

**RODRIGO SYCHOCKI DA SILVA**

ORGANIZADOR

AÇÕES E PROPOSIÇÕES COM O  
USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

EXPERIMENTOS, REFLEXÕES  
E APRENDIZADOS DE/PARA  
QUEM ENSINA MATEMÁTICA



**RODRIGO SYCHOCKI DA SILVA**

ORGANIZADOR

AÇÕES E PROPOSIÇÕES COM O  
USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA

# EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

EXPERIMENTOS, REFLEXÕES  
E APRENDIZADOS DE/PARA  
QUEM ENSINA MATEMÁTICA



**casaletras**

Porto Alegre

2024

Copyright ©2024 do organizador.

Os dados e conceitos emitidos nos trabalhos, bem como a exatidão das referências bibliográficas, são de inteira responsabilidade do(s) seu(s) autor(es).

LICENCIADA POR UMA LICENÇA CREATIVE COMMONS



Atribuição - Não Comercial - Sem Derivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)

**Você é livre para:**

**Compartilhar** - copie e redistribua o material em qualquer meio ou formato. O licenciante não pode revogar essas liberdades desde que você siga os termos da licença.

**Atribuição** - Você deve dar o crédito apropriado, fornecer um link para a licença e indicar se foram feitas alterações. Você pode fazê-lo de qualquer maneira razoável, mas não de maneira que sugira que o licenciante endossa você ou seu uso.

**Não Comercial** - Você não pode usar o material para fins comerciais.

**Não-derivadas** - Se você remixar, transformar ou desenvolver o material, não poderá distribuir o material modificado.

**Sem restrições adicionais** - Você não pode aplicar termos legais ou medidas tecnológicas que restrinjam legalmente outras pessoas a fazer o que a licença permite.

Este é um resumo da licença atribuída. Os termos da licença jurídica integral está disponível em:

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode>

**EXPEDIENTE:**

*Projeto gráfico, diagramação e capa:*  
Editora Casalettras

*Revisão técnica e linguística:*  
Éverson Pereira da Silva

*Editor:*  
Marcelo França de Oliveira

**CONSELHO EDITORIAL**

Dr. Airton Pollini  
*Université Haute-Alsace, Mulhouse, França*

Dr. Amurabi Oliveira  
*Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC*

Dr. Aristeu Lopes  
*Universidade Federal de Pelotas/UFPeL*

Dr. Elio Flores  
*Universidade Federal da Paraíba/UFPB*

Dr. Francisco das Neves Alves  
*Universidade Federal do Rio Grande/FURG*

Dr. Fábio Augusto Steyer  
*Universidade Estadual de Ponta Grossa/UEPG*

Dr. Giorgio Ferri  
*Università degli Studi "La Sapienza", Roma, Itália*

Dr<sup>a</sup> Isabel Lousada  
*Universidade Nova de Lisboa*

Dr. Jonas Moreira Vargas  
*Universidade Federal de Pelotas/UFPeL*

Dr. Luiz Henrique Torres  
*Universidade Federal do Rio Grande/FURG*

Dr. Manuel Albaladejo Vivero  
*Universitat de València, Espanha*

Dr<sup>a</sup> Maria Eunice Moreira  
*Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul/ PUCRS*

Dr. Moacyr Flores  
*Instituto Histórico e Geográfico do Rio Grande do Sul/ IHGRGS*

Dr<sup>a</sup> Yarong Chen  
*Beijing Foreign Studies University, China*

## Dados internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

**Ae84** Ações e proposições com o uso das tecnologias digitais na educação matemática: experimentos, reflexões e aprendizados de/para quem ensina Matemática / Rodrigo Sychocki da Silva (Org.). [ Recurso eletrônico ] Porto Alegre: Casalettras, 2024.

210 p.  
Bibliografia  
ISBN: 978-65-5220-004-4

1. Educação - 2. Ensino de Matemática - 3. Formação continuada de professores - 4. Tecnologias digitais - I. Silva, Rodrigo Sychocki da - II. Título.

CDU:371.8

CDD-370

  
**casalettras**

EDITORA CASALETTRAS  
R. Gen. Lima e Silva, 881/304 - Cidade Baixa  
Porto Alegre - RS - Brasil CEP 90050-103  
+55 51 3013-1407 - contato@casalettras.com  
www.casalettras.com

## Prefácio

**B**em-vindo(a) a uma jornada que transcende os limites tradicionais do ensino da matemática. Em “Ações e proposições com o uso das Tecnologias Digitais na Educação Matemática: experimentos, reflexões e aprendizados de/para quem ensina Matemática”, mergulhamos em um universo onde a Educação Matemática encontra-se intrinsecamente ligada às inovações tecnológicas dos tempos contemporâneos.

Este livro, meticulosamente elaborado, é dedicado aos futuros professores de matemática e àqueles que, com paixão e dedicação, já compartilham seus conhecimentos nas salas de aula. Dividido em duas partes, cada capítulo é uma peça essencial deste quebra-cabeça, proporcionando tanto reflexões profundas quanto experiências práticas valiosas.

Na primeira parte, convidamos os leitores a uma jornada reflexiva, explorando o panorama do ensino da matemática através de três capítulos instigantes. No primeiro, a partir de atividades práticas utilizando os softwares GrafEq e GeoGebra, os educadores compartilham suas reflexões sobre o uso das tecnologias digitais no ensino da matemática. No segundo, explora-se como uma abordagem docente que valoriza a criatividade e a imaginação dos alunos, através do uso das tecnologias, potencializa a concepção e comunicação dos estudantes em relação aos conceitos de matemática. Já, no terceiro, apresenta-se uma análise aprofundada do modelo teórico TPACK, oferecendo considerações valiosas

sobre como refletir acerca dos conhecimentos e práticas dos professores, levando em conta as tecnologias digitais.

A segunda parte do livro é um guia prático, repleto de oito capítulos que destacam aplicações tangíveis das tecnologias digitais no ensino da matemática. No primeiro, explora-se a construção de um jogo de labirinto utilizando o Scratch como ferramenta para promover o pensamento computacional nos estudantes. No segundo, investiga-se as múltiplas facetas do GeoGebra, oferecendo possibilidades inovadoras para o ensino de matemática nos anos iniciais. No terceiro, apresenta-se como a calculadora GeoGebra 3D, combinada com a realidade aumentada, pode transformar a exploração de conceitos geométricos no Ensino Fundamental. No quarto, detalha-se uma abordagem envolvente para explorar o conceito de variável em expressões algébricas utilizando o GeoGebra. No quinto, investiga-se as sinergias entre o GeoGebra e o GrafEq, destacando como essas ferramentas podem aprimorar o processo de ensino e aprendizagem da matemática. No sexto, explora-se as contribuições do pensamento orientado pelo GeoGebra na resolução de questões matemáticas desafiadoras. No sétimo, apresenta-se um conjunto de atividades matemáticas envolventes com o GeoGebra 3D, focando na exploração da geometria. Por fim, no oitavo capítulo, conclui-se essa jornada prática com uma análise dos resultados da produção de vídeos digitais, destacando seu papel inovador no ensino de matemática para alunos do sétimo ano.

Ao folhear estas páginas, prepare-se para uma jornada educacional que transcende as fronteiras do convencional. Este livro é mais do que um guia; é um convite para explorar, inovar e transformar o ensino da matemática através do poder das tecnologias digitais. Que estas páginas inspirem e capacitem cada educador a moldar o futuro do ensino

da matemática, proporcionando uma experiência de aprendizado cativante e relevante para as gerações vindouras.

Boa leitura!

Professora Dr<sup>a</sup>. **ADRIANA BRED**<sup>1</sup>  
*Universitat de Barcelona*

---

<sup>1</sup> “Pós-doutora pela Universitat de Barcelona (2020) (Financiado pelo Ministerio de Economía e Competitividad da Espanha), Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), com período de doutorado sanduíche realizado na Universitat de Barcelona (UB), Espanha (Financiado pelo programa PDSE, CAPES) e Doutora pela Universitat de Barcelona (equivalência de título de Doutora em Educação em Ciências e Matemática). Possui Mestrado em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), Graduação em Licenciatura em Matemática e Bacharelado em Ciências Atuariais pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Atuou como docente na Universidade Estadual do Rio Grande do Sul (UERGS), Brasil; docente e pesquisadora na Universidad de Los Lagos, Chile e na Universidad Nacional de Educación (UNAE), Equador. Atuou como professora colaboradora no Máster Profesional de Formación de Profesores de Secundaria en Ecuador da Universidad de Barcelona (UB, Espanha) e na Especialização para professores de Matemática na Universidad de Panamá (UP, Panamá). Atualmente é professora e pesquisadora na Universitat de Barcelona (UB, Espanha) e profesora visitante colaboradora na Unilasalle (Brasil). Também atua como colaboradora em diversos projetos de pesquisa e inovação. É membro do Comité Latinoamericano de Educación Matemática (CLAME) e revisora de periódicos relevantes da área como: Bolema, International Journal of Science and Mathematics Education, Educational Studies in Mathematics, Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education, entre outros. (Texto informado pelo autor)” (Fonte: <http://lattes.cnpq.br/6979794455712139>. (Acesso em junho de 2024))

# Sumário

**Introdução ..... 9**

## PARTE 1

### **DOS SEMINÁRIOS À REFLEXÃO: MOVIMENTO SUAVE E CONTÍNUO DA FORMAÇÃO**

**Réplica de um bordado em ponto cruz e “lata de milho ótima”:  
reflexões sobre duas atividades com o uso de Tecnologias Digitais  
em um curso de formação continuada .....13**

RODRIGO SYCHOCKI DA SILVA

**A mobilização de uma trajetória docente em “pesquisa” na Educação  
Matemática por meio das tecnologias: meios e formas .....37**

ALINE SILVA DE BONA

RODRIGO SYCHOCKI DA SILVA

**O modelo TPACK e suas perspectivas para a formação de  
professores de Matemática: algumas considerações .....61**

ANDRICELI RICHTER

ROSANA GIARETTA SGUERRA MISKULIN

## PARTE 2

### **AÇÕES E PROPOSIÇÕES: PARA ALÉM DAS QUESTÕES SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM**

**O Pensamento Computacional na construção de um jogo de  
labirinto no Scratch .....79**

LUIZA LEHMEN KERKHOFF

POLYANA PEROSA

**Geometria no Anos Iniciais: um estudo exploratório a partir das  
falas de professoras .....95**

NADJA REGINA CHIARELLI ROLIM

**Calculadora GeoGebra 3D com realidade aumentada: explorando a  
geometria no Ensino Fundamental ..... 103**

MARA CRISTINA BALTAZAR

**Uma proposta didática para o trabalho do conceito de variável em expressões algébricas através do cálculo de áreas de figuras geométricas no GeoGebra ..... 118**

LUIGI QUINTANS RIVEIRO

**Um convite para conhecer o GrafEq e GeoGebra: recursos para potencializar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática escolar ..... 139**

EDILENE REGINA DOTTO JANJAR

EDUARDO VAQUEIRO

PEDRO RAMBO

**Contribuições do pensar-com-o-GeoGebra na exploração de questões matemáticas ..... 150**

CARLA JARDIM FIRPO DA SILVA

LETÍCIA SÓRIO SARAIVA

PAULA BEATRIZ DA SILVA SERPA

**Atividades-matemáticas-com-GeoGebra-3D: uma proposta pedagógica para abordar geometria ..... 167**

BRUNA SACHET

NATÁLIA LAMAISSON BORGES

**Produção de vídeos digitais sobre Matemática: uma experiência com estudantes do Ensino Fundamental II ..... 181**

ANDRESSA GUEDES DA SILVA

**Sobre os(as/es) autores(as/ies) ..... 204**

# Introdução

Como **ser professor** se existe uma avalanche de softwares, aplicativos e vídeos que são diariamente colocados na internet? Como os estudantes **reagem** com a enorme quantidade de informações que há? Como o professor pode elaborar um **desenho metodológico de trabalho** que valorize interação, cooperação e oportunize condições de aprendizagem aos envolvidos? Como fazer, enquanto ação docente, com que os estudantes **aprendam a aprender**? (SILVA, 2018, p. 32-33) – Grifos meus.

**A**s perguntas mencionadas nessa epígrafe fazem parte de um texto produzido em 2017 e publicado em 2018, fruto das reflexões e ações ocorridas em uma disciplina de graduação no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Confesso que as perguntas apresentadas na epígrafe dessa introdução possam ser espinhentas, amargas e estão carregadas de intensidade. Talvez, até o presente momento, época em que se está organizando esta obra, ainda não se tenha as respostas, mesmo que parciais, estabelecidas ou construídas pela comunidade de educadores(as), em especial por aqueles(as) que trabalham com Educação Matemática para os questionamentos supracitados na epígrafe.

Nesse sentido, ao se apropriar e fazer uso *permanente* da ideia do “inacabamento” proposta por Paulo Freire, é construída a presente obra. O objetivo desta coletânea de textos é apresentar novas reflexões sobre o uso e apropriação das Tecnologias, em especial as Tecnologias Digitais. Na obra está mantida e reforçada uma ideia já realizada em 2017 que pode ser consultada em Silva<sup>1</sup> (2018), sendo desta vez participe uma turma de discentes de um curso de Pós-Graduação.

---

<sup>1</sup> SILVA, R. S. (Org.). **Diálogos e Reflexões sobre Tecnologias Digitais na Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física. v.1. 165p. 2018.

Ao longo da disciplina intitulada Tecnologias Digitais na Educação Matemática (MEM 29) do curso de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEMAT) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), ocorreram diversas atividades as quais oportunizaram: (I) conhecer e explorar diferentes softwares/aplicativos usados no ensino e aprendizagem da Matemática; (II) ler e refletir a partir da mineração/exploração de trabalhos acadêmicos (essencialmente dissertações de mestrado e teses de doutorado); (III) participar de seminários com pesquisadores(as) externos da UFRGS, os quais trouxeram temas e reflexões pertinentes sobre o campo das Tecnologias Digitais e seus paradigmas; e, por fim, sem no entanto ser menos importante, (IV) construir/executar/refletir sobre um problema/ questão de investigação o qual envolvesse o uso das Tecnologias Digitais.

Os textos produzidos e organizados nas duas partes deste e-book constituem-se em um amálgama das ações mencionadas em (I), (II), (III) e (IV). A partir das leituras, seminários e inúmeras possibilidades de espaços para diálogo e compartilhamento de ideias ocorridas ao longo da disciplina, os capítulos são elaborados e apresentados. A organização do material produzido consiste em duas partes: “Dos seminários à reflexão: movimento suave e contínuo da formação” (Parte 1) e “Ações e proposições: para além das questões sobre ensino e aprendizagem” (Parte 2). A primeira parte originou-se a partir de um convite feito aos pesquisadores(as), sujeitos com renome e contribuições acadêmicas no campo da Educação Matemática, em especial na temática das Tecnologias Digitais, para organizar, na forma de um texto, as suas falas/seminários proferidos aos acadêmicos da turma MEM 29. A segunda parte destina-se a apresentar uma coletânea de artigos/textos produzidos na disciplina MEM 29 por parte dos acadêmicos(as/ies). A obra se configura em um exercício de escrita, o qual culmina em uma organização, seja ela individual ou coletiva de textos que mostram uma amplitude teórica e prática

sobre questões/indagações, as quais estão presentes no mundo em que fazemos parte.

Em determinado grau ou instância pode-se afirmar que todos os textos, respeitando-se certo grau de proximidade, fazem parte do “chão da sala de aula”. Esse jargão faz referência ao contexto do trabalho docente: ouvir e ser ouvido em um espaço, sendo ele preferencialmente considerado um “espaço de aprendizagem” conforme nos mostram diversos(as) autores(as) na literatura acadêmica. Este produto, entregue à comunidade na forma de um e-book objetiva semear e permear novas conversas, diálogos e reflexões sobre o uso das Tecnologias Digitais, sejam elas versando ou não aspectos de uma formação de professores(as/ies). É *necessário* que todos(as/es) que aqui chegam estejam engajados(as/es) para ler/refletir e, de alguma forma, ser “tocados(as/es)” pelas ideias/conceitos apresentados. É *suficiente* que qualquer sujeito que tenha acesso a este material seja um entusiasta da sala de aula, entendendo que esse lugar é um dos laboratórios mais complexos, o qual permite sem um limite definido “experimentar por meio do ensino” (SILVA, 2018, p. 23).

Junho de 2023.

RODRIGO SYCHOCKI DA SILVA  
*Organizador do livro*

PARTE 1

# Dos seminários à reflexão: movimento suave e contínuo da formação



# **Réplica de um bordado em ponto cruz e “lata de milho ótima”: reflexões sobre duas atividades com o uso de Tecnologias Digitais em um curso de formação continuada**

RODRIGO SYCHOCKI DA SILVA

## **Introdução**

O presente texto objetiva apresentar e refletir sobre parte das ações que ocorreram na disciplina de Tecnologias Digitais na Educação Matemática (MEM 29) pertencente ao currículo do curso de mestrado acadêmico em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) no semestre 2022/1. Ressalta-se que, após dois anos (ou quatro semestres consecutivos) com as aulas ocorrendo por meio do Ensino Remoto Emergencial (ERE), devido à pandemia da COVID-19, foi, no semestre 2022/1, que a universidade retomou as atividades na modalidade (integralmente) presencial. No presente texto, também apresento estudos, pesquisas e reflexões que se referem ao uso das Tecnologias Digitais na formação continuada daqueles(as) que ensinam Matemática.

Ao se iniciar um novo semestre, desta vez na modalidade presencial, novos desafios estão impostos. Naturalmente não se podem ignorar os dois anos em que estivemos atuando por meio

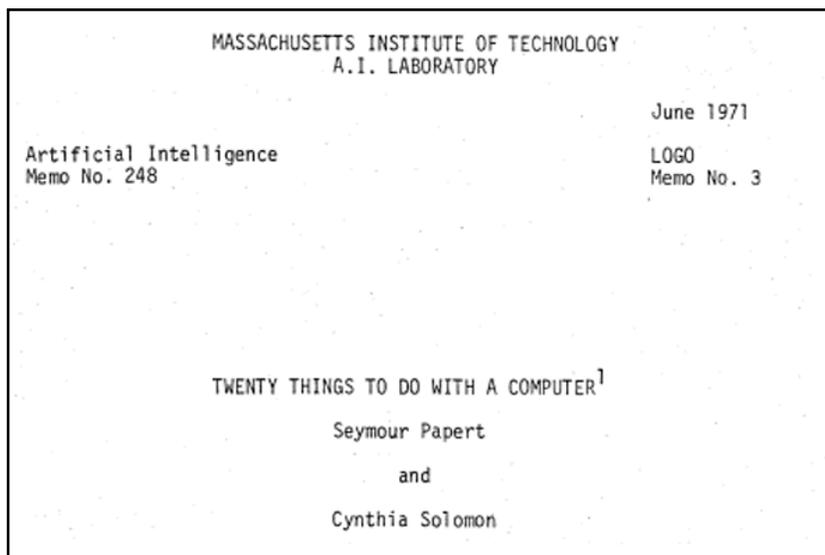
do ERE e suas consequências, sejam elas inerentes à aprendizagem ou ao próprio ensino. Observa-se que todos(as/es), de certa forma, voltaram presencialmente para a sala de aula de uma forma diferente, seja afetados(as/es) por motivos pessoais devido à COVID-19 seja pelo fato de terem superado diversos obstáculos para lograr êxito nos processos educacionais em que estiveram envolvidos.

A expressão “fazer uso (intenso) das tecnologias” tornou-se um mantra – jargão – discurso com notável evidência a partir da pandemia da COVID-19. No entanto, faz um considerável tempo que a academia (universidades – centros de pesquisa – pesquisadores(as)) têm debatido esse tema relacionando aspectos de ensino e aprendizagem circunscritos ao contexto tecnológico, como por exemplo, na obra “*Twenty things to do with a computer*” ou, de forma traduzida, “Vinte coisas para fazer com um computador” produzida por Seymour Papert e Cynthia Solomon, e que foi publicada na década de 70 (século XX) e que está mostrada na figura 1, a seguir. É meritório destacar que a pandemia vivenciada, a partir de março de 2020, acelerou exponencialmente (“considerando uma base  $> 1$ ”) um processo que já vinha ocorrendo de forma lenta e por vezes nulo de iniciativas: uma necessidade de elaborar, implementar e avaliar ações que versam sobre o uso de tecnologias no espaço educacional, as quais valorizem e destaquem os aspectos da autonomia docente/discente e evitem/minimizem exclusão/afastamento ou evasão dos estudantes das instituições.

Nesse sentido, as palavras de Silva (2018), apresentadas para um contexto de formação inicial de professores, aplicam-se também ao contexto da formação continuada e merecem ser trazidas à luz das ideias deste texto:

Acredita-se que, num curso inicial de formação de professores, em um debate que circunda o termo tecnologias, seja importante instrumentalizar e conscientizar o futuro professor sobre os ganhos qualitativos em termos de construção do conhecimento matemático quando se faz uso de diferentes materiais e métodos, em particular, quanto ao uso das tecnologias.

Tal concepção aproxima o fazer docente do compartilhamento de responsabilidades entre pares. Ao fazer uso das tecnologias digitais em sala de aula, tal responsabilidade fica evidente: o professor precisa assimilar e conviver com a ideia do inacabamento e também evidenciar e convidar os estudantes para uma prática educacional emancipatória, na qual seja valorizada a autonomia (FREIRE<sup>1</sup>, 1996). (SILVA, 2018, p.34-35)



**Figura 1:** Capa da obra “Vinte coisas para fazer com um computador” de Seymour Papert e Cynthia Solomon de Junho de 1971.

**Fonte:** <https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/5836/AIM-248.pdf?sequence=2&isAllowed=y> (Acesso em janeiro de 2023)

De volta ao nosso tempo contemporâneo, durante o ERE, as práticas/ações pedagógicas ocorreram sem presencialidade. Isso fez os professores desenvolverem materiais e métodos de trabalho os quais devessem (de forma quase que obrigatória) engajar e oportunizar aos estudantes condições para que construíssem os seus conhecimentos (praticamente sozinhos e sem a valorizada troca de experiências que uma aula presencial oportuniza). A partir dessas ações, conjecturou-se, então, que isso tornaria os estudantes

<sup>1</sup> Refere-se à obra: “FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 1º Edição. São Paulo: Editora Paz e Terra. 1996.

autônomos e construtores do seu próprio conhecimento, sendo o docente uma espécie de “orientador do estudo”. Diante desse contexto estabelecido, houve ações pedagógicas que ocorreram de forma exitosa e outras menos exitosas.

O fato é que a comunidade de educadores(as), em particular na área da Educação Matemática, refletiu e compartilhou (e ainda segue compartilhando...) as experiências vivenciadas durante o ERE por meio de pesquisas/relatos com diversas contribuições teóricas/práticas sobre o tema. Um exemplo que menciono é o livro publicado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – regional Rio Grande do Sul (RS) em que os(as/es) autores(as) apresentam suas vivências no ERE, em 2020, e não só refletem sobre elas mas também tratam das implicações de sua atuação pedagógica em meio à pandemia. Souza e Silva (2021), em seu capítulo, além de apresentar uma contextualização específica à luz de outros teóricos que discorriam na época sobre os rumos da Educação Matemática em meio à pandemia tornam explícito um desejo de empatia e colaboração aos que se deparam com o seu escrito.

Portanto, o presente texto procura mostrar, por meio de um relato de experiência, três momentos de ações pedagógicas em aulas de Matemática: Ensino Fundamental, Ensino Médio e EJA (Educação e Jovens e Adultos). O propósito é compartilhar com os demais interessados na temática a **organização dessas práticas** (grifo meu) e, também, relatar quais foram os **desafios inerentes enfrentados em cada uma dessas ações pedagógicas** (grifo meu). O objetivo não é tornar o presente texto denso e com resultados/análises que são característicos de pesquisa científica, no entanto são apresentados **subsídios para que as práticas aqui apresentadas possam ser reaplicadas, adaptadas e reorganizadas** (grifo meu), estando, assim, de acordo com a realidade escolar do professor que encontrar tais escritos. (SOUZA, SILVA, 2021, p.35)

A partir desse “espírito” é necessário refletir que, entre Seymour Papert, Cynthia Solomon e a pandemia da COVID-19, há um hiato de praticamente meio século, sendo que isso torna válido retomar conceitos, refletir sobre as nossas ações pedagógicas, criar novas conexões e assimilar/compreender a nossa (quicá verdadeira) função de educador(a): oportunizar que, por meio da

apropriação e uso das Tecnologias Digitais, os discentes alcem voos mais altos, tornem-se agentes de sua própria formação e sejam permanentemente curiosos(as/es) sobre os desafios impostos pelo mundo (SILVA, 2012; SILVA; BARONE; BASSO, 2016, 2018; TRAINOTTI; SYCHOCKI DA SILVA, 2018; SYCHOCKI DA SILVA; DOS REIS PINTO, 2019).

O presente texto mostra, nas seções seguintes, duas atividades realizadas com os(as/es) acadêmicos(as/es) da disciplina MEM 29 no primeiro semestre letivo de 2022, as quais perfazem o percurso da apropriação e uso dos softwares GrafEq e GeoGebra. Em ambas as atividades, foi feito um exercício de leitura e reflexão acerca de pesquisas que fizeram uso desses softwares, as quais enriqueceram os momentos de debate e reflexão nas aulas.

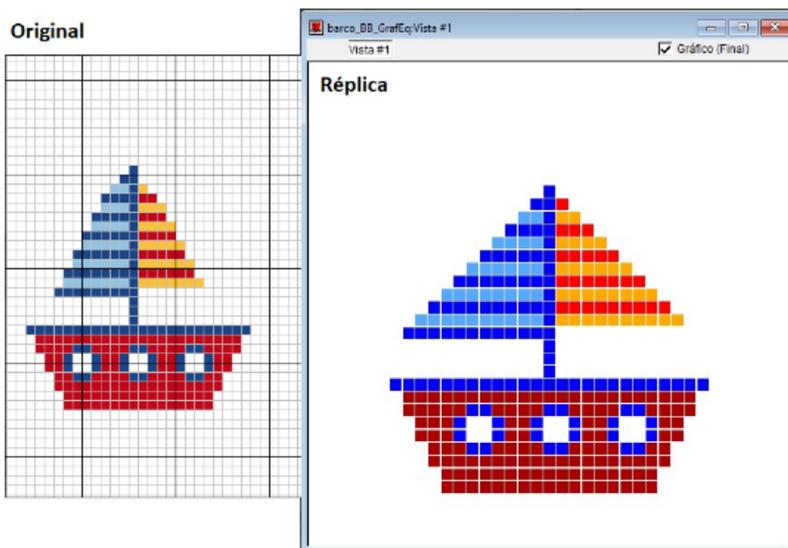
### **GrafEq e Ponto Cruz**

O software GrafEq foi apresentado para a turma MEM 29 de forma a não sobrepor ou influenciar o uso de outros aplicativos/softwares considerados talvez mais contemporâneos. Trata-se de um software relativamente mais antigo (com uma certa relatividade do termo), robusto (segundo os seus criadores<sup>2</sup>) que reserva um grande potencial de trabalho com os conceitos de Matemática, tais como: funções de uma variável, coordenadas polares, coordenadas retangulares, família de funções de uma variável, geometria analítica, entre outros.

A atividade proposta à turma ocorreu em duas partes: a primeira foi um convite para uma exploração dos recursos e ferramentas do software, sendo que o objetivo disso era produzir ou reproduzir/recriar um modelo de “ponto cruz”, conforme é mostrado na figura 2. A segunda parte consistia em encontrar e explorar um trabalho acadêmico em que o software GrafEq tenha sido usado em parte da pesquisa apresentada.

---

2 Disponível em: <http://www.peda.com/grafeq/>. Acesso em fevereiro de 2023.



**Figura 2:** Exemplo de reprodução de ponto cruz por meio do GrafEq.  
**Fonte:** Google imagens© (Original) e arquivo pessoal (Réplica)

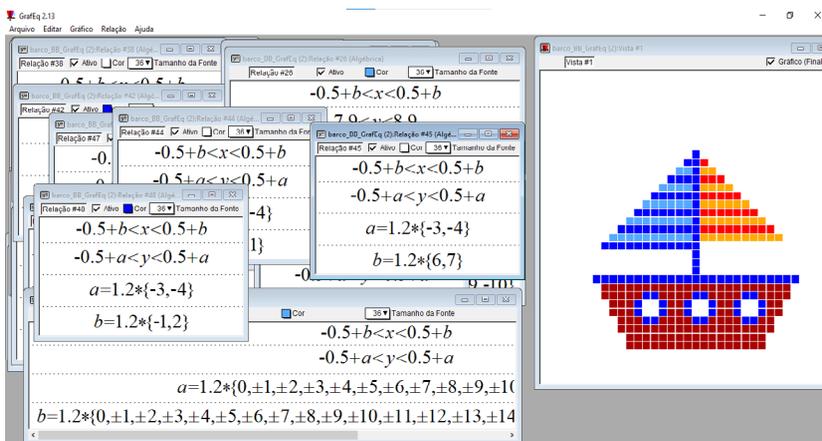
As perguntas orientadoras do estudo envolvendo uma pesquisa científica sobre o uso do GrafEq foram:

- (1) Qual o contexto apresentado no texto e que motiva a realização da pesquisa? Explane.
- (2) Quais os objetivos do(a) autor(a) com a pesquisa? Destaque o objetivo principal e os objetivos secundários.
- (3) Como o referencial teórico apresentado pelo(a) autor(a) está articulado com a proposta de pesquisa? Explane.
- (4) Quais as características teóricas, materiais e métodos que o(a) autor(a) expõe na metodologia e como essas estão articuladas com a análise dos dados produzidos? Explane.
- (5) Como o(a) autor(a) apresenta a análise dos dados produzidos? Há relação com o referencial teórico apresentado? Explane.
- (6) Quais as conclusões do(a) autor(a) a partir do estudo feito? Explane.

(7) A partir do fato de este texto estar publicado na forma de um trabalho acadêmico entende-se que ele tenha sido avaliado em qualidade e mérito acadêmico-científico. Com base nisso, cite um ponto positivo desse estudo e argumente com base na experiência de vocês em usar o software GrafEq.

A proposta da atividade nesse formato, como foi apresentado anteriormente, tinha como objetivos: (I) instrumentalizar a turma de acadêmicos(as/es) quanto ao uso do software, seus recursos e ferramentas; (II) valorizar o exercício da busca, leitura e reflexão sobre um trabalho de pesquisa acadêmica envolvendo o uso desse software; (III) observar que há limitações, fragilidades e potencialidades quando se faz uso desse software e (IV) oportunizar momentos de escuta e fala por meio do compartilhamento das produções e ideias em seminário conduzido à turma de acadêmicos(as/es) e ocorrido em aula.

A figura 3 mostra exemplos de comandos usados na construção do “barco”. A turma de acadêmicos(as/es) foi organizada em GTs (Grupos de Trabalho) para desenvolver essa atividade, valorizando, assim, aspectos de cooperação e colaboração, tal como é preconizado em textos da literatura acadêmica (BONA; BASSO; FAGUNDES, 2011; BONA; SCHÄFER; FAGUNDES; BASSO, 2011; SILVA; RIBEIRO; SILVA, 2013; SYCHOCKI DA SILVA; DOS REIS PINTO, 2019).



**Figura 3:** Algumas relações usadas para reconstruir o barco no GrafEq.

**Fonte:** arquivo pessoal

As pesquisas (essencialmente dissertações de mestrado), encontradas e apresentadas pela turma MEM 29, que fazem uso do GrafEq são unânimes em afirmar que o software tem potencial para o trabalho e desenvolvimento de conteúdos e conceitos de Matemática, sejam eles do nível básico ou superior. A lista de trabalhos apresentados no seminário em aula está mostrada a seguir no quadro 1.

Autor(a)	Título	Ano	Tipo
Ricardo de Souza Santos <sup>3</sup>	Tecnologias digitais na sala de aula para aprendizagem de conceitos de geometria analítica: manipulações no software GrafEq	2008	Dissertação
Juliana Bender Goulart <sup>4</sup>	O estudo da equação $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$ utilizando o software GrafEq: uma proposta para o ensino médio	2009	Dissertação

<sup>3</sup> Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/15880>. Acesso em março de 2024.

<sup>4</sup> Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/18805>. Acesso em março de 2024.

Joseane Fiegenbaum <sup>5</sup>	Elementos de Geometria Analítica: uso do aplicativo GrafEq na reprodução de obras de arte	2015	Dissertação
Fabício Fernando Halberstadt <sup>6</sup>	A aprendizagem da geometria analítica do ensino médio e suas representações semióticas no GrafEq	2015	Dissertação
Jedaías Sousa Aquino <sup>7</sup>	Um estudo das curvas elementares na geometria analítica proposta didática no ensino médio com GrafEq em uma perspectiva para a Engenharia Civil	2020	Dissertação

**Quadro 1:** Trabalhos de pesquisa apresentados durante o seminário em aula.

**Fonte:** arquivo pessoal

A partir da lista apresentada acima, proponho um convite: que se acessem os materiais e se conheça cada uma das propostas, bem como os materiais empíricos produzidos os quais geraram reflexões em termos de pesquisa acadêmica. A seguir, apresento as ideias de outros trabalhos acadêmicos encontrados que versam sobre o uso do software GrafEq e reflito sobre elas. O “método de busca” consistiu-se em inicialmente acessar o “Google Acadêmico®”<sup>8</sup> e, em seguida, os termos usados para a busca que foram: (“GrafEq” OR “GraphEquation”) AND “Ensino de Matemática”. A busca retornou 65 resultados, sendo que foram observados os resultados com as publicações ocorridas a partir de 2019, sendo os demais desconsiderados para efeitos da análise. As pesquisas escolhidas, consultadas e analisadas foram dissertações de mestrado (ou teses se encontradas) e Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC).

5 Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/10948>. Acesso em março de 2024.

6 Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/6751>. Acesso em março de 2024.

7 Disponível em: <https://repositorio.uft.edu.br/handle/11612/2326>. Acesso em março de 2024.

8 Disponível em: <https://scholar.google.com.br/>. Acesso em janeiro de 2023.

O quadro 2 mostra a lista de trabalhos encontrados a partir da definição de busca utilizada.

Autor(a)	Título	Ano	Tipo
Juliana Paim Rocha <sup>9</sup>	Aprendizagem de inequações no ensino médio: um estudo com o software GrafEq e os registros de representação semiótica	2019	TCC
João Vitor Garcez Ferreira <sup>10</sup>	Potencialidades do GrafEq no estudo da função Afim	2019	TCC
Nilvane Porcellis Alves <sup>11</sup>	Modelagem matemática como proposta de metodologia ativa através do ciclo de modelagem de Hestenes	2019	TCC
Humberto Irineu Chaves Ribeiro <sup>12</sup>	Equações e inequações na representação de espaços geométricos no plano cartesiano: uma aplicação do software GrafEq	2020	Dissertação
Rodrigo Miliszewski Mette <sup>13</sup>	Representando prédios históricos com o software GrafEq: uma possibilidade de aprender equações e inequações	2021	TCC

**Quadro 2:** Trabalhos encontrados após busca no Google Acadêmico©.

**Fonte:** arquivo pessoal

9 Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/212860>. Acesso em março de 2024.

10 Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/212827>. Acesso em março de 2024.

11 Disponível em: <https://dspace.unipampa.edu.br/handle/riiu/4878>. Acesso em março de 2024.

12 Disponível em: <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/11086>. Acesso em março de 2024.

13 Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/231281>. Acesso em março de 2024.

Rocha (2019), em sua pesquisa, procura compreender como os estudantes mobilizam e articulam diferentes registros de representação semiótica (à luz da teoria de Raymond Duval) no trabalho com inequações envolvendo duas variáveis. A autora afirma que esse assunto é geralmente abordado de forma algébrica, sendo esse, por vezes, o único tratamento dado por livros e pelos professores em sala de aula, gerando incompreensão por parte dos estudantes. Ao utilizar o software GrafEq, a autora percebeu que os participantes de sua pesquisa transitavam entre os registros algébricos e gráficos das situações exploradas, gerando, assim, momentos de aprendizagem. A autora destaca que o uso do software permitiu “a realização de testes em que os alunos poderiam verificar suas estratégias, algo que, somente com o lápis e o papel, talvez não fosse possível.” (ROCHA, 2019, p. 63).

Consoante a isso, e usando o mesmo referencial teórico (teoria das representações semióticas de Raymond Duval), Ferreira (2019) explora o potencial do GrafEq em uma abordagem envolvendo funções afins. Uma hipótese, apresentada pelo autor a partir de sua pesquisa, é que se pode, por meio do GrafEq, “facilitar a coordenação entre as representações, promovendo, assim, a compreensão do conteúdo escolhido, o que de fato foi verificado a partir dos dados produzidos e analisados”. (FERREIRA, 2019, p. 41).

Alves (2019), usando ideias da Modelagem Matemática em uma perspectiva de envolver os estudantes por meio de uma metodologia ativa, propõe explorar réplicas de obras de arte usando os softwares GrafEq e GeoGebra. A ideia da pesquisa não é contrapor os dois softwares, e sim explorar o potencial da construção que os estudantes entregariam ao final do processo. A autora manifesta destaque ao contexto da simulação computacional, pois essa se apresentou como uma ferramenta que serviu na “forma de incentivo e mobilização, pois apresentou aos alunos softwares importantes, tanto para visualização do que estava sendo trabalhado quanto para o aprimoramento dos modelos que foram construídos”. (ALVES, 2019, p. 40).

Ribeiro (2020), em sua pesquisa de mestrado, desenvolveu dois produtos educacionais (um canal no Youtube<sup>14</sup> e um e-book<sup>15</sup>) envolvendo o software GrafEq. Em uma das etapas do seu estudo, o autor fez uma consulta por meio de questionário, a professores de Matemática, com o objetivo de compreender o uso e a apropriação das Tecnologias Digitais por parte deles. O autor reflete a partir do seu trabalho de pesquisa:

Para que o ensino se torne significativo, este trabalho procurou auxiliar professores a trabalhar gráficos com o auxílio (sic) do software GrafEq, que realiza a construção de figuras geométricas juntamente com as equações ou inequações. Nos dias de hoje, existem diversos alunos que possuem certa rejeição à matéria de matemática. De acordo com a realização deste trabalho e após a realização da pesquisa com os professores participantes que responderam ao questionário proposto sobre o e-book e sobre o canal “Fazendo arte com a matemática”, constatamos que os materiais que compuseram o produto desta dissertação foram bem aceitos por parte deles. (RIBEIRO, 2020, p. 54)

Mette (2021), usando a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval, explora o potencial do software GrafEq em uma atividade que versava sobre uma reconstrução (réplicas) de prédios históricos. Em meio ao Ensino Remoto Emergencial (ERE), o autor faz uso concomitante do GrafEq e do Google Earth<sup>®</sup> para explorar, com os estudantes, conceitos de Matemática envolvidos nessa atividade. O autor reflete que a partir desse referencial teórico:

(...) foi problematizado que uma dificuldade frequente dos estudantes é não conseguir reconhecer o mesmo objeto a partir de dois registros de representação semiótica diferentes, e o desenvolvimento das atividades dessa pesquisa se propôs a auxiliar nessa questão. As atividades foram elaboradas para que cada uma auxiliasse na resolução da seguinte, construindo, junto aos alunos, o entendimento da relação entre a representação algébrica e a representação gráfica de equações e inequações. Nesse sentido, o software GrafEq foi fundamental, pois possibilitou a visualização das representações gráfica e algébrica de equações e inequações em

---

14 Disponível em: <https://www.youtube.com/@fazendoartecomamatematica9201>. Acesso em janeiro de 2023.

15 Disponível em: <https://www.livrosdigitais.org.br/livro/14408442HVUALXV>. Acesso em janeiro de 2023.

uma mesma tela, facilitando a compreensão do conteúdo abordado nos objetos matemáticos. (METTE, 2021, p. 83)

Os estudos mostrados anteriormente (e muitos outros que não entraram no escopo da busca/mineração) destacam um potencial pedagógico ao se desenvolver atividades usando o GrafEq, por meio de uma metodologia ativa de trabalho, tornando os estudantes protagonistas do seu processo de aprendizagem. As pesquisas mostram que é essencial ao professor promover momentos de exploração desse software em sala de aula, tornando potencialmente profícuos e ricos os momentos de aprendizagem. Constata-se que os estudos são unânimes ao considerar o uso do software GrafEq um momento/espaço de oportunidade para se realizar uma transição entre diferentes registros de representação (aqui pelo menos mencionam-se os registros algébrico e gráfico). Isso torna todos os participantes desses momentos autônomos e construtores de diversos conhecimentos, não obrigatoriamente e exclusivamente matemáticos, tal como preconiza Silva (2018, p. 35) com o termo “compartilhamento de responsabilidades entre pares”.

### “Lata de milho ótima” no GeoGebra

Da mesma forma como já foi destacado no início da seção anterior, menciono que o software GeoGebra foi apresentado para a turma MEM 29 de forma a não sobrepor ou influenciar o uso de outros aplicativos/software. Atualmente<sup>16</sup> esse software conta com um considerável espectro de trabalhos e produções científicas desenvolvidas, sendo que, na disciplina da pós-graduação (turma MEM 29), estávamos interessados em: (I) explorar os aspectos técnicos do software e (II) explorar os aspectos pedagógicos/teóricos em pesquisas já realizadas as quais fizeram uso desse software.

A atividade proposta à turma MEM 29 ocorreu em duas partes: a primeira foi um convite para uma exploração dos recursos e

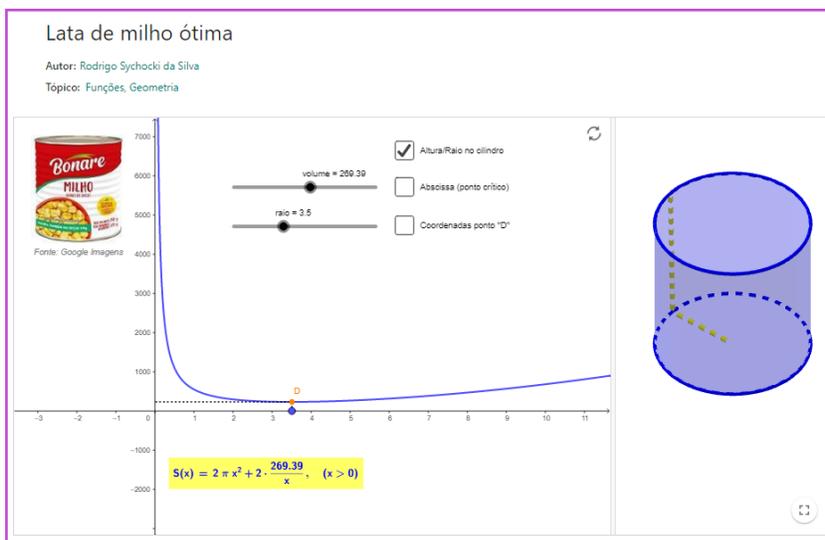
---

<sup>16</sup> Datado no ano de 2023.

ferramentas do software, sendo que o objetivo era construir no GeoGebra (usar Janela de Visualização 2D) um objeto virtual que tratasse da perspectiva de uma modelagem com exploração de um contexto da geometria/funções reais de variável real. A segunda parte consistiu em fazer uma mineração/busca por uma pesquisa de Mestrado/Doutorado acadêmico que tivesse feito uso do software GeoGebra para o ensino e aprendizagem de conceitos de Matemática. Após isso, deveria ser elaborado um Mapa Conceitual<sup>17</sup> sobre o texto a ser apresentado no seminário de aula. A figura 4 mostra um dos objetos apresentados para a turma, envolvendo o tema do trabalho proposto. O objeto “Lata de milho ótima” permite explorar, de um modo dinâmico, quais as dimensões do cilindro reto “ideal” para se construir uma lata, fixado um volume ( $V$ ). O “ideal” consiste em obter as dimensões de uma lata cilíndrica reta cuja medida da superfície seja mínima, respeitando-se o volume fixo  $V$ . Ao acessar o link mencionado na legenda da figura 4, é possível explorar esse contexto, o qual envolve geometria, funções reais de variável real e Modelagem Matemática.

---

17 Quanto aos **Mapas Conceituais** foi indicado para leitura e exploração o material do professor Marco Antonio Moreira (UFRGS): <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>. Acesso em janeiro de 2023.



**Figura 4:** Objeto virtual “Lata de milho ótima” produzido no GeoGebra.  
**Fonte:** <https://www.geogebra.org/m/zrnzkuhg>. Acesso em janeiro de 2023.

No que se refere à segunda parte da atividade proposta, as pesquisas encontradas e apresentadas pela turma MEM 29, as quais fazem uso do GeoGebra são concordantes em considerar que o software tem potencial para o trabalho e desenvolvimento de conteúdos e conceitos da Matemática, independentemente do nível de ensino. A lista de trabalhos apresentados no seminário em aula está mostrada a seguir no quadro 3.

Autor(a)	Título	Ano	Tipo
Caroline Borsoi <sup>18</sup>	GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial	2016	Dissertação
Marlei Tais Dicker <sup>19</sup>	Geogebra e isometrias: a ação de arrastar na construção de conceitos	2019	Dissertação
Daniele Vargas Oliveira <sup>20</sup>	Visualização espacial no ensino fundamental: rotações no Geogebra	2021	Dissertação
Wellington Alves de Araújo <sup>21</sup>	O GeoGebra: uma experimentação na abordagem da função afim	2014	Dissertação
Francine Dahm <sup>22</sup>	Área e perímetro de figuras geométricas planas: percepções e criações através de malha quadriculada e o software Geogebra	2019	Dissertação

**Quadro 3:** Trabalhos de pesquisa apresentados durante o seminário em aula.

**Fonte:** arquivo pessoal

A partir da lista apresentada acima, da mesma forma como mencionei na seção anterior, proponho um convite: que se acessem os materiais e se conheça cada uma das propostas, bem como os materiais empíricos produzidos os quais geraram reflexões em termos de pesquisa acadêmica. A seguir, apresento as ideias de

18 Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/148179>. Acesso em março de 2024.

19 Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/198640>. Acesso em março de 2024.

20 Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/230638>. Acesso em março de 2024.

21 Disponível em: <https://ri.ufs.br/handle/riufs/5081>. Acesso em março de 2024.

22 Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/215487>. Acesso em março de 2024.

outros trabalhos acadêmicos encontrados que versam sobre o uso do software GeoGebra e reflito sobre elas.

O “método de busca” consistiu em inicialmente acessar o “Google Acadêmico®” e, em seguida, os termos usados para a busca que foram os seguintes: (“GeoGebra” AND “Ensino de Matemática” AND “Funções” AND “Modelagem Matemática”) AND (“tese” OR “dissertação”). A busca retornou 130 resultados, sendo que, pelo expressivo número de pesquisas encontradas, foram observadas as publicações ocorridas a partir de 2022. As pesquisas escolhidas, consultadas e analisadas foram dissertações de mestrado ou teses de doutorado (se encontradas) produzidas a partir de 2022 e que tivessem usado o software GeoGebra como ferramenta para a abordagem de conceitos de Matemática. Por uma limitação do presente texto e entendendo que ao apresentar alguns trabalhos de pesquisa seria suficiente para contextualizar a importância desse software nos processos de ensino e aprendizagem, os demais resultados da busca não foram considerados. O quadro 4 a seguir mostra os trabalhos encontrados a partir da definição de busca usada.

Autor(a)	Título	Ano	Tipo
Marcelo Lins Muniz de Melo Santos <sup>23</sup>	Representações semióticas como artefatos para a aprendizagem de funções: uma análise da gênese instrumental de licenciandos em matemática no ensino remoto	2022	Dissertação
Diego Rodolfo Munhoz <sup>24</sup>	Ensino de funções trigonométricas com o auxílio da modelagem matemática e do software GeoGebra	2022	Dissertação

23 Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/45670>. Acesso em março de 2024.

24 Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-17012023-174001/en.php>. Acesso em março de 2024.

Matheus de Abreu Silva <sup>25</sup>	O ensino de funções por uma nova perspectiva	2022	Dissertação
Ademar Freire da Silva Júnior <sup>26</sup>	Modelagem matemática aplicada aos fenômenos físicos	2022	Dissertação
Karla Monique Cruz Bernardino <sup>27</sup>	Resolução de problemas e tecnologias digitais de informação e comunicação em um ambiente virtual: uma proposta para o ensino de derivadas	2022	Dissertação

**Quadro 4:** Trabalhos encontrados após busca no Google Acadêmico©.

**Fonte:** arquivo pessoal

Santos (2022), em sua dissertação de mestrado, explana, de forma articulada com os referenciais teóricos das Representações Semióticas (Raymond Duval) e Abordagem Instrumental (Pierre Rabardel), o ensino de funções para um grupo de licenciandos em Matemática. A prática de ensino ocorreu durante o Ensino Remoto Emergencial (ERE), e o autor destaca que, apesar das dificuldades impostas pelo contexto da pandemia, o GeoGebra foi citado pelos participantes da pesquisa como um software/aplicativo que potencializou e ajudou na visualização de situações, em meio a suas múltiplas representações (algébrica, gráfica, ...).

O trabalho de Munhoz (2022) preconiza o potencial uso da Modelagem Matemática na investigação de situações-problema em sala de aula. O autor apresenta em seu trabalho uma sugestão de sequência de atividades envolvendo funções trigonométricas. Em seu trabalho, são apresentadas e discutidas situações envolvendo movimento harmônico, marés e pressão arterial. O autor entende que o uso de “controles deslizantes” no software oportuniza “descrever a influência que cada parâmetro tem nos gráficos

25 Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/17350>. Acesso em março de 2024.

26 Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/23330>. Acesso em março de 2024.

27 Disponível em: <https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/9257>. Acesso em março de 2024.

dessas funções”. (MUNHOZ, 2022, p. 75). Esse trabalho dialoga com o referencial teórico usado na dissertação de Silva Júnior (2022) em que são explorados contextos e aplicações da Física, com o uso concomitante do software GeoGebra. O autor apresenta uma proposta didática de trabalho envolvendo a exploração de experimentos físicos, os quais reverberam o uso da Modelagem Matemática e das tecnologias para a sua interpretação.

Quanto à proficiência do GeoGebra, Silva (2022, p. 26) constata que “(...) sobre o uso do Geogebra como uma atividade pedagógica, é ter um objetivo matemático a ser alcançado pelos estudantes, e não utilizar o recurso tecnológico apenas por usar, tem de haver algum propósito por trás (...)”. Em sua prática, desenvolvida com estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, a proposta consistiu em explorar contextos envolvendo funções afins. O autor reflete que “utilizando este software, o entendimento sobre a variação do comportamento de uma função do primeiro grau é potencializado”. (SILVA, 2022, p. 52).

Por fim, em uma pesquisa realizada com acadêmicos(as/es) de uma turma de Cálculo I na Universidade Federal do Amazonas, Bernardino (2022) explora o contexto de ensino e aprendizagem envolvendo derivadas e suas aplicações em problemas. A autora disserta que:

O trabalho contribuiu a favor, unindo esses três pilares na aplicação das atividades: Ensino on-line; GeoGebra; Resolução de Problemas. Demonstrou-se aos alunos a possibilidade do ensino de Cálculo de uma forma agradável e, principalmente, que seja capaz de visualizar situações do cotidiano e aplicações reais diferentes do ensino tradicional, em que possam ser aprendidos os conceitos de uma forma prazerosa e divertida através do diálogo e interação, mesmo que de forma virtual. (BERNARDINO, 2022, p. 70)

Nesse sentido, ao avaliar o uso do software durante a sua prática (ocorrida de forma online (ERE)), a autora destaca que “(...) o próprio aluno atua no centro, guiando seu processo e percebendo quando se toma uma resolutive incorreta através da manipulação do software com atividades, ao retornar ao ponto principal e tentar outras formas de solucionar os problemas

propostos.” (BERNARDINO, 2022, p. 57). Logo, o GeoGebra torna-se, segundo essa perspectiva, um aliado/catalisador no/do processo de construção dos conceitos.

Da mesma forma que foi mencionado ao final da seção anterior, as pesquisas mostradas anteriormente (e muitas outras que não entraram no escopo da busca/mineração) destacam um potencial pedagógico ao se desenvolver atividades usando o GeoGebra por meio de uma metodologia ativa de trabalho, tornado os estudantes protagonistas do seu processo de aprendizagem. As inferências/conclusões das pesquisas ressaltam que é essencial ao professor promover momentos de exploração desse software em sala de aula, tornando potencialmente profícuos e ricos os momentos de aprendizagem. As pesquisas consultadas são unânimes ao considerar que o uso do software GeoGebra torna-se oportuno e convida o discente a percorrer diversos caminhos, para desenvolver a própria aprendizagem.

## **Um amálgama das duas atividades à guisa de conclusões**

Diante dos elementos apresentados nas duas últimas seções, menciono que o objetivo das atividades estava centralizado na apropriação e uso dos softwares GrafEq e GeoGebra pelos discentes da disciplina no curso de Pós-Graduação. Para além do uso e apropriação, em ambas as atividades, foi feito um exercício de busca, leitura e reflexão a partir de pesquisas acadêmicas que fizeram uso desses softwares, as quais, percebo que enriqueceram qualitativamente os momentos de debate e reflexão durante as aulas da disciplina.

Ademais, a atividade em que se fez o uso do software GrafEq teve os seguintes objetivos: (I) instrumentalizar a turma de acadêmicos(as/es) quanto ao uso do software, seus recursos e ferramentas; (II) valorizar o exercício da busca, leitura e reflexão sobre um trabalho de pesquisa acadêmica envolvendo o uso desse software; (III) observar que há limitações, fragilidades e potencialidades quando se faz uso desse software e (IV) oportunizar

momentos de escuta e fala por meio do compartilhamento das produções e ideias em seminário conduzido à turma de acadêmicos(as/es) e ocorrido em aula. A partir dos arquivos entregues pelos discentes e seminários realizados na disciplina entendo que os objetivos supramencionados tenham sido plenamente alcançados.

No tocante ao uso do software GeoGebra, os objetivos foram: (I) explorar os aspectos técnicos do software e (II) explorar os aspectos pedagógicos/teóricos em pesquisas já realizadas as quais fizeram uso desse software. Tais objetivos dialogam com os já elencados no parágrafo anterior, não tendo sido necessário repeti-los. Da mesma forma que mencionado anteriormente, percebo que tais objetivos foram plenamente alcançados, observados nos materiais entregues e na qualidade da condução dos seminários pelos discentes sobre as pesquisas acadêmicas mineradas.

A partir dos elementos apresentados nesse capítulo, espera-se que o uso das tecnologias, em particular as Tecnologias Digitais, continue sendo fruto de pesquisas acadêmicas e de novas reflexões. Entende-se que o compartilhamento de duas atividades realizadas em um curso de formação continuada, envolvendo o uso dos softwares GraffEq e GeoGebra, enriquecem o cenário das pesquisas envolvendo a sala de aula. Com certo grau de confiança, considero que os/as/es participantes da turma MEM 29, ocorrida em 2022/1, são agentes multiplicadores das ideias debatidas e construídas ao longo da disciplina. Além do que foi exposto e trazido nesse capítulo, foram realizadas outras atividades, debates, leituras e escritas. Um produto disso configura-se na parte dois deste e-book, destinada à fala e às reflexões dos participantes da turma.

Na introdução deste texto, afirmo algo sobre “a” função do educador. Na ocasião, mencionei que uma retomada de conceitos seguida de uma reflexão sobre as ações de prática pedagógica oportuniza criar (novas) conexões e reconhecer que devemos oportunizar, por meio da apropriação e uso das Tecnologias Digitais, que os discentes alcem voos mais altos, tornem-se agentes

de sua própria formação e sejam permanentemente curiosos(as/es) sobre os desafios impostos pelo mundo. Diante disso, reafirmo que se torna essencial refletir sobre tal compromisso.

Da mesma forma como ocorreu na organização da obra Silva (2018), espera-se que este texto, em sua integralidade, alcance os mais diversos públicos (docentes – discentes – comunidade em geral). Entendo que seja importante considerar que, mesmo depois de considerado “pronto”, o presente texto ainda não está encerrado. As reflexões seguem e quiçá mobilizam uma produção de novas teorias, arquiteturas pedagógicas e proposições de atividades para a sala de aula. É sobre isso que Seymour Papert e Cynthia Solomon já nos alertavam na década de setenta.

## Referências

ALVES, N. P. **Modelagem matemática como proposta de metodologia ativa através do ciclo de modelagem de Hestenes**. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Pampa. 2019. Disponível em: <https://dspace.unipampa.edu.br/handle/riui/4878>. Acesso em janeiro de 2023.

BERNARDINO, K. M. C. **Resolução de problemas e tecnologias digitais de informação e comunicação em um ambiente virtual**: uma proposta para o ensino de derivadas. 2022. 84 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus (AM), 2022.

BONA, A. S. D.; BASSO, M. V. de A.; FAGUNDES, L. da C. A cooperação e/ou a colaboração no Espaço de Aprendizagem Digital da matemática. **RENOTE**, Porto Alegre, v. 9, n. 2, 2011. DOI: 10.22456/1679-1916.25163. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/25163>. Acesso em janeiro de 2023.

BONA, A. S. D.; SCHÄFER, P. B.; FAGUNDES, L. da C.; BASSO, M. V. de A. Cooperação na Complexidade: Possibilidades de Aprendizagem Matemática suportadas por Tecnologias Digitais. **RENOTE**, Porto Alegre, v. 9, n. 2, 2011. DOI: 10.22456/1679-1916.25168. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/25168>. Acesso em janeiro de 2023.

FERREIRA, J. V. G. **Potencialidades do GrafEq no estudo da função Afim**. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2019. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/212827>. Acesso em janeiro de 2023.

MUNHOZ, D. R. **Ensino de funções trigonométricas com o auxílio da modelagem matemática e do software GeoGebra**. 2022. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, University of São Paulo, São Carlos, 2022.

RIBEIRO, H. I. C. **Equações e inequações na representação de espaços geométricos no plano cartesiano**: uma aplicação do software GrafEq. 2020. 64 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020. Disponível em: <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/11086>. Acesso em janeiro de 2023.

ROCHA, J. P. **Aprendizagem de inequações no ensino médio: um estudo com o software GrafEq e os registros de representação semiótica**. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2019. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/212860>. Acesso em janeiro de 2023.

SANTOS, M. L. M. M. **Representações semióticas como artefatos para a aprendizagem de funções**: uma análise da gênese instrumental de licenciandos em matemática no ensino remoto. 2022. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2022.

SILVA, M. A. **O ensino de funções por uma nova perspectiva**. 2022. Dissertação ( Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas - PPGECE) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Carlos, 2022.

SILVA, R. S. **O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na escola básica**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil. 2012.

SILVA, R. S. (Org.). **Diálogos e Reflexões sobre Tecnologias Digitais na Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física. v.1. 165p. 2018.

SILVA, R. S.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. A. Modelagem matemática e tecnologias digitais: uma aprendizagem baseada na ação. **Educação Matemática Pesquisa**, 18(1), pp. 421-446. 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/24996>. Acesso em janeiro de 2023.

SILVA, R. S. DA.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. DE A. Cadeias de Markov e tecnologias digitais: reflexões sobre a construção de conhecimentos dos discentes em licenciatura em Matemática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 24, n. 3, jul. 2018. DOI: 10.1590/1516-731320180030010.

SILVA, R. S.; RIBEIRO, A. M.; SILVA, J. L. T. História da matemática & tecnologias da informação e comunicação: uma experiência semipresencial cooperativa na formação de professores. **#Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, Canoas, v. 2, n. 2, 2013. DOI: 10.35819/tear.v2.n2.a1804. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/tear/article/view/1804>. Acesso em janeiro de 2023.

SILVA JÚNIOR, A. F. **Modelagem matemática aplicada aos fenômenos físicos**. 2022. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Departamento de Matemática, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2022.

SOUZA, B. S.; SILVA, R. S. Um relato reflexivo sobre engajamento estudantil e os desafios da prática durante o Ensino Remoto em 2020. In: LEIVA, J. C. P.; BASSO, M. V. A.; SILVA, R. S.; SAMÁ, S (org.). **Pandemia e Educação Matemática**: relatos e reflexões sobre práticas nas aulas de Matemática durante o Ensino Remoto. Porto Alegre: Mundo Acadêmico. 149p. 2021.

SYCHOCKI DA SILVA, R.; DOS REIS PINTO, S. Funções quadráticas e tecnologías móveis: **ações cooperativas em um experimento no ensino médio**. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, [S. l.], v. 14, n. 1, p. 108–125, 2019. DOI: 10.14483/23464712.13317. Disponível em: <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/13317>. Acesso em janeiro de 2023.

TRAINOTTI, A.; SYCHOCKI DA SILVA, R. Poly e GeoGebra 3D: um experimento de ensino na educação básica. **RENOTE**, Porto Alegre, v. 16, n. 1, 2018. DOI: 10.22456/1679-1916.85879. Disponível em: <https://www.seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/85879>. Acesso em janeiro de 2023.

# **A mobilização de uma trajetória docente em “pesquisa” na Educação Matemática por meio das tecnologias: meios e formas**

ALINE SILVA DE BONA  
RODRIGO SYCHOCKI DA SILVA

## **Introdução**

**A** pandemia exemplificou, devido a uma necessidade, que não existe limite de espaço e lugar, além de proporcionar a possibilidade de construirmos metodologias colaborativas de sala de aula, estendendo-a para além dos muros da instituição de ensino. Nesse sentido, entendemos que, para além da perspectiva do docente da disciplina, há a possibilidade de mobilizar as tendências da Educação Matemática, em que, por meio do compartilhamento de pesquisas e práticas, os professores podem, então, construir uma rede de debate sobre os aspectos temáticos da sua disciplina.

O currículo da disciplina pode, assim, ser comparado a uma rede de conexões iniciadas pelo docente, e depois, de forma autônoma e responsável, por cada estudante segundo sua curiosidade, mobilização e percepção. Com isso, a sala de aula torna-se um espaço único de despertar, de mobilizar o processo de aprender a aprender a educação matemática, segundo Bona (2012), isto é, um espaço de aprendizagem em rede, conforme Basso (2003), onde o estudante, aos poucos, agrega significado aos

relatos de pesquisa e de práticas aos dados apresentados, e, em um processo de identificação, deseja saber mais. Assim, inicia-se um processo dialógico do aprender a aprender. Então, a “sala de aula”, seja ela presencial e/ou online, ganha, ou melhor, assume a sua finalidade que é a de apropriação do conhecimento pelo estudante segundo uma metodologia docente adequada, ou segundo a melhor metodologia construída e planejada para aquele momento e turma. Destaca-se a metodologia docente para cada disciplina, porque a informação está na “rede da internet”, portanto o que se necessita na sala de aula é de orientação e condução para o despertar da curiosidade, para mobilizar a aprendizagem e a busca por aprender que são muito particulares de cada um, especialmente se tratando de professores “em sala de aula”.

Nessa perspectiva de que o foco dos estudos, após a pandemia, ainda é mais evidente quanto à metodologia de sala de aula para a Educação Matemática, disserta-se aqui sobre a construção de um “compartilhamento” na forma de “fala de seminário”, de não palestrar. A experiência ocorreu em uma turma do Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, na disciplina denominada MEM 29, no dia 1º de agosto de 2022, das 13h30 até as 15h10. A disciplina foi ministrada pelo professor e autor, Rodrigo, que convidou a professora Aline, também autora, para compor essa rede de ideias. A “fala” ganhou o nome de “Reflexões e aprendizagens sobre uma trajetória docente com o uso das tecnologias na Educação Básica”.

A seguir, o texto apresenta e discute, de forma breve, as pesquisas de uma trajetória docente e sua construção, com a apropriação até o momento da escrita deste capítulo, para promover o pensar, o fazer e o compreender docente, já em sala de aula. Em meio a esse movimento, observa-se a fala dos estudantes da pós-graduação participantes desse encontro, os quais agora ao cursar mestrado, buscam por inovação, por meio de estudos os quais oportunizem desenvolver metodologias de trabalhos relacionadas com meios e formas de atuar em sala de aula. Para cada seção a seguir, apresenta-se a proposta, articulando-a às perguntas e

aos comentários propostos pelos estudantes para que o diálogo esteja presente ao leitor que é convidado a viver o momento de aprendizagem.

## O planejamento da “fala”

O professor Rodrigo convidou os alunos para participarem da disciplina no mês de julho de 2022, marcando as datas para serem desenvolvidas as temáticas. Assim, no dia 29 de julho de 2022, por meio do Whatsapp®, procurou-se o professor para trocar ideias e obter mais informações acerca do enfoque que seria dado à disciplina, bem como para fazer combinações a respeito do tempo estabelecido para as falas. Apresentou-se uma sugestão de temáticas atreladas, tais como: Portfólio de Matemática, Espaço de Aprendizagem Digital de Matemática: Facebook®, Pensamento Computacional como metodologia para a aula de Matemática, e, por fim, uma dinâmica de oficina com questões “plugadas” e “desplugadas” ancoradas em uma plataforma de estudo e de apropriação dos estudantes professores e para seus estudantes. Diante disso, sugeriu-se convidar os estudantes para um exercício de leitura de artigos de revistas na área da Educação Matemática, Bolema; Informática na Educação, Renote; e Educação, Contexto e Educação, em um Dossiê sobre Ensino de Computação e Pensamento Computacional, assim como a elaboração de quatro questões articuladas de duas em duplas, que explorassem a plataforma Code.org<sup>1</sup> plugada e desplugada, para que os estudantes pudessem iniciar um processo de diálogo e reflexão.

A seguir, compartilha-se o ambiente do Moodle usado pela turma com o professor e o e-mail assim enviado, destacando-se que planejar é respeitar os estudantes, sendo este um ponto principal de qualquer contrato didático. Além disso, foi compartilhado

---

1 Um trabalho que pode ser consultado sobre essa plataforma é: GREFF, G. V. **‘code.org’: uma proposta de aprendizagem de lógica de programação**. Osório, RS, 2016. 89 p. TCC (Especialização em Educação Básica Profissional) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Campus Osório, 2016.

um livro do tipo e-book, gratuito, com uma série de atividades e construções teóricas sobre o Pensamento Computacional e as atividades investigativas, construídas, em 2020, no IFRS – Campus Osório, pela ministrante da fala.

Bom dia, pessoal.

A pedido da profa. Aline, informo que estão disponíveis no Moodle o link para três textos que serão úteis para a condução da atividade no seminário de 01/08/2022. Nas palavras da profa. Aline: *"compartilha materiais rápidos para despertar a curiosidade de vcs sobre a sua fala, de forma que possam interagir e construir o seminário juntos."*

Nesse sentido há outros materiais publicados no Moodle também e que serão úteis no encontro (E-book com atividades, Q1/Q2 e Q9/Q10).

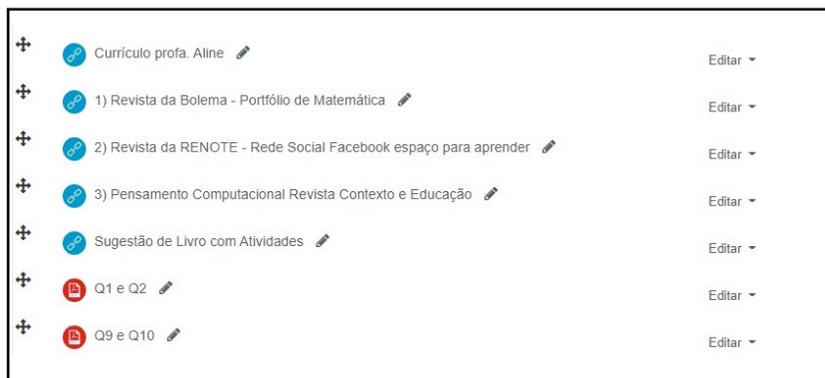
Peço que explorem o material de forma antecipada ao encontro, para que o mesmo seja produtivo.

Bom final de semana.

Saudações,

**Figura 1:** Mensagem de e-mail enviada aos estudantes da MEM 29

**Fonte:** Arquivo pessoal



**Figura 2:** Organização dos materiais disponibilizados à MEM 29

**Fonte:** Arquivo pessoal

## Portfólio de Matemática: reflexões e aprendizados

O portfólio é um instrumento de avaliação (BONA; BASSO, 2013) que busca proporcionar aos estudantes a compreensão do seu desenvolvimento, antes mesmo da sua tomada de consciência quanto à aprendizagem. Além disso, possibilita-lhe observar, analisar, entender e escolher toda a sua ação durante um trimestre, por exemplo, desde seguir as regras da escola, da sala de aula, os objetivos da disciplina de Matemática até as avaliações e suas formas de estudo. Assim, ao construir seu portfólio, o estudante está refletindo e ressignificando seu aprender a aprender, e, ao entregá-lo ao professor, estabelece um diálogo único que demonstra seus saberes, além das suas aprendizagens. Os professores, conhecendo o estudante sob sua perspectiva, têm condições de ajudá-lo nas dificuldades, orientá-lo e planejar melhor as aulas, entender habilidades e criar um espaço de sala de aula cada vez mais mobilizado para aprender matemática, assim como integrar a turma.

Quando os estudantes socializam seus portfólios e vão interagindo com os colegas para construí-lo, cria-se um espaço de aprender em qualquer tempo, momento e lugar, além da sala de aula, mas no intervalo, em casa, entre outros espaços. Então, “(...) a definição de Portfólio, de acordo com a proposta deste trabalho, é um instrumento de avaliação reflexiva que evidencia os processos cognitivos dos estudantes, e, direta e/ou indiretamente, as estratégias de aprendizagem dos mesmos” (BONA, 2010, p.39).

A proposta do portfólio justifica-se inicialmente pelo tema, avaliação e, em seguida, pelo significado do aprendizado de Matemática verificado pelo próprio estudante. Nesse sentido, dela fazem parte as tecnologias, as quais integram o contexto dos estudantes. De acordo com Basso (2003), as possibilidades e necessidades dos estudantes, ao se apropriarem dos recursos das tecnologias da informação e comunicação, é natural, pois faz parte do seu contexto; que é superar dificuldades melhorando o seu aprendizado e tornando a matemática “viva” em tudo o que faz,

como, por exemplo, cursos externos à escola. Um dos objetivos do uso de tecnologias é o de permitir que o estudante vá além do proposto pelo professor/escola, melhorando a qualidade do seu processo de aprendizado, do ensino e das aulas dos professores, pois o “conteúdo” passa a ser objeto de necessidade para o estudante. Ainda sobre esse aspecto, Papert (1994) argumenta que a tecnologia contribui para proporcionar um ambiente mais favorável (reduz isolamento, aborda a interdisciplinaridade, explora a criatividade) para as diversas iniciativas em direção a novos contextos para a aprendizagem de cada estudante, conforme seu tempo e fronteira.

Como se viveu na pandemia um universo de aulas online, ficou evidente a necessidade de um acordo, ou seja, de um contrato didático para que aconteça uma aula. Desde 2010, por exemplo, já se registrava a importância do contrato didático entre os estudantes e estudantes-professor. Segundo Bona (2010, p. 74), o contrato “(...) é uma forma de comunicação estabelecida com responsabilidade entre o professor, escola, estudantes e pais, cuja finalidade é a possibilidade de todos aprenderem de acordo com suas possibilidades, respeitando as diferenças”. Além disso, a experiência da construção do portfólio torna-se, conforme Freire (1996, p.131), “(...) uma prática da avaliação em que se estimula o falar a como caminho do falar com”. Ou seja, os estudantes falam como o professor; o professor, no processo de acompanhamento da construção do portfólio, fala com os estudantes, e ainda há todas as interações processuais possíveis de reciprocidade, inclusive com o ambiente.

O contrato didático significa as atitudes, os comportamentos, a postura e as ações dos estudantes, que são esperadas pelo professor, e aquelas do professor, que não são esperadas pelos estudantes, segundo seu criador. Neste contrato, inserem-se as normas disciplinares da escola e as atitudes esperadas não somente do professor, mas as da escola e dos colegas. Particularmente as atitudes esperadas dos colegas com os demais são as mais importantes, como exemplo: espero que meu colega não converse na hora da explicação de Matemática. Tal contrato tem suas diretrizes básicas e as demais são estabelecidas em aula com todos os estudantes da turma participando e incluindo ou excluindo itens desde que com argumentos e uma democracia adequada às aulas de Matemática, tendo o foco na

melhor forma de nos relacionarmos para aprender Matemática com alegria. É de fundamental importância a concordância dos pais e responsáveis, sendo explícita a vigência de um ano, podendo ser renegociado no decorrer deste período. (BONA, 2010, p. 74)

Conforme Bona e Basso (2009), em relação ao aspecto de avaliação, ela “(...) deve ser fundamentalmente entendida como uma componente da prática educativa. Consiste na tomada de decisões pedagógicas adequadas às necessidades e capacidades dos alunos” (NEVES et al, 1992, p.11). Ao escolher o portfólio, defende-se a prática de um tipo de aula diversificada na qual a participação ativa dos estudantes na sua aprendizagem de matemática é o foco. Ressaltamos que, com “participação ativa”, estamos nos referindo a “fazer matemática”, mesmo que no âmbito do Ensino Básico. Essa proposta requer do professor um abrangente conhecimento do grupo de estudantes que está trabalhando, e principalmente uma prática educativa, pouco usual, de observação e registro permanentes. Essa atitude do professor pressupõe que “o importante não é fazer como se” cada um houvesse aprendido, mas permitir a cada um aprender” (PERRENOUD, 1999, p.165).

Durante a “fala”, foram socializadas essas experiências com os estudantes do mestrado, ao longo da trajetória. O portfólio foi a primeira delas, e as perguntas surgem expressando sua atualidade e sua curiosidade, pois, com ele, o professor pode criar seu contrato didático conforme sua concepção de sala de aula de Matemática e resgatar a “disciplina”, o “respeito dos estudantes para com o espaço de aprender, seja a sala de aula presencial seja a online”, garantindo também o respeito para com a “fala docente e dos colegas”. Além disso, contempla a temática da avaliação que sempre traz consigo um paradigma de que a Matemática precisa contemplar “provas”, o que a sociedade não entende. Neste parágrafo, as aspas referem-se às falas e mensagens escritas no chat da plataforma online de quatro dos seis presentes no dia.

Inclusive uma pergunta sensacional foi a seguinte: “Como surgiu tudo isso? A pesquisa dos portfólios e contratos, há tanto

tempo, é tão atual?”. A resposta estava ancorada em exemplos de vivência pessoal, caracterização da escola em que se atuava na época e em outros elementos para chamar ao diálogo, que, em essência, surge da necessidade de mobilizar os estudantes a entender que a aprendizagem de Matemática depende da sua responsabilidade para consigo, dos seus objetivos de vida inclusive e, paralelamente, da responsabilidade docente de proporcionar aos estudantes ações de aprender a aprender Matemática. Nesse sentido, aprender torna-se um processo contínuo, individual para cada pessoa, válido para a vida e para a profissão. Sendo assim, cabe ao professor de Matemática um planejamento adequado aos seus estudantes levando em consideração o mérito de como a Matemática será apresentada, tanto em forma (planejamento e recursos) quanto ao que se propõe e como.

Ao mesmo tempo, surge o excesso de trabalho docente, a falta de reconhecimento social, cultural e profissional do docente na Escola Básica com a pergunta: “E como corrigir tudo isso?”. A resposta inicial foi convidá-los e ler a dissertação que construiu um modelo dinâmico de avaliação construída com os estudantes. Isso deveria ser feito, por meio de uma leitura leve, pontual e objetiva do que se busca no portfólio como objetivos de conteúdo. Depois seria necessário levar em consideração o conhecimento do próprio estudante, suas formas de aprender, os instrumentos que potencializam a aprendizagem e o registro das dificuldades encontradas para uso posterior de planejamento.

Nesse sentido, promove-se a construção de uma lógica de que a sala de aula ancorada nas tecnologias digitais está além do espaço físico, assim como o contrato didático está além da sala de aula. Constrói-se uma conceituação do espaço de aprendizagem digital para aprender Matemática, na tese de doutorado, que, na época da pesquisa, tinha o objetivo macro de levar o processo de aprendizagem de Matemática para toda vida, para além da sala. Além disso, a professora propõe que o limite do aprendizado de Matemática seja a curiosidade de cada um, já que as informações estão “online”/“na rede”. Então, a aula presencial é necessária

devido a uma metodologia docente que desencadeia a curiosidade de aprender a aprender Matemática. E que novamente a pesquisa é atual, depois da pandemia, e sempre?

## **Espaço de aprendizagem digital da Matemática: da sala de aula presencial às redes sociais e ambientes online**

Um espaço digital? Antes da pandemia? Sim, a pesquisa foi desenvolvida potencializando o processo de aprendizagem e a crescente apropriação das tecnologias digitais na vida dos estudantes, bem como seu potencial simulador, interativo e de criação. Além disso, conforme já afirmava Papert (1994), o computador proporciona a criação e/ou a exploração de objetos de fazer pensar, e estes são cada vez mais explorados nas aulas de Matemática por professores e professoras, como eu, numa perspectiva investigativa que visa à mobilização para a aprendizagem de Matemática pelo ponto de vista da curiosidade do estudante, seja pela contextualização ou propostas interdisciplinares seja por jogos e outras atividades planejadas de forma diversificada e pensando nos objetivos de conteúdo de cada ano escolar, e não unicamente no conteúdo, e nos seus pré-requisitos, mas na apropriação do estudante com o conteúdo, da sua possível relação de necessidade com o conceito de matemática que se pretende explorar.

O que é o espaço para aprender? É somente a sala de aula? Uma estudante que participava da fala no dia disse: “Antigamente se falava que quem não fazia os temas de casa não ia bem na escola (...) sendo a casa também um espaço de estudar (...)”. Outro participante da aula destacou: “E quantas vezes a gente sai da aula e vai conversar sobre a aula e um exercício no caminho do almoço, daí já tem uma ideia, e chega na outra aula rascunhando ideias e resolve o problema com os colegas, entre uma aula e outra, (...)”. E, nesse momento, coloca-se que diversos espaços possam ser lugares para aprendizagem, de aprender a aprender, e que esse espaço atualmente está potencializado pelas tecnologias

digitais já que se tem acesso aos dados e informações na hora, e “num tempo quase real” de interatividade (BONA, 2012) com colegas, professores e diferentes comunidades virtuais. Isso pode ser exemplificado e explorado em aula por exploradores e colaboradores do GeoGebra e em outros locais, como grupos de WhatsApp® da turma de uma disciplina x, e por muitos outros, como as redes sociais, com grupos temáticos ou por objetivo.

No entanto, em um espaço muito livre é complicado para o professor criar estratégias de aprendizagens, então necessita-se organizá-lo para que a interatividade se torne uma interação para todos. Bona, Fagundes e Basso (2011) assim o definem:

(...) o que é um espaço de aprendizagem digital como um local não situado geograficamente onde o processo de ensino-aprendizagem ocorre através da organização e aplicação de uma concepção pedagógica, baseada na comunicação, interação, trabalho colaborativo do professor com os estudantes, e cooperativo dos estudantes entre si e com o professor. (BONA; FAGUNDES; BASSO, 2011, p.5)

No exemplo da pesquisa (BONA, 2012), o “local” é escolhido pelos estudantes em conjunto com a professora de Matemática, em 2012/1, como a rede social Facebook®, devido à possibilidade de atender às características necessárias para compor esse espaço que são as seguintes: ausência de limites via internet; ausência de disposição espacial em muitos momentos; opacidade (criação de conceitos espaciais, simulação, associados ao espaço real, e a possibilidade de relações entre objetos neste espaço); virtualidade (que é a representação digital de algo que é real) e a telepresença (presença não física do professor, dos estudantes e dos demais agentes).

Além disso, há outras vantagens, segundo Bona, Fagundes e Basso (2012) no que tange à possibilidade de ele ser um espaço de aprendizagem digital que vise proporcionar o aprender a aprender de Matemática, com a possibilidade de serem criados grupos fechados na forma de “listas” dos quais todos os integrantes são convidados a participar e têm as mesmas atribuições. A programação de que cada postagem pode

ser comentada por todos os participantes e que cada vez que ela é comentada por alguma pessoa torna-se a primeira postagem na lista. Também existem aplicativos como o Docs<sup>©</sup> que permite anexar documentos em formatos diversos como ppt, pdf, e outros, além da opção de linkar vídeos, músicas, sites e outras multimídias. As postagens podem ser construídas como hipertextos e podem ser repostadas coletivamente; os chats do grupo podem ser feitos coletivamente e são salvos como mensagens do grupo e são visíveis a todos sempre. Tudo o que é realizado no Facebook<sup>©</sup> está salvo por tempo indeterminado; o ambiente é *free* e de acesso de todos, podendo ser acessado por todo navegador de rede. É válido destacar que nos dias de hoje há outras possibilidades para o acesso, alinhadas com os mesmos propósitos desses apresentados no presente parágrafo.

Destaca-se que o Facebook<sup>©</sup> não gera custos para a instituição de ensino nem para os estudantes de forma individual, já que basta ter acesso à internet, e uma conta de e-mail. Rede social é diferente de espaço de aprendizagem digital, assim como se difere de uma comunidade virtual, porque os laços entre os participantes de uma comunidade são livres e apenas um objetivo os une, por exemplo. Já na rede social, basta ser conhecido de pessoas ou ter curiosidade sobre uma informação, enquanto que, para ser espaço digital de aprendizagem, requer um objetivo claro entre todos os participantes, e um comprometimento com esse objetivo, que é a aprendizagem da Matemática. Dessa forma, faz-se necessário, no início das atividades, a criação de um contrato didático como foi destacado no item anterior.

Com a pandemia, encontraram-se muitos ambientes virtuais que foram explorados como espaços de aprendizagem digital de Matemática de forma plena, parcial ou incompleta, mas que serviram de espaço para aprender segundo a concepção de cada professor e escola, além das condições do momento. Em um outro momento, no “pós-pandemia”, investigam-se outros e até criam-se espaços, como a plataforma Moodle atrelada também ao Google Meet<sup>©</sup> ou Mconf da UFRGS para “fazer acontecer as aulas”.

Imerso em num espaço de aprendizagem digital de Matemática, é natural que surjam muitos objetos de fazer pensar em diferentes recursos como GeoGebra, Mapas Conceituais, Vídeos, Animações e outros softwares. Atrelados a eles, exige-se do professor não só uma metodologia diferenciada, mas também um estudante ativo e mobilizado, além de um processo dialógico como premissa. Paralelamente ao crescente movimento de que a programação está presente na vida cotidiana das pessoas, e nos seus espaços profissionais, destaca-se a importância de não sermos apenas usuários, mas críticos, e um criador de “algoritmos” para, assim, modificarmos nossa forma de pensar com a tecnologia, fazendo a máquina realizar uma atividade que desejamos, de forma operacional e modelada. Esse movimento de “olhar” para uma máquina e pensar como ela funciona, como entendê-la para melhor usá-la encanta os estudantes, assim como a possibilidade de realizarem uma atividade de Matemática na qual é possível criar um algoritmo a ponto de ensinar a máquina a pensar o que pensam. Tudo isso pode ser mobilizado em conjunto com os estudantes, e, para tal, há a perspectiva do Pensamento Computacional. Salienta-se que esses recursos estão cada vez mais presentes na Educação Básica e aparecem citados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento legislativo atualmente vigente no Brasil.

### **Pensamento Computacional nas aulas de Matemática: das tecnologias digitais às atividades desplugadas**

Em uma sociedade em que se convive com constantes avanços tecnológicos e na qual se trata a conectividade com tanta naturalidade, o setor da educação precisa aderir às novidades que a tecnologia proporciona. O pensamento computacional assume, então, uma função relevante no processo de formação de aprendizagem das crianças e jovens dentro da faixa etária da Educação Básica (Infantil, Fundamental e Médio), uma vez que lhes permite explorar os pilares que esse conceito oferece

intimamente relacionado com práticas pedagógicas investigativas e contextualizadas, e/ou interdisciplinares, segundo Nunes et al (2021) e Bobsin et al (2020).

O conceito de Pensamento Computacional foi publicado, pela primeira vez, em 2006 por Jeanette Wing e é citado também na BNCC (BRASIL, 2018). A primeira autora defende que esse conceito contempla muitas habilidades e abstrações, não apenas de fazer algo, mas, sim, de operar, fazer, realizar, ler, estudar, compreender, modificar, ajustar, e em diferentes níveis de compreensões (WING, 2006). No entanto, Papert (1994) já citava a importância do Pensamento Computacional a partir dos objetos de fazer pensar. Depois, no Brasil, o conceito destaca-se, em 2017, com Brackmann (2017):

Uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os fundamentos da Computação, nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de identificar e resolver problemas, de maneira individual ou colaborativa, através de passos claros, de tal forma que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los eficazmente. (BRACKMANN, 2017, p.29)

O conceito ainda não é consenso na área acadêmica, no entanto - diante de uma perspectiva construtivista piagetiana e conforme a lógica de pesquisa da trajetória da pesquisadora que fala e escreve aqui - fundamenta-se que o Pensamento Computacional tenha relação com uma metodologia inovadora quando atrelada a atividades investigativas, segundo Bona (2021).

Antes de abordar os pilares do Pensamento Computacional como organização da metodologia, cabe citar que tipo de atividade usar, que são os problemas investigativos:

Assim, problemas investigativos são situações propostas em contexto (preferencialmente) na forma de atividade que valorizam a ação do estudante, individual e em grupo, e não apenas uma pergunta afirmativa, direta, com única resposta e resolução esperada, conforme aponta Bona (2016). A escolha por uma prática docente ancorada em problemas investigativos busca do estudante a mobilização em aprender a aprender. (BONA, 2021, p.48)

Os pilares do Pensamento Computacional são os seguintes: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo, que estão relacionados aos passos de resolução de um problema investigativo, segundo Bona (2021). Explicam-se os pilares na lógica do conceito:

Pensamento Computacional é a reformulação de um problema que parece difícil para outro problema de resolução mais acessível. Esse processo pode ocorrer através da redução, incorporação, transformação ou simulação. Dessa ideia surge o primeiro pilar do Pensamento Computacional, que é a decomposição do problema. Em seguida, há o reconhecimento de padrão, no qual pode-se fazê-lo de inúmeras formas, desde usar um conceito, por exemplo, de Matemática já aprendido, lembrar de uma situação já vivida ou observar o contexto do problema. Nessa busca por um padrão capaz de tornar a resolução possível, surgem muitas possibilidades, simulações, equações, possíveis modelos, aspectos que se vão ajustando e se aprimorando ao longo do processo de pensar sobre o problema e seus delineamentos. Logo, nesse pensar e repensar em busca de otimizar os processos de solução encontra-se o terceiro pilar do Pensamento Computacional, que é a abstração. Por fim, o último pilar é o algoritmo, que é encontrar uma lógica de resolução, representada, sistematizada, testada e validada. (BONA, 2021, p. 45)

No entanto, o professor atualmente está sobrecarregado de muitas aulas em turmas diferentes, assim como de escolas e precisa de tempo para se apropriar de todo esse novo cenário desde ao contrato didático que se mostrou muito necessário na pandemia, até do Pensamento Computacional que traz a lógica da programação para a Escola Básica, que não é conteúdo de conhecimento básico ou curricular do professor, seja na disciplina que for. Em estudos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa MATEC do IFRS – Campus Osório (Matemática e suas Tecnologias), através do (Des)pluga, buscou-se promover a criação dessas atividades plugadas e desplugadas de forma que o professor pudesse realizá-las com os estudantes e incorporar elementos de sua prática, a fim de inovar sua sala de aula, aprendendo, estudando e apropriando-se conforme seu tempo e curiosidade.

Uma das estudantes presentes durante a atividade de fala na disciplina MEM 29 destacou que essa metodologia valoriza a resolução e os argumentos dos estudantes ao realizarem uma atividade, o que é destacado e valorizado no processo de ensino

e aprendizagem, e na avaliação de Matemática, que, às vezes, não são compreendidos pelos estudantes com uma fala de que errei apenas um sinal, mas esse sinal poderia desencadear toda uma compreensão, ou realmente poderia ser apenas um esquecimento de uma linha para outra ao passar a limpo. E outro estudante colocou: “Legal esta percepção de que nós usuários somos mais inteligentes que a máquina, pois nós alimentamos com algoritmos que nós desejamos para ter mais tempo de fazer outras atividades (...)”.

Paralelamente, surgem os apontamentos de outra estudante quanto aos trabalhos plagiados/copiados da internet. Como agir? Esses estudantes entendem que isso não é ser um bom usuário? E os estudantes compreendem por quais motivos que eles vêm para aula se “tudo” está na internet? Tais considerações são essenciais, pois a escola não é um local para adquirir dados e informações, mas para construí-los e entender de onde eles vêm, e como criá-los, por exemplo. E são muitos os métodos para tais ações que podem ser ancoradas em diferentes disciplinas e de forma a explorar recursos concretos e/ou digitais variados, além de serem coletivos ou individuais. Então, novamente a escola precisa contemplar, cada vez mais, a valorização do processo de aprender a aprender Matemática. Esse processo envolve desde as regras (contrato didático), a caminhada do estudante (portfólio), o espaço para o processo de ensino e aprendizagem (espaço de aprendizagem digital) e pode estar ancorado na metodologia do Pensamento Computacional para que haja uma integração da escola, da aula de Matemática, com o mundo (da vida, do trabalho e do que chama atenção do aluno para aprender), diante da lógica de que a curiosidade é a mola propulsora da mobilização da aprendizagem.

## **Atividades criadas por estudantes do Ensino Médio**

Com as perguntas anteriores dos estudantes citam-se exemplos de que “tudo isso funciona”, pois compartilham-se atividades que foram criadas por estudantes do Ensino Médio de escola pública e

aplicadas com professores da rede pública do Litoral Norte gaúcho e com seus estudantes. Ressalta-se que são atividades que muitos professores já realizam, mas o que muda é o método e a forma de abordagem com os estudantes, assim como a solicitação das informações para registro.

Cabe ainda destacar que a atividade desplugada valoriza o material concreto e não está relacionada a uma tecnologia digital, mas constrói todo um pensamento da resolução, já que a atividade plugada está ancorada em uma tecnologia digital na qual são possíveis simulações, testes e animações, por exemplo. Ambas são essencialmente importantes para a construção do conhecimento do conceito de Matemática em questão, e, em uma lógica piagetiana, iniciar pela desplugada contempla todas as fases do desenvolvimento do estudante, e depois plugar potencializa as habilidades e competências dos estudantes, assim como dos diferentes meios e formas de resolver uma situação investigativa, seja individual seja com os colegas, e professores.

Cita-se, inclusive, que todos os “programadores” e outros profissionais da área da informática vivenciam, em seus estudos, os clássicos testes de mesa, ou seja, resolvem um problema, programam no papel e depois o testam em uma tecnologia digital. Aqui foram escolhidas *atividades plugadas*, pois a disciplina (MEM 29), em que essa fala ocorreu, envolve tecnologias, mas compartilha-se, a título de informação, um livro (e-book) com atividades desplugadas: <https://repositorio.ifrs.edu.br/bitstream/handle/123456789/442/123456789442.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (Acesso: 1 Agosto de 2022).

A escolha dessas duas atividades mostradas a seguir deu-se pelo fato de terem causado um profícuo engajamento pelos estudantes que as realizaram. Foram mais de 800 estudantes, com 128 professores, em 2020, no Litoral Norte gaúcho.

**Questão 1.** Observe a situação em que a Elsa se encontra na figura abaixo. Ela deseja completar o floco de neve. Considerando que existem **90 segmentos** (linhas), e a figura que se forma com as linhas se aproxima de uma circunferência em formato de floco de neve, quantos graus de distância cada segmento tem um do outro? **Obs:** Toda vez que a Elsa desenha uma linha ela deve voltar ao centro, girar e desenhar uma nova linha.



**Opções de resposta:**

- A. 2
- B. 4 (Resposta correta)
- C. 6

Link desta atividade: <https://studio.code.org/s/frozen/stage/1/puzzle/9> (Acesso: 1 Agosto de 2022)

**Resolução:**



**Questão Desafio:** Como generalizar essa resolução para que o floco de neve fique com a impressão de "bem fofinho"?

**Roteiro da Questão 1:**

Para resolver essa questão, precisamos analisar o enunciado. Sendo assim temos as seguintes informações:

1. O desenho do floco de neve é composto por vários raios que dão a impressão de formar uma circunferência. Os raios formam uma volta completa ao redor do eixo central. Qual o valor de uma volta completa em uma circunferência?
2. O desenho contém 90 segmentos.

Sendo assim, precisamos pensar que se temos uma circunferência com N graus basta dividir esse valor pelo número de segmentos do desenho, logo  $N/90$ .

Agora você precisa apenas responder a questão!

**Opcional de ler**

Entretanto, se você for resolver a questão do site code.org ela não é tão simples, então um adendo.

Para resolver a questão no code.org você precisará primeiro virar a Elsa em uma direção. Mas qual? Não importa, por ser uma circunferência... ao final ela chegará na mesma posição inicial.

Depois você precisará que ela avance para frente ou para trás (retornando ao centro da suposta circunferência) para conseguir desenhar o floco de neve.

**Dica 1:** Use um laço de repetição. Você não quer repetir 90 vezes o mesmo comando, não é?

**Dica 2:** O comando de virar deve ficar dentro do bloco de repetição (bloquinhos azuis que estão na imagem abaixo), pois ele que fará a Elsa girar.



**Quadro 1:** Exemplo de atividade envolvendo Pensamento Computacional.

**Fonte:** Arquivo pessoal.

**Questão 2.** Observe a situação abaixo: O pintor deseja pintar a figura similar a um envelope. Considerando a imagem abaixo e o algoritmo apresentado, quais são os dois ângulos que faltam para o pintor conseguir concluir a sua pintura? **Obs:** Veja que o triângulo do envelope é equilátero, e o pintor precisa terminar no mesmo lugar que iniciou a pintura.



```
quando executar
  repita 3 vezes
    faça
      avance por 100 pixels
      vire à direita por 120 graus
  repita 4 vezes
    faça
      avance por 100 pixels
      vire à direita por 90 graus
```

Opções de resposta, considere que a resposta certa é do triângulo e quadrado, respectivamente:

- A. 60 graus e 90 graus
- B. 120 graus e 180 graus
- C. 120 graus e 90 graus (Resposta correta)

Link desta atividade: <https://studio.code.org/s/20-hour/stage/5/puzzle/5>. (Acesso: 1 Agosto de 2022)

**Resolução:**

```
quando executar
  repita 3 vezes
    faça
      avance por 100 pixels
      vire à direita por 120 graus
  repita 4 vezes
    faça
      avance por 100 pixels
      vire à direita por 90 graus
```

**Questão desafio:** E se o triângulo do envelope for um triângulo isósceles de altura 100, como fica a resolução?

Reflexões de como poderíamos resolver essa questão:

Sem a sobreposição de segmentos?

Girando para a esquerda?

Observação: Qual a importância do boneco voltar para a posição inicial?

### Roteiro da Questão 2

Para resolver essa questão, temos que pensar primeiro que o envelope é dividido em duas formas geométricas e devemos pintar as duas.

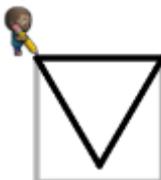
Você pode escolher qual deseja pintar primeiro sem que isso interfira no resultado, porém para que a resolução corresponda com a alternativa de resposta, vamos começar pelo triângulo.

1. Observe que no enunciado está destacado que o triângulo em questão é equilátero, sendo assim seus ângulos internos são  $60^\circ$  e os externos são de  $120^\circ$ . Nesse sentido, você deve escolher um desses ângulos para a questão.
2. Após fazer a escolha do ângulo, você deve escolher um comando de direção em um bloco, sendo eles: direita e esquerda (como os blocos azuis abaixo).

**Dica 1:** Se coloque no lugar do pintor para visualizar onde é a esquerda e a direita dele.



3. Agora você só precisa fazer o pintor andar, com a definição oferecida na solução: avançando 100 pixels.
4. Use o bloco de repetição para não ter que repetir várias vezes o mesmo comando (Isso vale para o quadrado também).
5. O pintor deve terminar nesta posição se fizer o triângulo primeiro:



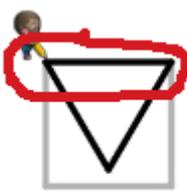
### Agora vamos para a parte do quadrado:

1. Um quadrado, por definição, é uma figura geométrica que tem 4 ângulos retos e 4 lados congruentes em sua formação.
2. Agora, se você sabe qual o valor de um ângulo reto, só precisa colocar ele no bloquinho azul de direção escolhido para a movimentação.



3. Porém, lembre-se de onde o pintor finaliza o triângulo, pois ele tem que virar para um lado. Qual lado seria esse lado? Direita? Esquerda? Decida! Teste!

**Dica 2:** O pintor DEVE passar novamente pela linha de cima como mostra a imagem abaixo: (Devemos fazer isso para não usarmos muitas linhas de código extras).



4. Após decidir o ângulo e para qual lado o pintor deve se mover para completar a pintura, o bloco de comando para o movimento (avançar) deve vir antes do bloco de comando para virar, e ambos devem estar dentro de um bloco de repetição de comandos, como mostrado no enunciado do exercício. Enfim, o pintor irá construir um quadrado!



5. Agora marque a resposta correta!

**Quadro 2:** Exemplo de atividade envolvendo Pensamento Computacional.

**Fonte:** Arquivo pessoal.

Com isso, encerra-se o momento de diálogo com os estudantes na disciplina MEM 29, sendo essa entusiasmada em um curto tempo e espaço, mas que os olhos estavam atentos e, então, inicia-se um processo de inquietação em cada um para repensar se algum desses elementos cabe na sua concepção docente e na sua realidade profissional. E um estudante diz: “Meu espaço de aprendizagem digital é o Classroom®, e as regras são bem claras na minha forma de ser organizado, e tudo postado na data, e com resoluções o mais completas possível, mesmo que xerox de folha de caderno, até prefiro para evitar plágio”. E outro disse: “Interessante pensar que saber pesquisar na internet e escrever do seu jeito, como entende colocar na resolução, ao invés de copiar, é uma inteligência, e é uma exceção de Pensamento Computacional. Obrigada”.

## Considerações Finais

As reflexões oriundas a partir da nossa leitura dos referenciais teóricos apresentados no texto e a nossa compreensão sobre os processos educacionais permitem inferir, nessas considerações finais, que uma docência que valoriza e protagoniza o processo autoral dos estudantes, sua criatividade e imaginação potencializa a concepção e comunicação dos estudantes em relação aos conceitos de Matemática estudados.

Ao tornar extensivo o uso da tecnologia em sala de aula, consideramos que um desdobramento inerente aos docentes seja que eles compreendam que ela já está imbricada no processo de aprendizagem e contribui para aperfeiçoar as ações de fazer e compreender. Outro aspecto potente é observar os exemplos apresentados na fala proferida aos estudantes da turma MEM 29 em 2022/1 e registrados nesse texto, em que as ações de docência realizadas implicaram o desenvolvimento de pesquisas e reflexões sobre o assunto.

Entendemos que isso, de alguma forma, seja transformador, pois o ciclo de aprendizados aumenta a medida do seu raio de alcance e torna-se uma lente para observar/refletir/reorganizar o potencial de práticas cujo propósito é tornar o estudante além de partícipe, um sujeito que leva o “aprender a aprender” para o resto da vida. Almejamos que este texto chegue a todos aqueles que desejam refletir sobre as suas ações práticas em sala de aula, permeadas por aspectos tecnológicos.

## Referências

BASSO, M. V. A. **Espaços de aprendizagem em rede**: novas orientações na formação de professores de matemática. Tese (doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2003.

BOBSIN, R. S.; NUNES, N. B.; KOLOGESKI, A. L.; BONA, A. S. O Pensamento Computacional presente na Resolução de Problemas Investigativos de Matemática na Escola Básica. In: **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO**, 31, 2020, Online. Anais [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2020. p.1473-1482. DOI: <https://doi.org/10.5753/cbie.sbie.2020.1473>.

BONA, A. S. **Portfólio de Matemática: um instrumento de análise do processo de aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2010.

BONA, A. S. **Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática: o aprender a aprender por cooperação**. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

BONA, A. S. **Aulas Investigativas e a construção de conceitos de matemática: um estudo a partir da teoria de Piaget**. Curitiba: CRV, 2016.

BONA, A. S. (org). **(Des)Pluga: o pensamento computacional atrelado a Atividades Investigativas e a uma Metodologia Inovadora**. 1ed. São Paulo: Pragmatha, 2021. V1.

BONA, A. S. D.; FAGUNDES, L.C; BASSO, M.V.A. A cooperação e/ou a colaboração no Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática. **RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação**. v. 9, n. 2, 2011.

BONA, A. S. D.; FAGUNDES, L. da C.; BASSO, M. V. de A. Facebook: um possível espaço digital de aprendizagem cooperativa da Matemática. **RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 10, n. 3, 2012.

BONA, A. S. D, BASSO. M. V. A. Portfólio de Matemática: um instrumento de análise do processo de aprendizagem. **RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 7, n. 3, 2009.

BONA, A. S. D; BASSO, M. V. A. Portfólio de Matemática: um instrumento de análise do processo de aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 399-416, ago. 2013.

BRACKMANN, C. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades de computação desplugada na Educação Básica**. 2017. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. Brasília: MEC; SEB; CNE; 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 22ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

NEVES, A., CAMPOS, C., CONCEIÇÃO, J. M., ALAIZ V. Avaliar é aprender: O novo sistema de avaliação. **Cadernos de Avaliação – 5**. Lisboa: IIE, 1992.

NUNES, N. B.; DE BONA, A. S.; KOLOGESKI, A. L.; BATISTA, V. da S.; ALVES, L. P. (2021). (Des) Pluga: o pensamento computacional aplicado em atividades inovadoras. **Revista Contexto & Educação**, 36(114), 72–88. DOI: <https://doi.org/10.21527/2179-1309.2021.114.72-88>.

PAPERT, S. **A Máquina das crianças**. Porto Alegre: Artmed, 1994.

PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

WING, J. Computational thinking. **Communications of the ACM**, v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006. Disponível em: <https://www.cs.cmu.edu/~15110-s13/Wing06-ct.pdf>. Acesso em 20 nov. 2022.

# O modelo TPACK e suas perspectivas para a formação de professores de Matemática: algumas considerações

ANDRICELI RICHTER

ROSANA GIARETTA SGUERRA MISKULIN

## Introdução

O presente texto objetiva propor discussões concernentes à formação de professores no contexto educacional que são em tempo, análogas ao próprio movimento relativo à história da formação de professores. Percebe-se que não somente no contexto brasileiro como também em outros países, essa temática está no topo das preocupações em termos de investigações científicas e de políticas nacionais que visam assegurar uma formação de professores que os leve a realizar uma boa prática e que conduza os estudantes a um bom ensino o qual tenha repercussão na qualidade de vida da sociedade como um todo. Nesse sentido, é meritório destacar que autores como João Pedro da Ponte, António Nóvoa, Francisco Imbernón, Dario Fiorentini, Sérgio Lorenzato, José Libâneo e Dermeval Saviani têm debatido por meio de investigações os aspectos inerentes a formação docente.

Tanuri (2000) aponta que no bojo das discussões iniciais sobre formação de professores teve lugar o conteúdo a ser ensinado, definido por Shulman (1986) como *conhecimento do conteúdo*.

No entanto, no decurso das práticas pedagógicas de professores e de experiências de ensino, alargou-se a compreensão de que, para ensinar, bastava saber o conteúdo a ser ensinado. Então, passou-se a considerar outra dimensão do conhecimento do professor, o conhecimento pedagógico. Seguindo essas perspectivas, e com o olhar cada vez mais atento à formação de professores, novos elementos foram identificados, a partir de investigações científicas materializadas a partir de contextos empíricos, os quais consideram outras dimensões inerentes ao conhecimento do professor, como, por exemplo, a dimensão da tecnologia.

A partir desses questionamentos, o texto aqui apresentado materializa algumas considerações sobre o Modelo TPACK (MISHRA; KOELLER, 2006) para a formação de professores de Matemática, a partir do desenvolvimento de uma pesquisa de doutorado (RICHIT, 2015) em Educação Matemática realizada pela primeira autora do texto, sob a orientação da segunda, junto ao PPGEM – Unesp – Campus Rio Claro. A pesquisa desenvolvida teve como objetivo “evidenciar e compreender os aspectos pedagógicos, tecnológicos, matemáticos, culturais e sociais manifestados por professores de Matemática da Educação Superior no contexto de uma Comunidade de Prática Online” e foi norteadada pela seguinte questão diretriz: “Que aspectos emergem do conhecimento do professor de Matemática da Educação Superior em uma Comunidade de Prática Online?”.

Assim, a temática do presente texto, consistiu-se em pano de fundo para a palestra<sup>1</sup> proferida pela primeira autora junto ao Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), no âmbito da disciplina Tecnologias Digitais em Educação Matemática (MEM 29), ministrada pelo professor Rodrigo Sychocki da Silva, que idealizou e concretizou a presente obra, a partir de diferentes perspectivas de pesquisadores em Educação Matemática sobre Tecnologias

---

<sup>1</sup> A referida palestra realizou-se via plataforma MConf, no dia 03 de outubro de 2022, das 13h30min às 15h10min.

Digitais e seus impactos nos processos de ensinar e aprender Matemática.

## **A formação de professores de Matemática da Educação Superior: perspectivas a partir da dimensão da tecnologia e do modelo TPACK**

Conforme foi mencionado, as considerações expressas neste texto são de caráter teórico e estão ancoradas em uma pesquisa desenvolvida em nível de doutorado em Educação Matemática, concluída em 2015, que teve como foco a formação (continuada) do professor de Matemática da Educação Superior e as tecnologias digitais.

Zabalza (2004, p. 169) preconiza que a formação dos professores da Educação Superior tem como desafio transformar os docentes em profissionais da “aprendizagem” e não em especialistas, que têm profundo conhecimento em um tema específico e que sabem explicá-lo, de modo que transitem entre duas perspectivas: “conhecedores fidedignos do âmbito científico ensinado” e “pessoas comprometidas com a formação e com a aprendizagem de seus estudantes”. Ainda nessa perspectiva, García (2002) defende que discutir a formação de professores da Educação Superior requer que se faça um exercício de compreender as necessidades formativas desses profissionais, levando em conta aspectos como problemas, carências e dificuldades encontradas no exercício da docência, entre outros. Richit (2015) disserta que as necessidades que se impõem à formação do professor da Educação Superior estão relacionadas às transformações do mundo atual, em específico, à incorporação das tecnologias digitais, de modo a usar adequadamente esses recursos em sala de aula para promover um ensino mais significativo e alinhado as perspectivas atuais.

Ampliando as considerações expressas, Zabalza (2004, p. 30) ressalta que as mudanças ocorridas na sociedade, como um todo, acabaram gerando a necessidade de se alterar os suportes e as estratégias de ensino e aprendizagem utilizados na universidade, as quais “[...] tiveram uma clara incidência na vida e no trabalho

dos professores universitários. O que se espera deles, ou seja, as demandas que lhe são feitas variam ao sabor das grandes mudanças estruturais e funcionais que a universidade sofreu”.

Ainda no que se refere à universidade, um dos desafios que se impõem é a necessidade de promover a incorporação das tecnologias digitais tanto na gestão educacional quanto na docência. Portanto, corroboramos as afirmações de Zabalza (2004, p. 37) no que se refere a revisar/modificar “as atuais práticas formativas e buscar, no âmbito pedagógico, novas luzes que permitam iluminar este cenário que é a universidade, cada vez mais rica em recursos [...]”. Para além, os ares de mudança no contexto universitário e, de modo específico, a pressão pela qualidade de ensino estão, de certo modo, mobilizando os docentes a rever seus enfoques e estratégias de atuação.

Marin (2009, p. 45) comenta que o contexto que envolve a formação do professor da Educação Superior o percebe como um profissional imerso “[...] em uma sociedade em profundas transformações políticas, ideológicas, tecnológicas, éticas e culturais, com novas características e perfis [...]”.

Antecedendo-se a essa perspectiva, Nóvoa (2009) ressalta que as preocupações, no que tange à formação de professores, foram, são e serão sempre relacionadas aos processos de aprendizagem. De acordo com o autor, os professores tornam-se foco de atenção de pesquisadores e ponto central na agenda das políticas públicas mundiais, pois duas questões relacionadas à profissão docente se colocam: a primeira concerne à diversidade, ou seja, atentam para a construção de novas metodologias e pedagogias. A segunda questão diz respeito aos desafios colocados pelas tecnologias digitais ao fazer docente. Sobre isso, Nóvoa (2009, p. 12) pondera:

Os professores reaparecem, neste início do século XXI, como elementos insubstituíveis não só na promoção das aprendizagens, mas também na construção de processos de inclusão que respondam aos desafios da diversidade e no desenvolvimento de métodos apropriados de utilização das novas tecnologias.

Não obstante as discussões apontadas anteriormente, tal pensamento traz evidências de que ela alcançou um nível de debate que, muitas vezes, parece polêmico, excessivo e esgotado. Entretanto, olhando para o movimento de inserção das tecnologias digitais no contexto escolar e sua concretização, observa-se que, na prática, há uma distância enorme “[...] de um futuro há tanto tempo anunciado” (NÓVOA, 2009, p. 12).

O advento e a presença das tecnologias digitais em diferentes esferas da sociedade provocaram mudanças drásticas em rotinas e práticas cotidianas bem como em processos de ensino e aprendizagem. No entanto, há de se reconhecer, que apenas a integração das tecnologias digitais no processo educativo não é suficiente. Uma questão importante, inerente a esse movimento, refere-se aos conhecimentos que os professores precisam saber, a fim de incorporar as tecnologias digitais ao ensino.

Examinando essa questão, Mishra e Koehler (2006), envolvidos em projetos destinados a compreender o desenvolvimento dos professores no uso das tecnologias digitais, desenvolveram uma perspectiva teórica que relaciona o conhecimento dos professores às Tecnologias Digitais, o modelo TPACK, o qual passamos a apresentar e discutir com maior detalhamento, na sequência do texto.

## Modelo TPACK: o que é?

O modelo TPACK, do inglês “*Technological Pedagogical Content Knowledge*” é um modelo que trata dos tipos de conhecimentos necessários a um professor para o desenvolvimento de uma prática eficaz que utilize recursos das tecnologias digitais. No português, é conhecido por “Conhecimento Pedagógico e Tecnológico do Conteúdo” (MISHRA; KOEHLER, 2006; RICHIT, 2015; GONÇALVES; RICHIT, 2023). O TPACK foi sistematizado por Koehler e Mishra, em 2005. Mas, inicialmente, fora elaborado e nomeado de TPCK por Pierson, em 2001. Somente em 2008, é que recebe a denominação TPACK, de modo que essa nova forma de escrita facilitasse a pronúncia (CIBOTTO; OLIVEIRA, 2017).

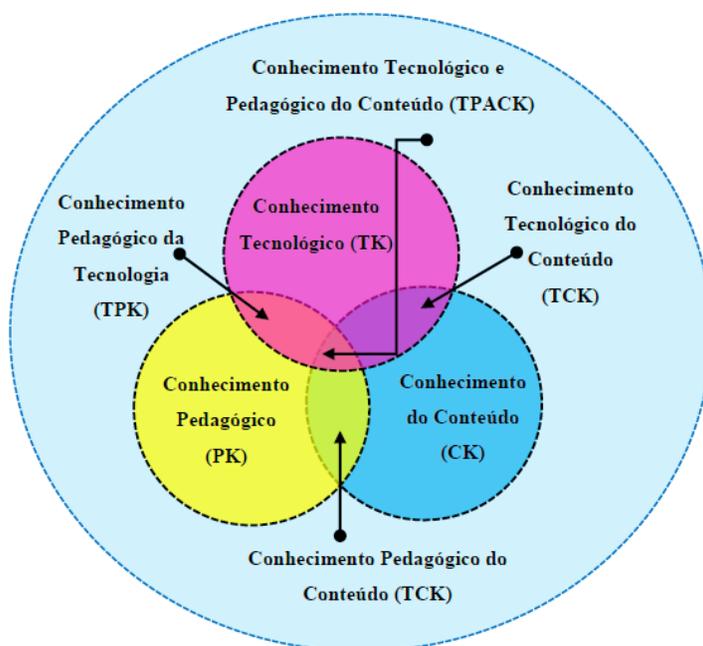
Punya Mishra e Matthew Koehler, ambos docentes em universidades americanas, a saber, Universidade do Arizona e Universidade de Michigan, envolveram-se em projetos com foco no desenvolvimento de professores para o uso das tecnologias digitais, bem como em um movimento de compreender esse desenvolvimento e a ajudar docentes e corpo universitário a apropriarem-se das tecnologias e desenvolver um ensino que as privilegiasse de fato. O engajamento dos autores nos aludidos projetos, mobilizou-os a analisar e a refletir sobre o referido movimento e contribuiu para a constituição do modelo teórico referente ao TPACK, uma vez que o modelo proposto por Shulman (1986), o PCK – *Pedagogical Content Knowledge* (conhecimento pedagógico do conteúdo), já não dava mais conta de compreender o movimento relativo à formação de professores considerando a dimensão da tecnologia.

O conhecimento pedagógico do conteúdo constitui a categoria mais importante de conhecimento do professor, pois “é o único conhecimento pelo qual o professor pode estabelecer uma relação de protagonismo. É de sua autoria. É aprendido no exercício profissional, mas não prescinde dos outros tipos de conhecimento” (MIZUKAMI, 2004, p.7).

Mishra e Koehler (2006) preconizam que as relações entre o conteúdo (objeto real que está a ser aprendido e ensinado), a pedagogia (o processo e prática ou métodos de ensino e aprendizagem) e tecnologia (tanto comuns, como quadros-negros, e modernas, como computadores digitais) são complexas e cheias de nuances. Nessa perspectiva, o modelo TPACK enfatiza conexões existentes entre tecnologias, abordagens pedagógicas específicas e conteúdos curriculares, conceituando como essa tríade pode interagir, uns elementos com os outros, para produzir o ensino baseado em tecnologias educacionais (HARRIS; MISHRA; KOEHLER, 2009).

O modelo TPACK é constituído de sete conhecimentos, a saber: Conhecimento do Conteúdo (CK – *Content Knowledge*), Conhecimento Pedagógico (PK – *Pedagogical Knowledge*),

Conhecimento Tecnológico (TK – *Technological Knowledge*), Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK – *Pedagogical Content Knowledge*), Conhecimento Pedagógico da Tecnologia (TPK – *Technological Pedagogical Knowledge*), Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK – *Technological Content Knowledge*), Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK – *Technological Pedagogical Content Knowledge*). A figura 1, a seguir, expressa os sete conhecimentos mencionados, considerando os três conhecimentos base (conteúdo, pedagogia e tecnologia) e as relações entre esses diferentes conhecimentos.



**Figura 1:** Modelo TPACK

**Fonte:** Richit (2015, p. 57) inspirado em Mishra e Koehler (2006)

Conforme foi destacado, o Modelo TPACK é constituído de três conhecimentos base (conteúdo, pedagogia e tecnologia), e os demais conhecimentos têm origem na articulação/intersecção

de dois ou mais conhecimentos. Na sequência, apresentamos os diferentes tipos de conhecimentos fundamentadas em Mishra e Koehler (2006).

## Conhecimentos base do modelo TPACK

Nesta seção, apresentamos compreensões sobre os conhecimentos base do TPACK fundamentadas em Mishra e Koehler (2006).

- **Conhecimento do Conteúdo (CK – Content Knowledge)**

Conforme Mishra e Koehler (2006, p. 26), o conhecimento do conteúdo é o conhecimento sobre o assunto a ser ensinado ou aprendido. Ainda, os autores compreendem o conteúdo como sendo o objeto de ensino escolar regular, tais como: a poesia da graduação, a Matemática do ensino médio, a alfabetização dos anos iniciais, a História do ensino fundamental, etc. Eles ainda ressaltam que no exercício da prática pedagógica, uma base inadequada de conhecimento do conteúdo pode desenvolver concepções e compreensões inadequadas sobre os conteúdos.

- **Conhecimento Pedagógico (PK – Pedagogical Knowledge)**

O conhecimento do professor, no contexto escolar, não se limita apenas ao conteúdo, isto é, vai além do que eles conhecem sobre os conteúdos das disciplinas que ensinam. Assim, para ensinar, o professor precisa de outra dimensão do conhecimento de modo a promover e desenvolver o aprendizado dos alunos – o conhecimento pedagógico. Nessa perspectiva, Mishra e Koehler (2006) compreendem o conhecimento pedagógico como uma forma genérica de conhecimento que está envolvida em todas as questões de aprendizagem dos alunos, gestão de sala de aula, desenvolvimento de plano de aula, implementação e avaliação do estudante, e é originado de diferentes campos, tais como:

Pedagogia, Didática, Currículo e outros, os quais se aplicam ao aprendizado do aluno. Em complemento, os autores enfatizam que o conhecimento pedagógico engloba, portanto, as estratégias, as práticas, os processos e os métodos de ensino, bem como os objetivos de ensino e avaliação dos alunos (KOEHLER; MISHRA, 2005).

- **Conhecimento Tecnológico (TK – Technological Knowledge)**

Para Mishra e Koehler (2006), o conhecimento tecnológico – TK engloba as tecnologias tradicionais – como lápis e papel – e as novas, atualmente denominadas de tecnologias digitais, tais como computadores, softwares, chips, robôs, vídeos, dentre outros. Por extensão, é também o conhecimento sobre as tecnologias padrão, como livros, giz e quadro-negro.

Ainda, nessa perspectiva, o conhecimento tecnológico relaciona-se ao conhecimento das tecnologias digitais que podem integrar ambientes de sala de aula, transformando-os em ambientes de aprendizagem. Inclui também, habilidades necessárias não só para lidar com tecnologias específicas, mas também para adquirir entendimentos sobre seu funcionamento, tais como instalar ou remover softwares e programas, criar documentos e arquivos e manipular softwares ou quaisquer outros recursos tecnológicos.

Esse conhecimento inclui a adaptação às novas tecnologias, visto que elas se modificam rapidamente, tornando-se obsoletas, por isso é difícil mantê-lo atualizado. Por meio desse conhecimento, é possível a realização de uma variedade de tarefas com as tecnologias, bem como modos distintos de realizá-las (MISHRA; KOEHLER, 2006).

## Conhecimentos na intersecção do modelo TPACK

Nesta seção do texto, dedicamo-nos a apresentar considerações acerca dos conhecimentos que são resultados da articulação/intersecção dos conhecimentos base do modelo TPACK.

- **Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK – Pedagogical Content Knowledge)**

O conhecimento pedagógico do conteúdo caracteriza-se como uma forma peculiar do conhecimento do conteúdo, considerando, em sua essência, aspectos adequados e apropriados para o seu ensino. Inerente a esse conhecimento está a ideia de como saber organizar melhor um conteúdo de modo a representar as ideias, fazer analogias, lançar mão de ilustrações, citar exemplos e fazer demonstrações. Ainda, esse conhecimento inclui representações e formulações de conceitos, técnicas pedagógicas, conhecimento daquilo que pode tornar os conceitos difíceis ou fáceis de serem aprendidos (MISHRA; KOEHLER, 2006).

Esse conhecimento inclui saber quais abordagens de ensino se adequam ao conteúdo, e, da mesma forma, saber como elementos do conteúdo podem ser organizados para um melhor ensino. Para isso, “[...] o professor deve ter à mão um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, alguns dos quais derivam de pesquisas, enquanto outras se originam na sabedoria prática” (SHULMAN, 1986, p. 9).

- **Conhecimento Pedagógico da Tecnologia (TPK – Technological Pedagogical Knowledge)**

Na perspectiva dos autores, esse conhecimento refere-se não somente à forma mais adequada de o professor utilizar determinadas tecnologias para desenvolver procedimentos de ensino e aprendizagem como também às limitações e possibilidades das tecnologias como mediadoras nas diferentes abordagens de ensino.

Esse conhecimento inclui também a capacidade de utilizar criticamente os recursos tecnológicos em um contexto pedagógico bem como a capacidade de escolha da tecnologia específica que melhor se adapta aos objetivos e aos conteúdos a serem trabalhados (GRAHAM, 2011; MAZON, 2012). Em extensão, para Mishra e Koehler (2006, p. 1028), o

*conhecimento Pedagógico da Tecnologia (TPK) é o conhecimento da existência de diversos componentes e recursos tecnológicos e, como eles podem ser utilizados no cenário de ensino e aprendizagem, e vice-versa, sabendo como o ensino pode mudar como resultado do uso de tecnologias específicas. Isto pode incluir um conhecimento de uma gama de ferramentas existentes para uma determinada tarefa, a capacidade de escolher a ferramenta com base na sua finalidade, estratégias para uso de affordances da ferramenta e, conhecimento de estratégias pedagógicas e a capacidade de aplicar tais estratégias para uso de tecnologias.*

- **Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK – Technological Content Knowledge)**

O TCK representa o conhecimento de ferramentas tecnológicas e representações que são usadas em uma disciplina. Na disciplina de Matemática, por exemplo, a construção de manipulação dinâmica de um polígono e suas propriedades relacionadas a ângulos, área, volume e perímetro, com a possibilidade de visualizá-los e manipulá-los em duas ou três dimensões, podem ser realizadas em um software específico para o ensino de Geometria (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028).

O TCK é o conhecimento sobre a maneira pela qual a tecnologia restringe os possíveis tipos de representações, já que novas tecnologias, muitas vezes, proporcionam novas representações mais variadas e maior flexibilidade na navegação entre essas representações. Os professores necessitam conhecer não apenas a matéria que eles ensinam, mas também alterar a maneira como o assunto pode ser ensinado por meio da aplicação de tecnologia (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1028).

- **Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK – Technological Pedagogical Content Knowledge)**

O TPACK é uma forma de conhecimento emergente que articula e vai além de todos os três componentes base, a saber: conteúdo, pedagogia e tecnologia. É um conhecimento que emerge da conjunção do conteúdo, da tecnologia e da pedagogia, fundindo-se em um espécime único de conhecimento em que os processos de ensino e aprendizagem não se desenvolvem plenamente sem ter por base o referido tripé. Ademais, esse conhecimento reforça que a integração da tecnologia nos processos de ensino e aprendizagem pressupõe que o desenvolvimento de um conteúdo suscita o entrelaçamento dos três conhecimentos: tecnologia, pedagogia e conteúdo. Ademais, a qualidade do ensino requer o desenvolvimento de uma compreensão das nuances intrínsecas às complexas relações entre tecnologia, conteúdo e pedagogia e sua utilização em estratégias específicas ao contexto das representações.

Em adição, o TPACK pode ser entendido como um ensino pautado com tecnologias e requer compreensões das representações de conceitos lançando mão das tecnologias; técnicas pedagógicas que utilizem as tecnologias de modo construtivo para ensinar o conteúdo; conhecimentos que possibilitam fazer os conceitos fáceis ou difíceis de aprender e de como a tecnologia pode reconstruir algumas ideias que os alunos têm ou problemas que eles enfrentam. Ademais, esse conhecimento é relevante no sentido de evidenciar como as tecnologias podem ser utilizadas para construir o conhecimento existente e desenvolver novas epistemologias ou reinventar as antigas.

Nesse contexto, esses três conhecimentos existem em um estado de equilíbrio dinâmico em que as tecnologias impulsionam os tipos de decisões que os professores tomam no que se refere ao conteúdo e à pedagogia. Além disso, a incorporação das tecnologias na prática docente, e em consequência nos processos

de ensino e aprendizagem, coloca os docentes em situações que os obrigam a enfrentar questões de natureza educacional básica, visto que as tecnologias reconstróem o equilíbrio dinâmico entre os três conhecimentos.

Um exemplo relacionado a essa questão pode ser percebido quando membros do corpo docente desenvolvem cursos online pela primeira vez. Organizar o curso, lançando mão das tecnologias, obriga esses docentes a lidar com a componente tecnológica, necessitando um equilíbrio entre conteúdo e pedagogia, que talvez, há tempos, não havia sido pensando e experimentado. Nesse sentido, integrar as tecnologias digitais em um curso não é o mesmo que acrescentar um módulo a esse curso. Em alguns momentos, levanta questões fundamentais sobre conteúdo e pedagogia que pode colocar a pensar mesmo os professores mais experientes, de modo a reconfigurar suas compreensões não apenas da tecnologia, mas de todos os três conhecimentos. Ademais, esse tipo de conhecimento leva à compreensão da necessidade e reestruturação da formação de professores no que se refere ao TPACK.

## **Perspectivas à formação de professores a partir do TPACK**

No contexto do exercício profissional docente, por vezes, encontram-se professores que sabem muito para eles, mas não para ensinar, denotando, assim, uma fraca compreensão do “conhecimento pedagógico” ou do “conhecimento pedagógico do conteúdo” e forte compreensão do “conhecimento do conteúdo”. Também, o mesmo ocorre com relação à tecnologia, já que, por vezes, há docentes que possuem muito domínio/conhecimento da tecnologia, mas não a utilizam de maneira adequada para desenvolver o processo de ensino e aprendizagem no contexto da sala de aula.

O modelo TPACK faz referência a esse aspecto, como sendo o conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo, que pode ser entendido de forma simples, como um processo de ensino

que se fundamenta também na componente tecnológica. Mesmo por vezes sendo visto como complexo, multifacetado, integrador e transformador, o TPACK é uma estrutura: i) com grande potencialidade de uso; ii) geradora de pesquisas relacionadas à utilização das TD na educação, iii) e contribui na elaboração do currículo de formação de professores para o uso educacional da tecnologia.

Pesquisas e experiências de formação de professores (MISHRA; KOEHLER, 2006; RICHIT, 2015; BLAUTH, 2021; GONÇALVES; RICHIT, 2023) enfatizam que a constante utilização da tecnologia na formação inicial de professores de Matemática pode contribuir para o fortalecimento do uso pedagógico das TD nos processos de ensino e aprendizagem ao longo do exercício docente e de suas práticas profissionais. Nessa perspectiva, discussões tanto do ponto de vista pedagógico sobre o uso das TD quanto abordagens de conceitos específicos ao longo da formação inicial certamente potencializarão o uso e a integração efetiva das TIC no contexto escolar.

No que tange a professores em exercício, o processo de formação continuada deve engajar esses docentes em discussões e apropriação do uso das TD em sala de aula, de modo a promover um ensino qualitativamente melhor, no sentido de lançar mão das tecnologias de modo a alargar compreensões sobre tópicos em estudo. Já os professores universitários precisam envolver-se em comunidades de prática/investigação de modo a refletir sobre a prática e encontrar caminhos ancorados em suas experiências de sala de aula de modo a integrar a componente tecnológica (RICHIT, 2015).

## Considerações finais

No presente capítulo, apresentamos considerações acerca do modelo teórico TPACK, o qual se constitui em um referencial teórico no contexto da formação de professores, seja ela inicial ou continuada, para refletir e produzir conhecimentos acerca dos conhecimentos e práticas dos professores considerando as

tecnologias digitais. Esse referencial contribui no sentido que oportuniza construir reflexões, uma vez que, por vezes, alguns professores conhecem as tecnologias, mas não sabem utilizá-las de forma adequada. Ainda, no bojo dessas discussões, há aqueles professores que pouco ou nada conhecem sobre as tecnologias.

O modelo teórico em questão mostra-se como uma proeminente perspectiva que deve ser considerada no movimento da formação de professores, para que se promova uma formação a qual oportunize uma efetiva e qualitativa utilização das tecnologias em abordagens de conceitos de Matemática no mundo contemporâneo e digitalizado. Embora esse quadro tenha inspirado e mobilizado o desenvolvimento de investigações em Educação Matemática ao redor do mundo, ainda não é claro como o conhecimento tecnológico (TK) pode ser desenvolvido nas diferentes áreas, assim como o conhecimento tecnológico pedagógico (TPK), o tecnológico do conteúdo (TCK) e o conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo (TPACK).

Efetivamente, para construir o TPACK junto aos professores em formação inicial e continuada, é necessário que professores e futuros professores consigam pensar na abordagem dos conceitos de Matemática a partir da tecnologia e de uma perspectiva pedagógica, para que os processos de ensino e aprendizagem possam ser mais adequadamente desenvolvidos.

## Referências

BLAUTH, I. F. **Um processo de pesquisa-formação**: diálogos sobre currículo escolar, tecnologias digitais e conhecimentos de professoras. 223 f. 2021. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação Matemática) – UFMS – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2021.

CIBOTTO, R. A. G.; OLIVEIRA, R. M. M. A. (2017). TPACK – Conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo: uma revisão teórica. **Imagens da Educação**, 7(2), 11-23. Disponível em: <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ImagensEduc/article/view/34615>. Acesso em: 2 apr. 2023.

GARCÍA, C. M. A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. In: NÓVOA, A. **Os professores e sua formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 2002. p. 51-76.

GONÇALVES, A. B.; RICHIT, A. The TPACK model in the context of teacher education: a systematic literature review. **Research, Society and Development**, [S. l.], v. 12, n. 3, p. e29212340836, 2023. DOI: 10.33448/rsd-v12i3.40836. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/40836>. Acesso em: 2 apr. 2023.

GRAHAM, C. R. (2011). Theoretical Considerations for Understanding Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK). **Computers & Education**, 57, 1953-1960. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compedu.2011.04.010>. Acesso em: 2 apr. 2023.

HARRIS, J.; MISHRA, P.; KOEHLER, M. (2009). Teachers' technological pedagogical content knowledge and learning activity types: Curriculum-based technology integration reframed. **Journal of research on technology in education**, 41(4), 393-416. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/15391523.2009.10782536>. Acesso em: 2 apr. 2023.

MARIN, D. **Professores de matemática que usam tecnologia de informação e comunicação no ensino superior**. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

MAZON, M. J. S. (2012). **TPACK (Conhecimento Pedagógico de Conteúdo Tecnológico): Relação com as diferentes gerações de professores de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2012.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, 108(6), 1017-1054, 2006.

MIZUKAMI, M.G.N. (2004). Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L.S. Shulmann. **Revista Educação**, 29 (2), 33-49.

NÓVOA, A. Para uma formação de professores construída dentro da profissão. In: **Professores: Imagens do futuro presente**. EDUCA, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2009.

RICHIT, A. **Formação de Professores de matemática da Educação Superior e as Tecnologias Digitais**: aspectos do conhecimento revelados no contexto de uma comunidade de prática online. 2015. 596 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2015.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, 15 (2), 1986. p. 4-14.

TANURI, L. M. História da formação de professores. **Revista Brasileira de Educação**, n. 14, maio-agosto 2000, p. 61-88.

ZABALZA, M. A. **O ensino universitário**: seu cenário, seus protagonistas. Tradução de Erinani Rosa. Porto alegre: Artmed, 2004.

PARTE 2

# Ações e proposições: para além das questões sobre ensino e aprendizagem



# O Pensamento Computacional na construção de um jogo de labirinto no Scratch

LUIZA LEHMEN KERKHOFF  
POLYANA PEROSA

## Introdução

**A**pós uma pesquisa bibliográfica sobre programação e aprendizagem matemática no repositório Lume da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, as autoras descobriram que, durante os anos de 2019 a 2021, poucas dissertações e teses publicadas nesse período abordam a programação relacionada com a aprendizagem em Matemática. Dos trabalhos que abordam esse assunto, grande parte utiliza o Scratch como software e foram realizados com alunos do Ensino Fundamental; apenas um teve como sujeitos de pesquisa professores de Ensino Fundamental.

Os resultados dessa pesquisa bibliográfica não foram ao encontro das expectativas das autoras, que tiveram a formação acadêmica muito baseada no uso de tecnologias, e mais especificamente a programação, no ensino de Matemática. Esperava-se encontrar muitos estudos relacionando à utilização da programação - que tem como base o pensamento computacional - para a aprendizagem de Matemática. Além dos motivos expostos, também pode-se mencionar a indicação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para que a Matemática, como área do conhecimento,

desenvolva os algoritmos necessários, fortalecendo, assim, os meios para resolução de problemas. Segundo a BNCC:

Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos. (BRASIL, 2018, p.275)

Além disso, quando a BNCC faz referência à passagem dos alunos da aprendizagem no Ensino Fundamental - séries iniciais, para o Ensino Médio, menciona que

A área de Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos. (BRASIL, 2018, p. 473)

Esse parágrafo, retirado da Base Nacional Comum Curricular, evidencia tamanha importância de se refletir sobre o pensamento computacional, equiparando-o aos conhecimentos desenvolvidos no estudo da Matemática. Como o Scratch permite trabalhar em sala de aula com “o pensamento computacional e habilidades de resolução de problemas; ensino e aprendizagem criativos; autoexpressão e colaboração; e equidade em computação” (SCRATCH, 2007), escolheu-se esse software para a prática desta prática, que foi realizada com uma turma do 7º ano de uma escola particular de Porto Alegre, Rio Grande do Sul. O planejamento, execução e análise dos dados desta foram feitos com base em uma pesquisa qualitativa, com ênfase na descrição dos processos e não com atenção somente nos resultados. Conforme Bogdan e Biklen (1994),

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; (p. 47)
2. A investigação qualitativa é descritiva; (p. 48)
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; (p.49)
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; (p. 50)
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa; (p. 50)

A atividade docente desenvolvida teve por objetivo principal observar a construção de aprendizagem matemática durante uma construção de programação no software Scratch. Além disso, almejou-se, com este estudo, produzir informações importantes sobre aprendizagem matemática com a utilização de recursos digitais, mais especificamente, a programação, a fim de que o conhecimento construído pudesse trazer contribuições relevantes para a área educacional.

## Metodologia de trabalho

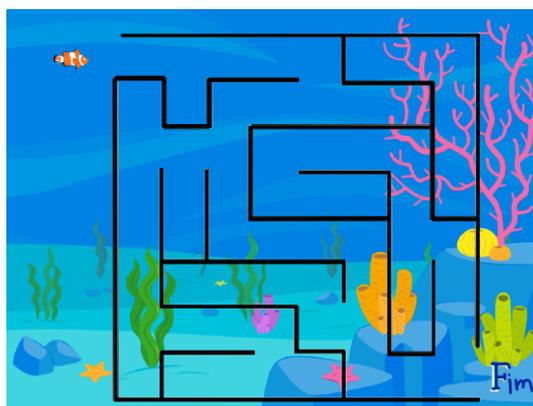
A prática foi realizada com 26 alunos de uma turma do 7º ano de uma escola particular de Porto Alegre, Rio Grande do Sul. Entre os 26 alunos presentes, somente os dados de 16 alunos foram analisados neste artigo, por serem utilizados os materiais dos alunos que entregaram os termos de assentimento e consentimento assinados. A prática foi realizada no laboratório de informática da escola em dois períodos de 50 minutos. Os alunos foram organizados em duplas de modo que os alunos com os termos assinados se sentaram juntos, e os alunos com os termos em branco se juntaram. O aluno de inclusão não participou da prática por escolha da monitora da assistência educacional especializada. Durante os dois períodos, este aluno realizou atividades no laboratório de informática que foram propostas pela monitora, que esteve junto a ele todo o tempo.

Para iniciar, utilizaram-se atividades de programação desplugada, quando é necessário seguir um algoritmo com passos detalhados, mas sem o uso de um computador ou de um aparelho digital. Para isso, dois alunos seriam chamados à frente da sala, e

uma tarefa seria dada, como por exemplo: o primeiro precisa guiar o colega para sair da sala, e o segundo pode somente obedecer às ordens dadas. Em seguida, os alunos seriam instruídos a acessar o site do Software Scratch, para atividade de programação em blocos.

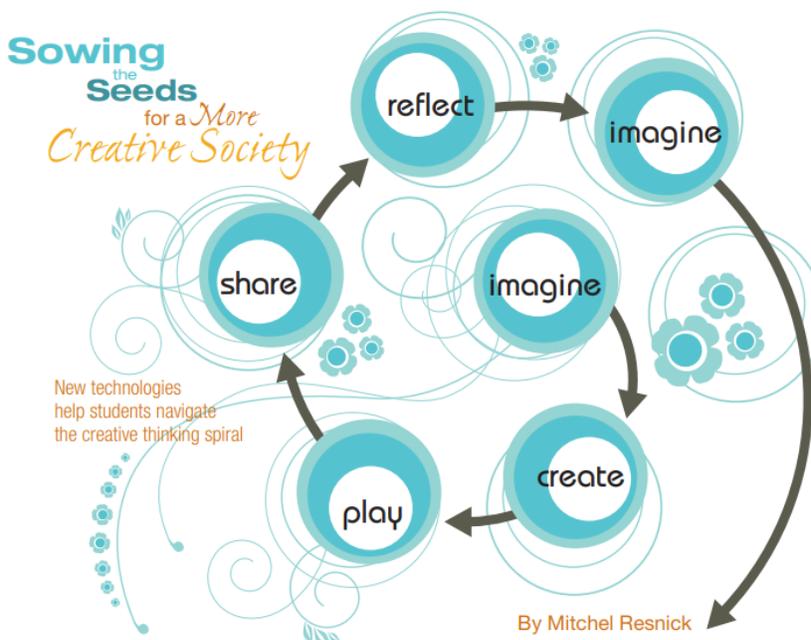
O Scratch é um software de programação intuitivo, que crianças podem utilizar para criar jogos e animações, por exemplo, a partir do encaixe de comandos em sequências tais como peças de LEGO®. Por trabalhar com programação em blocos, em que os comandos são encaixados uns nos outros, sem a necessidade de serem digitados, os alunos podem preocupar-se com a sequência que forma o algoritmo e não precisam dar tanta atenção à estrutura de sintaxe dos comandos. Esses códigos estão divididos conforme classificações, como movimento e aparência. Uma vez que tivessem o programa aberto à sua frente, seriam convidados a explorar os comandos disponíveis e, mais especificamente, tentar fazer o personagem da tela se deslocar.

Por último, as pesquisadoras apresentaram um modelo de jogo desenvolvido previamente: um labirinto (Figura 1). E o desafio aos alunos é criar seus próprios labirintos, sem outras instruções sobre as ferramentas e linguagem de programação, utilizando a exploração intuitiva que o Software favorece.



**Figura 1:** Labirinto organizado pelas pesquisadoras  
**Fonte:** organizado pelas pesquisadoras

Durante o processo de programação no Scratch, pode-se tornar possível a ocorrência de um processo chamado de “Creative thinking spiral” proposto por Resnick (2007, p.1), mostrado na Figura 2, no qual os alunos imaginam, criam, jogam e testam seus comandos, compartilham seus projetos, refletem sobre suas construções e, a partir disso, pensam em novas ideias, retornando ao início desse processo.



**Figura 2:** Creative Thinking Spiral.

**Fonte:** Resnick (2007, p.1)

Durante a programação, “[...] o aprendizado acontece através do processo de a criança inteligente ‘ensinar’ o computador burro, ao invés de o computador inteligente ensinar a criança burra.” (PAPERT, 1985, p. 9). Com isso, os alunos devem indicar ao software os comandos necessários para produzir os efeitos desejados por eles, de modo que se deslocam de uma posição

mais tradicional que tem os estudantes como receptores de um conhecimento pronto.

Com a manipulação do Scratch, os alunos conseguem visualizar os efeitos dos códigos programados. Quando os comandos encaixados não produzirem os efeitos esperados pelos alunos, eles podem reorganizar os códigos ou modificar os já programados a fim de obter os resultados desejados. Nesse processo, espera-se que os alunos possam aprender com seus erros a partir da análise dos mesmos durante a busca de falhas na programação, de modo que “o erro deixa de ser uma arma de punição e passa a ser uma situação que nos leva a entender melhor nossas ações e conceitualizações” (VALENTE, 1993, p. 23). Para conhecer mais e compreender sobre os aspectos inerentes ao Pensamento Computacional em atividades escolares e pesquisas acadêmicas podem ser consultados Valente (2016), Kaminski e Boscarioli (2020), Berssanette e Francisco (2021), dentre outros autores.

Os dados foram coletados a partir de anotações das pesquisadoras sobre as interações aluno-aluno e aluno-pesquisadora, além do arquivo das construções finais dos labirintos feitos pelos estudantes participantes.

## **Relato dos resultados da prática**

Antes do início do período com a turma, os materiais a serem exibidos aos alunos foram abertos. Os computadores do laboratório de informática já estavam todos ligados e conectados à internet. A professora titular levou os alunos até a sala de informática. Ao entrarem, os alunos formaram 12 duplas e um aluno quis realizar a atividade sozinho.

Antes de os alunos abrirem os Scratch e iniciarem a construção de seus labirintos, eles participaram da atividade de programação desplugada. Foi solicitado a dois alunos que participassem da prática - ambos com os termos assinados. Um deles deveria guiar o outro até sair do laboratório de informática. O aluno guia será chamado de Aluno 1, enquanto o colega guiado será chamado de Aluno 2.

O Aluno 1 inicialmente pediu para o Aluno 2 virar e andar. Então, foi solicitado ao Aluno 1 como ele determinaria ao Aluno 2 o quanto ele deveria virar. Logo, os alunos indicaram que deveria ser um giro de  $90^\circ$  para a direita (a fim de ficar de frente para a porta da sala). Após isso, eles foram questionados como o Aluno 2 saberia quanto deveria andar até passar a porta. A turma comentou que era possível determinar com uma quantidade de passos ou metros. O aluno 1 disse que seriam infinitos passos.

O Aluno 2 seguiu a instrução do colega, porém, quando passou pela porta, deu de encontro com uma parede - e continuou fazendo gestos de movimentação (indicando que estava andando infinitos passos). Então, foi comentado que, com esse comando, o Aluno 2 deveria andar sempre, mesmo que não fosse possível (tanto pela estrutura da escola - a sala de informática fica no segundo andar - quanto pela anatomia humana - em algum momento o aluno não conseguiria mais caminhar). Então o Aluno 1 decidiu medir quantos passos eram necessários para o Aluno 2 passar pela porta da sala de informática, pedindo para o colega andar 10 passos após girar  $90^\circ$  para a direita. Com esse comando, o Aluno 2 saiu da sala, conforme proposto para eles.

Após isso, foi explicado à turma que, no ambiente de programação - e em específico, na atividade proposta - eles deveriam indicar ao computador e ao software os comandos para causar os efeitos desejados por eles, de modo que o papel deles na programação seria o mesmo do Aluno 1, enquanto o personagem do Scratch realizaria os movimentos indicados pelos nossos comandos - assim como o Aluno 2. Com o uso de um projetor, as pesquisadoras mostraram aos alunos como abrir o site do Scratch Online, e foi feita uma breve explicação sobre sua interface, mostrando a aba dos comandos e de visualização.

Após isso, o labirinto construído pelas pesquisadoras foi apresentado para a turma, indicando como o personagem se movia (pelas setas do teclado). As pesquisadoras perguntaram à turma como eles estavam pensando em iniciar a construção de seus labirintos. Os alunos responderam pelo personagem ou pela

construção da estrutura do labirinto (imagem). Então, foi pedido para que eles começassem a construção de seus labirintos.

Os alunos não tiveram dificuldades para escolher os personagens e começar a construção da estrutura de seus labirintos - que foram feitas como um personagem ou como um cenário pelas duplas. Após, as pesquisadoras pediram para os alunos comandarem o personagem a andar. A movimentação para a direita não foi um problema para as duplas. Logo os estudantes encontraram o comando de movimentação da Figura 3.



**Figura 3:** Comando de movimento  
**Fonte:** Scratch

Após fazerem o personagem andar para a direita, os alunos deveriam pensar como esse movimento ocorreria com o uso das teclas de seus computadores. Após procurarem, as duplas encontraram o comando de evento da Figura 4. A partir disso, bastava selecionar que tecla “espaço” realizaria cada movimento.



**Figura 4:** Comando de evento.  
**Fonte:** Scratch

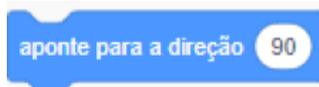
A partir de então, os alunos começaram a determinar a movimentação para outros sentidos (para a esquerda, para cima e para baixo). Para isso, eles precisaram pensar em girar o personagem. A dupla 1, durante tentativas e erros, não conseguia mover seu personagem para a esquerda. As pesquisadoras foram chamadas para ajudá-la. Suas tentativas eram com o comando da Figura 3. A partir disso, uma das pesquisadoras perguntou às

alunas que número poderia preencher o espaço do comando para que o personagem andasse para trás. Uma das alunas comentou que teria que ser um número negativo, testando-o em seguida e obtendo o resultado desejado. Porém, utilizando apenas esse comando, o personagem não estava de frente para o sentido que se movia. Então, foi pedido às alunas pensarem em como resolver isso, inicialmente pensando com elas no lugar do personagem. Imediatamente elas comentaram que seria necessário virar. Então, elas buscaram um comando para isso (Figura 5).



**Figura 5:** Comando de giro  
**Fonte:** Scratch

Junto aos comandos das Figuras 3 e 4, as alunas encaixaram esse comando para o personagem girar 90 graus. Porém, enquanto utilizavam as teclas, perceberam que, toda vez que a tecla era usada, o personagem girava e, portanto, toda vez mudava seu sentido. Isso não era desejado por elas. Para tentar arrumar, elas mudaram várias vezes o valor do ângulo a ser girado. Porém, em todas as tentativas, o efeito causado não era o esperado. Então, após conversas, as alunas entenderam que cada tecla deveria indicar uma direção, e não uma mudança de ângulo. A partir disso, elas utilizaram o comando da Figura 6, de modo que cada tecla teria uma direção diferente determinada pelo valor digitado por elas.

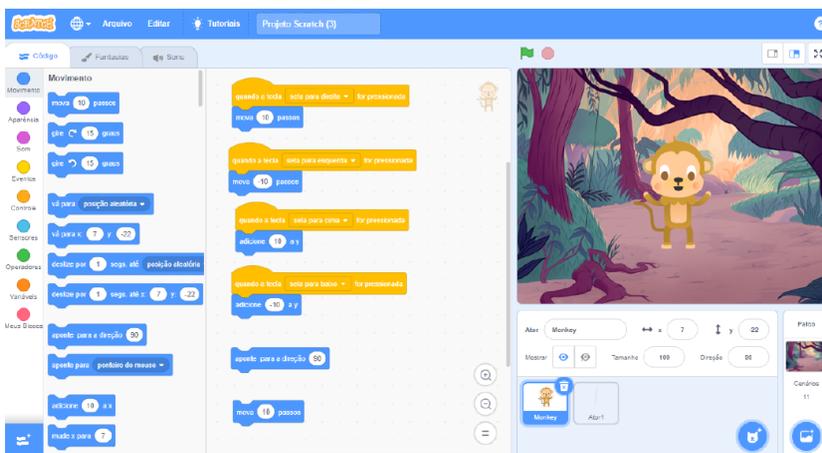


**Figura 6:** Comando de direção  
**Fonte:** Scratch

Após indicarem a direção de cada seta (teclas escolhidas por elas), a dupla 1 percebeu que seu personagem ficava de cabeça para baixo ao se movimentar para a esquerda. Para arrumar isso, elas tentaram alterar o ângulo da direção, porém sem obter o resultado desejado. Após discussões entre as alunas, as pesquisadoras comentaram com elas que, para resolver o problema, poderiam pensar em um espelho. Utilizando o reflexo da tela do celular, foi mostrado a elas que, dessa forma, o personagem estaria visualmente da maneira como elas desejavam. Então, foi explicado a elas que havia a possibilidade de criar fantasias para o personagem, de modo que, em uma delas, era possível tornar o personagem como o refletido na tela do celular a partir de um comando de reflexão.

A dupla 1 continuou a construção de seus labirintos. Em certo momento, tiveram dúvida em outro aspecto de suas construções e chamaram as pesquisadoras. Porém, como eram várias duplas, as pesquisadoras não conseguiram ajudá-las logo. Quando foi possível ir até a dupla 1, elas já haviam excluído todo o seu labirinto construído e iniciado um novo. Conforme suas falas, elas queriam mudar o personagem, portanto consideraram necessário iniciar do zero sua construção.

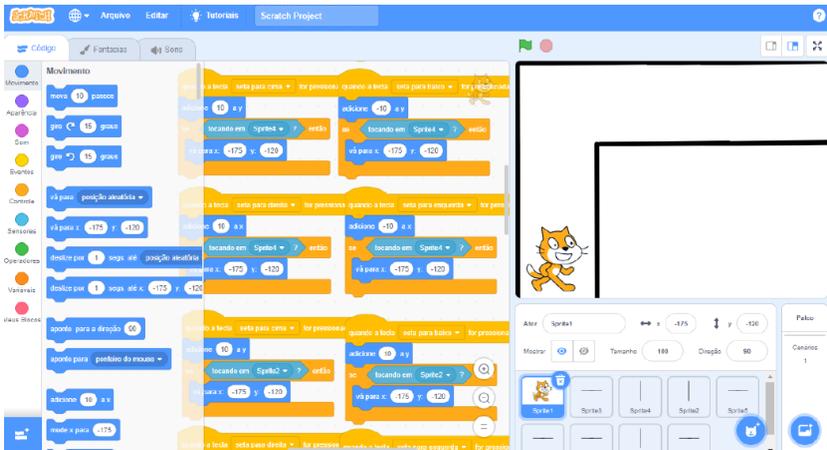
Em seu novo labirinto, as alunas não desenvolveram muito os comandos do personagem. Sua construção teve como prioridade o visual do cenário e do personagem, e não a programação dos códigos ou a construção da estrutura do labirinto. Portanto, ao final do encontro, a construção do labirinto delas estava incompleta (Figura 7).



**Figura 7:** Construção da dupla 1  
**Fonte:** Arquivo das pesquisadoras

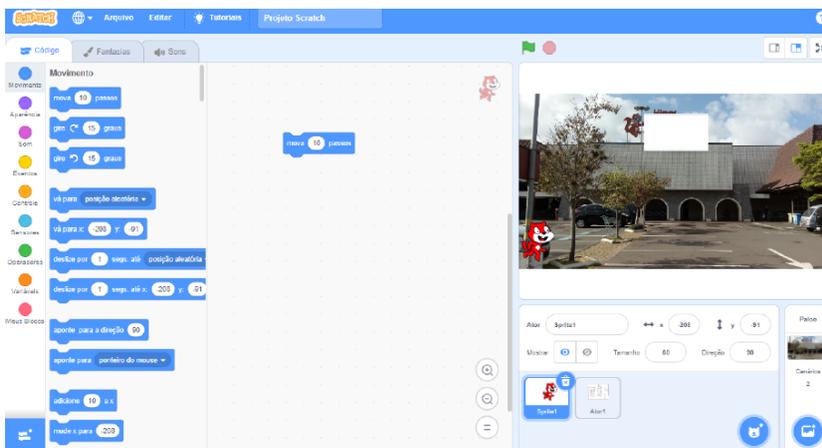
Conforme os alunos iam construindo seus labirintos - tendo o personagem, o cenário e comandos de movimentos do personagem prontos - pedimos a eles para tentarem programar o labirinto de forma que, caso o personagem encostasse na borda do labirinto, o jogador perdesse. O labirinto construído pelas pesquisadoras foi retomado para mostrar isso ocorrendo.

Os alunos da dupla 2 construíram a estrutura do seu labirinto a partir de diversos personagens formados por retas. Para a programação solicitada acima, eles decidiram criar diversos comandos separados para cada seta (teclas escolhidas por eles para determinar os movimentos do personagem) de modo que, em cada comando de cada seta, uma reta diferente foi usada como condição de reiniciar o jogo. Os alunos não perceberam que era possível juntar os comandos de cada tecla em um único, de modo que, ao final da construção, eles teriam seu labirinto funcionando conforme o desejado com apenas quatro comandos diferentes (um para cada tecla). A construção desta dupla está representada na Figura 8.



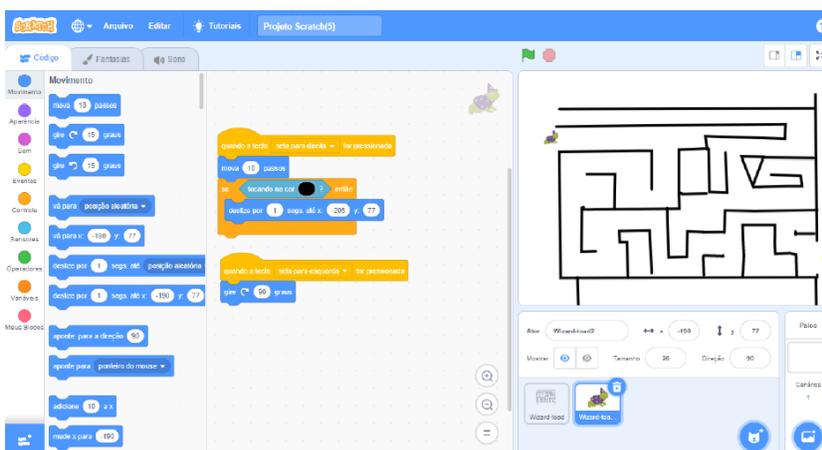
**Figura 8:** Construção da dupla 2  
**Fonte:** Arquivo das pesquisadoras

Além da dupla das gurias 1, a dupla 3 também teve como prioridade o visual de seu labirinto. Os alunos da dupla 3 escolheram como cenário um local conhecido por eles (Rede de Mercados de Porto Alegre). Além disso, para que o personagem combinasse com o cenário, eles o personalizaram para que estivesse parecido com o mascote dessa mesma rede. Sua construção final não possui nenhum comando ativado pelas teclas; tem apenas o cenário, o personagem e a estrutura do labirinto (que foi construído de uma forma que não aparece na janela de visualização do Scratch) (Figura 9).



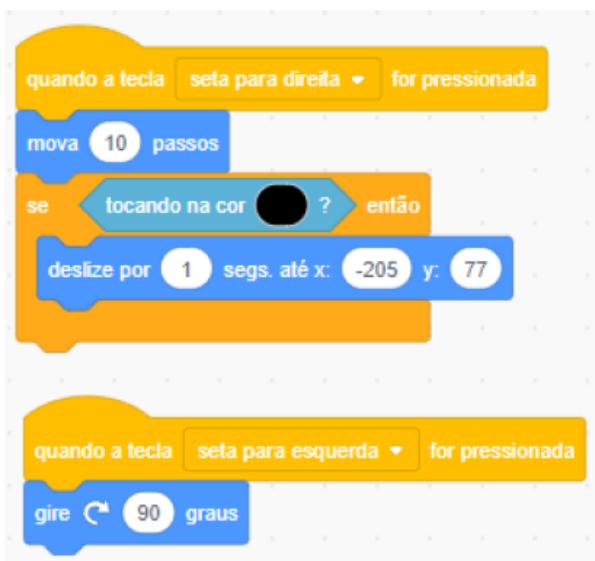
**Figura 9:** Construção da dupla 3  
**Fonte:** Arquivo das pesquisadoras

A dupla dos alunos 4 teve problemas com a construção da estrutura de seus labirintos. Devido a isso, grande parte do tempo do encontro foi utilizado para desenhar a base do jogo. Com isso, eles não conseguiram concluir sua construção, conforme mostra a figura 10.



**Figura 10:** Construção da dupla 4  
**Fonte:** Arquivo das pesquisadoras

Observando os códigos programados pela dupla 4 (Figura 11), é possível notar que, ao finalizar sua construção, alguns erros nos comandos seriam percebidos por eles. Em relação ao ângulo, em ambos os comandos, haveria necessidade de alterar ou acrescentar códigos.



**Figura 11:** Comandos utilizados pela dupla 4

**Fonte:** Arquivo das pesquisadoras

No comando da “seta para direita”, os alunos precisariam acrescentar a direção em que o personagem deveria virar. Como a construção deles estava incompleta, esse código não foi necessário, visto que, ao utilizar a seta para a direita, o personagem faria o movimento esperado por eles. Porém, quando as outras setas estivessem relacionadas a comandos, ao utilizar a seta para a direita, o personagem apenas se moveria 10 passos, porém para a direção que estivesse virado (não necessariamente para a direita).

Por fim, em relação ao comando da “seta para a esquerda”, os alunos teriam o mesmo problema encontrado pela dupla 1 em que, toda vez que a seta fosse clicada, o personagem giraria 90 graus, sem ter uma direção fixa. Dessa forma, eles deveriam

mudar o código utilizado para o da figura 6, que indica a direção para a qual o personagem deve estar virado. Ao final do encontro, um dos alunos dessa dupla afirmou que o labirinto deles “está andando e rotacionando, está quase operante”.

## Conclusões

Conforme foi apresentado na seção de relato dos resultados, os alunos participaram da aula de maneira esperada, realizando suas construções ao se sentirem desafiados pela proposta e pelo potencial lúdico, pois queriam poder jogar depois de ter construído. A partir da nossa observação durante a prática desenvolvida constatamos que, ao encontrar um erro, ao invés do estudante refletir sobre ele e organizar as ideias de modo a corrigi-lo, logo desistiram e recomeçaram o processo de sua construção. Percebe-se que esse fato pode ter ocorrido pelo grande número de alunos na turma, o qual ocasionou uma certa demora para as pesquisadoras atenderem as duplas após serem chamadas, por estarem auxiliando outros estudantes.

Não obstante, avalia-se que o Scratch é um software adequado para trabalhar Matemática com alunos dessa etapa escolar. Os alunos descobriram, de forma intuitiva, como manipular as ferramentas disponíveis e conseguiram avançar na proposta sem precisar de explicações detalhadas sobre cada comando. De forma geral, os resultados foram satisfatórios, de modo que, durante a construção dos labirintos, os alunos conseguiram compreender os conceitos utilizados por eles durante a programação. Isso foi possível perceber pelos diálogos e interações entre os alunos e por suas construções finais entregues às pesquisadoras.

Além disso, a participação dos estudantes aconteceu de forma engajada, mostrando animação e gosto pela proposta didática. Uma possível continuação da atividade poderia acontecer de maneira a proporcionar que os alunos interagissem também com as construções dos colegas e que as duplas pudessem indicar aos construtores possíveis melhorias, de forma a proporcionar, além da interação entre colegas, o trabalho colaborativo para construir.

## Referências

BERSSANETTE, J. H.; FRANCISCO, A. C. de. Um panorama das pesquisas sobre pensamento computacional em programas de pós-graduação no Brasil. **Revista Contexto & Educação**, [S. l.], v. 36, n. 114, p. 31–53, 2021. DOI: 10.21527/2179-1309.2021.114.31-53. Disponível em: <https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/11779>. Acesso em: 2 abr. 2024.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

KAMINSKI, M. R.; BOSCARIOLI, C. Práticas de computação desplugada como introdução ao desenvolvimento do pensamento computacional nos anos iniciais do ensino fundamental. **#Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, Canoas, v. 9, n. 2, 2020. DOI: 10.35819/tear.v9.n2.a4152. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/tear/article/view/4152>. Acesso em: 2 abr. 2024.

PAPERT, S. **Logo: computadores e educação**. Tradução José Armando Valente, Beatriz Bitelman, Afira Vianna Ripper. São Paulo: Editora brasiliense, 1985.

RESNICK, M. **Scratch: programming for all**. MIT Media Laboratory. v. 52, n.11, p.60-67, 2009. Disponível em: <https://web.media.mit.edu/~mres/papers/Scratch-CACM-final.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2022.

RESNICK, M. Sowing the Seeds for a More Creative Society. **Learning and Leading with Technology**. Canada, p.18-22, dec./jan., 2007/2008. Disponível em: <https://web.media.mit.edu/~mres/papers/Learning-Leading-final.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2022.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na educação. **Computadores e Conhecimento**: repensando a educação, p. 1-23, 1993. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/2/1/diferentes-usos-do-computador-na-educaccedilatildeo>. Acesso em: 29 set. 2022.

VALENTE, J. A. Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **Revista e-Curriculum**, São Paulo, v.14, n.03, p. 864 – 897 jul./set.2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/29051>. Acesso em: 2 abr. 2024.

# Geometria no Anos Iniciais: um estudo exploratório a partir das falas de professoras

NADJA REGINA CHIARELLI ROLIM

## Um texto de seção única

O presente artigo foi produzido a partir de uma proposta da disciplina de Tecnologia na Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, com o professor Rodrigo Sychocki da Silva em 2022/1, a qual propunha que apresentássemos uma reflexão sobre o potencial do uso das tecnologias digitais na aprendizagem de Matemática.

Para entender como surge esta reflexão, é de fundamental importância contextualizar o processo e o ambiente no qual surge este artigo. Foi participando da disciplina de Tecnologias e realizando, paralelamente a minha pesquisa sobre Formação Inicial de Professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais (Curso Normal – CN), que conheci os softwares que são aplicados para ensinar a Matemática nos anos finais até a graduação. Ao me deparar com essas possibilidades de ensino, surgiram inúmeros questionamentos, como: a) É possível trabalhar os softwares apresentados nos anos iniciais do ensino fundamental? b) Esses softwares estão sendo trabalhados nos anos iniciais? c) Os professores conhecem os softwares que possibilitam trabalhar a Matemática nos anos iniciais?

À medida que a disciplina ia se desenvolvendo, um software, o GeoGebra, foi se destacando por mostrar-se rico em suas

possibilidades, especialmente para trabalhar a Geometria, conteúdo que, por minha experiência, é apresentado de forma superficial pelos professores dos anos iniciais. Dessa forma, iniciei minha pesquisa sobre a possibilidade do uso do software GeoGebra nos anos iniciais. Para isso, busquei fazer uma pesquisa qualitativa e exploratória dividida em dois momentos. Para Bodgan e Bicklen (1994), a pesquisa qualitativa caracteriza-se por ter como objetivo descrever realidades múltiplas e amostras pequenas através de observações e estudo de documentos variados.

No primeiro momento, busquei realizá-la de forma teórica e entender quais seriam os caminhos que motivariam os professores em formação ou já atuantes a optarem pelo uso do GeoGebra em suas aulas para trabalhar a Geometria. Em um segundo momento, realizei entrevistas com professores que estão na ativa nas salas de aula (e que acompanham como titulares de turmas as práticas docentes de alunas/estagiárias do CN). Com o objetivo de compreender um pouco sobre as escolhas pedagógicas dos professores de anos iniciais que incluem a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, seria necessário considerar questões como formação continuada, recursos financeiros e físicos, contudo, nesse momento, aprofundarei a questão da formação pedagógica, tal como refletem Richit e Miskulin (2012):

Deste modo, o aprendizado dos professores por meio da participação em investigações sistemáticas e intencionais sobre a prática (comunidades de investigações, redes ou cursos de formação) propicia a colaboração, reconsiderando o que era antes dado, desafiando as estruturas da escola e a dinâmica de sala de aula. Mais além, o objetivo é a compreensão, a articulação e obviamente, a transformação das práticas e das relações sociais, trazendo mudanças fundamentais à sala de aula e ecologia escolar. (RICHIT, MISKULIN, 2012, p.5)

Em uma breve pesquisa aos documentos oficiais, encontramos já nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) de Matemática, um indício da necessidade dos professores que procurem manter-se atualizados para as questões tecnológicas que auxiliam na aprendizagem da matemática em geral:

... necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação. (BRASIL, 1997, p. 17)

...

Embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevenindo-se sua utilização em maior escala a curto prazo. Isso traz como necessidade a incorporação de estudos nessa área, tanto na formação inicial como na formação continuada do professor do ensino fundamental, seja para poder usar amplamente suas possibilidades ou para conhecer e analisar softwares educacionais. (BRASIL, 1997, p. 31)

Contudo, no documento, não há apresentação de relação da utilização de softwares, muito menos no ensino da Geometria. Porém, abriu-se uma possibilidade para que a tecnologia pudesse compor as propostas de educação nas escolas. Após duas décadas, com a publicação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), propõe-se, de forma mais específica, a utilização de softwares para trabalhar a Geometria:

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, espera-se que os alunos ... Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p. 272)

Nesse caso, abre-se espaço para a utilização do GeoGebra como recurso tecnológico para os Anos Iniciais. Dessa forma, busquei identificar os momentos em que encontramos a relação do ensino de geometria com a utilização de softwares nos Anos Iniciais. Encontrei nas habilidades a serem desenvolvidas pelo terceiro, quarto e quintos anos do Ensino Fundamental:

(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 289)

...

(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.

(EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria. (BRASIL, 2018, p. 293)

...

(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações. (BRASIL, 2018, p. 297)

Além dos documentos oficiais, há outro recurso didático que costuma compor os materiais de professores dos Anos Iniciais e que é sabido que auxilia a elaboração dos seus planejamentos das aulas. Dessa forma, busquei identificar e comparar, em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais dos PNLD de 2019 e 2023, sugestões de utilização de softwares para as aulas de geometria.

Na primeira versão de uma das coleções observadas, não há indicação da utilização de softwares para a aprendizagem da geometria, contudo, na versão de 2023, já está apresentado o GeoGebra como proposta de atividade. Na segunda coleção observada, não há sugestões que envolvam a tecnologia para o ensino da geometria, em especial utilizando o GeoGebra. Na terceira coleção analisada, a edição de 2019 sugere a visita em sites para informações que envolvem a geometria. A coleção de 2023, além de manter as sugestões de sites para as pesquisas, propõe como atividades que envolvem a geometria, a utilização do software GeoGebra para trabalhar o conteúdo de simetria.

Diante das informações percebidas nos livros didáticos, considerei significativo entrevistar professoras para verificar o potencial e possibilidades de utilização do GeoGebra nos anos iniciais. Busquei entrevistar quatro docentes que atuam em quarto e quintos anos para ver as condições dessa execução. Organizei perguntas semiestruturadas para conduzir as entrevistas, conforme apresentadas a seguir:

- 1) Costuma utilizar a tecnologia em suas aulas?
- 2) Se sim, como? Se não, por quê?
- 3) Se sim, as utiliza nas aulas de matemática? Se não, gostaria de utilizá-las? Imagina como seria?

Logo após as perguntas, apresentei uma sugestão sequência didática de geometria sobre o conteúdo de poliedros e fiz mais uma pergunta.

- 4) Você considera viável utilizar essa proposta com a sua turma?

Entre as perguntas três e quatro, apresentei as habilidades da BNCC que propõe, em geometria, a utilização de softwares. Para a professora de quarto ano: EF04MA18 e EF04MA19. Para as professoras de quintos anos: EF05MA17 e EF05MA18. As duas primeiras professoras entrevistadas foram professoras do quinto ano, trabalhavam paralelamente no mesmo turno e costumavam produzir seus planejamentos em conjunto.

A entrevista com a Prof-A durou aproximadamente doze minutos. Nesse tempo, ela trouxe, em sua fala, o quanto aprendeu a trabalhar com a tecnologia no período da pandemia e que produziu muitos materiais para seus alunos. Pelo fato de perceber que seus alunos estão desacostumados com o trabalho com o quadro e o caderno, tem utilizado mais esses recursos em sala de aula. Destaco aqui duas frases da professora (Prof-A) ao conhecer o software GeoGebra:

- *A percepção deles (os alunos) é muito mais fácil do que a gente usar o livro, porque eles podem ver as três dimensões.*
- *(o aluno) faz a verificação dele na hora. Pode tirar a conclusão dele baseado na interatividade.*

Enquanto na entrevista da Prof-B, que teve a duração aproximada de nove minutos, observou-se, por meio de suas falas, sua dificuldade na apresentação do conteúdo de geometria e o quanto o uso do software poderia beneficiar suas aulas. Ao

ver a proposta didática, lembrou que tinha iniciado o conteúdo, através de folhas impressas produzidas por ela e a colega (Prof-A). Destaco duas frases que foram ditas pela professora ao conhecer o software:

- *O nosso (material) é bem pobrezinho, o coitado.*
- *É uma questão de visão... Quando eu falei em prisma, ficaram todos parados. Todos deveriam ter um computador.*

A terceira professora é de uma escola diferente das primeiras entrevistadas. A Prof-C traz, em seu depoimento, o quanto o período de pandemia ampliou sua visão com relação às possibilidades de uso tecnológico em sala de aula. A utilização de formas variadas nas aulas de Matemática tornou-se algo habitual. Essa professora, depois de ver a proposta, automaticamente, ainda no momento da entrevista, passou a planejar uma aula envolvendo a utilização do software, imaginando que adaptações seriam possíveis. Destaco três frases ditas ao conhecer o software:

- *Supermoderno. Automaticamente vão olhando e respondendo. Vão mudando a figura.*
- *A aula não fica tão cansativa. Menos livros.*
- *Rapidinho dá para entender.*

A última professora a ser entrevistada, de quarto ano, é de uma terceira escola. A Prof-D utiliza pouco a tecnologia e não estava em sala de aula no período de pandemia. Dessa forma, não sentiu a pressão de ter que se habituar aos recursos tecnológicos educacionais. Destaco duas frases da professora ao conhecer a proposta:

- *Fico pensando como seria organizar essa aula.*
- *Será que eles vão entender?*

Nas quatro entrevistas, frases de descobertas foram repetidas em vários momentos:

- *Que legal!* (Prof-C, duas vezes)
- *Que interessante!* (Prof-D, duas vezes)
- *Ah! Que legal!* (Prof-A, três vezes)
- *Ai, que legal! Muito legal!* (Prof-B, três vezes)

Diante dessas expressões, podemos concluir que todas as professoras entrevistadas se mostraram interessadas e entusiasmadas em utilizar o GeoGebra. Foram unânimes em dizer que gostariam de aprender sobre o software. Contudo, somente uma disse se sentir capaz de aprender com facilidade. Além disso, todas disseram utilizar pouco as tecnologias em suas aulas e somente uma falou da dificuldade quanto à disposição tecnológica disponibilizada na escola. Duas das professoras trouxeram, na entrevista, a importância do período de pandemia para sua evolução na utilização das tecnologias em sala de aula. Ambas relataram que, nesse período, aprenderam a produzir diversos materiais digitais que contribuíram muito para a melhoria de suas aulas. Contudo, nenhuma delas conhecia o GeoGebra. Por fim, solicitaram que lhes fosse informado como poderia ser encontrado algum curso ou formação que envolvesse o GeoGebra, pois gostariam de participar.

### À guisa de algumas considerações

Após uma consulta em livros didáticos e entrevistas com as professoras que estão atuando em sala de aula, conclui-se que seja plausível e possível trabalhar com o software GeoGebra nos anos iniciais. No entanto, há uma necessidade de se pensar em estratégias didático-pedagógicas as quais sejam capazes de alcançar mais os professores dessa etapa de ensino, assim como promover cursos de formação continuada, de forma a qualificá-los para as propostas tecnológicas que envolvem o ensino e aprendizado da geometria. Nisso, o ensino na modalidade a distância pode ser profícuo, tal como preconiza Richit (2010, p.69): “nesse sentido, cursos de formação continuada a distância constituem-se em possibilidade de formação para muitos docentes e, talvez, em uma das formas pelas quais eles possam estar se aperfeiçoando”.

Portanto, entendo que seja investindo nos professores que estão em sala de aula, para que se atualizem nas questões tecnológicas que envolvem o ensino e a aprendizagem da Matemática, que poderemos auxiliar as novas professoras de anos iniciais que estão entrando nas salas de aula a utilizarem, de forma mais contínua, esses recursos.

## Referências

BODGAN, R. C.; BICKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf). Acesso em: 9 de outubro 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

RICHIT, A. **Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto das Tecnologias Digitais**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Campus Rio Claro. 2010. Disponível em: [https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91111/richit\\_a\\_me\\_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91111/richit_a_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y). Acesso em: 29 nov. 2022.

RICHIT, A.; MISKULIN, R. G. S.; Possibilidades didático-pedagógicas do software GeoGebra no estudo de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral: Perspectivas na formação continuada de professores de matemática. **Anais da 1ª. Conferência Latino-Americana de GeoGebra**. 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/download/8384/6940/23342>. Acesso em: 29 nov. 2022.

# Calculadora GeoGebra 3D com realidade aumentada: explorando a geometria no Ensino Fundamental

MARA CRISTINA BALTAZAR

## Introdução

**N**a escola em que atuo, no município de Sombrio em SC, trabalha-se com sistema apostilado, e, dentro do conteúdo de geometria, a apostila apresenta algumas definições e imagens para os alunos. Percebo com isso que o conteúdo seja pouco explorado e que os alunos acabam ficando com conhecimento inócuo sobre a geometria, principalmente sobre sólidos geométricos. Considerando a importância e necessidade do conhecimento geométrico, este trabalho tem como objetivo verificar e analisar a exploração da aprendizagem de polígonos e sólidos geométricos com apoio do aplicativo calculadora GeoGebra 3D com realidade aumentada, na qual os alunos serão convidados a construir, manipular e ter uma visualização dinâmica da geometria de polígonos e sólidos.

Para amparar esse objetivo, temos a seguinte pergunta norteadora “Quais as possibilidades de ensino da geometria por meio de cenários produzidos pela Realidade Aumentada?”. Na intenção de responder tal pergunta e de alcançar o objetivo desse estudo, foram feitas propostas de construções de geometria (polígonos e sólidos) no aplicativo, com duas turmas do sexto ano

do Ensino Fundamental. Buscando refletir sobre como ocorreu a prática em sala - como professora/pesquisadora - e observando as descrições dos alunos, busquei os caminhos da pesquisa qualitativa. Mesmo que tal texto não apresente uma análise ou se configure como uma pesquisa, entendo que esteja inspirado na ideia de Lüdke e André (1986, p. 11-13) de que “a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto”.

Com isso, o foco desta seja relatar e refletir sobre uma compreensão da geometria por parte dos alunos diante da manipulação e uso do aplicativo proposto. Para isso, serão observados relatos, registros em fotos e ainda reflexões feitas sobre a forma de apresentação do conteúdo de geometria apresentado pelo material didático já utilizado pelos alunos.

Assim, o propósito deste trabalho é apresentar aos alunos as ferramentas básicas do aplicativo e utilizá-las no estudo de conteúdos geométricos tais como reta, segmento de reta, semirreta, polígonos e, em especial, sólidos geométricos. A escolha do aplicativo Calculadora 3D, com realidade aumentada faz-se necessário para alcançar o objetivo, que é verificar o uso da Realidade Aumentada para a exploração e reconhecimento de um sólido geométrico, as classificações e seus elementos por meio de cenários atrativos. O GeoGebra possibilita trabalhar, de forma dinâmica, em todos os níveis da Educação Básica, permitindo uma abordagem de diversos conteúdos especialmente os relacionados ao estudo da geometria. É um software gratuito e pode ser usado com facilidade como um importante instrumento para despertar o interesse pela construção do conhecimento matemático.

### **Calculadora GeoGebra 3D com Realidade Aumentada (RA)**

O GeoGebra é um software de Matemática dinâmica que conecta geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo. Esse software está em constantes atualizações, sempre buscando novas formas de inovar. A versão do aplicativo Calculadora GeoGebra 3D traz a ferramenta de Realidade Aumentada (RA)

com a projeção para os óculos 3D. Já para os smartphones, essa ferramenta possibilita a visualização da RA de maneira direta sem o uso dos óculos. Para Botega (2008):

A RA visa aprimorar a percepção sensorial e pode ser entendida como uma forma de interface homem máquina de quarta geração que não tem um único foco de atenção, sendo que a interação se dá com o meio de forma global e ampliada. São características básicas de sistemas de RA: o processamento em tempo real, a combinação de elementos virtuais com o ambiente real e o uso de elementos virtuais concebidos em 3-D. (BOTEGA, 2008, p.19)

O uso da sigla 3D é atribuído para a terceira dimensão, dando referência à medida de “profundidade”. Qualquer representação gráfica de um objeto apresenta-se com duas dimensões, ou 2D (altura e largura). Contudo, com o auxílio de óculos especiais que fundem determinados pontos da figura ou da computação gráfica, pode-se fazer com que a figura apresente profundidade, dando surgimento da terceira dimensão 3D (altura, largura e profundidade).

A Calculadora 3D GeoGebra com RA traz recursos de abordagem da geometria espacial e destaca-se pela possibilidade de o aluno poder criar e manipular, de modo dinâmico, principalmente os sólidos geométricos, verificando vértices, arestas, faces, além de poder projetar em seu próprio ambiente, por meio da realidade aumentada.

## **Aprendizagem por meio de simulações e cenários animados**

Com o tempo, percebe-se que a utilização da Realidade Aumentada (RA) na educação é um fato que pode ser positivo. Assim, o objetivo desta pesquisa é buscar melhorar o processo de aprendizagem dos educandos. Entende-se que a compreensão do conteúdo se tornará melhor assimilada quando existir uma possibilidade de visualização da informação a qual se mostra, por meio do uso de técnicas de visão computacional. Nesse sentido, “[...] a realidade aumentada apresenta a vantagem de permitir o

uso de ações tangíveis e de operações multimodais, envolvendo voz, gestos, tato, etc., facilitando o trabalho do usuário sem a necessidade de treinamento” (KIRNER; SISCOOTTO, 2007, p.6). Os mesmos autores refletem que:

Essas aplicações ficaram mais acessíveis [...] no início dos anos 2000, com a convergência de técnicas de visão computacional, software e dispositivos com melhor índice de custo-benefício. Além disso, o fato de os objetos virtuais serem trazidos para o espaço físico do usuário (por sobreposição) permitiu interações tangíveis mais fáceis e naturais, sem o uso de equipamentos especiais. Por isso, a realidade aumentada vem sendo considerada uma possibilidade concreta de vir a ser a próxima geração de interface popular, a ser usada nas mais variadas aplicações em espaços internos e externos. (KIRNER; SISCOOTTO, 2007, p. 5)

Desse modo, a proposta é refletir sobre uma aprendizagem por meio de simulações e de cenários animados, já que o aplicativo em questão proporciona essa verificação. Para Castanheira e Erthal (2011, p. 133), com esses equipamentos tecnológicos, “os sentidos são todos convidados para essa experiência. Uma experiência também dos movimentos (...) adicionados da emoção e do estímulo ao conjunto de nossos processos cognitivos”. Essa tecnologia poderá fascinar o aluno, pois aumenta a visualização em sua realidade, seus sentidos e imaginação. Nesse sentido, verifica-se ser possível compreender a dependência de parâmetros envolvidos na elaboração de cenários animados e simulações (BASNIAK, 2019).

Para essa experiência, os alunos irão usar dispositivos móveis como celulares ou tablets, nos quais irão “baixar” o aplicativo Calculadora GeoGebra 3D. Escolheu-se esse aplicativo justamente pela sua função da Realidade Aumentada, buscando atrair o engajamento dos alunos nas atividades em que eles poderão manipular, observar, construir e interagir com sua realidade. A Realidade Virtual (RV) é uma simulação do mundo real, já que proporciona ao usuário a utilização dos sentidos como visão, tato, audição e olfato, através de uma interação com um ambiente gerado por computador, contendo vários recursos em tempo real (KIRNER, 2008). Já a Realidade Aumentada proporciona uma

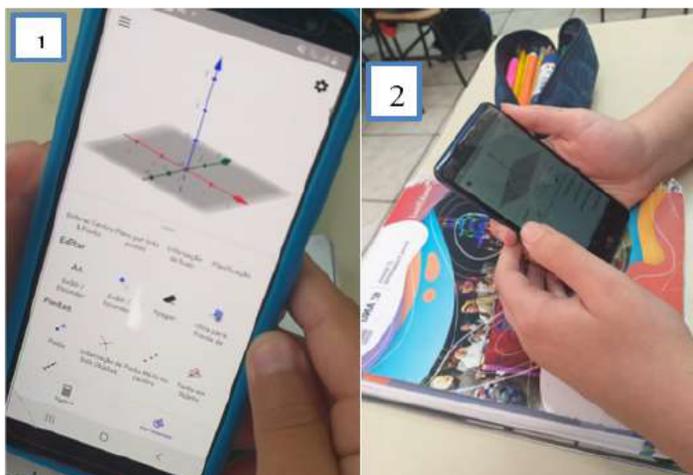
variação do ambiente virtual que projeta objetos sobrepostos ou em composição, em tempo real, complementando-a ao invés de substituí-la (KIRNER, SISCOOTTO, 2007).

Assim, pretende-se verificar utilizando esse aplicativo, a aprendizagem exploratória sobre geometria de uma forma investigadora e atrativa, lembrando que o público-alvo são estudantes entre 11 e 12 anos de idade, que geralmente são fascinados por tecnologias e que, quando envolvidos em algo exploratório, utilizam sua imaginação e seus sentidos. Além disso, o “(...) entrelaçamento dos sentidos experienciados no corpo-próprio ou corpo encarnado, pelos diferentes órgãos, como audição, tato, visão, paladar, olfato e um sexto, cinestesia (movimento sentido), vão se amalgamando e possibilitando a percepção (...)” (BICUDO; SILVA, 2018, p. 157).

Essas construções mentais e comportamentais podem permitir a compreensão dos detalhes do nosso campo visual e ajudar, no momento de aprendizagem, a obtermos os conceitos desejados, o que leva à descoberta e ao entendimento de invariantes geométricos estabelecendo uma cadeia de raciocínios com argumentação lógica e dedutiva (GRAVINA, 1996). Com isso, faremos essa análise do aplicativo Calculadora 3D com realidade aumentada na exploração da geometria utilizando algumas de suas ferramentas que abrangem essas características.

## **Desenvolvimento da proposta da atividade com GeoGebra**

A atividades aconteceram durante 8 aulas/horas tentando seguir a lógica dos conteúdos já apresentados no material didático, utilizando o aplicativo para apoiar a exploração da geometria. Para o primeiro encontro da proposta, os alunos ficaram em duplas e, com o auxílio da professora/pesquisadora, instalaram o aplicativo Calculadora GeoGebra em seus celulares. Em seguida, eles fizeram um reconhecimento de algumas ferramentas que o aplicativo disponibiliza e que seriam usados nas atividades.



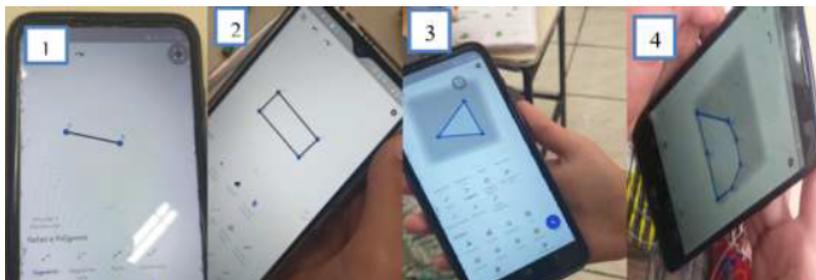
**Figura 1:** Conhecendo o aplicativo  
**Fonte:** Arquivo da pesquisadora

Na imagem, marcado como “1” na figura 1, os alunos conheceram as “ferramentas básicas”, e, na imagem marcada como “2”, foi explorada a opção de “exibir” alguns recursos, ou não. Foi disponibilizado tempo para que os alunos pudessem analisar e verificar a maioria das funcionalidades do aplicativo. Nos próximos encontros, os alunos iriam explorar a geometria, sendo isso previsto em alguns documentos educacionais, tal como é preconizado pela BNCC:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. (BRASIL, 2017, p. 269)

No segundo encontro, os alunos já estavam mais bem familiarizados com as ferramentas e comandos do aplicativo. Para esse momento, foi proposto que eles construíssem um segmento de reta, como mostra a imagem “2” da figura 2. Ainda nesse aspecto

de construção, foi solicitado que fosse construído um polígono qualquer, com quatro e três lados, os quais estão apresentados nas imagens 2 e 3. Na imagem “4” da figura 2, temos uma construção que os alunos fizeram para representar um polígono com mais de quatro lados, que também consistia em um pedido feito pela professora.



**Figura 2:** Construção de polígonos  
**Fonte:** Arquivo da pesquisadora

No terceiro encontro, a tarefa proposta era fazer polígonos regulares e não regulares utilizando o aplicativo e fazer uma verificação entre essas construções, descrevendo as características encontradas que os diferenciam, observando seus lados, vértices e ângulos. Entende-se que, durante a prática de ensino desenvolvida tenha sido importante relacionar conhecimentos anteriores com os atuais, convergindo ao pensamento de Moreira e Masini (2011) em que:

A clareza, a estabilidade e a organização do conhecimento prévio em um dado corpo de conhecimentos, em um certo momento, é o que mais influencia a aquisição significativa de novos conhecimentos nessa área, em um processo interativo no qual o novo ganha significados, se integra e se diferencia em relação ao já existente que, por sua vez, adquire novos significados fica mais estável, mais diferenciado, mais rico mais capaz de ancorar novos conhecimentos. (MOREIRA; MASINI, 2011, p. 26)

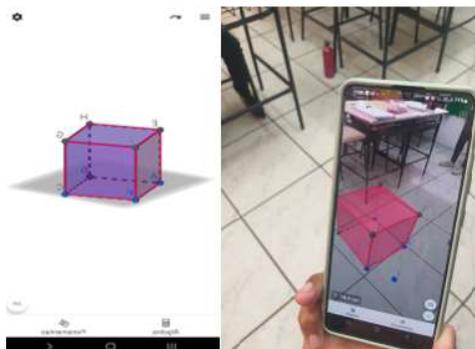
No quarto encontro, os alunos foram convidados a fazer uma exploração apenas com polígonos de quatro lados, os quadriláteros.

Nessa tarefa, os alunos foram orientados pela professora a construí-los no aplicativo, utilizando as ferramentas disponíveis, tais como reta, retas paralelas ou apenas usar o comando “polígonos” no qual eles teriam que colocar o número de vértice de acordo com o objetivo de construção deles. Nesse momento, os alunos consultaram o seu material disponível para compreender os tipos de quadriláteros e alguns conceitos que pudessem ser úteis e aplicados na sua construção. Dessa forma, foram instigados a visualizar e a analisar cada passo de sua construção relatando-o e classificando-o quanto ao seu paralelismo dos seus lados opostos e seus ângulos, contemplando, assim, a seguinte habilidade da BNCC: “(EF06MA22): utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.” (BRASIL, 2017, p. 302).

No quinto encontro, antes da construção, foi realizada uma discussão sobre os triângulos e suas diferenças entre si, para, então, elaborarem a tarefa proposta. A atividade era construir utilizando as ferramentas do aplicativo os três tipos de triângulos, observando os elementos característicos e sua nomenclatura conforme o lado e o ângulo. Na BNCC do Ensino Fundamental, encontramos objetos de conhecimento e habilidades para serem desenvolvidas para o sexto ano, sobre geometria, e aqui destacamos a seguinte habilidade: “(EF06MA17) quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.” (BRASIL, 2017, p. 302).

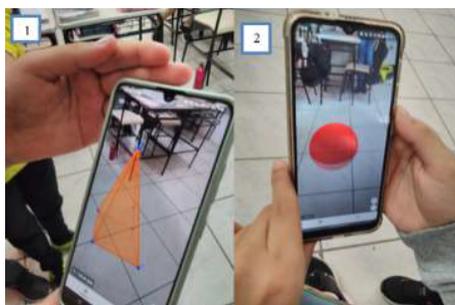
Nesse sentido, é necessário fazer o estudante entender e interpretar representações geométricas, e, para isso, ressalta-se a importância da construção, da visualização por meios alternativos que o oportunizem interagir e compreender as características e classificações dos poliedros. Com isso, no sexto encontro, os alunos fizeram uso da ferramenta “sólidos geométricos” no aplicativo e construíram alguns poliedros; entre eles elaboraram um dos sólidos mais conhecidos, o cubo - utilizando o comando

“construir um cubo”, em 3D e, logo em seguida, usaram a ferramenta realidade aumentada para visualização da imagem ilustrativa como um cenário misturando o real e o virtual, conforme mostrado na figura 3.



**Figura 3:** Construção de um sólido  
**Fonte:** Arquivo da pesquisadora

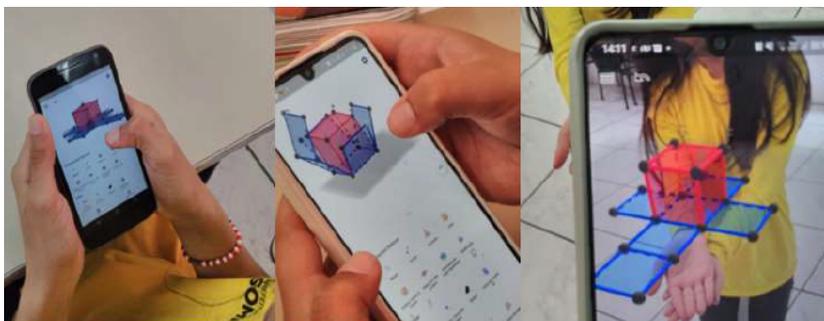
A figura 3 mostra a ferramenta do aplicativo que faz uso da Realidade Aumentada. Nesse mesmo encontro, os alunos construíram outros poliedros, como mostra a imagem 1 da figura 4, que logo reconheceram como uma pirâmide.



**Figura 4:** Construção de uma pirâmide e de uma esfera.  
**Fonte:** Arquivo da pesquisadora

Na imagem 2 da figura 4, alguns alunos construíram uma esfera. Nesse momento, a professora orientou-os para que visualizassem e explorassem os corpos redondos verificando características que o diferenciam dos poliedros, registrando esses dados no caderno, para uma discussão com o grande grupo. Os alunos ainda foram instigados a fazer outras construções usando cone e cilindro.

Para o sétimo e oitavo encontro, a professora organizou algumas tarefas para os alunos explorarem os sólidos geométricos. Para essas tarefas, os alunos utilizaram a ferramenta “Planificação”, do aplicativo e, a partir dessas atividades, os alunos tinham que observar as faces, arestas e vértices dos poliedros tendo como tarefa descrever as características de cada poliedro construído.



**Figura 5:** Planificação do cubo  
**Fonte:** Arquivo da pesquisadora

Por meio do comando planificação, os alunos exploraram mais profundamente todos os elementos de um poliedro. Utilizando a opção mover, puderam ampliar e visualizar os vértices, arestas e faces de maneira dinâmica. É importante observar a definição de ambiente dinâmico em que Santarosa e Gravina (1998) apresentam:

Historicamente os sistemas de representação do conhecimento matemático tem caráter estático. [...] Este caráter estático muitas vezes dificulta a construção do significado, e o significativo passa a ser um conjunto de símbolos e palavras ou desenho memorizado. [...] As novas tecnologias oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, e isto tem reflexos nos processos

cognitivos, particularmente no que diz respeito as concretizações mentais. Um mesmo objeto matemático passa a ter representação mutável, diferentemente da representação estática das instâncias físicas tipo lápis e papel ou giz e quadro negro. O dinamismo é obtido através de manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador. (SANTAROSA; GRAVINA, 1998, p. 9-10)

O aplicativo GeoGebra 3D com Realidade Aumentada foi usado pelos alunos em todos os encontros para a exploração da geometria, em que foram utilizados comandos que puderam mover e manipular cada construção. O material de apostila disponibilizado pela instituição foi utilizado como apoio para alguns esclarecimentos. Na seção seguinte, tecem-se algumas análises feitas pela professora durante toda a proposta das atividades realizadas nos oito encontros.

### **Relato e observações sobre a prática de ensino realizada**

As atividades propostas utilizando o aplicativo GeoGebra 3D com os alunos do sexto ano caracterizaram-se pelo enriquecimento que a Realidade Aumentada traz. Nelas houve uma imersão do mundo real por meio de elementos virtuais, sem a necessidade de outros dispositivos especiais para a visualização, já que os alunos interagiram apenas com o celular, o meio utilizados para as construções desenvolvidas por eles. Essa tecnologia visa otimizar a construção de conhecimentos e tornar o aprendizado mais interessante e atrativo (KIRNER; SISCOOTTO, 2007).

Com curiosidade e manipulação, os alunos foram descobrindo seus comandos e reconhecendo a geometria apresentada no aplicativo de uma forma “di-fe-ren-te” ou até mesmo igual, mas visualizada e manipulada com ferramentas do aplicativo que diferencia daquelas descritas na apostila ou desenhadas por eles. Em suas construções de polígonos, alguns alunos as construíram por segmentos de reta e outros pelo comando “polígono regular” e observaram que era possível apenas informar o número de vértices para que o aplicativo construísse o polígono.

Observei que alguns alunos tiveram bastante dificuldade para construir os quadriláteros e observar algumas características que diferem os paralelogramos dos trapézios. De maneira interessante, a realização dessa atividade resultou em várias formas de polígonos. A partir das orientações da professora e análises das imagens que constavam no material impresso, alguns alunos conseguiram construir e visualizar as características específicas que diferem os paralelogramos dos trapézios.

Quando foi solicitado aos alunos construir um “não polígono” no aplicativo, eles ficaram um tempo procurando o comando que construísse esse tipo de polígono, mas só o conseguiram com retas e acabavam sempre no polígono. Nesse momento, houve a intervenção da professora, que forneceu algumas dicas sobre como ocorreu a construção dos seus polígonos e novamente, por meio do diálogo, chegaram à definição do polígono.

Assim, logo os alunos deduziram o que seria um não polígono, pois seriam todos aqueles que não entrassem na definição de um polígono, ou seja, de que polígonos são linhas fechadas formadas apenas por segmentos de reta que não se cruzam. Em outras palavras, são figuras geométricas planas formadas por lados que, por sua vez, são segmentos de reta.

No momento em que os alunos construíram a esfera, antes mesmo de a professora pedir, foi feita uma sinalização de que a esfera não seria um poliedro. Ambos (esferas e poliedros) são sólidos geométricos e possuem como diferença o fato de os poliedros serem formados apenas por faces planas, poligonais, formadas por segmentos de reta. Os corpos redondos possuem superfícies curvas o que lhes permitem girá-los ou rolá-los. Por isso, os corpos redondos são também chamados de não poliedros. Também fazem parte dessa classificação o cilindro e o cone, sendo assim os alunos foram convidados a construir esses outros corpos redondos.

Na construção de sólidos, os alunos se dedicaram a fazer e observar os elementos do sólido e, usando a Realidade Aumentada, foi possível a visualização e a melhor compreensão. A partir do

momento em que os alunos exploravam o comando “planificação” e que, com movimentos, eles aumentavam e diminuíaam os sólidos, “euforicamente” destacavam os vértices, as arestas e as faces, inclusive aprenderam a colorir e a destacar esses elementos. As diversas possibilidades educativas, que a Realidade Aumentada traz consigo, devem ser exploradas por professores e alunos. Para Somera e Barcellos (2016):

[...] é um fenômeno, assim, que precisa ser observado sob uma ótica complexa, não apenas instrumental, mas enxergando as profundas transformações que desencadeia. E, portanto, possibilita um aprendizado em movimento, coletivo e interativo; que vai ao encontro de um saber que se exige cada vez mais complexo. (SOMERA; BARCELLOS, 2016, p. 13)

Por fim, observo que a partir da escolha desse aplicativo para realizar a prática de ensino tenham sido levados em consideração aspectos tais como: gratuidade e facilidade de utilização de suas ferramentas, uma vez que após sua instalação no celular, não havia necessidade de internet para o seu funcionamento. Isso corrobora ao relato apresentado nessa seção, em que se pode destacar um trabalho ativo por parte dos estudantes que estavam vivenciando tal prática de ensino. A exploração do aplicativo, consoante na exploração de objetos, por meio da Realidade Aumentada oportunizou o diálogo e construção de argumentos, ideias inerentes a geometria. Nesse aspecto entendo que a prática de ensino realizada tenha sido exitosa e alcançou os seus objetivos.

## Considerações finais

Para as considerações finais, retomo meu objetivo, que era verificar e analisar a exploração da aprendizagem de polígonos e sólidos geométricos com apoio do aplicativo, calculadora GeoGebra 3D com Realidade Aumentada, e com isso responder à pergunta norteadora “Quais as possibilidades de ensino da geometria por meio de cenários produzidos pela Realidade Aumentada?”. Para isso, foram utilizadas propostas de atividades desenvolvidas por alunos do sexto ano do ensino fundamental, e,

no seu processo, foram coletados relatos e fotos, o que oportunizou as considerações a serem explanadas.

A partir da análise dos trabalhos listados, conclui-se que a utilização do aplicativo na exploração de polígonos e sólidos geométricos é um grande aliado no reconhecimento, na classificação e na visualização dos polígonos e sólidos, devido ao caráter dinâmico de construir e representar esses entes geométricos, potencializando-se o caráter de ensino durante a prática realizada. É importante destacar que essas propostas acompanharam o projeto pedagógico da disciplina e tinham uma relação de proximidade teórica com o material impresso já disponibilizado pela escola. Verificou-se que, ao utilizar o aplicativo, os conteúdos se tornaram mais atrativos e promoveram um melhor entendimento dos conceitos trabalhados. A Realidade Aumentada oportunizou aos alunos uma interação entre seu meio e a realidade virtual, uma vez que eles conseguiam movimentar e manipular as suas próprias construções, tanto dos polígonos quanto dos sólidos geométricos.

O uso do aplicativo GeoGebra 3D com Realidade Aumentada contribuiu no desenvolvimento da prática de ensino, pois ele possui ferramentas de simulação de cenários ilustrativos permitindo uma melhor visualização e manipulação da geometria, aproximando os conceitos (por vezes abstratos) apresentados no material impresso pela escola ou em um livro didático. Entendo que essa forma mais realista oportuniza ao aluno desenvolver o seu lado investigativo e construtor de suas próprias aprendizagens.

## Referências

BASNIAK, M. I.; RUBIO-PIZZORNO, S.; GARCÍA-CUÉLLAR, D. Prefácio do WGeoGebra 2019. In: **Anais dos Workshops do Congresso Brasileiro de Informática na Educação**. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular 2017**. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images>. Acesso 20.set.2022.

BICUDO, M. A. V.; SILVA, A. A. Análise de descrições de vivências em situações de constituição de conhecimento. In: Catarina Brandão; José Luís Carvalho; Jaime Ribeiro; António Pedro Costa. (Org.). **A prática na Investigação Qualitativa: exemplos de estudos**. 1ed. Aveiro: Ludomedia, 2018, v. 2, p. 153-178.

BOTEGA, L.C.; CRUVINEL, P.E. Realidade virtual: histórico, conceitos e dispositivos. Em: Costa, R.M., Ribeiro, M.W.S. **Aplicações de realidade virtual e aumentada**. Livro do pré-simpósio XI Simpósio de Realidade Virtual e Aumentada. Porto Alegre-RS, 2009.

CASTANHEIRA, J; ERTHAL, A. **O Cinema Sensível: Sensorialidade em Pré e Pós Cinemas**. Brasil, in Fronteiras - Estudos Midiáticos, 2011.

COSTA, C. **Visualização: veículo para a educação em geometria**, 2000.

COSTA, C. **Processos Mentais Associados ao Pensamento Matemático Avançado: Visualização**. Escola Superior de Educação de Coimbra, 2002.

GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, Belo Horizonte, 1996.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. A. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo, SP: Centauro. 2011.

LUDKE, M. e ANDRÉ, M. E. D. A **Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas**. Editora EPU, São Paulo, 1986.

KIRNER, C.; SISCOOTTO, R. A. Realidade Virtual e Aumentada: Conceitos, Projeto e Aplicações. Editora SBC – Sociedade Brasileira de Computação, Porto Alegre, 2007. **Livro do pré-simpósio, IX Symposium on Virtual and Augmented Reality**, Petrópolis – RJ, 2007.

SANTAROSA, L. M.; GRAVINA, M. A. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. **Anais do IV Congresso RIBIE**, Brasília. 1998. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/EDUCACAO\\_E\\_TECNOLOGIA/APRENDIZAGEMMATEMATICA.PDF](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/APRENDIZAGEMMATEMATICA.PDF). Acesso 01.dez.2022.

SOMERA, C.; BARCELLOS, V. **Realidade aumentada e seu potencial para a educação**. Universidade de São Paulo. Escola de Comunicação e Artes. 2016. Disponível em: [https://www.academia.edu/30236573/Realidade\\_aumentada\\_e\\_seu\\_potencial\\_para\\_a\\_educacao](https://www.academia.edu/30236573/Realidade_aumentada_e_seu_potencial_para_a_educacao). Acesso 01.dez.2022.

# **Uma proposta didática para o trabalho do conceito de variável em expressões algébricas através do cálculo de áreas de figuras geométricas no GeoGebra**

LUIGI QUINTANS RIVEIRO

## **Introdução**

**N**ão há dúvida de que o ser humano nos dias de hoje está cercado de aparatos tecnológicos no seu dia a dia, sejam eles hardwares ou softwares, seja em casa seja na rua. Não faltam exemplos: dispositivos por comando de fala, apps (aplicativos) de transporte de passageiro ou entrega de produtos, de transferências instantâneas de dinheiro, de mensagens, músicas, vídeos, jogos multiplayer, entre outros. Se o mundo em que se vive é este e se as novas gerações, já praticamente desde o berço, têm contato com essa revolução tecnológica em curso, como enxergar uma educação sem o envolvimento direto das tecnologias?

Partindo desse ponto, ou seja, que a tecnologia é parte integrante da vida moderna e, assim sendo, irremediavelmente da educação, faz-se necessário discutir o seu foco no ensino, em especial no ensino de matemática e na relação professor-aluno. É possível, em um primeiro momento, apontá-la como catalisadora em uma nova relação, a relação aluno-tecnologia-professor e,

conforme Maltempi (2008, p. 60), notar que ela pode representar uma chance de “mudanças na educação, em especial mudanças na prática docente, da centrada no professor (ou tradicional) para a centrada nos alunos, de forma a atender aos anseios e às demandas de conhecimento destes”.

É próprio observar que não há uma troca no papel do professor pela tecnologia; não se imagina uma redução a uma relação no ensino que fosse somente aluno-tecnologia. Lévy (1999, p. 79) afirma que:

(...) seria trivial mostrar que um receptor de informação, a menos que esteja morto, nunca é passivo, ou seja, todo conhecimento sofre relações na cabeça do aluno, que podem ser corretas, ricas, perenes ou não, dependendo especialmente do trabalho do professor.

Esse debate pode permear o discurso sobre a transmissão mecânica de conteúdos ser ultrapassada, o que é algo pertinente na sociedade de hoje, já que, dessa forma, haveria espaço para uma transformação no papel do professor. O papel das TDICs (Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação) neste contexto, além de possibilitar novas e variadas formas de aprendizagem, métodos de ensino e avaliação (alguns talvez impossíveis de serem utilizados sem o uso da tecnologia) é também o de auxiliar a repensar a prática docente - uma prática que não se reduza ao “usar por usar” a tecnologia disponível. Não é difícil citar exemplos desse tipo de ocorrência, como o uso, ou não uso, do smartphone, ou do bom uso, ou mau uso, da calculadora.

Conforme Maltempi, Javaroni e Borba (2011, p. 46), “a tecnologia não é boa nem má, tudo depende da relação que estabelecemos com ela, do uso que fazemos dela”. As escolas, o corpo docente e os profissionais da educação passam a ter responsabilidades neste sentido: de saber adequar os processos de ensino ao uso da tecnologia digital. Tal adequação deve ocorrer não para justificar seu uso, transformando-se em uma possível mesmice como acontece com o uso do quadro negro reproduzido na tela de um computador ou smartphone, mas, sim, para

oportunizar uma “linguagem” com mais significados para um aluno “digital”, promovendo, assim, experiências condizentes com seu tempo e ambiente.

É possível pensar em um ensino para além do quadro, giz, papel e lápis; relações, disciplinas, conteúdos, estruturas e avaliações passam a ser suscetíveis a uma reorganização digital. A utilização desse novo modelo educacional sugere um professor ativo, reflexivo, adaptado, buscando novidades e um aluno interessado, curioso, experimental e aberto para o mundo. Esses “novos” professores e alunos podem constituir uma nova prática docente, prática esta que, reiterando a coerência com o uso da tecnologia digital, aponta para uma relação aluno-tecnologia-professor paradoxalmente mais aproximada do que a relação aluno-professor. Nota-se uma propensão para convergência de interesses, um falar a mesma língua, uma conexão de conhecimentos de “mão dupla”, um realizar do conjunto ensinar e aprender.

De fato, tal como acontece no dia a dia da sociedade de hoje, influenciada e recondicionada pelas redes sociais e aplicativos de mensagens, as interações entre alunos e professores, e entre os próprios alunos, deixam de ocorrer somente no espaço físico da escola; passam a acontecer em qualquer lugar. O período da pandemia da COVID-19 talvez tenha acelerado esse processo, e sabe-se que muitas vezes, de forma não planejada, tenham ocorrido interações entre alunos e professores no espaço virtual.

Com essa nova perspectiva na educação, e tendo em conta que as tecnologias disponíveis aumentam em opções a uma velocidade de forma crescente e exponencial, registra-se a necessidade de uma permanente formação dos professores. Sendo assim, é necessário haver não só a educação continuada, mas também uma formação renovada para os futuros professores, tendo em vista suas novas responsabilidades e atribuições. A citada coerência no uso das TDICs tem como eixo de sustentação um contínuo desenvolvimento profissional, além de pesquisas e estudos sobre o tema. O período pandêmico evidenciou a necessidade desse “novo professor” não somente no campo comportamental, mas

particularmente em suas aptidões profissionais inerentes ao trabalho digital. Mais do que práticas pedagógicas nos conhecidos “laboratórios” de informática, a tecnologia digital demanda seu status no interior da própria sala de aula, na relação entre as disciplinas e no contexto do dia a dia.

## Contextualização para a proposta de atividade didática

Aproximando tal discussão para o ensino de Matemática, as tecnologias oferecem possibilidades diversas, ou seja, o desenvolvimento de ideias e de conceitos antes “limitados” analogicamente toma outra dimensão em uma perspectiva digital virtual. Ao se considerar, por exemplo, o trabalho com gráficos de funções, algo corriqueiro em aulas de matemática, ampliam-se significativamente as possibilidades e abordagens. Com os softwares disponíveis, extrapolam-se as representações estáticas desenvolvidas pelo professor, com quadro e giz, e pelo aluno, com caderno, lápis e borracha. Passa-se para as manipulações dinâmicas, podendo-se observar a função em suas transformações gráficas e visualizar suas conseqüentes implicações algébricas, ou vice-versa. O que antes era complexo de se observar torna-se uma realidade factível nas novas salas de aula. E por que não dizer, em qualquer lugar onde o aluno esteja, uma vez que existem aplicativos para smartphones com os mesmos atributos? Mesmo sem o recurso tecnológico em casa ou no smartphone, o aluno começa a experimentar mentalmente as transformações produzidas anteriormente na tela de um computador, o que enriquece seu raciocínio matemático, gerando, assim, uma nova forma de estruturar seu conhecimento.

Explorando um pouco mais o uso do smartphone - aparato de que hoje dificilmente um estudante não faça uso em seu dia a dia - este passou a ser parte intrínseca da vida do ser humano, seja pela sua instantaneidade e segurança, seja pela conectividade ou sociabilidade. Segundo uma pesquisa realizada em 2022 pela empresa de marketing digital Data.ai, os brasileiros passam em

média 5,4 horas por dia conectados, ou seja, mais tempo que o aluno passa em sala de aula por dia. Usufruir adequadamente da tecnologia dos smartphones e de seus aplicativos móveis pode potencializar a produção do conhecimento em geral, tanto pelos recursos didáticos, quanto pela interatividade com informações e pessoas.

Ao reiterar-se o uso adequado das TDICs e uma necessidade de um professor atualizado no ambiente digital, faz-se necessário o entendimento da sua utilização de forma a estimular o raciocínio matemático e não somente tornar mais rápida a resolução de exercícios, bem como meramente um recurso a mais no trabalho docente. Para Basso e Notare (2015):

A tecnologia pode ajudar os alunos a desenvolver novas formas de olhar para os problemas matemáticos, ajudando-os a construir modelos mentais e a desenvolver habilidades de generalização e flexibilidade de pensamento. Uma vez experimentada uma situação em que um recurso tecnológico proporciona ao aluno trabalhar novas formas de pensar um conteúdo, este aluno passa a raciocinar diferente, a criar novos modelos de entendimento fazendo com que seu pensamento matemático evolua e busque instintivamente novos cenários e possibilidades. (BASSO, NOTARE, 2015, p. 3)

É preciso ponderar sobre o papel da tecnologia em uma aula de matemática, ou melhor, na Educação Matemática, conforme reflexão de Basso e Notare (2015):

A tecnologia deve ser usada para resolver um problema ou para ajudar os alunos a pensar sobre um problema, analisar um processo, gerar uma prova? Para determinado conteúdo ou conceito de matemática, o papel da tecnologia é substituir uma capacidade que o aluno poderia desenvolver ou desenvolver a capacidade do aluno para pensar? (BASSO, NOTARE, 2015. p. 4)

Substituir o cálculo escrito pelo uso da calculadora ou por qualquer recurso digital aponta para um aluno que deveria antes desenvolver sua capacidade dedutiva por meio da tentativa e erro e da experiência escrita com algoritmos matemáticos. Para Basso e Notare (2015, p.4), “as atividades propostas em ambientes computacionais devem ser pensadas de modo a promover o

pensamento matemático, e não para facilitar os procedimentos de resolução de problemas”.

O docente atualizado no uso de tecnologias digitais na Educação Matemática passa a se defrontar com mudanças relevantes, como a escolha do que e do como trabalhar em sala de aula. O “selecionar” e “utilizar” um recurso tecnológico é parte do processo. Objetos de conhecimento não mais somente trabalhados com lápis e papel, cedem espaço para uma tecnologia que pode potencializar o desenvolvimento do saber matemático. Problemas e exercícios, que até então eram passíveis de entendimento e de resolução com os recursos disponíveis, podem se tornar defasados. Nesse sentido, as tecnologias digitais ampliam possibilidade e complexidade, levando o aluno, e o próprio professor, para estágios diferentes do fazer e pensar matemáticos. Atividades com funções do terceiro grau, figuras geométricas obtidas de planos que interceptam superfícies cônicas ou ainda sólidos espaciais analisados por diferentes pontos de vista tornam-se factíveis. Dessa forma, é possível levar o aluno a explorar seu raciocínio matemático sob novas abordagens, levando-o a evoluir com o conhecimento ao fazer uso das TDICs que se tornam-se elemento essencial ao seu desenvolvimento.

Qualquer transformação que age sobre um modelo, processo ou comportamento causa, ao longo do tempo, efeitos previsíveis ou não. Entender como será sentido o impacto das tecnologias digitais no mundo educacional torna-se um campo de estudo dado que a dinâmica de uma sala de aula tende a não ser mais a mesma. Se a Revolução Cognitiva do homem pré-histórico foi um passo fundamental para a definição do homem como ser racional e socializável, e a conectividade e instantaneidade são delineadoras do recente modo de vida, como não considerar que repercussões semelhantes possibilitaram ao meio digital produzir um novo modelo educacional?

As perspectivas em curso apontam, conforme Caldeira (2016), para uma produção de conhecimento matemático a todo momento e em todo lugar, de forma que o recurso tecnológico se torna parte

de nós. A partir dessa perspectiva, entendemos que a Matemática não está mais restrita à sala de aula ou ao livro didático, mas, sim, pode ser vivenciada a cada momento, aproveitando-se das situações do dia a dia do aluno. O professor, por exemplo, pode sugerir, via rede social ou aplicativo de mensagens, que cada aluno, conforme o conteúdo trabalhado, monte seu problema matemático a partir de suas vivências diárias. Já aluno tem a possibilidade de discutir o problema com o grupo, não mais a turma, ou ainda com algum outro estudante em qualquer lugar do mundo e, posteriormente, utilizar os resultados no seu dia a dia. Logo, desenvolve-se um novo comportamento frente ao conhecimento matemático: um comportamento de utilidade e necessidade e não somente de conteúdo curricular. A tecnologia digital agindo nesse novo processo de educação matemática, funciona como um potencializador na relação professor-aluno uma vez que possibilita ao tradicional hierárquico da sala de aula transformar-se numa relação de convivência do conhecimento.

Outra perspectiva é a do próprio conhecer matemático. Ao longo do tempo, alguns conteúdos da Matemática deixaram de ser parte integrante do ensino, como o algoritmo de extração da raiz quadrada. Conforme supôs Lopes (1997, p. 79), “dentro de 10 ou 15 anos, a ação humana de calcular estará em franca extinção”. Como se pode constatar, tal estimativa, pelo menos por enquanto, não se concretizou, mas vale o pensar sobre. Os objetos de conhecimento e as habilidades que integram hoje a BNCC relacionam-se diretamente com os recursos até então disponíveis. Com a evolução de tais recursos por meio das tecnologias digitais, as possibilidades de entrada, e saída, de novos conteúdos passa a ser viável, abrindo espaço para uma revisão e reorganização de uma nova proposta para a construção do conhecimento matemático.

É provável que experiências com uso de recursos tecnológicos sejam constantemente feitas em salas de aula, sobretudo influenciadas pelo período pandêmico. Algumas já passaram a compor a rotina da época em que se vive, como o uso de ferramentas de busca. Outras são embrionárias e precisam amadurecer de

forma a serem aproveitadas adequadamente, com vistas a uma aula de Matemática que acompanhe os novos tempos. Como proposta ao que se discutiu ao longo do texto, sugere-se, na sequência, uma atividade didática que exemplifique uma das possibilidades de uso da tecnologia digital em aulas de Matemática com o propósito de desenvolver o conceito de variável. Para tanto, serão apresentados metodologia, concepção e detalhamento da atividade, trazendo reflexões em consonância com o que está sendo discutido.

### Ferramentas para a proposta de prática

A ferramenta para a elaboração da prática didática que tem como objetivo principal o desenvolvimento do conceito de variável está direcionada para o uso de tópicos de geometria por meio do GeoGebra. É pertinente considerar as possíveis vantagens didáticas que surgem da combinação de temas de áreas distintas da própria Matemática para o desenvolvimento de um conteúdo. O público-alvo para essa atividade são alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Nesse nível de ensino, eles já foram introduzidos ao cálculo de áreas de figuras geométricas planas. Pretende-se, assim, trabalhar o conceito de variável a partir do cálculo das áreas do quadrado e do retângulo. Os PCN sugerem esse tipo de abordagem como se pode perceber no trecho:

Os alunos podem, por exemplo, estabelecer como varia o perímetro (ou a área) de um quadrado, em função da medida de seu lado; determinar a expressão algébrica que representa a variação, assim como esboçar o gráfico cartesiano que representa essa variação. (BRASIL, 1998, p. 118)

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica. O desenvolvimento tecnológico dos softwares possibilitou a inserção no mundo educacional de ferramentas que possibilitam a programação, criação e visualização de objetos geométricos e gráficos em movimento. Daí o termo “matemática dinâmica”, ou seja, as figuras geométricas e gráficos passam de objetos estáticos de livros ou quadros e passam a ser programáveis e manipuláveis em telas de computador. O GeoGebra oferece uma

possibilidade de trabalho em registro algébrico, sincronizado com registro geométrico e gráfico, além das visualizações em 2D (duas dimensões) e 3D (três dimensões). Com sua evolução ao longo dos anos, lembrando que ele é um software livre e gratuito, o GeoGebra pode ser utilizado em computadores e smartphones, além de recentemente oferecer o recurso de realidade aumentada. Cabe ressaltar que, seguindo a tendência do mundo atual, o GeoGebra opera como comunidade, disponibilizando recursos compartilhados por usuários de todo o mundo.

Pretende-se que tal proposta, quando da sua aplicação, forneça ao professor alternativas para uma abordagem do conceito de variável, seja pelo uso da geometria, seja pelo uso da tecnologia, possibilitando-lhe observar e avaliar as manifestações dos seus alunos. Tais manifestações, sob um ponto de vista qualitativo, podem se conjecturar por meio do que se vier a apresentar de resoluções, dúvidas, conversas com o professor, debate em grupo, entre outras atividades. A ideia é convidar para um aprofundamento da compreensão do que se está construindo de raciocínio matemático com tal conteúdo e como as TDICs podem influenciar em tal processo.

Outra abordagem advém do uso das tecnologias. Não há a intenção, nessa proposta didática, que o aluno tenha, ou desenvolva noções de construção no GeoGebra. É possível pensar em outras possibilidades da utilização desse tipo de software, como por exemplo, o desenvolvimento de linguagens de programação. Tal linguagem pode ser pensada como uma forma de trabalho para uma aproximação da linguagem algébrica. Nessa proposta, porém, planeja-se o papel do aluno como usuário investigativo, com um enfoque exploratório, já que o software apresenta construções manipuláveis de tal forma a fazê-lo trabalhar o conceito de variável em expressões algébricas de forma dinâmica.

### Concepção da proposta didática

A atividade didática é delineada para o trabalho do conceito de variável aplicado a expressões algébricas, relacionando tais

assuntos com o cálculo da área do quadrado e do retângulo. Para tanto, serão utilizados o software de matemática dinâmica GeoGebra e o aplicativo de compartilhamento de respostas Mentimeter©.

A álgebra que conhecemos provém do trabalho de matemáticos ao longo da história, fornecendo-nos uma construção contínua do que se ensina e do que se aprende nas escolas, nos dias de hoje. Nessa evolução da disciplina e do seu ensino e aprendizagem, espera-se que o aluno saiba transitar do seu contexto de vida para a interpretação e representação matemática de determinadas situações. A álgebra escolar ocupa um lugar de destaque no currículo de Matemática. Os PCNs, no tópico sobre álgebra, afirmam sobre o “quão poderosa” ela pode ser:

O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. (BRASIL, 1998, p. 115)

Para além do inicial desenvolvimento do raciocínio algébrico - geralmente introduzido nos primeiros anos do Ensino Fundamental, por meio do trabalho de padrões e generalizações, em sua sequência - a álgebra escolar remete a um conjunto de letras mesclado com operações matemáticas – as variáveis e as expressões algébricas. Essa visão reducionista leva a um debate relevante sobre uma álgebra escolar puramente voltada para a mecanicidade de manipulação de símbolos através de regras, muitas vezes logo esquecidas pelos estudantes. Essa discussão faz jus a outro momento e oportunidade, mas faz-se necessário tal registro, além de apontar que a busca de alternativas didáticas que fujam desse trabalho mecanizado dá sustentação a este trabalho. Um outro debate envolve o conceito de variável. Em trabalhos como Caraça (2005), Kuchemann (1987) e Trigueros et. al. (1996), os autores trazem diferentes perspectivas sobre concepção e uso da variável na Matemática. Independentemente da abordagem, auxiliar o aluno nesta fase do ensino a construir o conceito de

variável é essencial para o que ele conhecerá de Matemática durante o ciclo escolar e do que ele estruturará de raciocínio matemático para situações diversas.

Nesse contexto, vislumbrou-se elaborar uma proposta de prática que abordasse o conceito de variável no trabalho com expressões algébricas, operando como cálculo das áreas do quadrado e do retângulo. Por meio da manipulação dessas figuras, pretende-se que o aluno, ao calcular a área total de um terreno composto pelos quadriláteros citados, desenvolva uma expressão algébrica resultante. Com o uso do GeoGebra, o aluno poderá manipular o terreno, tanto nos lados da parte quadrada quanto na parte retangular, e assim explorar os valores resultantes das expressões algébricas em função das variáveis, estas como lados do quadrado e do retângulo. A ideia é que o aluno explore possibilidades de raciocínio matemático para além dos previsíveis em aulas “analógicas”. Com o Mentimeter®, tem-se uma possibilidade de avaliar - de forma prática, rápida e compartilhada - o conhecimento desenvolvido através da atividade, permitindo, assim, que os acertos e erros possam colaborar no processo de aprendizagem. Tal atividade busca atender ao desenvolvimento da seguinte habilidade proposta na BNCC (Ensino Fundamental): “EF08MA06 – Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações” (BRASIL, 2018, p. 313).

A matemática dinâmica permite ao aluno o acesso a um ambiente visual que lhe permite atuar de forma construtiva e exploratória. Ao ter ao seu dispor a possibilidade de manipular um objeto, algo que antes ele só observava e supunha novos cenários, o aluno, ou “novo aluno”, conforme foi citado anteriormente, cria uma relação estreita de aprendizagem. A passividade dá lugar a interatividade, criatividade, abordagens e expectativas. Esse dinamismo, ou movimento, é mais do que conveniência em um mundo repleto de telas, é um novo atributo construtivo para o raciocínio matemático. Nesse sentido, Gravina (2001), destaca:

O “desenho em movimento” torna-se revelador dos invariantes que são decorrências implícitas da construção feita. De imediato percebe-se parte da potencialidade do ambiente: ao permitir a construção e manipulação de objetos concreto-abstratos, ele desencadeia algumas das primeiras ações mentais características do pensar matemático – o estabelecer relações e conjecturar – e o faz de forma contundente, se comparado às possibilidades apresentadas pelo desenho estático em papel. (GRAVINA, 2001, p. 6)

Para acompanhamento das respostas dos problemas, optou-se pelo software Mentimeter®, um espaço virtual onde o público conecta-se a ele a partir de um código de acesso fornecido aos participantes. É possível trabalhar nesse software com múltiplas perguntas e visualizar as respostas em tempo real e em diferentes formatos. Pode-se fazer e responder perguntas por meio de atividades propostas ou também projetar um questionário programado previamente e fornecê-lo durante a aula. Os alunos podem utilizá-lo para responder a partir de laptops, tablets, smartphones e outros dispositivos móveis. E fica a cargo do administrador, no caso o professor, exibir, ou não, os nomes dos alunos nos quadros e gráficos de respostas. A ideia com este recurso é levar o aluno a participar, visualizar as repostas dos outros, comparar, procurar ver onde acertou ou errou, interagindo com o grupo e com o professor em tempo real.

## A proposta didática

A atividade proposta está elaborada para atender a turmas do 8º ano do Ensino Fundamental, conforme matriz referência da Secretaria de Educação do Estado do Rio Grande do Sul. O período da atividade está previsto pelo menos para uma hora-aula de 60 minutos, podendo ser estendido de acordo com a realidade escolar de cada docente. A atividade poderá ser realizada pelo professor de Matemática regente da turma em uma sala onde cada estudante terá acesso ao seu computador.

A aula terá como dinâmica uma atividade de cunho exploratório com a finalidade de oportunizar ao aluno não só uma construção do conhecimento por meio da interação com o software, mas também o debate com o grupo e a mediação do professor. A

abordagem do conteúdo será formalizada no momento posterior à atividade aqui proposta, de tal forma que o aluno possa antes fazer suas relações de conhecimentos prévios, conjecturar – inferir suas conclusões e estabelecer suas dúvidas. Ao discutir a aprendizagem significativa proposta por Ausubel, Moreira (2021) cita que a compreensão de um tópico dado, frequentemente pressupõe o entendimento prévio de algum tópico relacionado. A seguir apresento um roteiro na forma de um plano de aula, para realizar a atividade.

## Plano de aula

### Objetivo Geral:

- Abordar o conceito de variável e explorar o desenvolvimento e cálculo de Expressões Algébricas por meio dos softwares GeoGebra e Mentimeter©.

### Objetivos Específicos:

- Reconhecer o uso de variáveis;
- Efetuar cálculos de expressões algébricas aplicando as operações matemáticas;
- Resolver problemas utilizando expressões algébricas.

### Recursos Didáticos

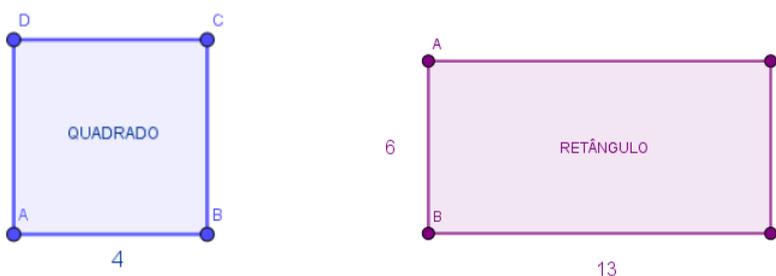
- Folha de atividades/orientações;
- Chromebook©;
- Software GeoGebra;
- Software Mentimeter©.

### Desenvolvimento

#### *Etapa 1:*

Nesta etapa, apresenta-se uma atividade inicial para estabelecimento dos conceitos prévios relativos ao cálculo da área do quadrado e do retângulo. Essa atividade é para ser realizada a

partir da folha de atividades entregue para cada aluno. A ideia é organizar esses conceitos em uma fase preliminar, já que se entende que isso possa auxiliar o aluno em momentos posteriores da proposta. Nessa etapa do ensino, tais conhecimentos da geometria foram trabalhados em anos anteriores. Todavia é importante que o docente retome o tema para que o estudante reorganize seu pensamento matemático para o que se almeja trabalhar na sequência. Um exemplo de atividade inicial nesse caso é: “Você sabe a diferença entre perímetro e área? Escreva com suas palavras esses dois conceitos. Em seguida, calcule os perímetros e áreas das figuras abaixo.”



**Figura 1:** quadrado e retângulo propostos inicialmente

**Fonte:** arquivo pessoal

A partir dessa atividade, é necessário que o professor estabeleça um período/tempo para que os alunos explorem e construam as suas respostas, para que, posteriormente, sejam levadas e debatidas com os demais colegas da aula.

### *Etapa 2:*

Na mesma folha entregue, apresenta-se para o estudante uma situação-problema do dia a dia. Explorar os significados das situações em que o aluno está trabalhando favorece que ele estabeleça correlações com suas experiências e conhecimento, gerando interesse pelo que está realizando. Conforme Bilhalva (2020), ao aproximar-se das vivências escolares e cotidianas,

são estruturadas condições para uma aprendizagem a partir dos significados presentes. A mesma autora conclui que são nesses momentos que os alunos desenvolvem a capacidade de coordenar novas aprendizagens. Nesta parte da atividade, o aluno irá utilizar o GeoGebra para explorar o seguinte problema:

Seu pai tem um terreno e quer construir duas lojas para alugar. Como o terreno é grande, ele está em dúvida na definição do tamanho de cada loja. Ele decidiu o formato: quer uma loja quadrada e outra retangular. Ele resolveu lhe pedir ajuda. Seu pai lhe passou as medidas gerais do terreno e pediu para você desenhar para ele algumas possibilidades. Ele precisa das medidas de cada uma das lojas e da área de cada uma. Com essas informações, ele quer aproveitar para comprar logo os pisos, de cerâmica, pois estão em promoção nesta época do ano. Sabendo que as medidas gerais do terreno são: comprimento = 20m e largura = 10m, e que ele quer que cada loja tenha no mínimo  $40\text{m}^2$  e no máximo  $95\text{m}^2$  de área construída, explore os itens abaixo:

a) Utilize a versão 1 do programa elaborado no GeoGebra para indicar seis sugestões de desenho para a construção. Para tanto, siga as orientações indicadas no aplicativo.

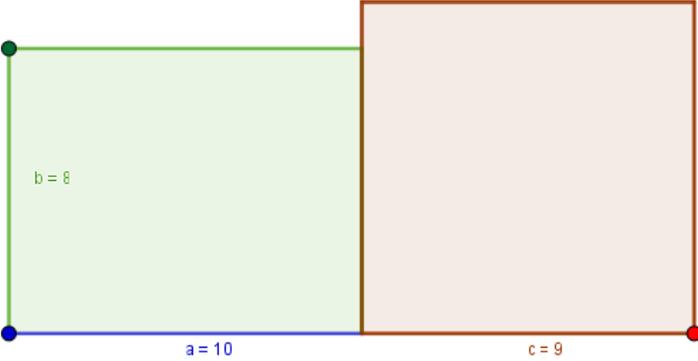
b) Calcule a área total construída para cada uma das sugestões definidas apresentando o cálculo realizado.

c) Exprese uma forma de cálculo padrão e aponte os valores que modificam em cada uma das sugestões de desenho.

d) Depois utilize a versão 2 do programa elaborado no GeoGebra e verifique se os cálculos apresentados têm correspondência com a sua forma de fazer.

Orientações:

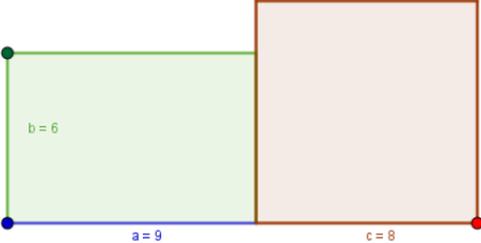
- A área em verde é a loja com a forma retangular e a área em vermelho é a loja com a forma quadrada. As medidas dos lados estão indicados na própria figura.
- Para alterar o tamanho da loja verde, arraste os pontos verde e azul.
- Para alterar o tamanho da loja vermelha, arraste o ponto vermelho.



**Figura 2:** versão 1 do objeto a ser explorado com o GeoGebra  
**Fonte:** arquivo pessoal

Orientações:

- A área em verde é a loja com a forma retangular e a área em vermelho é a loja com a forma quadrada. As medidas dos lados estão indicados na própria figura.
- Para alterar o tamanho da loja verde, arraste os pontos verde e azul.
- Para alterar o tamanho da loja vermelha, arraste o ponto vermelho.



Área do Terreno =  $a \cdot b + c^2$   
 $= 9 \times 6 + 8^2$   
 $= 54 + 64$   
 $= 118$

**Figura 3:** versão 2 do objeto a ser explorado com o GeoGebra  
**Fonte:** arquivo pessoal

O uso do GeoGebra visa oportunizar ao aluno uma manipulação das formas geométricas que irão compor as duas lojas no terreno de tal maneira que as tentativas se sobreponham. Ou seja, em um mesmo desenho, o estudante, aqui usuário do software, pode alterar as dimensões das figuras geométricas e simultaneamente perceber o que ocorre com as áreas delas. Reflexões sobre o que acontece com as áreas de cada figura e com a área total - ao se modificar as medidas “a”, “b” ou “c” - podem sugerir para o aluno que existe um padrão de generalização possível. O uso da tecnologia vem com o intuito de explorar tais possibilidades em um formato no qual o aluno interage com o que é feito e descartado. Novamente o professor estabelece um período/tempo para que os alunos resolvam e discutam as respostas com o grupo.

### *Etapa 3:*

Nesta etapa, a ideia é que o aluno responda algumas perguntas com vistas a encaminhar a formalização do conteúdo que o professor fará ao final da aula. Para que haja um compartilhamento e uma discussão das respostas em grupo, será utilizado o Mentimeter®. Disponibilizar as respostas dos alunos, mesmo não apontando nomes, oportuniza para o professor e para o grupo uma discussão baseada em acertos, erros e dúvidas, diferentemente de quando as dúvidas surgem do que o docente apresenta. Nesse contexto, a contribuição do aplicativo ocorre no sentido de oferecer oportunidade a todos os alunos de participar e interagir; de forma on-line, o professor pode apresentar o retorno de cada um em formatos diversos, seja por gráfico seja nuvem de palavras. Além de despertar o interesse e a própria participação, algo nem sempre fácil de ocorrer, possibilita ao estudante um formato de trabalho que o aproxima da atividade. Nesse caso, a atividade proposta nesta etapa é:

Accesse o aplicativo Menti® com a chave de acesso disponibilizada e responda às questões apresentadas.

- a. Qual expressão generaliza o cálculo da área total das lojas a serem construídas?

$a^2 + b + c$

$a \cdot c + b$

$a \cdot b + c^2$

$a + b + c$

b. As letras “a”, “b” e “c” representam as medidas dos lados das figuras do desenho. Da forma como foram utilizadas na atividade, na Matemática elas são denominadas:

expressões

variáveis

equações

operações

c. Qual o valor da expressão algébrica  $a \cdot b + c^2$  quando  $a = 15$ ,  $b = 2$  e  $c = 14$ ?

226

184

312

122

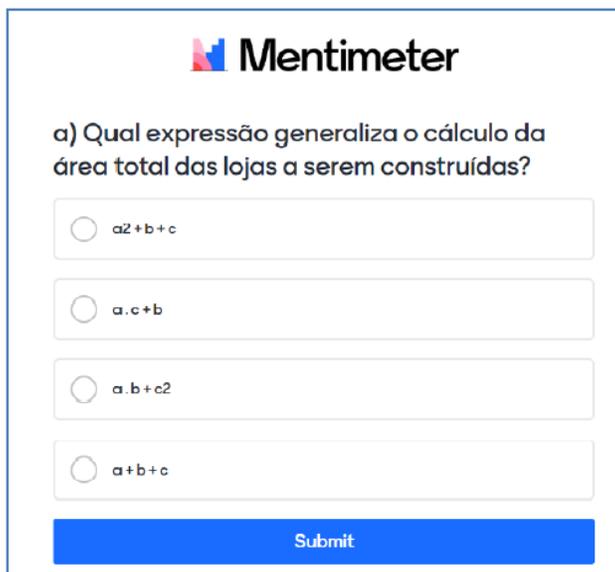
Go to [www.menti.com](http://www.menti.com) and use the code 3299 1498

a) Qual expressão generaliza o cálculo da área total das lojas a serem construídas? Mentimeter

$$\frac{\overset{0}{a^2+b+c}}{\overset{0}{a \cdot c+b}} \frac{\overset{0}{a \cdot b+c^2}}{\overset{0}{a+b+c}}$$

**Figura 4:** Mentimeter© (Exemplo - Visão do professor)

**Fonte:** arquivo pessoal



The image shows a screenshot of a Mentimeter poll interface. At the top, the Mentimeter logo is displayed. Below it, the question is: "a) Qual expressão generaliza o cálculo da área total das lojas a serem construídas?". There are four radio button options:  $a^2 + b + c$ ,  $a \cdot c + b$ ,  $a \cdot b + c^2$ , and  $a + b + c$ . A blue "Submit" button is located at the bottom of the poll area.

**Figura 5:** Mentimeter© (Exemplo - Visão do aluno)

**Fonte:** Arquivo pessoal

## Considerações finais

Ao final deste texto, entendo que a tecnologia possa ser um item essencial para novos formatos de aula, novos conhecimentos e para a evolução do saber matemático. A discussão desse assunto torna-se perene, pois a evolução desses recursos é constante e, como tal, as transformações e possibilidades no ensino e na aprendizagem também serão. Tenta-se aqui apresentar um pequeno fragmento de possibilidade didático-pedagógica, inclusive pela atividade didática proposta, dos atributos dessa integração tecnológica com o ensino em classe.

Como já foi dito no início do texto, entende-se que não se tem mais como, nos dias de hoje, abrir mãos desses recursos tecnológicos, uma vez que o sujeito atual já não se percebe sem o uso deles. Faz-se, então, essencial um composto de pesquisas, estudos e experimentos contínuos no sentido de entender como

fazer o meio digital atuar a favor do conhecimento e não contra ele, em prol dos alunos, professores e do desenvolvimento humano.

## Referências

BASSO, M. V. A.; NOTARE, M. R. Pensar-com Tecnologias digitais de Matemática Dinâmica. **RENOTE-UFRGS**, v. 13 n. 2, dezembro, 2015.

BIHALVA, A. S. **Investigando o pensamento algébrico à luz da teoria dos Campos Conceituais**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CALDEIRA, J. P. S. **Conexões matemáticas entre professores em cyberformação mobile**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, P.127. 2016.

CARAÇA, B.J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Gradiva, 2005. 6ª ed.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2001.

KÜCHEMANN, D. Algebra. In: K.M. Hart (org.). **Children's Understanding of Mathematics**. London: John Murray, 1987, p. 102-119.

LÉVY, P. **Cibercultura**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1ª reimpressão, 1999.

LOPES, A. J. Explorando o uso das calculadoras no ensino de matemática para jovens e adultos. In: **Alfabetização e Cidadania**, caderno n. 6. Prefeitura de São Paulo: Secretaria Municipal de Educação, 1997.

MALTEMPI, M. V. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. **Acta Scientiae**, v.10, n.1, p.59-67, jan./jun. 2008.

MALTEMPI, M. V.; JAVARONI, S. L.; BORBA, M. C. Calculadoras, Computadores e Internet em Educação Matemática: dezoito anos de pesquisa. **Boletim de Educação Matemática**, vol. 25, núm. 41, 2011, pp. 43-72, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, Brasil.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. 3ª Edição. São Paulo: LTC Editora, 2021.

TRIGUEROS, M.; REYES, A.; URSINI, S; QUINTERO, R. Diseño de un cuestionario de diagnóstico acerca del manejo del concepto de variable en el álgebra. In: **Investigación y Experiencias Didácticas. Enseñanza de las ciencias**, 1996, México. p. 351-363.

# Um convite para conhecer o GrafEq e GeoGebra: recursos para potencializar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática escolar

EDILENE REGINA DOTTO JANJAR

EDUARDO VAQUEIRO

PEDRO RAMBO

## Introdução

A partir de 2020 fomos impactados, de forma inesperada, pelos efeitos da pandemia da Covid-19, inclusive alguns deles ainda são desconhecidos por nós. Os profissionais da educação estavam habituados a reproduzir práticas, já que a escola tal como conhecemos hoje é muito similar ao modelo de séculos atrás (PAPERT, 1994). De forma abrupta, os atores do ensino (escolas, professores e alunos) depararam-se com um cenário inédito e precisaram buscar alternativas para inovar, sem base em experiências anteriores e praticamente sem alicerces comprovados que pudessem dar suporte à nova forma de agir, ensinar e aprender.

Nesse cenário, as tecnologias digitais apresentaram-se como alternativas para mostrar-lhes o caminho a ser seguido e fornecer a esses atores do ensino uma alternativa para retomada das aulas. Para além de contribuir para a resolução da questão, acelerou e consolidou os processos para a inclusão de meios tecnológicos

e digitais no ensino, até então, por vezes, relegados ao segundo plano.

Os recursos à disposição nas escolas não foram suficientes para dar continuidade à forma de aprender e ensinar frente à nova e desconhecida realidade. As salas de aula não puderam mais ser utilizadas; o convívio presencial foi temporariamente impossibilitado, alterando a abordagem de ensino presencial adotada não só pela Escola Básica, mas também por instituições de ensino superior, para o que foi denominado de “ensino remoto”, mesmo que de forma emergencial.

As soluções encontradas e adotadas, em algumas escolas, mostraram que as formas de ensinar - antes centradas em um espaço físico (ambiente escolar) - puderam ser aplicadas por meios de tecnologias digitais a outros espaços distantes. Tal fato propiciou não só o acesso ao conhecimento, a realização das propostas pedagógicas e as trocas entre discentes e docentes, mas também entre os próprios estudantes, mesmo a distância, em qualquer lugar do planeta com acesso à rede.

Dessa forma, as escolas que fizeram o uso dos recursos digitais exerceram um papel fundamental para a sociedade ao dar continuidade às formas de ensinar e aprender ao fazerem uso das ferramentas digitais. Entre os recursos digitais utilizados no meio educacional, o microcomputador, tablet, WhatsApp®, e-mails e aplicativos de reuniões virtuais como o Zoom Meetings® e o Google Meet® contribuíram sobremaneira, de forma que os impactos da interrupção das aulas presenciais fossem mitigados e permitissem a sequência das atividades escolares, mesmo de forma remota. Tal como mencionado no primeiro capítulo desse e-book, uma obra publicada pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – regional Rio Grande do Sul (RS) mostra como os(as/es) autores(as) perpassaram suas vivências no ERE, em 2020, refletindo sobre elas e apresentando algumas implicações de sua atuação pedagógica em meio à pandemia.

A contribuição das tecnologias e mídias digitais não apenas permitiu a continuidade das aulas, mas também, em alguns casos,

despertou o interesse pela utilização de programas, softwares, games pedagógicos e recursos. Sobretudo na Educação Básica, que é composta por estudantes da “geração digital”, houve uma empatia imediata dos alunos com os recursos tecnológicos, visto que a tecnologia já está incorporada em seu universo.

Os estudantes estão imersos em uma coletividade virtual (BARBOSA; PONTES; CASTRO, 2020), cercados pela tecnologia, que, ao ganhar espaço no ambiente educacional, fez o avanço tecnológico tornar-se um recurso disponível no ambiente escolar. Visto que os recursos tecnológicos oferecem possibilidades e parecem contribuir, de forma significativa, para modificar a realidade e a forma de aprender (uma vez que já estão inseridas no universo dos alunos), dependendo da maneira como são, podem ser um recurso fundamental para minimizar os problemas enfrentados pelos professores, em especial, os educadores de Matemática, pois, considerando-se o cenário brasileiro, “o ensino da Matemática na escola básica vai mal, salvo exceções de praxe [...]”. (FELCHER; PINTO; FOLMER, 2019, p. 2).

Tais constatações ganham força quando se verificam os resultados de avaliações externas como do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que aponta o grande número de estudantes da Educação Básica com dificuldades em Matemática (BRASIL, 2017); e da Prova Brasil que “[...] de cada 100 alunos que ingressam no primeiro ano na escola, apenas 42,9% sabem a Matemática que deveriam saber ao final do 5º ano, e somente, 18,2% ao final do 9º ano”. (FELCHER; PINTO; FOLMER, 2019, p. 2).

Nesse sentido, no intuito de modificar a realidade sobre como se pode aprender Matemática, na Educação Básica, os recursos tecnológicos são aliados importantes. É nessa perspectiva que trazemos uma discussão acerca do uso da tecnologia nas aulas de Matemática, porque os softwares, hoje, disponíveis podem contribuir, de forma significativa, para a construção do saber matemático, como, por exemplo, softwares como o GeoGebra e o GrafEq.

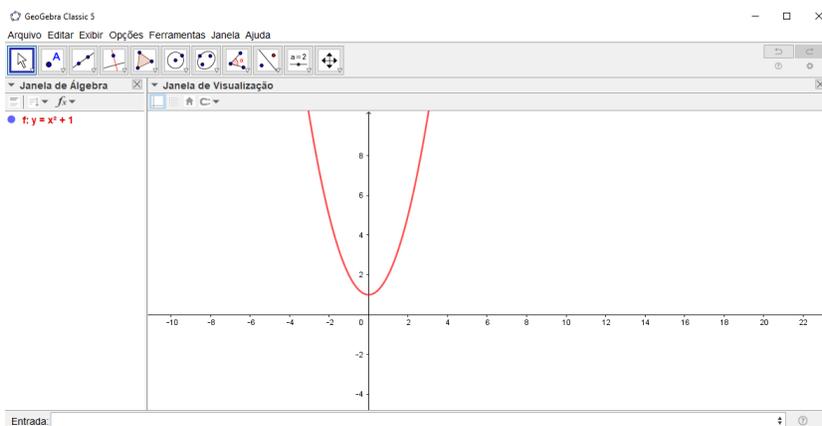
Os softwares GeoGebra e o GrafEq contribuíram significativamente para o estudo mais avançado da Matemática, favorecendo a resolução de cálculos mais complexos, aprofundando o aprendizado. Esses dois softwares possibilitam entender que interpretar gráficos não significa apenas “ler os dados”. A interpretação de dados foi, por muito tempo, conceituada como uma atividade direta de recepção de dados, sem, contudo, preocupar-se em traduzir informações que poderiam ser obtidas a partir deles. Assim, a utilização desses recursos além de aumentar a capacidade de entendimento, permitiu reduzir falhas e erros oriundos de uma única forma de se ler os gráficos, potencializando a segurança das interpretações e das respostas obtidas.

Dito isso, o presente trabalho apresenta uma reflexão no sentido de que o uso dos recursos tecnológicos digitais, em ambientes de estudo, é uma forma de propiciar um contexto de aprendizagem diferente, já que os alunos podem trabalhar suas propostas, analisar formas diferentes de resolver situações matemáticas, dialogar sobre os resultados encontrados com os colegas. Por fim, possibilita que os estudantes realizem novas práticas e apliquem a parte teórica aos conceitos matemáticos.

## GeoGebra

O GeoGebra é um programa computacional de livre acesso para cálculos de matemática dinâmica, projetado para ser aplicado no aprendizado de Matemática no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e no Ensino Superior. Sua grande facilidade é reunir, em um único software, cálculos, geometria e álgebra. Utilizando linguagem Java, está disponível em vários idiomas, incluindo o português. Possui funcionalidades que permitem a elaboração de situações geométricas com o uso de segmentos de retas, polígonos e pontos, além de vários outros recursos. Foi desenvolvido por Markus Hohenwarter em 2001, como parte de sua dissertação de Mestrado em Educação Matemática, na Universidade de Salzburgo, Áustria.

Segundo Gravina e Santarosa (1998), ao fazer uso de programas/softwares, é permitido ampliar as possibilidades de aprendizagem de conteúdos geométricos, por meio de experiências e construções. O educador - ao introduzir propriedades e conceitos matemáticos e ao visualizar a grafia ofertada pelos softwares - demonstra, com naturalidade, as deduções e argumentações. Assim, a utilização do GeoGebra para o ensino da geometria justifica-se ainda mais devido ao fato de que o aprendizado da geometria plana, durante as aulas, cada vez se faz mais ausente se for comparado a outros conhecimentos presentes na disciplina. Fatores externos - tais como livros didáticos, os quais abordam a geometria com base em conceitos e fórmulas matemáticas, abdicando de movimentos e raciocínio lógico, aliados à falta de interesse dos alunos pelo conteúdo - evidenciam ainda mais a relevância e o apelo ao uso do GeoGebra no processo do ensino e aprendizagem escolar.



**Figura 1:** interface do GeoGebra  
**Fonte:** arquivo pessoal

## GrafEq

O software GrafEq foi desenvolvido pelo canadense Jeff Tupper sendo um programa para gerar gráficos de equações e inequações de figuras planas. O uso do software requer conhecimentos sobre

geometria plana, geometria analítica e cálculo. Com o GrafEq, é possível desenhar desde simples retas e círculos até desenhos mais complexos que requerem um conhecimento matemático mais avançado.

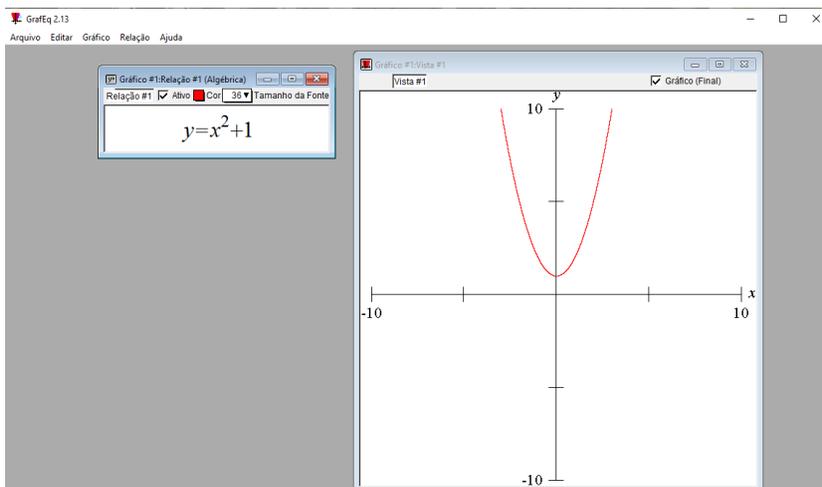
Segundo Santos (2008, p. 15), a partir do software GrafEq, os alunos são colocados:

(...) em situações que permitam a exploração de acordo com a necessidade [...] e semelhança da escrita das equações com a escrita do caderno. O dinamismo encontrado no uso do GrafEq é notado quando o estudante altera parâmetros da relação algébrica e verifica diferenças na representação geométrica equivalente.

Complementando Santos (2008), Goulart (2009) alega que a escolha desse software, em um trabalho com alunos do Ensino Médio sobre o aprendizado de geometria analítica, deu-se devido à facilidade de manuseio. O software em questão tem uma interface intuitiva, dispõe de flexibilidade em suas ferramentas e oferece precisão na construção de gráficos, equações, inequações e figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Entre os recursos do programa, destacam-se os botões fáceis, que, como diz o nome, facilitam a utilização de funções trigonométricas, logarítmicas e exponenciais, além de operações como potenciação e radiciação, módulo, entre outras.

Uma vantagem desse software é a clara visualização das intersecções das relações entre si e com os eixos coordenados, tornando-se uma boa alternativa para o estudo de desigualdades.

A precisão da representação gráfica permite também abordar assuntos como translações, reflexões, alongamentos e compressões de funções, além de estudos mais detalhados sobre as propriedades de algumas delas, como, por exemplo, a determinação do coeficiente angular através de dois pontos quaisquer da reta. É possível também definir o intervalo para o qual a função será representada graficamente, o que permite ao estudante explorar partes específicas da imagem e do domínio de uma função.



**Figura 2:** interface do GrafEq  
**Fonte:** arquivo pessoal

## Percepções sobre similaridades/diferenças dos softwares

Durante nossas buscas por trabalhos relacionados ao GeoGebra e GrafEq no Google Scholar®, com as palavras-chave “GrafEq” e “GeoGebra”, percebemos maior recorrência de propostas similares com o uso do GrafEq em comparação com o GeoGebra. Esse resultado é bastante compatível com o nível de recursos a mais que o GeoGebra apresenta em relação ao GrafEq. Como apresentado foi anteriormente, o GrafEq é um programa específico para gerar gráficos de equações e inequações em uma janela gráfica estática, com representação em duas dimensões. Encontramos muitos trabalhos com as temáticas “matemática e arte”, nos quais os alunos devem criar desenhos com o uso de relações no GrafEq. Propostas relacionadas ao processo de ensino e/ou aprendizagem de funções polinomiais também são bastante recorrentes. Em destaque, mencionamos que exemplos de trabalhos de pesquisa envolvendo o GrafEq podem ser encontrados no capítulo um da presente obra.

Embora seja um software de geometria dinâmica tal qual o GeoGebra, o GrafEq possui algumas limitações frente ao GeoGebra. Uma delas ocorre no que tange ao dinamismo das representações dos registros algébricos e gráficos de uma equação ou inequação. Por não apresentar controles deslizantes para alterar parâmetros de uma relação, há uma necessidade de, sempre que for preciso, gerar um novo gráfico a partir de uma relação, seja ela reescrita seja alterada na janela de álgebra.

Em consulta à plataforma do Google Acadêmico®, por exemplo, ao buscar trabalhos que versam sobre o GeoGebra, encontramos uma gama enorme de temáticas e de assuntos abordados. Uma questão que nos gerou indagação foi a seguinte: se o GeoGebra é um software com todas as potencialidades do GrafEq e com uma quantidade considerável de recursos adicionais, além de receber atualizações frequentes dos desenvolvedores, por qual motivo deveríamos utilizar o GrafEq em sala de aula?

De acordo com Duval (2003), a Matemática, muitas vezes, mostra-se desafiadora, pois ela, de fato, não possui uma forma física, logo é necessária uma representação semiótica para que ela possa ser concretizada. Um registro matemático é um sistema semiótico cujo objetivo é dar significado e identificar os objetos representados. O autor refere-se a quatro diferentes registros de representação: linguagem natural, sistemas de escritas numérica algébrica e simbólica, representações gráficas cartesianas e representações geométricas. Duval (2003) esclarece que nenhum desses registros separadamente é capaz de fazer uma representação completa de um objeto matemático. Ou seja, para que o aluno tenha melhor compreensão do objeto estudado, é necessário que tenha domínio sobre os diversos registros de representação e saiba relacioná-los. E nesse aspecto, apesar de o GrafEq não possuir o mesmo dinamismo do GeoGebra, ele possui uma janela algébrica e gráficos que cumprem com êxito o papel de alternar esses registros de representação. A única desvantagem, nesse caso, é se o usuário cometer um erro ou quiser refazê-lo.

Nas nossas experiências em sala de aula, enquanto professores, percebemos que o GrafEq possui uma interface mais simples e com menos aspectos visuais que possam causar “distração” nos alunos. Consideramos que, para uma primeira aproximação de um recurso tecnológico para trabalhar com a Matemática, com objetivo específico de estudar equações e inequações, o GrafEq pode ser uma alternativa mais viável, ainda mais se levarmos em conta uma turma que, muitas vezes, não terá tempo para ambientar-se, de forma adequada, ao software. Embora a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaque “a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática quanto para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional” (BRASIL, 2018, p.528), sabemos que, na prática, muitas escolas podem não contar com aparato tecnológico adequado para executar, de forma adequada, um programa mais robusto que exija um rápido processamento e recursos gráficos, como é o caso do GeoGebra.

## Considerações finais

O processo de ensino de Matemática com Tecnologia Digital é uma tarefa que exige domínio das ferramentas por parte do professor e um método adequado para que se obtenham resultados profícuos com o uso do software. Utilizar essa tecnologia para ensinar Matemática, de forma que o aluno construa conhecimento matemático, é um desafio tanto para ele quanto para o professor que precisa construir e reconstruir continuamente o conhecimento tecnológico do conteúdo. Sabe-se que o uso dessas tecnologias em sala de aula pode servir como forma de engajar o aluno ao aprendizado. É por isso que é de suma importância a formação de professores que consigam utilizar esses recursos.

O presente artigo buscou apresentar duas possibilidades de inserção da tecnologia, os softwares GeoGebra e o GrafEq no ensino e aprendizagem da Matemática escolar. Nessa reflexão, foi possível evidenciar, a partir das leituras realizadas, que o uso desses softwares pode potencializar, cada um à sua maneira, o

ensino e a aprendizagem de Matemática. No caso do GeoGebra, isso ocorre porque proporciona a experimentação e enfatiza a visualização (FELCHER; PINTO; FOLMER, 2019, p. 10), além do mais é gratuito e possui uma multiplataforma para todos os níveis de ensino. Já o GrafEq, também gratuito, contribui para a aprendizagem de conceitos da Geometria Analítica e “[...] possibilita realizar diversas experimentações no que se refere às transformações entre os seus registros algébrico e geométrico” (HALBERSTADT; FIOREZE, 2014, p. 10).

Consideramos que, embora o GrafEq tenha menos recursos que o GeoGebra, seu uso se torna importante dentro de um contexto de apresentação de um assunto novo ou em um ambiente no qual os recursos tecnológicos disponíveis não tenham hardware tão atualizado. Além disso, estruturar uma proposta pedagógica pensando no uso do GrafEq pode otimizar o tempo necessário para sua aplicação, tendo em vista que sua interface é bastante intuitiva e possui menos botões de recursos que o GeoGebra. De um modo geral, em uma condição favorável (tempo e recursos disponíveis), consideramos que o GeoGebra seja uma ferramenta mais completa em relação ao GrafEq, entretanto podemos concluir que, para ser uma melhor ferramenta, seu uso esteja condicionado ao contexto de aplicabilidade do recurso e não necessariamente ao que o software em si oferece.

## Referências

BARBOSA, F. E.; PONTES, M. M.; CASTRO, J. B. A utilização da Gamificação aliada às Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática: um panorama de pesquisas brasileiras. **Revista Prática Docente**. v. 5, n.3, p. 1593-1611, set/dez 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **SAEB 2017**. Brasília: INEP, 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

DUVAL, R. Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Organização de Sílvia Dias Alcântara Macha do, p.11-33. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

FELCHER, C. D. O.; PINTO, A. C. M.; FOLMER, V. Tendências em Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática Revelados no EBRAPEM. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.21, n.2, p. 1-22, 2019.

GOULART, J. B. **O estudo da equação  $Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F=0$  utilizando o software Grafeq**: uma proposta para o ensino médio. Dissertação de Mestrado Profissional. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2009.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. C. A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados. **Informática na educação**: teoria e prática. Porto Alegre. Vol. 1, n. 2 (abr. 1999), p. 73-88. 1999.

HALBERSTADT, F. F.; FIOREZE, L. A. O Ensino e Aprendizagem da Geometria Analítica: uma abordagem com o uso do software GrafEq. **Anais do 2º Encontro Nacional PIBID Matemática; Educação Matemática para o século XXI: trajetórias e perspectivas**. 2014.

PAPERT, S. A. **A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática**. 1. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

SANTOS, R. S. **Tecnologias digitais na sala de aula para aprendizagem de conceitos de geometria analítica**: manipulações no software GrafEq. Dissertação de Mestrado Profissional. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2008.

# Contribuições do pensar-com-o-GeoGebra na exploração de questões matemáticas

CARLA JARDIM FIRPO DA SILVA  
LETÍCIA SÓRIO SARAIVA  
PAULA BEATRIZ DA SILVA SERPA

## Introdução

A possibilidade de manipular objetos e figuras geométricas com o uso do mouse é uma das principais características em um ambiente de geometria dinâmica, possibilitando explorar e construir diversas transformações de figuras geométricas. O software GeoGebra é um aplicativo de Matemática muito utilizado para esses fins, permitindo que estudantes explorem situações-problema e construam conjecturas sobre o conteúdo que estão estudando ou o problema que estão resolvendo. Conforme Da Silva e Penteadó (2009), suas características possibilitam a criação de cenários para atividades investigativas por meio das quais os estudantes podem verificar propriedades de uma figura em um processo e de forma mais ágil.

Diante disso, neste capítulo nos propomos a investigar a seguinte pergunta: Quais as contribuições do pensar-com-o-GeoGebra para a resolução de questões originais e semelhantes ao Concurso Canguru de Matemática? Na tentativa de responder a essa pergunta, levou-se em consideração o potencial do GeoGebra no processo de aprendizagem e, assim, desenvolvemos e aplicamos uma sequência de atividades composta por quatro problemas

e um formulário, em uma turma do 5º ano, com 24 alunos, de em uma escola municipal localizada em Porto Alegre (RS). A escolha da escola deu-se pelo fato de uma das autoras atuar nessa escola, porém em turmas dos anos finais, e por ser um espaço que disponibiliza Chromebooks® para todos os estudantes, permitindo o desenvolvimento de todas as etapas propostas na sequência de atividades.

A inspiração das questões e as questões originais foram selecionadas de uma competição internacional anual, o Concurso Canguru de Matemática, que envolve estudantes desde o 3º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio, realizada no Brasil, desde 2009. A prova do concurso foi apresentada para as pesquisadoras durante a disciplina de Tecnologias Digitais na Educação Matemática, e esse contato motivou a elaboração da atividade desenvolvida no estudo. Para a produção e coleta dos dados, tal sequência foi organizada em duas etapas distintas. Na primeira parte, foram utilizadas duas questões elaboradas pelas autoras e inspiradas no Concurso Canguru de Matemática, propondo que a resolução fosse desenvolvida no papel, de forma impressa. A segunda etapa foi elaborada com duas questões selecionadas do Concurso Canguru de Matemática, mas apresentadas em uma versão adaptada para o software GeoGebra. Para tal, foi necessário realizar uma transposição de problemas matemáticos da prova Canguru Brasil para o GeoGebra. A construção da primeira questão da segunda etapa foi desenvolvida pelas autoras, e a segunda, por colegas da disciplina, que autorizaram o seu uso.

A partir do que expusemos, os objetivos do nosso estudo são: (I) estruturar, aplicar e analisar uma sequência de atividades, a fim de investigar as contribuições do uso do software GeoGebra no desenvolvimento das mesmas e (II) observar como os alunos organizam o pensamento matemático na resolução das atividades propostas. Pretende-se verificar, com esses objetivos de pesquisa, de que forma o objeto virtual se contrapõe à versão impressa, analisando o desenvolvimento dos alunos nas etapas descritas

e avaliando as estratégias adotadas na resolução em ambos os formatos.

## Fundamentação teórica

Entende-se que softwares de Geometria Dinâmica (GD) desempenhem um papel essencial para a compreensão do processo de aprendizagem por estimular a exploração, construção e argumentação, conforme é destacado por Siqueira, Molon e Franco (2018):

Em todas as áreas da matemática é necessário, muitas vezes, imaginar objetos estáticos ou dinâmicos e agir sobre eles mentalmente, projetando rotações, ampliações ou reduções, translações, deslocamentos, etc. Essa habilidade de visualizar, manipular, fazer operações mentais e saber interpretar esses resultados servirá de base para a compreensão do objeto em estudo. (SIQUEIRA; MOLON; FRANCO, 2018, p. 1)

Pelo fato de o presente artigo se propor a investigar quais as contribuições do pensar-com-o-GeoGebra, levou-se em conta que ambientes digitais podem encorajar interações potencializadas na exploração de questões matemáticas para além do alcance do papel e lápis por contarem com recursos como arrastar - capaz de possibilitar a visualização do movimento - e a construção do conhecimento em conjunto com esse ciberespaço, ou seja, pensar-com-o-GeoGebra. Para Basso e Notare (2015), o “pensar-com” desencadeia maneiras criativas de encarar e resolver problemas matemáticos por meio da utilização dos recursos digitais favorecendo, assim, o pensar em Matemática. Os autores salientam também que um problema clássico de geometria pode se tornar obsoleto em um ambiente de GD, e, por isso, para que esse ambiente seja significativo na aprendizagem de geometria, são necessários critérios na escolha das questões propostas na tela do computador.

Nessa perspectiva, Dickel (2019, p.17) pontua que “com os softwares de geometria dinâmica, temos a possibilidade de representação e manipulação de objetos matemáticos, que

abrem novas possibilidades para o pensamento matemático” e promovem a articulação das habilidades de visualização espacial com o processo de ensino e aprendizagem, ou nas palavras de Basso e Notare (2015):

Em ambientes de GD, é possível alcançar um nível elevado de realismo para representar diferentes objetos matemáticos, pois oferecem a possibilidade de manipulação direta de construções geométricas, que permitem visualizar conceitos de geometria a partir do estudo de propriedades invariantes dessas construções enquanto seus componentes são movimentados na tela. (BASSO; NOTARE, 2015, p. 5)

Convergimos ao pensamento de Dickel (2019), em que a autora menciona que ao incorporar as Tecnologias Digitais no processo de ensino e aprendizagem de Matemática se instiga o aluno, tornando-o participante ativo com potencial de melhorar seu desempenho. Percebe-se, nesse sentido, o destaque da Base Nacional Comum Curricular para o uso das tecnologias digitais: comunicar-se, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva”, o que deve ocorrer “de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais [...] (BRASIL, 2018, p.9). Entendemos que propiciar o uso de recursos tecnológicos comprometidos com o desenvolvimento do pensamento matemático potencializa, por meio da geometria dinâmica, o estudo da geometria de forma integrada com as outras unidades temáticas tais como álgebra, grandezas e medidas, números, probabilidade e estatística.

### **Percurso metodológico: caracterização**

A pesquisa realizada é de cunho qualitativo, que busca o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, buscando compreender aspectos da realidade que não podem ser quantificados. Para analisar as produções, utilizamos como metodologia o estudo de caso, que segundo Goldenberg (2004):

O estudo de caso não é uma técnica específica, mas uma análise holística, a mais completa possível que considera a unidade social estudada como um todo, seja um indivíduo, uma família, uma instituição ou uma comunidade, com o objetivo de compreendê-los em seus próprios termos. O estudo de caso reúne o maior número de informações detalhadas, por meio de diferentes técnicas de pesquisa, com o objetivo de apreender a totalidade de uma situação e descrever a complexidade de um caso concreto. (GOLDENBERG, 2004, p. 33)

A produção de dados aconteceu por meio de observações das pesquisadoras, registros fotográficos durante a prática e pelo material entregue pelos alunos ao final da prática, além das respostas do questionário proposto ao final da sequência de atividades. A partir dos dados obtidos, as pesquisadoras procederam à sua análise, com compromisso e respeitando os cuidados éticos da pesquisa, desde a escolha do assunto, da amostra e das ferramentas para essa coleta. A atividade iniciou por volta de 13h30, teve uma pausa no recreio, das 15h25 até 15h40, e foi finalizada por volta de 17h.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, p.4), “a dimensão ética é parte intrínseca de qualquer pesquisa e refere-se às relações de boa convivência, respeito aos direitos do outro e ao bem-estar de todos”. Envolvidas nesse processo, assumindo um compromisso com a verdade e respeito com todos, os participantes da pesquisa tiveram a sua identidade preservada. Eles receberam um termo de consentimento informado quatro dias antes da aplicação da atividade, que deveria ser assinado pelo responsável e entregue para as pesquisadoras, tendo em vista que os participantes são menores de idade. No dia da aplicação, os participantes assinaram o termo para uso de som e imagem e o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE).

### **Relato sobre a sequência de atividades: materiais e observações**

Dos vinte e quatro estudantes que faziam parte da lista de chamada, dezoito estavam presentes. Todos estavam animados em participar da atividade. Procedeu-se com o recolhimento do TCLE, e uma aluna disse que sua mãe não autorizou a participação

porque ela é “ruim em Matemática mesmo e não contribuiria em nada”. Ela parecia frustrada por não poder participar, no entanto optamos por permitir que ela participasse, porém seus dados não serão utilizados no momento da análise.

Inicialmente, houve uma confusão com o login dos computadores da escola, tendo em vista que, para acessar o Chromebooks® da escola, os alunos necessitam ter seu usuário e senha digitados para iniciar a sessão. Apesar de terem recebido as informações da professora de tecnologias da escola, alguns alunos não se lembravam de seus usuários e senha. No dia em que aplicamos a atividade, essa professora (responsável pelas tecnologias) não estava presente na escola e, sem esses dados, os alunos não conseguiriam participar da atividade. Apesar de todos os alunos terem um e-mail @educar do Município de Porto Alegre (RS), com a devida senha, diversos não se lembravam desses dados.

Quando receberam essa informação, a orientação dos professores era que os alunos anotassem no seu caderno os dados pessoais para que, quando fossem utilizar o Chromebook®, tivessem seu acesso e que esses dados eram de sua responsabilidade. Houve diversas explicações dos alunos que estavam sem essas informações, ou que trocaram de caderno, ou que esqueceram em casa, entre outras. A solução encontrada, sugerida pela professora referência da turma, juntamente com alguns alunos, foi que os alunos que tinham os dados, compartilhassem seus usuários com os colegas, fazendo o login em mais de um computador, para que todos acessassem os computadores, possibilitando a participação nas atividades.

A sequência de atividades foi dividida em três etapas: na primeira, desenvolvemos dois problemas inspirados em questões do Concurso Canguru de Matemática. Essas atividades foram impressas e entregues aos alunos para resolução em papel. Em seguida, apresentamos duas questões retiradas do mesmo Concurso e adaptadas com o software GeoGebra. Essas questões foram disponibilizadas aos alunos por meio de link para

exploração e resolução nos computadores. Por fim, apresentamos um formulário onde os alunos puderam avaliar as atividades.

Cabe salientar que as pesquisadoras optaram por aplicar a atividade em turmas de 5º ano devido ao momento atual que estamos vivendo, período de pandemia, quando parte dos estudantes de escolas municipais não teve acesso, durante o período de isolamento, a aulas presenciais nem mesmo remotas. Sendo assim, as questões escolhidas trabalham habilidades desenvolvidas no 3º ano e no 4º ano do Ensino Fundamental conforme proposto pela BNCC. A seguir, descreveremos as três etapas da sequência de atividades.

### Etapa 1: atividades impressas

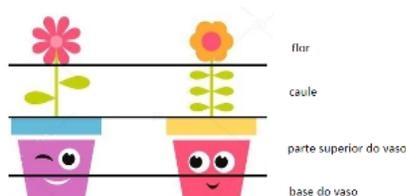
Iniciamos distribuindo aos alunos, de forma individual, uma folha da atividade impressa, tal como mostrado na figura 1. Explicamos que as atividades ocorreriam em três etapas, começando pela parte impressa; lemos o enunciado da questão junto com eles e lhes perguntamos se havia dúvidas. Apesar de dizerem que havia sido entendida, a primeira questão gerou dúvidas em praticamente todos os alunos, que passaram a nos chamar individualmente para questionar como fazê-la. Optamos por não responder diretamente, mas com questionamentos, como uma forma de instigá-los a buscarem as respostas.

Como ainda apresentavam muitas dúvidas, desenhamos as flores no quadro e lhes explicamos, com um exemplo, como fazer. Percebemos que alguns alunos estavam se empenhando no desenho bonito da flor, mas não, de fato, na contagem das possibilidades. A professora referência da turma alertou-nos para o fato de que alguns apresentam dificuldades pontuais, seja de concentração seja pela falta de habilidades prévias; já outros não se engajaram nas atividades propostas.

Maria ganhou dois adesivos, contendo a imagem de um vaso de flor, conforme a figura abaixo:



Ao pegar os adesivos, descobriu que era possível cortá-los em 4 partes, da seguinte forma:



Desta forma, Maria pode obter diferentes vasos de flor, juntando as seguintes partes: flor, caule, parte superior do vaso e base do vaso. Respeitando esta sequência, quantos vasos de flor diferentes Maria consegue montar, de forma que cada um tenha as 4 partes do corte?

**Figura 1:** primeira questão proposta de forma impressa  
**Fonte:** arquivo pessoal

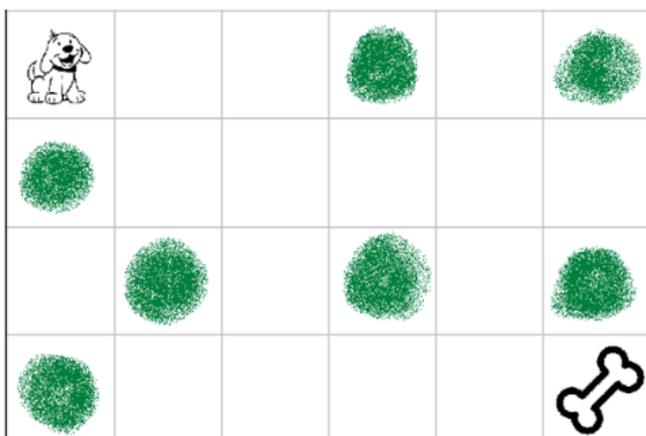
Alguns alunos tentavam adivinhar a resposta e, aos poucos, foram se desestimulando e desistindo da questão. Apenas dois alunos chegaram ao resultado correto. O aluno 1, sentado na primeira fila de classes, produziu um cálculo, encontrou a resposta correta e, posteriormente, desenhou as 16 alternativas. Mostrou para alguns colegas que sentavam próximos a ele, mas eles não se interessaram pelo seu raciocínio.

O aluno 2, sentado no fundo da sala, não queria desenhar tampouco calcular. Porém, ao perguntar se, depois de respondido, poderia jogar no computador, manifestou interesse em responder. Pedimos que nos explicasse como chegou ao resultado, e ele respondeu: “cada flor tem quatro pedaços e são duas flores, dá oito pedaços. Aí conta os oito pedaços duas vezes, porque são duas flores, dá dezesseis. Tá certo?”. Ao ouvir que sim, comemorou

bastante e pedimos que, antes de jogar, respondesse à outra questão. Ele concordou e voltou ao seu lugar. Essa atividade durou em torno de uma hora, e os alunos participantes, de maneira geral, demonstraram bastante dificuldade.

### Questão 2

O cachorrinho escondeu seu osso no parque, e agora quer buscá-lo. Qual o caminho que ele pode fazer, sem passar pelas árvores, que estão indicadas em verde da imagem abaixo?



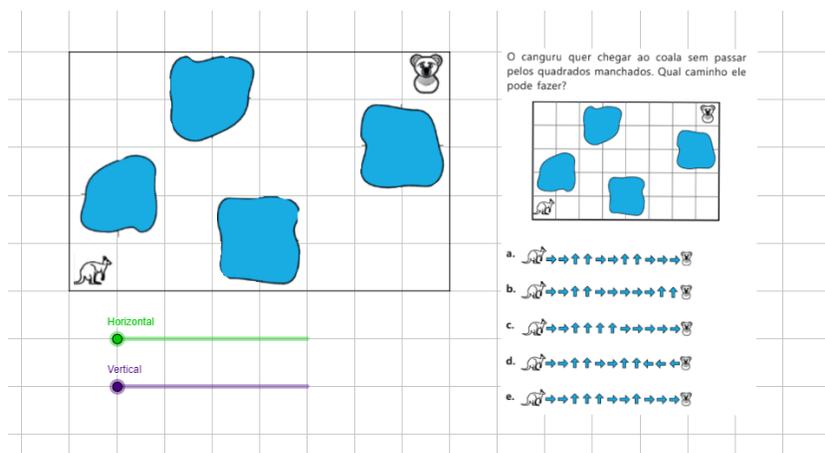
**Figura 2:** segunda questão proposta de forma impressa  
**Fonte:** arquivo pessoal

Passamos para a atividade do “cachorro chegar até o osso”, explicamos que não valia fazer o cachorro andar na diagonal; todos compreenderam rapidamente e responderam no papel. O aluno 1, quando leu a questão, indagou-nos: “você estão falando sério? Isso é fácil demais!”. Alguns alunos perceberam quase que instantaneamente que havia mais de uma resposta. Em seguida, perguntaram se podiam fazer mais de um caminho no papel, e pedimos que marcassem ou com uma cor diferente ou fazendo um traço diferente para que pudéssemos entender quais caminhos eles tinham marcado. Essa atividade foi concluída em torno de dez

minutos e, de forma unânime, os alunos conseguiram respondê-la.

## Etapa 2: atividades no GeoGebra

Passamos para a etapa do computador. Inicialmente tivemos um problema inicial não previsto: o acesso ao link das atividades. Não tínhamos como enviá-lo por e-mail para eles, então fizemos um link reduzido no site bitly© para que fosse possível escrever a informação no quadro e eles pudessem digitar nos navegadores. Nesse momento, verificamos que os alunos não conseguiam usar letra maiúscula e minúscula no teclado, usar teclas como “Shift” e “Alt Gr”. Precisamos auxiliar vários a digitar, e o aluno 3 ajudou vários colegas a acessar seus respectivos computadores. Como os alunos tiveram facilidade com a questão 2 impressa, optamos por iniciar com a questão similar adaptada ao GeoGebra.



**Figura 3:** adaptação para o GeoGebra da questão 11, prova Nível P, ano 2022  
**Fonte:** arquivo pessoal

Novamente, percebemos que todos os participantes resolveram muito rapidamente a questão proposta, houve bastante interesse pela atividade, e os alunos 1, 3 e 4 rapidamente perceberam que

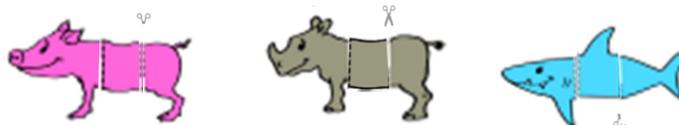
havia mais de um caminho. Essa atividade durou cerca de 5 minutos.

Passamos, então, para a atividade dos bichinhos. Novamente escrevemos o link no quadro e ajudamos os alunos a colocar o endereço no navegador. O aluno 3 novamente foi prestativo e auxiliou quase todos os colegas que tinham dificuldade. Tendo em vista que eles tiveram dificuldade em compreender a questão das flores, perguntamos se eles queriam ajuda para entender o desafio, e o aluno 2 prontamente falou: “sora, não precisa, ler eu sei”. Posteriormente, a professora da turma nos disse que o aluno 2 não era alfabetizado até pouco tempo.

A atividade dos bichinhos (figura 4) foi muito bem recebida. Os alunos adoraram montar os “bichos malucos” e deram nomes a eles: “porcorontebirão”, “rinotubaporco”, “porcoseria”, etc. Explicamos que os bichos deveriam ter uma cabeça, uma barriga e uma traseira, mas, em seguida, começaram a surgir bichos com duas, quatro, cinco, várias partes.

Houve muito engajamento nessa atividade, mas também bastantes reclamações de que não havia espaço suficiente para colocar todos os bichos na tela. Sugerimos que os colocassem mais apertados e seguissem fazendo. De todos os alunos, apenas o aluno 1 chegou na resposta. Ele chamou uma das pesquisadoras e perguntou: “a resposta é 27, né?”. Questionado sobre como ele chegou nessa resposta, prontamente respondeu: “porque 3 vezes 9 é 27”. Ao ser indagado de onde havia tirado esses valores, ele explicou, apontando com o mouse, que eram 9 partes no total, e 3 bichos. Assim, só podia chegar a um total de 27, pois, a partir dali, seriam bichos repetidos. Confirmamos que a resposta correta era essa, e ele informou-nos que montaria outros bichos, com mais partes, para se divertir. Com a proximidade da hora do lanche, encerramos a aplicação quando tocou o sinal para o recreio; essa parte da aula durou cerca de 40 minutos.

Questão 23 (Prova E de 2015). Antônio desenhou um porco, um tubarão e um rinoceronte e cortou cada uma dessas figuras em três partes, conforme ilustração abaixo.



Desta forma Antônio consegue obter diferentes animais juntando uma cabeça, uma parte central e uma parte traseira. Quantos animais diferentes, reais ou inventados, Antônio consegue criar?

(A) 3 (B) 9 (C) 15 (D) 27 (E) 30

**Figura 4:** adaptação para o GeoGebra da questão 23, prova nível P, ano 2015  
**Fonte:** problema adaptado ao GeoGebra por Andressa Guedes da Silva, Luiza Kerkhoff e Polyana Perosa

### Etapa 3: formulário

Enquanto os alunos foram para o intervalo, colocamos, nos computadores, o link para o questionário final, que eles responderiam no retorno a sala de aula. A professora regente sugeriu que esperássemos 5 min para entrar na sala, pois ela faria com eles o retorno tranquilo, uma vez que, na volta do recreio, os alunos ficavam muito eufóricos. Quando voltamos à sala, percebemos que o fato de o mesmo usuário estar em vários computadores influenciava no momento de responder ao questionário. A professora regente pegou, então, o usuário e senha de outra turma para possibilitar que todos respondessem ao formulário sem causar transtornos. O questionário era formado pelas seguintes questões:

1. Qual questão você achou mais fácil de responder? Flores, cachorro, bichinhos, canguru.
2. Por que achou a questão escolhida a mais fácil?
3. Fazer as questões no computador te ajudou?
4. Justifique a resposta anterior.
5. Você prefere fazer exercícios como esses no computador ou no papel?
6. Explique a sua preferência.

7. O que você mais gostou da atividade que fizemos?
8. E o que você menos gostou?

Nesta hora, outros problemas surgiram: percebemos casos pontuais de alguns alunos não estão totalmente alfabetizados que tiveram muita dificuldade de compreender as perguntas, e outros não sabiam escrever. Foi necessário ajudá-los a entender as questões que não eram de múltipla escolha e, várias vezes, respondermos a perguntas como “como se escreve o “chei” do achei?”.

Muitos alunos responderam às perguntas objetivas e nos chamavam dizendo que não tinham entendido o que era para fazer nas descritivas (por exemplo, as situações de “justifique sua resposta”). Eles sabiam responder verbalmente, mas tinham dificuldade de transcrever o que estavam sentindo.

Analisando os resultados, verificamos que 38,50% dos alunos consideraram a questão do canguru a mais fácil, e a justificativa de todos foi que era apenas mover para cima, para baixo e para os lados. Esse mesmo percentual, (38,50%) gostou mais de fazer a questão dos bichinhos, sendo a justificativa mais presente “achei legal”.

Somente um aluno preferiu fazer atividades como essa no papel, explicando que é “muito bom”. Todos os alunos responderam que fazer as questões no computador os ajudou, apresentando os seguintes argumentos: “porque dá para pesquisar e pode repetir sem apagar”; “porque não precisa escrever”, “porque é mais fácil”. Quando todos finalizaram a atividade, agradecemos a colaboração e participação de todos. Os alunos também nos agradeceram, gostaram bastante de participar, pediram para que voltássemos para dar aula pra eles, sendo muito carinhosos.

## **Reflexões sobre a prática realizada**

Percebemos, durante a aplicação da sequência de atividades, que, apesar da participação dos alunos, nas questões que sentiam mais dificuldade, eles desistiram rapidamente. Durante a

primeira questão desenvolvida no papel, uma grande parte dos alunos preocupou-se com o desempenho estético da questão, não conseguindo desenvolver o pensamento matemático. Sem conseguir resolvê-lo, alguns alunos ficaram desmotivados e desistiram em seguida, mesmo com o nosso incentivo. Nesse item, somente dois alunos conseguiram concluir a questão, sendo que um deles estava concentrado e atento desde o início e logo justificou o seu pensamento matemático de forma a construir uma solução para o problema. O outro estudante, que precisou de um incentivo por parte das professoras, também conseguiu resolver a questão de maneira satisfatória.

Já na segunda questão desenvolvida no papel, o pensamento matemático foi explorado de maneira adequada, e os alunos a consideraram fácil. Nessa questão, praticamente toda a turma encontrou a solução e ainda considerou novas possibilidades para a sua resolução. Um dos alunos queixou-se, alegando que o problema era fácil demais.

Nas questões apresentadas no computador, percebemos um maior engajamento da turma, já que houve uma participação mais ativa e, mesmo não chegando ao resultado correto, todos os participantes tentaram resolvê-las. Alguns reclamaram que não havia muito espaço, o que pode ter sido um obstáculo do objeto. Observamos que essa oportunidade de exploração engajou o interesse, inclusive eles se divertiram dando nomes aos animais formados.

Nossas expectativas em relação à prática foram diferentes da realidade. O tempo esperado para o desenvolvimento foi maior do que o previsto, de acordo com algumas barreiras apresentadas, como acesso aos computadores e dificuldade na digitação dos links. Percebemos que alguns possuem familiaridade com as tecnologias; outros não têm conhecimento algum. Quando conseguiram “logar” o usuário no computador, rapidamente abriram um determinado jogo, que não tinha relação com a aula, no entanto, notamos diversas dificuldades com a tecnologia. Alguns não tinham familiaridade com a utilização do teclado e touchpad, conhecimento das letras maiúsculas e minúsculas,

pouca autonomia, necessidade de ter o professor por perto para desenvolver o que lhes foi proposto e dificuldade de justificar as perguntas do questionário por escrito.

As atividades previam que fossem utilizadas habilidades que seriam desenvolvidas no 3º ano, nos objetos do conhecimento (localização e movimentação - horizontal e vertical) e 4º ano, nos objetos do conhecimento (problemas de contagem). Verificamos que, apesar de estarem no 5º ano, de maneira geral, os alunos não conseguiram resolver os desafios propostos para os quais eram exigidas as habilidades do 4º ano. Já as questões que trabalharam as habilidades do 3º ano foram bem desenvolvidas. Durante a pandemia, nas escolas do município, em geral, os alunos não tiveram aulas presenciais nem remotas. Em algumas escolas, as aulas remotas foram eventuais, e com pouca adesão. Assim, as atividades eram preparadas pelos professores; a escola as imprimia e, se a família fosse até lá retirá-las, o aluno poderia resolver as questões em casa, devolvendo-as assim que possível. No entanto, infelizmente isso nem sempre ocorreu. Há um grande déficit no desenvolvimento deste grupo observado.

## Considerações finais

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que norteia e orienta o rumo da Educação Básica no país, as escolas têm uma referência que é comum e obrigatória a todas, com competências que guiam o desenvolvimento dos currículos, determinando habilidades necessárias e as que deverão ser desenvolvidas pelos alunos em cada etapa de ensino. Levando em consideração todo o cenário atual, muitos alunos estão em um nível de ensino, no entanto não construíram todas as aprendizagens essenciais para a etapa desenvolvida, caso usássemos a BNCC como parâmetro de referência.

Como foi dito anteriormente, no presente estudo, selecionamos uma habilidade de terceiro ano e outra de 4º ano e aplicamos numa turma de 5º ano. Concluímos que grande parte da turma já desenvolveu a habilidade esperada para o 3º ano, no entanto, outra

grande parte não desenvolveu uma habilidade essencial para o 4º ano. Escolhemos aplicá-las no 5º ano levando em consideração todas as dificuldades envolvidas nesse desenvolvimento devido à pandemia da Covid-19. Revelou-se, assim, um desafio aos professores. Cabe a eles trabalhar as habilidades do 5º ano, mas, para isso, torna-se indispensável retomar também habilidades anteriores. Ficou evidenciado que as expectativas de desenvolvimento nos estudantes que vivenciaram uma pandemia não podem ser equivalentes à de estudantes em um cenário sem pandemia.

Baseando-se no aporte teórico, o estudo mostrou que, apesar de os alunos terem demonstrado facilidade com as questões de localização e movimentação, tanto no papel quanto no computador, no ambiente de Geometria Dinâmica, o ganho não foi substancial. Observamos que eles ficaram mais motivados e atentos, o que lhes possibilitou as seguintes experiências: explorações de ir e vir, errar o caminho e voltar sem deixar registrado o erro, testar o que acontece se colocar o canguru sobre os lagos e outras situações que a limitação do papel não é capaz de proporcionar. Entre os alunos que registraram no formulário que a questão do canguru era a mais fácil, a justificativa de todos foi que “era só ir para cima e para os lados”. Já nas questões de problemas de contagem, o ganho com a perspectiva da movimentação das peças ficou mais evidente. A começar pelo fato de que, no papel, eles não conseguiram desenvolver o pensamento, pois percebemos uma falta de vontade, um desânimo. Apesar de a questão ter atrativos visuais, eles não avançaram no pensamento matemático. Já no GeoGebra, eles conjecturaram, testaram, apagaram, criaram e se divertiram.

Por fim, reforçamos a importância do papel das Tecnologia Digitais frente ao processo de aprendizagem. Quanto às contribuições do pensar-com-o-GeoGebra para a resolução de questões originais e semelhantes ao Concurso Canguru de Matemática, ponderamos, na prática, que houve uma assimilação da ideia matemática que se refere à contagem, o que não ocorreu sem

o uso das tecnologias. De acordo com a habilidade (EF04MA08) da BNCC, resolver problemas de contagem com o suporte de imagem e/ou material manipulável auxilia no entendimento do objeto de conhecimento. Concordamos que o uso desses materiais manipuláveis auxilia na aprendizagem, mas acreditamos que, com o uso da tecnologia, o aluno pode ir além, chegando a outro patamar, pois, nesse processo, os alunos testam, conjecturam, experimentam e criam. O resultado vem da caminhada, e, a partir dessa construção, é que a aprendizagem se torna mais relevante. Isso para nós, autoras desse capítulo, constitui-se em uma resposta à questão apresentada na introdução do presente capítulo.

## Referências

BASSO, M. V. A.; NOTARE, M. R. Pensar-com tecnologias digitais de matemática dinâmica. **RENOTE**, v. 13, n. 2, 2015. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/61432>. Acesso em: 9 out. 2022.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

DA SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. O trabalho com geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa. **Anais do I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia – PPGECT. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. 2009. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Guilherme-Silva-20/publication/283795319\\_O\\_trabalho\\_com\\_geometria\\_dinamica\\_em\\_uma\\_perspectiva\\_investigativa/links/5647610d08ae54697fbbccd5/O-trabalho-com-geometria-dinamica-em-uma-perspectiva-investigativa.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Guilherme-Silva-20/publication/283795319_O_trabalho_com_geometria_dinamica_em_uma_perspectiva_investigativa/links/5647610d08ae54697fbbccd5/O-trabalho-com-geometria-dinamica-em-uma-perspectiva-investigativa.pdf) . Acesso em: 9 out. 2022.

DICKEL, M. T. **GeoGebra e isometrias**: a ação de arrastar na construção de conceitos. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2019. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/198640>. Acesso em: 9 out. 2022.

SIQUEIRA, C.; MOLON, J.; FRANCO, S. Integração das tecnologias digitais para exploração e desenvolvimento do raciocínio visuoespacial na aprendizagem de geometria. **RENOTE**, v. 16, p. 1, 2018. Disponível em: <https://www.seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/86022>. Acesso em: 9 out. 2022.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Coleção formação de professores. 3ª edição revista. Editora Autores Associados LTDA. Campinas, SP. 2012.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. Rio de Janeiro: editora Record, 2004.

# **Atividades-matemáticas-com-GeoGebra-3D: uma proposta pedagógica para abordar geometria**

BRUNA SACHET

NATÁLIA LAMAISSON BORGES

## **Introdução**

**V**ivemos de forma predominante em uma sociedade conectada. A rápida e constante evolução tecnológica faz com que novas perspectivas e potencialidades se revelem constantemente, transformando o cotidiano vivencial de cada um e conseqüentemente os processos de ensino e aprendizagem. Em nosso dia a dia, como professores e em diversas pesquisas, como a de Borsoi (2016), é perceptível que nossos alunos apresentam diversas dificuldades no que tange à mobilização de conceitos e habilidades espaciais que exigem o entendimento e a construção de objetos geométricos no espaço. Nesse sentido, vemos uma necessidade de pensar e refletir sobre os processos de aprendizagem matemática com Tecnologias Digitais (TD).

Diante disso, entendemos que seja necessário pensarmos e propormos atividades que possibilitem nossos estudantes sejam mais ativos ao construírem seus conhecimentos por meio das TD. Dessa forma, o presente texto tem como objetivo analisar as potencialidades do GeoGebra 3D no ensino e conseqüentemente na aprendizagem da geometria espacial, mais especificamente

sobre pirâmides. Assim, temos como nossa pergunta diretriz: “Como atividades-matemáticas-com-Geogebra-3D podem ou não potencializar a construção de conceitos da geometria espacial, especificamente sobre pirâmides, de estudantes do Ensino Médio?”.

Orientamo-nos por essa questão, uma vez que entendemos ser a Educação Matemática o meio de educar-se pela Matemática (ROSA, 2008), e as Tecnologias Digitais (TD) recursos que podem potencializar a produção do conhecimento. Assim, atividades-matemáticas-com-Geogebra-3D são atividades que

Consideram as Tecnologias Digitais (TD) partícipes do processo cognitivo, ou seja, as TD não são meras auxiliares, não são consideradas ferramentas que agilizam ou fonte motivadora do processo educacional, exclusivamente. Elas condicionam a produção do conhecimento matemático (ROSA; MUSSATO, 2015, p. 23)

Diante disso, propomos, aqui neste trabalho, uma sequência de atividades que visa ao ensino do assunto pirâmides regulares, tais como suas características, planificação, construções, relações de área e volume, com o software GeoGebra 3D para alunos do Ensino Médio. Segundo Borsoi (2016), o software GeoGebra possibilita novos modos de se pensar o processo de aprender, pois “possibilita uma relação mais próxima entre o aluno e o objeto de estudo; ele favorece a autonomia do aluno e coloca-o como um ativo aprendiz” (BORSOI, 2016, p. 13). Ainda para essa autora, o software pode “tornar-se um forte aliado na superação de dificuldades que se apresentam nos processos de ensino e aprendizagem” (BORSOI, 2016, p. 13), isto é, objetos que antes eram estáticos podem agora ser manipulados na tela do computador, e isso pode ajudar na compreensão e reflexão de suas propriedades, assim com apontam Gravina e Santarosa (1998, p. 14):

Os desenhos de objetos geométricos são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. [...] O aluno age sobre os objetos matemáticos num contexto abstrato, mas tem como suporte a representação na tela do computador.

Logo, passamos a dialogar com a teoria, de modo a sustentar nossas posições teóricas, em termos de escolhas metodológicas no trabalho-com-TD, assim como nossa concepção de Tecnologias Digitais, ensino e aprendizagem.

## Referencial teórico

Para ancorar nossas perspectivas sobre TD, apontamos a concepção de Rosa (2008) que tece os conceitos de ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-TD. Para esse autor, somos-com-TD quando nos “tornamos materialmente tão formados por *bits* quanto o *lócus* no qual nos encontramos [...], manifestamos nossos desejos, sentimentos, valores, por meio da rede, assim como nossos modos de pensar” (ROSA, 2008, p. 102 - grifos do autor). Isto é, ser-com-TD, concebe a ideia desse ser que se mostra com o mundo, com suas fronteiras e as TD; assim, constitui-se com o mundo. Com isso, vamos ao encontro do autor, pois acreditamos que as atividades matemáticas com TD podem possibilitar um espaço em que se pode ser-com-TD.

Ainda, ressalta o autor, as TD, em especial o computador, são um meio que permite que sejamos virtuais e, assim, provoca-nos a pensar outros aspectos do ‘ser’ que “se encontra com este tempo/ espaço diferenciado” (ROSA, 2008, p. 102). Também, podemos destacar, com Rosa (2008), que o computador pode ser entendido como um portal, uma janela para o conhecimento, um espelho que possibilita reflexões de diferentes percepções de mundo, e, portanto, “também do ‘eu,’ permitindo, então, evidenciar as relações entre esses elementos: ‘ser,’ o mundo cibernético e a construção do conhecimento” (p. 103).

Rosa (2008) concebe o pensar-com-TD pela imersão, ou seja, “[...] o ser humano em frente ao computador torna-se imerso no ciberespaço, de modo que ele, enquanto ser humano virtual, realmente está envolvido na simbiose promovida pela mídia ciberespaço” (ROSA, 2008, p. 112). Assim, pensar-com-TD nos propicia a imersão, ao nos conectarmos às TD, tornando-as participantes da construção do conhecimento matemático. Alinhado

a Rosa (2008), Caldeira (2016) estabelece o pensar-com-TD e ser-com-TD como um movimento de transformação das relações com o mundo, com o outro, consigo mesmo e com o conhecimento matemático, na medida em que permite a construção de hipóteses que provavelmente não se manifestariam sem as TD. A partir disso, leva-nos à ação de saber-fazer-com-TD. Assim sendo, saber-fazer-com-TD é pensado por Rosa (2008) como o ato de agir, da perspectiva do construir, produzir e, portanto, fazer “é algo que, se pensado no campo educacional, vincula-se ao construcionismo, pois provém do realizar uma tarefa, construir um produto cujo objetivo maior é a aprendizagem” (ROSA, 2008, p. 123). Nesse sentido,

[...] saber-fazer-com é a expressão cunhada para identificar o ato de agir com o ciberespaço de forma que ao fazer, me perceba fazendo e reflita sobre isso, de forma a construir conhecimento ao mesmo tempo em que construo minha identidade online. Assim, agir com vontade e senso de realização na construção de um produto, em um micromundo específico, me faz estar-com e ser-com esse mundo particular, possibilitado pelo computador a partir de um pensar-com. [...] Esse estilo se dá na ação, na prática, a partir da performance de cada identidade online, no fazer de cada uma, ou seja, no agir. (ROSA, 2008, p. 123)

Dessa forma, saber-fazer-com-TD torna evidente a ação intencional de se perceber no e com o mundo digital. Vamos ao encontro de Rosa (2008) ao afirmar que as TD, na produção de conhecimento, não são entendidas como ferramentas, visto que as TD não ocupam um papel de suplementação para o ser humano. Assim, “[...] compreendemos as TD como presentes no movimento de produzir conhecimento, [...] de forma a se perceber com elas” (ROSA, BICUDO, 2018, p. 27). A partir dessas concepções, entendemos ser necessário e urgente promovermos uma práxis que possibilite que nossos estudantes sejam-com-TD, pensem-com-TD e saibam fazer-com-TD.

Borsoi (2016), mostra-nos que, no cenário da Educação Matemática, é perceptível um crescente interesse pelos processos de ensino e de aprendizagem em Geometria. Acreditamos que um dos grandes motivos desse interesse esteja vinculado à

disponibilidade de softwares de geometria dinâmica, como o GeoGebra, que possibilita espaços de aprendizagem nos quais os alunos podem fazer experimentos e testar hipóteses.

A dinamicidade na manipulação de objetos e de figuras oportunizada pelo GeoGebra, segundo Gravina (2010), estabelece um novo olhar para o registro desenho, pois permite o movimento aos desenhos que antes eram estáticos e que encontramos nos livros didáticos. Alinhado a Gravina (2010), Duval (2011) compreende que, mesmo que o software não nos mostre novos tipos de registro, quando o comparamos com os que já são produzidos com o lápis e papel, ele constitui outro modo de produção. Ou seja, por meio desse software, as representações dessas figuras geométricas podem ser manipuladas como se fossem objetos concretos, sendo assim pode ajudar a exploração de situações matemáticas por meio da investigação.

Ainda, para Gravina (2010), um dos principais pontos do GeoGebra é a atualização simultânea dos objetos quando a figura é movida. Isto é, os estudantes, ao movimentarem os elementos das construções geométricas, preservam as condições geométricas originais, possibilitando-lhes a observação, dedução e análise das propriedades e conceitos geométricos dessa construção. Neste sentido, Borsoi (2016), complementa que

O uso de softwares permite uma mobilidade de explorações acerca de figuras e objetos tridimensionais, bem como de suas representações. Também, ao interagir com o software, além de perceber os conceitos matemáticos envolvidos, o aluno terá a oportunidade de realizar construções que se tornariam impossíveis de serem executadas com lápis e papel de forma tão precisa, rápida e dinâmica. (BORSOI, 2016, p. 3)

É em consonância com essas teorias que buscamos trazer, nesta proposta, o potencial do GeoGebra 3D no desenvolvimento de habilidades que participam dos raciocínios geométricos espaciais. Passamos, então, a discutir nossa proposta pedagógica em termos metodológicos.

## Metodologia

Em termos metodológicos, interrogar “Como atividades-matemáticas-com-Geogebra-3D podem, ou não, potencializar a concepção de conceitos da geometria espacial, especificamente sobre pirâmides, de estudantes do Ensino Médio?” implica o paradigma de pesquisa qualitativo. Assim sendo, investigar o “como” já nos remete ao qualitativo, à descoberta, à forma de se mostrar. Como já foi evidenciado por Rosa (2017, p. 168), “[...] não são escolhas simples, não são quaisquer escolhas, mas aquelas que dependem das vivências, crenças e conhecimentos dos sujeitos envolvidos”. Logo, anunciamos que as práticas dessa pesquisa serão realizadas com estudantes do Ensino Médio por meio de uma sequência de atividades que aborda o estudo de conceitos geométricos, especificamente das pirâmides.

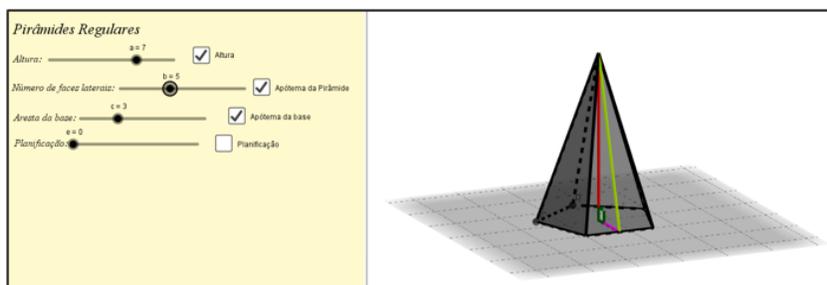
Desse modo, propomos uma sequência de atividades estruturada em seis atividades, sendo algumas delas via plataforma online GeoGebra Classroom<sup>1</sup>. Essas atividades têm por objetivo explorar diferentes conceitos sobre Geometria Espacial, em especial as pirâmides, que podem oportunizar aos estudantes o desenvolvimento de aprendizagens relacionadas às habilidades de percepção, dedução, análise e construção de objetos geométricos tridimensionais por meio dos recursos de interação dinâmica do software GeoGebra 3D. Assim, será necessário que esses estudantes tenham acesso a computadores, ou a dispositivos móveis e internet.

A sequência de atividades proposta divide-se em atividades de investigação, caracterização, comparação, exploração, construção e dedução. Na atividade de investigação, partimos de um tema

---

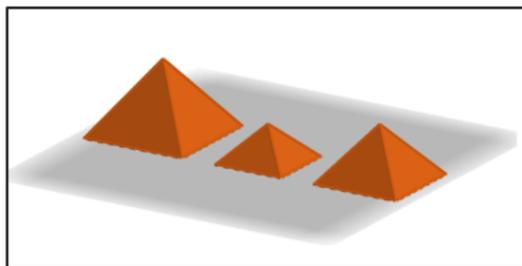
<sup>1</sup> GeoGebra Classroom é uma plataforma virtual por meio da qual os professores podem: atribuir tarefas interativas e envolventes para os alunos; visualizar o progresso dos alunos, de maneira síncrona, ao realizarem uma tarefa específica; ver quais tarefas os alunos iniciaram (ou não); realizar perguntas para toda a turma e visualizar as respostas de todos os alunos instantaneamente; ocultar os nomes dos alunos ao exibir as respostas dos alunos às perguntas; realizar discussões ricas e interativas entre todos os alunos, grupos de alunos e alunos individuais. Disponível em: <https://www.geogebra.org/> Último acesso em: 26/09/2022.

inicial: Pirâmides pelo mundo, assim, os alunos serão convidados a fazer uma pesquisa sobre as pirâmides do Egito, com objetivo de entender a histórias por trás dessas construções. Além disso, devem pesquisar que outras construções, como as pirâmides egípcias, existem. O objetivo que buscamos com essa atividade é de contextualizar os estudantes com a temática. Na sequência, será disponibilizado aos estudantes um link/código de acesso para a atividade na plataforma online GeoGebra Classroom. Nessa atividade, os estudantes irão manipular uma construção no GeoGebra 3D, como mostra a figura 1 a seguir, cuja finalidade é a caracterização das pirâmides regulares por meio de uma série de questionamentos direcionadores.



**Figura 1:** atividade de caracterização  
**Fonte:** arquivo pessoal

Na atividade de comparação, os alunos deverão pesquisar, também, tipos de pirâmides quadrangulares diferentes das egípcias e compará-las. Para isso, eles devem trazer no mínimo três pirâmides quadrangulares diferentes, como mostra a figura 2.



**Figura 2:** atividade de comparação

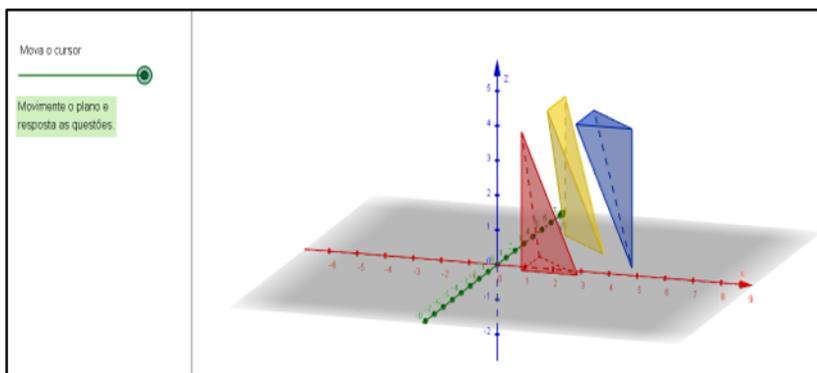
**Fonte:** arquivo pessoal

Nesta atividade, objetivamos a identificação de uma relação de proporcionalidade entre a altura da pirâmide e o comprimento da base em diferentes pirâmides quadrangulares, pois, na atividade seguinte (atividade 5), os alunos efetuarão a construção/reprodução, com o GeoGebra 3D, de uma pirâmide egípcia (ou não) respeitando as dimensões originais e mantendo a proporção. Para isso, os alunos deverão utilizar a ferramenta Google Earth<sup>2</sup> (atividade 4), que permite que os usuários explorem e busquem essas construções e, com o auxílio da régua digital e altitude, determinem as dimensões dessas pirâmides.

Na última atividade, os alunos irão explorar um objeto no GeoGebra 3D, como mostra a figura 3. Nessa atividade, temos como objetivo explorar o conceito de área e deduzir a expressão que determina o volume de uma pirâmide, de forma dinâmica e investigativa, de modo a compreender as variáveis dependentes e independentes a partir de questões norteadoras.

---

<sup>2</sup> Google Earth© é um recurso que permite ao seu usuário explorar e identificar lugares, construções, cidades, paisagens, entre outros elementos, além disso o programa permite girar uma imagem, marcar os locais que você conseguiu identificar para visitá-los posteriormente, medir a distância entre dois pontos e até mesmo ter uma visão tridimensional de uma determinada localidade.



**Figura 3:** atividade de dedução  
**Fonte:** arquivo pessoal

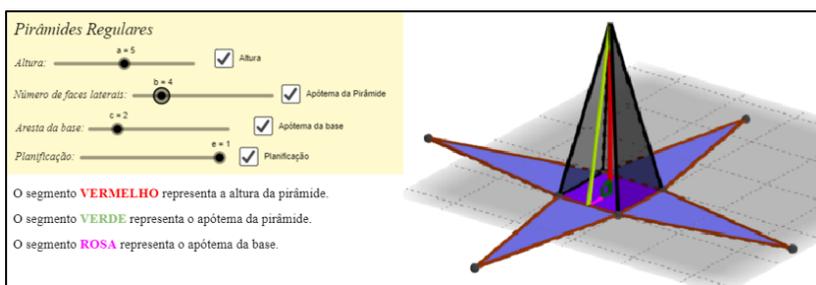
Sinalizamos que nosso foco são atividades propostas nesta sequência de atividades e não a produção dos alunos, visto que não foi possível uma aplicação (ainda) em sala de aula. Desse modo, passamos, então, para a análise das atividades-matemáticas-com-GeoGebra-3D.

### **Análise das atividades**

Como já foi mencionado, nos deteremos em analisar as próprias atividades da sequência de atividades proposta, mais especificamente as atividades-matemáticas-com-GeoGebra-3D. As atividades de caracterização e a atividade de dedução mostradas na figura 1 e 3 terão nosso foco. Cada uma dessas atividades busca explorar, a partir do GeoGebra 3D, conceitos das pirâmides regulares, desde suas características até o cálculo do volume. Para isso, propomos uma sequência de questionamentos, que possibilitam ao professor o acompanhamento do desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes e o mapeamento das defasagens para reflexão sobre a necessidade de revisitar a sequência e realizar alterações conforme a necessidade de cada sala de aula.

A atividade de “caracterização” consiste na manipulação de uma construção de pirâmides regulares. Nela, os estudantes

podem mover os controles deslizantes e botões, modificando a estrutura das pirâmides, como o tamanho de sua altura, da aresta da base, o número de faces laterais e consequentemente de arestas da base. Também, podem observar sua planificação, a apótema da base, a altura e a apótema lateral, conforme mostra a figura 4.



**Figura 4:** atividade de caracterização

**Fonte:** <https://www.geogebra.org/m/kdb6bskd> (acesso em dez/2022).

Além disso, propomos questões guia conforme pode ser observado na figura 5.

- As laterais dessas pirâmides lembram qual figura geométrica?
- A base de uma pirâmide pode ter diferentes formatos?
- Qual é a figura que representa a base dessas pirâmides quando o número de lados da base variam ?
- Como você descreveria uma pirâmide?
- Como você classificaria as pirâmides do Egito?
- Manipule o tamanho da aresta da base e determine as áreas das bases de cada uma das pirâmides.
- Manipule o tamanho da aresta da base e determine o valor da apótema da base de cada pirâmide.

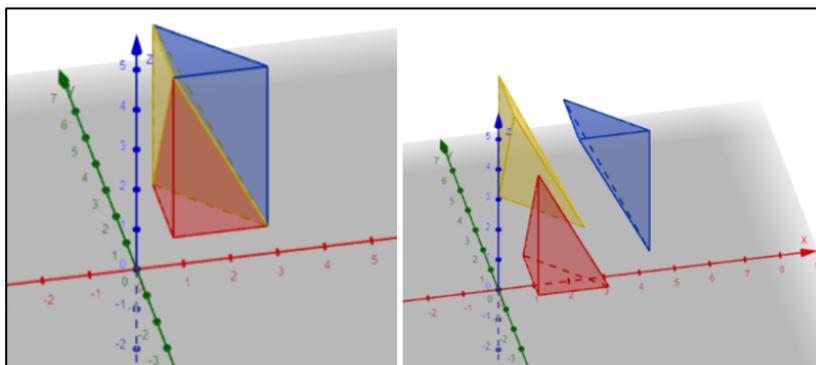
**Figura 5:** caracterização e reflexão

**Fonte:** arquivo pessoal

Entendemos que, a partir da manipulação dessa construção, os estudantes consigam responder as questões diretrizes, pois,

conforme Borsoi (2016), o GeoGebra 3D permite novos modos de pensar, pois possibilita a autonomia colocando esse estudante como ativo aprendiz. Isto é, os estudantes, ao movimentarem os elementos das construções geométricas, preservam as condições geométricas originais, possibilitando a observação, dedução e análise das propriedades e conceitos geométricos dessa construção. Além disso, conforme o aluno manipula, este lhe permite pensar-com-GeoGebra-3D, pois esse tipo de atividade pode oportunizar uma imersão ao se conectar às TD, tornando-se partícipe da construção do conhecimento matemático.

A atividade de dedução busca explorar o conceito de área e volume de forma dinâmica e investigativa, isto é, os estudantes devem mover o controle deslizante de modo a aproximar as três pirâmides coloridas para formar um prisma, conforme mostra a figura 6. Espera-se que os estudantes percebam as relações entre o volume do prisma formado pela união dessas pirâmides e o volume da própria pirâmide. Para isso, propomos, novamente, questões (figura 7) que permitam que esses estudantes construam a sua argumentação.



**Figura 6:** caracterização e reflexão

**Fonte:** <https://www.geogebra.org/m/z9kkzvaf> (acesso em dez/2022)

- a. Que objetos são percebidos nas figuras vermelha, amarela e azul?
- b. Esses objetos possuem alguma característica comum? Justifique.
- c. Ao mover o cursor qual é o objeto formado?
- d. Guiando-se pelos eixos cartesianos, determine as medidas das arestas da base e a altura do objeto formado pela justaposição das figuras vermelha, amarela e azul, e com essas informações determine a área de superfície e o volume.
- e. É possível calcularmos o volume de uma dessas três figuras coloridas? Como podemos calcular o volume de uma dessas figuras?
- f. Construa uma expressão que possa ser usada para determinar o volume de uma dessas figuras.
- g. Existe alguma relação entre o volume da figura vermelha com o volume da justaposição das figuras vermelha, amarela e azul?

**Figura 7:** reflexões sobre o volume da pirâmide

**Fonte:** arquivo pessoal

Nesta construção, conforme nos mostra Gravina e Santarosa (1998), as pirâmides são feitas a partir das propriedades que as definem. Quando o aluno faz uso do controle deslizante, o deslocamento desses objetos compõe, então, o prisma. Assim, ressaltam as autoras, quando o aluno age sobre os objetos matemáticos, neste caso as pirâmides, em um contexto abstrato, têm como recurso a representação na tela do computador, e isso pode possibilitar que esses estudantes não só tenham diferentes perspectivas desses objetos, mas também elaborem diferentes estratégias para responder às questões que os conduzirão à dedução do volume de uma pirâmide.

Dessa forma, entendemos com Gravina (2015) que, ao manipularmos esses objetos com o GeoGebra 3D seja na atividade de caracterização seja na de dedução, oportunizamos aos nossos estudantes um novo olhar que lhes permite o movimento, um novo modo de construir conhecimento o qual talvez não fosse possível sem as TD.

## Considerações finais

Neste trabalho, nos propomos a investigar as potencialidades do GeoGebra 3D no ensino de conceitos geométricos, em especial da pirâmide. Assim, tínhamos como objetivo descortinar as múltiplas possibilidades/oportunidades que as tecnologias digitais têm a oferecer na busca de processos de ensino e aprendizagem em geometria.

Para nós, é perceptível que, ao utilizarmos o GeoGebra 3D, podemos oportunizar aos estudantes explorar representações de objetos tridimensionais de modo dinâmico, podendo, também, engajar nos momentos de superação de dificuldades quanto ao processo de representações mentais desses objetos, essenciais para a formalização de conceitos geométricos. É esse o convite que fazemos aos leitores que aqui chegam, ao texto desse capítulo.

## Referências

BORSOI, C. **Geogebra 3d no ensino médio**: Uma possibilidade para a aprendizagem da Geometria Espacial. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 159. 2016.

CALDEIRA, J. P. S. **Conexões entre professores de matemática em Cyberformação mobile**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2016.

DUVAL, R. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo de pensar os registros de representação semiótica. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados. Anais do **IV Congresso RIBIE**, Brasília, 1998. Disponível em: [https://miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem\\_mat.pdf](https://miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem_mat.pdf). Acesso em: 25 de setembro de 2022.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo**. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

GRAVINA, M. A. O Software GeoGebra no ensino da Matemática. In: **III Semana de Matemática**. Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro. 2010. Disponível em: <https://>

essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/sMatematica/article/view/1997. Acesso em: 25 de setembro de 2022.

ROSA, M. **A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game: relações com ensino e aprendizagem matemática em um curso à distância.** Rio Claro: UNESP, 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

ROSA, M. Insubordinação Criativa e a Cyberformação com professores de Matemática: desvelando experiências estéticas por meio de tecnologias de Realidade Aumentada. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 4, p. 157-173, 2017. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1500>. Acesso em: 25 de setembro de 2022.

ROSA, M. BICUDO, M. A. V. Focando a Constituição do Conhecimento Matemático que se Dá no Trabalho Pedagógico que Desenvolve Atividades com Tecnologias Digitais. In.: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. **Ser professor com tecnologias: sentidos e significados.** São Paulo, Editora da UNESP, 2018.

ROSA, M. MUSSATO, S. Atividade-matemática-com-tecnologias-digitais-e-contextos-culturais: investigando o design como processo de cyberformação com professores de Matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM)**. v.8(4). 2015. Disponível em: <https://jieem.pgskroton.com.br/article/view/3078>. Acesso em: 25 de setembro de 2022.

# **Produção de vídeos digitais sobre Matemática: uma experiência com estudantes do Ensino Fundamental II**

ANDRESSA GUEDES DA SILVA

## **Introdução**

O uso das Tecnologias Digitais (TD) na Educação Matemática é discutido por pesquisadores da área com reflexões acerca do uso de softwares, ambientes virtuais de aprendizagem, vídeos entre outros recursos. Ao longo da disciplina de Tecnologias Digitais na Educação Matemática (MEM-29) do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPGEMAT-UFRGS), realizamos trabalhos e investigações em sala de aula com professor e colegas, além de web seminários com professores de Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, a fim de experimentar, discutir e refletir sobre o uso das TD no Ensino de Matemática.

Entre as atividades vivenciadas, ao longo dessa disciplina, destacam-se as discussões relacionadas ao porquê de utilizar os recursos tecnológicos e de que forma o objeto virtual se contrapõe à versão estática das propostas de ensino. Além disso, destacam-se as discussões relacionadas ao fazer do aluno, como propostas para que os estudantes possam ser protagonistas no processo de aprendizagem, como é o caso do trabalho de Bona

(2010), que propõe a construção de portfólios de Matemática com seus estudantes como instrumento de avaliação, tendo em vista que esse recurso oportuniza ao estudante a possibilidade de aprender a aprender de acordo com as estratégias construídas por eles mesmos (BONA, 2010). Portanto, as leituras realizadas, seminários, discussões e reflexões que a disciplina MEM 29 proporcionou dispararam curiosidades acerca do uso de TDs, especialmente o uso e produção de vídeos digitais nas aulas de Matemática.

Ainda que pesquisadores da área de Educação Matemática reflitam de forma constante sobre o uso TD, com a chegada do ensino remoto emergencial devido à pandemia da COVID 19, o uso e estudos das TD, na sala de aula, foi impulsionado na tentativa de amenizar os impactos na educação, e a produção de vídeos na Educação Matemática foi ganhando espaço. Apesar do uso das TDs ser impulsionado no momento pandêmico, as discussões sobre mídias, televisão, gravadores e máquinas fotográficas na sala de aula já eram discutidas antes mesmo da intensificação do uso da internet.

Paulo Freire e Sérgio Guimarães, em 1983, dialogavam sobre os meios de comunicação de massa na Educação Básica. Esses diálogos estão no livro “Educar com a Mídia”, de 2021 (2ª edição). Nessa época, os autores relatam suas experiências em sala de aula com estudantes que, independentemente da classe social, estavam inseridos em um contexto em que os meios de comunicação estavam presentes e estavam influenciando sobre eles. No entanto, os autores observaram que os alunos estavam elaborando também a sua visão de mundo a partir daquilo que recebiam desses meios (FREIRE; GUIMARÃES, 2021).

A partir desses relatos, os autores discutem sobre as possibilidades de aproveitar o que os estudantes estavam trazendo para a sala de aula em relação aos meios de comunicação e como a sala de aula se transformaria com o uso desses recursos. Paulo Freire aponta que não vê um mundo em que a linguagem escrita seja substituída pela linguagem audiovisual, mas entende que

possa haver uma conciliação rica entre essas linguagens: “Vê: uma nova linguagem que não a escrita poderia ajudar enormemente, do ponto de vista técnico, ao que eu chamo “leitura do mundo” e, portanto, “leitura da realidade”, não necessariamente através da palavra escrita” (FREIRE; GUIMARÃES, 2021, p. 73). Os autores sugerem o uso de gravadores e máquinas fotográficas para que os alunos possam gravar e fotografar. Afirma que esses instrumentos devem ser utilizados no sentido de estimular a criatividade, a expressão artística da criança e realizar, portanto, suas leituras de mundo e leitura da realidade.

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2021) discorrem sobre a chamada Performance Matemática Digital (PMD) que consiste, de maneira resumida, na interlocução das artes performáticas com o uso de Tecnologias Digitais na Educação Matemática. Um dos objetivos da PMD é oferecer meios para que estudantes, professores e a comunidade em geral, vivenciem surpresas matemáticas, além de possibilitar uma nova imagem dos matemáticos e da Matemática, que, por vezes, é associada a algo negativo. Embora a PMD compreenda diversas narrativas multimodais, os autores entendem que um dos sentidos mais atribuídos à PMD é relacionado ao vídeo digital.

Borba, Souto, Junior (2022) dissertam sobre o uso de Tecnologias Digitais na Educação Matemática, que foi impulsionada devido à pandemia da Covid-19 na tentativa de amenizar os impactos na aprendizagem. Os autores apontam que professores de todos os níveis de ensino foram obrigados a pensar em usar ambientes virtuais de aprendizagem, redes sociais e vídeos para ensinar.

Borba et al (2022) dá enfoque para os vídeos digitais, principalmente os vídeos produzidos por estudantes, tendo em vista que a produção de vídeos apresenta um potencial de transformar a sala de aula e a Educação Matemática, pois, nesse caso, os alunos são atores e autores dos vídeos que produzem e com os quais comunicam ideias matemáticas escolhidas por eles. Com isso, os autores entendem que a produção de vídeos por estudantes vai ao encontro das ideias de Paulo Freire: “Ao permitir

que os estudantes escolham os temas, a produção de vídeos se apresenta como uma prática ressonante com as ideias de Paulo Freire, uma vez que favorece a construção da autonomia por parte dos educandos” (BORBA et al, 2022, p. 36). Assim como podemos relacionar Paulo Freire com a produção de vídeos por alunos, os autores também destacam que, ao permitir que os estudantes escolham os temas que desejam abordar e que eles sejam autores e atores, essa prática vai ao encontro também das preocupações da Educação Matemática Crítica<sup>1</sup>.

A partir da revisão bibliográfica, entende-se que as discussões sobre o uso da linguagem audiovisual na sala de aula não são recentes, mas o uso dessa linguagem a partir de vídeos, principalmente, só foi impulsionada no ensino remoto emergencial devido à pandemia da COVID-19 na tentativa de amenizar os impactos na aprendizagem. Borba et al (2022) questionam sobre o futuro da sala de aula, que segundo os autores, mesmo com o fim da pandemia, não parece que alunos e professores deixarão de utilizar esses recursos e mencionam a necessidade de pesquisas nesse campo.

Assim como lemos em Borba et al (2022), que, com a pandemia da COVID-19, os professores de todos os níveis foram forçados a implementar as tecnologias digitais nas aulas, a pesquisadora também foi inserida nesse contexto como professora estagiária em turmas de 6º ano e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. O estágio no 6º ano foi o primeiro contato com os vídeos digitais para o ensino de Matemática, além dos ambientes virtuais de aprendizagem. Nesse contexto, o vídeo digital foi escolhido principalmente para que os alunos tivessem algum tipo de vínculo com a professora e devido à facilidade de colocar diversas informações em um recurso que pode ser acessado e visualizado quantas vezes forem necessárias. Descobrimos, mais tarde, que os vídeos produzidos auxiliavam até mesmo os pais dos estudantes

---

1 De acordo com Ole Skovsmose, a Educação Matemática Crítica se interessa pelo desenvolvimento da Educação Matemática como suporte da democracia, enfatiza que a Matemática não deve ser somente ensinada e aprendida, mas também refletida.

que, por vezes, eram os “professores” dos filhos. No estágio com o 3º ano do Ensino Médio, o vídeo foi utilizado novamente pelos mesmos motivos, mas com linguagem e abordagens diferentes dos vídeos para o 6º ano.

A partir dessas experiências, iniciou-se uma série de questionamentos sobre a produção de vídeos digitais com foco em matemática, com interesse voltado aos vídeos produzidos por professores. Dessa curiosidade, surgiu o trabalho de conclusão de curso intitulado “Desenvolvimento de boas práticas de vídeo para o ensino e aprendizagem de Matemática no contexto do ensino remoto” (SILVA, 2021) em que estudantes do 9º ano, e a professora de Matemática titular da turma avaliou os vídeos produzidos pela pesquisadora.

Nesse trabalho, a partir das falas dos participantes, identificamos alguns elementos que podem contribuir para a produção de vídeos didáticos de matemática que são os seguintes: Escritas no vídeo, Elementos visuais, Linguagem adequada e Curta duração do vídeo. Silva (2021) observa que alguns dos elementos para a produção de vídeos sugeridos pelos participantes (Escrita no vídeo e Elementos visuais) remetem-se à sala de aula tradicional, com o uso da lousa, canetas e resolução de exercícios. Além disso, durante as entrevistas, os participantes relataram suas vivências no período de ensino remoto e de volta às aulas presenciais.

No entanto, os questionamentos não se encerraram com o término do trabalho, tendo em vista que a produção de vídeos, até aquele momento, era realizada somente pela pesquisadora e em um contexto atípico. Algumas questões emergiram dessa pesquisa, tais como: Se a pesquisa fosse realizada no ensino presencial, os elementos para produção de vídeos destacados pelos participantes seriam os mesmos? E se mudarmos a faixa etária dos estudantes? Considerando o momento de volta às aulas presenciais, se os estudantes produzissem os vídeos, como seria esse material e qual a importância disso? Portanto, devido a esses e outros questionamentos, a produção de vídeos digitais por alunos

e aprendizagem matemática no contexto pós-ensino remoto é o tema de pesquisa do mestrado acadêmico da pesquisadora.

Portanto, a partir das curiosidades da pesquisadora em relação à produção de vídeos digitais por alunos, das leituras mencionadas, das reflexões proporcionadas pela disciplina MEM 29, do referencial teórico e das metodologias apresentadas a seguir, buscamos os primeiros passos para a produção de vídeos com os estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, assim como investigar quais são as etapas da produção de vídeos, como conduzir os estudantes nessa prática e observar como os estudantes relacionam a Matemática com os vídeos produzidos por eles. O presente artigo é um relato de sala de aula, que consiste na descrição e reflexões sobre uma primeira experiência com a produção de vídeos com foco em matemática por alunos do 7º ano de uma escola pública do estado do Rio Grande do Sul.

## **A produção de vídeos nas aulas de Matemática**

Moran (1995) traz contribuições com relação ao uso dos vídeos em sala de aula, indica como essa prática contribui na formação de estudantes mais conscientes e apresenta formas de uso de vídeo como o “vídeo como expressão” (professores e alunos produzem vídeos) e o “vídeo-produção” (produção de vídeos a partir de pesquisas em jornais, revistas, livros e entrevistas em que, após a produção, é importante que se realize uma análise em conjunto entre colegas da turma e professor), por exemplo. Apesar de não especificar sobre vídeo nas aulas de Matemática, o autor aponta que o vídeo aproxima a sala de aula do cotidiano, da comunicação, da sociedade e das linguagens.

Borba et al (2021), ao apresentar o conceito de PMD e quais elementos abrange, destacam o uso das artes na disseminação de ideias matemáticas, produção de audiovisual e compartilhamento, as narrativas multimodais, a surpresa e emoção matemática, os ambientes multimodais para a aprendizagem, professores e estudantes como artistas e novas aparências da Matemática e

dos matemáticos. Os autores também apontam alguns elementos importantes para produzir e avaliar PMD:

1. explorar ideias que possibilitam surpresas matemáticas, que possam romper estereótipos e mostrar a Matemática como algo agradável;
2. comunicar conceitos matemáticos de forma clara e objetiva, mas considerando “possíveis tensões entre a dimensão lógica do raciocínio matemático e a dimensão subjetiva emergente com as linguagens artísticas” (BORBA et al, 2021, p.120);
3. verificar se há emoção envolvida na produção.

Esse último aspecto a ser considerado na avaliação e produção de PMD, segundo os autores, é uma questão que comumente não é tratada na Educação Matemática.

Em relação à análise dos vídeos digitais, Borba et al (2022) destacam que qualquer vídeo voltado ao ensino comunica ideias, valores, crenças e expressa pensamentos provenientes da construção coletiva constituída por atores humanos e tecnológicos e que esses elementos devem ser considerados na análise de um vídeo digital. Além disso, espera-se que haja uma análise qualitativa das produções, considerando as narrativas, imagens, ações, sons, comportamentos, símbolos, metáforas (BORBA et al, 2022). Segundo os autores, não há um único modelo de análise de vídeos, e, inclusive, é possível que o pesquisador, com base em fundamentos teóricos consolidados, desenvolva seu método de avaliação e análise, desde que haja harmonia entre os fundamentos teóricos adotados e o objetivo da pesquisa.

Oechsler, Fontes e Borba (2017) apresentam uma proposta para produzir vídeos com alunos da Educação Básica de modo que se instigue os alunos a exercitar a criatividade e a imaginação. Nesse artigo, os autores buscam destacar a produção dos vídeos por alunos e professores, caracterizando de videoprodução, na qual o aluno passa a ser protagonista de sua aprendizagem, decidindo a forma de abordar o conteúdo e expô-lo aos colegas.

A proposta de Oechsler et al (2017) para produzir vídeos com alunos da Educação Básica foca em conteúdos de Matemática, mas pode ser aplicada em qualquer outro componente curricular. Esses autores apresentam seis etapas para a produção de vídeos por alunos, que são: 1) Conversa com alunos e apresentação de tipos de vídeos; 2) Escolha e pesquisa do tema de produção do vídeo; 3) Elaboração de roteiro; 4) Gravação dos vídeos; 5) Edição dos vídeos; 6) Divulgação dos vídeos. Os autores, além de apresentar algumas etapas para a criação dos vídeos, indicam alguns softwares gratuitos para edição de vídeos e gravação. Tendo em vista a organização das etapas e as sugestões dos autores, nessa prática consideramos a proposta de Oechsler et al (2017).

Braga (2022), a partir do cenário pandêmico, investigou a produção de vídeos protagonizados por estudantes da Educação de Jovens e Adultos, numa perspectiva das Performances Matemáticas Digitais. Nessa pesquisa, as PMD são compreendidas como uso integrado das artes (performáticas) e das Tecnologias Digitais à Educação Matemática Crítica, a partir da produção de vídeos pelos sujeitos (estudantes, professores e monitores) da Educação de Jovens e Adultos. O objetivo dessa pesquisa, segundo Braga (2022), era investigar as relações entre os conhecimentos matemáticos e a produção de vídeos de matemática, na perspectiva das Performances Matemáticas Digitais, estabelecidas por estudantes da Educação de Jovens e Adultos. Para isso, foram produzidas e analisadas quatro performances matemáticas digitais com base nos aspectos teóricos da multimodalidade, do constructo seres-humanos-com-mídias e, principalmente, da Educação Matemática Crítica.

Ao longo de sua pesquisa, Braga (2022) produziu, na forma de produto didático, uma coleção com três livros chamada de “Caminhos da Matemática na EJA”. O primeiro livro da coleção é intitulado de “(Des)construção de imagens da matemática e de quem a pratica: um olhar da literatura, dos(as) estudantes da EJA e da prática de sala de aula de um professor que atua na EJA” é um convite aos leitores para refletir sobre a imagem da Matemática e

de quem a pratica. Ou seja, busca por uma construção de novas imagens e a percepção de que a Matemática é feita por todos, pois é uma construção histórica, social e humana.

O segundo livro “Interlocução das Artes e Tecnologias Digitais em Educação Matemática: perspectivas e desafios” traz reflexões sobre os impactos que as TDs e as artes podem trazer para os estudantes em geral, especialmente os da EJA. Esse livro tem como objetivo criar ambientes, especialmente para o público da EJA, em que estudantes e professores se tornem contadores de histórias Matemáticas e possibilitem a (des)construção de imagens da Matemática e de quem a pratica em diferentes espaços.

O terceiro livro “Propostas práticas para a EJA: Desmistificando estereótipos e dialogando com as matemáticas por meio das Performances Matemáticas Digitais” apresenta as PMDs produzidas por outras pesquisas e sugestões de roteirização, gravação e edição de um vídeo estudantil. Esse livro é, portanto, um convite para professores e alunos para performar Matemática com a EJA.

Embora Braga (2022) tenha realizado sua pesquisa com o público da EJA, os materiais produzidos, como a coleção de livros, por exemplo, podem auxiliar na elaboração de propostas relacionadas à produção de vídeos digitais para o Ensino Fundamental II e Médio do Ensino Regular.

## Metodologia

Este relato, produzido a partir de uma experiência nas aulas de Matemática no Ensino Fundamental II, é de caráter qualitativo, portanto preocupa-se com aspectos que não podem ser quantificados e é centrada na compreensão e reflexão dos dados produzidos (SILVEIRA; CÓRDOVA, 2009). A técnica utilizada para a produção de dados foi o Diário de Campo/Notas de Campo da pesquisadora, que consiste no registro das observações realizadas sobre o fenômeno, acontecimentos e experiências, de acordo com Gerhardt (2009). Essa técnica, segundo Gerhardt et al

(2009, p. 78) “[...] facilita criar o hábito de escrever e observar com atenção, descrever com precisão e refletir sobre os acontecimentos”.

A pesquisa foi realizada com uma turma de 7º ano de uma escola pública no Rio Grande do Sul, em que os estudantes foram convidados a produzir vídeos digitais relacionando o conteúdo de Números Inteiros. A escolha pelo conteúdo dos vídeos se dá pela etapa em que os estudantes se encontram, tendo em vista a Base Nacional Comum Curricular, que tem proposto como objetivos de conhecimentos para o 7º ano o uso dos Números Inteiros, assim como a história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.

A proposta de atividade consistiu na produção coletiva de vídeos com foco em Matemática pelos estudantes. Cada grupo (de cinco integrantes, em média) poderia escolher um assunto/tema relacionado ao conteúdo de números inteiros para produzir de um vídeo de 2 a 5 minutos de duração. Os alunos poderiam abordar assuntos relacionados aos números inteiros já estudados pela turma, como número oposto e módulo, ou ainda, pesquisar sobre assuntos que ainda não foram vistos em sala de aula, como as operações com números inteiros, por exemplo.

Após a produção dos vídeos, os alunos foram convidados a apresentar seus vídeos aos colegas da turma em um momento de compartilhamento das produções. Considerando a vídeo-produção de Moran (1995), os estudantes deviam contar para os colegas como se deu a produção dos vídeos, os objetivos iniciais, o que deu certo e o que precisaram mudar até chegar no produto final.

Seguindo as etapas de produção de vídeos de Oechsler et al (2017) mencionadas na seção anterior, buscamos diferentes tipos de vídeos para apresentar aos estudantes da turma para inspirá-los, além de procurarmos modelos de roteiro para que os estudantes os utilizassem em suas produções. Encontramos em Stacul (2020) um material para a produção de videoaulas focado no ensino a distância. Esse material mostra diversas ferramentas gratuitas para serem utilizadas desde o planejamento até a

publicação. Embora o material apresente um conteúdo voltado à técnica de desenvolver videoaulas, entendemos que esse recurso, principalmente o modelo de roteiro, pode auxiliar os alunos na produção dos vídeos, pois facilita na organização e descrição das cenas, falas, efeitos visuais e sonoros.

Ainda de acordo com a quinta etapa da produção de vídeos de Oechsler et al (2017), encontramos em Braga (2022), no terceiro volume da coleção “Caminhos da Matemática na EJA”, sugestões de softwares e aplicativos para a edição de vídeos e animação. Essas sugestões de recursos de edição e produção de animações foram disponibilizadas aos estudantes.

## Descrição das atividades

A proposta foi desenvolvida em sete encontros: um encontro de 30 minutos e seis encontros de 80 minutos cada um. No primeiro dia da prática, os estudantes foram convidados a apreciar uma apresentação de slides que continha dicas para a produção de vídeos como pensar no público-alvo, no problema/conteúdo a ser apresentado, nas ideias para abordar esse problema/conteúdo, modelo de roteiro conforme a Figura 1 e Figura 2, recursos para edição de vídeos e produção de animações, além de exemplos de vídeos com foco em Matemática disponíveis na internet.



**Figura 1:** modelo de roteiro  
**Fonte:** adaptado de Stacul (2020, p. 10)

O modelo de roteiro de Stacul (2020) foi escolhido devido à organização das informações das cenas, falas e cenários. Na Figura 1, podemos observar que, à esquerda da imagem, há uma coluna chamada de “Cena”. Nesse espaço, o grupo deveria escrever o título da cena ou o número, além de destacar o que seria a introdução, o desenvolvimento e conclusão da história. No centro da tabela, temos a coluna “Som”, em que se deve escrever todas as falas daquela cena, assim como sinalizar se nessa cena terá algum efeito sonoro ou música de fundo. À direita da tabela, temos a coluna “Imagem” em que se deve descrever o que aparecerá para o espectador, quais imagens, animações, cenários etc. Em seguida, exibimos um exemplo de roteiro seguindo o modelo de Stacul (2020), conforme a Figura 2.



Figura 2: exemplo de roteiro

Fonte: arquivo pessoal

O exemplo que mostramos aos estudantes refere-se ao vídeo “Introdução dos Números Inteiros” do canal Boas Ideias UFRGS. Escolhemos esse vídeo tendo em vista que os estudantes já o conheciam, pois foi exibido em outros momentos em sala de aula. Na Figura 2, colocamos dois exemplos de cenas com falas e descrição dos elementos visuais de cada uma delas. Na primeira cena do exemplo, temos, na introdução do vídeo, a imagem da jornalista, a fala de apresentação e a descrição do cenário. Na segunda cena, inicia-se o desenvolvimento do vídeo em que a repórter 1 fala enquanto algumas imagens são exibidas.

Após apresentar o modelo de roteiro e os exemplos, considerando a primeira etapa de produção de vídeos por alunos de Oechsler et al (2017), foram apresentados aos estudantes quatro vídeos com foco em Matemática, conforme a Figura 3, que foram produzidos por professores de Matemática, por licenciandos em Matemática e por alunos da Educação Básica. O objetivo da exibição dos vídeos era apresentar algumas ideias para que os alunos pudessem se inspirar e observar que há diversas maneiras de se produzir vídeos como animação, narração de cenas, sequência de slides e gravação dos próprios estudantes. Além disso, esses exemplos

foram apresentados para a turma a fim de despertar curiosidade e mostrar distintas formas de abordar os assuntos relacionados à Matemática.



**Figura 3:** exemplos de vídeo

**Fonte:** arquivo pessoal

Na Figura 3, há imagens dos quatro vídeos, assim como os links de cada um deles para acessá-los no YouTube. O primeiro vídeo (à esquerda) da Figura 3 foi produzido por professores e licenciandos de Matemática e está disponível no canal Boas Ideias UFRGS<sup>2</sup> no YouTube©. Os demais vídeos apresentados estão disponíveis no site do Festival de Vídeos e Educação Matemática do GPIMEM<sup>3</sup> e foram produzidos por alunos.

O segundo dia da prática aconteceu no laboratório de informática da escola. Nesse encontro, no primeiro momento, relembramos a tarefa e formamos grupos de cinco integrantes. Os grupos foram escolhidos pelos alunos por afinidade. Como a aula era em um sábado, muitos estudantes faltaram, mas foram acolhidos pelos grupos ainda nesse encontro. Antes de iniciar as pesquisas, foram

<sup>2</sup> Disponível em: <https://www.youtube.com/channel/UCIzHt86IN9o6A8zDTksGWIA> (acesso em dez/2022)

<sup>3</sup> Disponível em: <https://www.festivalvideomat.com/> (acesso em dez/2022)

distribuídos aos grupos folhas pautadas para escrever o roteiro e um envelope para guardar os materiais (roteiro, materiais impressos, etc). Logo em seguida, no laboratório, os integrantes dos grupos juntaram-se e começaram a pesquisar assuntos referentes aos números inteiros e a programas para utilizar na produção do vídeo. Alguns alunos optaram por utilizar o celular para fazer as pesquisas. Observamos que um grupo específico já estava investigando como funciona o aplicativo usado no vídeo “Vendo o mundo de outra forma”, o Gacha Life© (aplicativo para celular para criação de personagens e vídeos animados).

Foram disponibilizados, via Moodle (repositório usado pela instituição), os materiais apresentados na aula de animação de vídeos, assim como o modelo de roteiro. Após realizar algumas pesquisas e discussões, os grupos definiram seus temas, e alguns já conseguiram pensar em cenários, falas dos personagens e recursos que iriam utilizar. Ao final da aula, foram recolhidos os envelopes com os roteiros.

Para o terceiro encontro, tínhamos reservado o laboratório de informática para a continuação das produções dos roteiros dos grupos, no entanto houve um erro no agendamento e acabamos não conseguindo trabalhar no laboratório. Portanto, a proposta foi adaptada, e os estudantes foram encaminhados para o pátio da escola. Logo em seguida, foram distribuídos envelopes com os registros de cada grupo e pranchetas para que os estudantes pudessem apoiar suas folhas do roteiro.

Como houve esse imprevisto, demoramos alguns minutos para iniciar os trabalhos, mas devemos destacar que a saída até o pátio para realizar as produções enriqueceu o trabalho, visto que alguns grupos começaram a pensar nos espaços da escola para utilizar como cenário dos vídeos, como a quadra, a praça e o laboratório de física, por exemplo.

Ao longo do encontro, os estudantes nos chamavam para falar sobre suas ideias e mostrar o roteiro. Observamos que grande parte dos grupos não estava fazendo o roteiro conforme o modelo apresentado. Alguns estavam apenas escrevendo as falas; outros

faziam desenhos de bonecos de palito e escreviam as falas em balões; alguns anotavam o conteúdo que seria apresentado sem ordem das falas e nem a identificação de quem falaria. Além disso, alguns grupos avisaram que já tinham terminado o roteiro, mesmo o roteiro contendo poucas palavras e informações. Esses alunos afirmaram que só faltava a produção das imagens e que sabiam as falas “de cabeça”.

Tendo em vista que os grupos, em sua maioria, não estavam conseguindo elaborar o roteiro, conversamos com alguns estudantes sobre o roteiro deles e questionamos como eles fariam aquela cena e como seria a continuação, quantas imagens teria e o que aconteceria em cada cena. Relembramos ao grupo a importância de ter o roteiro escrito de forma clara para facilitar na produção dos materiais do vídeo como imagens, filmagem e edição.

Os grupos retornaram à produção dos roteiros, e alguns começaram a pensar nas possibilidades de gravar, em sala de aula ou em outros espaços da escola, ao invés de fazer um vídeo animado ou com transição de imagens. Já os demais grupos estavam certos dos recursos que utilizariam e estavam fazendo pesquisas sobre o assunto escolhido, como é o caso do grupo que escolheu falar sobre potenciação de números inteiros. Um dos desafios, para esse grupo, foi entender o sinal na potenciação no caso de potências com base negativa, tendo em vista que os estudantes ainda não tinham visto a multiplicação dos números inteiros.

No quarto encontro, antes de levar os alunos para o laboratório de informática, perguntamos aos grupos como estava o andamento das produções: quais grupos já poderiam começar as gravações, quais deles precisariam produzir os materiais e finalizar os roteiros. A partir da conversa com a turma, encaminhamos dois grupos para uma sala de aula para realização das filmagens e os demais grupos para o laboratório de informática para finalizar o roteiro e/ou produzir materiais.

Ao longo desse encontro, fomos transitando entre as duas salas, dando orientações aos grupos, além anotar quais os materiais,

objetos e espaços os alunos precisavam para as gravações dos vídeos. No final da aula, enfatizamos que os materiais e roteiros precisavam estar prontos até o próximo encontro para que todos pudessem realizar as gravações e iniciar as edições.

No quinto e último encontro para a produção dos vídeos, os estudantes puderam ir para o laboratório de informática, ir ao pátio e às salas de aula para finalizar suas gravações e/ou edições. Um dos grupos precisou utilizar a sala de professores de Matemática para gravar os vídeos, tendo em vista que a sala que gostariam de utilizar estava ocupada. No entanto, o que poderia ser um problema acabou se tornando uma descoberta para o grupo. Os integrantes desse grupo começaram a questionar sobre os objetos que havia na sala dos professores de Matemática e depararam-se com diversos livros didáticos de Matemática, sólidos geométricos, régua, esquadros, transferidores, compassos, lousa entre outros objetos que poderiam fazer parte do cenário. Os alunos ficaram surpresos, pois não sabiam da existência desses recursos na escola.

Enquanto isso, um dos grupos iniciou a produção da história no Scratch, mas notaram que o programa não estava salvando o progresso e, por isso, acabaram perdendo tudo o que já tinham produzido. Esse grupo decidiu gravar os próprios integrantes, mas depararam-se com um problema: o roteiro estava quase em branco, pois todas as falas dos personagens eram elaboradas enquanto construía a história no Scratch, mas o programa não salvou o progresso. Portanto, esse grupo precisou improvisar as falas durante a gravação para que pudessem entregar o vídeo a tempo.

Os demais grupos continuaram com seus planejamentos das aulas anteriores. Alguns estavam produzindo as imagens, outros estavam ensaiando e gravando, outros editando suas gravações. Todos os grupos optaram pela edição dos vídeos pelo celular a partir de aplicativos gratuitos. Alguns grupos já estavam familiarizados com esse tipo de aplicativo, enquanto outros nem imaginavam como juntar todos os vídeos produzidos para formar

um só ou fazer cortes. A partir disso, passamos nos grupos para orientá-los.

Nos sexto e sétimo encontros, os estudantes foram convidados a apresentar suas produções e, em seguida, responder às seguintes perguntas: 1) Qual o objetivo do vídeo? 2) Quais eram as ideias iniciais? 3) O que deu certo e o que não deu certo? 4) O que o grupo aprendeu com a produção do vídeo?

Em relação à primeira pergunta, todos os grupos responderam que o objetivo do vídeo era falar sobre os números inteiros. No que se refere à segunda e terceira perguntas, os estudantes contaram sobre a trajetória de suas produções, mencionando as ideias iniciais como o uso do Scratch e Canva®, apontaram suas decepções relacionadas à edição de vídeo, principalmente ao adicionar narração no vídeo produzido no Canva®. Além disso, os estudantes contaram como solucionar esses desafios: trocando o recurso a ser utilizado.

Ao responder à quarta pergunta, os grupos mencionaram que lembraram alguns conceitos sobre os números inteiros, como oposto, módulo, definições etc. Os alunos também destacaram que foram bastante persistentes, pois, apesar dos vários obstáculos enfrentados ao longo das produções, no que se refere à edição, eles não desistiram e buscaram novos recursos e estratégias.

Após as apresentações, aproveitamos o vídeo produzido por um dos grupos que apresentava um jogo de tabuleiro para formalizar a adição de números inteiros. Esse jogo contém dois dados, sendo um deles com números de 1 a 6 e o outro com números de -6 a -1, dois peões e um tabuleiro contendo uma de reta numérica, em que os jogadores devem jogar os dois dados e andar a quantidade na direção indicada pelos dados (se positivo, para frente em relação ao zero, se negativo, para trás) e verificar em que casa o peão ficou.

Ao longo dessa experiência, fomos escrevendo todas as observações realizadas em aula e reflexões sobre os encontros no diário de campo. A seguir, apresentamos alguns resultados dessa pesquisa e reflexões.

## Resultados e reflexões

Uma das primeiras reflexões que fizemos acerca da prática realizada foi em relação à surpresa dos alunos ao entrarem na sala dos professores de Matemática e depararem-se de cuja existência na escola não faziam nem ideia, além de pensarem nos espaços da escola como possíveis cenários para as histórias. Com os imprevistos nos agendamentos das salas, os alunos tiveram a oportunidade de explorar esses lugares e objetos, e nós pudemos pensar que, para uma próxima produção de vídeos, é importante apresentar todos os recursos que a escola oferece, como a sala de teatro, auditório, laboratórios, microfones, instrumentos musicais, figurinos, sólidos geométricos, jogos etc. E não somente para a gravação de vídeos, mas também para que os alunos conheçam um pouco mais sobre os recursos que a escola possui e para que possam utilizá-los no seu processo de aprendizagem.

Observamos também que os alunos evidenciaram muita dificuldade ao organizar/escrever o roteiro e conseqüentemente produzir o vídeo, como no momento de organização das falas, por exemplo. Para uma próxima prática, pode ser interessante dedicar um tempo a mais para a compreensão do modelo de roteiro, verificar outros modelos, entregar modelos impressos e/ou disponibilizar o arquivo digital para que os estudantes possam editar. Além disso, é importante buscar colaboração de professores de outros componentes curriculares (de língua portuguesa e teatro, por exemplo) para realizar uma prática interdisciplinar que possa contribuir não só para a produção dos vídeos, mas também para aprendizagens dos estudantes.

Além disso, observamos que os estudantes não se aventuraram a utilizar recursos de edição de vídeo e produção de animações que ainda não conheciam. Alguns grupos começaram a explorar esses recursos, mas não os utilizaram. A maioria dos grupos buscou por aplicativos para celular, pela facilidade de acesso e manipulação. Isso nos faz pensar sobre a possibilidade de realizar uma espécie de oficina de produção de vídeos, antes de desenvolver um vídeo com foco em Matemática, tendo em vista as dificuldades em relação à

escrita do roteiro e à organização das informações, à exploração de um recurso de edição no computador e à organização da mensagem que desejam transmitir.

Em relação às produções finais dos estudantes, destacamos que nenhum dos grupos produziu um vídeo apenas resolvendo um exercício de Matemática no quadro ou no caderno, como vimos muitas vezes nos canais do YouTube© ao pesquisar sobre números inteiros. O que vimos, nessa turma, foi uma determinação para contar uma história e, a partir dela, apresentar o conteúdo/problema. Isso pode estar relacionado à primeira etapa de produção de vídeos de Oechsler et al (2017), em que apresentamos exemplos de vídeos com animações, narrações e filmagens de alguns estudantes que apresentam histórias que se relacionam com os conteúdos de Matemática para inspirar os alunos da turma.

Dos seis grupos participantes da proposta, quatro produziram uma história em que alunos estão estudando para provas ou, em algum momento, há professores ensinando o conteúdo. Podemos relacionar essas produções com Paulo Freire no que se refere à leitura de mundo e à leitura de realidade em que os estudantes podem expressar a partir da linguagem audiovisual. Nas produções em que apresentam histórias sobre provas e professores ensinando, há indícios de que esses estudantes que as produziram relacionam o assunto de números inteiros somente ao ambiente escolar, a provas e professores que detêm o conteúdo, o que podemos relacionar com a imagem que a Performance Matemática Digital (PMD) pretende desmistificar.

Os outros dois grupos apresentam outros contextos e abordagens: um, o módulo relacionado ao campo de futebol e as distâncias em relação à linha do meio de campo; outro, o jogo de tabuleiro com dados e peões. As abordagens apresentadas nessas produções podem ser relacionadas ao primeiro item de avaliação de PMD de Borba et al (2021) que consiste na exploração de ideias que possibilitam surpresas matemáticas, que possibilitam mostrar a Matemática como algo agradável e capaz de romper estereótipos.

## Considerações finais

O presente artigo, que consiste em um relato de experiência de uma prática realizada com uma turma de 7º ano. Encontramos em Stacul (2020), Oechsler, fontes e Borba (2017) e Braga (2022) materiais com sugestões de etapas e recursos a serem utilizados na produção de vídeos por estudantes que poderiam contribuir com a proposta. Ao longo da prática, observamos que os estudantes tiveram bastante dificuldade na compreensão da proposta, na produção do roteiro; e alguns estudantes, na edição dos vídeos.

Essa dificuldade por parte dos estudantes resultou em vídeos com menos de 2 minutos, com pouco aprofundamento dos conteúdos exibidos. No entanto, devemos destacar que, apesar de a maioria dos grupos produzir vídeos com menos de dois minutos, conseguimos observar a criatividade dos estudantes nas suas histórias, com músicas, legendas, transições de imagem, assim como podemos observar suas leituras de mundo.

As etapas de produção de vídeos de Oechsler et al (2017), assim como as dicas de Braga (2022) ajudaram-nos a organizar o passo a passo das produções, mas destacamos que se mostrou necessário dedicar mais tempo para cada uma dessas etapas, tendo em vista as dificuldades apresentadas pelos estudantes, mencionadas ao longo deste relato. Acreditamos que, para uma próxima experiência, seja interessante realizar atividades de produção de vídeos com o celular, já que os alunos parecem ter mais facilidade de utilizá-lo do que fazerem uso do computador na edição de vídeos.

Além disso, destacamos que pode ser interessante realizar uma oficina de produção de vídeos, para posteriormente realizar discussões sobre as aprendizagens matemáticas e leituras de mundo e da realidade a partir das produções. Essa oficina pode contemplar as etapas de produção de vídeo aqui utilizadas, assim como as produções de Braga (2022) e de Stacul (2020), com atividades relacionadas à análise de vídeos com foco em Matemática produzidos por alunos e professores, até a produção de roteiros e edição de vídeos, para que, posteriormente, os alunos

possam produzir seus vídeos com maior facilidade para produzir e transmitir seus conhecimentos e leituras mundo.

Por fim, salientamos que esta foi a primeira prática de produção de vídeos por estudantes, em que era necessário abordar o conteúdo de números inteiros tendo em vista os conteúdos programáticos do 7º ano. Entendemos que essa restrição de tema a ser abordado no vídeo pode ter dificultado a produção das histórias e, conseqüentemente, a produção do vídeo. Por isso, considerando todas as dificuldades apresentadas, a realização de uma oficina de produção de vídeo parece indispensável para a realização da prática, assim como permitir que os estudantes possam fazer suas pesquisas de maneira livre e que as relacionem com a Matemática, buscando uma proposta menos engessada.

## Referências

BONA, A. S. D. **Portfólio de Matemática**: um instrumento de análise do processo de aprendizagem. 2010. 404f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática**. Autêntica Editora, 2021. 3º edição.

BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; JUNIOR, N. R. C. **Vídeos na Educação Matemática**: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.

BRAGA, E. S. O. **Luz, Câmera... Produção de Produções de Performances Matemáticas Digitais na Educação de Jovens e Adultos**. Tese (Doutorado em em Ensino de Ciências). Instituição Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro, Nilópolis, 2022.

FREIRE, P.; GUIMARÃES, S. **Educar com a mídia**: Novos Diálogos sobre Educação. São Paulo: Paz e Terra. 2ª Ed. 2021.

GERHARDT, T. E.; RAMOS, I. C. A.; RIQUINHO, D. L.; SANTOS, D. L. Estrutura do Projeto de Pesquisa. In: GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009, p. 65-87.

MORÁN, J. M. O vídeo na sala de aula. **Comunicação & Educação**, [S. l.], n. 2, p. 27-35, 1995. DOI: 10.11606/issn.2316-9125.v0i2p27-35.

OECHSLER, V.; FONTES, B. C.; BORBA, M. C. Etapas da Produção de Vídeos por Alunos da Educação Básica: Uma Experiência na Aula de Matemática. **Revista Brasileira de Educação Básica (RBEB)**. Vol. 2. Número 2. Página 9. Janeiro – Março. 2017.

SILVA, A. G. **Desenvolvimento de boas práticas de vídeo para o ensino e aprendizagem de matemática no ensino remoto**. 2021. 144f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

STACUL, J. F. **Videoaulas para EAD: Por onde começar?** Instituto Federal de Goiás, 2020. Disponível em: [https://www.ifg.edu.br/attachments/article/19169/Videoaulas%20para%20EaD\\_%20Por%20onde%20come%C3%A7ar%20\(19-12-2020\).pdf](https://www.ifg.edu.br/attachments/article/19169/Videoaulas%20para%20EaD_%20Por%20onde%20come%C3%A7ar%20(19-12-2020).pdf). Acesso em dez/2022.

# Sobre os(as/es) autores(as/ies)<sup>1</sup>

## Aline Silva De Bona

Professora de Matemática do IFRS – Campus Osório. Mestre em Ensino de Matemática e Doutora em Informática na Educação pela UFRGS. Pós-doutora em Psicologia da Aprendizagem, Desenvolvimento e Personalidade pela USP. Criadora e Líder do Grupo de Pesquisa MATEC - Matemática e suas Tecnologias, certificado pela instituição e CNPq, desde 2010, no IFRS - Campus Osório. Mãe da Eduarda (2014), do Igor (2017) e da Alice (2018). Apaixonada pela Educação Matemática.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/0264896077247150>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-0052-1987>

## Andressa Guedes da Silva

Professora de Matemática graduada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS na área de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação na Educação Matemática. Atualmente, trabalha no Ensino Fundamental II como professora substituta no Colégio de Aplicação UFRGS.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/8311225242816250>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-3222-4418>

## Andriceli Richter

Licenciada em Matemática pela URI – Campus de Erechim/RS (2005), Mestre (2010) e Doutora (2015) em Educação Matemática pela UNESP – Campus Rio Claro/SP. Pós-Doutoranda em Didática da Matemática pelo IE da Universidade de Lisboa (2022-2024). É docente do Instituto Federal Catarinense – Campus Concórdia desde 2013, atuando principalmente na Licenciatura em Matemática, bem como em outros cursos. Tem experiência de pesquisa na área de Educação Matemática, com ênfase em Ensino-Aprendizagem de Matemática, Tecnologias Digitais, Formação de Professores, Formação do Professor da Educação Superior, Comunidades de Prática, TPACK, Cálculo Diferencial e Integral, Geometria e Álgebra Linear articuladas às Tecnologias e raciocínio matemático.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/9271251610134534>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-1578-2821>

---

<sup>1</sup> Informações relativas ao semestre acadêmico 2022/1

## Bruna Sachet

Licenciada em Matemática pela UFRGS, atualmente faz mestrado pelo programa de pós-graduação em Ensino de Matemática, também, pela UFRGS. Pesquisa atualmente sobre: Gênero, Cinema, Matemática e Cyberformação.

**Lattes:** <https://lattes.cnpq.br/5877190526638838>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-0471-0504>

## Carla Jardim Firpo da Silva

Meu nome é Carla Jardim Firpo da Silva, possuo Licenciatura em Matemática e atualmente sou mestranda em Ensino de Matemática, ambas pela UFRGS, com Pós-Graduação - Especialização em Metodologia de Ensino de Matemática e Educação Especial Inclusiva, pela Uniasselvi. Atualmente, sou professora de Matemática do Ensino Médio no Colégio Rainha do Brasil e professora de Matemática do Ensino Fundamental na EMEF Heitor Villa Lobos. Minha área de pesquisa é Educação Financeira e Modelagem Matemática numa perspectiva da Educação Matemática Crítica.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/5811650045190636>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-5229-0527>

## Edilene Regina Dotto Janjar

Sou pós-graduada em Psicopedagogia Institucional pela Universidade Castelo Branco - 2006. Graduação em Licenciatura Plena em Ciências Matemáticas pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras Dom Bosco - 1990. Tenho 30 anos de experiência como professora de Matemática, estudo e aplicação da Matemática pelo Método Montessori desde 2008. Participei do 22º Congresso Internacional Montessori, Universidade de Uppsala, Suécia. Participei do Curso Didático da Matemática sob o Enfoque Montessori - Centro de Estudos Montessori, RJ. Cursando Mestrado em Educação Matemática na UFRGS, participo de um projeto de pesquisa sobre "Produtos Educacionais para Alfabetização no Laboratório de Matemática".

**Lattes:** <https://lattes.cnpq.br/8346611433505472>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-7298-9044>

## Eduardo da Silva Vaqueiro

Licenciatura em Matemática UFRGS (completo); Mestrado Acadêmico em Ensino de Matemática (em andamento). Experiências profissionais: Colégio Militar de Porto Alegre e Colégio João XXIII (estágios). Escola Lumiar (Mestre) e Anglo Pré-Vestibulares (Plantonista e Professor). Tenho interesse na área de Ensino de Estatística e Educação Matemática Crítica, objetos de estudo do mestrado em andamento e do trabalho de conclusão de curso da graduação.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/8991190116352434>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-8690-8700>

## Letícia Sório Saraiva

Possuo graduação em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2014), especialização em Coordenação Pedagógica pelo Centro Universitário Leonardo da Vinci (2020) e especialização em Educação Inclusiva pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (2021). Estou em sala de aula desde 2015 atuando principalmente com Ensino Médio. Atuante e envolvida com as pautas do Movimento Negro, ingressei no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (2021) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Interesse-me em pesquisar sobre Educação Matemática Antirracista.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/0653340102068383>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-0279-1646>

## Luigi Quintans Riveiro

Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2021). Possui graduação em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (1992). É professor da Rede Estadual de Ensino do Rio Grande do Sul. Mestrado em andamento com ênfase em Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no Ensino de Matemática pelo PPGEMAT - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/6958269270711317>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0001-7568-0977>

## Luiza Lehmen Kerkhoff

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS. Professora do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Ensino do Rio Grande do Sul.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/8922698127695392>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-4795-0778>

## Mara Cristina Baltazar

Chamo-me Mara Cristina Baltazar, sou professora de matemática desde 2015, fiz minha graduação no Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Sombrio. Possui três especializações de nível lato sensu: Especialização em Aprendizagem Matemática, Especialização em Ensino da Matemática e Especialização em Educação Especial Inclusiva. Atualmente, sou mestranda na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. Entre 2015 e 2019 lectionei no ensino médio em escolas públicas estaduais de Santa Catarina. Desde 2020, estou lecionando em uma escola municipal da cidade de Sombrio no Ensino Fundamental.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/9705581300744999>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-4681-4686>

## Natália Lamaison Borges

Professora, Gestora de Políticas Públicas, Pesquisadora na área de Estatística e mestranda em Ensino de Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). É membro da Rede de Especialistas em Política Educacional UNESCO - América Latina e do Programa Líderes da Aprendizagem - Vetor Brasil. especialista em Políticas e Gestão da Educação (2017) - Universidade de Passo Fundo (UPF), especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática (2010) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e especialista em Planejamento Educacional Sensível a Crises (2021) - Instituto Internacional de Planejamento Educacional da UNESCO. Graduada em Matemática LP (2009) - Universidade de Passo Fundo (UPF) e egressa do Curso Normal de Nível Médio no Instituto Estadual de Educação Maurício Cardoso - Soledade/RS (2004). Participante da Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa (RBAC) e do Grupo Estadual de Educação Fiscal (GEFE/RS).

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/6215008811144090>

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-2875-3528>

## Nadja Regina Chiarelli Rolim

Nascida e residente na capital do estado do Rio Grande do Sul, é professora da rede estadual de ensino na cidade de Porto Alegre desde 2001, atuando como professora da disciplina de Didática de Matemática e coordenadora/supervisora de estágio do Curso Normal do Centro Estadual de Formação de Professores General Flores da Cunha, conhecido como Instituto de Educação (IE). Graduada pela Faculdade de Educação da UFRGS com habilitação em Anos Iniciais. Enquanto Especialista em Gestão do Trabalho Pedagógico atuou como regente de classe e orientadora em anos iniciais, coordenadora do Laboratório de Informática, supervisora em anos finais e Ensino Médio, na capital e interior do estado do RS e Santa Catarina. Desde 2021 é mestranda do Programa de Pós-Graduação do Ensino de Matemática na UFRGS e tem como título da sua pesquisa: “As relações com os saberes matemáticos de estagiárias no Curso Normal no Centro Estadual de Formação de Professores General Flores da Cunha”.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/3395872561504213>

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-6225-3511>

## Paula Beatriz da Silva Serpa

Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática na UFRGS. Licenciada em Matemática (UFRGS, 2014), bacharel em Ciências Econômicas (UFRGS, 2000). Técnica-administrativa no Núcleo de Administração e Recursos Humanos no Instituto de Artes da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Possui, como professora de Matemática, experiência em docência no Ensino Fundamental 1, Ensino Fundamental 2, Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos e monitorias EAD. Como economista, tem experiência em análise de dados econométricos e estatística econômica.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/6471202987445225>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-5229-0527>

## Pedro Henrique Schuck Rambo

Graduado em Licenciatura em Matemática (UFRGS) e em Licenciatura em Pedagogia (FAVENI). Estudante de Ciências Jurídicas e Sociais (UFRGS). Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS (PPG-EMAT). Professor dos anos iniciais da rede municipal do município de Porto Alegre - RS.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/6860532851754192>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0001-5182-7639>

## Polyana Perosa

Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, na linha de pesquisa de Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática. Licenciada em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), com trabalho de conclusão de curso sobre Programação em Python para Educação Financeira. Professora de Ensino Fundamental e Novo Ensino Médio no Colégio La Salle Santo Antônio. Educadora nível 2 do Google for Education, com interesse em Ensino de Matemática com o uso de Tecnologias Digitais, Impressão 3D, STEAM, programação e em projetos interdisciplinares.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/0336700186909570>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-9478-1383>

## Rodrigo Sychocki da Silva

Licenciado em Matemática (2007), mestre em Ensino de Matemática (2012) e doutor em Informática na Educação (2015) pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Atualmente é professor (Magistério Superior (MS)) com Dedicção Exclusiva (DE) no DMPA (Departamento de Matemática Pura e Aplicada) do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da UFRGS. É professor/orientador (permanente) credenciado à Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEMAT - UFRGS). Membro da diretoria da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) regional Rio Grande do Sul na gestão 2018 - 2021 (conselheiro editorial da Revista Educação Matemática em Revista - RS) e segundo secretário na gestão 2021 - 2024. As áreas de interesse e pesquisa são tecnologias digitais no ensino e aprendizagem da matemática, contribuições das teorias cognitivas para a aprendizagem da matemática, modelagem matemática com uso da tecnologia informática, tecnologias digitais na formação docente.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/3454823175359548>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-7406-2517>

## Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

Licenciada em Matemática pela UNESP – Rio Claro (1974); Mestrado (1994) e Doutorado (1999) em Educação pela UNICAMP - Campinas e Livre-Docência pelo IGCE - UNESP - Rio Claro (2013). Atualmente é professora do Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Departamento de Educação Matemática – IGCE/UNESP – Rio Claro, atuando no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) bem como na licenciatura em Matemática e outros cursos. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em TIC,

atuando principalmente nos seguintes campos de estudo: Educação Matemática, Semiótica, Formação de Professores, Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), Resolução de Problemas, Comunidades de Prática e Comunidades online de aprendizagem e Educação a Distância (EaD).

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/4038761576121322>

**ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-0288-8229>

A obra busca registrar com a comunidade acadêmica, e não acadêmica, os experimentos de ensino realizados na disciplina “Tecnologias Digitais na Educação Matemática” do curso de mestrado acadêmico em Ensino de Matemática do Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) ocorridos no ano de 2022. Os experimentos estão organizados na obra em duas partes. Na primeira parte estão os textos organizados produzidos a partir dos encontros (palestras em aula) com pesquisadoras na área da Educação Matemática, em que o foco da discussão estava nas reflexões sobre o uso das tecnologias digitais no ensino, com vistas à aprendizagem. Os textos dessa parte tecem reflexões e problematizam sobre a volta para o ensino presencial (escolas, universidades, ...) e o uso das tecnologias digitais. Aborda-se nessa parte também questões relativas ao contexto da formação continuada de professores(as) em face ao uso das tecnologias digitais. A segunda parte da obra apresenta os textos produzidos pelos acadêmicos(as) que estavam regularmente matriculados(as) na disciplina e que ao final do semestre (2022/2) produziram um texto que potencialmente apresentasse/relatasse uma prática seguida de uma reflexão teórica, à luz das ideias que foram apresentadas ao longo do semestre. Essa parte da obra é integralmente produzida a partir dos olhares, reflexões e conclusões produzidas por professores(as) que atuam com o ensino da Matemática. Por fim, um diferencial que o(a) leitor(a) vai encontrar ao explorar a obra é que ela não apresenta somente aspectos teóricos sobre a temática do uso das tecnologias digitais em sala de aula. Procura-se por meio de atividades práticas, trazidas pelas pesquisadoras convidadas e pelos(as) acadêmicos(as) da disciplina, apresentar maneiras de se trabalhar uma Matemática rica em detalhes e com conteúdo adjacente, por meio da criação de vídeos, uso de aplicativos de realidade aumentada, programação, simulações, dentre outros.



**casaletras**

[casaletras.com](http://casaletras.com)



9 786552 200044

ISBN: 978-65-5220-004-4