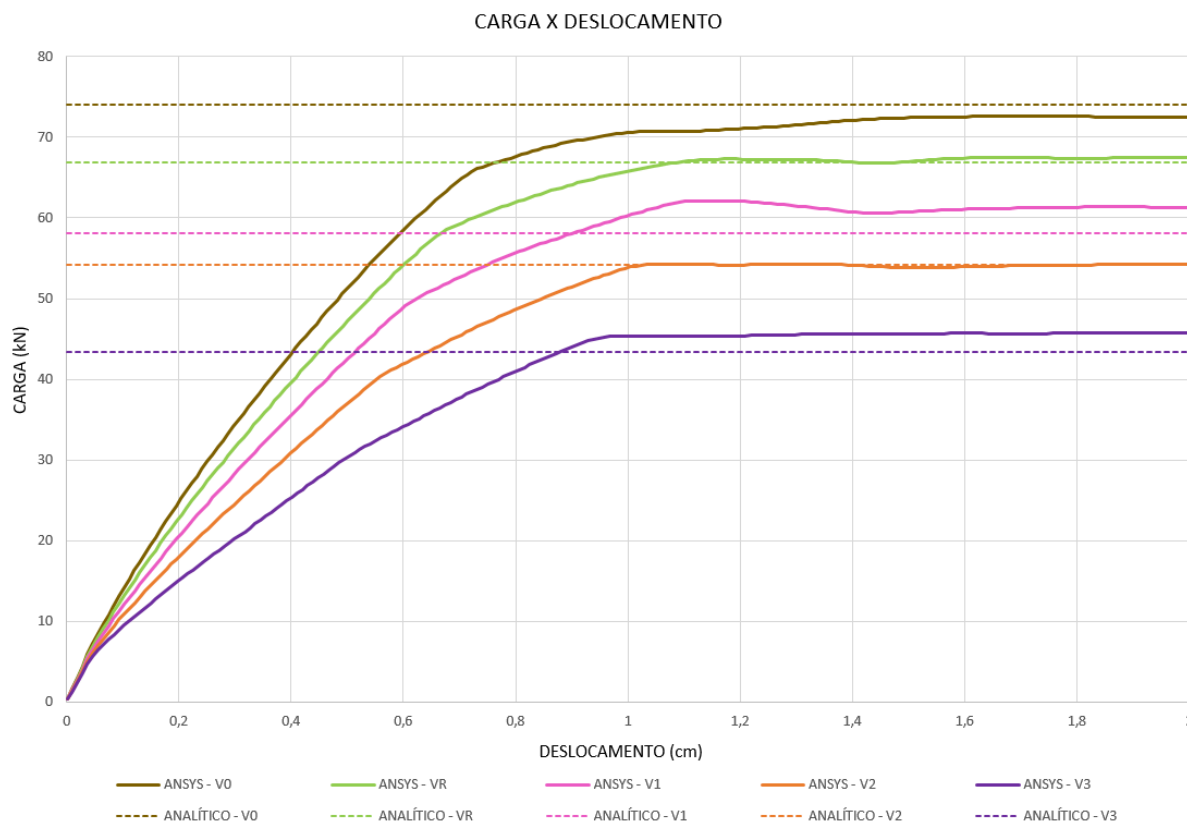
Figura 49 – Diagrama carga x espessura



(fonte: elaborada pela autora)

Em seguida, procedeu-se à modelagem das vigas no *software* ANSYS, utilizando os parâmetros de entrada propostos por Benincá (2019). Os gráficos de carga em função do deslocamento obtidos estão apresentados na Figura 50. Adicionalmente, foram incluídas as cargas calculadas analiticamente para fins de comparação. Observa-se que as cargas teóricas se assemelham significativamente às obtidas pelo modelo numérico, com coincidência exata para a viga VR, conforme previamente analisado, e para a V2. Por outro lado, as vigas V1 e V3 apresentaram cargas analíticas 5% e 4% inferiores, respectivamente, em relação às obtidas no *software* ANSYS. Por último, a viga V0 exibiu uma carga analítica cerca de 2,5% superior à computacional.

Figura 50 – Diagrama comparativo carga x deslocamento

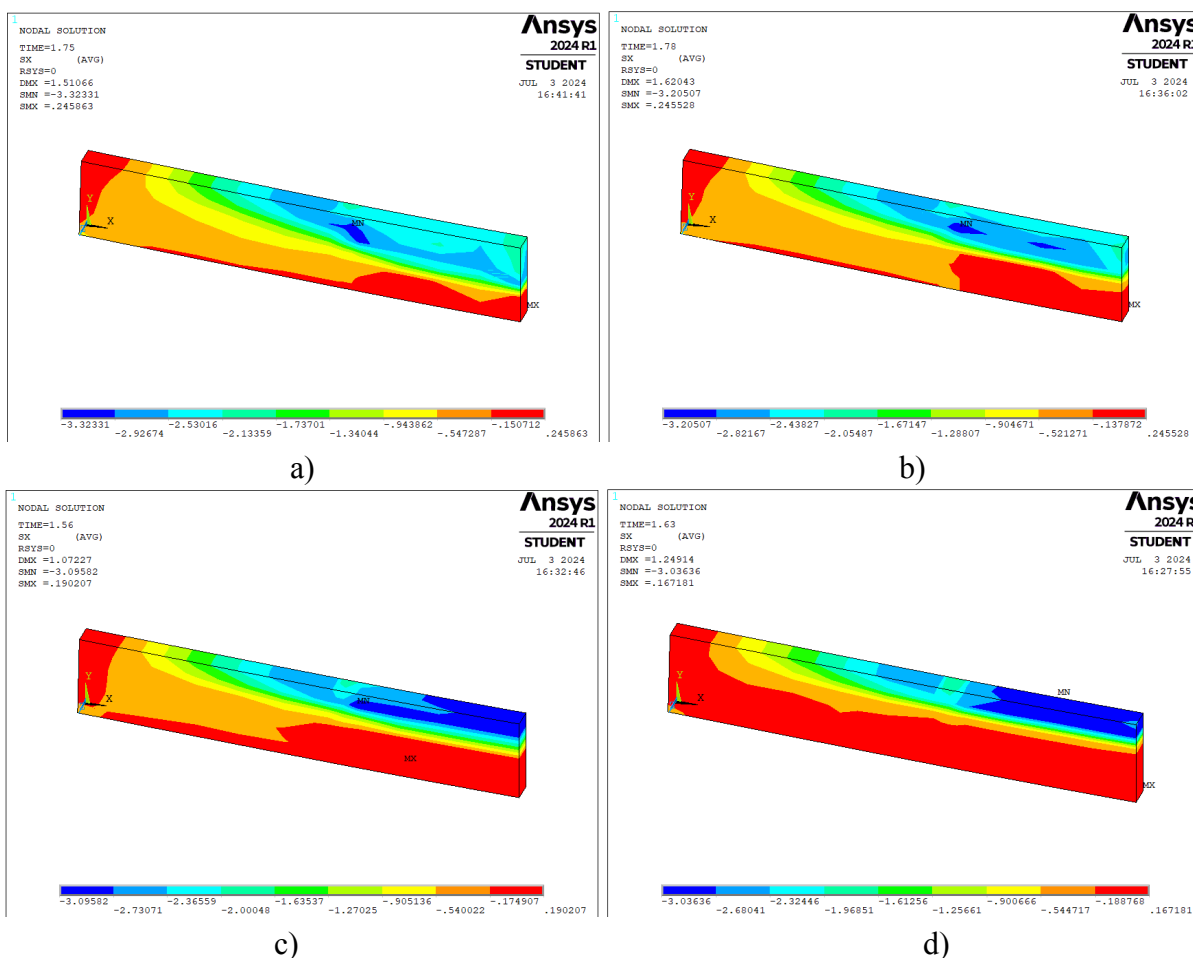


(fonte: elaborada pela autora)

Além disso, são apresentadas comparações dos diagramas de tensões nos elementos de concreto, aço e chapa metálica para as vigas modeladas. Os diagramas foram escolhidos para as cargas onde ocorreu o início da plastificação em cada viga, sendo 72,40 kN para a V0, 61,00 kN para a V1, 54,30 kN para a V2, e 45,60 kN para a V3. Os diagramas para a VR já foram apresentados na Figura 30, sob uma carga de 67,05 kN.

A Figura 51 na sequência apresenta os diagramas de tensão no concreto para as vigas V0, V1, V2 e V3. É possível visualizar que, em todos os casos, o concreto se encontra abaixo de sua tensão limite e muito próximos entre si. O valor mais elevado é observado na viga reforçada com chapa de 0,35 cm, se aproximando muito do valor obtido para a VR, sendo este de 3,3 kN/cm².

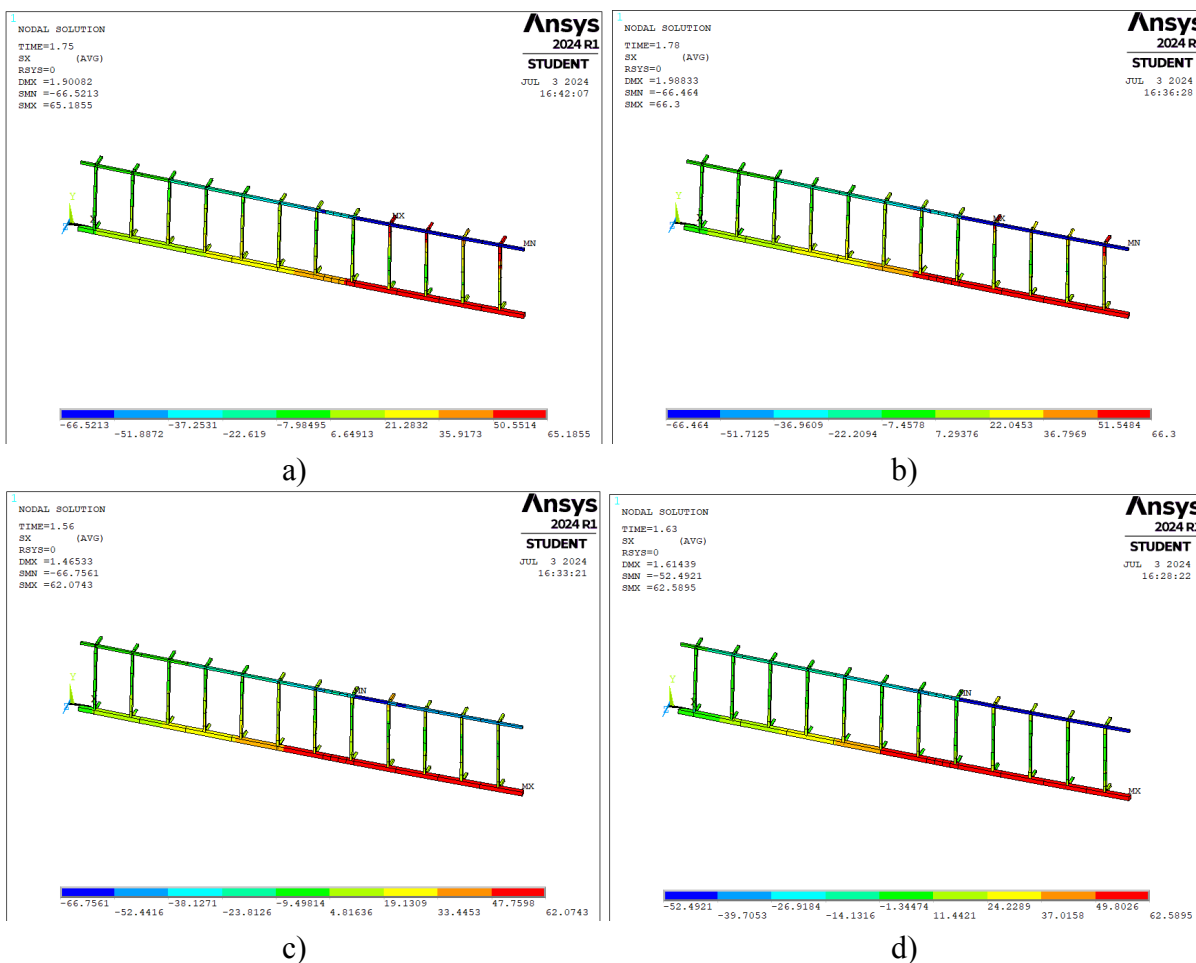
Figura 51 – Diagramas de tensões no concreto para a viga a) V0, b) V1, c) V2 e d) V3



(fonte: elaborada pela autora)

Em seguida, a Figura 52 exibe uma comparação entre os diagramas de tensões nas armaduras das vigas V0, V1, V2 e V3, respectivamente. Observa-se que as vigas com as chapas de menor espessura, 0,07 cm e 0,14 cm, não alcançaram a tensão de escoamento do aço, embora estejam próximas desse limite. Por outro lado, as vigas com espessuras de 0,21 cm e 0,35 cm já estão com o aço no limite de ruptura. Em comparação, a viga de referência já apresentava o aço em escoamento neste ponto, com uma tensão de 66 kN/cm².

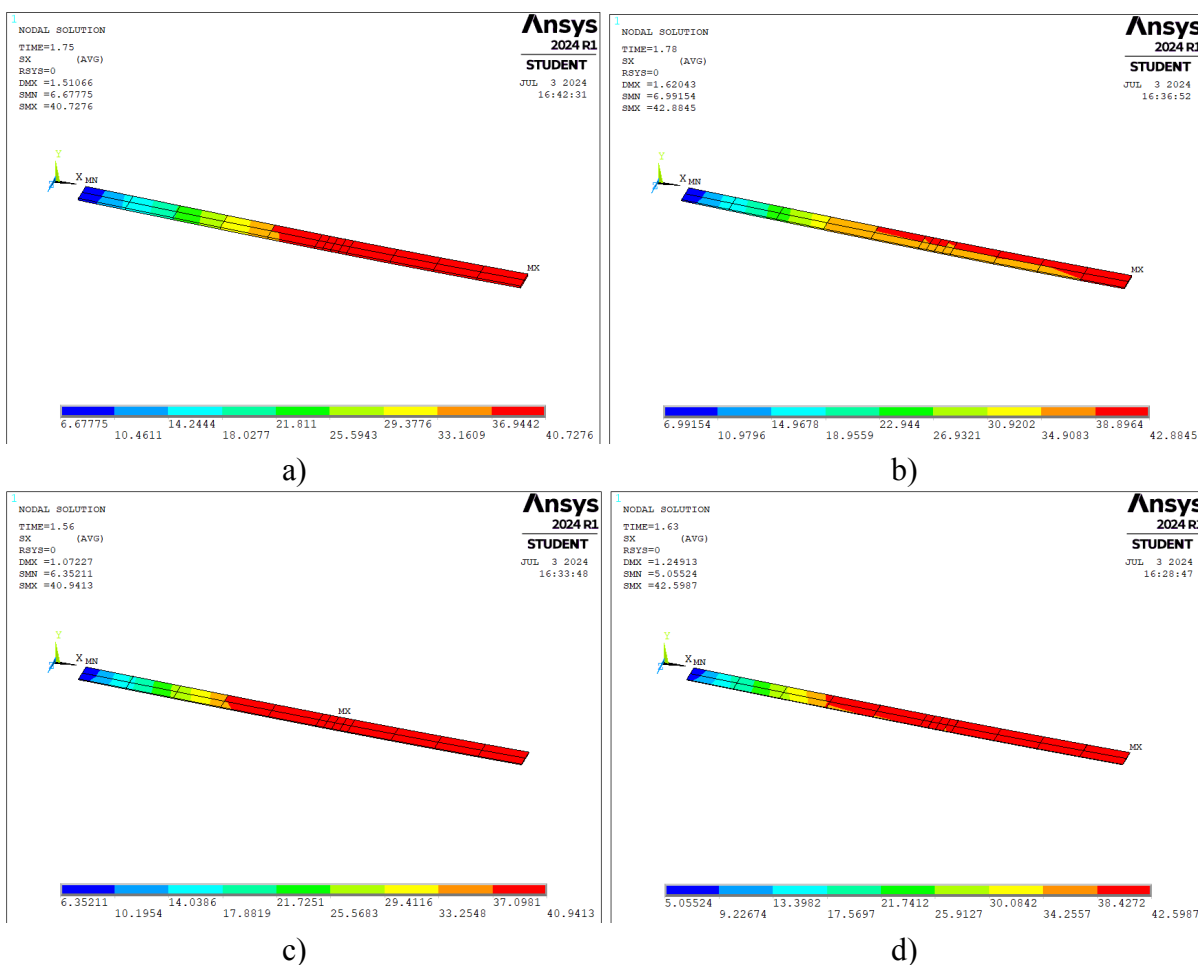
Figura 52 – Diagramas de tensões no aço para a viga a) V0, b) V1, c) V2 e d) V3



(fonte: elaborada pela autora)

Por último, a Figura 53 exibe os diagramas de tensões nas chapas de reforço para as vigas V0, V1, V2 e V3, nessa sequência. Observa-se que as tensões nas chapas variam entre 40 kN/cm^2 e 42 kN/cm^2 , inclusive para a viga de referência (VR), indicando, de fato, o colapso iminente da chapa metálica, que possui uma tensão limite teórica de 38 kN/cm^2 .

Figura 53 – Diagramas de tensões na chapa metálica para a viga a) V0, b) V1, c) V2 e d) V3



(fonte: elaborada pela autora)

Com base nos resultados é possível verificar que o colapso nestas vigas ocorre, principalmente pela ruptura da chapa metálica, seguida pelo escoamento das armaduras, enquanto o concreto permanece dentro dos limites aceitáveis.

É importante ressaltar que os resultados analíticos e computacionais indicam potenciais cargas de ruptura das vigas, considerando que a ligação entre ambas as partes é perfeita. Na prática, os estudos indicam que a aderência rompe antes que o reforço falhe, fazendo com que a carga suportada seja menor que a prevista.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo investigar o impacto da espessura da chapa de reforço na capacidade de carga das vigas. Para isso, foram conduzidos estudos, através do *software* ANSYS, sobre o comportamento de vigas com diferentes espessuras de chapas, utilizando diagramas de carga x deslocamento e investigando tensões em cargas de ruptura específicas. Além disso, os resultados foram validados com o auxílio de estudos experimentais, e comparados com valores analíticos, a fim de garantir a integridade dos resultados.

O primeiro ponto observado é que, numericamente e analiticamente, considerando ruptura por flexão, o aumento na capacidade de carga se dá linearmente com o aumento da espessura da chapa, mas não proporcional. Uma viga reforçada com chapa de 0,28 cm apresentou uma capacidade de carga de 66,89 kN, enquanto uma chapa de 0,14 cm suportou 54,19 kN. Embora a espessura da chapa tenha sido reduzida pela metade, a capacidade de carga diminuiu apenas 19%.

Outra observação é em relação à influência da aderência nos resultados. Em todas as vigas reforçadas, a ruptura experimental ocorreu antes das rupturas previstas analiticamente e numericamente. As tensões analisadas indicam que os reforços e as vigas estavam abaixo de suas tensões de ruptura, sugerindo que poderiam suportar mais carga do que realmente suportaram. Evidenciamento, dessa maneira, que a aderência do reforço é um ponto de extrema atenção, e precisa ser executado de maneira correta. Além disso, observou-se que, ao aumentar a espessura da chapa, a ruptura experimental se distanciava ainda mais do valor potencial calculado analiticamente e numericamente. Portanto, é essencial selecionar adequadamente a espessura da chapa, pois, embora uma chapa mais espessa possa indicar uma maior capacidade de carga, também apresenta maiores desafios de ancoragem.

Para pesquisas futuras, recomenda-se um estudo mais aprofundado da aderência entre a chapa e o concreto utilizando o *software* ANSYS, considerando que as falhas nesse sistema geralmente são as responsáveis pelo colapso do elemento estrutural. Adicionalmente, sugere-se investigar a influência dos parabolts na ancoragem, bem como a eficácia de chapas em formato de U para aprimorar a ancoragem. Outra linha de investigação seria a aplicação de uma chapa metálica também na parte superior da viga, com o objetivo de auxiliar o concreto na região comprimida e avaliar o impacto no aumento da carga.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, T. G. M. **Reforço de vigas de concreto armado por meio de cabos externos protendidos**. 2001. 201 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- ANSYS, inc. **Element Reference (2024 R1)**, 2024.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2023.
- BEBER, A. J. **Comportamento Estrutural de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Compósitos de Fibra de Carbono**. 2003. 317 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.
- BENINCÁ, M. E. **Simulação numérica de vigas alveolares mistas de aço e concreto: modelo parametrizado de elementos finitos**. 2019. 206 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.
- CÁNOVAS, M. F. **Patologia e Terapia do Concreto Armado**. São Paulo: PINI, 1988.
- CAMPAGNOLO, J. L. ; CAMPOS FILHO, A. ; SILVA FILHO, L. C. P. **Estudo do comportamento estrutural e do problema de ancoragem em vigas de concreto armado reforçadas com chapas de aço coladas**. XXVI JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, nov. 1993.
- CERON, M. V. **Desenvolvimento de um script para análise em elementos finitos de vigas de concreto através do software ANSYS**. 2021. 136 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.
- CHIQUESI, A. P. L; PEGORETTI, T. S. **Uso do método dos elementos finitos para o cálculo dos deslocamentos em treliças**. V Congresso Interdisciplinar de Pesquisa, Iniciação Científica e Extensão Universitária, Belo Horizonte, 2020.
- COMITÉ EURO INTERNACIONAL DU BÉTON. **CEB-FIB Model Code 2010**. Bulletin N° 162, 1983.
- DALAZEN, C. D. **Reforço à flexão de vigas em concreto armado com a utilização de argamassa reforçada com têxteis de carbono e de vidro**. 2021. 142 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.
- DALY A. F. **External post-tensioning**. Concrete Engineering International, 1998.
- DEGHENHARD, C. C. **Análise experimental da capacidade portante em vigas de concreto armado sujeitas a flexão com reforço metálico colado na face tracionada**. 2013. 19 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, 2013.

DITADI, G. M. **Análise e dimensionamento de vigas em concreto armado com abertura na alma.** 2024. 118 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

DUTRA, V. P. F. **Um modelo constitutivo para o concreto reforçado com fibras de aço via teoria de homogeneização.** 2012. 247 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

EDWARDS, K. L. **An overview of the technology of fibre-reinforced plastics for design purposes.** *Materials & Design*, v. 19, n. 1–2, p. 1–10, fev. 1998.

HOLLAWAY, L. C.; LEEMING, M. B. **Strengthening of reinforced concrete structures.** Woodhead Publishing Limited, 1999.

KRAESKI, V. E. **Análise por elementos finitos do comportamento de lajes alveolares.** 2023. 168 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2023.

LAZZARI, P. M. **Simulação numérica das etapas construtivas de pontes estaiadas através do método dos elementos finitos.** 2016. 276 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

MEDEIROS, M. V. **Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC.** 2019. 194 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

PALIGA, C. M. et al. **Estudo experimental de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com chapas de aço.** *Revista de Engenharia Civil IMED*, v. 6, n. 1, p. 20, 18 jul. 2019.

PIANCASTELLI, E. M. **Comportamento e desempenho do reforço à flexão de vigas de concreto armado, solicitado a baixa idade e executado inclusive sob carga.** 1997. 224 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1997.

PINHEIRO, L. H. B. **Reforço em pontes de concreto armado por protensão externa.** 2018. 186 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

Velame Engenharia. **REFORÇO ESTRUTURAL COM FIBRA DE CARBONO.** Disponível em: <https://velameengenharia.com.br/portfolio-projetos/reforco-estrutural-com-fibra-de-carbono/>. Acesso em: 13 mar. 2024.

REIS, A. P. A. **Reforço de vigas de concreto armado por meio de barras de aço adicionais ou chapas de aço e argamassa de alto desempenho.** 1998. 239 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

RIPPER, T; SOUZA, V. C. M. **Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto**. São Paulo: PINI, 1998.

RODRIGUES, J. C. **Chapa Colada - o reforço estrutural limpo e econômico**. Recuperar, set. 1994.

SCHWARTZ, M. M. **Composite Materials Handbook**. New York, USA: McGraw-Hill, 1984.

SILVEIRA, S. S. **Dimensionamento de vigas de concreto armado reforçadas com chapas de aço coladas com resina epóxi**. Rio de Janeiro, 1997.

SIMÕES, M. L. DE FARIA. **Reforço à flexão de vigas de concreto armado por encamisamento parcial**. 2007. 151 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

SOTO, R. C. **Reforço e recuperação de vigas de concreto armado**. 2013. 75 f. Trabalho de diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2013.

TAVARES, J. M. R. S. **Introdução ao método dos elementos finitos**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.

TAYLOR, G. D. **Materials in construction**. 2. ed. London: Longman Scientific & Technical, 1994.

VITÓRIO, J. A. P; BARROS, R. C. **Reforço e Alargamento de Pontes Rodoviárias com a Utilização de Protensão Externa**. 7º Congresso Internacional sobre Patologia e Reabilitação de Estruturas, Fortaleza, 2011.

APÊNDICE A - *Script* da viga reforçada com chapa de 0,28 cm

```

! *****
!
! Programador: Mário Vargas Ceron
! Data: julho/2021
! Atualização: Bruna Manica Lazzari e Paula Manica Lazzari
! Data da última atualização: outubro/2021
! Unidades: cm, kN
!
! *****
! -----
! *. 1. COMANDOS DE INICIALIZAÇÃO
! -----
!
!/NOPR           ! Suppress printing of UNDO process
!/PMACRO         ! Echo following commands to log
FINISH          ! Make sure we are at BEGIN level
!/CLEAR,NOSTART ! Clear model since no SAVE found
!/NOPR
!/PMETH,OFF,0
!/TITLE, VIGA LEONHARDT ET1
!
! *****
! -----
! *. 2. DEFINIÇÃO DO TIPO DE ANÁLISE
! -----
!
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
!
! *****
! -----
! *. 3. DEFINIÇÃO ELEMENTOS
! -----
!/PREP7
!
ET,1,SOLID186    ! Define elementos SOLID186 para o concreto
!
ET,2,SOLID185    ! Define elementos SOLID185 para as placas de apoio
!
ET,3,200,2       ! Define elementos MESH200 para armadura
KEYOPT,3,1,3     ! Define MESH200 como elementos "Linhas"
!
ET,4,SHELL281    ! Define elementos SHELL281 para as chapas de aço
KEYOPT,4,1,1     ! Define efeito membrana (Apenas Ux, Uz e Uy)
KEYOPT,4,8,2     ! Armazena os resultados para TOP, BOTTOM e MID para todas as
camadas
SECTYPE,1,SHELL ! Definição das camadas do elemento

```

```

SECDATA,0.28,6,,5 ! Espessura, material, núm. de pontos de integração
!mod_inter,EQ,0 ! Aderência perfeita entre viga/reforço:
SECOFFSET,BOT ! Nós são deslocados para baixo.
!
! * *****
! -----
! *. 4. PARAMETROS DOS MATERIAIS
! -----
!
! ENTRADA DE DADOS
!
! ----CONCRETO------(MATERIAL-1)-----
!
fck = 2.17
Rc = 2.97 ! Resistência média à compressão uniaxial !Rc=fck+0.8
Rb = Rc*(1.2-Rc/100) ! Resistência à compressão biaxial
Rt = (0.3*((10*fck)**(2/3)))/10 ! Resistência média à tração uniaxial
Ec = 3074.90 ! Módulo de elasticidade
vc = 0.2 ! Coeficiente de Poisson
!
delt = 1 ! Dilatância a tração
delc = 1 ! Dilatância a compressão
!
Oci = 0.4 ! tensão relativa no início da plastificação na compressão
Ocr = 0.65 ! tensão relativa para deformações plásticas superiores à K_cr
kcm = 0.0021-Rc/Ec ! deformação plástica em Rc
keu = 0.0035-Ocr*Rc/Ec ! deformação plástica última na compressão
kappa_tr = 0.001 ! deformação plástica última na tração
omega_tr = 0.02 ! tensão relativa para deformações plásticas superiores à K_tr
!
! ----ARMADURA-INFERIOR------(MATERIAL-2)-----
!
v2 = 0.3 ! Coeficiente de Poisson
ES2 = 21000 ! Módulo de elasticidade
FY22 = 65.0 ! Tensão de ruptura
fabrli_1 = 2 ! Processo de fabricação (1 = CLASSE B; 2 = CLASSE A)
!
! ----ARMADURA-SUPERIOR------(MATERIAL-3)-----
!
v3 = 0.3 ! Coeficiente de Poisson
ES3 = 21000 ! Módulo de elasticidade
FY33 = 62.0 ! Tensão de ruptura
fabrls = 2 ! Processo de fabricação (1 = CLASSE B; 2 = CLASSE A)
!
! ----ESTRIBO------(MATERIAL-4)-----
!
v4 = 0.3 ! Coeficiente de Poisson
ES4 = 21000 ! Módulo de elasticidade
FY44 = 62.0 ! Tensão de ruptura
fabrt = 2 ! Processo de fabricação (1 = CLASSE B; 2 = CLASSE A)

```

```

! ----APOIOS-E-PONTOS-DE-CARGA------(MATERIAL-5)-----
!
v5= 0.2                ! Coeficiente de Poisson
ES5= 20000             ! Módulo de elasticidade
!
-----CHAPAS DE AÇO------(MATERIAL-6)-----
!
v6 = 0.3              ! Coeficiente de Poisson
ES6 = 21000           ! Módulo de elasticidade
FY66 = 38.0           ! Tensão de ruptura
!
! -----
! CONCRETO - MATERIAL 1
! -----
!
! MATERIAL MODEL - LINEAR ISOTROPIC
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,Ec
MPDATA,PRXY,1,,vc
!
! MATERIAL MODEL - DP-CONCRETE
!
TB,CONCR,1,,,DP                ! Define propriedades de resistência
TBDATA, 1, Rc, Rt, Rb          ! do modelo DP-CONCRETE
!
TB,CONCR,1,,,DILA              ! Define propriedades de dilatação
TBDATA, 1, delc, delc          ! do modelo DP-CONCRETE
!
TB,CONCR,1,,,HSD6              ! Define modelo HSD Linear
TBDATA,1,kcm,kcu,oci,ocr,kappa_tr,omega_tr    !
!
TB,CONCR,1,,,MSOL
TBDATA,1,2
!
! DENSITY
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1,,2.54E-8
!
! -----
! ARMADURA PASSIVA (INFERIOR) - MATERIAL 2
! -----
!
*IF,fabrli_1,EQ,1,THEN        ! Se for CA-60, diagrama com endurecimento
    Fy2=FY22*0.85             ! Tensão de escoamento do aço kN/cm2
    EPSLONY2=Fy2/ES2          ! deformação de plastificação
    Es22=.15*FY22/(0.01-EPSLONY2) ! Módulo para deformações plásticas

```



```

*ELSE                                     ! Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito

      Fy2=FY22
      Es22=ES2/100                         ! Considera-se uma pequeno endurecimento para evitar
erros numéricos
*ENDIF
!
! Modelo linear Isotrópico
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,ES2                         ! Especifica o módulo de elasticidade do material 2
MPDATA,PRXY,2,,v2                        ! Especifica o coef. de Poisson do material 2
!
! Modelo bilinear (biso)
!
TB,BISO,2,1,2,                            ! Bilinear, Material 2, 1 temperatura, 2 constantes
TBTEMP,0                                  ! Primeira temperatura
TBDATA,,Fy2,Es22,,,,                    ! Tensão de escoamento do aço, módulo de elasticidade
do segundo trecho linear
!
! -----
! ARMADURA PASSIVA (SUPERIOR) - MATERIAL 3
! -----
!
*IF,fabrls,EQ,1,THEN                       ! Se for CA-60, diagrama com endurecimento
      Fy3=FY33*0.85
      EPSLONY3=Fy3/ES3
      Es33=.15*FY33/(0.01-EPSLONY3)
*ELSE                                       ! Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
      Fy3=FY33
      Es33=ES3/100                         ! Considera-se uma pequeno endurecimento para evitar
erros numéricos
*ENDIF
!
! Modelo linear Isotrópico
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,3,,ES3                         ! Especifica o módulo de elasticidade do material 3
MPDATA,PRXY,3,,V3                       ! Especifica o coef. de Poisson do material 3
!
! Modelo bilinear (biso)
!
TB,BISO,3,1,2,                            ! Material 3, 1 temperatura, 2 constantes
TBTEMP,0                                  ! Primeira temperatura
TBDATA,,Fy3,Es33,,,,                    ! Tensão de escoamento do aço, módulo de elasticidade
do segundo trecho linear
!
! -----

```

```

! ARMADURA ESTRIBOS - MATERIAL 4
! -----
!
*IF,fabrt,EQ,1,THEN                                ! Se for CA-60, diagrama com endurecimento
    Fy4=FY44*0.85
    EPSLONY4=Fy4/ES4
    Es44=.15*FY44/(0.01-EPSLONY4)
*ELSE                                              ! Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
    Fy4=FY44
    Es44=ES4/100                                ! Considera-se uma pequeno endurecimento para evitar
erros numéricos
*ENDIF
!
! Modelo linear Isotrópico
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,4,,ES4                                ! Especifica o módulo de elasticidade do material 3
MPDATA,PRXY,4,,V4                                ! Especifica o coef. de Poisson do material 3
!
! Modelo bilinear (biso)
!
TB,BISO,4,1,2,                                    ! Material 3, 1 temperatura, 2 constantes
TBTEMP,0                                         ! Primeira temperatura
TBDATA,,Fy4,Es44,,                               ! Tensão de escoamento do aço, módulo de elasticidade
do segundo trecho linear
!
! -----
! APOIOS E PONTOS DE CARGA - MATERIAL 5
! -----
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,5,,ES5
MPDATA,PRXY,5,,V5
!
! -----
! CHAPA DE AÇO - MATERIAL 6
! -----
!
! Propriedades elásticas:
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,6,,Es6
MPDATA,PRXY,6,,v6
!
*IF,fabrli_1,EQ,1,THEN                            ! Se for CA-60, diagrama com endurecimento
    Fy6=FY66*0.85                                ! Tensão de escoamento do aço kN/cm2
    EPSLONY2=Fy6/ES6                             ! deformação de plastificação
    Es66=.15*FY66/(0.01-EPSLONY2) ! Módulo para deformações plásticas

```

```

*ELSE                                ! Se for CA-50, comportamento elastoplástico
perfeito
    Fy6=FY66
    Es66=ES6/100                      ! Considera-se uma pequeno endurecimento para
evitar erros numéricos
*ENDIF
!
! Modelo linear Isotrópico
!
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,6,,ES6                     ! Especifica o módulo de elasticidade do material 2
MPDATA,PRXY,6,,v6                    ! Especifica o coef. de Poisson do material 2
!
! Modelo bilinear (biso)
!
TB,BISO,6,1,2,                       ! Bilinear, Material 2, 1 temperatura, 2 constantes
TBTEMP,0                             ! Primeira temperatura
TBDATA,,Fy6,Es66,,                  ! Tensão de escoamento do aço, módulo de elasticidade
do segundo trecho linear
!
! * *****
! -----
! *. 5. MODELAGEM DA ESTRUTURA
! -----
!
! -----
! 5.1 - ENTRADA DE DADOS
! -----
!
! -----
! GEOMETRIA
! -----
!
b = 3.5      ! Base, considerando metade da seção
h = 14       ! Altura da seção transversal
vao = 75     ! Distância entre extremidade e meio da viga (cm)
c = 1        ! COBRIMENTO
!

x.ac = 5     ! Distância entre a extremidade e o centro do apoio
x.b = 42.5   ! Distância entre a extremidade e a face do ponto de carga
x.bc = 45    ! Distância entre a extremidade e o centro do ponto de carga
y.a = -5     ! Distância entre a base da viga e a face inferior do apoio
y.b = h      ! Distância entre a base da viga e a face inferior do ponto de carga
a.bas = 5    ! Comprimento do apoio
b.bas = 5    ! Comprimento do ponto de carga
a.alt = 5    ! Altura das "caixas" do apoio e do ponto de carga
!
s.mesh = 2.5 ! Tamanho máximo da malha

```

```

! -----
! ARMADURAS
! -----
!
dals = 0.42      ! Diâmetro da armadura longitudinal superior (cm)
dali = 0.8      ! Diâmetro da armadura longitudinal inferior (cm)
dat = 0.42      ! Diâmetro da armadura transversal (cm)
!
nat = 22        ! Número de estribos
sat = 6         ! Espaçamento entre as armaduras transversais detalhado em projeto (cm)
pat1 = 5        ! Posição do primeiro estribo (cm)
!
! -----
! CHAPA DE AÇO
! -----
!
lr = b          ! Largura da chapa (cm)
er = 0.28       ! Espessura da chapa
Ar = lr*er      ! Área total de reforço (cm²)
!
! -----
! 5.2 - ARMADURA LONGITUDINAL INFERIOR
! -----
!
ysli_1=c       ! Distância normalizada do reforço, no referencial do elemento inferior
ysli_2=c*2
zsli_1=b-c     ! Distância normalizada do reforço, no referencial do elemento inferior
!
NUMSTR,LINE,2000 ! Inicia a numeração das linhas da armadura inferior em 2000
!
K,2001,2.5,ysli_1,zsli_1 ! Posiciona os KP para geração da linha da armadura inferior

K,2002,vao,ysli_1,zsli_1
L,2001,2002
!
LSEL,S,loc,y,ysli_1 ! Seleciona entidades linha na altura da linha
LSEL,R,loc,z,zsli_1 ! Da seleção feita, são tomadas as linhas no plano de simetria.
CM,ARMINF1,LINE     ! Forma uma componente da seleção
!
! -----
! 5.3 - ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR
! -----
!
ysls=h-c       ! Distância normalizada do reforço, no referencial do elemento superior
zsls=b-c       ! Distância normalizada do reforço, no referencial do elemento superior
!
NUMSTR,LINE,3000 ! Inicia a numeração das linhas da armadura superior em 3000
!
K,3001,2.5,ysls,zsls ! Posiciona os KP para geração da linha da armadura superior
K,3002,vao,ysls,zsls

```

```

L,3001,3002
!
LSEL,S,loc,y,ysls          ! Selecciona entidades linha na altura da linha
LSEL,R,loc,z,zsls         ! Da seleção feita, são tomadas as linhas no plano de simetria.
CM,ARMSUP,LINE           ! Forma uma componente da seleção
!
! -----
! 5.4 - ARMADURA TRANSVERSAL
! -----
!
! Coordenadas (y e z) dos tramos superior, vertical e inferior dos estribos
!
ysts=h-c                  ! Tramo superior
zsts=b-c
!
ystv_1=c                  ! Tramo vertical
ystv_2=h-c
zstv=b-c
!
ysti=c                    ! Tramo inferior inferior

zsti=b-c
!
*DO,i,1,nat
!
      NUMSTR,LINE,4000+(3*i-2)          ! Inicia a numeração das linhas da
armadura superior em 4000
!
      K,4000+(6*i-5),(i-1)*sat+pat1,ysts,0      ! Posiciona os KP para geração da linha
da armadura superior
      K,4000+(6*i-4),(i-1)*sat+pat1,ysts,zsts
      L,4000+(6*i-5),4000+(6*i-4)
!
      K,4000+(6*i-3),(i-1)*sat+pat1,ystv_1,zstv  ! Posiciona os KP para geração da linha
da armadura superior
      K,4000+(6*i-2),(i-1)*sat+pat1,ystv_2,zstv
      L,4000+(6*i-3),4000+(6*i-2)
!
      K,4000+(6*i-1),(i-1)*sat+pat1,ysti,0      ! Posiciona os KP para geração da linha
da armadura superior
      K,4000+(6*i),(i-1)*sat+pat1,ysti,zsti
      L,4000+(6*i-1),4000+(6*i)
!
*ENDDO

!
*GET,MAXLINHA,LINE,,NUM,MAXD      ! Define a variavel auxiliar como a numeração da
última linha lançada
LSEL,S,,4001,MAXLINHA             ! Selecciona as linhas baseado na numeração
CM,ESTRIBO,LINE                   ! Forma componente da seleção feita

```

```

! -----
! 5.5 - CONCRETO E APOIOS
! -----
!
BLC4, 0,0,a.bas/2,h,b           ! Cria o volume da viga
BLC4, (a.bas)/2,0,(a.bas)/2,h,b ! Cria o volume da viga
BLC4, a.bas,0,x.b-(a.bas),h,b   ! Cria o volume da viga
BLC4, x.b,0,(b.bas)/2,h,b      ! Cria o volume da viga
BLC4, x.b+(b.bas)/2,0,(b.bas)/2,h,b ! Cria o volume da viga
BLC4, x.b+b.bas,0,vao-x.b-b.bas,h,b ! Cria o volume da viga
BLC4, 0,y.a,(a.bas)/2,a.alt,b   ! Criando o primeiro bloco de apoio
BLC4, (a.bas)/2,y.a,(a.bas)/2,a.alt,b ! Criando o segundo bloco de apoio
BLC4, x.b,y.b,(b.bas)/2,a.alt,b ! Cria a "caixa" do ponto de carga
BLC4, x.b+(b.bas)/2,y.b,(b.bas)/2,a.alt,b ! Cria a "caixa" do ponto de carga
!
! -----
! 5.6 - ELEMENTOS DE REFORÇO
! -----
!
refor,EQ,1
TYPE,4           !Elemento SHELL281
MAT,6           !Material CHAPA
ESYS,0
SECNUM,
mod_inter,EQ,0
MSHAPE,0,2D     !Define malha 2D e elemento quadrilátero
MSHKEY,1        !Define malha mapeada
ASEL,S,LOC,Y,0  !Seleciona áreas inferiores do volume
ASEL,U,LOC,X,0,5
ASEL,U,LOC,X,x.b,vao
AMESH,all       !Gera malha nas áreas inferiores dos volumes
!
ASEL,S,LOC,Y,0  !Seleciona áreas inferiores do volume
ASEL,U,LOC,X,0,x.b
ASEL,U,LOC,X,x.b+b.bas,vao
AMESH,all       !Gera malha nas áreas inferiores dos volumes
!
ASEL,S,LOC,Y,0  !Seleciona áreas inferiores do volume
ASEL,U,LOC,X,0,x.b+b.bas
AMESH,all       !Gera malha nas áreas inferiores dos volumes
!
vsel,all        ! Seleciona todos os volumes
NUMCMP,VOLU    ! Renumerar o número dos volumes
!
VSEL,S,loc,y,0,h           ! Seleciona volumes do concreto
CM,CONCRETO,VOLU          ! Cria componente com os volumes selecionados
!
VSEL,S,loc,y,h,h+5        ! Seleciona volumes do ponto de carga
VSEL,A,loc,y,-5,0         ! Seleciona volumes do apoio
CM,APOIOS,VOLU            ! Cria componente com os volumes selecionados

```

```

!
vsel,all          ! Selecciona os volumes
NUMCMP,line      ! Renumeras as linhas
!
! Esse comando executa um merge dos nós - Elimina nós repetidos e faz a renumeração dos
nós
!
NSEL,ALL
!
NUMMRG,NODE, , , ,LOW !Agrupa propriedades em comum
NUMCMP,NODE !Renumeras os nós
NUMMRG,KP,,,LOW !Renumeras os KP
!
!
! * *****
! -----
! *. 6. SECTION
! -----
!
! -----
! 6.1 - ARMADURA LONGITUDINAL INFERIOR
! -----
!
Asli=(3.14159265359*(dali*dali)/4)      ! Área de armadura inferior
!
SECTYPE,2,REINF,DISC                    ! Reforço seção 2,reinf,reforço discreto
SECDATA,2,Asli,MESH                    ! Material 2, área da seção,mesh
!
! -----
! 6.2 - ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR
! -----
!
Asls=(3.14159265359*(dals*dals)/4)      ! Área de armadura superior
!
SECTYPE,3,REINF,DISC                    ! Reforço seção 3,reinf,reforço discreto
SECDATA,3,Asls,MESH                    ! Material 3, área da seção,mesh
!
! -----
! 6.3 - ARMADURA TRANSVERSAL
! -----
!
Ast=(3.14159265359*(dat*dat)/4)        ! Área de armadura transversal
!
SECTYPE,4,REINF,DISC                    ! Reforço seção 4,reinf,reforço discreto
SECDATA,4,Ast,MESH                    ! Material 4, área da seção,mesh
!
! * *****
! -----
! *. 7. MESH
! -----

```

```

!
! -----
! 7.1 - CONCRETO
! -----
!
! Especifica as características dos elementos 3D:
!
TYPE, 1                ! Define mesh com elementos SOLID186
MAT, 1                 ! Define mesh com material (1)
!
CMSEL,S,CONCRETO      ! Seleciona componente com os volumes de concreto
ESIZE,S,MESH          ! Define valor máximo para a mesh
!
VMESH,all              ! Aplica a mesh 1
!
CM,CONCRETO,ELEM      ! Define componente com os elementos do concreto
!
! -----
! 7.2 - APOIOS
! -----
!
! Repete o procedimento realizado para o concreto
!
TYPE, 2                ! Define mesh com elementos SOLID185
MAT, 5                 ! Define mesh com material (5)
!
CMSEL,S,APOIOS        ! Seleciona componente com os volumes de concreto
ESIZE,S,MESH          ! Define valor máximo para a mesh
!
VMESH,all              ! Aplica a mesh 1
!
CM,APOIOS,ELEM        ! Define componente com os elementos dos apoios e
pontos de carga
!
! -----
! 7.3 - ARMADURA LONGITUDINAL INFERIOR
! -----
!
! Especifica as características do elemento mesh200 (ET = 3, material 2 e seção 2)
!
TYPE, 3
!
MAT, 2
SECNUM, 2
!
CMSEL,S,ARMINF1       ! Seleciona componentes da linha
LESIZE,ALL,,,1        ! Define o tamanho da mesh como um elemento apenas
LMESH,ALL              ! Aplica a mesh nas linhas
!
!

```



```

ESEL,S,TYPE,,1          ! Seleciona elementos do tipo SOLID186 (Concreto)
ESEL,A,MAT,,2          ! Adiciona à seleção os elementos do material (2)
EREINF                 ! Transforma elementos MESH200 em REINF264
dentro dos elementos de concreto
ESEL,S,ENAME,,REINF264 ! Seleciona elementos do tipo REINF264
CM,ARMINF,ELEM        ! Transforma seleção em componente
!
! -----
! 7.4 - ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR
! -----
!
! Repete o procedimento realizado nas armaduras inferiores
!
TYPE, 3
MAT, 3
SECNUM, 3
!
CMSEL,S,ARMSUP
LESIZE,ALL,,1
LMESH,ALL
!
ESEL,S,TYPE,,1          ! Seleciona elementos do tipo SOLID186 (Concreto)
ESEL,A,MAT,,3          ! Adiciona à seleção os elementos do material (3)
EREINF                 ! Transforma elementos MESH200 em REINF264
dentro dos elementos de concreto
ESEL,S,ENAME,,REINF264 ! Seleciona elementos do tipo REINF264
CMSEL,U,ARMINF        ! Da seleção, são removidos os elementos que já
possuem componentes
CM,ARMSUPER,ELEM      ! Transforma seleção em componente
!
! -----
! 7.5 - ESTRIBOS
! -----
!
! Especifica as características dos elementos 3D:
!
TYPE, 3
MAT, 4
SECNUM, 4
!
CMSEL,S,ESTRIBO
LESIZE,ALL,,1
LMESH,ALL
!
ESEL,S,TYPE,,1          ! Seleciona elementos do tipo SOLID186 (Concreto)
ESEL,A,MAT,,4          ! Adiciona à seleção os elementos do material (4)
EREINF                 ! Transforma elementos MESH200 em REINF264
dentro dos elementos de concreto
ESEL,S,ENAME,,REINF264 ! Seleciona elementos do tipo REINF264

```

```

CMSEL,U,ARMINF          ! Da seleção, são removidos os elementos que já
possuem componentes
CMSEL,U,ARMSUPER        ! Da seleção, são removidos os elementos que já
possuem componentes
CM,ARREST,ELEM          ! Transforma seleção em componente
!
! -----
! 7.6 - GERANDO EREINF
! -----
!
LSEL,s,TYPE,,3
LCLEAR,all               ! Remove elementos MESH200 não mais necessários
LDELETE,all
!
! -----
! 7.7 - COMANDOS GERAIS
! -----
!
NUMMRG,NODE, , , ,LOW
NUMCMP,NODE
!
ESEL,S,TYPE,,1          ! Seleciona elementos do tipo SOLID186
(CONCRETO)
/TRLCY,ELEM,0.9         ! Aplica transparencia nos elementos
ESEL,all                 ! Seleciona todos os elementos
/VIEW,1,1,1,1           ! Muda a vista para isométrica
!
/ESHAPE,1                ! Permite a visualização da seção nos elementos de
reforço
EPLOT                    ! Plota elementos na janela de visualização
!
! * *****
! -----
! *. 8. RESTRIÇÕES
! -----
!
! -----
! 8.1 - APOIO
! -----
!
NSEL,S,loc,x,(x.ac)/2    ! Seleciona nós no eixo central da "caixa" de ap
NSEL,R,loc,y,y.a        ! Reseleciona nós na parte inferior da "caixa" de apoio
D,all,uy                 ! Aplica restrição de deslocamento na direção y

!NSEL,S,loc,x,(a.bas)/2 ! Seleciona nós no eixo central da "caixa" de ap
!NSEL,R,loc,y,y.a      ! Reseleciona nós na parte inferior da "caixa" de apoio
!DA,all,uy             ! Aplica restrição de deslocamento na direção y

! -----
! 8.2 - SIMETRIA

```

```

! -----
!
ASEL,S,loc,x,vao      ! Selecciona áreas do plano zy na metade do vão
DA,all,UX,           ! Aplica restrição de deslocamento na direção x
!
ASEL,S,loc,z,0       ! Selecciona áreas do plano xy na metade da seção
DA,all,UZ,           ! Aplica restrição de deslocamento na direção z
ALLSEL               ! Selecciona todos os elementos

!
! * *****
! -----
! *. 9. CARREGAMENTOS
! -----
!
! *****
*****
! 9.1 ENTRADA DE DADOS
! *****
*****
!
/PREP7
!
! Define as informações para o caso de carga 2.
!
Desloc = 1.5          ! Deslocamento
carga = 0             ! Carga - Se aplicar deslocamento, usar 0
Steps = 200           ! substeps
!
! -----
! 9.2 - 1º-CASO-DE-CARGA-|-ETAPA-1-|-PESO-PRÓPRIO
! -----
!
ALLSEL,ALL           ! Selecciona todos os elementos
ACEL,0,981,0,        ! Aplica aceleração nos elementos
!
! dados da análise:
!
ANTYPE,0              ! Análise estática
SOLCONTROL,on        ! O ANSYS controla os parâmetros de NR
!
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,1
AUTOTS,on            ! Habilita time stepping automático
NLGEOM,on            ! Inclui efeitos de altas deflexões
NCNV,2,              ! Critério de parada para terminar a análise
NEQIT,100            ! Número de equações de equilíbrio adotada para critério de
convergência
CNVTOL,F, ,0.1,2, ,  ! Define tolerâncias e normas para análises não lineares
CNVTOL,U, ,0.1,2, ,  ! Define tolerâncias e normas para análises não lineares

```

```

!
DELTIM,1,1,1          ! Define o time para todas etapas de carga
!
RESCONTRL,DEFINE,ALL,1,1
TIME,1
LSWRITE,1,
!
! -----
! 9.3 - 2º-CASO-DE-CARGA-|-ETAPA-2-|-INCREMENTO-DE-DESLOCAMENTO
! -----
!
/PREP7
!
NSEL,S,LOC,X,x.bc
NSEL,R,LOC,Y,h+5
NSEL,R,LOC,Z,0
!
*IF,carga,eq,0,then   ! Caso não seja aplicado carga inicial
D,all,Uy,-desloc     ! Aplica deslocamento no nó selecionado
*ELSE                 ! Caso contrário
F,all,fy,-carga/4    ! Aplica carga no nó selecionado
*ENDIF
!
ALLSEL
!
ANTYPE,0              ! Análise estática
SOLCONTROL,on        ! O ANSYS controla os parâmetros de NR
!
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,1
AUTOTS,on             ! Habilita time stepping automático
NLGEOM,on             ! Inclui efeitos de altas deflexões
NCNV,2,               ! Critério de parada para terminar a análise
NEQIT,100             ! Número de equações de equilíbrio adotada para critério de
convergência
EQSLV,SPAR
LNSRCH,0
CNVTOL,F, ,0.4,2, ,   ! Define tolerâncias e normas para análises não lineares
CNVTOL,U, ,0.4,2, ,   ! Define tolerâncias e normas para análises não lineares
!
DELTIM,1/STEPS,1/STEPS,1/STEPS    ! Define o time para todas etapas de carga
!
RESCONTRL,DEFINE,ALL,1,1
TIME,2
LSWRITE,2,
!
! -----
! * *****

```

APÊNDICE B - Planilha de cálculo de vigas reforçadas com chapas de aço

Dados da seção		σs1 (kN/cm ²)	σs2 (kN/cm ²)	σc (kN/cm ²)	σr (kN/cm ²)	LN (x) (cm)	X23 (cm)	XLIMITE (cm)	Dominio	εs2	εc	εs1	εr
bw (cm)	7												
h (cm)	14	65	62	3,815	38	5,716	3,158	6,464	3	0,0071	0,0035	0,011	0,545
d (cm)	12,18	65	62	3,815	38	5,716	3,158	6,464	3	0,0063	0,0035	0,01	0,545
d' (cm)	1,63	65	0,003	3,815	38	6,529	3,158	6,464	3	0,0087	0,0035	0,01	0,430
As1	1	65	0,003	3,815	38	6,529	3,158	6,464	3	0,0087	0,0035	0,01	0,430
As2	0,28	65	0,003	3,815	38	6,529	3,158	6,464	3	0,0087	0,0035	0,01	0,430
Concreto		65	0,003	3,815	38	6,529	3,158	6,464	3	0,0087	0,0035	0,01	0,430
fcd (Mpa)	38,15	65	0,003	3,815	38	6,529	3,158	6,464	3	0,0087	0,0035	0,01	0,430
fck (Mpa)	53,41	65	0,003	3,815	38	6,529	3,158	6,464	3	0,0087	0,0035	0,01	0,430
ecu	0,0035	65	0,003	3,815	38	6,529	3,158	6,464	3	0,0087	0,0035	0,01	0,430

Múltiplo (kN.cm)	Púltimo (kN)
1480,60	66,897

Aço	
fyk(Mpa)	650
fyd (Mpa)	565,22
Es	21000
eyd	0,00310

Reforço	
fik (Mpa)	380
Es	21000
As	1,96
dr	14,14
Ed	0,0181