

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**REFERÊNCIA PARA O DESEMPENHO DE CONTROLADORES
MULTIVARIÁVEIS E SUA UTILIZAÇÃO NA MANUTENÇÃO DE
CONTROLADORES**

TESE DE DOUTORADO

MARIA ANDRESSA FERRO DE LIMA

**PORTO ALEGRE, RS
2024**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

REFERÊNCIA PARA O DESEMPENHO DE CONTROLADORES MULTIVARIÁVEIS E SUA UTILIZAÇÃO NA MANUTENÇÃO DE CONTROLADORES

MARIA ANDRESSA FERRO DE LIMA

Tese de Doutorado apresentada como parte integrante dos requerimentos ao título de Doutor em Engenharia Química no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da UFRGS.

Área de Concentração: Pesquisa e Desenvolvimento de Processos.

Linha de Pesquisa: Projeto, Simulação, Modelagem, Controle e Otimização de Processos Químicos e Bioprocessos.

Orientadores:
Prof.Dr. Jorge Otávio Trierweiler

Prof.Dr. Marcelo Farenzena

**PORTO ALEGRE, RS
2024**

Lima, Maria Andressa Ferro de.

Referência Para o Desempenho De Controladores Multivariáveis E Sua Utilização Na Manutenção De Controladores / Maria Andressa Ferro de Lima. -- 2024. 152 f.

Orientadores: Jorge Otávio Trierweiller, D.Sc. Marcelo Farenzena, D.Sc.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Departamento de Engenharia Química, Porto Alegre, BR-RS, 2024.

Monitoramento de Malhas de Controle, Auditoria de Desempenho, Variância Mínima, Identificação de Sistemas, Sistemas Multivariáveis de Fase Não mínima I. Trierweiller, Jorge O., orient.II. Farenzena, Marcelo, orient. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

A Comissão examinadora, abaixo assinada, aprova a Tese REFERÊNCIA PARA O DESEMPENHO DE CONTROLADORES MULTIVARIÁVEIS E SUA UTILIZAÇÃO NA MANUTENÇÃO DE CONTROLADORES, elaborada por Maria Andressa Ferro de Lima, como parte integrante dos requerimentos para o título de Doutor.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Celso José Munaro – PPGEE/UFES

Profa. Dra. Lucíola Campestrini – PPGEE/UFRGS

Prof. Dr. Pedro Fernandes – DEQUI/UFRGS

Agradecimentos

Meus agradecimentos vão para as diversas pessoas que de alguma forma influenciaram na realização desta Tese.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul e ao departamento de Engenharia Química, pela estrutura disponibilizada e pelo corpo-técnico de excelente qualidade.

Aos meus orientadores Prof. Jorge Otávio Trierweiler e Prof. Marcelo Farenzena, pela sugestão do tema e todo o acompanhamento realizado ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

À minha família que mesmo longe sempre me deu força e incentivo para que eu conseguisse alcançar meus objetivos.

Ao meu companheiro, Leonardo, pela paciência e compreensão com minhas dificuldades e minhas muitas ausências, por me aguentar e, simplesmente, por fazer parte da minha vida.

A todo o pessoal do grupo GIMSCOP, pelas sugestões e momentos de descontração, que tornaram os dias de trabalho mais leves.

“Para ter algo que você nunca teve é preciso fazer algo que você nunca fez.”
(Chico Xavier)

Resumo

O monitoramento efetivo do desempenho de malhas de controle é uma etapa essencial para manutenção da eficiência e segurança de um processo produtivo automatizado. Entretanto, essa tarefa não é simples na prática, visto a diversidade de fatores que afetam o desempenho e do número significativo de malhas presentes em plantas industriais, cuja disposição no processo pode implicar na existência de interação entre elas, o que torna essa tarefa ainda mais complexa. Este trabalho tem por objetivo auxiliar nesse problema fornecendo ferramentas úteis para o monitoramento e avaliação do desempenho das malhas de controle em sistemas multivariáveis estáveis a partir de dados de processo. Para isso, é proposta a fatoração DBFact, através da qual é construída uma nova lei de controle de variância mínima que considera não somente o atraso de tempo, mas também os zeros de fase não-mínima, e seus efeitos direcionais, como fatores de limitação de desempenho. Esse método de fatoração foi elaborado com intuito de obter uma lei de controle de variância mínima internamente estável, e assim preservando os efeitos direcionais dos zeros de fase não-mínima, ao contrário das demais já propostas até então, e.g., a clássica lei de controle obtida através da *Unitary Interactor Matrix Generalised*. Essa propriedade confere à lei proposta maior representatividade em relação às estruturas práticas, o que é desejável, uma vez que a partir dessa lei de controle pode-se calcular um valor de referência útil para avaliação do desempenho de malhas. Este valor de referência pode ser utilizado para monitorar o processo e ser calculado através de dados em condição normal e do conhecimento dos filtros DBFact. Para os cenários em que tal conhecimento não é disponível é proposta uma abordagem alternativa baseada numa estratégia de identificação a partir de dados com baixa razão de sinal ruído. As metodologias foram analisadas através de simulação cujos resultados demonstram a viabilidade prática de suas utilizações, uma vez que foi possível uma avaliação consistente do desempenho das malhas por meio dos valores de referência calculados em ambos os cenários, com ou sem conhecimento prévio dos filtros DBFact.

Palavras-chave: Monitoramento de Malhas de Controle, Auditoria de Desempenho, Variância Mínima, Identificação de Sistemas, Sistemas Multivariáveis de Fase Não mínima

Abstract

The effective monitoring of control loops is an essential step for maintaining the efficiency and safety of an automated production process. However, this task is not straightforward in practice, given the significant number of loops in industrial plants, whose arrangement in the process can lead to interaction among them. Consequently, the performance of one loop can impact others, adding complexity to this stage. This work aims to address this challenge by providing useful tools for monitoring and evaluating control loops in stable multivariable systems based on process data. The DBFact factorization is proposed, through which a new law of minimum variance control is constructed, considering not only multivariable delay but also non-minimum phase zeros as performance-limiting factors. This factorization method was developed to achieve an internally stable control law, that preserves the non-minimum phase zero direction, in contrast to others proposed under this context, e.g., the classic control law obtained through the Unitary Interactor Matrix Generalized. This property gives the proposed law greater representativeness concerning practical structures, which is desirable since this control law can be used to calculate a useful reference value for assessing loop performance. This reference value can be utilized for process monitoring and calculated using data under normal conditions and DBFact filters. For scenarios where such knowledge is unavailable, an alternative approach based on an identification strategy for low signal-to-noise data is proposed. The methodologies were analyzed through simulation, and the results demonstrate the practical viability of their applications. A consistent evaluation of loop performance was possible through the reference values calculated in both scenarios, with or without prior knowledge of DBFact filters.

Keywords: Monitoring of Control Loops, Performance Assessment, Minimum Variance, System Identification, Multivariate Non-Minimum Phase Systems.

Sumário

Lista de Figuras	xvi
Lista de Tabelas	xvii
Notação	xx
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos do Trabalho	6
1.3 Contribuições	6
1.4 Estrutura	7
1.5 Produção Científica	8
2 Revisão Bibliográfica	9
2.1 Monitoramento e Auditoria do Desempenho de Malhas de Controle	9
2.1.1 Histórico do Desenvolvimento de Tecnologias para CPM	12
2.1.2 Tendências para Tecnologias para CPM	18
2.2 Métodos de Monitoramento do Desempenho de Malhas de Controle	20
2.2.1 Monitoramento Baseado em Controle de Variância Mínima	21
2.2.2 Referências de Desempenho com Base em Controladores Avançados	25
2.2.3 Monitoramento de Desempenho com Base em Referências a Partir de Dados Históricos	26
2.2.4 Avaliação de Desempenho de Controladores PID	27
2.3 Conceitos Teóricos por Trás dos Métodos de Monitoramento de Desempenho de Malhas de Controle	28
2.3.1 Fatores de Limitação de Desempenho	29
2.3.2 Características Invariantes de Controle	34
2.3.2.1 Restrições de Interpolação de Zeros-FNM para Estabilidade Interna	37
2.3.3 Métodos de Fatoração de Sistemas de Controle	38
2.3.3.1 Fatoração Diagonal do Tempo Morto Multivariável	38
2.3.3.2 Fatoração Espectral	40
2.3.3.3 Fatoração do Atraso/Tempo Morto através da Intercorrelação Matrix	41

2.3.3.4	Fatoração de Polos e Zeros – Produtos Blaschke	45
2.4	Modelagem para Auditoria	46
2.4.1	Aspectos Gerais de Identificação em CPM	47
2.4.2	Geração e Tratamento de Dados para Identificação	48
2.4.2.1	Parâmetros dos Modelos Desejados para o Cálculo de <i>Benchmarks</i> VM – Tempo Morto e zeros - FNM	51
2.4.3	Representação Matemática dos Modelos	53
2.4.3.1	Funções de Transferência – Estrutura Geral	54
2.4.4	Seleção de Ordem	55
2.4.5	Validação	58
3	DBFact: Uma Melhor Abordagem para Calcular a Lei de Controle de Variância Mínima para Sistemas MIMO de Fase Não-Mínima	61
3.1	Fatoração DBFact	62
3.1.1	DBFact – Fatoração do Atraso Multivariável	62
3.1.2	DBFact – Fatoração dos Zeros-FNM Através de Produtos Blaschke	63
3.2	Referencial de Avaliação de Desempenho Baseado na Fatoração DBFact	66
3.2.1	Lei de Controle de Variância Mínima pela DBFact	66
3.2.2	MV <i>Benchmark</i>	70
3.2.3	Estimação do <i>Benchmark</i> de VM – A Partir de Dados de Operação Normal	71
3.3	Estudo de Caso	72
3.3.1	DBFact – Avaliação das Propriedades dos Filtros	74
3.3.2	DBFact – <i>Benchmark</i> de VM	75
4	DBfact Aplicada à Avaliação de Desempenho na Ausência de Conheci- mento Prévio do Sistema	83
4.1	Premissas para a Estratégia de Identificação	84
4.2	Projeto para o Teste de Identificação	86
4.3	Estratégia de Identificação	87
4.4	Estimativa do <i>benchmark</i> de VM	91
4.5	Estudo de Caso – Quatro Tanques com Atrasos na Alimentação	93
4.6	Estudo de Caso – Avaliação dos Métodos Propostos	97
4.6.1	Considerações para as Análises das Simulações Monte Carlo	98
4.6.1.1	Procedimentos de Identificação - Teste e Estratégia de Identificação	98
4.6.1.2	Estimação do <i>benchmark</i> VM	98
4.6.2	Resultados das Análises a partir das Simulações Monte Carlo	99
4.6.2.1	Resultados do Procedimento de Identificação –Teste e Estratégia de Identificação	99
4.6.2.2	Resultados do Procedimento de Identificação –Teste e Estratégia de Identificação	106
5	Conclusões	111
A	Ajuste do Controlador – Uma adaptação de Lieslehto (1996) para siste- mas MIMO discretos	115

B	Controle de Sistemas Multivariáveis	117
B.1	Sistemas de Controle	117
B.2	Formas de Representação de Sistemas	118
B.2.1	Equações de Diferenças Lineares e Funções de Transferência . . .	119
B.2.2	Resposta ao Impulso/Parâmetros de Markov	120
B.2.3	Representação em Espaço de Estados	121
B.3	Elementos de um Modelo e seu Relacionamento com a Resposta do Sistema	123
B.3.1	Resposta no domínio da Frequência	124
B.3.2	Ganho e Direcionalidade em Sistemas Multivariáveis	125
B.3.3	Zeros e Polos em Sistemas Multivariáveis	128
B.4	Controle de Retroalimentação (<i>Feedback</i>)	132
B.5	Resposta de Fase Não-Mínima	133
B.6	Interação em Sistemas MIMO	134
	Referências Bibliográficas	137

Lista de Figuras

Figura 2.1	Estrutura de controle <i>feedback</i>	23
Figura 3.1	Os índices de desempenho para (A) o sistema global, (B) y_1 , (C) y_2 e (D) y_3	80
Figura 3.2	Os índices de desempenho global (A) a partir de mudanças individuais em λ_1 , λ_2 e λ_3 , (B) e individuais para alterações apenas em λ_1 , (C) e individuais para alterações apenas em λ_2 e (D) e individuais para alterações apenas em λ_3	80
Figura 4.1	Sistema de controle <i>feedback</i>	84
Figura 4.2	Diagrama esquemático do sistema de controle de nível dos tanques interligados.	94
Figura 4.3	O teste de hipótese para a estimativa da estrutura de atraso de tempo de G_3	102
Figura 4.4	Desvio padrão dos <i>clusters</i> de \hat{z} quanto ao aumento da SNR para o sistema G_3	104
Figura 4.5	Estimativas do <i>benchmark</i> de VM para G_1 com relação aos SNRs.	106
Figura 4.6	Estimativas do <i>benchmark</i> de VM para G_2 com relação aos SNRs.	107
Figura 4.7	Estimativas do <i>benchmark</i> de VM para G_3 com relação aos SNRs.	107
Figura B.1	Ganho $\ y\ _2/\ d\ _2$ como uma função de d_{20}/d_{10} para G dado em Erro! Fonte de referência não encontrada.	127
Figura B.2	Estrutura de controle <i>feedback</i>	133

Lista de Tabelas

Tabela 3.1	Zero-FNM com direções de saída correspondentes.	73
Tabela 3.2	A estimativa e os valores teóricos do índice de desempenho global. . .	76
Tabela 3.3	A estimativa e os valores teóricos do índice de desempenho individual. .	76
Tabela 3.4	Zeros-FNM fatorados com direções de saída correspondentes.	77
Tabela 3.5	Índices de desempenho das malhas individuais.	78
Tabela 3.6	Índices de desempenho das malhas individuais.	81
Tabela 4.1	Zeros-FNM de G_3 e suas respectivas direções de saída.	95
Tabela 4.2	Sintonia dos controladores PI.	97
Tabela 4.3	Médias e desvios padrão das estimativas dos elementos da estrutura de atraso ϖ_{OP}	99
Tabela 4.4	Frequências absolutas relativas de acertos para os diferentes valores de SNRs.	100
Tabela 4.5	Agrupamentos de observações zeros-FNM referentes a 0,007 e 0,35 SNR.	103
Tabela 4.6	Agrupamentos de observações zeros-FNM referentes a 2,6 e 4,5 SNR.	103
Tabela 4.7	Frequência absoluta relativa de casos com erros de estimação de atrasos dentre aqueles em que <i>clusters</i> não esperados foram detectados.	104
Tabela 4.8	Valores médios de zeros-FNM \hat{z} e seus respectivos valores médios das direções de saída \hat{y}_z a partir dos modelos identificados para o sistema G_3 usando um SNR de 0,007.	105
Tabela 4.9	Valores médios de zeros-FNM \hat{z} e seus respectivos valores médios das direções de saída \hat{y}_z a partir dos modelos identificados para o sistema G_3 usando um SNR de 4,5.	105
Tabela 4.10	Comparação entre os filtros de fatoração estimados para atraso de tempo multivariável e os reais.	108

Notação

Siglas

AR	<i>Autorregressive</i>
ARMA	<i>Autoregressive Moving-Average</i>
ARX	<i>Autorregressive with Exogenous Inputs</i>
CPA	<i>Controller Performance Assessment</i>
CPM	<i>Controller Performance Monitoring</i>
CVM	<i>Controle de Variância Mínima</i>
DARMA	<i>Deterministic Auto-Regressive Moving Average Model</i>
DBFact	<i>Diagonal Blaschke Factorization</i>
DRGA	<i>Dynamic Relative Gain Array</i>
FCOR	<i>Filtering and Correlation</i>
FNM	<i>Fase Não-Mínima</i>
FPE	<i>Final Prediction Error</i>
GMV	<i>Generalized Minimum Variance</i>
HIASC	<i>Heat Integration Air Separation Column</i>
IIoT	<i>Internal Model Control</i>
IM	<i>Interactor Matrix</i>
IMC	<i>Internal Model Control</i>
LQG	<i>Linear Quadratic Generalized</i>
LTI	<i>Linear Time-Invariant</i>
MIMO	<i>Multi-Input Multi-Output</i>

MISO	<i>Multi-Input Single-Output</i>
MPC	<i>Model Predictive Control</i>
PI	<i>Proportional Integral</i>
PID	<i>Proportional Integral and Derivative</i>
RGA	<i>Relative Gain Array</i>
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>
UIM	<i>Unitary Interactor Matrix</i>
UIMG	<i>Unitary Interactor Matrix Generalized</i>
VM	Variância Mínima
Zeros-FNM	Zeros de fase não-mínima

Capítulo 1

Introdução

Este capítulo apresenta a motivação por trás do desenvolvimento desta tese e destaca os objetivos pretendidos e as contribuições resultantes de seu desenvolvimento.

1.1 Motivação

Qualidade dos produtos, segurança operacional, consumo ótimo de material e de energia e o consequente desempenho financeiro são alguns dos fatores considerados dentro dos processos industriais. A busca em atender a esses objetivos é o que impulsiona a utilização de sistemas automáticos de controle dentro das linhas de produção. A aplicação desses sistemas envolve etapas que incluem o projeto, o ajuste e a implementação de estratégias de controle e de controladores. Quando essas etapas são realizadas adequadamente, o resultado deve ser um sistema de controle que apresente bom desempenho. No entanto, após algum tempo de operação, alterações nas características do material/produto usado na linha de produção, modificações na estratégia de operação e alterações no estado de equipamentos envolvidos na linha de produção (envelhecimento, desgaste, incrustações, modificações de componentes etc.) podem levar à degradação do desempenho do sistema de controle. Esses problemas podem surgir até mesmo em malhas de controle bem projetadas e de maneira imprevisível, levando à necessidade de uma ação corretiva desses sistemas. Portanto, o monitoramento das malhas de controle e a detecção precoce da deterioração de seu desempenho devem ser realizados como uma segunda etapa para a utilização eficiente de sistemas

automáticos.

Apesar da necessidade evidente de um monitoramento efetivo, essa tarefa não é simples, pois as plantas industriais contam com centenas de malhas interconectadas, cujo desempenho individual tem impacto, em grau e de forma distinta, sobre o desempenho do sistema como um todo. Assim, um questionamento possível é: como realizar esse monitoramento e como gerenciá-lo adequadamente em sistemas com múltiplas malhas? E qual tipo de ação deve ser realizada caso algum problema seja detectado? As respostas dessas perguntas não são diretas nem gerais e dependerão das características dos sistemas que estão sendo monitorados. Desta forma, particularidades de cada sistema avaliado devem ser consideradas no procedimento de monitoramento utilizado. Por exemplo, dada uma determinada estrutura de controle fixada, esta apresentará um desempenho distinto a depender de características do processo que controla.

De forma geral, o monitoramento é realizado na prática através da avaliação de métricas que refletem o desempenho das malhas que constituem o sistema de controle. Esse desempenho pode ser analisado quanto ao objetivo de controle, se servo ou regulatório. Dentro do contexto de auditoria, onde sistemas de controle em atividade têm seu desempenho avaliado, as métricas estocásticas, que refletem o objetivo regulatório, são as mais utilizadas e dentro dessa categoria aquelas baseadas na teoria de controle de variância mínima (CVM) ocupam lugar de destaque e podem ser utilizadas para o monitoramento do desempenho de sistemas multivariáveis (MIMO – do inglês *multi-input multi-output*).

Para isso, alguns conceitos fundamentais da teoria de CVM construídos sob aspectos de sistemas monovariáveis precisaram ser generalizados para sistemas MIMO. Para compreender tais generalizações é importante compreender que a ideia do CVM se fundamenta na minimização da variância da saída controlada (ÅSTRÖM, 1967). Esta por sua vez pode ser decomposta em função de contribuições distintas como, por exemplo, a existência de distúrbios no processo, ao desempenho do controlador e ainda a características dinâmicas do processo a ser controlado (DESBOROUGH; HARRIS, 1993; Farenzena Trierweiler, J. O., 2007). Com base nisso, o controlador de variância mínima (VM) pode ser admitido como aquele projetado para minimizar o incre-

mento referente ao seu desempenho frente à variância da variável controlada. Para alcançar tal objetivo, a lei de CVM que calcula tal controlador pode ser formulada em termos da solução de um problema de otimização que visa minimizar a variância da variável controlada sujeita à tal condição (HUANG; SHAH, 1999). A solução ótima recai num relacionamento entre o controlador e a inversa do modelo processo (ÅSTRÖM, 1967).

Entretanto, para sistemas que apresentam atraso de tempo e zeros de fase não-mínima (zeros-FNM) a inversão do modelo é impraticável. O atraso de tempo pode ser interpretado como um lapso de tempo referente a uma dada entrada ser observada através da saída. Enquanto os zeros de fase não-mínima, em termos de sistemas discretos, são zeros de transmissão localizados fora do círculo unitário. A existência desses elementos inviabiliza a inversão do modelo da planta e, uma vez relacionados ao modelo do processo, representam limitações fundamentais de desempenho inerentes ao processo a ser controlado, sendo estes relevantes para a VM e utilizados no cálculo da lei de CVM.

Para a extensão da solução da lei de CVM para sistemas MIMO, o atraso de tempo foi generalizado para estes sistemas através da *Interactor Matrix* (IM), e tem um significado diferente do que simplesmente contemplar os atrasos de tempo de cada canal do modelo do sistema MIMO, podendo ser compreendida a partir do significado de atraso de tempo para sistemas monovariáveis. Nestes sistemas, o atraso de tempo, em termos de tempo de amostragem, é igual ao número de coeficientes da resposta ao impulso que são zero ou quase-zero e corresponde ao tempo necessário para que uma variação na entrada do sistema seja percebida na saída. Partindo-se dessa mesma ideia, para sistemas MIMO, a IM deve representar as primeiras d matrizes de coeficientes da resposta ao impulso que são singulares, sendo d a ordem da IM.

Do ponto de vista da teoria de sistemas discretos, o atraso corresponde ao número de zeros infinitos de um processo (HUANG; SHAH, 1999). Portanto, dizer que um sistema MIMO tem atraso de tempo multivariável, em termos de tempo de amostragem, significa que a combinação entre os canais da resposta ao impulso do modelo que o descreve, e não um canal específico, apresenta um atraso em relação ao sinal de entrada. Assim, a IM desempenha um papel fundamental na teoria de CVM para

sistemas MIMO.

A *Interactor Matrix* foi introduzida por Wolovich e Falb (1976) com um formato triangular inferior. Além disso, Peng e Kinnaert (1992) propuseram a *Unitary Interactor Matrix* (UIM), e Huang (1997) a *Unitary Interactor Matrix Generalised* (UIMG). A UIM extrai apenas o atraso de tempo multivariável enquanto a UIMG é capaz de também fatorar os zeros-FNM do sistema e assim o efeito de limitação de desempenho decorrente da existência desses termos pode ser quantificado. As matrizes UIM e UIMG, ao contrário da IM de formato triangular, têm propriedade unitária que permite que as leis de CVM obtidas sejam independentes do ordenamento entre as saídas no modelo do processo, o que permite assim uma lei de CVM global para um dado processo. Entretanto, caso seja desejável, é possível hierarquizar as variáveis de saída no problema de otimização através da utilização de pesos (HUANG; SHAH, 1997).

De forma geral, uma IM é convencionalmente calculada através de métodos de fatoração, que podem ser realizados usando técnicas de álgebra linear aplicadas ao modelo representativo do processo, tal como a representação através de parâmetros de Markov da resposta ao impulso (HUANG et al., 1997; MUTOH; ORTEGA, 1993; SHAH et al., 1987), da matriz de transferência de processo (ROGOZINSKI et al., 1987; WOLOVICH; FALB, 1976) ou de espaço de estado (MCNABB; QIN, 2005; MCNABB; QIN, 2003). No entanto, existem algumas desvantagens em calcular uma lei de controle de VM admitindo-se uma UIM/UIMG, que estão relacionadas ao procedimento padrão para sua determinação, como a necessidade de soluções iterativas de equações algébricas lineares que podem levar a problemas numéricos (JELALI, 2013).

Além disso, ao utilizar-se de um *benchmark* de VM para avaliação de desempenho em sistemas MIMO, a direcionalidade dos termos utilizados para o cálculo do *benchmark* deve ser adequadamente considerada. Como se sabe, a limitação de desempenho imposta por zeros-FNM é fortemente dependente de sua localização e direcionalidade (CHEN; NETT, 1995; TOKER et al., 2002; ZHOU et al., 1996). Assim, quando esses fatores são considerados na lei de CVM, é importante usar uma abordagem de fatoração capaz de capturar sua localização e direcionalidade corretamente. Entretanto, as abordagens apresentadas até o momento não garantem que a direcionalidade dos zeros-FNM seja adequadamente capturada pelos procedimentos de fatoração propos-

tos (LIMA et al., 2019) o que pode levar a resultados não realistas durante a avaliação do desempenho de sistemas MIMO usando esses *benchmarks*, como os sugeridos por Huang (1997), Huang et al. (1997) e Huang e Shah (1999), em que a lei de controle de VM e um *benchmark* de desempenho são calculados usando a UIMG clássica.

Com base nisso, este trabalho propõe metodologias que permitem o monitoramento do desempenho de sistemas MIMO de fase não-mínima, as quais foram idealizadas para considerar a real direção dos zeros-FNM e para serem aplicadas de forma direta, dispensando soluções iterativas. Para isso, propõe-se a metodologia de fatoração DBFact, que permite a obtenção de um UIMG de forma direta, dispensando procedimentos iterativos. Esse novo procedimento de fatoração de atrasos de tempo multivariáveis e zeros-FNM é utilizado para a formulação de uma lei de CVM, a qual, dadas as propriedades da fatoração DBFact, além de independente do ordenamento das saídas considera a mesma direção dos zeros-FNM do modelo em malha aberta. Assim, a lei de CVM proposta é internamente estável, o que a torna mais coerente em relação às estruturas reais de controle do que as demais propostas, até então, sem essa propriedade. Com base na nova lei de CVM proposta, é também proposto um *benchmark* de VM que permite avaliar o desempenho de um sistema de controle. Esse *benchmark* permite também inferir uma possível priorização entre as malhas que compõem esse sistema caso alguma ação que vise o aperfeiçoamento do desempenho, no sentido de redução de variância, seja investigada.

Além de demonstrar a capacidade do *benchmark* de VM proposto para avaliar o desempenho de sistemas multivariáveis de fase não-mínima, e assim sua utilidade para o monitoramento de desempenho de malhas, este trabalho propõe abordagens que permitem sua estimação, seja a partir de modelos previamente conhecidos e dados de processo em condição normal de operação ou a partir exclusivamente de dados de processo, flexibilizando a aplicação dessa métrica para o monitoramento de desempenho.

1.2 Objetivos do Trabalho

Devido à relevância de um eficiente monitoramento e da auditoria das malhas de controle em ambientes de produção automatizados, este trabalho tem por objetivo fornecer um *benchmark* de avaliação de desempenho que, ao contrário das demais metodologias já apresentadas na literatura, permita uma avaliação de desempenho adequada para sistemas MIMO que apresentem não somente atrasos de tempo, mas também zeros-FNM, sendo seus respectivos efeitos direcionais considerados adequadamente. Para que as contribuições sejam apresentadas, alguns dos principais conceitos envolvidos na elaboração destas ferramentas propostas serão previamente discutidos. Dentre os objetivos específicos, destaca-se:

OB1 – Propor uma metodologia capaz de fatorar elementos de limitação de desempenho, atraso de tempo e zeros de fase não-mínima, em sistemas multivariáveis que seja capaz de preservar a localização e direcionalidade desses fatores e resulte em filtros com propriedades equivalentes às UIMG;

OB2 – Propor uma metodologia para o cálculo de um referencial de desempenho a partir de dados em condição normal de operação que admita de forma apropriada às limitações de desempenho inerentes ao processo permitindo a adequada avaliação do sistema de controle bem como auxiliar o gerenciamento do processo de auditoria;

OB3 – Propor uma metodologia que viabilize o cálculo do referencial proposto em OB2 para cenários em que nenhum conhecimento prévio do processo é disponível.

1.3 Contribuições

Tem-se como contribuições deste trabalho:

C1 – Propõe-se a metodologia de fatoração de atrasos de tempo multivariável e de zeros de fase não-mínima - DBFact;

C2 – Fornece uma lei de controle de variância mínima internamente estável que

considera os efeitos de limitação de zeros de fase não-mínima e tempo morto multivariável com base na fatoração DBFact;

C3 – Fornece um índice de avaliação de desempenho estocástico com base na contribuição C2;

C4 – Propõe-se uma metodologia que viabiliza a estimação do índice proposto em C3 a partir de dados em condição normal de operação e prévio conhecimento de um modelo do processo;

C5 – Propõe-se uma estratégia de identificação de fatores de limitação de desempenho, atrasos de tempo e zeros de fase não-mínima, para sistemas multivariáveis mediante restrições de perturbação no processo;

C6 – Propõe-se uma metodologia que viabiliza a estimação do índice proposto em C3 em cenários cujo conhecimento prévio de um modelo do processo seja indisponível.

1.4 Estrutura

O presente trabalho está estruturado em 5 capítulos. Neste primeiro capítulo é apresentada a motivação, objetivos, contribuições e a estrutura do trabalho bem como a produção científica associada.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica, que descreve os principais métodos de monitoramento e de auditoria de malhas de controle bem como alguns conceitos específicos da teoria de controle envolvidos no desenvolvimento do trabalho e necessários para o entendimento das contribuições propostas.

O Capítulo 3 propõe o método de fatoração DBFact para fatoração de atraso de tempo e de zeros de fase não-mínima em sistemas multivariáveis. Com base nesse método de fatoração, propõe-se uma lei de controle de variância mínima, a qual serve de base para o cálculo de um referencial de desempenho e de um índice de avaliação de desempenho de malhas de controle que podem ser estimados a partir de dados de

operação e do conhecimento dos filtros DBFact.

O Capítulo 4 propõe uma metodologia que viabiliza a estimativa do índice de desempenho proposto no Capítulo 3 para cenários em que nenhum conhecimento prévio é disponível. Para tal, é proposto um projeto de sinal teste para identificação e uma estratégia de identificação, que permitem a obtenção dos termos necessários para uma estimativa adequada do índice proposto.

Por fim, no Capítulo 5 é apresentada uma conclusão geral a respeito das contribuições propostas e trabalhos futuros. No Apêndice A é apresentada a metodologia de ajuste dos controladores usados ao longo do trabalho. Posteriormente, no Apêndice B, é apresentado um pequeno resumo de conceitos básicos de controle de processos, a título de formalização de termos e ideias presentes neste trabalho.

1.5 Produção Científica

O desenvolvimento deste trabalho originou a produção científica listada a seguir: Capítulo 3 deste trabalho foi sintetizado no artigo DBFact: *A better approach to calculate the minimum variance control law for nonminimum phase MIMO systems*, publicado no The Canadian Journal of Chemical Engineering. Além disso, outro artigo derivado desse mesmo capítulo sob título: *A new approach to estimate the Minimum Variance Control law for Nonminimum phase Multivariable Systems* foi publicado nos anais do congresso DYCOPS-CAB 2019 que ocorreu em Florianópolis, Brasil.

O Capítulo 4 foi abordado no artigo *DBFact Applied to Minimum Variance Performance Assessment for Nonminimum Phase Multivariate Systems from Closed-Loop Data* que foi submetido para a revista The Canadian Journal of Chemical Engineering.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Este capítulo traz uma revisão bibliográfica acerca dos principais tópicos relacionados e admitidos para o desenvolvimento das contribuições propostas neste trabalho. Para um leitor não familiarizado à área de controle de processos é aconselhável ler anteriormente à este capítulo o Apêndice B.

2.1 Monitoramento e Auditoria do Desempenho de Malhas de Controle

Um sistema de controle consiste em uma interligação de componentes, tais como: sensores, processo/planta, atuador e controlador, formando uma estrutura cujo objetivo geral é manter ou guiar o comportamento do sistema conforme desejado (DOMAŃSKI, 2020). Assim, é razoável afirmar que o controle de processo ideal só pode ser alcançado quando todos esses componentes estão funcionando corretamente.

Contudo, alcançar tal objetivo não é uma tarefa isolada ou realizada uma única vez; na prática, é uma empreitada contínua e complexa, especialmente considerando que uma planta industrial normalmente é composta por centenas a milhares de malhas de controle (YU; QIN, 2008). Além disso, mesmo que o sistema de controle dessas unidades tenha sido adequadamente projetado durante a fase inicial de operação, é comum observar uma considerável porcentagem desses sistemas apresentando diversos tipos de deterioração de desempenho ao longo do tempo. Essa deterioração pode resultar de falhas nos sensores/atuadores, envelhecimento do equipamento, variabi-

lidade na matéria-prima, alterações nos produtos, influências sazonais, entre outros fatores (DOMAŃSKI, 2020; JELALI, 2013).

Assim, verifica-se o enorme desafio que é o monitoramento/auditoria de sistemas de controle tão complexos bem como a necessidade de um constante acompanhamento desse(s) sistema/componentes a fim de mitigar os efeitos adversos surgentes com o tempo.

Na prática, o termo monitoramento se refere à ação de observar as alterações em uma estatística que espelha o desempenho de controle ao longo do tempo (GAO et al., 2016). Por outro lado, o termo auditoria tem um contexto mais amplo podendo ser sintetizado como um procedimento de análise da referida estatística em um dado momento (JELALI, 2013). É importante notar, no entanto, que na literatura, ambos os termos são utilizados quase como sinônimos e fazem parte da área de *Control Performance Monitoring/Assessment* (CPM/CPA). Outros sinônimos empregados incluem gestão de malha de controle, supervisão de desempenho de controle e *benchmarking* de malha de controle (JELALI, 2006).

O procedimento de auditoria pode ser segmentado em etapas cujo primeiro estágio se inicia com a quantificação do desempenho do sistema na condição atual através das métricas, que ao serem comparadas com um determinado valor de referência permitem a avaliação do sistema de controle (JELALI, 2013). De forma geral, essa comparação pode ser realizada como

$$\eta = \frac{J_{\text{ref}}}{J_{\text{med}}}, \quad (2.1)$$

onde J_{med} representa a métrica sob condições atuais monitoradas, enquanto J_{ref} , o *benchmark* de desempenho, pode ser essa métrica sob operação de um controlador idealmente projetado para atingir objetivos teóricos de desempenho ou de um controlador monitorado durante os períodos ideais – períodos de operação satisfatória. Para a maioria dos índices de desempenho, baseados na variância das variáveis controladas e nos erros integrais, J_{ref} é menor do que o desempenho atual do controlador, J_{med} (GAO et al., 2016). Portanto, o índice de desempenho η , em 2.1, é dimensionado para estar na faixa de $[0, 1]$

As métricas, J , utilizadas neste processo de comparação viabilizam então avaliar

2.1. MONITORAMENTO E AUDITORIA DO DESEMPENHO DE MALHAS DE CONTROLE

a “saúde” do sistema de controle. De forma geral, são obtidas através de informações do processo e variáveis medidas, sendo assim de interesse que sejam de fácil obtenção, de forma a viabilizar um monitoramento *online* e automático do desempenho das malhas (JELALI, 2013). No entanto, vale ressaltar que a frequência desse monitoramento depende do processo e da organização responsável por isso (BAUER et al., 2016).

De acordo com Bauer et al. (2016) dentre as principais questões, ao examinar o fluxo de trabalho do CPM, tem-se que a determinação de “Quais são as ações após a avaliação?” figura-se entre as mais importantes. Nesse contexto, resultados obtidos pelos autores a partir de pesquisa com usuários de ferramentas de CPM em plantas industriais mostraram que as principais ações realizadas devido aos resultados do CPM são:

- iniciativas quanto ao ajuste dos controladores;
- manutenção, principalmente referente a válvulas;
- simples alterações operacionais;
- alterações na configuração do sistema de controle.

Em geral, as abordagens de CPM são usadas antes de soluções de controle avançado, para garantir que a linha de base esteja funcionando adequadamente antes de investir numa instalação de controle de alto nível (ORDYS et al., 2007). No contexto de sistemas com múltiplas malhas, uma alternativa para a adequada escolha dessa ação é avaliar não só o índice de desempenho η , mas também cada malha, considerando sua importância no processo. Aquelas cujo desempenho é crítico para a produção podem então ser priorizadas (JELALI, 2013). Assim, uma vez que milhares de malhas se encontram interconectadas, interagindo entre si, é interessante classificá-las quanto à sua importância para os objetivos específicos de produção. Isto requer uma combinação de conhecimento detalhado do processo e compreensão das configurações da estrutura de controle. Desta forma, a possibilidade de classificação de desempenho das malhas apresenta-se como uma etapa interessante no gerenciamento da planta.

Dentro desse contexto, a utilização de indicadores de desempenho que permitam verificar quais malhas apresentam pior desempenho e qual a influência dessas nas

demais se mostra uma importante alternativa para o aumento de retorno financeiro no processo. Farenzena Trierweiler, J.O. (2006) propuseram a *variability matrix*, definida como um matriz cujos elementos quantificam como uma mudança na variância de uma dada malha de controle afeta a variância das malhas principais. Entretanto, o cálculo desta matriz não é uma tarefa prática, pois requer que testes invasivos sejam realizados nas malhas. Posteriormente, Yu e Qin (2008) propuseram um método estatístico para avaliação de desempenho de processos MIMO, em que a contribuição de cada malha quanto ao aprimoramento e/ou degradação do desempenho pode ser isolado. Contudo, como verificado na pesquisa de Bauer et al. (2016) contribuições nessa linha são ainda desejáveis para aplicação na indústria, demonstrando que há bastante espaço para a formulação de ferramentas que permitam tal hierarquização.

Posto isso, verifica-se que o monitoramento e auditoria das malhas podem ser sintetizados como uma prática necessária para manutenção de um bom funcionamento do sistema de controle, sendo o diagnóstico uma etapa complementar e de igual relevância nesse objetivo. Isto demonstra o interesse por ferramentas que atendam tais exigências.

O desempenho das malhas pode ser então entendido como a habilidade da malha em lidar com desvios entre as variáveis controladas e seus valores de referência (JELALI, 2006). Em virtude disso, diversas tecnologias foram desenvolvidas visando acompanhar e avaliar o desempenho dessas malhas com o objetivo de garantir o adequado funcionamento do sistema de controle. Pode-se argumentar que a escolha das abordagens e métricas de monitoramento, bem como as ações corretivas a serem aplicadas, dependem da estrutura de controle a ser monitorado. Na próxima seção, algumas das principais métricas e técnicas desenvolvidas com esse objetivo serão discutidas considerando o contexto histórico evolucionário bem como suas características.

2.1.1 Histórico do Desenvolvimento de Tecnologias para CPM

Uma vez que as métricas de desempenho exercem papel central no processo de monitoramento, pois, é através de sua análise que a avaliação de desempenho é feita, métricas claras, que viabilizem tal avaliação, são desejáveis. Aliado a isso, facilidade e rapidez com relação à obtenção dessas métricas são características também importan-

tes, pois, devido à imprevisibilidade dos fatores que corroboram com a deterioração de desempenho, há necessidade de uma manutenção constante dos sistemas de controle, de forma que ferramentas de apoio automáticas e autônomas são desejáveis. Assim, pesquisadores e engenheiros trabalham continuamente no desenvolvimento de ferramentas de aplicação *online*.

Sob esse ponto de vista diversas contribuições foram apresentadas. Embora a maior parte das aplicações dentro do contexto de CPM tenha melhor evoluído nas últimas três décadas, sua origem ocorreu em meados da década de 60, com o trabalho de Åström (1967) para uma planta de celulose. Embora o artigo se concentre nas questões de projeto e ajuste do controlador, os algoritmos obtidos baseiam-se numa métrica frequentemente usada para avaliação de desempenho: o desvio padrão da variável controlada. Ainda nesse contexto, pode-se destacar os trabalhos de Åström (1970) e de DeVries e Wu (1978). No entanto, foram Shinskey (1990), ENDER e B. (1993) e (BIALKOWSKI, 1993) que abordaram os problemas de desempenho de controle na indústria de processos para um público mais amplo, expandindo a informação sobre os benefícios da auditoria de desempenho das malhas de controle. Quase que em paralelo, em 1989, Harris (1989) demonstrou a viabilidade da utilização da variância mínima (VM) como *benchmark* (referência) de desempenho desejável (ver seção 2.2.1) através da proposição de uma abordagem para estimação dessa métrica para sistemas monovariáveis (SISO - do inglês *single-input single-output*) a partir de dados normais de operação em malha fechada e do conhecimento prévio do tempo morto/atraso do processo.

A teoria de controle de variância mínima (CVM), utilizada por Harris como base de seu trabalho, fundamenta-se nos trabalhos de Åström (1970) e Box e Jenkins (1970). O conceito de CVM como um *benchmark*, referência para avaliação de desempenho, foi posteriormente estendido para malhas *feedback/feedforward* como apresentado em Desborough e Harris (1993), Stanfelj et al. (1991) e Huang et al. (2000). Extensões do índice de Harris para sistemas instáveis e de fase não-mínima foram relatadas por Tyler e Morari (1995), Tyler e Morari (1996), que introduziram testes estatísticos através de razão de verossimilhança. Lynch e Dumont (1996) utilizaram redes de Laguerre para avaliar o índice de desempenho. Em 1996, o provável primeiro sistema CPM expert, chamado QCLiP (*Queen's/QUINO Control Loop Performance Monitoring*), fazendo uso de um índice de desempenho baseado em CVM e outras análises de dados em malha

fechada foi relatado por JOFRIET et al. (1996).

Embora o trabalho de Harris tenha demonstrado a viabilidade prática na utilização da variância mínima para avaliação de sistemas de controle, e impulsionado diversas extensões, é importante salientar que a maior parte dos controladores práticos são do tipo PID e desta forma possuem restrições de ordem, estrutura e ação (JELALI, 2013), o que em alguns casos torna a variância mínima uma métrica bastante distante da realidade prática alcançável para esses controladores. Esse fato motiva o desenvolvimento de indicadores que considerem tais restrições dentro do procedimento de cálculo, buscando uma alternativa para a avaliação do desempenho do sistema de controle mais próxima do cenário prático desses sistemas. Ko e Edgar (1998) propuseram alternativas nesse sentido, as quais utilizam como referência a variância da variável controlada considerando a estrutura do controlador (apenas PID). Uma solução explícita “*one-shot*” para a saída em malha fechada foi derivada por Ko e Edgar (2004) em função da sintonia de controladores PID. Horton et al. (2003) e Huang (2003) apresentaram alternativas nessa linha de avaliação mais direta, enquanto Grimble (2002) forneceu um desenvolvimento teórico para determinação de indicadores para avaliação de controladores com estruturas restritas.

Apesar da possibilidade de uma estrutura de CVM ser distante quanto à representação de estruturas reais de controle, o índice de Harris continua ainda presente em várias aplicações de controle de processo em múltiplos setores da indústria de processo (JELALI, 2013). Em virtude disso, houve aqueles pesquisadores que, em paralelo aos que se dedicaram na busca por alternativas mais adequadas para a avaliação de desempenho do que o *benchmark* de VM, se dedicaram a estender essa abordagem para avaliação de sistemas de controle MIMO (HARRIS et al., 1996; HUANG et al., 1996; HUANG et al., 1997). Nesta avaliação, o conceito de tempo morto foi generalizado através da chamada *Interactor Matrix*, a qual desempenha um papel importante na teoria de avaliação de desempenho estocástico e será apresentada em mais detalhes na subseção 2.3.3. As primeiras propostas nessa linha admitiam a suposição de que a *Interactor Matrix* era conhecida, o que se revelou uma grande restrição à generalidade dos métodos, uma vez que, com base nos algoritmos da época, sua estimação demandava bastante esforço numérico e sua acurácia de estimação era em geral problemática. Assim, abordagens que dispensassem essa matriz foram propostas por Ettaleb (1999),

Ko e Edgar (2001), McNabb e Qin (2003), Huang et al. (2005a), Huang et al. (2005b) e Xia et al. (2006).

Outra importante direção de pesquisa foi a de avaliação de desempenho do sistema de controle em toda a planta (larga escala). Um avanço significativo neste tópico deve-se a Thornhill et al. (1999), que mostraram a utilidade de alguns parâmetros padrão propostos para o algoritmo de índice de desempenho, para várias categorias genéricas de malhas de controle de uma refinaria. Esse trabalho reduziu substancialmente a barreira referente à implementação de um monitoramento em larga escala baseado em índices de desempenho. Posteriormente, trabalhos como os de Grimble e Uduehi (2001), Ahsan et al. (2004) e Farenzena Trierweiler, J.O. (2006) propuseram a conversão desses índices em valor econômico, permitindo uma análise mais direta entre o desempenho dos sistema de controle e os respectivos benefícios/prejuízos econômicos para o processo.

Em 1999, surgiu o livro *Performance assessment of control loops* de Huang e Shah (1999), apontado por (JELALI, 2013) como o primeiro na área de CPA. Os autores do livro apresentaram um método eficiente e estável de filtragem e correlação (FCOR) para estimar o *benchmark* de variância mínima para sistemas de controle SISO e MIMO. Além disso, também se propôs o regulador Gaussiano linear-quadrático (LQG do inglês *linear quadratic gaussian*) como uma alternativa ao *benchmark* de variância mínima para levar em conta o esforço de controle na avaliação de desempenho. Outra extensão simples do índice, cuja referência é a variância mínima, considerando a penalização das medidas de controle, conduz à abordagem mais flexível da avaliação comparativa generalizada da MV (GMV do inglês *generalized minimum variance*) sugerida por Grimble (2002). Uma versão multivariável da avaliação de controle GMV foi derivada por Majecki e Grimble (2004) utilizando o conceito de planta generalizada.

Alternativamente, métodos que avaliam o desempenho do sistema sob o ponto de vista de controle servo também foram desenvolvidos ao longo do tempo. Esse tipo de método busca avaliar o funcionamento das malhas de controle com base na capacidade e velocidade da variável controlada seguir uma determinada referência, em outras palavras sua capacidade de rastreamento a um determinado ponto de referência (LEBLANC; COUGHANOWR, 2009). Assim, métricas que quantifiquem a energia

de um sinal de erro, dado como a diferença entre uma dada referência e o sinal de resposta, podem ser utilizadas para a avaliação e recebem o nome de métricas tradicionais ou determinísticas (JELALI, 2013). Algumas dessas métricas baseiam-se na resposta do sistema dada uma perturbação degrau na referência da saída – tais como tempo de subida, tempo de assentamento, *overshoot*, razão de decaimento etc. (JELALI, 2013) –, no tipo distúrbio – e.g., *Idle Index* (HÄGGLUND, 1999), *Output Index* (VISIOLI, 2006) e R-Index (SALSBURY, 2005) – e ainda em medidas de integral no tempo – e.g., *Mean Square Error-MSE*, *Integral Absolute Error-IAE* (SHINSKEY, 1990), *Integral Time Absolute Value-ITAE* (ZHAO et al., 2012), *Integral of Square Time Derivative of the Control-ISTC*, *Total Square Variation-TSV* (YU; WANG, 2016) e *Amplitude Index-AMP* (SPINNER et al., 2014).

Nessa abordagem de auditoria se tem interesse no desempenho ótimo que pode ser alcançado utilizando-se um sistema de controle e, além disso, em como as propriedades da planta podem limitar este desempenho ótimo alcançável (JELALI, 2013). Kwakernaak e Sivan (1972) realizaram estudos de limitação de desempenho no contexto de controle ideal, mostrando que para sistemas lineares invariantes no tempo (LTI) o melhor desempenho possível para um controlador LQG ótimo seria obtido se, e somente se, a planta fosse de fase mínima. Este resultado foi posteriormente estendido por Francis (1979) para sistemas MIMO LTI. Davison e Scherzinger (1987) mostraram que, para uma classe específica de sinais de referência e de perturbação, é possível obter um rastreamento perfeito com boa rejeição a distúrbios para sistemas MIMO de fase mínima. Årström (1991), Miao e Seborg (1999) e Jämsä-Jounela et al. (2003) também apresentaram alternativas de técnicas de avaliação baseadas em métricas determinísticas de desempenho.

Ainda dentro do contexto de avaliação de desempenho determinístico, Morari e Zafiriou (1989) e Qiu e Davison (1993) formularam expressões analíticas para obtenção de um desempenho ótimo baseado na capacidade de rastreamento, para uma variedade de sinais de referência. Toker et al. (2002) investigaram como as propriedades das plantas, em especial os zeros-FNM e polos instáveis, afetam a capacidade de rastreamento a um determinado ponto de referência para um sistema MIMO LTI sob controle *feedback*. Nesse trabalho, foram admitidas variações do tipo degrau, rampa e senoidal para determinação de pontos de referência a partir dos quais expressões para

o cálculo do erro mínimo de rastreamento alcançável utilizando controladores estáveis foram obtidas. Os resultados apresentados mostram uma dependência explícita do erro de rastreamento em relação aos zeros-FNM e polos instáveis e, em particular, o efeito do acoplamento entre as direções desses zeros e polos e dos sinais de referência. Foi observado, também, que não apenas as localizações dos zeros e polos afetam o desempenho de rastreamento, mas suas propriedades direcionais também desempenham um papel importante. Posteriormente, Su et al. (2007) estenderam este tipo de análise formulando expressões que viabilizam tal avaliação sob uma determinada frequência de interesse.

Além da utilização da variância como métrica, da capacidade de rastreamento dos sistemas de controle e da consideração de restrições operacionais nesses sistemas, a detecção de oscilações nas malhas é outra possibilidade para o monitoramento e que atrai atenção. Astrom e Hagglund (1995) apontam a ocorrência dessas oscilações como um dos principais fatores para deterioração do desempenho das malhas de controle. Em virtude disso, os autores propuseram um índice baseado na magnitude do erro absoluto integrado (IAE) entre cruzamentos de zero sucessivos do erro de controle e um procedimento para detectar oscilações nas malhas de controle. Métodos semelhantes foram propostos por Forsman e Stattin (1999) e Miao e Seborg (1999). Esse tópico despertou interesse nos campos de pesquisa e de aplicação, começando com uma série de trabalhos de Thornhill e Hägglund (1997); (THORNHILL et al., 2003; THORNHILL et al., 2001) e mais recentemente (DAMBROS et al., 2019; DAMBROS et al., 2019b; DAMBROS et al., 2019a).

Dentro das possíveis causas de oscilações, o agarramento em válvulas é um dos mais recorrentes. O agarramento é a resistência ao movimento da haste da válvula devido à presença de atrito estático, a combinação desse fator com a utilização de controladores com ação integral causa oscilações periódicas de amplitude finita, conhecidas como ciclos limite (JELALI, 2006). Esse fenômeno leva ao aumento da variabilidade na qualidade do produto, ao desgaste acelerado do equipamento ou mesmo à instabilidade do sistema de controle. Horch (1999), Kano et al. (2004), Choudhury et al. (2005), Jelali (2008), Daneshwar e Mohd Noh (2015) e Dambros et al. (2018) apresentaram abordagens para monitoramento e diagnóstico de agarramento em válvulas de controle.

Como mencionado, o monitoramento e a abordagem escolhida para avaliação dependem do sistema de controle que se deseja avaliar, assim, em virtude do aumento de utilização de controladores preditivos baseados em modelo (MPC do inglês *model predictive control*) em muitas indústrias de processos, pesquisas para avaliação de desempenho desses controladores também foram propostas. Pode-se admitir que os trabalhos de PATWARDHAN (1998) e Zhang e Henson (1999) foram pioneiros nessa área. Posteriormente, Ko e Edgar (2001), Thornhill et al. (2001), Gao et al. (2003), Julien et al. (2004) e Botelho et al. (2016) também apresentaram contribuições. Dados os desafios em torno da utilização de MPCs que envolvem a consideração de erros de modelo, desvios decorrentes de perturbação, conjuntos de restrições ativas, ajuste do controlador, existência de não linearidades etc. o monitoramento de desempenho desses controladores é em grande parte ainda um problema não resolvido.

Conforme o breve histórico apresentado nesta subseção, verifica-se que muitas alternativas para o monitoramento de sistemas de controle já foram propostas, considerando diversos aspectos dessa área. Entretanto, muito ainda pode ser explorado em vista de atender as mudanças operacionais que são constantemente evoluídas. A subseção a seguir apresenta as principais tendências que vêm sendo abordadas nas mais recentes abordagens dentro do contexto de CPM.

2.1.2 Tendências para Tecnologias para CPM

As tendências de desenvolvimento de tecnologias serão discutidas nesta subseção sob o ponto de vista da aplicação industrial. De acordo com pesquisa realizada por Bauer et al. (2016) com usuários de aplicações de CPM em plantas industriais, verificou-se na época que apesar de um nível de satisfação adequado dos usuários entrevistados com relação às metodologias utilizadas para CPM existia também uma parcela de insatisfação, o que indica a existência de um potencial aperfeiçoamento em diversos aspectos dentro do contexto de CPM.

Nas discussões com os usuários finais, os entrevistados pediram por melhores orientações sobre as ações corretivas a serem tomadas. Isto não é uma surpresa porque a ação corretiva adequada é um pré-requisito para o retorno econômico do investimento em CPM (BAUER; CRAIG, 2008). A segunda necessidade de investigação

mais importante apontada relaciona-se com a mencionada priorização das malhas de controle, uma vez que uma ação corretiva só é relevante se o ativo a ela relacionado for crítico ou apresentar certo grau de relevância para o desempenho geral da planta. Além desses pontos, tópicos de treinamento, como a orientação sobre ajuste de parâmetros, seleção automatizada de dados e exibição gráfica, todos esses relacionados à implementação de métodos CPM em soluções industriais, também apareceram como tópicos de potencial interesse.

De acordo com Bauer et al. (2016), em termos gerais, a direção futura, sob a perspectiva industrial, sobre as pesquisas relacionadas ao monitoramento de processos parte da ideia de que os métodos simples funcionam melhor na maioria dos casos, onde o termo simplicidade refere-se, nesse caso, a três aspectos:

1. Simplicidade de parametrização: métodos que precisam ser ajustados, parametrizados, treinados individualmente etc. provavelmente não sobreviverão na prática de CPM industrial.
2. Simplicidade na interpretação dos resultados: métodos que exigem treinamento significativo, experiência de interpretação, não resolvem ambiguidades e diretrizes de interpretação provavelmente não sobreviverão na prática industrial de CPM.
3. Simplicidade na complexidade computacional, embora o poder computacional ainda aumente, o CPM é normalmente aplicado com frequência e a uma grande quantidade de dados de malha de controle. Consequentemente, o longo tempo de computação ainda pode ser uma desvantagem.

Com base nesses apontamentos, verifica-se que metodologias simples e que produzam resultados de fácil interpretação representam um interesse atual sob o ponto de vista de aplicação.

2.2 Métodos de Monitoramento do Desempenho de Malhas de Controle

O desempenho das malhas pode ser analisado quanto ao objetivo de controle, se servo ou regulatório, no domínio do tempo e da frequência. No domínio do tempo, sob o ponto de vista de controle servo, têm-se, por exemplo, as métricas determinísticas (tais como tempo de subida, tempo de assentamento, *overshoot*, razão de decaimento etc.) discutidas por Årström (1991), Hägglund (1999), Miao e Seborg (1999) e Jämsä-Jounela et al. (2003). Sob o ponto de vista de auditoria de desempenho sob o contexto de controle regulatório, a avaliação de desempenho com base na variância das variáveis controladas é a mais difundida em virtude de sua natureza menos invasiva (JELALI, 2013), afinal nesse contexto tem-se por objetivo avaliar a capacidade do sistema de controle em operação em manter-se em torno de um referencial constante e rejeitar distúrbios, de forma que retirar o sistema de seu ponto de operação não é algo desejável e muitas vezes impraticável (ZHANG et al., 2016). Nesse sentido, explora-se a ideia de que a variância decorre de uma série de fatores, tais como o efeito de distúrbios estocásticos não medidos, que ocasionalmente são também assumidos como gerados a partir de um sistema dinâmico acionado por ruído (ÅSTRÖM, 1970). Por esse motivo, essa classe de métodos de CPM é chamada de monitoramento de desempenho estocástico.

De forma geral, os métodos estocásticos têm como grande atrativo permitirem avaliar o desempenho do sistema sob um ponto de vista amplo que dispensa qualquer informação, além de dados de operação, sobre o sistema auditado. Tal característica permite a aplicação de abordagens dessa linha em tempo real, sendo boas alternativas para um primeiro passo dentro do processo de auditoria. Dentre esses métodos, pode-se destacar aqueles baseados em análises de autocorrelação a partir de dados de processo (HARRIS et al., 1996), bem como na análise espectral dos mesmos. Maiores informações a respeito destes métodos podem ser encontradas no trabalho de Huang e Shah (1999) e em Jelali (2013). Entretanto, vale ressaltar que métodos estocásticos, apesar de permitirem avaliar sob importantes aspectos o desempenho de controle, não permitem determinar qualquer informação sobre o desempenho tradicional avaliado

através de técnicas determinísticas (JELALI, 2013).

Dada as diferenças fundamentais entre objetivos de controle servo e regulatório, e as características de desempenho avaliadas em cada uma dessas abordagens de monitoramento, e o fato de que a contribuição principal desse trabalho está inserida no contexto de monitoramento de desempenho estocástico, os métodos de monitoramento apresentados a seguir são aqueles também classificados dentro desse escopo teórico, sujeitando à aplicação desses, em sua maioria, a condições de utilização similares. Desta forma, um comparativo entre elas é uma alternativa para avaliar características e conceitos importantes, os quais serão discutidos na sequência. Nas seções a seguir, algumas das principais abordagens usadas na prática para avaliar o desempenho de malhas de controle sob condição de controle regulatório serão apresentadas mais detalhadamente.

2.2.1 Monitoramento Baseado em Controle de Variância Mínima

Dentro do contexto dos indicadores estocásticos cabe destaque aos baseados na teoria de CVM que tem como princípio a variância decorrente de fatores independentes da ação do controlador, também conhecidos na literatura como termos *controller-invariant* ou características invariantes de controle (HUANG; SHAH, 1999). Assim, o CVM pode ser admitido como o melhor controle *feedback* possível para sistemas lineares no sentido de que atinge a menor variância possível para a variável controlada (ÅSTRÖM, 1970). Como demonstrado por Harris (1989), para um sistema com atraso de tempo d , uma parte da variância de saída será invariante ao controle *feedback* e pode ser estimada a partir de dados de operação de rotina. Para separar esse termo invariante, que corresponde a porção de variância mínima, pode-se modelar os dados de saída em malha fechada y por um processo de média móvel, como:

$$y(k) = \underbrace{g_0e(k) + g_1e(k-1) + \dots + g_de(k-d)}_{y_{VM}(k)} + g_{d+1}e(k-(d+1)) + \dots = G_{1:d-1}e(k) + q^{-d}G_de(k), \quad (2.2)$$

onde e é uma sequência de ruído branco e y_{VM} é a porção da saída modelada equivalente à parcela que não pode ser afetada pela ação do controlador. Assim, a variância da saída y_{VM} , representada por $\sigma_{y_{VM}}^2$, corresponde à variância mínima para a variável

controlada y , a qual é definida como:

$$\sigma_{y_{VM}}^2 \triangleq \text{var}(y_{VM}(k)) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_{VM}(k) - E[y_{VM}(k)])^2, \quad (2.3)$$

onde $E[y_{VM}(k)] \approx \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_{VM}(k)$. Essa porção do sinal pode ser estimada por análise de séries temporais dos dados de operação de rotina em malha fechada e então usada, subsequentemente, como uma medida de referência J_{ref} do limite inferior absoluto teoricamente alcançável da variância de saída para avaliar o desempenho da malha de controle, conforme (2.1).

Para compreender a ideia do CVM, admita um sistema em malha fechada representado na Figura 2.1, cuja saída y , admitindo-se $y_{\text{set}} = 0$, pode ser dada como:

$$\begin{aligned} y(k) &= G(q)u(k) + N(q)e(k) \\ &= [1 + G(q)C(q)]^{-1}N(q)e(k), \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde e é um ruído branco com média zero e variância σ_e^2 , u é a ação de controle e G e N são os modelos do processo e do distúrbio, respectivamente. Por simplicidade, admite-se que o sistema é SISO e que G possui um atraso d , definido como o número de períodos inteiros de atraso no processo, ou seja,

$$d = 1 + \varsigma = 1 + \text{int}(t_d/T_s) \quad (2.5)$$

onde t_d é o atraso contínuo do processo decorrente do tempo morto verdadeiro ou atraso da análise, T_s representa o tempo de amostragem e ς é o número de períodos inteiros de atraso. Assim $G(q) = q^{-d}G_{\text{MP}}(q)$, onde $G_{\text{MP}}(q)$ representa a parcela do sistema sem atraso, pode-se então reescrever (2.4) como:

$$\begin{aligned} y(k) &= [1 + q^{-d}G_{\text{MP}}(q)C(q)]^{-1}[N(q)e(k) + q^{-d}G_{\text{MP}}(q)C(q)y_{\text{set}}(k)], \\ &= q^{-d}G_{\text{MP}}(q)C(q)y(k) + y(k) = N(q)e(k) + q^{-d}G_{\text{MP}}(q)C(q)y_{\text{set}}(k). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Dadas todas as informações até o tempo k , o controlador C de VM é aquele capaz de minimizar a variância do erro de controle $e_y = y_{\text{set}} - y$ a partir de $k + d$, ou seja,

$$\min_{u(k)} J(k) = E\{[e_y(k + d)]^2\}. \quad (2.7)$$

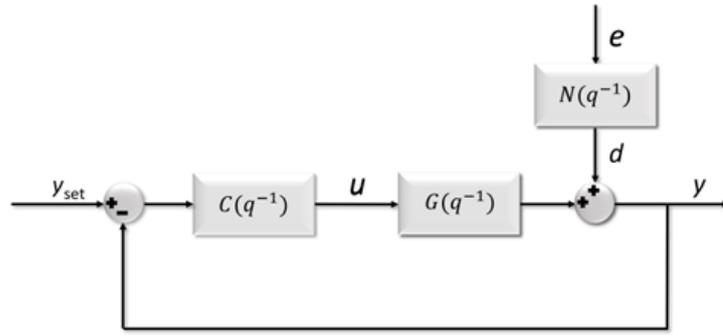


FIGURA 2.1. Estrutura de controle *feedback*.

Alternativamente, quando $e_y = -y$ (sem perda de generalidade), tem-se

$$\min_{u(k)} J(k) = E\{[y(k+d)]^2\}. \quad (2.8)$$

Desta forma, o controlador de variância mínima baseia-se no modelo do sistema, processo e distúrbio, e resultará no cancelamento completo do erro (exceto ruído de medição) um tempo de amostra após o atraso de tempo do sistema d , sendo associado assim à teoria de controle perfeito ou controle ótimo.

Para permitir a minimização de (2.7) com relação à entrada de controle u , faz-se necessário relacionar a saída controlada y com u . Para isso, N pode ser decomposto através da equação de Diophantine como:

$$N(q) = \underbrace{f_0 + f_1q^{-1} + \dots + f_{d-1}q^{-d+1}}_{F(q)} + Rq^{-d}. \quad (2.9)$$

Para $y_{set} = 0$, tem-se então que (2.6) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} y(k) &= [1 + q^{-d}G_{MP}(q)C(q)]^{-1}[F(q) + q^{-d}R(q)]e(k) \\ &= \underbrace{\{F(q) + q^{-d}[1 + q^{-d}G_{MP}(q)C(q)]^{-1}[R(q) - F(q)G_{MP}(q)C(q)]\}}_{P(q)}e(k) \\ &= F(q)e(k) + q^{-d}P(q)e(k). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Dada a equivalência de (2.2), (2.4) e (2.10) então

$$\begin{aligned} E\{[y(k+d)]^2\} &= E\{[F(q)e(k+d) + P(q)e(k)]^2\} \\ &= E\{[F(q)e(k+d)]^2\} + E\{[P(q)e(k)]^2\}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Dessa forma,

$$E\{[y(k+d)]^2\} \geq E\{[F(q)e(k+d)]^2\}. \quad (2.12)$$

Uma vez que um controlador causal não pode afetar termos futuros, somente o termo $E\{[P(q)e(k)]^2\}$ em (2.11) poderá ser afetado pelo controlador. Assim, a solução de (2.7) será obtida quando um controlador for capaz de anular tal termo. Isto equivale a fazer $P(q) = 0$ em (2.10), o que é obtido quando

$$C(q) = [G_{MP}(q)F(q)]^{-1}R(q) \quad (2.13)$$

é aplicado.

Uma vez que $u(k) = -C(q)y(k)$ a lei de CVM é então

$$u_{VM}(k) = -[G_{MP}(q)F(q)]^{-1}R(q)y_{VM}(k) \quad (2.14)$$

e o *benchmark* VM pode ser calculado como $J_{VM} = E\{[F(q)e(k+d)]^2\}$.

Note que a lei de controle (2.14) implica que, independentemente da dinâmica do processo, todos os polos e zeros são cancelados pelo controlador de VM, devido ao termo G_{MP}^{-1} . Consequentemente, a estrutura básica de tal controlador é restrita a sistemas estáveis e de fase mínima (JELALI, 2013). Na prática, o cancelamento da dinâmica do sistema implica em ação de controle agressiva, o que pode não ser tolerado do ponto de vista operacional. Outra limitação é a sensibilidade a mudanças no sistema, ou seja, a falta de robustez em relação a erros de modelagem. Essas características tornam esse tipo de referência muitas vezes inadequado para avaliar sistemas práticos, uma vez que tal referência pode ou não ser alcançável na prática, dependendo da invertibilidade do modelo e de outras restrições físicas dos sistemas monitorados. Apesar disso, admitir o CVM como referência não significa que seja necessário implementar tal controlador e como referência ele fornece informações úteis, como o quão bom é o desempenho atual do controlador em comparação com o controlador de variação mínima e quanto potencial existe para melhorar ainda mais o desempenho do controlador.

Para sistemas de fase não-mínima o controlador de VM pode ser projetado com pequenas modificações em relação ao desenvolvimento anterior (JELALI, 2013), as

quais serão abordadas na subseção 3.2.1. Os zeros-FNM não são invertidos, semelhante ao tratamento para estrutura de controle IMC (do inglês *internal model control*) (MORARI; ZAFIRIOU, 1989). De forma que o modelo da planta pode então ser fatorado como $G(q) = q^{-d}G_{\text{NMP}}(q)G_{\text{MP}}(q)$ e a lei de CVM resultante poderá ser escrita em função de seus termos. O desenvolvimento da lei de CVM para sistemas de fase não-mínima será abordado em detalhes na subseção 3.2.1. Das leis de controle de VM, seja para sistemas de fase mínima ou fase não-mínima, fica claro que o principal veículo para o cálculo de controladores de VM é a solução da identidade de Diophantine. Para casos simples, é possível obter soluções direta, no entanto, em alguns casos tais soluções podem requerer o uso de *softwares*, por exemplo, quando a ordem utilizada para modelar N em (2.4) assim como o atraso discreto d são elevados.

2.2.2 Referências de Desempenho com Base em Controladores Avançados

Nessa abordagem, o desempenho do controlador atual é avaliado através de comparação com o desempenho de um controlador avançado. Nesse caso, as limitações da ação do controlador são também consideradas. Nesse contexto, os controladores lineares quadráticos gaussianos (LQG), que admitem a variância da ação de controle como um parâmetro relevante no seu projeto, podem ser admitidos como referência (Danesh Pour et al., 2010; KADALI; HUANG, 2002). O objetivo do controlador LQG é formulado como:

$$J(\lambda) = \text{var}(y(k)) + \lambda \text{var}(u(k)), \quad (2.15)$$

onde λ é um fator de penalização positivo para movimentos agressivos do controlador. Ao alterar λ na faixa de $[0, \infty]$, várias soluções ótimas para $\text{var}(y(k))$ e $\text{var}(u(k))$ podem ser calculadas e, em seguida, é fornecida uma curva de desempenho que exhibe o $\text{var}(y(k))$ ótimo em relação ao $\text{var}(u(k))$ ótimo para mostrar a região de controle alcançável.

A curva de desempenho também pode ser obtida para controladores MPC (JULIEN et al., 2004). Como a dinâmica das perturbações geralmente varia com o tempo, o objetivo de controle do MPC pode ser projetado para rejeitar perturbações do tipo

degrau ou perturbações do tipo *random-walk*, a fim de evitar alterações frequentes nas estratégias de controle. Esta é uma abordagem muito comum em aplicações industriais, e os controladores resultantes geralmente têm desempenho satisfatório para a maioria das perturbações nesses cenários. A curva de desempenho dos controladores MPC geralmente está acima daquela dos controladores LQG. O motivo é que as perturbações reais podem ser bastante diferentes dos tipos de *random-walk* ou de degrau, tornando o MPC subótimo para rejeitar perturbações reais. No entanto, a curva de desempenho resultante geralmente é mais próxima do desempenho dos controladores reais do que aquelas baseadas em referências ideais e, portanto, pode fornecer informações de monitoramento mais adequadas.

Os *benchmarks* baseados em controle avançado são adequados para aplicações industriais em que as limitações de esforço do controlador são relevantes para o projeto do controlador. No entanto, de forma geral os modelos da planta e do distúrbio devem ser conhecidos a priori, e essas informações nem sempre estão disponíveis na prática. Além disso, o custo computacional relativamente alto pode aumentar o custo de implementação (GAO et al., 2016).

2.2.3 Monitoramento de Desempenho com Base em Referências a Partir de Dados Históricos

Os *benchmarks* baseados em dados históricos são obtidos através de dados de operação históricos referentes a períodos em que o sistema de controle estava operando com estados desejáveis. Uma abordagem direta para a avaliação de desempenho é monitorar a variância/covariância de variáveis de processo relevantes. Com base na análise de autovalores generalizada, (YU; QIN, 2008) propuseram um método estatístico para avaliação de desempenho de processos MIMO, em que a contribuição de cada malha quanto ao aprimoramento e/ou degradação do desempenho pode ser isolado.

Além das métricas de desempenho tradicionais, como a variância da saída, um novo método de referência baseado na distância de Hellinger, que mede a semelhança entre duas funções de densidade de probabilidade diferentes, foi proposto por Li et al. (2015) e pode ser aplicado a processos não lineares. Outra abordagem baseada em

dados históricos é recorrer a um modelo de referência predefinido, que pode ser baseado em controladores históricos cujo desempenho era satisfatório. Li et al. (2003) propuseram um índice de desempenho relativo que é definido como a razão entre a média móvel do erro quadrado exponencialmente ponderada (EWMASE) do controlador monitorado e do respectivo modelo de referência.

Nas aplicações industriais, a utilidade dos *benchmarks* baseados em dados históricos foi validada tanto em malhas isoladas quanto em malhas interligadas (LI et al., 2003), inclusive em processos MIMO mais complexos, como o considerado por Yu e Qin (2008) que contou com um processo composto de 10 malhas. Uma grande vantagem dessa abordagem é que o custo de implementação geralmente é menor em comparação com *benchmarks* baseados em controle ótimo. No entanto, uma preocupação prática é que os dados históricos apropriados para *benchmarks* de desempenho devem ser pré-especificados, o que pode exigir experiência de campo. Alternativamente, técnicas de mineração de dados podem ser utilizadas para selecionar automaticamente segmentos adequados de dados históricos para estabelecer esses *benchmarks* (DAS et al., 2016).

2.2.4 Avaliação de Desempenho de Controladores PID

Nas indústrias de processos, mais de 90% dos controladores são controladores PID, e, portanto, *benchmarks* acessíveis devem ser aplicados a esses controladores industriais com estruturas restritas. Como já discutido, dentre os objetivos de controle pode-se apontar duas categorias: objetivo de controle estocástico e objetivo de controle determinístico. O desempenho estocástico está relacionado à capacidade de rejeitar perturbações estocásticas não medidas, o que pode ser avaliado pela variância da saída. Vários estudos obtiveram a variância mínima da saída alcançável por controladores PID com base no problema de otimização como:

$$\sigma_{\text{PID}}^2 = \min_{\text{PID}} \sigma_y^2. \quad (2.16)$$

Este problema de otimização geralmente não é convexo, para o qual vários métodos de otimização foram aplicados (FU et al., 2012; SHAHNI; MALWATKAR, 2011).

O desempenho determinístico está principalmente relacionado ao desempenho de rastreamento do ponto de ajuste e à capacidade de rejeição de perturbações medidas. Yu e Wang (2012) estabeleceram o limite inferior do erro absoluto integrado (IAE), definido como:

$$\text{IAE} = \int |e_y| dt. \quad (2.17)$$

para perturbações na carga com base no método de síntese direta. Huang e Jeng (2002) estabeleceram formulações empíricas do limite inferior do IAE e do tempo de subida para modelos de primeira ordem e de segunda ordem com atraso sujeitos a mudanças de ponto de ajuste degrau.

Alternativamente, estruturas de controle podem ser prefixadas e *benchmarks* estocásticos e determinísticos obtidos sob tais restrições, esses são os chamados *user-specified benchmarks*. Para estes, J_{ref} é uma métrica referente a um comportamento desejável para a malha fechada. Uma vez que regras de ajuste IMC são comumente aplicadas na prática, cujo objetivo de projeto é permitir que a resposta em malha fechada se aproxime de um modelo FOPTD (JAHANSHAHI et al., 2015), uma abordagem prática e simples é considerar J_{ref} como o desempenho alcançável para um controlador IMC como *benchmark* (YU et al., 2011). Tais *benchmarks* foram aplicados em aplicações industriais reais, como usinas termelétricas, devido ao custo de implementação relativamente baixo (YU et al., 2011), porque há apenas um parâmetro especificado pelo usuário, que é a constante de tempo desejada em malha fechada. Uma escolha prática desse parâmetro é torná-lo igual ao atraso do processo e o *benchmark* correspondente pode se aproximar bem do melhor desempenho alcançável pelos controladores PID (GAO et al., 2016).

2.3 Conceitos Teóricos por Trás dos Métodos de Monitoramento de Desempenho de Malhas de Controle

Como apontado na seção 2.2, a adequabilidade da avaliação do desempenho de uma dada malha através do uso de *benchmarks* dependerá de quão alcançável essa referência é pelo projeto de controle monitorado. É bem sabido que existem limitações inerentes ao processo a ser controlado no nível de desempenho alcançável para

o respectivo projeto de controle e que essas limitações surgem, geralmente, devido a restrições impostas por requisitos fundamentais como estabilidade e robustez (CHEN; NETT, 1995). Esta seção tem por objetivo discutir os principais fatores de limitação de desempenho inerentes aos processos monitorados, uma vez que esses têm papel central na obtenção dos *benchmarks* de desempenho.

2.3.1 Fatores de Limitação de Desempenho

Na teoria clássica de controle *feedback*, as restrições inerentes aos processos são comumente expressas em termos de parâmetros de seu modelo descritivo, como zeros e polos, na forma de relações integrais da sensibilidade de Bode (BODE, 1945) e fórmulas de integrais de Poisson (FREUDENBERG; LOOZE, 1985). As relações integrais da função de sensibilidade de Bode são usadas para estudar as limitações impostas por restrições de largura de banda e por polos instáveis, enquanto as fórmulas integrais de Poisson são usadas para estudar restrições de projeto de controle impostas por zeros-FNM. Essas relações e fórmulas mostram que as limitações impostas para o desempenho alcançável em projetos de controle de sistemas MIMO são dependentes da direção de polos instáveis e zeros-FNM e não somente da localização desses fatores, como é caso já bem conhecido para sistemas SISO.

Além das limitações de desempenho impostas pela presença de zeros-FNM e polos instáveis, existem também as limitações decorrentes da existência de tempo morto e presença de distúrbios não medidos. De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005), esses fatores também possuem direções associadas à cada um deles. Isto evidencia que a direcionalidade é uma diferença fundamental entre sistemas SISO e MIMO. O efeito da direcionalidade desses fatores pode ser quantificado em relação a suas direções de entrada e saída. No entanto, em análises de desempenho as direções de entrada são geralmente de menor interesse desde que a preocupação primária está relacionada às saídas (variáveis controladas).

Além das relações/fórmulas integrais e da direcionalidade, o desempenho de uma malha quanto aos polos, zeros e tempo morto de um modelo de planta é discutido também, na literatura, sob o contexto de operabilidade dinâmica (resiliência), ou controlabilidade, que, de acordo com Psarris e Floudas (1991), caracteriza a habilidade

da planta em se mover de forma rápida e segura de um ponto de operação a outro e rejeitar distúrbios. A operabilidade dinâmica está diretamente relacionada ao conceito de controle perfeito, que por sua vez está relacionado à capacidade de inversão da matriz de transferência da planta. Como mostrado por Garcia e Morari (1982) e Morari (1983), durante o desenvolvimento da estrutura de controle IMC, a presença de elementos de fase não-mínima, como zeros e tempo morto, limita a habilidade de um controle perfeito desde que a inversão do processo não é possível e/ou estável.

Apesar da presença de tempo morto, que pode ser definido como o tempo decorrido para que o efeito de uma determinada variação no sinal de entrada seja observada na saída do sistema, interferir na capacidade de inversão do modelo do processo, vale salientar que em sistemas MIMO nem sempre o aumento deste elemento implicará numa deterioração do desempenho de controle (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Por exemplo, considere a planta

$$G(q) = \begin{bmatrix} 1 & q^{-d} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Neste caso, se $d = 0$ então a planta é singular (funcionalmente não controlável) e assim não é possível controlar as duas saídas independentemente. Por outro lado, se $d > 0$, um controle *feedback* eficaz é possível, desde que a largura de banda seja maior do que aproximadamente $1/d$. Isso significa que, para este exemplo, o controle é mais fácil quanto maior é d . Em outras palavras, a presença do atraso desacopla a resposta inicial do sistema, então um controle preciso é possível se o controlador reagir dentro deste período inicial. Maiores detalhes a respeito do conceito controlabilidade funcional são apresentados por Skogestad e Postlethwaite (2005). De forma geral, o efeito, seja positivo ou negativo, que o atraso presente nos elementos individuais de um sistema MIMO resultará sob as saídas do sistema será então dependente do seu relacionamento com os demais elementos e não somente de sua magnitude.

Entretanto, esse relacionamento, ou também chamado de interação, não é tão simples de ser mensurado e uma alternativa é avaliar o efeito desses atrasos sobre as saídas do sistema através de limites superiores e inferiores, como proposto por Holt e Morari (1985). Nessa abordagem, o limite superior é uma medida em formato vetorial que indica o tempo mínimo que deve decorrer antes que uma ação de controle seja observada em cada uma das saídas, ou seja, se $d_{i,j}$ representar o atraso do elemento

(i, j) do modelo $G(q^{-1})$, tal que $q^{-d_{i,j}}G_{i,j}(q^{-1})$ representa esse elemento, então um limite superior sobre o tempo morto na saída i , dado pelo menor atraso na linha i de $G(q^{-1})$, é (HOLT; MORARI, 1985)

$$d_i^{\min} = \min_j n_{i,j}. \quad (2.19)$$

Esse limite é obvio já que d_i^{\min} é o menor tempo para qualquer entrada afetar a saída i , assim d_i^{\min} pode ser admitido como um tempo morto acoplado à saída i . O limite inferior contém a mesma informação, porém, considera condições nas quais a estrutura de controle tenha sido projetada para obter uma dinâmica descentralizada. No entanto, em sistemas MIMO que apresentem forte interação ou que não possam ser descentralizados o tempo morto se apresentará relacionado a múltiplas saídas e/ou entradas, o que reforça os efeitos direcionais. Tsiligiannis e Svoronos (1988) apresentam alguns exemplos de como o tempo morto em sistemas multivariáveis 2x2 pode se configurar nos canais da matriz de transferência e com base nessa configuração classificaram o tempo morto existente em sistemas MIMO, quanto ao grau de acoplamento, em três tipos. Para compreender essa classificação tome os seguintes processos como exemplos:

$$G_1 = \begin{bmatrix} 2q^{-d_1} & q^{-d_1} \\ q^{-d_1} & q^{-d_1} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 2q^{-d_1} & q^{-d_1} \\ q^{-d_2} & q^{-d_2} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} 2q^{-1} & q^{-2} \\ q^{-3} & q^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$G_4 = \begin{bmatrix} 2q^{-2} & q^{-1} \\ q^{-1} & q^{-3} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$G_5 = \begin{bmatrix} 2q^{-1} & q^{-2} \\ q^{-3} & q^{-4} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$G_6 = \begin{bmatrix} q^{-1}(1 + \frac{1}{2}q^{-1}) & q^{-1} \\ q^{-1}(1 + \frac{1}{6}q^{-1}) & q^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$G_7 = \begin{bmatrix} q^{-1}(1 + \frac{1}{2}q^{-1}) & q^{-1}(1 + \frac{1}{3}q^{-1}) \\ q^{-1}(1 + \frac{1}{6}q^{-1}) & q^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Para a classificação os autores utilizaram um paralelo com o caso SISO, no qual uma fatoração simples do atraso d_1 identifica a característica invariante como q^{-d_1} e

fornece um controlador IMC ótimo como $C(q) = [g_r(q)]^{-1}$, dado que g pode ser fatorada como $g(q) = g_l(q)g_r(q)$, onde $g_l(q) = q^{-d_1}$. Estendendo-se essa ideia para os seis processos MIMO anteriormente apresentados, as seguintes fatorações e respectivos controladores são obtidos:

$$\begin{aligned} G_1(q) &= \begin{bmatrix} 2q^{-d_1} & q^{-d_1} \\ q^{-d_1} & q^{-d_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{-d_1} & 0 \\ 0 & q^{-d_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow C(q) &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} G_2(q) &= \begin{bmatrix} 2q^{-d_1} & q^{-d_1} \\ q^{-d_2} & q^{-d_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{-d_1} & 0 \\ 0 & q^{-d_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow C(q) &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} G_3(q) &= \begin{bmatrix} 2q^{-1} & q^{-2} \\ q^{-3} & q^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{-1} & 0 \\ 0 & q^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & q^{-1} \\ q^{-2} & 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow C(q) &= \frac{1}{2 - q^{-3}} \begin{bmatrix} 1 & -q^{-1} \\ -q^{-2} & 2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} G_4(q) &= \begin{bmatrix} 2q^{-2} & q^{-1} \\ q^{-1} & q^{-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{-1} & 1 \\ 1 & q^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2q^{-1} & 1 \\ 1 & q^{-2} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow C(q) &= \frac{1}{2q^{-3} - 1} \begin{bmatrix} q^{-2} & -1 \\ -1 & 2q^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} G_5(q) &= \begin{bmatrix} 2q^{-1} & q^{-2} \\ q^{-3} & q^{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{-1} & 0 \\ 0 & q^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & q^{-1} \\ 1 & q^{-1} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow C(q) &= q \begin{bmatrix} q^{-1} & -q^{-1} \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} G_6(q) &= \begin{bmatrix} q^{-1}(1 + 1/2q^{-1}) & q^{-1} \\ q^{-1}(1 + 1/6q^{-1}) & q^{-1} \end{bmatrix} = q^{-1} \begin{bmatrix} (1 + 1/2q^{-1}) & 1 \\ (1 + 1/6q^{-1}) & 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow C(q) &= 3q \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -(1 + 1/6q^{-1}) & (1 + 1/2q^{-1}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} G_7(q) &= \begin{bmatrix} q^{-1}(1 + 1/2q^{-1}) & q^{-1}(1 + 1/3q^{-1}) \\ q^{-1}(1 + 1/6q^{-1}) & q^{-1} \end{bmatrix} = q^{-1} \begin{bmatrix} (1 + 1/2q^{-1}) & (1 + 1/3q^{-1}) \\ (1 + 1/6q^{-1}) & 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow C(q) &= -18q^2 \begin{bmatrix} 1 & -(1 + 1/3q^{-1}) \\ -(1 + 1/6q^{-1}) & (1 + 1/2q^{-1}) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Observe que as estruturas de controle para os processos de 1 a 4 são implementáveis enquanto de 5 a 7 não são, pois o controlador resultante é não causal, ou seja, um controlador que usa informação futura, a qual não é disponível no instante

presente de atuação (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Com base nesses exemplos, verifica-se que diferentes naturezas de acoplamento entre os atrasos dos canais dos sistemas requererão diferentes abordagens de fatoração, em vista da ineficiência da extensão direta da fatoração SISO em fatorar determinadas configurações de atraso. Assim, estruturas de tempos mortos capazes de serem fatoradas através da extensão direta, como os sistemas de 1 a 4, foram enquadrados como tipo I, cuja estrutura de atraso implica apenas em acoplamentos triviais, sendo cada saída afetada inicialmente por uma entrada específica. Esse tipo é então diretamente associado ao efeito de tempo morto verificado em sistemas SISO, podendo ser fatorado através de fatoração diagonal na saída do processo. O tipo II, por sua vez, corresponde a estruturas de atraso que impõe acoplamentos não triviais em que essencialmente uma das entradas afeta algumas ou todas as saídas mais cedo que outras entradas, como a verificada no processo 5. A verificação da associação do atraso desse processo à alguma das entradas pode ser realizada através da fatoração diagonal na entrada e na saída sob a forma:

$$G_5(q) = \begin{bmatrix} 2q^{-1} & q^{-2} \\ q^{-3} & q^{-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{-1} & 0 \\ 0 & q^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & q^{-1} \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

A fatoração em (2.34) demonstra que a entrada 1 afeta ambas saídas antes que a entrada 2. Por fim, no tipo III tem-se sistemas tais como os processos 6 e 7 nos quais são verificados os acoplamentos não triviais decorrentes de zeros no infinito (KAILATH, 1980).

Em resumo, alterações nos atrasos de elementos individuais do sistema (canais) que facilitem o desacoplamento do sistema facilitarão a ação dos controladores permitindo um melhor desempenho, como apresentado em Skogestad e Postlethwaite (2005) e Holt e Morari (1985). Essas observações podem ser diretamente verificadas através do formato apresentada pela generalização do tempo morto para sistemas MIMO, conhecida como *Interactor Matrix*. Essa matriz é referente então ao tempo morto multivariável e pode apresentar-se com formato diagonal – caso da interação do tipo I –, triangular ou geral – casos de interações do tipo II e III. Cada um desses formatos pode então ser relacionado com uma limitação de desempenho distinta decorrente do tempo morto do processo. Por exemplo, quando a *Interactor Matrix* apresenta formato diagonal, pode-se afirmar que não há interação entre o atraso dos canais que compõe o processo, sendo o atraso de uma saída decorrente apenas dos canais que a compõe.

Por outro lado, quando o atraso de um sistema apresenta *Interactor Matrix* com formato geral ou triangular, i.e., todos os elementos da matriz são não nulos, ocorrerá interação entre os atrasos podendo essa interação ser então benéfica ou prejudicial, sob o ponto de vista de desempenho, como discutido anteriormente. Mais detalhes a respeito dessa matriz e algumas de suas peculiaridades são apresentados na subseção 2.3.3.

Os zeros-FNM, por sua vez, são comuns em muitos problemas práticos de sistemas MIMO. As limitações que eles impõem são similares aquelas para SISO, embora muitas vezes não tão severas, pois se aplicam em direções específicas (CHEN; NETT, 1995). Além do efeito da direção, a localização dos zeros de fase não-mínima também influencia de forma distinta a limitação no desempenho. Toker et al. (2002) discutiram o efeito que a localização e direção dos zeros-FNM têm sobre a limitação de desempenho do sistema. Em seus resultados é mostrado que, para um sistema em tempo discreto, quanto mais próximo do círculo unitário, maior será o efeito de limitação de desempenho devido à sua presença, em especial aqueles localizados no primeiro e quarto quadrante. É mostrado, também, que um zero-FNM não afetará significativamente o desempenho do sistema se a direção de saída a ele associada está alinhada à direção do sinal de entrada no sistema, especificamente quando tais direções forem ortogonais entre si. Como discutido anteriormente, a limitação de um zero-FNM em um sistema MIMO pode ser observada e melhor compreendida através de uma extensão das relações integrais de Poisson aplicadas à função de sensibilidade ou alternativamente das relações integrais de Bode aplicadas à função de sensibilidade complementar. Maiores detalhes sobre os efeitos de limitação de zeros-FNM e polos instáveis sobre o desempenho de sistemas MIMO podem também ser encontrados em Chen e Nett (1995).

2.3.2 Características Invariantes de Controle

Devido ao interesse deste trabalho em avaliar o desempenho de processos, se faz necessário que essa avaliação ocorra com o sistema em operação, ou seja, em malha fechada. Nesse sentido, os fatores de limitação discutidos na seção anterior precisam ser avaliados então sob esse cenário, o que é possível de ser realizado, pois o tempo morto multivariável e os zeros-FNM são características invariantes de controle (ou *controller-invariant*, do inglês), ou seja, constituem-se como características do sistema em malha

aberta que são preservadas em malha fechada. As características invariantes de controle representam um importante conceito para projetos de controladores, tal como no método IMC, e auditoria de malhas de controle, como nas análises de CVM. Para entender esse conceito, admita que a realização mínima (representação do sistema que considera apenas os modos controláveis e observáveis possuindo mesmo comportamento dinâmico que o sistema original) de um sistema em malha aberta G também pode ser representada por

$$G(q) = N(q)[D(q)]^{-1}, \quad (2.35)$$

onde N e D são matrizes polinomiais coprimas à direita de G (i.e., não possuem raízes em comum entre suas determinantes). Para o controlador C :

$$C(q) = [Q(q)]^{-1}P(q). \quad (2.36)$$

A saída do sistema em malha fechada, representado na Figura 2.1, sob controle *feedback* é descrita por:

$$y(k) = N[PN + QD]^{-1}Py_{\text{set}}(k) + N[PN + QD]^{-1}QDN^{-1}d(k). \quad (2.37)$$

Conseqüentemente os zeros da função malha aberta G serão também os zeros da função em malha fechada e qualquer intenção de cancelar o efeito de uma raiz latente de G , ou seja um zero-FNM de G , introduzirá um cancelamento entre polo-zero, ou seja, um modo instável não observável no sistema em malha fechada. Esta impossibilidade de cancelamento polo-zero constitui uma importante condição para estabilidade interna em malhas de controle e são sumarizados através das restrições de interpolação (ver final desta subseção). Dessa forma, os zeros-FNM de G e conseqüentemente de N constituirão características invariantes do processo sob um controle em malha fechada e, de acordo com Zafiriou e Morari (1987), essa consideração é verdadeira para processos físicos.

Enquanto o atraso da resposta do sistema, sob estrutura *feedback*, é uma característica invariante pois o cancelamento deste atraso requer predição em sistemas estáveis.

Uma vez que a direcionalidade desses termos é outro ponto importante a ser considerado na avaliação de sistemas MIMO, faz-se necessário compreender as implicações do fechamento da malha sobre tais propriedades. Sobre esse ponto, tem-se que assim como a localização, as direções de saída dos zeros não são afetadas por um controle *feedback*. Para o caso dos zeros-FNM, tal condição é facilmente verificada através das restrições de interpolação (ver subseção 2.3.2.1). Vale salientar que, apesar da direção não ser modificada ao fechar a malha, é possível que o controle *feedback* mova/distribua o efeito de deterioração de desempenho de um zero-FNM associado em malha aberta a uma dada saída à outra quando em malha fechada. Tal possibilidade é condicionada a zeros-FNM que não são *pinned* (ver B.3.3), ou seja, zeros que não estão associados a subsistemas, ou canais, específicos que compõem o sistema total. Para um zero *pinned*, o vetor de direções associado a ele apresentará algum(s) elemento(s) nulo(s) (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Essa característica demonstra como as direções são importantes para entender a interação entre as variáveis de um processo.

O tempo morto, entretanto, não apresenta uma relação entre os atrasos da resposta em malha aberta e fechada tão transparente assim em sistemas MIMO. Utilizando as classificações das estruturas de atraso propostas por Tsiligiannis e Svoronos (1988), e discutidas anteriormente, tem-se que estruturas de atraso classificadas como o tipo III, que não são possíveis de serem fatoradas apenas através de fatoração diagonal, seja na entrada e/ou saída, podem ser convertidos no tipo I ou II através de modificações nos elementos da matriz de transferência do sistema. A facilidade dessa conversão pode ser avaliada através do “grau de degeneração” (por degeneração se entende quão fácil é a conversão) calculado através da determinante da matriz de transferência:

$$\det G(q) = \frac{q^{-\delta}(\beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \dots + \beta_B q^{-B})}{(\alpha_0 + \alpha_1 q^{-1} + \dots + \alpha_A q^{-A})} \neq 0; \alpha_0 \neq 0, \quad (2.38)$$

onde δ é o valor do menor atraso no polinômio resultante no numerador de $\det G(q)$. Se $\beta_0 \neq 0$, não há degeneração e assim o tempo morto não será do tipo III. Se $\beta_0 = 0$ então o grau de degeneração será igual ao primeiro k tal que $\beta_k \neq 0$. Por exemplo, no sistema 6, $\beta_0 = 0$ e $\beta_1 \neq 0$ tendo-se então grau de degeneração um (um zero no infinito oculto), enquanto no sistema 7, $\beta_0 = \beta_1 = 0$ e $\beta_2 \neq 0$ assim grau de degeneração dois. Através desse exemplo fica evidente que a estrutura do tempo morto reflete o grau de acoplamento desse termo através dos canais.

Dessa forma, tem-se que os zeros-FNM e o tempo morto multivariável, por serem características invariantes de controle, podem ser avaliadas sob condição de malha fechada e ainda sob tal condição se faz possível inferir a possibilidade de serem avaliados de forma isolada, ou seja, sem a necessidade do conhecimento de um modelo completo. Essa possibilidade é concretizada através da fatoração de sistemas que permite a representação desses termos em formato matricial, capazes de representar os efeitos de limitação de desempenho desses fatores e obtidos a partir de modelos descritivos do sistema e de métodos algébricos. Nesse sentido, o tempo morto multivariável teve seu conceito generalizado para sistemas MIMO através da *Interactor Matrix* (IM), enquanto os zeros podem ser generalizados, por exemplo, através da fatoração de Blaschke. A seção a seguir apresenta algumas abordagens dispostas na literatura destinadas a fatorações desses termos.

2.3.2.1 Restrições de Interpolação de Zeros-FNM para Estabilidade Interna

Se uma planta representada por G possui N_z zeros-FNM ($z_\iota \in \mathbb{C}$ com $\iota = 1, \dots, N_z$) com direção de saída y_{z_ι} , tem-se que, para um sistema de controle *feedback*, conforme representado na Figura 2.1, ter estabilidade interna, o controlador C não pode cancelar os zeros-FNM. Assim, a função de transferência da malha ($L = GC$) e G devem ter os mesmos zeros-FNM com as mesmas direções de saída, i.e.,

$$y_{z_\iota}^* G(z_\iota) = 0 \Rightarrow y_{z_\iota}^* G(z_\iota) C(z_\iota) = 0, \quad (2.39)$$

onde o sobrescrito (*) indica o conjugado transposto. Já que $y_{z_\iota}^* y_{z_\iota} = 1$ e $T = LS$, onde T é a função de sensibilidade complementar e S é a função de sensibilidade definida como $S \triangleq [I + L]^{-1}$, as restrições de interpolação levam ao seguinte resultado:

$$y_{z_\iota}^* T(z_\iota) = 0; \quad y_{z_\iota}^* S(z_\iota) = y_{z_\iota}^*. \quad (2.40)$$

Estas restrições de interpolação decorrem da exigência de estabilidade interna, como demonstram Skogestad e Postlethwaite (2005). Estas condições restringem a resposta das funções S e T do sistema, destacando assim a localização dos zeros-FNM e a direcionalidade como um papel importante no projeto do controlador e no monitoramento do desempenho.

2.3.3 Métodos de Fatoração de Sistemas de Controle

Para compreender melhor como o tempo morto e os zeros-FNM podem ser analisados quanto ao seu efeito sob o desempenho dos sistemas de controle, pode-se utilizar as ferramentas de fatoração de sistemas. Os métodos de fatoração dentro da teoria de controle, de forma geral, têm por objetivo dividir o sistema em partes de interesse, e podem ser interpretados como uma alternativa de reescrever o sistema através de uma combinação de fatores que o compõem. Vidyasagar (2011) descreve alguns métodos de fatoração, como por exemplo, a fatoração coprima que pode ser utilizada como alternativa para caracterização de estabilidade interna, obtenção de uma realização mínima do sistema, o estudo de sistemas em malha fechada e projeto de controladores, tal como na parametrização IMC.

No método IMC, por exemplo, originalmente desenvolvido para sistemas SISO por Garcia e Morari (1982), o sistema em malha aberta (somente o modelo da planta) é dividido em duas partes, uma parcela com termos de fase não-mínima (polos e zeros fora do círculo unitário e o tempo morto) e outra com o remanescente (fase mínima), onde a parcela de fase não-mínima é dada como a combinação de todos os fatores de fase não-mínima, os quais são fatorados em etapas individuais e sequenciadas. A partir disso é, então, determinado um controlador ótimo dado através da inversão da parcela de fase mínima do modelo da planta.

Além dessa aplicação, os métodos de fatoração também permitem analisar os fatores que compõe o modelo dos processos e como eles afetam a sistema em malha fechada, auxiliando nas etapas de ajuste dos sistemas de controle. Entre esses fatores, os atrasos de tempo representados através de tempo morto nos modelos e a resposta inversa representados através de zeros-FNM, os quais não podem ser afetados por nenhum controlador linear estável *feedback* e, conseqüentemente limitam o desempenho ideal do sistema. Estas características são conhecidas como características invariante de controle. A seguir mais detalhes sobre métodos de fatoração de tempo morto multivariável e zeros-FNM.

2.3.3.1 Fatoração Diagonal do Tempo Morto Multivariável

A fatoração diagonal é uma alternativa simples para a fatoração do tempo morto multivariável, sendo essa baseada somente nos tempos mortos, atrasos, de cada canal (TRIERWEILER, 1997). Essa abordagem consiste na fatoração do tempo morto multivariável através de matrizes diagonais unitárias e permite a fatoração não somente do tempo morto relacionado às saídas, do tipo I, como também do tempo morto relacionado às entradas, tipo II, do sistema MIMO através de duas matrizes diagonais, D_O (contendo o tempo morto associado as saídas) e D_I (contendo o tempo morto associado as entradas) calculadas de forma simples. A metodologia para obtenção de D_O e D_I considera que o sistema linear G , com n_O saídas e n_I entradas e que possui tempo morto pode ser fatorado como:

$$G(q^{-1}) = D_O(q^{-1})G_{MP_0}(q^{-1})D_I(q^{-1}) \Rightarrow G_{MP_0}(q^{-1}) = D_O(q)G(q^{-1})D_I(q) \quad (2.41)$$

onde G_{MP_0} é uma matriz função de transferência que apresenta mesma dinâmica e tempo morto residual ou mínimo em cada canal, em relação a G . D_O e D_I são filtros passa-tudo correspondentes ao tempo morto fatorado em relação à saída e em relação à entrada, respectivamente, e podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} D_O(q^{-1}) &= \text{diag}([q^{-\alpha_1}, \dots, q^{-\alpha_{n_O}}]) \\ D_I(q^{-1}) &= \text{diag}([q^{-\beta_1}, \dots, q^{-\beta_{n_I}}]), \end{aligned} \quad (2.42)$$

onde α_j , $j = 1, \dots, n_O$, corresponde ao menor atraso entre todas as entradas para a saída j e β_i , $i = 1, \dots, n_I$ corresponde ao menor atraso entre todas as saídas para a entrada i . O procedimento de fatoração pode ser feito iniciando-se pela fatoração do tempo morto na saída e a partir do tempo morto residual em relação as entradas, caso exista, D_I é então obtido. Observe que $D_O(q^{-1})^{-1} = D_O(q)$ o que é equivalente à transposta $D_O(q^{-1})^T = D_O(q)$, o mesmo é observado para D_I e desta forma, D_O e D_I são matrizes unitárias.

Observe que após a fatoração (conforme expressa em (2.41)) de D_O e D_I , calculados como (2.42), é possível que exista atrasos remanescentes no sistema fatorado. Outra desvantagem dessa metodologia é que, como o efeito do tempo morto sobre as saídas de um sistema será dependente do relacionamento entre os atrasos dos canais dentro da função de transferência da planta, e não somente de sua magnitude, considerar o tempo morto na forma de matrizes diagonais permite estabelecer apenas um limite inferior sobre o efeito dos tempos mortos associados às saídas e às entradas. Contudo, esses limites podem não ser suficientes para capturar a real interação entre

os atrasos dos canais que constituem o sistema. Ainda assim, a matriz D_O pode ser utilizada para obtenção de um limite inferior para a variância mínima de um dado processo, como apresentado por Xia et al. (2006).

2.3.3.2 Fatoração Espectral

A fatoração espectral de matrizes para-Hermitianas (matrizes idênticas a suas transpostas conjugadas) é uma técnica importante na obtenção de filtros de fase mínima e pode ser aplicada na teoria de controle com base em predição (MASANI, 1966), teoria de controle ótimo linear (DAVIS; DICKINSON, 1983) e em métodos para obtenção de aproximações para inversa de sistemas MIMO (KOZUB et al., 1989). Harris et al. (1996) utilizaram esta técnica para estabelecer uma lei de CVM para sistemas MIMO a partir da utilização de uma IM de formato triangular inferior. A fatoração espectral foi aplicada nesse caso, pois para determinação da lei de CVM global, é necessária a preservação do espectro do sistema original (antes da fatoração), o que não é satisfeito através da utilização direta da IM triangular. Esse problema foi então contornado através aplicação de uma fatoração espectral sob a IM em questão para obter uma matriz resultante com propriedade unitária, característica básica para obtenção de uma lei ótima global.

Em geral, os procedimentos computacionais envolvidos para fatoração espectral podem ser classificados como métodos paramétricos ou não paramétricos. Nos métodos paramétricos, a matriz a ser fatorada é expressa explicitamente em termos da transformada Z e podem utilizar extração de fatores simétricos (CALLIER, 1985); construção de realização em espaço de estados e solução através equação de Ricatti (ANDERSON, 1967); solução de equações bilineares através do método iterativo Newthon-Raphson (JEŽEK; KUČERA, 1984); ou decomposição do bloco de Hankel e de matrizes Toeplitz (KUCERA, 2012). Na abordagem não paramétrica, o espectro matricial em um número de frequências discretas é fatorado usando o método iterativo de Newthon-Raphson (WILSON, 1972) ou método iterativo de ganho ótimo, como abordado por Davis e Dickinson (1983). Estas técnicas envolvem operadores de projeção causal nas iterações, e conseqüentemente dependem das propriedades das funções, que são analíticas e harmônicas dentro e sobre o círculo unitário.

2.3.3.3 Fatoração do Atraso/Tempo Morto através da Interactor Matrix

A *Interactor Matrix* (IM) foi proposta por Wolovich e Falb (1976), sendo definida como uma matriz de transferência com forma triangular inferior, à qual pode ser interpretada como o atraso de tempo em sistema MIMO admitindo uma determinada hierarquização das variáveis, sendo assim dependente da ordenação das variáveis no vetor de saídas. Tsiligiannis e Svoronos (1988), Tsiligiannis e Svoronos (1989) utilizaram esta abordagem da IM para estender a parametrização IMC para sistemas MIMO em um trabalho em duas partes. Na primeira parte é apresentado como o tempo morto, elemento não invertível e independente da ação do controlador, pode ser considerado dentro do processo de determinação do controlador IMC através da IM. Na segunda parte do trabalho os autores utilizaram do mesmo procedimento de cálculo da IM para então fatorar os zeros-FNM, sendo então apresentada uma IM referente aos zeros-FNM. Essa IM, por sua vez, é determinada através de uma transformação bilinear que permite converter os zeros-FNM em atrasos de tempo e dessa forma a metodologia aplicada para calcular a IM referente ao tempo morto multivariável pode então ser aplicada para fatoração dos zeros-FNM. Cada zero-FNM é fatorado individualmente. A combinação da IM referente ao tempo morto multivariável com a IM referente aos zeros-FNM recebe o nome de *Generalized Interactor Matrix*.

As IMs representam uma importante ferramenta em auditoria de malhas de controle para sistemas multivariáveis com base na VM dos sistemas, pois permitem a contabilização da variância decorrente do tempo morto. Essa variância é calculada através da correspondente lei de CVM, que pode ser utilizada como referência para avaliação de desempenho MIMO, assim como proposto por Dugard et al. (1984). Os autores utilizaram em seu trabalho a IM proposta por Wolovich e Falb (1976) para derivação de uma lei de CVM. Porém, o formato triangular inferior da IM utilizada torna essa lei de controle não única e dependente da hierarquia/ordenação das variáveis de saída, ou seja, a minimização da variância em cada saída será condicionada pela minimização da variável ordenada acima dela, i.e., o processo de minimização considera que a primeira variável no vetor de saída é a mais importante enquanto a última será a menos importante. Para contornar esse fato, pode-se utilizar concomitantemente a fatoração espectral da IM triangular, como realizado por Harris et al. (1996). Entretanto

a possibilidade de se obter de forma direta uma IM capaz de preservar as características espectrais incentivou a busca por metodologias capazes de obter IMs com outros formatos e diferentes métodos de cálculo.

Rogozinski et al. (1987) propuseram um algoritmo para fatoração da nilpotent IM que possui a forma de matriz cheia. Peng e Kinnaert (1992) demonstraram a existência da IM unitária (ou em inglês *Unitary Interactor Matrix* - UIM), que é uma forma especial da nilpotent IM. A UIM tem como propriedade a não alteração nas propriedades espectrais do sistema subjacente desde que é uma matriz unitária e assim é um termo passa-tudo (HUANG; SHAH, 1999).

Huang e Shah (1999) apresentam uma definição para uma UIM, apresentada a seguir.

Definição 1. Dado um filtro representado por M , este será uma UIM de G se as seguintes condições forem satisfeitas:

1. $M^*(q^{-1})M(q) = I$;
2. Existe uma matriz constante e não singular $K_{\text{inf}} \in \mathbb{R}^{n_o \times n_i}$ tal que

$$\lim_{q^{-1} \rightarrow 0} M(q)G(q^{-1}) = K_{\text{inf}}.$$

A condição 1 refere-se à propriedade unitária, que permite calcular uma lei de CVM independente do ordenamento entre as saídas. A condição 2 avalia se o filtro M pode fatorar o atraso multivariável de G . ■

Essa propriedade de matriz unitária da UIM é desejável para auditoria de malhas com base em CVM ou controle LQ, quando a variância mínima é usada como referência para avaliação. Shah et al. (1987) e Mutoh e Ortega (1993), apresentaram como a UIM pode ser calculada através da resolução de um conjunto de equações algébricas lineares a partir dos parâmetros de Markov (matrizes de coeficientes da resposta ao impulso, ver subseção B.2.2) de um sistema. Essa forma de determinação permite conectar diretamente os parâmetros de Markov à UIM, dispensando o conhecimento prévio da função de transferência completa, o que é conveniente para uma estimativa da UIM quando não há prévio conhecimento do modelo da planta. Em Huang e Shah (1999), foi então proposto um algoritmo para a estimativa da UIM a partir de dados em

malha fechada, viabilizando assim a avaliação do desempenho da malha de controle nas situações cujo conhecimento prévio da matriz de transferência da malha aberta é indisponível. No entanto, para este procedimento, os dados em malha fechada são obtidos considerando perturbações externas medidas.

Além da implicação do formato da IM sobre a VM de um sistema MIMO pode-se também fazer um paralelo entre o formato dessa matriz e a classificação dos tipos de tempo morto apresentado por Tsiligiannis e Svoronos (1988) e descritas na subseção 2.3.2. De forma que as UIMs podem ser apresentadas em dois formatos: diagonal, que é obtido quando o tempo morto é do tipo I; ou geral, que é obtido quando o tempo morto é do tipo II ou III. Observe que, no caso em que o sistema apresenta uma UIM diagonal, o efeito decorrente do atraso multivariável não terá sua direcionalidade afetada pelo fechamento da malha, enquanto nos demais formatos, será possível a redistribuição de seu efeito sobre as variáveis do processo em virtude da interação existente.

A UIMG (Unitary Interactor Matrix Generalised), proposta por Huang (1997), combina os atrasos multivariáveis e os zeros-FNM fatorados do sistema MIMO através filtros passa-tudo. O procedimento para obter a UIMG pode ser conduzido conforme proposto por Huang (1997) e Huang e Shah (1999). Os autores sugerem iniciar o procedimento com a fatoração do atraso multivariável através da UIM, que é calculada a partir dos parâmetros de Markov da matriz de transferência do processo por meio de um procedimento iterativo usando manipulações algébricas, conforme mostrado por Huang et al. (1997) e por Huang e Shah (1999).

A etapa seguinte fatora os zeros-FNM, quando existentes. Para isso, uma transformação bilinear é realizada seguindo procedimento proposto por Tsiligiannis e Svoronos (1989), de modo que

$$q^{-1} = \frac{1 + z_i p^{-1}}{p^{-1} + z_i} e p^{-1} = \frac{1 - z_i q^{-1}}{q^{-1} - z_i}, \quad (2.43)$$

onde p^{-1} é uma transformação de q^{-1} . Essa transformação converte o zero-FNM z_i em q -domínio para um zero infinito do p -domínio, permitindo que os métodos existentes para fatoração de atrasos de tempo, equivalentes ao atraso multivariável, possam ser aplicados para fatorar esse zero. Após a fatoração uma nova transformação deve ser aplicada às soluções para convertê-las ao domínio de origem. Portanto, a fatoração de N_z zeros-FNM requererá $2N_z$ transformações. Além disso, uma vez que a fatoração

dos zeros-FNM é realizada através do procedimento de cálculo da UIM proposto por Huang et al. (1997), e envolve procedimentos iterativos usando manipulações algébricas, tem-se um aumento na complexidade da fatoração a medida que N_z aumenta. Além disso, a possibilidade de fatorações de zeros complexos não foi abordada em nenhum dos trabalhos originais (HUANG, 1997; HUANG; SHAH, 1999), de forma que nenhuma menção ao procedimento de fatoração de $z_i \in \mathbb{C}$ com $\text{Im}(z_i) \neq 0$ foi encontrado.

A UIMG clássica (D_G) é então representada da seguinte forma:

$$D_G(q) = D_f(q)D_{\text{inf}}(q), \quad (2.44)$$

onde D_{inf} representa o atraso de tempo multivariável ou zeros infinitos, de G , e D_f representa os zeros-FNM fatorados de G e está escrito da seguinte forma:

$$D_f(q) = D_f^{(N_z)}(q)D_f^{(N_z-1)}(q) \dots D_f^{(1)}(q), \quad (2.45)$$

onde $D_f^{(\iota)}$ com $\iota = 1, 2, \dots, N_z$. representa a *interactor matrix* correspondente ao z_ι zero-FNM. O sistema G é então fatorado como:

$$G(q^{-1}) = [D_G(q)]^{-1}G_{\text{MP}}(q^{-1}), \quad (2.46)$$

onde G_{MP} representa a parcela de fase mínima de G .

Como discutido no início desta subseção, foram propostas muitas alternativas para o cálculo da IM e cada abordagem implica em características e aplicação distintas. Huang e Shah (1999) apresentam uma definição para uma UIMG, apresentada a seguir.

Definição 2. Dado um filtro representado por M , que satisfaz as condições da Definição 1, este será uma UIMG de G se as seguintes condições também forem satisfeitas:

1. Existe uma matriz constante e não singular $K_{f(\iota)} \in \mathbb{R}^{n_o \times n_i}$ tal que

$$\lim_{q^{-1} \rightarrow z_\iota^{-1}} M(q)G(q^{-1}) = K_{f(\iota)},$$
 onde $\iota = 1, 2, \dots, N_z$ e z_ι são os zeros-FNM de G , i.e., $|z_\iota| > 1$.
2. Os polos de $M(q)$ são $\{z_1, \dots, z_{N_z}\}$, incluindo as multiplicidades.

As condições 1 e 2 avaliam se os zeros-FNM foram fatorados de G .■

Com base na Definição 2, pode-se verificar que os autores ao proporem tal definição não se preocuparam em avaliar se a direcionalidade dos fatores fatorados, neste caso os zeros-FNM, era preservada no filtro fatorado. Como já discutido neste trabalho, tal preservação pode ser interpretada como uma exigência, que neste caso foi negligenciada, para que tais termos sejam adequadamente analisados dentro do contexto de controle de sistemas MIMO.

2.3.3.4 Fatoração de Polos e Zeros – Produtos Blaschke

Sob o ponto de vista de fatoração dos zeros-FNM, pode-se utilizar a fatoração em termos de produtos Blaschke de entrada e saída.

De forma geral, se um sistema G possui um zero-FNM, z , e/ou um polo instável, p , com direções de saída y_z e y_p , respectivamente, então este sistema poderá ser fatorado na saída, em termos de seus produtos Blaschke, em relação a este zero como:

$$G(q^{-1}) = B_{O_z}(q)G_{MP_z}(q^{-1}) \quad (2.47)$$

e/ou em relação a este polo como:

$$G(q^{-1}) = B_{O_p}(q)G_{MP_p}(q^{-1}), \quad (2.48)$$

onde em (2.47) B_{O_z} é um filtro passa-tudo que permite a fatoração de z em relação a y_z e G_{MP_z} é a parcela do sistema com mesma dinâmica de G porém sem z , enquanto em (2.48) B_{O_p} é um filtro passa-tudo que permite a fatoração de p em relação a y_p e G_{MP_p} é a parcela do sistema com mesma dinâmica de G porém sem p . Caso o sistema possua, por exemplo, N_z zeros-FNM então a fatoração é realizada de forma iterativa N_z vezes e cada iteração corresponde a fatoração de um zero por vez e o filtro B_{O_z} é dado pela combinação dos $B_{O_{z_l}}$ ($l = 1, 2, \dots, N_z$). Uma importante característica dos produtos Blaschke é que além da conservação da localização dos zeros-FNM e/ou polos instáveis estes filtros conservam a direcionalidade destes elementos, e.g., B_{O_z} possuirá um zero-FNM na mesma localização e com mesma direção de saída que o mesmo zero-FNM apresenta em G . Desta forma, este método de fatoração permite determinar a

parcela do sistema correspondente aos zeros-FNM e/ou aos polos instáveis preservando seu efeito de direcionalidade real. A partir disto, seus efeitos podem então ser contabilizados ou avaliados de forma isolada.

Essa metodologia é descrita na literatura para fatoração de polos e zeros, Havre e Skogestad (1996) apresentam um resumo sobre os conceitos envolvidos e as fórmulas para a fatoração de sistemas através de produtos Blaschke no domínio contínuo. Em Toker et al. (2002); Su et al. (2007); Zhang e Freudenberg (1993) e Chen e Nett (1995) são encontradas extensões dessas fórmulas para o domínio discreto, no entanto, nem todas são válidas para fatoração de zeros complexos conjugados e em alguns casos, para sistemas com múltiplos zeros-FNM, problemas numéricos podem ser apresentados mediante a aplicação dessas fórmulas. Em virtude disso, foi então desenvolvida uma fórmula alternativa de cálculo dos filtros Blaschke para sistemas discretos através da aplicação direta de discretização das fórmulas em domínio contínuo apresentadas por Havre e Skogestad (1996) usando transformação bilinear como método de discretização e será proposta em 3.1.2.

2.4 Modelagem para Auditoria

Como apresentado nas seções 2.2 e 2.3, a assertividade da avaliação do desempenho de malhas está intimamente relacionada ao nível de conhecimento sobre o sistema avaliado. Limitações de desempenho incidem tanto do controlador quanto do processo controlado e, em virtude disso, as métricas utilizadas devem ser capazes de considerar tais fatores. O conhecimento completo da dinâmica do processo permite que muitas das possíveis limitações de desempenho possam ser calculadas por meio de procedimentos de otimização, tal como sugerido por Boyd e Barratt (1991) e Dahleh e Diaz-Bobillo (1995), e desempenha um papel importante em técnicas de avaliação de desempenho mais avançadas. Zhang et al. (2016) apontam que é inadequado admitir que métricas de avaliação de desempenho podem ser sempre calculadas apenas a partir de dados em condição normal, uma vez que algum conhecimento prévio é sempre requerido – por exemplo, o índice de Harris (1989) necessita do conhecimento prévio do atraso além dos dados. Assim, a obtenção de um modelo se faz uma necessidade dentro de muitas abordagens de monitoramento de desempenho.

Em termos gerais, esses modelos podem ser obtidos através de três métodos distintos: modelagem caixa-branca, modelagem caixa-preta e modelagem caixa-cinza. A modelagem caixa-branca é conhecida como modelagem conceitual, rigorosa ou fenomenológica. Ela utiliza leis físicas que descrevem o sistema para se obter o modelo, porém este método nem sempre é viável devido ao nível de conhecimento requerido do processo e ao tempo necessário para se desenvolver o modelo. A modelagem caixa-preta, também chamada de identificação ou modelagem empírica, é uma alternativa à modelagem caixa-branca, pois é necessário pouco ou nenhum conhecimento prévio sobre o processo. Os modelos caixa-preta descrevem apenas as relações entre as variáveis de entrada e saída. A modelagem caixa-branca e caixa-preta podem ser interpretadas como os extremos da técnica de modelagem. A modelagem caixa-cinza é uma metodologia intermediária, que busca aproveitar as vantagens da modelagem caixa-branca e caixa-preta. Nesse caso, tanto dados de entrada e saída obtidos no sistema quanto informação auxiliar são usados na identificação (CORRÊA; AGUIRRE, 2004).

Sob o ponto de vista da obtenção de modelos para fins de monitoramento e auditoria, a modelagem caixa-preta é a mais recorrente, pois, muitas vezes o conhecimento dos mecanismos físicos que governam o comportamento do sistema não é suficiente para obtenção de um modelo completo coerente com a atividade atual do processo, que pode ser afetado por efeitos externos, por exemplo. Em vez disso, os modelos podem ser obtidos através de modelagem caixa-preta, ou identificação de sistemas, usando procedimentos que buscam a obtenção de uma estimativa do modelo descritivo “real” (LJUNG, 1999).

Dito isto, esta seção abordará alguns tópicos envolvidos quando métodos de identificação são utilizados para auxiliar o processo de auditoria, e dessa forma será discutido, sob a perspectiva de identificação em malha fechada, uma vez que o modelo deve refletir as características do sistema de controle naquele momento da avaliação.

2.4.1 Aspectos Gerais de Identificação em CPM

No contexto da obtenção de *benchmarks* de VM em CPM, o objetivo da modelagem pode ser o de um modelo de distúrbio (ver subseção 2.2.1) utilizando-se de dados em condição normal de operação em malha-fechada. Contudo, a aplicação desse mo-

delo não é para o propósito tradicional de previsão ou simulação; ao contrário, tem-se interesse apenas nos primeiros coeficientes de resposta ao impulso, até a ordem d do atraso de tempo, pois, apenas esses coeficientes são utilizados para estimar a VM. Assim, o modelo só precisa ser adequado para representar o componente previsível (vários passos à frente) dentro do conjunto de dados (DESBOROUGH; HARRIS, 1992; THORNHILL et al., 1999). De acordo com Jelali (2013), nesse contexto, os resíduos ou a sequência de inovação são de interesse primário, enquanto os próprios parâmetros do modelo não são de interesse, e, portanto, a validação do modelo não é tão relevante.

Outra possibilidade, ainda dentro do contexto de CPM, pode ser o interesse de estimar uma UIM ou uma UIMG, por exemplo. Nesse cenário o objetivo da identificação é o de obter um modelo da dinâmica do processo, uma vez que ambas são baseadas em modelos. Consequentemente, quaisquer modelos e métodos de identificação podem ser aplicados, desde que forneçam um modelo de qualidade suficiente para previsão. Até mesmo abordagens de modelagem não lineares, como estruturas de modelo ARMA(X) não lineares ou redes neurais artificiais, podem ser aplicadas. No entanto, na prática, é altamente recomendável manter o modelo o mais simples possível, preferencialmente do tipo AR(X), devido à sua estimação simples e rápida.

De acordo com Zhu (2001), um procedimento de identificação normal pode ser sumarizado em quatro etapas principais: testes/experimentos de identificação; seleção da ordem/estrutura do modelo; estimação de parâmetros; validação do modelo identificado.

2.4.2 Geração e Tratamento de Dados para Identificação

Em alguns casos, o modelo a ser identificado pode não ser adequadamente estimado quando apenas dados em condição normal de operação são admitidos, fazendo-se necessária a aquisição de dados via testes de identificação. Por exemplo, Söderström et al. (1975) verificaram que, a menos que algumas condições restritivas sejam satisfeitas, a função de transferência em malha aberta não pode ser identificada a partir de dados operacionais coletados sob controle *feedback* na ausência de sinais de excitação, mesmo que a estrutura "real" do modelo seja empregada para o ajuste dos dados.

A etapa de teste/experimento de identificação constitui-se no projeto e na geração dos sinais de perturbação que serão utilizados para obtenção dos dados de identificação. Para testes de identificação em malha fechada, que tem por objetivo estimar o modelo do processo, é importante saber que a riqueza, ou persistência de excitação, do sinal de teste de identificação é o que garante a identificabilidade do modelo do processo, e não a persistência de excitação do sinal de entrada do processo (ZHU, 1998). Ljung (1999) define identificabilidade como o conceito fundamental na teoria de identificação de sistema, o qual diz respeito à unicidade dos parâmetros estimados para o modelo e a possibilidade deste modelo identificado ser “igual” ao modelo real. Portanto, a obtenção de um modelo identificado adequado requer dados ricos e informativos. Esses apontamentos permitem inferir que, independentemente de objetivar-se um modelo exato ou aproximado, é evidente a importância da etapa de testes de identificação, e uma escolha adequada para estrutura/ordem do modelo escolhido.

A informatividade dos dados é garantida quando a excitação de entrada é suficientemente rica para garantir que o erro de predição seja diferente para diferentes modelos na estrutura do modelo considerado (COLIN et al., 2020). Assim, a informatividade tem relação direta não somente com o conjunto de dados, mas também com a estrutura escolhida para modelar este conjunto. Dentro do contexto de identificação de sistemas MIMO, pode-se verificar a informatividade dos dados de identificação quando o espectro de potência do vetor de entrada é estritamente positivo definido em (quase) todas as frequências (BAZANELLA et al., 2010). Entretanto, essa condição suficiente é bastante restritiva.

Colin et al. (2020) demonstraram que uma condição suficiente com respeito à estrutura de modelos MISO é a independência linear dos elementos do vetor de regressores, $\phi_u(k)$, que equivale à condição de uma dada matriz ser de posto completo (ver (ZHOU et al., 1996)). Esta matriz será função da parametrização do sinal de entrada, por exemplo, para uma entrada tipo multiseno a matriz dependerá das amplitudes, deslocamentos de fase e frequências das diferentes senoides, enquanto no caso de um ruído branco filtrado, a matriz dependerá da complexidade do modelo do filtro utilizado e do número de fontes de ruído independentes (COLIN et al., 2020).

A informatividade dos dados de identificação pode ser avaliada através da ra-

ção de sinal ruído (SNR do inglês *signal-to-noise ratio*), do fator de *Crest*, de análises na autocorrelação do sinal de perturbação etc. (ZHU, 2001). A relação SNR é uma medida que descreve a relação entre o sinal desejado e o ruído indesejado em um sistema de comunicação ou em qualquer sinal elétrico ou eletrônico. É geralmente expresso em decibéis (dB) e calculado pela divisão da potência do sinal (a parte útil para modelagem) pela potência do ruído (a parte indesejada). Um SNR mais alto indica uma relação sinal/ruído mais forte e, idealmente, leva a uma melhor qualidade de sinal e menos interferência. O fator de *Crest*, C_r , é uma medida da relação entre o valor de pico (o valor máximo) e o valor médio de um sinal (LJUNG, 1999), sendo definido como:

$$C_r = \sqrt{\frac{\max u^2(k)}{\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(k)}}. \quad (2.49)$$

Dentro do contexto de identificação de processos, o SNR e o fator de *Crest* têm aplicações específicas na análise de processos industriais e na captura de características, a partir dos dados coletados do teste de identificação, que são relevantes para entender e controlar processos. O SNR em geral é usado para avaliar quão claramente o sinal de interesse (gerado pelo processo) pode ser distinguido do ruído (interferência, variações não relacionadas ao processo etc.). O fator de *Crest*, ou fator de pico, também pode ser relevante na identificação de processos industriais. Ele descreve a relação entre os valores máximos (picos) e os valores médios dos sinais gerados pelo processo. Em algumas situações, um fator de *Crest* alto pode indicar variações significativas nos valores de pico do sinal do processo em relação aos valores médios, o que pode ser crítico para a identificação de comportamentos anômalos ou para a detecção de problemas no processo. Em resumo, no contexto de identificação de processos, o SNR é usado para avaliar a qualidade do sinal gerado pelo processo em relação ao ruído, enquanto o fator de *Crest* pode ser usado para identificar padrões e comportamentos distintos nos processos industriais.

Dessa forma, altos valores para ambos os parâmetros são desejáveis para obter um modelo identificado confiável, o que em muitos casos corresponde à utilização de um sinal teste cuja magnitude é alta. Entretanto, no contexto de auditoria, uma vez que o teste de identificação ocorre em malha fechada, essa magnitude deve ser pequena para minimizar o impacto sobre a saída do processo, o que representa um conflito em

relação à necessidade de dados ricos estabelecida pelo critério de identificabilidade. Esse conflito impulsiona pesquisas em torno de experimentos ótimos para viabilizar a identificação de modelos considerando restrições quanto às características e principalmente à amplitude do sinal de perturbação, cuja solução corresponde, em geral, a um experimento minimamente invasivo. Em Zhang et al. (2016) é apresentada uma estratégia de identificação da dinâmica do processo em altas frequências, o que viabiliza a estimação da *interactor matrix* (ver subseção 2.3.3) e de um *benchmark* utilizando baixos SNRs.

Com base nisso e nas contribuições deste trabalho, a próxima subseção aborda em mais detalhes aspectos importantes quanto à identificação de atrasos de tempo e zeros-FNM em sistemas MIMO, uma vez que ambos desempenham papel fundamental na teoria de CVM de sistemas de FNM. Na sequência, são retomados os conceitos gerais de identificação em CPM.

2.4.2.1 Parâmetros dos Modelos Desejados para o Cálculo de *Benchmarks* VM – Tempo Morto e zeros - FNM

Sob o aspecto de aplicações da teoria de CVM para o cálculo de um *benchmark* para sistemas MIMO de FNM, é possível relacionar o conceito dos fatores de limitação de desempenho que são de interesse, atraso multivariável e zeros-FNM com seu efeito na resposta do sistema no domínio da frequência e elaborar um projeto de sinais de perturbação que gere um conjunto de dados ricos na faixa de frequência de interesse, de forma que esses fatores sejam capturados e representados no modelo identificado, tal como feito por Zhang et al. (2016). Os autores basearam-se no fato de que o tempo morto afeta a resposta inicial do sistema, o que caracteriza a dinâmica do processo em alta frequência (HUANG; SHAH, 1999), assim, um sinal de perturbação com intensidade em alta frequência pode ter vantagens para estimação do tempo morto. Tal ideia foi validada pelos autores ao comparar a qualidade da estimação do atraso de sistemas SISO e MIMO via sua metodologia frente a sinais de perturbação com comportamentos distintos no domínio da frequência, sinais com frequência distribuída e sinais ricos em baixa frequência.

De acordo com Macfarlane e Karcianas (1976) os zeros, por sua vez, são caracte-

rísticas que refletem o acoplamento da dinâmica do sistema no modelo e estão associados a valores específicos de frequência complexa na qual a transmissão de um sinal de entrada é bloqueada pelo sistema. Dito isto, é possível buscar também uma relação entre os zeros-FNM e sua respectiva frequência de bloqueio de sinal e utilizá-la para o projeto do sinal de perturbação. Vale salientar que, dentro do contexto de identificação para monitoramento, mais especificamente para obtenção de métricas de avaliação de desempenho, os modelos identificados devem capturar não somente a localização dos zeros-FNM, mas também suas respectivas direções.

Em resumo, do ponto de vista da relação entre a resposta na frequência e os fatores que se objetiva identificar, pode-se concluir que para estimar de forma consistente o atraso, o sinal de perturbação deverá ser rico em altas frequências. Para identificação dos zeros-FNM essa relação com a frequência não é tão direta, sendo então interessante dados ricos em uma ampla faixa de frequência. Desta forma, para casos nos quais há interesse em utilizar o modelo identificado para uma avaliação de desempenho, o projeto de sinal deve ser elaborado para atender tais condições, i.e., identificação de tempo morto e/ou zeros-FNM.

Existe uma variedade de técnicas de identificação de tempo morto para sistemas SISO presente na literatura. Em Björklund (2003), é possível encontrar uma boa revisão bibliográfica a respeito dos principais métodos, dentre os quais pode-se destacar os trabalhos de Cheng e Tjhung (2003), que se baseia em técnicas de processamento de sinais, e o de Isaksson et al. (2001), que tem como base modelos Laguerre e aproximações racionais para o tempo morto. No entanto, para sistemas MIMO, poucos métodos encontram-se disponíveis, podendo-se destacar os trabalhos de Ni et al. (2010) que se baseia em análises de correlação e transformada contínua de Wavelet e o trabalho de Zhang et al. (2016) que utiliza as propriedades estatísticas de um modelo ARX (do inglês *Auto Regressive Exogenous*) para desempenhar um teste estatístico para avaliar o tempo morto em cada canal do sistema MIMO.

A identificação dos zeros-FNM de um sistema, por sua vez, é um ponto ainda menos discutido na literatura, apesar de sua ampla notoriedade como fator de limitação de desempenho. Assim como para consideração do atraso se faz necessário um conhecimento prévio desse fator, para a consideração dos zero-FNM tal condição tam-

bém é necessária. Em virtude da carência de métodos de identificação que permitam a estimação confiável desse elemento específico e da necessidade de seu conhecimento para adequada utilização nas métricas de avaliação de desempenho, verifica-se a necessidade de métodos nesse sentido.

Com base nesses fatos, verifica-se que o contexto de aplicação dos modelos, bem como as características desejáveis a serem capturadas na modelagem, devem ser considerados para a elaboração de metodologias de identificação. Sendo assim, admitindo-se interesse no cálculo de um *benchmark* de desempenho para sistemas MIMO, pode-se dizer que uma metodologia adequada é aquela que viabiliza a obtenção de estimativas dos atrasos e zeros-FNM utilizando-se de que o conjunto de dados coletado sob condição de malha fechada. Nesse ponto tem-se um desafio, pois, de acordo com a teoria de identificação de processos, valores para SNR superiores a 3 para testes de identificação de forma geral (ZHANG et al., 2016). No entanto, devido a aquisição de dados em condição de malha fechada, é desejável que o sinal de teste não perturbe significativamente o funcionamento normal, evitando deslocar o sistema de sua operação normal para não comprometer a qualidade dos produtos nem a segurança do processo. Em outras palavras, nesse tipo de aplicação uma restrição de projeto geralmente admitida é que a variância do sinal de saída é limitada, o que nesses casos resulta num baixo valor de SNR permitido. Zhang et al. (2016) sugerem que $SNR < 1$ parece ser uma boa escolha para identificação de sistemas no contexto de avaliação do desempenho de controle, sendo esta faixa admitida para a formulação das metodologias propostas que serão apresentadas nos próximos capítulos.

2.4.3 Representação Matemática dos Modelos

Após a coleta dos dados de teste, estes são pré-processados visando sua preparação para a etapa subsequente. Dentre os procedimentos de pré-processamento tem-se a seleção de intervalo de amostragem, a seleção do comprimento de dados e a remoção de *outliers*, remoção de tendências e pré-filtragem, maiores detalhes dessas etapas pode ser encontrada em Ljung (1999), Zhu (2001) e Jelali (2013).

De posse do conjunto de dados, estes são então ajustados através de uma estrutura de modelo escolhida para descrever a resposta dinâmica associada a esses dados

(SEPPALA et al., 2002). Por exemplo, para um conjunto de dados coletados em modo de operação de malha-fechada, como representado na Figura 2.1, pode-se relacionar os dados medidos, de entrada u e de saída y , através de:

$$y(k) = \hat{G}u(k) + \hat{N}\hat{e}(k), \quad (2.50)$$

onde \hat{G} é a estimativa do modelo do processo e \hat{N} é a estimativa do modelo do distúrbio não medido. A estimativa da fonte de ruído é representada por \hat{e} . A modelagem através de identificação/caixa-preta, sob um aspecto geral, é um processo de tentativa e erro, onde estima-se os parâmetros de várias estruturas comparando-se os resultados. Normalmente, inicia-se por uma estrutura mais simples e, dados os resultados, avança-se para estruturas mais complexas. Alternativamente, é possível escolher uma estrutura de modelo devido a necessidades específicas de aplicação (AGUIRRE, 2007). A seguir, são apresentadas algumas das principais representações e estruturas.

2.4.3.1 Funções de Transferência – Estrutura Geral

Em algumas situações pode ser desejável a escolha da representação do sistema através de funções de transferência (ver subseção B.2.1). Nesse contexto, pode-se utilizar as séries temporais cujas estruturas frequentemente usadas na prática são todas variantes da família geral (LJUNG, 1999):

$$\mathbf{A}(q)y(k) = \frac{\mathbf{B}(q)}{\mathbf{F}(q)}u(k) + \frac{\mathbf{C}(q)}{\mathbf{D}(q)}e(k), \quad (2.51)$$

utilizando diferentes maneiras de selecionar polos do sistema e diferentes maneiras de descrever as características do ruído. Para sistemas MIMO, $\mathbf{A}(q)$, $\mathbf{B}(q)$, $\mathbf{C}(q)$, $\mathbf{D}(q)$ e $\mathbf{F}(q)$ são matrizes polinomiais com dimensões $n_O \times n_O$, $n_O \times n_I$, $n_O \times n_O$, $n_O \times n_O$ e $n_O \times n_O$ em q^{-1} de ordem h , escritas respectivamente como:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(q) &= I + \mathbf{A}_1q^{-1} + \mathbf{A}_2q^{-2} + \dots + \mathbf{A}_nq^{-h}, \\ \mathbf{B}(q) &= \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2q^{-1} + \mathbf{B}_3q^{-2} + \dots + \mathbf{B}_hq^{-(h-1)}, \\ \mathbf{C}(q) &= I + \mathbf{C}_1q^{-1} + \mathbf{C}_2q^{-2} + \dots + \mathbf{C}_nq^{-h}, \\ \mathbf{D}(q) &= I + \mathbf{D}_1q^{-1} + \mathbf{D}_2q^{-2} + \dots + \mathbf{D}_nq^{-h}, \\ \mathbf{F}(q) &= I + \mathbf{F}_1q^{-1} + \mathbf{F}_2q^{-2} + \dots + \mathbf{F}_nq^{-h}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

A partir da estrutura geral (2.51), algumas estruturas particulares podem ser utilizadas para ajustar o conjunto de dados de identificação. A escolha de uma estrutura, de forma geral, depende das condições de coleta dos dados, das informações conhecidas pelo usuário e da aplicação do modelo, por exemplo. Geralmente, quando há interesse na dinâmica endógena a partir de dados sem excitação externa, ou seja, apenas a saída do processo é utilizada, é admitido um modelo autorregressivo (AR, do inglês *autoregressive*) – que modela a saída do processo apenas em termos do polinômio $A(q)$ – ou um modelo autorregressivo de média móvel (ARMA, do inglês *autoregressive moving average*) – que modela a saída do processo em termos do polinômio $A(q)$ e $C(q)$ –. Os modelos AR tem como vantagens a sua simplicidade e a capacidade de ser identificado por um estimador de mínimos quadrados (LS do inglês *least-squares*) sem iterações numéricas (SEPPALA et al., 2002). Modelos AR de alta ordem podem ser necessários, no entanto, para aproximar sistemas que apresentam comportamento oscilatório, subamortecidos ou não amortecidos, isso pode levar a problemas numéricos ou a estimativas ruins para os índices de desempenho (JELALI, 2013). Nesse caso, um modelo ARMA é a melhor opção.

Para a avaliação de desempenho baseada em CVM, podem ser necessários modelos que permitem a modelagem de uma dinâmica exógena. Esses podem ser, por exemplo, modelos AR(MA)X, Box Jenkins e Output-Error, que modelam a saída do processo dada uma determinada entrada medida. Alternativamente à representação através de funções de transferência, a modelagem a partir de dados de entrada/saída do processo pode ser realizada admitindo-se uma representação em espaço de estados através de métodos de subespaços (FAVOREEL et al., 2000; HUANG et al., 2005a) ou redes de Laguerre (BADWE et al., 2011; LYNCH; DUMONT, 1996; WAHLBERG, 1991), por exemplo.

2.4.4 Seleção de Ordem

A escolha apropriada da ordem do modelo é crucial, pois ela afeta significativamente a capacidade de predição dos dados a partir dele e, conseqüentemente, afeta os índices de desempenho estimados. A presença de distúrbios não medidos na identificação em malha-fechada, muitas vezes, incide na utilização de altas ordens para uma

boa adequação dos dados (LJUNG, 1999). No entanto, essa ordem não deve ser muito alta, pois a superparametrização pode induzir respostas ao impulso muito ruidosas (JELALI, 2013). Em outras palavras, quando a resposta ao impulso do modelo de perturbação é muito ruidosa, é um indicativo claro de superparametrização, e a ordem do modelo deve ser reduzida. Diferentes sugestões para a seleção da ordem, n , do modelo foram propostas na literatura:

- Desborough e Harris (1992) recomendam começar com uma ordem de modelo pequena, como $n = 5$, e aumentar continuamente n até que o índice de desempenho se estabilize. Em sua abordagem, uma ordem de modelo de 30 mostrou ser suficiente.
- Thornhill et al. (1999) utilizam um modelo AR de ordem 30 fixa e ajustaram o tempo de amostragem de modo que a resposta ao impulso em malha fechada fosse totalmente capturada dentro de 30 amostras.
- Horch (2000) constata que uma ordem de modelo adequada para modelos AR está entre 15 e 25.
- Goradia et al. (2008) propuseram usar $n = 20 + d$, onde d é o atraso.

Na prática, ordens de modelo adequadamente selecionadas e um comprimento mínimo de dados (N) são necessários para obter resultados confiáveis (ZHU, 1989). A heurística proposta por Goradia et al. (2008) faz uma relação entre a ordem, n , e atraso, d . Essa relação é evidente nas séries temporais com entradas exógenas, vez que esses atrasos se relacionam aos parâmetros da matriz polinomial $\mathbf{B}(q)$, em (2.51), a serem estimados. Assim, um conhecimento prévio desse parâmetro auxilia a estimação dos demais parâmetros no modelo (ZHU, 2001). Quando o atraso de tempo é desconhecido, é aconselhável a utilização de uma abordagem alternativa para sua estimação (JELALI, 2013). Em Björklund (2003), são apresentadas diversas metodologias propostas na literatura para o caso de identificação de atraso de tempo em sistemas SISO.

Para auxiliar a escolha da ordem, Zhu (2001) sugere utilizar um critério de erro, calculado admitindo-se diferentes ordens. Nesse caso, duas escolhas precisam ser feitas no procedimento: 1) o critério de erro e 2) o conjunto de dados no qual o critério será avaliado. Na validação cruzada, por exemplo, admite-se o critério como o erro de

saída, calculado através de um conjunto de dados diferente daquele usado para obtenção dos parâmetros. O uso de um conjunto de dados novo para seleção de ordem é muito natural, pois permite avaliar a capacidade de previsão do modelo. No entanto, sua desvantagem é a necessidade de novos testes ou do prolongamento da duração do teste de identificação. Assim, usar o mesmo conjunto de dados de estimação para a seleção de ordem é uma ideia atrativa. Contudo, nesse cenário é verificado o problema de sobreajuste, i.e., o critério de erro reduz-se como uma função do aumento da ordem, mesmo quando a ordem avaliada supera a melhor escolha, já que um modelo com ordem superior apresenta maior liberdade para ajustar os dados de estimação (ZHU, 2001).

Apesar do problema de sobreajuste, existem vários critérios que usam dados de estimação para a seleção de ordem. Na literatura de identificação, frequentemente o critério de erro de predição é usado na seleção de ordem e validação de modelo. O critério de erro de predição usando um conjunto de dados de validação, V_{PE}^V , é calculado como:

$$V_{PE}^V = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N H^{-1}(q)[y^v(k) - \hat{G}(q)u^v(k)]^2, \quad (2.53)$$

onde u^v e y^v são a entrada e a saída do conjunto de dados de validação. O critério de erro de predição usando o conjunto de dados de estimação, V_{PE}^E , como:

$$V_{PE}^E = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N H^{-1}(q)[y(k) - \hat{G}(q)u(k)]^2. \quad (2.54)$$

Assumindo que a fonte de ruído é um sinal com distribuição Gaussiana e que a ordem do modelo está correta, então Akaike (1969) derivou uma estimativa assintoticamente não enviesada de V_{PE}^V usando V_{PE}^E :

$$\text{FPE} = \frac{N + \xi}{N - \xi} V_{PE}^E, \quad (2.55)$$

onde N é o número de amostras do conjunto de dados de estimação e ξ é o número de parâmetros do modelo. O fator $\frac{N+\xi}{N-\xi}$ é usado para corrigir o efeito de sobreajuste ou penalizar a ordem mais alta. Este é o critério de erro de predição final de Akaike (FPE). A ordem do modelo pode então ser escolhida como aquela que resultou no menor FPE dentre distintas ordens avaliadas.

2.4.5 Validação

O objetivo da validação do modelo é certificar que o modelo identificado é adequado para sua finalidade. Na literatura são discutidas diversas alternativas para essa etapa. Zhu (2001) aponta a possibilidade de realizá-la através de comparação entre características do modelo estimado e aquelas inferidas através de algum conhecimento prévio, obtido a partir de dados históricos do processo ou de pré-testes do processo, por exemplo. O autor apresenta também a possibilidade de, quando os dados de teste são informativos e a relação SNR é alta, avaliar diferentes modelos ou métodos, pois, nesses casos são esperados resultados semelhantes para os diferentes modelos e métodos. Portanto, é possível estimar series temporais com ordens apropriadas e comparar suas respostas ao degrau e respostas em frequência. O erro de simulação também pode ser utilizado como métrica para validação (LJUNG, 1999). Nessa abordagem o erro de simulação ou erro de saída é:

$$\hat{d}(k) = y(k) - \hat{y}(k) = [G(q) - \hat{G}(q)]u(k) + d(k). \quad (2.56)$$

Portanto, as discrepâncias, representada por \hat{d} , decorrem do erro do modelo $[G(q) - \hat{G}(q)]$ e do distúrbio não medido d . Se a relação SNR for alta, um bom ajuste de y para \hat{y} implicará um bom modelo de processo. Para sistemas SISO, um gráfico de y e \hat{y} juntos, fornece uma possibilidade de avaliar a qualidade do modelo para controle quando o sinal de teste é projetado adequadamente. Naturalmente, para essa avaliação um conjunto de dados distinto será mais confiáveis, devido ao problema de sobreajuste, em relação aos dados de estimação. No entanto, quando o conjunto de dados é grande e a ordem do modelo é baixa, esse problema não é significativo. Portanto, os dados de estimação podem ser usados para a simulação se um teste adicional for oneroso Zhu (2001).

Para um processo com múltiplas entradas, a situação se torna complexa; um pequeno erro de simulação significa apenas que os modelos de algumas entradas são bons. Por outro lado, se o erro é significativo, não significa necessariamente um modelo ruim. O erro de simulação em (2.56) contém o distúrbio não medido e dessa forma, para os casos de distúrbios não medidos intensos o erro de simulação será grande mesmo na ausência de erro de modelagem. A capacidade preditiva também pode ser

usada para verificar a qualidade do modelo. No entanto, o fato de que é possível a obtenção de uma boa predição um passo à frente mesmo para um modelo de processo ruim torna essa alternativa não muito prática.

Alternativamente, no âmbito dos métodos de identificação através da minimização do erro de predição, assume-se que o distúrbio não medido, d , pode ser modelado como um ruído branco filtrado, e . Quando o modelo é estimado, o erro de predição pode ser estimado como:

$$\hat{e}(k) = y(k) - \hat{y}(k|\theta) \quad (2.57)$$

com o preditor

$$\hat{y}(k|\theta) = \frac{\hat{G}(q, \theta)}{\hat{N}(q, \theta)} u(k) + \left[1 - \frac{1}{\hat{N}(q, \theta)} \right] y(k), \quad (2.58)$$

onde \hat{e} é chamado de resíduo, que pode ser tratado como um erro residual da modelagem. Se o modelo identificado for preciso, então \hat{e} será uma boa estimativa da fonte de ruído e . Vale destacar, que nessa abordagem duas suposições foram admitidas sobre e :

1. e é um ruído branco com média zero;
2. e não está correlacionado com a entrada passada u (pode estar correlacionado com a entrada futura no teste em malha fechada).

Essas duas condições podem ser verificadas através dos resíduos \hat{e} . Para isso, calcula-se a estimativa de sua função de autocorrelação:

$$\hat{R}_{\hat{e}}(\tau) = \sum_{k=1}^N \hat{e}(k)e(k - \tau) \quad (2.59)$$

e quando \hat{e} é um ruído branco, $\hat{R}_{\hat{e}}$ deve parecer um impulso (com um pico em $\tau = 0$ e zero para os demais lags, τ), e calcula-se também a estimativa da função de correlação cruzada entre os resíduos e a entrada passada:

$$\hat{R}_{e\hat{e}}(\tau) = \sum_{k=1}^N e(k)u(k - \tau). \quad (2.60)$$

Então, \hat{R}_{eu} deve ser quase zero para $\tau > 0$, caso contrário infere-se que uma parte da saída não está sendo explicada pela entrada, sendo essa incidente nos resíduos. No contexto de identificação de processos lineares, isso geralmente significa que a ordem do modelo é muito baixa. Resumindo, os primeiros três métodos podem ser admitidos como testes qualitativos, enquanto, a análise residual permite verificar se o modelo concorda suficientemente bem com os dados de teste (ZHU, 2001).

Capítulo 3

DBFact: Uma Melhor Abordagem para Calcular a Lei de Controle de Variância Mínima para Sistemas MIMO de Fase Não-Mínima

Este capítulo apresenta a abordagem para obtenção de um *benchmark* de desempenho para sistemas MIMO com atraso e zeros-FNM, proposto por Lima et al. (2023). O índice é calculado através de uma lei de CVM baseada na abordagem *Diagonal with Blaschke products Factorization* (DBFact) para fatorar o atraso multivariável e zeros-FNM, ambos propostos no mesmo trabalho. O método DBFact é um procedimento de fatoração em duas etapas, baseado nos métodos de fatoração diagonal e de produtos Blaschke e tem a vantagem de ser um procedimento direto e não iterativo. Essa nova abordagem de fatoração permite que o efeito de limitação de desempenho fundamental decorrente de zeros-FNM, além daquele decorrente do tempo morto multivariável e extensamente discutido na literatura, possa ser contabilizado na lei de CVM. Esta tem como característica ser a solução mínima global do problema de otimização que visa minimizar a variância da variável, ou seja, independente da ordem em que as saídas do sistema MIMO estão dispostas na matriz de transferência, e, com base nessa lei de CVM, é formulado um *benchmark* de desempenho, o qual pode ser calculado através dos filtros DBFact e de dados operacionais de rotina.

Além da apresentação das metodologias envolvidas no cálculo do índice de avaliação de desempenho, a metodologia DBFact será também avaliada quanto a suas propriedades, como a independência da ordem de saída da lei de controle de variância mí-

nima e a adequação do *benchmark* de avaliação de desempenho em relação ao sistema monitorado. Essas avaliações são realizadas através de duas estruturas de controle de um modelo de planta linear, de uma coluna de separação de ar com aquecimento integrado (HIASC do inglês *heat-integrated air separation column*) da Linde (TRIERWEILER; ENGELL, 2000). Adicionalmente, o índice proposto será comparado com o índice proposto por (HUANG, 1997), o qual baseia-se numa lei de CVM calculada através de UIMG descrita na subseção 2.3.3.

3.1 Fatoração DBFact

3.1.1 DBFact – Fatoração do Atraso Multivariável

A fatoração DBFact foi desenvolvida para atender à Definição 1, à Definição 2, descritas na subseção 2.3.3.3, e às restrições de interpolação, portanto, os filtros fatorados obtidos são capazes de descrever a limitação de desempenho que atrasos de tempo multivariados e zeros-FNM podem impor aos sistemas de controle. Considerando que a planta modelada por G possui atrasos de tempo e zeros-FNM, o procedimento de fatoração DBFact inicia-se com a fatoração do atraso de tempo multivariável, de forma que G é fatorado como

$$G(q^{-1}) = D_O(q^{-1})G_{MP_0}(q^{-1}) \Rightarrow G_{MP_0}(q^{-1}) = D_O(q)G(q^{-1}), \quad (3.1)$$

onde G_{MP_0} é a matriz da função de transferência com a dinâmica do processo mais o atraso de tempo restante em cada canal, quando presente, e D_O é a fatoração do atraso com relação à saída da planta

$$D_O(q^{-1}) = \text{diag}([q^{-\alpha_1}, \dots, q^{-\alpha_{n_O}}]) \quad (3.2)$$

calculado conforme (2.41), onde α_i ($i = 1, \dots, n_O$) é o menor atraso de tempo para a saída i , entre todas as entradas. Observe que esse procedimento leva em consideração apenas o menor atraso de tempo puro associado a cada saída. Portanto, ele pode não ser capaz de fatorar qualquer tipo de atraso multivariável, como os tipos II e III apresentados na subseção 2.3.1, de modo que alguns atrasos restantes ainda podem estar nos canais após a fatoração de saída diagonal. Nesse caso a condição 2 da Definição 1

falha, ou seja, $\lim_{q^{-1} \rightarrow 0} G_{MP_0}(q^{-1})$ não existe ou é singular e assim D_O não será uma UIM, logo a utilização dessa IM para o cálculo da VM não resultará numa solução global. Para superar isso, propõe-se a substituição dos atrasos puros restantes $q^{-d_{i,j}}$ em cada canal (i, j) de G_{MP_0} por filtros passa-tudo calculados usando a aproximação de Thiran (LAAKSO et al., 1996) da seguinte forma

$$q^{-d_{i,j}} \approx \frac{a_n^{i,j} q^n + a_{n-1}^{i,j} q^{n-1} + \dots + a_0^{i,j}}{a_0^{i,j} q^n + a_1^{i,j} q^{n-1} + \dots + a_n^{i,j}}, \quad (3.3)$$

onde

$$a_\kappa^{i,j} = (-1)^\kappa \binom{n}{\kappa} \prod_{\psi=0}^n \frac{d_{i,j} - n + \psi}{d_{i,j} - n + \kappa + \psi} \text{ para } \kappa = 1, 2, \dots, n e a_0^{i,j} = 1. \quad (3.4)$$

Para o caso do atraso ser um valor não inteiro, a ordem n da aproximação em (3.3) é escolhida como o maior inteiro positivo mais próximo de $d_{i,j}$. Para o caso de $d_{i,j}$ ser um valor inteiro, então deve-se substituí-lo por $d_{i,j} - \varepsilon$ em (3.4), onde ε é um valor não inteiro positivo e próximo de zero, escolhido com base no tempo de amostragem do sistema. Nesse caso, é interessante verificar a acurácia entre as respostas verdadeiras e aproximadas para escolher a ordem correta de aproximação e verificar a validade da aproximação. Esse procedimento de aproximação substitui os atrasos não fatorados por zeros-FNM, que, nesse caso, devem ser fatorados junto aos demais zeros-FNM de G através do procedimento descrito na próxima subseção.

3.1.2 DBFact – Fatoração dos Zeros-FNM Através de Produtos Blaschke

Quando G_{MP_0} tem zeros-FNM após a fatoração de atraso de tempo multivariável, o próximo passo do método DBFact é fatorar esses zeros-FNM. Para ilustrar o procedimento proposto, considere que G_{MP_0} ou sua aproximação, obtida a partir da fatoração do atraso multivariável, é uma matriz de transferência com N_z zeros-FNM. Essa função de transferência pode então ser fatorada em termos de produtos Blaschke de saída, como

$$G_{MP_0}(q^{-1}) = B_{O_z}(q^{-1}) G_{MP}(q^{-1}) \quad (3.5)$$

onde B_{O_z} é uma matriz de transferência passa-tudo, i.e., $[B_{O_z}(q^{-1})]^\dagger B_{O_z}(q) = I$ e G_{MP} representa a parcela de fase mínima de G .

O filtro B_{O_z} contém os mesmos zeros-FNM e respectivas direções de saída em relação a G_{MP_0} . Considerando que G_{MP_0} possui N_z zeros-FNM então B_{O_z} consiste de N_z matrizes de funções de transferência de dimensão $n_O \times n_O$ calculado a partir de G_{MP_0} aplicando-se a seguinte sequência de fórmulas para $\iota = 1, \dots, N_z$ com $G_{MP}^{(0)} = G_{MP}$ e $B_{O_z}^{(0)} = I$:

$$1. G_{MP}^{(\iota)}(q^{-1}) = [B_{O_z}^{(\iota-1)}(q^{-1})]^\dagger G_{MP}^{(\iota-1)}(q^{-1}); \quad (3.6)$$

$$2. \begin{bmatrix} \hat{x}_{z_\iota}^* & \hat{y}_{z_\iota}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{(\iota)} - z_\iota I & B^{(\iota)} \\ C^{(\iota)} & D^{(\iota)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.7)$$

$$3. B_{O_z}^{(\iota)}(q) = I + \operatorname{Re} \left(\frac{1-z_\iota}{z_\iota+1} \right) (\bar{z}_\iota + 1) \left(\frac{q+1}{\bar{z}_\iota q-1} \right) \hat{y}_{z_\iota} \hat{y}_{z_\iota}^*; \quad (3.8)$$

então, quando $\iota = N_z$ tem-se

$$G_{MP}(q^{-1}) = G_{MP}^{(N_z)}(q^{-1}) \quad (3.9)$$

e o filtro fatorado B_{O_z} , para os zeros-FNM de G_{MP_0} , calculado como

$$B_{O_z}(q) = B_{O_z}^{(1)}(q) B_{O_z}^{(2)}(q) \dots B_{O_z}^{(N_z)}(q), \quad (3.10)$$

onde $A^{(\iota)}$, $B^{(\iota)}$, $C^{(\iota)}$ e $D^{(\iota)}$ são as matrizes da representação em espaço de estado de $G_{MP}^{(\iota)}$ com $n_x \times n_x$, $n_x \times n_I$, $n_O \times n_x$, e $n_O \times n_I$ dimensões, respectivamente, e n_x é o número de estados de $G_{MP}^{(\iota)}$. A representação em espaço de estado de $G_{MP}^{(\iota)}$, $G_{MP}^{(\iota)}(q^{-1}) = D^{(\iota)} + C^{(\iota)}[Iq^{-1} - A^{(\iota)}]^{-1}B^{(\iota)}$, pode ser calculada como uma realização mínima da forma canônica controlável realizando o método de realização balanceada, mais detalhes sobre este método podem ser encontrados em Zhou e Doyle (1998). O sobrescrito (ι) representa o zero-FNM sendo fatorados na sequência e \bar{z}_ι representa o conjugado de z_ι . Observe que $G_{MP}^{(\iota)}$ muda a cada zero-FNM fatorado, assim as direções de saída $\hat{x}_{z_\iota}^*$ e $\hat{y}_{z_\iota}^*$ também são alteradas, portanto devem ser recalculadas. Como sugestão para evitar problemas numéricos, esta atualização é realizada através da solução do problema de autovalores generalizados na equação (3.7).

As expressões da sequência apresentada foram obtidas aplicando-se uma transformação bilinear (GU, 2012) como procedimento de discretização das fórmulas apresentadas por Havre e Skogestad (2001) para sistemas contínuos e são válidas para $z_i \in \mathbb{C}$ com $\text{Im}(z_i) \neq 0$, nesses casos a fatoração produz realizações complexas de $G_{\text{MP}}^{(i)}$ e B_{O_z} . Essa abordagem permite que cada zero-FNM seja fatorado de forma direta seguindo a (3.6) até (3.8). O inverso do filtro de todas as passagens B_{O_z} também pode ser calculado da seguinte forma:

$$[B_{O_z}(q)]^\dagger = [B_{O_z}^{(N_z)}(q)]^\dagger [B_{O_z}^{(N_z-1)}(q)]^\dagger \dots [B_{O_z}^{(1)}(q)]^\dagger \quad (3.11)$$

onde o sobrescrito (\dagger) indica a operação de transposição. O procedimento de fatoração DBFact aplicado em um sistema G pode ser resumido nos seguintes passos:

1. Dado G , avalia-se $\lim_{q^{-1} \rightarrow 0} G(q^{-1})$ e caso esse não exista ou seja singular, então existe atraso multivariável em G , que pode ser fatorado como (3.1) usando (3.2) para obter o filtro D_O e G_{MP_0} ;
2. Dado G_{MP_0} obtido em 1, avalia-se $\lim_{q^{-1} \rightarrow 0} G_{\text{MP}_0}(q^{-1})$ e caso esse não existe ou seja singular, então há um atraso multivariável remanescente em G_{MP_0} , que deve ser convertido em zeros-FNM através da aproximação (3.3). Caso contrário, o passo 3 deve ser executado;
3. Avaliar se G_{MP_0} tem zeros-FNM calculando os zeros de transmissão, conforme descrito em B.3.3. Caso tenha esses são fatorados como em (3.5) seguindo os passos (3.6) até (3.8) para cada zero-FNM de G_{MP_0} obtendo-se B_{O_z} e G_{MP} .

Vale salientar que se G tem zeros-FNM, então G_{MP_0} também os terá, nesse caso eles podem ser fatorados a partir de G_{MP_0} , como proposto no passo 3. Observe que nesse caso, a etapa de aproximação é aplicada, então G_{MP_0} terá zeros-FNM adicionais relacionados ao atraso de tempo multivariado restante.

A seguir será apresentada a lei de CVM calculada com base na fatoração DBFact.

3.2 Referencial de Avaliação de Desempenho Baseado na Fatoração DBFact

3.2.1 Lei de Controle de Variância Mínima pela DBFact

Os filtros DBFact D_O e B_{O_z} , representando o atraso multivariável e os zeros-FNM de um sistema MIMO, respectivamente, podem ser aplicados para resolver o problema de CVM MIMO. Para isso, dada a saída y de um sistema MIMO modelada como

$$y(k) = G(q^{-1})u(k) + N(q^{-1})e(k), \quad (3.12)$$

onde G é a matriz de transferência da planta, N é a matriz da função de transferência de distúrbio não medido, u é o sinal de controle de entrada, e e é um ruído branco com média zero. Se G possui atraso multivariável e zeros-FNM, então a lei de controle que fornece a VM obtida através da minimização da função objetivo linear-quadrática (função objetivo LQ singular) definida por:

$$J_1 = E \left\{ y(k)^\dagger y(k) \right\}, \quad (3.13)$$

onde $E\{\cdot\}$ é a expectativa, pode ser calculada em termos dos filtros DBFact e demais termos invariantes de controle. Essa solução é construída de acordo com a teoria de CVM e com base nas propriedades dos filtros DBFact, de forma que se pode calcular uma lei de controle que minimiza (3.13) escrita como:

$$\begin{aligned} u(k)|_{VM} &= -G_{MP}^{-1}(q^{-1})R_{MP}(q^{-1})e(k) \\ &= -G_{MP}^{-1}(q^{-1})R_{MP}(q^{-1})[F(q^{-1}) + q^{-d}R_{NMP}(q^{-1})]^{-1} \left[q^{-d}[B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q) \right] y(k)|_{VM}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde G_{MP} , dado como $G_{MP} = B_{O_z}^\dagger D_O G$, corresponde à parcela de fase mínima de G , que pode ser decomposto como $G = D_O^\dagger B_O G_{MP}$. O controlador de variância mínima C_{VM} é então calculado como a matriz de transferência

$$C_{VM}(q^{-1}) \triangleq [G_{MP}(q^{-1})]^{-1} R_{MP}(q^{-1}) [F(q^{-1}) + q^{-d} R_{NMP}(q^{-1})]^{-1} [q^{-d} [B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)]. \quad (3.15)$$

A saída do sistema avaliada com relação ao controlador (3.15) será a saída de variância mínima para o sistema de controle *feedback* em (3.12) e dada como

$$y(k)|_{VM} = [q^{-d}[B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)]^\dagger [F(q^{-1}) + q^{-d} R_{NMP}(q^{-1})] e(k), \quad (3.16)$$

onde B_{O_z} e D_O são filtros passa-tudo calculados através da fatoração DBFact, d é um inteiro positivo e representa a ordem de $B_{O_z}^\dagger D_O$ (o menor inteiro que faz $B_{O_z}^\dagger D_O$ causal ou a máxima ordem de q em $B_{O_z}^\dagger D_O$) e os termos F , R_{NMP} e R_{MP} são calculados através da solução da identidade de Diophantine

$$\begin{aligned}\tilde{N}(q^{-1}) &\triangleq q^{-d}[B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)N(q^{-1}) \\ &= F_0 + F_1q^{-1} + \dots + F_{d-1}q^{-d+1} + q^{-d}[R_{\text{NMP}}(q^{-1}) + R_{\text{MP}}(q^{-1})]\end{aligned}\quad (3.17)$$

onde F_ℓ , para $\ell = 0, 1, \dots, d-1$, são matrizes de coeficiente constante que compõem a matriz polinômial F definida como $F(q^{-1}) \triangleq F_0 + F_1q^{-1} + \dots + F_{d-1}q^{-d+1}$, e os termos R_{NMP} e R_{MP} compõem a matriz da função de transferência R definida como $R(q^{-1}) \triangleq R_{\text{NMP}}(q^{-1}) + R_{\text{MP}}(q^{-1})$. Esses termos são calculados através de decomposição de R através de frações parciais, tal que R_{NMP} contém todos os polos instáveis de R (surgentes devido ao filtro $B_{O_z}^\dagger$ que correspondem assim aos mesmos zeros-FNM de G), e R_{MP} é a parcela restante de R após sua expansão parcial.

Prova. Pré-multiplicando ambos os lados de (3.12) por $q^{-d}B_{O_z}^\dagger D_O$, obtém-se:

$$\begin{aligned}q^{-d}[B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)y(k) &= G_{\text{MP}}(q^{-1})u(k-d) + [B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)N(q^{-1})e(k-d) \\ &= G_{\text{MP}}(q^{-1})u(k-d) + \left[F(q^{-1}) + q^{-d}[R_{\text{NMP}}(q^{-1}) + R_{\text{MP}}(q^{-1})] \right] e(k) \\ &= [G_{\text{MP}}(q^{-1})u(k-d) + R_{\text{MP}}(q^{-1})e(k-d)] + [F(q^{-1}) + q^{-d}R_{\text{NMP}}(q^{-1})]e(k),\end{aligned}\quad (3.18)$$

então a lei de CVM é encontrada para satisfazer:

$$G_{\text{MP}}(q^{-1})u(k-d) + R_{\text{MP}}(q^{-1})e(k-d) = 0 \quad (3.19)$$

resultando na lei de CVM:

$$u(k)|_{\text{VM}} = -[G_{\text{MP}}(q^{-1})]^{-1}R_{\text{MP}}(q^{-1})e(k), \quad (3.20)$$

cujas respectivas saídas correspondem à saída de VM e é dada como (3.16).

Essa solução decorre do fato de que F e $q^{-d}R_{\text{NMP}}$ são termos invariantes de controle, e assim não podem ser afetados por qualquer ação de controle u . Essa afirmativa pode ser verificada através de análise do lado direito da igualdade em (3.18), onde pode-se verificar que qualquer ação u em k só terá efeito d passos à frente. Assim, uma vez que $F(q^{-1}) \triangleq F_0 + F_1q^{-1} + \dots + F_{d-1}q^{-d+1}$ então F independe de u , já quanto ao termo $q^{-d}R_{\text{NMP}}$, obtido por expansão de R através de frações parciais, essa verificação pode ser observada com base na interpretação de um operador instável. De forma que, dado um operador $1/[1 + aq^{-1}]$ onde $|a| > 1$ tem-se a série convergente

$$\frac{1}{1 + aq^{-1}} = \frac{q}{(q+a)} = \frac{1}{a} \frac{q}{(q/a + 1)} = \frac{q}{a} \left[1 - \frac{1}{a}q + \frac{1}{a^2}q^2 - \dots \right]. \quad (3.21)$$

CAPÍTULO 3. DBFACT: UMA MELHOR ABORDAGEM PARA CALCULAR A LEI DE 68 CONTROLE DE VARIÂNCIA MÍNIMA PARA SISTEMAS MIMO DE FASE NÃO-MÍNIMA

Assim, o operador $1/[1 + aq^{-1}]$ pode ser interpretado como um operador estável e não causal, desta forma, como R_{NMP} é um somatório de termos na forma de (3.21), e cada termo equivale a um polo instável de R cuja localização é a mesma dos zeros-FNM de G então, tomando-se o caso mais simples, $q^{-d}R_{\text{NMP}} = q^{-d}/[1 + aq^{-1}]$ será

$$\frac{q^{-d}}{1 + aq^{-1}} = \frac{q^{-(d-1)}}{(q + a)} = \frac{1}{a} \frac{q^{-(d-1)}}{(q/a + 1)} = \frac{1}{a} [q^{-(d-1)} - \frac{1}{a}q^{-(d-2)} + \frac{1}{a^2}q^{-(d-3)} - \dots]. \quad (3.22)$$

Logo nenhum termo de $q^{-d}R_{\text{NMP}}$ pode ser afetado por u . Note que tal condição é válida para R com $\forall N_z, N_z \in \mathbb{R}$. ■

Alternativamente, a lei de CVM (3.20) resulta também na variância mínima da saída filtrada \tilde{y} , definida como $\tilde{y}(k) \triangleq q^{-d}B_{O_z}^\dagger D_O y(k)$. Essa equivalência se deve ao fato de que o filtro DBFact é passa-tudo (i.e., $(B_{O_z}^\dagger D_O)^\dagger (B_{O_z}^\dagger D_O) = I$) e tem como implicância o fato de que se G é uma matriz de transferência da planta, que pode ser fatorada como $G = D_O^\dagger B_O G_{\text{MP}}$, então a lei de controle que minimiza a função de objetivo LQ com base na saída filtrada \tilde{y}

$$J_2 = E \left\{ \tilde{y}(k)^\dagger \tilde{y}(k) \right\} \quad (3.23)$$

também minimiza (3.13). Esse resultado permite afirmar que $\min_{u(k)} J_1$ é igual a $\min_{u(k)} J_2$ e a lei de controle do LQ singular da variável original y é equivalente à lei de controle LQ singular da saída filtrada \tilde{y} fornecendo

$$\min_{u(k)} J_1 = \min_{u(k)} J_2 \Rightarrow E \left\{ y(k)^\dagger y(k) \right\} \Big|_{\text{VM}} = E \left\{ \tilde{y}(k)^\dagger \tilde{y}(k) \right\} \Big|_{\text{VM}}, \quad (3.24)$$

onde

$$\tilde{y}(k)|_{\text{VM}} = [F(q^{-1}) + q^{-d}R_{\text{NMP}}(q^{-1})]e(k). \quad (3.25)$$

A equivalência em (3.24) pode ser mostrada através do teorema de Parseval (LJUNG, 1999). Para isso, dada a função J_2 em (3.23) e a propriedade unitária dos filtros DBFact que fornece a igualdade

$$[q^{-d}[B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)]^\dagger [q^{-d}[B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)] = I, \quad (3.26)$$

a qual no domínio da frequência equivale a

$$[[D_O(e^{-j\omega})]^\dagger B_{O_z}(e^{-j\omega})][[B_{O_z}(e^{j\omega})]^\dagger D_O(e^{j\omega})] = I \quad (3.27)$$

usando o teorema de Parseval pode-se escrever que

$$\begin{aligned}
 E \left\{ \tilde{y}(k)^\dagger \tilde{y}(k) \right\} &= \text{trace} \left\{ \text{cov} \left\{ \tilde{y}(k) \right\} \right\} \\
 &= \text{trace} \left\{ \text{cov} \left\{ q^{-d} [B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q) y(k) \right\} \right\} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \text{trace} \left\{ [[B_{O_z}(e^{j\omega})]^\dagger D_O(e^{j\omega})] \phi_y(\omega) [[D_O(e^{-j\omega})]^\dagger B_{O_z}(e^{-j\omega})] \right\} d\omega \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \text{trace} \left\{ [[D_O(e^{-j\omega})]^\dagger B_{O_z}(e^{-j\omega})] [[B_{O_z}(e^{j\omega})]^\dagger D_O(e^{j\omega})] \phi_y(\omega) \right\} d\omega \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \text{trace} \left\{ \phi_y(\omega) \right\} d\omega \\
 &= \text{trace} \left\{ \text{cov} \left\{ y(k) \right\} \right\} = E \left\{ y(k)^\dagger y(k) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

onde $\phi_y(\omega)$ é a densidade do espectro de potência de y (LJUNG, 1999). Portanto $\min_{u(k)} J_1$ é equivalente a $\min_{u(k)} J_2$.

Conforme apresentado nesta subseção, dado o conhecimento dos termos invariantes de controle, calculados através da saída do processo e dos filtros DBFact, torna-se possível o cálculo da saída de VM, $y|_{\text{VM}}$, conforme (3.25), métrica essa útil como referência para avaliação de desempenho de controladores, conforme discutido anteriormente. Essa possibilidade de cálculo deve-se à propriedade unitária dos filtros DBFact, que permite a validade da equivalência (3.24) e, conseqüentemente, possibilita admitir a solução de (3.23) como solução de (3.13) e, assim, determinar $y|_{\text{VM}}$ através de (3.25).

Vale destacar que esse resultado não necessita de que os filtros usados para obtenção de \tilde{y} sejam únicos para qualquer ordenamento do modelo do processo, mas sim apenas de que apresentem propriedade unitária. Essa condição é suficiente por extensão do Lema 4.2.2 de Huang e Shah (1999). O Lema 4.2.2 estabelece que se D é uma UIM de G e \widehat{D} é uma UIM de $\widehat{G}(q^{-1}) = VG(q^{-1})$, onde V é um operador de permuta de linhas (matriz ortogonal, $V^{-1} = V^\dagger$), e assim \widehat{G} é uma representação reordenada de G com relação as suas saídas, então

$$\widehat{D}(q) = \Gamma D(q) V^\dagger, \tag{3.29}$$

onde Γ é uma matriz real unitária, $\Gamma^\dagger \Gamma = I$. Com base nisso, dada a lei de VM em (3.20) para o sistema em (3.12), enquanto para o sistema reordenado pode-se calcular sua lei de VM como

$$\widehat{u}(k)|_{\text{VM}} = -[\widehat{G}_{\text{MP}}(q^{-1})]^{-1} \widehat{R}_{\text{MP}}(q^{-1}) e(k). \tag{3.30}$$

A partir da relação expressa em (3.29) tem-se que $\widehat{D}\widehat{N} = \Gamma DV^\dagger VN = \Gamma DN$ e consequentemente $\Gamma R_{\text{MP}} = \widehat{R}_{\text{MP}}$ e além disso dado $G_{\text{MP}} = B_{O_z}^\dagger D_O G = DG$ e que $\widehat{G}_{\text{MP}} = \widehat{B}_{O_z}^\dagger \widehat{D}_O \widehat{G} = \widehat{D}\widehat{G}$, pode-se reescrever (3.30) como:

$$\begin{aligned}
 \widehat{u}(k)|_{\text{VM}} &= -[\widehat{D}(q)\widehat{G}(q^{-1})]^{-1}\widehat{R}_{\text{MP}}(q^{-1})e(k) \\
 &= -[\widehat{D}(q)VG(q^{-1})]^{-1}\Gamma R_{\text{MP}}(q^{-1})e(k) \\
 &= -[\Gamma D(q)V^\dagger VG(q^{-1})]^{-1}\Gamma R_{\text{MP}}(q^{-1})e(k) \\
 &= -[\Gamma D(q)G(q^{-1})]^{-1}\Gamma R_{\text{MP}}(q^{-1})e(k) \\
 &= -[G_{\text{MP}}(q^{-1})]^{-1}\Gamma^{-1}\Gamma R_{\text{MP}}(q^{-1})e(k) \\
 &= -[G_{\text{MP}}(q^{-1})]^{-1}R_{\text{MP}}(q^{-1})e(k) \\
 &= u(k)|_{\text{VM}}.
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Conforme a relação obtida em (3.31) dada (3.29) verifica-se que a condição de unitariedade dos filtros DBFact é suficiente para estabelecer a propriedade de independência da lei de VM em (3.20) calculada a partir de (3.18).

3.2.2 MV Benchmark

Desde que $y|_{\text{VM}}$ corresponde à saída de mínima variância para o processo e que a lei de CVM obtida é independente do ordenamento entre as saídas, então a solução de (3.23) pode ser utilizada como um *benchmark* para avaliar o desempenho global, sendo então proposto o índice

$$\eta_{\text{DBFact}} = \frac{J_{\text{ref}}}{J_{\text{med}}} = \frac{\text{E} \left\{ y(k)^\dagger y(k) \right\} \Big|_{\text{VM}}}{\text{E} \left\{ y(k)^\dagger y(k) \right\}} = \frac{\text{trace} \{ \text{cov} \{ y(k)|_{\text{VM}} \} \}}{\text{trace} \{ \text{cov} \{ y(k) \} \}} \tag{3.32}$$

O índice η_{DBFact} indica um *benchmark* global do desempenho de controle *feedback* MIMO, cujos valores são limitados entre 0 e 1 onde um valor próximo de 0 indica baixo desempenho e um valor próximo de 1 indica que a variância atual da saída controlada está mais próxima da respectiva variância para um controlador de VM e, portanto, o desempenho do controlador pode ser admitido como bom. Os índices de desempenho das malhas individuais podem ser calculados como

$$[\eta_{y_1(t)}, \dots, \eta_{y_{n_O}(t)}]^T = \text{diag} \{ \text{cov} \{ y(k)|_{\text{VM}} \} \text{diag} \{ \text{var} \{ y(k) \} \}^{-1} \}. \tag{3.33}$$

Note que, diferentemente do índice geral, os índices individuais podem ser superiores a 1, o que indica nesses casos que, embora o sistema MIMO atinja sua VM global quando C_{VM} é considerado, poderá ocorrer um aumento da variância em uma dada saída.

3.2.3 Estimação do *Benchmark* de VM – A Partir de Dados de Operação Normal

Se os filtros DBFact estiverem disponíveis, o *benchmark* de VM proposto e expresso em (3.32) pode ser estimado a partir de dados operacionais normais de um sistema de malha fechada. Para isso, toma-se como base (3.16), que demonstra que $y|_{VM}$ pode ser escrito em termos da solução de Diophantine e de uma estimativa da fonte de ruído e . Desta forma, os termos F e R_{NMP} e a fonte de ruído precisam então ser estimados a partir de dados operacionais.

Para construir essa estimativa, pode-se tomar como base a teoria de CVM, que permite considerar um termo adicional em (3.16) para qualquer controlador que não o C_{VM} , assim a saída filtrada de um processo com controle *feedback* avaliada em condições normais de operação pode ser modelada como

$$\tilde{y}(k) = [F(q^{-1}) + q^{-d}R_{NMP}(q^{-1}) + q^{-d}L(q^{-1})]e(k), \quad (3.34)$$

onde L representa os termos dependentes do controle *feedback*. A partir dessa relação, é possível ajustar a resposta em malha fechada sob controle *feedback*, y , por uma série temporal da seguinte forma

$$y(k) = G_{cl}(q^{-1})\hat{e}(k). \quad (3.35)$$

Os termos F e R_{NMP} podem então ser estimados pela função de transferência filtrada \tilde{G}_{cl} , i.e.

$$\tilde{G}_{cl}(q^{-1}) = q^{-d}[B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)G_{cl}(q^{-1}) \quad (3.36)$$

que pode ser expandido como:

$$\tilde{G}_{cl}(q^{-1}) = \hat{F}(q^{-1}) + q^{-d}\phi(q^{-1}), \quad (3.37)$$

onde ϕ é a matriz de transferência racional restante de \tilde{G}_{cl} após a extração de F . Finalmente, \hat{R}_{NMP} pode ser obtido após uma expansão de ϕ em termos de frações parciais, onde \hat{R}_{NMP} corresponde aos polos instáveis de ϕ , tal que

$$\phi(q^{-1}) = R_{NMP}(q^{-1}) + L(q^{-1}). \quad (3.38)$$

A fonte de ruído pode ser estimada da seguinte forma:

$$\hat{e}(k) = G_{cl}^{-1}(q^{-1})y(k). \quad (3.39)$$

Assim, a partir da resposta da saída em malha fechada é possível estimar os termos F e R_{NMP} , e a fonte de ruído e . Logo, a estimativa da saída de VM, $\hat{y}|_{VM}$, pode ser calculada como (3.16) usando as respectivas estimativas para os termos e sinais, resultando em:

$$\hat{y}(k)|_{VM} = [q^{-d}[B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)]^\dagger [\hat{F}(q^{-1}) + q^{-d}\hat{R}_{NMP}(q^{-1})]\hat{e}(k), \quad (3.40)$$

que pode ser utilizado para obter a estimativa de J_{ref} e calcular o índice conforme (3.32).

O procedimento proposto para a estimativa do índice η_{DBFact} através de dados em condição normal de operação pode ser sumarizado através da sequência de passos:

1. Obtêm-se G_{cl} modelando a saída do processo conforme (3.35);
2. Obtêm-se \hat{F} e ϕ conforme (3.37) com G_{cl} (calculado em 1) e de posse de $B_{O_z}^\dagger$ e D_O (previamente conhecidos ou calculados através de um modelo da planta);
3. Decompõe-se ϕ através de expansão em termos de frações obtendo-se \hat{R}_{NMP} ;
4. Obtém-se então $\tilde{y}|_{\text{VM}}$ conforme (3.40),
5. A estimativa do índice, $\hat{\eta}_{\text{DBFact}}$, pode então ser calculada através de (3.32) admitindo $E \left\{ \hat{y}(k)|_{\text{VM}}^\dagger \hat{y}(k)|_{\text{VM}} \right\}$ como saída de variância mínima;

As estimativas individuais, $\hat{\eta}_{y_j}$, podem ser calculadas usando (3.33), admitindo-se $\text{cov} \{ \hat{y}(k)|_{\text{VM}} \}$ no lugar de $\text{cov} \{ y(k)|_{\text{VM}} \}$.

3.3 Estudo de Caso

Esta seção tem como objetivo ilustrar as propriedades do método de fatoração DBFact, bem como verificá-las, e ilustrar como esse método pode ser aplicado para obtenção de um benchmark de desempenho de controle. Para isso, duas estruturas de controle de uma planta de separação de ar com aquecimento integrado da Linde, documentadas por Trierweiler e Engell (2000), foram utilizadas. Os modelos de planta foram escolhidos como as estruturas de controle propostas pelos autores ST_{642} (i.e., emparelhamento $y_1 - u_6$, $y_2 - u_4$ e $y_3 - u_2$) e ST_{632} . Os modelos originalmente propostos no domínio contínuo foram convertidos em matrizes de função de transferência no domínio discreto usando o método de retenção de ordem zero com um tempo de amostragem de 1 min para ambos os modelos, resultando nos seguintes modelos discretos

$$G(q^{-1})|_{\text{ST}_{632}} = 10^{-5} \times \begin{pmatrix} \frac{24,4q^{-1}-73,8q^{-2}+48,7q^{-3}}{1-2,3q^{-1}+1,7q^{-2}-0,4q^{-3}} & \frac{0,16q^{-1}-0,5q^{-2}+0,5q^{-3}+0,2q^{-4}}{1-3,5q^{-1}+4,7q^{-2}-2,8q^{-3}+0,6q^{-4}} & \frac{0,3q^{-1}-0,9q^{-2}+0,8q^{-3}+0,3q^{-4}}{1-3,6q^{-1}+4,9q^{-2}-2,9q^{-3}+0,6q^{-4}} \\ \frac{-0,8q^{-1}+2,9q^{-2}-3,5q^{-3}+1,3q^{-4}}{1-3,7q^{-1}+5,2q^{-2}-3,2q^{-3}+0,7q^{-4}} & \frac{-4,1q^{-1}+6,7q^{-2}-2,6q^{-3}}{1-2,7q^{-1}+2,4q^{-2}-0,7q^{-3}} & \frac{-6,9q^{-1}+19,4q^{-2}-18,4q^{-3}+5,8q^{-4}}{1-3,6q^{-1}+4,8q^{-2}-2,8q^{-3}+0,6q^{-4}} \\ \frac{0,5q^{-1}-1,4q^{-2}+0,8q^{-3}}{1-2,8q^{-1}+2,7q^{-2}-0,8q^{-3}} & \frac{-8,3+22q^{-1}-19,7q^{-2}+6q^{-3}}{1-2,9q^{-1}+2,8q^{-2}-0,9q^{-3}} & \frac{-3,9q^{-1}+7,2q^{-2}-3,3q^{-3}}{1-2,8q^{-1}+2,6q^{-2}-0,8q^{-3}} \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

$$G(q^{-1})|_{ST642} = 10^{-5} \times \begin{pmatrix} \frac{24,4q^{-1}-73,8q^{-2}+48,7q^{-3}}{1-2,3q^{-1}+1,7q^{-2}-0,4q^{-3}} & \frac{-3q^{-1}+8,5q^{-2}-7,9q^{-3}+2,5q^{-4}}{1-3,7q^{-1}+5,1q^{-2}-3,1q^{-3}+0,7q^{-4}} & \frac{0,3q^{-1}-0,9q^{-2}+0,8q^{-3}+0,3q^{-4}}{1-3,6q^{-1}+4,9q^{-2}-2,9q^{-3}+0,6q^{-4}} \\ \frac{-0,8q^{-1}+2,9q^{-2}-3,5q^{-3}+1,3q^{-4}}{1-3,7q^{-1}+5,2q^{-2}-3,2q^{-3}+0,7q^{-4}} & \frac{9,1q^{-1}-23,2q^{-2}+19,5q^{-3}-5,3q^{-4}}{1-3,3q^{-1}+3,9q^{-2}-2q^{-3}+0,3q^{-4}} & \frac{-6,9q^{-1}+19,4q^{-2}-18,4q^{-3}+5,8q^{-4}}{1-3,6q^{-1}+4,8q^{-2}-2,8q^{-3}+0,6q^{-4}} \\ \frac{0,5q^{-1}-1,4q^{-2}+0,8q^{-3}}{1-2,8q^{-1}+2,7q^{-2}-0,8q^{-3}} & \frac{0,4q^{-1}-1,1q^{-2}+q^{-3}-0,31q^{-4}}{1-3,5q^{-1}+4,5q^{-2}-2,6q^{-3}+0,6q^{-4}} & \frac{-3,9q^{-1}+7,2q^{-2}-3,3q^{-3}}{1-2,8q^{-1}+2,6q^{-2}-0,8q^{-3}} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

Os respectivos zeros-FNM, z , e as respectivas direções de saída, y_z , para ambos os modelos de planta são mostrados na Tabela 3.1.

TABELA 3.1. Zero-FNM com direções de saída correspondentes.

$G _{ST632}$			$G _{ST642}$		
$z_1 = 2,0569$	$z_{2,3} = 1,0195 \pm 0,1287j$	$z_4 = 1,0248$	$z_1 = 2,0672$		
$y_{z_1} =$	$y_{z_{2,3}} =$	$y_{z_4} =$	$y_{z_1} =$		
0,9989	0,0792	0,1054	0,8415		
0,0454	0,6047 \mp 0,373j	0,8655	0,3265		
-0,0076	-0,4305 \pm 0,5531j	-0,4897	-0,4305		

Os conjuntos de dados em malha fechada utilizados para realizar a análise foram obtidos por simulação, conforme (3.12) e esquema representado na Figura 2.1, mantendo-se $y_{set} = 0$.

Foram geradas 2000 amostras para cada sistema, utilizando um tempo de amostragem de 1 min. O modelo de distúrbio não medido utilizado foi

$$N(q^{-1}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-0,5q^{-1}} & \frac{-0,6}{1-0,5q^{-1}} & \frac{0,5}{1-0,5q^{-1}} \\ \frac{1}{1-0,5q^{-1}} & \frac{0,5}{1-0,5q^{-1}} & \frac{-0,6}{1-0,5q^{-1}} \\ \frac{-1}{1-0,5q^{-1}} & \frac{-0,2}{1-0,5q^{-1}} & \frac{-0,7}{1-0,5q^{-1}} \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

cuja fonte de ruído e foi gerada como um ruído branco tridimensional com variância unitária e média zero.

Os controladores (C) para cada uma das plantas foram ajustados através de uma proposta de adaptação da metodologia de Lieslehto (1996). Este método de ajuste permite que cada linha do controlador controle sua respectiva saída usando a constante de malha fechada desejada (λ) para cada malha como um parâmetro de ajuste, o que permite fazer uma relação direta entre mudanças no desempenho do controlador e mudanças em seus parâmetros. O procedimento usado para ajustar os controladores encontra-se no Apêndice A.

Com base nessa abordagem, os controladores admitidos para a geração dos dados, referentes à condição normal de operação, foram ajustados com objetivo de obter uma resposta em malha fechada mais rápida em relação à resposta em malha aberta. Dadas as respostas de ambas as estruturas em malha aberta, medidas em termos do tempo de assentamento (ST), serem de cerca de $ST=[105 \ 199 \ 378]^\dagger$ min, o controlador

para a estrutura ST_{642} foi projetado admitindo $\lambda = [25 \ 25 \ 25]^\dagger$ min, enquanto para a estrutura ST_{632} foi admitido $\lambda = 0,5 \times ST$ min.

3.3.1 DBFact – Avaliação das Propriedades dos Filtros

Para avaliar as propriedades dos filtros DBFact, a fatoração dos modelos de plantas, representados por ST_{632} e ST_{642} , foi conduzida seguindo as etapas descritas nas subseções 3.1.1 e 3.1.2. Os filtros passa-tudo, em relação à fatoração de saída do atraso multivariável para ST_{632} e ST_{642} , foram calculados, respectivamente, como:

$$D_O(q)|_{ST_{632}} = \begin{pmatrix} q & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

$$D_O(q)|_{ST_{642}} = \begin{pmatrix} q & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & q \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

Seguindo os passos do método DBFact, a partir das respectivas parcelas remanescentes, $G_{MP_0}|_{ST_{632}}$ e $G_{MP_0}|_{ST_{642}}$, foram obtidos os filtros passa-tudo com relação à fatoração de saída dos zeros-FNM

$$B_{O_z}(q)|_{ST_{632}} = 10 \times \begin{pmatrix} \frac{4,8q^4 - 24,1q^3 + 42,8q^2 - 33q + 9,2}{q^4 - 3,4q^3 + 4,2q^2 - 2,3q + 0,4} & \frac{-0,2q^4 + 0,3q^3 + 0,03q^2 - 0,3q + 0,1}{q^4 - 3,4q^3 + 4,2q^2 - 2,3q + 0,4} & \frac{0,049q^4 - 0,08q^3 - 0,01q^2 + 0,09q - 0,04}{q^4 - 3,4q^3 + 4,2q^2 - 2,3q + 0,4} \\ \frac{-0,17q^4 + 0,3q^3 - 0,01q^2 - 0,3q + 0,2}{q^4 - 3,4q^3 + 4,2q^2 - 2,3q + 0,4} & \frac{9,6q^4 - 33q^3 + 42q^2 - 23q + 4,7}{q^4 - 3,4q^3 + 4,2q^2 - 2,3q + 0,4} & \frac{0,3q^4 - 0,5q^3 - 0,16q^2 + 0,5q - 0,17}{q^4 - 3,4q^3 + 4,2q^2 - 2,3q + 0,4} \\ \frac{0,03q^4 - 0,09q^3 + 0,02q^2 + 0,09q - 0,5}{q^4 - 3,4q^3 + 4,2q^2 - 2,3q + 0,4} & \frac{0,3q^4 - 0,5q^3 - 0,2q^2 + 0,5q - 0,16}{q^4 - 3,4q^3 + 4,2q^2 - 2,3q + 0,4} & \frac{9,62q^4 - 33q^3 + 42q^2 - 23q + 4,7}{q^4 - 3,4q^3 + 4,2q^2 - 2,3q + 0,4} \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

$$B_{O_z}(q)|_{ST_{642}} = 10 \times \begin{pmatrix} \frac{0,63q - 0,85}{q - 0,48} & \frac{-0,14q - 0,14}{q - 0,48} & \frac{0,19q + 0,19}{q - 0,48} \\ \frac{-0,14q - 0,14}{q - 0,48} & \frac{0,94q - 0,54}{q - 0,48} & \frac{0,07q + 0,07}{q - 0,48} \\ \frac{0,19q + 0,19}{q - 0,48} & \frac{0,07q + 0,07}{q - 0,48} & \frac{0,9q - 0,58}{q - 0,48} \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

A eficiência do método DBFact como um procedimento de fatoração a ser aplicado para determinar uma lei de CVM independente da disposição de ordem das saídas pode ser avaliada verificando-se as condições impostas na Definição 1 e na Definição 2 apresentadas na subseção 2.3.3. Assim, para $G_{MP}|_{ST_{632}} = \left[B_{O_z}^\dagger G_{MP_0} \right] \Big|_{ST_{632}}$

1. $\left[B_{O_z}^\dagger(q) D_O(q) \right]^\dagger \left[B_{O_z}^\dagger(q) D_O(q) \right] \Big|_{ST_{632}} = I;$
2. $\lim_{q^{-1} \rightarrow 0} G_{MP}(q^{-1})|_{ST_{632}} = 10^{-4} \times \begin{pmatrix} 2,711 & 0,012 & 0,018 \\ -0,062 & -0,198 & -0,394 \\ -0,036 & -0,725 & 0,197 \end{pmatrix} \rightarrow$

Não singular;

$$\begin{aligned}
3. \quad & \lim_{q^{-1} \rightarrow 1/2,0569} G_{MP}(q^{-1})|_{ST_{632}} = 10^{-4} \times \\
& \begin{pmatrix} 4,949 & 0,026 & 0,033 \\ -0,0001 & -0,394 & -0,712 \\ -0,018 & -0,849 & -0,031 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Não singular;} \\
& \lim_{q^{-1} \rightarrow 1/(1,0195 \pm 0,1287i)} G_{MP}(q^{-1})|_{ST_{632}} = 10^{-4} \times \\
& \begin{pmatrix} 6,895 \mp 0,464i & -0,042 \mp 0,004i & -0,049 \mp 0,004i \\ 0,091 \mp 0,024i & -0,606 \pm 0,05i & -0,987 \pm 0,067i \\ -0,019 \pm 0,003i & -0,991 \pm 0,04i & -0,128 \pm 0,04i \end{pmatrix} \rightarrow \text{Não singular} \\
& \lim_{q^{-1} \rightarrow 1/1,0428} G_{MP}(q^{-1})|_{ST_{632}} = 10^{-4} \times \begin{pmatrix} 6,927 & 0,042 & 0,05 \\ 0,093 & -0,612 & -0,992 \\ -0,02 & -0,995 & -0,132 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Não singular}
\end{aligned}$$

$$4. \quad B_{O_z}^\dagger(q) \Big|_{ST_{632}} \text{ tem polos em } \{2,05691, 0195 \pm 0,1287i, 0428\},$$

$$\text{e para } G_{MP}|_{ST_{642}} = \left[B_{O_z}^\dagger G_{MP0} \right] \Big|_{ST_{642}}$$

$$\begin{aligned}
1. \quad & \left[B_{O_z}^\dagger(q) D_O(q) \right]^\dagger \left[B_{O_z}^\dagger(q) D_O(q) \right] \Big|_{ST_{642}} = I; \\
2. \quad & \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} G_{MP}(q^{-1})|_{ST_{642}} = 10^{-4} \times \begin{pmatrix} 4,236 & -0,278 & 0,003 \\ 0,614 & 0,917 & -0,703 \\ -0,873 & 0,027 & -0,380 \end{pmatrix} \rightarrow \\
& \text{Não singular;} \\
3. \quad & \lim_{q^{-1} \rightarrow 1/2,0672} G_{MP}(q^{-1})|_{ST_{642}} = 10^{-4} \times \begin{pmatrix} 5,975 & -0,457 & -0,068 \\ 2,230 & 1,445 & -1,185 \\ -3,039 & 0,020 & -0,717 \end{pmatrix} \rightarrow \\
& \text{Não singular;} \\
4. \quad & B_{O_z}^\dagger(q) \Big|_{ST_{642}} \text{ tem um polo em } 2,0672.
\end{aligned}$$

Estes resultados mostram que os filtros DBFact podem ser considerados UIMG, e desta forma a lei de CVM proposta é independente da ordem de saída. Note que, uma vez $\lim_{q^{-1} \rightarrow 0} G_{MP0}|_{ST_{632}}$ e $\lim_{q^{-1} \rightarrow 0} G_{MP}|_{ST_{642}}$ são ambos não-singulares então não há zeros infinitos remanescentes após a fatoração diagonal dos atrasos, logo não houve necessidade de aproximar os sistemas fatorados usando a aproximação de Thiran.

3.3.2 DBFact –Benchmark de VM

Esta subseção analisa a metodologia proposta para estimação do *benchmark* de VM, proposta na subseção 3.2.3, cujo cálculo utiliza apenas dados operacionais normais e o conhecimento prévio dos filtros DBFact. Além disso, a estimativa é avaliada

quanto sua adequação em avaliar o desempenho do sistema. Por fim, esta subseção ilustra como a concordância do método proposto quanto a direcionalidade do sistema fatorizado pode afetar o *benchmark* de VM.

A estimação do índice η_{DBFact} proposto utilizando dados operacionais normais e o conhecimento prévio dos filtros DBFact será avaliada comparando-se os índices obtidos através da execução do procedimento descrito na subseção 3.2.3, com seu respectivo valor teórico calculado conforme descrito na subseção 3.2.2. Os resultados dos índices globais e individuais para os sistemas avaliados são apresentados na Tabela 3.2 e Tabela 3.3, respectivamente.

TABELA 3.2. A estimativa e os valores teóricos do índice de desempenho global.

	η_{DBFact}	$\hat{\eta}_{\text{DBFact}}$
ST ₆₃₂	0,593	0,664
ST ₆₄₂	0,781	0,862

TABELA 3.3. A estimativa e os valores teóricos do índice de desempenho individual.

	η_{y_1}	η_{y_2}	η_{y_3}	$\hat{\eta}_{y_1}$	$\hat{\eta}_{y_2}$	$\hat{\eta}_{y_3}$
ST ₆₃₂	0,967	0,773	0,120	0,998	0,886	0,167
ST ₆₄₂	0,836	0,890	0,855	0,853	0,878	0,849

Embora existam diferenças entre as estimativas e os valores teóricos apresentados na Tabela 3.2 e na Tabela 3.3, um teste-F de duas amostras (n amostras e p-valor), utilizando-se como amostras $\hat{y}|_{\text{VM}}$ e $y|_{\text{VM}}$, foi aplicado e o resultado permite aferir que as amostras possuem variâncias estatisticamente iguais com nível de confiança de 95%. Esse resultado foi verificado para ambas as estruturas. Portanto, as estimativas para os valores de referência do VM são estimativas confiáveis de seus valores teóricos.

O próximo passo é analisar o efeito da preservação da direcionalidade do sistema avaliado, que é garantida pelo método proposto, sobre os *benchmarks* de VM para sistemas com zeros-FNM. O valor do benchmark de VM calculado através do método de fatoração proposto foi comparado com o índice de mesma natureza, porém calculado conforme proposto por HuangShahKowk1997 admitindo um filtro UIMG ao invés dos filtros DBFact. Essa análise foi feita apenas para o modelo de planta ST₆₄₂, pois não foi encontrada menção ao procedimento de fatoração UIMG para zeros-FNM-conjugados complexos, que é o caso do modelo de planta ST₆₃₂.

Os filtros UIMG para ST₆₄₂ com relação à fatoração de atraso multivariável e a

fatoração do zero-FNM foram obtidos como os seguintes resultados

$$D_{\text{inf}}(q)|_{\text{ST}_{642}} = \begin{pmatrix} q & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & q \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

e

$$D_f(q)|_{\text{ST}_{642}} = \begin{pmatrix} -0,9251 & -0,3754 & -0,0572 \\ -0,3743 & 0,9268 & -0,0288 \\ \frac{0,1321q-0,064}{q-2,067} & \frac{-0,011q+0,005}{q-2,067} & \frac{-2,063q+0,998}{q-2,067} \end{pmatrix}. \quad (3.49)$$

Para avaliar o comprometimento dos métodos de fatoração quanto à capacidade de fatorar os zeros-FNM do sistema, preservando sua localização e respectivas direções, foram computados os respectivos zeros-FNM de ambos os métodos, cujos resultados são apresentados na Tabela 3.4. A partir desses resultados apresentados, pode-se verificar por comparação de $y_z|_G$ com $y_z|_{B_{O_z}}$ e $y_z|_{D_f^\dagger}$, que apenas a fatoração DBFact foi capaz de preservar a direção de saída do sistema fatorado, uma vez que apenas $y_z|_{B_{O_z}}$ é igual a $y_z|_G$. Portanto, neste estudo de caso, tem-se que a fatoração UIMG não foi capaz de preservar em seu filtro a direção de saída original do zero-FNM fatorado, uma vez que $y_z|_{D_f^\dagger}$ é diferente de $y_z|_G$, e, portanto, o controlador de variância mínima calculado pelo filtro UIMG não cumpre com as restrições de interpolação para estabilidade interna, apresentadas na subseção 2.3.2. Esse resultado torna a saída de variância mínima calculada via UIMG um *benchmark* não adequado para avaliar o desempenho do controlador, ao contrário daquele calculado via DBFact, que mostrou ser capaz de preservar a direção do sistema original.

TABELA 3.4. Zeros-FNM fatorados com direções de saída correspondentes.

	η_{y_1}	η_{y_2}	η_{y_3}	$\hat{\eta}_{y_1}$	$\hat{\eta}_{y_2}$	$\hat{\eta}_{y_3}$
ST ₆₃₂	0,967	0,773	0,120	0,998	0,886	0,167
ST ₆₄₂	0,836	0,890	0,855	0,853	0,878	0,849

Para verificar quais implicações essa propriedade exerce sobre os índices de desempenho avaliados, foram estes calculados, cujos resultados obtidos foram

$$\eta_{\text{DBFact}} = \frac{\text{trace} \begin{pmatrix} \mathbf{2,466} & 1,304 & -1,692 \\ 1,304 & \mathbf{3,022} & -1,399 \\ -1,692 & -1,399 & \mathbf{1,786} \end{pmatrix}}{\text{trace} \begin{pmatrix} \mathbf{2,949} & 1,354 & -1,914 \\ 1,354 & \mathbf{3,393} & -1,345 \\ -1,914 & -1,345 & \mathbf{2,088} \end{pmatrix}} = 0,8628 \quad (3.50)$$

$$\eta_{\text{UIMG}} = \frac{\text{trace} \begin{pmatrix} \mathbf{1,56} & 0,903 & -1,284 \\ 0,903 & \mathbf{2,846} & -1,223 \\ -1,284 & -1,223 & \mathbf{2,181} \end{pmatrix}}{\text{trace} \begin{pmatrix} \mathbf{2,949} & 1,354 & -1,914 \\ 1,354 & \mathbf{3,393} & -1,345 \\ -1,914 & -1,345 & \mathbf{2,088} \end{pmatrix}} = 0,7813 \quad (3.51)$$

e seus valores comparados. Dessa comparação tem-se que ambos os índices indicam que o desempenho do sistema de controle avaliado está próximo do respectivo controlador de variância mínima, indicando assim um bom desempenho do sistema de controle. Essa conclusão é mais evidente através do índice de desempenho obtido pelo método DBFact, uma vez que seu valor é mais próximo de 1, do que o obtido via UIMG. Entretanto, embora ambos os índices tenham apresentado valores próximos, e assim permitam inferir mesma avaliação de desempenho, tem-se uma discrepância relevante entre as duas abordagens quanto aos índices de desempenho individuais calculados usando (3.3) e mostrados na Tabela 3.5. Tal discrepância foi aferida através de um teste-F de duas amostras, admitindo como amostras as respectivas saídas de variância mínima para as leis de controle calculadas através da fatoração DBBFact e da UIMG, que constatou que as variâncias para a malha 1 e para a malha 3 não são homogêneas.

TABELA 3.5. Índices de desempenho das malhas individuais.

	η_{y_1}	η_{y_2}	η_{y_3}
DBFact	0,836	0,890	0,855
UIMG	0,529	0,839	1,044

Através dos valores apresentados na Tabela 3.5, tem-se que o índice de desempenho individual para a primeira saída, η_{y_1} , calculado via UIMG sugere um potencial de redução da variância maior do que aquele sugerido via DBFact. Adicionalmente, η_{y_3} via UIMG, ao contrário do respectivo via DBFact, é maior que 1, o que indica um aumento da variância da malha 3 na condição de VM. Esses resultados indicam, que de acordo com a abordagem UIMG, a malha 1 tem maior potencial de redução de variância, podendo esta ser priorizada caso desejasse-se reduzir ainda mais a variância do processo. Embora esse resultado seja possível, não foi observado pelos índices individuais via DBFact, que por sua vez, demonstram um potencial de redução de variância similar para as três malhas.

Para verificar se essas conclusões são adequadas quanto ao sistema de controle avaliado, foi analisado como o desempenho do controlador afeta a variância da saída global bem como das saídas individuais de cada malha. Para isso, admitindo-se então fixada a estrutura real do controlador, a constante de tempo $\lambda = [\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3]^\dagger$, utilizada como parâmetro de sintonia do controlador foi modificada admitindo-se dois cenários diferentes. No primeiro, foram consideradas mudanças nas 3 malhas simultaneamente, i.e., $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$, enquanto no segundo, foram consideradas alterações

individuais em cada malha, ou seja, a cada análise alterou-se apenas o parâmetro λ_i , para $i=1, 2, 3$, mantendo-se os demais fixos. Para ambos os cenários o parâmetro de sintonia foi alterado de 6,25 a 120 min (com incrementos de 1,25 min). Os resultados para cada ajuste foram comparados tomando-se o caso em que o controlador estava ajustado como $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 25$ min como referência. Observe que a i -ésima saída tem sua resposta mais rápida quando λ_i está entre 6,25 e 23,75 min, enquanto valores entre 26,25 a 45 min a tornam mais lenta.

Os índices de desempenho global, η , e individuais, η_{y_1} , para o sistema de controle real apresentados na Figura 3.1 e na Figura 3.2 foram calculados, respectivamente, pelas seguintes expressões

$$\frac{\text{Variância da saída para } \lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3]^\dagger}{\text{Variância atual } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 25} = \frac{\text{trace}(\text{cov}(y(k)|_\lambda))}{\text{trace}(\text{cov}(y(k)|_{\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=25}))} \quad (3.52)$$

e

$$\left[\eta(\lambda)_{y_1} \dots \eta(\lambda)_{y_3} \right]^\dagger = \text{diag} \left(\text{cov}(y(k)|_\lambda) \left(\text{diag}(\text{var}(y(k)|_{\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=25})) \right)^{-1} \right). \quad (3.53)$$

A Figura 3.1 mostra o comportamento para os índices de desempenho global e individuais sob modificações seguindo o primeiro cenário (ou seja, o controlador foi ajustado para tornar todas as saídas simultaneamente mais lentas ou mais rápidas), o que, em teoria, equivale a deteriorar ou melhorar o desempenho global do controlador, já a Figura 3.2 mostra o comportamento dos índices mediante as alterações sob o segundo cenário (ou seja, o controlador foi ajustado para tornar as saídas individualmente mais lentas ou mais rápidas). Na Figura 3.1, é possível verificar que a primeira saída y_1 é a que mais contribui para variações de η . Portanto, alguma mudança no controlador visando reduzir a variância de y_1 é desejada para reduzir a variância global do sistema de controle.

Intuitivamente, pode-se supor que tornar a malha 1 mais lenta levaria à redução da variância geral do sistema. No entanto, como visto na Figura 3.2-(A), a redução de η é sensível tanto para as alterações feitas nas malhas 1 quanto 3, embora a saída y_3 seja a menos sensível. Isso é explicado por que, como visto na Figura 3.2-(D), tornar a malha 3 mais lenta reduz a variância de y_1 mais significativamente do que a própria malha 1. Esse comportamento se deve à interação entre as malhas, existente em sistemas MIMO, que faz com que mudanças feitas em uma malha específica possa afetar as demais. Portanto, para este estudo de caso, será possível minimizar a variância global do sistema, de forma mais eficaz, tornando as malhas 3 e 1 individualmente ou simultaneamente mais lentas.

O valor mínimo para o índice de desempenho global real, admitindo todos os ajustes possíveis para o controlador, foi de 0,954 para $\lambda = [120 \ 25 \ 120]^\dagger$, o que corrobora com os resultados gráficos apresentados na Figura 3.1 e na Figura 3.2 e indica que o controlador real tem um desempenho adequado devido à sua estrutura, conforme avaliado pelos índices de desempenho globais teóricos. Os respectivos índices de desempenho individuais, para esse valor mínimo, são apresentados na Tabela 3.6.

CAPÍTULO 3. DBFACT: UMA MELHOR ABORDAGEM PARA CALCULAR A LEI DE 80 CONTROLE DE VARIÂNCIA MÍNIMA PARA SISTEMAS MIMO DE FASE NÃO-MÍNIMA

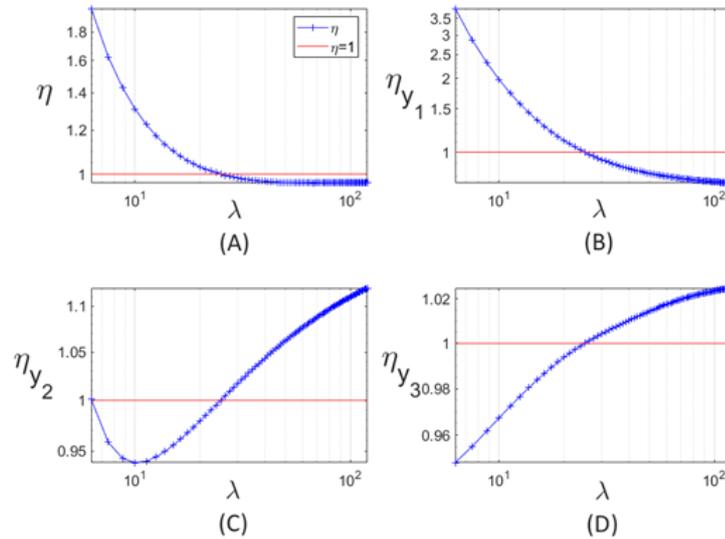


FIGURA 3.1. Os índices de desempenho para (A) o sistema global, (B) y_1 , (C) y_2 e (D) y_3 .

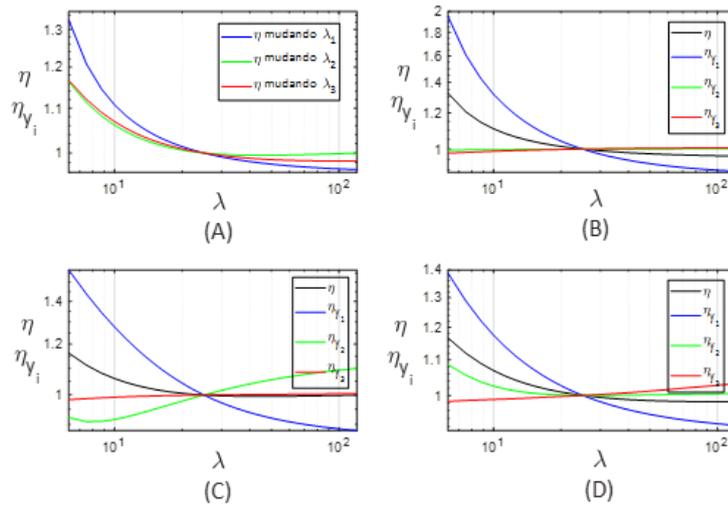


FIGURA 3.2. Os índices de desempenho global (A) a partir de mudanças individuais em λ_1 , λ_2 e λ_3 , (B) e individuais para alterações apenas em λ_1 , (C) e individuais para alterações apenas em λ_2 e (D) e individuais para alterações apenas em λ_3 .

TABELA 3.6. Índices de desempenho das malhas individuais.

η_{y_1}	η_{y_2}	η_{y_3}
0,837	1,005	1,036

Por meio dos valores para os índices de desempenho real global e individual, apresentados na Tabela 3.6, pode-se verificar por comparação com a Tabela 3.5, que os resultados via metodologia proposta são muito próximos aos respectivos valores reais em relação aqueles via UIMG. Com base nisso, é possível afirmar que o comportamento dos índices individuais, quando "o melhor" controlador real no sentido de minimizar o índice de desempenho devido à sua estrutura, foi mais realisticamente previsto através da metodologia proposta. Como visto anteriormente, a metodologia proposta preserva a direção de saída dos zeros-FNM, o que indica que o efeito desses fatores de limitação de desempenho foi tomado como uma restrição adicional na direção correta apenas para η_{DBFact} .

Vale destacar que objetivo não é propor a melhor sintonia para um controlador prático, mas apenas ilustrar como o *benchmark* de VM baseado na lei de CVM proposta é mais adequado para o monitoramento de desempenho de malhas de controle MIMO de FNM.

Capítulo 4

DBfact Aplicada à Avaliação de Desempenho na Ausência de Conhecimento Prévio do Sistema

Apesar de ter sido ilustrada, no Capítulo 3, a aplicabilidade da metodologia de estimação do índice de desempenho a partir de dados em condição normal de operação, fica evidente a limitação dessa metodologia devido à necessidade do conhecimento prévio dos filtros DBFact ou do modelo da planta. Vale ressaltar que tal limitação não é exclusiva da metodologia proposta, mas sim recorrente na maioria das abordagens dentro desse contexto, por exemplo, o clássico índice de Harris. Além disso, em virtude de mudanças no processo, há possibilidade de que o modelo disponível não seja representativo quanto ao processo atual, fazendo necessária a atualização dos filtros DBFact para a adequada avaliação do sistema de controle através do índice proposto.

Com base nisso, este capítulo propõe uma metodologia para calcular um *benchmark* de VM para sistemas MIMO de fase não-mínima utilizando apenas dados operacionais de malha fechada sob a consideração de que nenhum conhecimento prévio do modelo do sistema está disponível, o que permite ampliar a aplicabilidade do índice de avaliação de desempenho proposto para monitoramento de sistemas de controle para diferentes cenários. Para viabilizar essa aplicação, uma estratégia de identificação de sistemas MIMO baseada em sinais teste minimamente intrusivos é proposta. O índice é calculado através de uma extensão da lei de CVM proposta no Capítulo 3, sendo esse equivalente à estimativa do índice η_{DBFact} , a qual é calculada usando o mesmo conjunto de dados do teste de identificação.

Para ilustrar o procedimento de identificação proposto, bem como validar a metodologia de cálculo da estimativa de η_{DBFact} , é utilizado como estudo de caso um sistema de controle de nível de quatro tanques interconectados e sujeitos a atrasos na sua alimentação, apresentado na seção 4.5, sob diferentes condições operacionais.

Os resultados obtidos através da metodologia proposta foram comparados com

seus respectivos valores teóricos, cuja comparação confirma a capacidade do procedimento de identificação em fornecer modelos identificados adequados para estimativa do índice, bem como que a extensão da lei de CVM permite o cálculo de estimativas confiáveis do *benchmark* de desempenho, o que viabiliza o monitoramento de sistemas cujo modelo é indisponível e sujeitos a restrições de perturbação.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: a seção 4.1 descreve as premissas fundamentais por trás da extensão da lei de CVM. Em seguida, são descritos o projeto de teste de entrada e a estratégia de identificação, respectivamente nas seções 4.2 e 4.3, ambos propostos para viabilizar a estimação do índice de desempenho proposto quando os filtros DBFact ou o modelo de processo estiverem indisponíveis. Posteriormente, na seção 4.4 é descrita a lei de CVM calculada pelos filtros DBFact e o procedimento de cálculo para estimativa do respectivo *benchmark* teórico de MV, a partir de dados operacionais. Na seção 4.5 é apresentado o estudo de caso, e as metodologias propostas são analisadas na subseção seguinte, seção 4.6.

4.1 Premissas para a Estratégia de Identificação

O procedimento proposto considera que o conjunto de dados para identificação é gerado através de um experimento em malha fechada adicionando um sinal de excitação w , na entrada da planta G , como descrito na Figura 4.1.

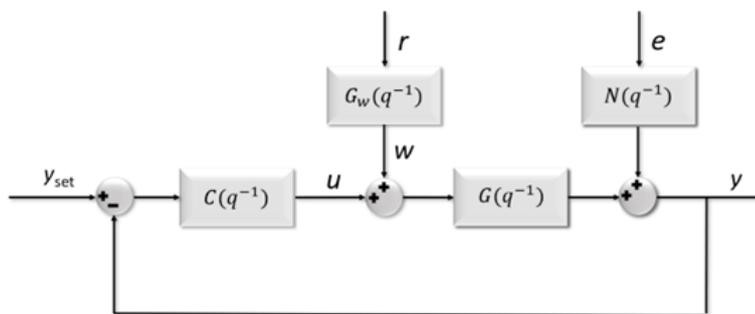


FIGURA 4.1. Sistema de controle *feedback*.

Na Figura 4.1, o controlador é representado por C , G_w representa um filtro usado em conjunto com a fonte de excitação r para modelar um sinal w , N é o modelo do distúrbio não medido e e é a fonte de ruído. Essa configuração, para o experimento de identificação, foi escolhida por motivos práticos, uma vez que a maioria dos processos industriais, e particularmente o controlador cujo desempenho será avaliado, estão sendo operados em malha fechada e em muitas vezes não é desejável ou mesmo possível operar com malha aberta. Além disso, os filtros DBFact, propostos no Capítulo 3 e necessários para estimação de $y|_{VM}$, são calculados a partir de fatores invariantes de controle, atraso multivariável e zeros-FNM, portanto, podem ser calculados a partir

de alguma matriz de transferência em malha fechada do sistema, como por exemplo, $P_{cl} \triangleq [I + GC]^{-1}G$, veja Lema 1.

Lema 1. Dado um sistema MIMO de fase não-mínima com atraso de tempo, sob controle *feedback* internamente estável, como representado na Figura 4.1, admitindo que $y_{set} = 0$, tem-se que os filtros DBFact, $D_{O_{cl}}$ e $B_{O_{z_{cl}}}$, da matriz de transferência em malha fechada P_{cl} , que representa a dinâmica de w para y , também são filtros DBFact da matriz de transferência da malha aberta G . Prova. Baseado no lema da matriz inversa (HENDERSON; SEARLE, 1981; TYLAVSKY; SOHIE, 1986) tem-se

$$\begin{aligned} P_{cl}(q^{-1}) &= [I + G(q^{-1})C(q^{-1})]^{-1}G(q^{-1}) \\ &= \{I - G(q^{-1})[G(q^{-1})C(q^{-1}) + I]^{-1}C(q^{-1})\}G(q^{-1}) \\ &= G(q^{-1})[I + C(q^{-1})G(q^{-1})]^{-1}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Paralelamente, se D_O e B_{O_z} são filtros DBFact de G , e assim atendem à Definição 1 e à Definição 2, então

$$\begin{aligned} \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} G_{MP}(q^{-1}) &= \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} [B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)G(q^{-1}) \\ &= K_{inf} \end{aligned} \quad (4.2)$$

e

$$\begin{aligned} \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} [B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)P_{cl}(q^{-1}) &= \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} [B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)G(q^{-1})[I + C(q^{-1})G(q^{-1})]^{-1} \\ &= \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} [B_{O_z}(q)]^\dagger D_O(q)G(q^{-1})[I + 0]^{-1} \\ &= K_{inf}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

De forma análoga, se $D_{O_{cl}}$ e $B_{O_{z_{cl}}}$ são filtros DBFact de P_{cl} e assim atendem à Definição 1 e à Definição 2, apresentadas na subseção 2.3.3, então

$$\begin{aligned} \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} P_{clMP}(q^{-1}) &= \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} [B_{O_{z_{cl}}}(q)]^\dagger D_{O_{cl}}(q)P_{cl}(q^{-1}) \\ &= \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} [B_{O_{z_{cl}}}(q)]^\dagger D_{O_{cl}}(q)[I + C(q^{-1})G(q^{-1})]^{-1}G(q^{-1}) \\ &= \lim_{q^{-1} \rightarrow 0} [B_{O_{z_{cl}}}(q)]^\dagger D_{O_{cl}}(q)G(q^{-1}) \\ &= K_{inf_{cl}}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Desta forma, $D_{O_{cl}}$ e $B_{O_{z_{cl}}}$ atendem à Definição 1 e à Definição 2 não só com relação a P_{cl} mas também a G , uma vez que o controlador C não introduz novos atrasos de tempo nem cancela os zeros-FNM da malha aberta em P_{cl} . As conclusões anteriores são também verificadas para o caso de $y_{set} \neq 0$, seguindo o mesmo procedimento. ■

Portanto, se os filtros DBFact ou um modelo do processo, seja malha aberta ou fechada, não estiverem disponíveis então algum procedimento de identificação deve

ser realizado como o primeiro passo para o cálculo de uma estimativa do *benchmark* de VM. Como bem sabido e discutido na seção 2.4, não existe uma abordagem ótima para identificar um modelo, de forma que a melhor estratégia dependerá de uma série de fatores, como de restrições impostas pela qualidade dos dados de identificação, da capacidade da estrutura e ordem do modelo em adequar-se aos dados, mas principalmente da finalidade de aplicação para a qual esse modelo se destina. Desta forma, em vista da necessidade de extrair os termos invariantes de controle necessários para a estimativa de η_{DBFact} em sistemas em operação, propõe-se um projeto para o teste de identificação capaz de gerar um conjunto de dados de identificação rico e uma estratégia de identificação que captura adequadamente o atraso multivariável e zeros-FNM no modelo identificado. O projeto para o teste de identificação e a estratégia de identificação são descritos na seção a seguir e na sequência é mostrado como calcular a estimativa do *benchmark* de VM.

4.2 Projeto para o Teste de Identificação

Sabe-se que os atrasos de tempo e os zeros-FNM têm relação com a resposta de frequência de um sistema, especificamente com a fase deste sistema, uma vez que esses fatores implicam num atraso de fase adicional em relação ao sistema de fase mínima recíproco (sistema com o mesmo ganho). Esta relação é demonstrada por uma inclinação decrescente na resposta de fase com o aumento da frequência nos sistemas que apresentam atrasos de tempo puro e zeros-FNM existentes (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Com base nisso, existem algumas vantagens de utilizar uma faixa de frequência específica para o sinal de teste para estimar esses fatores, como mostrado por Zhang et al. (2016) para estimar a estrutura de atraso multivariável usando um sinal teste rico em altas frequências. A ideia baseia-se no fato de que a discrepância da resposta de fase entre sistemas com atraso se torna mais acentuada em altas frequências, o que permite distinguir dois sistemas com atrasos de tempo diferentes, mesmo que tenham o mesmo ganho. Esta ideia pode ser estendida para a estimativa de zeros-FNM, no entanto, neste caso, a faixa de frequência na qual a diferença entre a resposta de fase de um sistema com um zero-FNM e seu sistema recíproco será condicionada também pela localização desses zeros.

Portanto, uma vez que o *benchmark* de desempenho proposto depende, dentre outros fatores, do atraso e dos zeros-FNM do sistema, a estratégia de identificação deve fornecer uma boa estimativa da resposta do sistema em uma faixa de frequência apropriada, que permita estimar esses elementos do sistema. Desta forma, uma vez que um conjunto de dados informativo é uma necessidade para obter modelos identificados adequados (BAZANELLA et al., 2010), então, um conjunto de dados rico e informativo sobre essa faixa de frequência é desejado para realizar a identificação. Essa suposição equivale a ter um sinal de entrada persistentemente excitante (GEVERS et

al., 2009). Com base nisso, o sinal de teste de identificação, ou simplesmente sinal de teste, w , foi escolhido como um ruído branco filtrado com distribuição normal com média zero e covariância Σ_w , $N(0, \Sigma_w)$.

Essa escolha se deve ao fato desse tipo de sinal ser persistentemente excitante para qualquer ordem finita (ZHU, 2001), o que permite a obtenção de modelos identificados de qualquer ordem. Além disso, o espectro de potência deste sinal pode ser modelado por um projeto de filtro apropriado, definindo a distribuição desejada do conteúdo de frequência (ZHU, 2001) o que é necessário para alcançar as características do sinal de teste proposto.

O sinal de teste w , pode ser obtido pela filtragem do ruído branco w através de G_w . Pode-se modelar w como um sinal independente, portanto, G_w pode ser construído como um filtro passa-alta diagonal $n_I \times n_I$, cuja frequência de corte para cada elemento de G_w pode ser definida individualmente. Desta forma, o sinal de teste excitará o processo numa faixa de frequência pré-especificada pelo usuário. A escolha da frequência de corte pode ser baseada na análise de dados históricos do sistema ou com base em modelos prévios, mas na indisponibilidade dessas alternativas propõe-se um valor fixo de 0,1 rad/seg. Por fim, a magnitude de w pode ser ajustada através do ganho de G_w ou da variância de w , Σ_w , para ambas opções o ajuste é escolhido para obter uma relação sinal-ruído (SNR – do inglês signal-to-noise ratio) pré-definida pelo usuário.

Como discutido na seção 2.4, o valor admitido para o SNR de dados coletados em malha fechada é muitas vezes limitado, e em virtude disso será admitidos valores de SNR baixos. Outro parâmetro importante quanto ao projeto de teste de identificação é o comprimento do conjunto de dados, ou seja, a duração do teste de identificação. De acordo com Zhu (2001) esse tempo deve ser cerca de 6 a 18 vezes o maior tempo de resposta do sistema a ser identificado. O autor aponta que testes com duração reduzida (cerca de 5 a 8 vezes a resposta do sistema) podem ser usados para o caso de sistemas com poucas entradas e altos valores de SNR, enquanto para sistemas com muitas entradas e baixos valores de SNR essa duração é aumentada (cerca de 14 a 18 vezes o tempo de resposta).

4.3 Estratégia de Identificação

Devido à ausência de conhecimento prévio sobre o modelo do processo ou mesmo características do sistema, uma modelagem caixa-preta, ou identificação de sistemas, é proposta, de forma que o modelo será obtido através do ajuste dos dados de teste admitindo-se uma estrutura parametrizada (AGUIRRE, 2007). Para realizar a identificação do sistema, a metodologia proposta admite a abordagem de identificação indireta (LJUNG, 1999), de forma que para dados obtidos através do esquema

representado na Figura 4.1, cuja saída é descrita como:

$$y(k) = [I + G(q^{-1})C(q^{-1})]^{-1}G(q^{-1})w(k) + [I + G(q^{-1})C(q^{-1})]^{-1}N(q^{-1})e(k), \quad (4.5)$$

pode-se obter um modelo de malha fechada a partir de w para y , sob a forma

$$y(k) = P_{cl}(q^{-1})w(k) + G_{cl}(q^{-1})\hat{e}(k). \quad (4.6)$$

O procedimento clássico da abordagem indireta calcula o modelo do sistema em malha aberta, G , fazendo uso do modelo P_{cl} e do conhecimento do controlador C (LJUNG, 1999). Em vista disso, qualquer erro em C (incluindo desvios de um controlador linear, devido, por exemplo, a saturações de entrada) será transportado para o modelo G identificado o que demonstra uma desvantagem dessa abordagem. Apesar disso, a identificação de um modelo para G não se faz necessária para o cálculo do índice proposto, pois, como mostrado na seção 4.1, os filtros DBFact calculados para um modelo em malha fechada são também filtros DBFact do modelo em malha aberta, desta forma, o modelo P_{cl} pode ser usado diretamente para calcular os filtros DBFact.

A partir de 4.5 e 4.6 tem-se as seguintes matrizes de função de transferência de malha fechada definidas como

$$P_{cl}(q^{-1}) \triangleq [I + G(q^{-1})C(q^{-1})]^{-1}G(q^{-1}) \quad (4.7)$$

e

$$G_{cl}(q^{-1}) \triangleq [I + G(q^{-1})C(q^{-1})]^{-1}N(q^{-1}) \quad (4.8)$$

Note que a saída de malha fechada livre de perturbação, y_{livre} , ou seja, a saída de malha fechada para $w = 0$, que representa a saída do processo de controle na atual condição, é equivalente ao segundo termo da soma do lado direito de (4.3) e pode ser definida como

$$y_{livre}(k) \triangleq G_{cl}(q^{-1})e(k). \quad (4.9)$$

Com base nisso, propõe-se uma estratégia de identificação que consiste em uma abordagem em duas etapas: inicialmente, a estimativa do atraso multivariável é calculada e utilizada na etapa seguinte, que calcula as estimativas do sistema de malha fechada $[P_{cl}, G_{cl}]$ e da fonte de ruído e . Note que, uma vez que a estrutura de atraso é estimada inicialmente, então, pode-se usá-la na etapa seguinte, portanto, a variância dos parâmetros restantes a serem estimados é reduzida, melhorando o modelo identificado.

Uma vez que não se admite conhecimento prévio, é possível que a estrutura real do sistema pode não estar necessariamente contemplada na estrutura parametrizada

escolhida para a modelagem dos dados. Devido a isso, é proposta a utilização de uma estrutura ARX de alta ordem para modelar o conjunto de dados, pois, essa estrutura é consistente na perspectiva de frequência, sendo capaz de se aproximar arbitrariamente bem de qualquer sistema linear (LJUNG, 1999). A estrutura ARX com ordem h para ambas as matrizes polinomiais \mathbf{A} e \mathbf{B} é representada por:

$$\mathbf{A}^h(q^{-1})y(k) = \mathbf{B}^h(q^{-1})w(k) + \hat{e}^h(k). \quad (4.10)$$

A estimativa de P_{cl} e de G_{cl} como

$$\hat{P}_{cl}(q^{-1}) = [\mathbf{A}^h(q^{-1})]^{-1}\mathbf{B}^h(q^{-1}) \text{ e } \hat{G}_{cl}(q^{-1}) = [\mathbf{A}^h(q^{-1})]^{-1} \quad (4.11)$$

e da fonte de ruído como o resíduo

$$\hat{e}(k) = \hat{G}_{cl}^{-1}(q^{-1})[y(k) - \hat{P}_{cl}(q^{-1})w(k)]. \quad (4.12)$$

Para a estimativa do atraso multivariável, foi utilizado o método proposto por Zhang et al. (2016), utilizando um nível de confiança de 95%. Este método baseia-se nas propriedades estatísticas da estrutura ARX de alta ordem, sob condição que \hat{e} , em 4.12) é um ruído branco com distribuição gaussiana. Para ilustrar o método, por simplicidade tome o caso de um sistema SISO, para um modelo ARX de ordem h tem-se polinômios A^h e B^h :

$$\begin{aligned} A^h(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_hq^{-h} \\ B^h(q^{-1}) &= b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_dq^{-(d-1)} + b_{d+1}q^{-d} \dots + b_hq^{-(h-1)}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Admitindo-se que o processo apresenta um atraso d e que os primeiros parâmetros do polinômio B^h , i.e., $\hat{\theta}_D = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_d]^\dagger$ correspondem às estimativas dos d parâmetros iniciais, cuja matriz de covariância destes parâmetros é Σ_D . Desde que \hat{e} é assumido como um conjunto de dados com distribuição gaussiana, então $\hat{\theta}_D$ também tem uma distribuição normal. Assim, com base na definição da distribuição χ^2 e no valor real dos parâmetros, $\theta_D = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^\dagger$, é possível calcular uma estatística (SODERSTROM; STOICA, 1989; ZHANG et al., 2016)

$$z_d = \hat{\theta}_D^\dagger \sum_D^{-1} \hat{\theta}_D \quad (4.14)$$

com distribuição χ^2 com $\dim \hat{\theta}_D = d$ graus de liberdade, i.e., $z_d \sim \chi^2(d)$. A probabilidade de $z_d = \hat{\theta}_D^\dagger \sum_D^{-1} \hat{\theta}_D \geq \alpha_D$ é então $\chi_{\alpha_D}^2(d)$, onde α_D é o nível de significância de $\chi^2(d)$. Portanto, testes de hipóteses variando o comprimento d podem ser realizados para determinar o atraso de tempo, ou seja, partindo-se de $d = 1$ avalia-se a hipótese nula:

$$H_0 : \hat{\theta}_D = 0, \quad (4.15)$$

caso esta não seja rejeitada, avalia-se 4.15 para $d = 2$ e assim por diante até que a mesma seja rejeitada. O valor da estimativa de d , por sua vez será o maior valor de d avaliado para o qual 4.15 não foi rejeitada.

Para sistemas MIMO, como sugerido pelos autores, a matriz polinomial \mathbf{A} é admitida como diagonal com dimensão $n_O \times n_O$ e \mathbf{B} como uma matriz $n_O \times n_I$. Desta forma, o sistema MIMO pode ser desacoplado em n_O subsistemas MISO. A ordem do ARX, h , nessa primeira etapa pode ser escolhida com base no comprimento da amostra de dados, N , para satisfazer

$$h \rightarrow \infty \text{ e } \frac{h^2}{N} \rightarrow 0 \text{ com } N \rightarrow \infty. \quad (4.16)$$

As estimativas dos atrasos de cada elemento (i, j) da matriz \mathbf{B} , representadas por $\hat{d}_{i,j}$ e calculadas via teste de hipótese 4.15, podem ser validadas a partir da curva de testes de hipóteses (avaliação de z_d para diferentes h), como sugerido por Zhang et al. (2016), que mostra se a estimativa da estrutura de atraso é confiável. Essa validação será mais bem discutida na seção 2.4.5 através do estudo de caso apresentado nessa seção.

Após a estimativa do atraso, a identificação do sistema é realizada para calcular a estimativa de P_{cl} . Com intuito de obter uma estimativa mais precisa, a estrutura de atraso do modelo ARX de alta ordem é fixada como o atraso estimado anteriormente, ou seja, para o modelo do subsistema (i, j) cujo o atraso estimado corresponde a $\hat{d}_{i,j}$ tem-se:

$$A_{i,i}^h(q^{-1})y(k) = B_{i,j}^h(q^{-1})w(k - \hat{d}_{i,j}) + \hat{e}_i^h(k). \quad (4.17)$$

Para essa nova identificação, é possível utilizar o mesmo conjunto de dados de identificação da etapa anterior. A fim de reduzir a complexidade da estimativa de parâmetros, o sistema MIMO também é dividido em n_O subsistemas MISO. Nessa etapa as ordens dos polinômios do ARX de alta ordem serão escolhidas usando o critério de erro de predição final (FPE) de Akaike (AKAIKE, 1969), calculado para saída i como:

$$\text{FPE}(i, h) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{e}_i^h(k) [\hat{e}_i^h(k)]^\dagger \left(\frac{1 + \xi/N}{1 - \xi/N} \right), \quad (4.18)$$

onde ξ é número de parâmetros estimados no modelo. Esse critério foi escolhido por fornecer uma estimativa não enviesada do critério de erro, mesmo quando o conjunto de dados de estimação dos parâmetros é também utilizado para a seleção da ordem, o que permite reduzir a duração do teste (ZHU, 2001).

Por fim, a validação do modelo final obtido pode ser feita por meio de análise residual (LJUNG, 1999), ver subseção 2.4, para avaliar a adequação do modelo aos dados de teste. Vale destacar que o modelo final foi obtido utilizando o critério FPE

para seleção de ordem, tendo assim sua capacidade preditiva previamente avaliada confrontando-se sua qualidade preditiva com demais modelos de diferentes ordens.

A estratégia de identificação proposta para um sistema MIMO pode então ser decomposta na obtenção de um modelo MISO para cada saída y_i , com $i = 1, 2, \dots, n_O$, cuja modelagem de cada saída pode ser sumarizada através das seguintes etapas:

1. A partir de dados de teste, w e y_i , estimar um modelo ARX de alta ordem conforme (4.10), obtendo-se uma matriz polinômial $\mathbf{B}_{i,1:n_I}^h$;
2. Com a matriz $\mathbf{B}_{i,1:n_I}^h$, obtida no passo 1, utilizar a estatística (4.14) para obter a estimativa do atraso, $\hat{d}_{i,j}$, de cada elemento (i, j) , que correspondente ao máximo valor entre 1 e h para o qual a hipótese nula (4.15) é satisfeita;
3. A partir dos $\hat{d}_{i,j}$, obtidos no passo 2, para $j = 1, \dots, n_I$, obtém-se a estrutura de atrasos $\hat{\theta}_D$ da saída i ;
4. Com $\hat{\theta}_D$ obtida no passo 3, $h - \max(\hat{d}_{i,1:n_I})$ novos modelos ARX são calculados, para a saída i , mantendo $\hat{\theta}_D$ fixo na estrutura, conforme (4.17);
5. Com os dados de teste, w e y_i , calcula-se o FPE respectivo para cada modelo ARX obtido no passo 4, conforme (4.18);
6. A partir dos FPEs obtidos no passo 5, determina-se a estimativa do modelo que relaciona a saída y_i com a entrada w como aquele que resultou no menor valor FPE dado o respectivo conjunto de dados de teste.

Por fim, o modelo \hat{P}_{cl} , que descreve o relacionamento entre w e y , será composto dos n_O submodelos obtidos seguindo os passos de 1 a 6, descritos anteriormente.

4.4 Estimativa do *benchmark* de VM

De posse do modelo identificado e do conjunto de dados usado para identificação é possível calcular uma estimativa do *benchmark* de VM. Para isso, são calculadas as estimativas dos filtros $\hat{D}_{O_{cl}}$ e $\hat{B}_{O_{zcl}}$ a partir de \hat{P}_{cl} usando a fatoração DBFact enquanto os termos invariantes de controle F e R_{NMP} podem ser estimados a partir da estimativa \hat{y}_{livre} calculada com base em (4.3) como

$$\hat{y}_{livre}(k) = y(k) - \hat{P}_{cl}(q^{-1})w(k), \quad (4.19)$$

através de um procedimento semelhante ao utilizado para os dados operacionais normais, ou seja, \hat{y}_{livre} é equivalente à série temporal:

$$\hat{y}_{livre}(k) = \hat{G}_{cl}(q^{-1})\hat{e}(k) \quad (4.20)$$

Observe que \hat{G}_{cl} pode ser calculado através da modelagem de \hat{y}_{livre} na série temporal (4.20) ou, alternativamente, através do modelo de distúrbio obtido ao fim do procedimento descrito na seção 4.3 para calcular \hat{P}_{cl} . Uma vez de posse de \hat{G}_{cl} e dos filtros $\hat{D}_{O_{cl}}$ e $\hat{B}_{O_{z_{cl}}}$, previamente calculados a partir de \hat{P}_{cl} , obtém-se a matriz da função de transferência em malha fechada filtrada \tilde{G}_{cl}

$$\tilde{G}_{cl}(q^{-1}) = q^{-d} \hat{B}_{O_{z_{cl}}}(q) \hat{D}_{O_{cl}}(q) \hat{G}_{cl}(q^{-1}) \quad (4.21)$$

que usando a identidade de Diophantine pode ser escrita como:

$$\tilde{G}_{cl}(q^{-1})(q^{-1}) = \hat{F}(q) + q^{-d} \hat{\phi}(q^{-1}) \quad (4.22)$$

onde d é a máxima ordem de $B_{O_z}^\dagger D_O$. O termo $\hat{\phi}$ pode ser expandido em termos de frações parciais como:

$$\hat{\phi} = \hat{R}_{NMP} + \hat{L} \quad (4.23)$$

de forma que \hat{R}_{NMP} corresponde aos polos instáveis de $\hat{\phi}$. Assim, a partir de \hat{y}_{livre} é possível estimar os termos \hat{F} e \hat{R}_{NMP} .

Finalmente, com todos os termos necessários já calculados é possível estimar o *benchmark* de VM, cujo procedimento completo descrito nessa seção pode ser resumido através dos passos:

1. Realizar o procedimento de geração de dados de identificação, conforme procedimento descrito na seção 4.2, coletando w e y ;
2. A partir de w e y obtidos no passo 1, estimar a estrutura de atraso, $\hat{\theta}_D$, seguindo procedimento da seção 4.3;
3. A partir de w e y obtidos no passo 1 e de $\hat{\theta}_D$ obtido no passo 2, identificar \hat{P}_{cl} seguindo procedimento da seção 4.3;
4. Com w , y e \hat{P}_{cl} obter \hat{y}_{livre} através de (4.19);
5. Obter \hat{G}_{cl} modelando \hat{y}_{livre} como (4.20) ou como o modelo de distúrbio correspondente à modelagem que obteve \hat{P}_{cl} em 3;
6. Obter uma estimativa da fonte de ruído, \hat{e} , através de (4.12);
7. Calcular $\hat{D}_{O_{cl}}$ e $\hat{B}_{O_{z_{cl}}}$ aplicando DBFact em \hat{P}_{cl} , conforme procedimento descrito nas subseções 3.1.1 e 3.1.2;
8. Usar $\hat{D}_{O_{cl}}$ e $\hat{B}_{O_{z_{cl}}}$ (obtidos em 7) e \hat{G}_{cl} (obtido em 5) para calcular \hat{F} e $\hat{\phi}$ através de (4.22);
9. Obter \hat{R}_{NMP} como os termos associados aos polos instáveis da expansão em termos de frações parciais de $\hat{\phi}$ como apresentado em (4.23);
10. Calcular $\hat{y}_{livre}|_{VM}$ através de (4.16), usando as respectivas estimativas;
11. Por fim, a estimativa de η_{DBFact} pode ser calculada usando (3.29) com $\hat{y}_{livre}|_{VM}$ e \hat{y}_{livre} no lugar de $y|_{VM}$ e y , respectivamente.

4.5 Estudo de Caso – Quatro Tanques com Atrasos na Alimentação

Para ilustrar os procedimentos propostos para estimar o *benchmark* de VM, a partir de dados operacionais, é utilizado como estudo de caso um sistema de controle de nível de um processo MIMO composto por quatro tanques interligados sujeitos a atrasos nas vazões de alimentação, representado na Figura 4.2.

O objetivo é controlar o nível dos dois tanques inferiores, i.e, h_1 e h_2 , através das vazões F_1 e F_2 . Para tornar o problema de controle mais interessante, admite-se que a alimentação dos tanques apresenta atrasos o que conseqüentemente afeta o desempenho do sistema de controle. Assim, quatro atrasos de entrada de t_1 a t_4 são considerados, cuja associação às entradas pode ser verificada através das equações diferenciais que representam os balanços de massa neste processo

$$\begin{aligned}\frac{dh_1(t)}{dt} &= -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1(t)} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3(t)} + \frac{\gamma_1 F_1(t-t_1)}{A_1} + d_1(t) \\ \frac{dh_2(t)}{dt} &= -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2(t)} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4(t)} + \frac{\gamma_2 F_2(t-t_2)}{A_2} + d_2(t) \\ \frac{dh_3(t)}{dt} &= -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3(t)} + \frac{(1-\gamma_2)F_2(t-t_3)}{A_3} \\ \frac{dh_4(t)}{dt} &= -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4(t)} + \frac{(1-\gamma_1)F_1(t-t_4)}{A_4}\end{aligned}\quad (4.24)$$

onde A_i é seção transversal do tanque i (com $i = 1, 2, \dots, 4$), a_i é a seção transversal do orifício de saída, h_i é o nível do tanque e t_i é o tempo decorrido para que o líquido bombeado viaje até o tanque- i . d_1 e d_2 são distúrbios não medidos que atuam sobre os fluxos do tanque-1 e tanque-2, respectivamente. γ_1 é a proporção de F_1 que é desviada para o tanque-1, enquanto o restante destina-se ao tanque-4 e γ_2 representa a proporção de F_2 desviada para o tanque-2, enquanto o restante destina-se ao tanque-3.

Observe que os tanques 1 e 2 são alimentados por ambas as vazões, assim este processo apresenta uma dinâmica multivariável interativa. Tal como apresentado por Johansson e Nunes (1998), essa dinâmica multivariável interativa é bem representada através da linearização de (4.24) representada pela matriz de transferência

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{\gamma_1 T_1}{A_1} \frac{1}{1+sT_1} e^{-st_1} & \frac{(1-\gamma_2)T_1}{A_1} \frac{1}{(1+sT_3)(1+sT_1)} e^{-st_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)T_2}{A_2} \frac{1}{(1+sT_4)(1+sT_2)} e^{-st_4} & \frac{\gamma_2 T_2}{A_2} \frac{1}{1+sT_2} e^{-st_2} \end{pmatrix}\quad (4.25)$$

onde T_i com $i = 1, 2, \dots, 4$ são

$$T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2h_i|_{ss}}{g}}\quad (4.26)$$

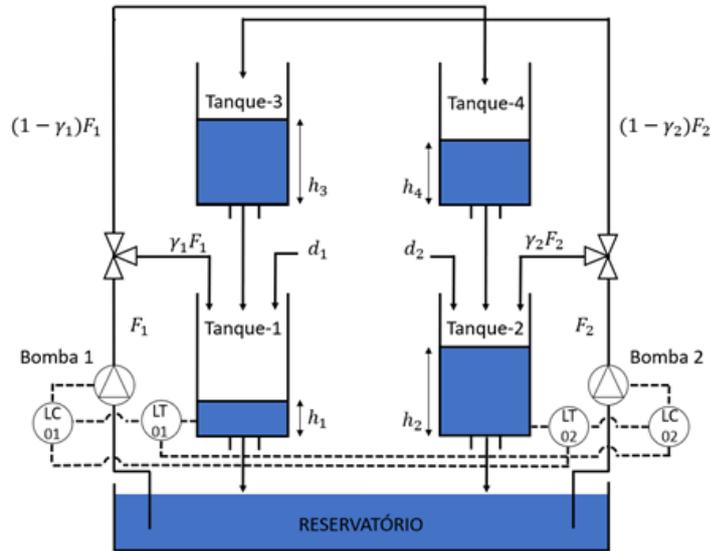


FIGURA 4.2. Diagrama esquemático do sistema de controle de nível dos tanques interligados.

O sistema linearizado (4.5) representa a relação, em termos de variáveis de desvio, entre as mudanças em $y(t) = [h_1 \ h_2]^\dagger$ a partir de mudanças de $u(t) = [F_1 \ F_2]^\dagger$. Assim, dada a possibilidade de avaliar de forma direta a contribuição dos parâmetros do processo sobre a dinâmica do sistema através da matriz de transferência em (4.5), esta será então usada para analisar as principais características bem como as limitações de desempenho inerentes desse processo, como a existência de atrasos, de zeros-FNM, de efeitos da interação e da direcionalidade.

Uma vez que G em (4.5) é quadrada, a equação característica

$$(1 + sT_3)(1 + sT_4) - \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)}{(\gamma_1\gamma_2)}e^{s\beta} = 0 \quad (4.27)$$

onde $\beta \triangleq t_1 + t_2 - t_3 - t_4$, pode ser usada para calcular os zeros de G . Portanto, as soluções de (4.5) são os zeros do modelo de processo G . Tal como relatado por Palmor e Shneiderman (2009), a existência de atrasos, representada por $e^{s\beta}$, pode introduzir infinitos, finitos ou nenhum zero-FNM, de forma que cada uma dessas possibilidades está associada a um valor particular de β . Em general, se $\beta \leq 0$ então o processo é fase não-mínima para $0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1$ e fase mínima para $1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2$. Entretanto, quando $\beta > 0$ o modelo de processo sempre terá zeros-FNM, sendo a localização desses zeros dependente de γ_1 e γ_2 bem como da magnitude β .

Com base nisso, é possível obter sistemas com diferentes características de desempenho através da escolha de valores adequados para γ_1 , γ_2 e β , mesmo que os demais parâmetros do sistema sejam mantidos iguais. Portanto, admitindo os seguintes parâmetros: $A_1 = A_3 = 28\text{cm}^2$, $A_2 = A_4 = 32\text{ cm}^2$, $a_1 = a_3 = 0,071\text{ cm}^2$ e $a_2 = a_4 = 0,057\text{cm}^2$ com $[\gamma_1 \ \gamma_2] = [0,7 \ 0,6]$ e três combinações específicas (OP= 1,2,3) entre os atrasos t_i , para $i = 1, 2, \dots, 4$, representadas por $\rho_{OP} = [t_1 \ t_2 \ t_3 \ t_4]$. Essas com-

binacões resultam então em três diferentes β_{OP} e conseqüentemente em três sistemas MIMO distintos, representados por G_{OP} . Cada um desses sistemas é dado com a combinação ρ_{OP} :

$$\begin{aligned} G_1 : \rho_1 &= [0 \ 14 \ 14 \ 0] \\ G_2 : \rho_2 &= [0 \ 0 \ 14 \ 14] \\ G_3 : \rho_3 &= [14 \ 14 \ 0 \ 0]. \end{aligned} \tag{4.28}$$

Para essas configurações tem-se na condição estacionária as vazões de alimentação $[F_1 \ F_2]_{ss} = [10 \ 10]$ cm³/s. Com o objetivo de avaliar as metodologias propostas, desenvolvidas no domínio discreto, será tomado como representação do modelo de planta a versão discretizada da matriz de transferência linear (4.5), calculada através do método de discretização zero-order hold com tempo de amostragem, T_s , de 7 seg. Assim, (4.28) se torna

$$\begin{aligned} G_1 : \varpi_1 &= [1 \ 3 \ 3 \ 1] \\ G_2 : \varpi_2 &= [1 \ 1 \ 3 \ 3] \\ G_3 : \varpi_3 &= [3 \ 3 \ 1 \ 1], \end{aligned} \tag{4.29}$$

onde $\varpi_{OP} \triangleq [d_{1,1} \ d_{2,2} \ d_{1,2} \ d_{2,1}]_{OP}$, para OP= 1,2,3, com $d_{i,j}|_{OP}$ representando o atraso do canal da i -ésima saída e j -ésima entrada, assim ϖ_{OP} corresponde a estrutura de atraso no domínio discreto do sistema OP.

Por fim, dadas as três configurações, tem-se para todas $1 < \gamma_1 + \gamma_2$ e que $\beta \leq 0$ para G_1 e G_2 , portanto, ambos são processos de fase mínima, enquanto G_3 é FNM, pois $\beta > 0$, o que introduz zeros-FNM, os quais calculados sob a versão discreta de (4.5) são mostrados na Tabela 4.1 junto a suas respectivas direções de saída.

TABELA 4.1. Zeros-FNM de G_3 e suas respectivas direções de saída.

Processo	z	y_z
G_3	-4,652	$[0,525 \ -0,851]^\dagger$
	$-0,798 \pm 3,943j$	$[0,529 \ 0,848 \mp 0,015j]^\dagger$
	2,919	$[0,544 \ -0,839]^\dagger$

Observe que admitindo critérios de desempenho em malha fechada iguais para os três sistemas, pode-se inferir com base nos respectivos ρ_{OP} que o sistema que controla a planta G_2 é supostamente o que atua com maior facilidade. Esse apontamento se deve ao fato de que G_2 é fase mínima, logo atribui-se como possível fator de limitação de desempenho principal a existência de tempo morto multivariável, porém, nesse caso, a configuração da estrutura de atraso facilita o desacoplamento entre as malhas, facilitando assim o controle descentralizado para esse sistema. Seguindo o mesmo fundamento, tem-se que o sistema que controla G_1 vem logo após, no sentido de facilidade

de controle, sendo esse também de fase mínima, mas com estrutura de tempo morto que dificulta o desacoplamento.

Por fim, o sistema que controla G_3 será o que apresentará maior limitação de desempenho, visto que esse também apresenta estrutura de tempo morto que também dificulta o desacoplamento e também apresenta zeros-FNM, que corroboram como fatores adicionais para dificuldade de controle. Além disso, é admitido que um distúrbio não medido $D = [d_1 \ d_2]^\dagger$ afeta os níveis h_1 e h_2 , o qual é modelado como $D = Ne$, onde e é um sinal aleatório bidimensional $N(0, \Sigma_e)$ onde $\Sigma_e = I$. O modelo de perturbação N é representado pela seguinte matriz de transferência

$$N(q^{-1}) = \begin{pmatrix} \frac{0,5984+0,1078q^{-1}}{1-0,9929q^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0,5977+0,08611q^{-1}}{1-0,9928q^{-1}} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Dado o interesse em controlar os níveis h_1 e h_2 uma estratégia de controle *feedback* foi utilizada. Portanto, a saída do processo, sob cada um dos OP, pode ser representada como

$$y(k) = G(q^{-1})u(k) + N(q^{-1})e(k) \quad (4.31)$$

Os controladores foram definidos como PI multivariáveis sintonizados através de uma adaptação da metodologia proposta por Lieslehto (1996) e descrita no Apêndice A. Para os três processos avaliados, os parâmetros de sintonia do controlador foram ajustados utilizando o tempo de assentamento em malha aberta (STMA) como referência para escolha de λ , admitindo-se $\lambda = 20 \times \text{ST}_{\text{MA}}$, onde $\text{ST}_{\text{MA}} = [200 \ 290]^\dagger$ segundos para os três sistemas, i.e., a malha fechada apresentará uma resposta cerca de ao menos 20 vezes mais lenta em relação a malha aberta. Esse ajuste extremamente lento foi escolhido com intuito de demonstrar a capacidade do *benchmark* de desempenho proposto de capturar esse desempenho ruim do controlador, adicionalmente ao admitir mesmo ajuste para o controlador e mesmos distúrbios não medidos, as distinções de desempenho observadas entre as avaliações dos sistemas será decorrente especialmente das limitações fundamentais de cada processo, ou seja, limitações impostas pela estrutura de atraso e pela existência ou não de zeros-FNM. Os parâmetros do controlador são mostrados na Tabela 4.2. Cada elemento (i, j) (com $i = 1, 2$ para $j = 1, 2$) é dado como

$$C_{i,j}(q^{-1}) = K_{P_{i,j}} + K_{I_{i,j}} \left(\frac{T_s q^{-1}}{1 - q^{-1}} \right). \quad (4.32)$$

Em (4.32), K_P representa a matriz de ganho proporcional, K_I a matriz de tempo integral e T_s o tempo de amostragem.

TABELA 4.2. Sintonia dos controladores PI.

Processos	Parâmetros de Sintonia
$G_1, G_2, \text{ e } G_3,$	$K_P = \begin{pmatrix} 0,0140 & -0,0053 \\ -0,0053 & 0,0123 \end{pmatrix}$ $K_I = \begin{pmatrix} 2,264 & -0,829 \\ -1,155 & 1,432 \end{pmatrix} \times 10^{-4}$

4.6 Estudo de Caso – Avaliação dos Métodos Propostos

As metodologias propostas neste capítulo, referentes ao procedimento para o cálculo de um índice de desempenho, que por sua vez inclui o projeto de teste de identificação e a estratégia de identificação, foram avaliadas por meio de simulação Monte Carlo admitindo os três sistemas de controle descritos na seção anterior. Como visto, os processos admitidos nesses sistemas resultam de diferentes condições operacionais para o controle de nível dos tanques 1 e 2 e assim permitem representar diferentes sistemas práticos.

Quanto à avaliação das metodologias, o procedimento de identificação proposto foi avaliado observando sua capacidade de fornecer estimativas adequadas dos atrasos multivariáveis e dos zeros-NMP, admitindo-se como referência os respectivos valores avaliados nos modelos lineares e dispostos em (4.29) e na Tabela 4.1, respectivamente. Com relação aos zeros-FNM, tanto a localização quanto a direcionalidade de saída foram avaliadas. Por fim, foram calculadas as estimativas do *benchmark* de VM cuja qualidade foi avaliada através da variância e do erro de viés (erro de bias) dessas estimativas com relação tanto ao respectivo índice de desempenho teórico (calculado admitindo que todos os processos eram conhecidos, seguindo o procedimento descrito na subseção 3.2.2) quanto aquele calculado admitindo conhecimento prévio dos filtros DBFact reais (seguindo o procedimento da subseção 3.2.3). Para todas as análises, foi também avaliada a sensibilidade das metodologias propostas com relação a diferentes valores de SNRs (calculados como a razão entre as variâncias do sinal livre de perturbação e do sinal de distúrbio não medido) com objetivo de avaliar o efeito do nível de perturbação da estratégia de identificação proposta na qualidade das estimativas para os parâmetros desejados.

As simulações foram realizadas considerando a versão discretizada da matriz de transferência com representação em tempo discreto do respectivo modelo linear, descrito em (4.5), calculado pelo método de discretização *zero-order hold* (GU, 2012) usando um tempo de amostragem, T_s , de 7 s. Os conjuntos de dados foram gerados conforme esquematizado na Figura 4.1, o tempo de teste foi escolhido com base no tempo de resposta da dinâmica de cada processo, e será discutido mais adiante. Para a geração dos conjuntos de dados foram mantidos o mesmo modelo de distúrbio não

medido N e ruído da fonte e em cada sistemas de controle a ser avaliado. Portanto, qualquer diferença observada quanto ao desempenho de controle entre os sistemas avaliados diz respeito ao efeito dos zeros-FNM e atrasos multivariáveis distintos entre os sistemas.

4.6.1 Considerações para as Análises das Simulações Monte Carlo

4.6.1.1 Procedimentos de Identificação - Teste e Estratégia de Identificação

Para avaliar o procedimento de identificação proposto, foi realizado um estudo via simulação Monte Carlo, para os três sistemas de controle, utilizando 100 realizações do sinal fonte de excitação r . Os conjuntos de dados de identificação foram computados seguindo o procedimento descrito na seção 4.2.

Para os filtros, G_w , a frequência de corte foi admitida em torno de 0,1 rad/s para os três sistemas e a amplitude do sinal w ajustada para obter SNRs de 0,007 a 4,5. Esse intervalo equivale a um aumento 0,7% até 450% da variância da saída mediante a adição do sinal teste em comparação à condição de operação normal em malha fechada.

O tempo de duração do teste foi escolhido como $7 \times [1, 54 \ 2, 23]^\dagger \times 10^4$ segundos o que representa cerca de 7STMF, onde STMF é o tempo de assentamento em malha fechada. Note que este tempo de duração é abaixo do sugerido para identificações com baixos SNRs como discutido na seção 4.2, uma vez que se encontra muito abaixo da faixa de 14ST a 18ST, adequada para baixos SNRs. Como resultado do uso de baixos SNRs, o desvio observado na saída do sistema em relação a seu valor de referência durante a duração do teste de identificação é pequeno, o que equivale a quase não retirar o sistema de sua condição operacional normal.

4.6.1.2 Estimação do *benchmark* VM

O procedimento proposto para calcular a estimativa do benchmark de VM, descrito na seção 4.4, foi avaliado através das mesmas simulações Monte Carlo utilizadas para avaliação da metodologia proposta para identificação.

4.6.2 Resultados das Análises a partir das Simulações Monte Carlo

4.6.2.1 Resultados do Procedimento de Identificação –Teste e Estratégia de Identificação

A partir dos dados de simulação dos três sistemas, considerando os diferentes valores de SNR (0,007 a 4,5), foram calculadas as estimativas para as estruturas de atraso ϖ_{OP} através do procedimento descrito na seção 4.3. Os valores médios e respectivos desvios padrão estão apresentados na Tabela 4.3 . Adicionalmente, os valores estimados foram comparados com os respectivos valores reais presentes em (4.29) e a partir desta comparação pode-se avaliar a qualidade das estimativas através da frequência em que todos (4 elementos), pelo menos 3 ou pelo menos 2 elementos de ϖ_{OP} foram encontrados corretamente. Os resultados dessa avaliação são mostrados na Tabela 4.4.

TABELA 4.3. Médias e desvios padrão das estimativas dos elementos da estrutura de atraso ϖ_{OP} .

Processo (OP)	$\hat{d}_{11} \pm \sigma_{\hat{d}_{11}}$	$\hat{d}_{22} \pm \sigma_{\hat{d}_{22}}$	$\hat{d}_{12} \pm \sigma_{\hat{d}_{12}}$	$\hat{d}_{21} \pm \sigma_{\hat{d}_{21}}$
G_1	$0,95 \pm 0,22$	$2,94 \pm 0,28$	$2,83 \pm 0,68$	$0,95 \pm 0,22$
	$0,95 \pm 0,22$	$2,91 \pm 0,40$	$2,85 \pm 0,65$	$0,94 \pm 0,24$
	$0,93 \pm 0,25$	$2,88 \pm 0,45$	$2,83 \pm 0,68$	$0,94 \pm 0,24$
	$0,93 \pm 0,25$	$2,87 \pm 0,46$	$2,81 \pm 0,71$	$0,94 \pm 0,24$
	$0,93 \pm 0,25$	$2,87 \pm 0,46$	$2,81 \pm 0,71$	$0,94 \pm 0,24$
G_2	$0,95 \pm 0,22$	$0,98 \pm 0,15$	$2,83 \pm 0,68$	$3,00 \pm 0,28$
	$0,95 \pm 0,22$	$0,98 \pm 0,15$	$2,81 \pm 0,69$	$2,87 \pm 0,46$
	$0,93 \pm 0,25$	$0,97 \pm 0,17$	$2,57 \pm 0,81$	$2,66 \pm 0,67$
	$0,93 \pm 0,25$	$0,97 \pm 0,174$	$2,29 \pm 0,79$	$2,53 \pm 0,73$
	$0,93 \pm 0,25$	$0,97 \pm 0,17$	$2,11 \pm 0,72$	$2,29 \pm 0,75$
G_3	$2,96 \pm 0,24$	$2,94 \pm 0,28$	$0,93 \pm 0,25$	$0,95 \pm 0,22$
	$2,94 \pm 0,37$	$2,91 \pm 0,40$	$0,94 \pm 0,24$	$0,94 \pm 0,24$
	$2,94 \pm 0,37$	$2,88 \pm 0,45$	$0,94 \pm 0,24$	$0,94 \pm 0,24$
	$2,94 \pm 0,37$	$2,89 \pm 0,45$	$0,94 \pm 0,24$	$0,94 \pm 0,24$
	$2,94 \pm 0,37$	$2,89 \pm 0,45$	$0,94 \pm 0,24$	$0,94 \pm 0,24$

TABELA 4.4. Frequências absolutas relativas de acertos para os diferentes valores de SNRs.

Processo (OP)	Nº de canais estimados corretamente	Frequência absoluta relativa				
		SNR	0,007	0,35	1,2	2,55
G_1	4 (todos)	80%	81%	76%	75%	75%
	pelo menos 3	99%	97%	97%	96%	96%
	pelo menos 2	100%	100%	100%	100%	100%
G_2	4 (todos)	84%	78%	45%	29%	10%
	pelo menos 3	98%	98%	92%	72%	54%
	pelo menos 2	100%	100%	100%	98%	96%
G_3	4 (todos)	80%	80%	79%	79%	79%
	pelo menos 3	100%	99%	98%	99%	99%
	pelo menos 2	100%	100%	100%	100%	100%

Com base nos resultados apresentados na Tabela 4.3 e na Tabela 4.4, verifica-se que o aumento de SNR, ao contrário do que era esperado, não contribuiu positivamente para estimativa da estrutura de atraso. Essa conclusão se baseia no fato de que, em termos gerais, o aumento do SNR levou a um aumento nos desvios padrão das estimativas, conforme apresentado na Tabela 4.3, bem como a uma redução nas frequências absolutas relativas apresentadas na Tabela 4.4. Portanto, observa-se a eficiência da abordagem proposta para a estimativa do atraso aplicada especialmente para baixos SNRs. Quanto à eficácia em estimar a estrutura de atraso completa, i.e, os quatro elementos de ϖ_{OP} , é verificado com base nos resultados apresentados na Tabela 4.4, que apenas a estrutura G_2 apresenta uma frequência de casos em que ϖ_{OP} foi corretamente estimado inferior a 75%, sendo esses observados para os três maiores valores de SNR, enquanto, para os menores SNRs avaliados foi atingida uma frequência acima de 78% dos casos para ϖ_{OP} corretamente estimado, o que reforça a conclusão anterior sobre a influência negativa do aumento do SNR quanto às estimativas. Por fim, verifica-se para os três processos, em toda a faixa de SNR, que pelo menos 2 canais foram estimados corretamente. Estes resultados sugerem a adequação da estratégia de identificação em relação aos objetivos de sua formulação, i.e., viabilizar uma estimativa adequada da estrutura de tempo morto admitindo baixo nível de perturbação externa.

Ao investigar os casos em que 1 ou 2 canais da estrutura de atraso foram estimados erroneamente, verificou-se que 100% desses apresentavam desvios de $-1T_s$ ou $-2T_s$, o que representa um desvio baixo em relação ao valor esperado. Além disso, nesses casos foi também verificada discrepância em relação às estimativas encontradas para os zeros-FNM e os respectivos valores esperados, sendo estimados 1 zero-FNM adicional (não esperado) para cada $-1T_s$ de discrepância na estimativa.

Esses zeros-FNM apresentaram localização distante do círculo unitário, bem

como direções de saída fortemente associadas a alguma das saídas, e assim caracterizados como zeros *pinned* (ver B.3.3), i.e, zeros associados a algum subsistema específico cuja origem se assemelha a de zeros para sistemas univariáveis. Como bem sabido, zeros-FNM com essa característica em geral têm seu efeito de limitação de desempenho semelhante ao efeito de atrasos do tipo I (ver subseção 2.3.1). Desta forma, em vista dessa equivalência, tem-se que apesar das discrepâncias de estimação nesses casos, a limitação de desempenho, seja ela decorrente de um atraso ou de zero-FNM *pinned*, será adequadamente computada no índice de desempenho. Em virtude desses resultados, o grande T_s utilizado pode ser o responsável por tais desvios, de forma que uma abordagem de decimação para uma nova amostragem dos dados, tal como sugerido por Aguirre (2007), poderia ser aplicada para evitá-lo.

Alternativamente, a qualidade das estimativas das estruturas de atraso ϖ_{OP} pode ser também avaliada quanto à confiança dessa estimativa com base no conjunto de dados de identificação (ZHANG et al., 2016). Essa análise permite também aferir a riqueza do conjunto de dados utilizado para estimação e está ilustrada na Figura 4.3 que mostra o comportamento dos parâmetros z_d e α_D versus h (ordem de $\hat{B}_{i,j}$) utilizados no teste de hipótese realizado para calcular a estimativa de ϖ_{OP} para o processo G_3 usando os conjuntos de dados com SNR de 0,007 e de 4,4. Esses resultados foram calculados admitindo-se um nível de confiança de 95% para os testes.

Na Figura 4.3, o título de cada subfigura aponta o atraso para o qual os resultados estão sendo mostrados, por exemplo, $\hat{d}_{1,1}$ apresenta os parâmetros z_d e α_D do teste de hipóteses sobre os parâmetros de $\hat{B}_{1,1}$, sendo a estimativa de atraso do canal dada como a máxima ordem dentro do limite de confiança α_D . De acordo com Zhang et al. (2016) o comportamento de z_d e α_D versus h pode ser usado para verificar a confiabilidade da estimativa, sendo esta validada nos casos de um aumento súbito e rápido de z_d mediatamente após ultrapassar o limite estabelecido por α_D . A riqueza do conjunto de dados pode ser verificada por meio de valores altos e perfil convergente para z_d à medida que h aumenta.

Portanto, a partir da Figura 4.3 os resultados indicam que a estimativa da estrutura de atraso é confiável uma vez que z_d distancia-se rapidamente de α_D estabilizando-se igualmente rápido em valor $z_d = 10^3$ aproximadamente, sendo este admitido um alto valor. Além disso, a Figura 4.3 também mostra que um aumento de SNR também aumenta a riqueza do conjunto de dados, mas também aproxima o último valor de z_d abaixo de α_D para seu limite, especialmente para canais colocados na diagonal secundária (relação entre F_2 para h_1 e F_1 para h_2). Isto implica que, nesta avaliação, mesmo que ambos os conjuntos de dados tenham permitido estimar a mesma estrutura de atraso, o resultado de SNR 0,007 é mais confiável do que o resultado de SNR 4,5. Portanto, para o estudo de caso, o aumento de SNR não melhorou a abordagem de estimativa de ϖ_{OP} . Resultados semelhantes para as respectivas análises de G_1 e G_2 a partir das simulações de Monte Carlo. Essa conclusão está de acordo com os resultados apresentados na Tabela 4.4.

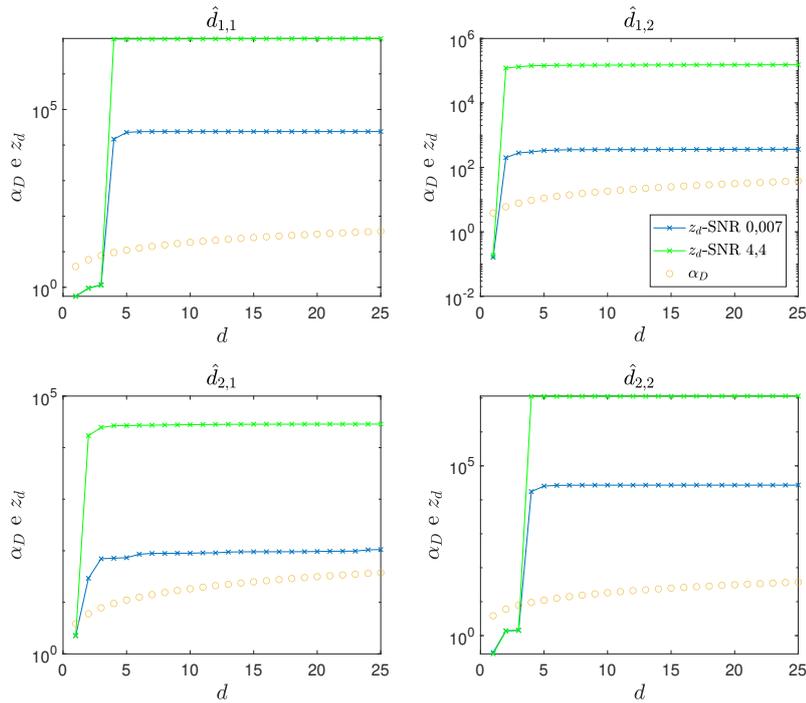


FIGURA 4.3. O teste de hipótese para a estimativa da estrutura de atraso de tempo de G_3 .

Após a etapa de estimação da estrutura de atraso, a etapa seguinte da metodologia proposta é um novo procedimento de identificação usando uma estrutura ARX de alta ordem mantendo a estrutura de atraso fixada como a estimativa calculada pela etapa anterior. Essa nova identificação visa melhorar a estimação dos parâmetros e, conseqüentemente, também melhorar os modelos finais identificados. Para a seleção das ordens, modelos ARX com ordens de 4 a 25 foram avaliados utilizando-se o critério FPE para escolher entre eles a melhor ordem para o modelo identificado.

Sabe-se que polinômios de alta ordem garantem que a dinâmica dos processos e do distúrbio sejam incluídos no conjunto de modelos, com base na teoria da variância assintótica (LJUNG, 1999). No entanto, essa condição faz com que a variância dos parâmetros estimados aumente à medida que a ordem aumenta (ZHU, 2001). Embora, como ilustrado por Mårtensson e Hjalmarsson (2009) para sistemas SISO, a variância assintótica dos zeros-FNM e polos instáveis é ligeiramente afetada pela ordem do modelo, enquanto a variância de zeros de fase mínima e polos estáveis é muito sensível e cresce exponencialmente com a ordem do modelo. Portanto, com base nos resultados pode-se supor que, assim como no caso de sistemas SISO, para sistemas MIMO a qualidade das estimativas dos zeros-FNM avaliada quanto à sua localização seja também fracamente afetada pelo aumento da ordem do modelo ARX. Nesse ponto, vale destacar que modelos de alta ordem, apesar de resultarem em maior variância nas estimativas dos parâmetros têm sua escolha fundamentada nesse trabalho, por viabilizar a estimativa de sistemas com características dinâmicas mais complexas.

Para analisar a eficiência da estratégia de identificação proposta quanto à estimação dos zeros-FNM, foram computados os zeros de transmissão dos modelos identificados a partir das simulações de Monte Carlo. Os zeros-FNM, para cada processo e SNR, foram porcionados usando a abordagem de *clustering* DBscan implementada em Python (PEDREGOSA et al., 2011). A partir dos conjuntos resultantes foram calculadas as respectivas médias, variâncias e tamanhos percentuais, ou seja, o tamanho amostral por conglomerado por número de realizações. Os resultados para as SNRs 0,007, 0,35, 1,2 e 4,5 são apresentados na Tabela 4.5 e na Tabela 4.6.

Da Tabela 4.5 e Tabela 4.6, para as estimativas dos zeros-FNM calculadas, tem-se que apenas o sistema G_3 , único de fase não-mínima, apresenta zeros-FNM latentes em toda a faixa de SNR, dada a diferença entre os respectivos valores médios insignificante, baixas variâncias e altos percentuais de incidência. Portanto, apenas os zeros-FNM de G_3 podem ser assumidos estimativas adequadas. A qualidade dessas estimativas pode ser verificada também através da comparação entre os valores médios dos agrupamentos com os valores teóricos apresentados na Tabela 4.1.

TABELA 4.5. Agrupamentos de observações zeros-FNM referentes a 0,007 e 0,35 SNR.

		SNR					
		0,007			0,35		
OP	Cluster	\bar{z}	$\bar{\sigma}_z$	Casos%	\bar{z}	$\bar{\sigma}_z$	Casos%
1	1,2	$-52,29 \pm 3,93j$	$\pm 217 \pm 9,5j$	22%	$-75,70 \pm 4,11j$	$\pm 145 \pm 7,7j$	20%
2	1	-	-	-	-92,43	± 154	14%
3	1	-4,545	$\pm 0,411$	92%	-4,637	$\pm 0,114$	98%
	2,3	$-0,757 \pm 3,877j$	$\pm 0,245 \pm 0,364j$	100%	$-0,778 \pm 3,928j$	$\pm 0,079 \pm 0,054j$	100%
	4	$2,919 \pm 0,005j$	$\pm 0,319 \pm 0,05j$	97%	2,902	0,06	100%

TABELA 4.6. Agrupamentos de observações zeros-FNM referentes a 2,6 e 4,5 SNR.

		SNR					
		2,6			4,5		
OP	Cluster	\bar{z}	$\bar{\sigma}_z$	Casos%	\bar{z}	$\bar{\sigma}_z$	Casos%
1	1,2	$-363 \pm 5,95j$	$\pm 669 \pm 11j$	25%	$-534 \pm 7,45j$	$\pm 914 \pm 13j$	24%
2	1	-456	$\pm 687 \pm 0j$	12%	-	-	-
3	1	-4,651	$\pm 0,054$	100%	-4,651	$\pm 0,041$	100%
	2,3	$-0,789 \pm 3,937j$	$\pm 0,03 \pm 0,02j$	100%	$-0,791 \pm 3,938j$	$\pm 0,023 \pm 0,016j$	100%
	4	2,911	$\pm 0,024$	100%	2,911	$\pm 0,018$	100%

Na Figura 4.4, mostra-se a sensibilidade da variância dos agrupamentos dos zeros-FNM estimados para o processo G_3 com relação ao aumento da SNR. Com base na Figura 4.4, na Tabela 4.5 e na Tabela 4.6, pode-se concluir que o aumento da SNR melhora a estimativa quanto à localização dos zeros-FNM, entretanto tal melhora torna-se praticamente irrelevante para valores de SNR superiores a 0,35, visto a baixa redução da variância entre as estimativas com relação ao aumento da SNR.

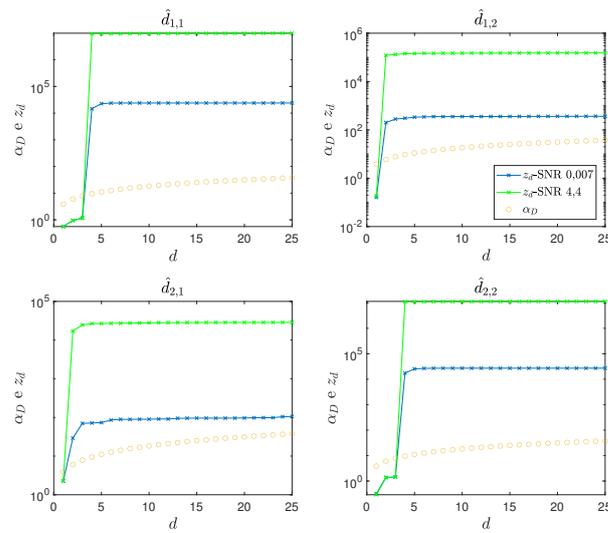


FIGURA 4.4. Desvio padrão dos *clusters* de \hat{z} quanto ao aumento da SNR para o sistema G_3 .

Como apresentado na Tabela 4.5 e na Tabela 4.6, alguns agrupamentos de zeros-FNM foram encontrados para os processos de fase mínima G_1 e G_2 . No entanto, ao contrário de G_3 agrupados, estes não se mostram latentes na faixa de SNR analisada, uma vez que existe uma grande diferença entre seus valores médios, altas variâncias e baixa incidência. Além disso, como já discutido anteriormente alguns desses zeros-FNM podem estar relacionados a estimativas erradas do atraso dos canais do sistema.

Na Tabela 4.7 é mostrada a frequência absoluta relativa em que ocorreram erros na estimação da estrutura de atraso dentre os casos que apresentaram *clusters* excedentes, cujos valores reforçam a conclusão anteriormente apontada, de que o erro na estimativa de um dos fatores de limitação acaba sendo compensado pelo erro na estimação do outro, em vista da similaridade do efeito que estes apresentam nos sistemas de controle.

TABELA 4.7. Frequência absoluta relativa de casos com erros de estimação de atrasos dentre aqueles em que *clusters* não esperados foram detectados.

Processo (OP)	Frequência dos casos de <i>clusters</i> excedentes que apresentaram erro na estimativa de algum dos atrasos individuais					
	SNR	0,007	0,35	1,2	2,55	4,5
G_1		91%	76%	89%	92,6%	100%
G_2		77,78%	62,5%	86,7%	92,3%	100%
G_3		88,2%	81,2%	80%	100%	100%

Resta verificar se, além da localização dos zeros-FNM, as respectivas direções de saída também foram estimadas adequadamente. Para isso, foi realizado procedimento semelhante ao realizado para a análise da qualidade de estimação da localização dos zeros-FNM, admitindo-se apenas os resultados referentes ao processo G_3 , uma vez que apenas para este foram apresentadas estimativas latentes de zeros-FNM. Para ilustrar os resultados, são mostradas na Tabela 4.8 e na Tabela 4.9 as respectivas direções de saída, dos agrupamentos de zeros-FNM estimados, calculadas em cada *cluster* para as menores e maiores SNRs, respectivamente.

TABELA 4.8. Valores médios de zeros-FNM \hat{z} e seus respectivos valores médios das direções de saída \hat{y}_z a partir dos modelos identificados para o sistema G_3 usando um SNR de 0,007.

Processo	\hat{z}	\hat{y}_z	$\text{std}(\hat{y}_z)$
G_3	-4,545	$[0,543 - 0,835]^\dagger$	$[\pm 0,071 \pm 0,047]^\dagger$
	$-0,757 \pm 3,877j$	$[0,537 \ 0,832 \mp 0,022j]^\dagger$	$[\pm 0,059 \pm 0,088 \pm 0,07j]^\dagger$
	$2,919 \pm 0,005j$	$[0,544 - 0,836 \pm 0,002j]^\dagger$	$[\pm 0,053 \pm 0,033 \pm 0,006j]^\dagger$

TABELA 4.9. Valores médios de zeros-FNM \hat{z} e seus respectivos valores médios das direções de saída \hat{y}_z a partir dos modelos identificados para o sistema G_3 usando um SNR de 4,5.

Processo	\hat{z}	\hat{y}_z	$\text{std}(\hat{y}_z)$
G_3	-4,651	$[0,526 - 0,850]^\dagger$	$[\pm 0,0076 \pm 0,0046]^\dagger$
	$-0,791 \pm 3,938j$	$[0,529 \ 0,848 \mp 0,013j]^\dagger$	$[\pm 0,003 \pm 0,007 \pm 0,007j]^\dagger$
	2,911	$[0,545 - 0,838]^\dagger$	$[\pm 0,033 \pm 0,002]^\dagger$

Comparando a Tabela 4.8 com a Tabela 4.9, os desvios observados nas direção de saída em relação aos respectivos valores esperados, apresentados na Tabela 4.1, foram também reduzidos pelo aumento do SNR. No entanto, assim como o observado nas análises de localização de zeros-FNM essa melhora também não foi significativa ao comparar-se os resultados para o menor para o maior SNR.

Portanto, com base nos resultados das análises apresentadas, pode-se verificar a capacidade da estratégia de identificação proposta em fornecer modelos identificados capazes de capturar adequadamente os zeros-FNM e suas respectivas direções de saída bem como a estrutura de atraso.

4.6.2.2 Resultados do Procedimento de Identificação –Teste e Estratégia de Identificação

Os resultados obtidos, dados os diferentes SNRs para G_1 , G_2 e G_3 considerados, são apresentados na Figura 4.5, na Figura 4.6 e na Figura 4.7, respectivamente. Adicionalmente, para ilustrar a qualidade das estimativas do *benchmark* de VM, o resultado para uma das realizações das simulações Monte Carlo para cada sistema admitindo SNR 0,007, representado por $\hat{\eta}|_{\text{pert}}$ (calculado de acordo com o procedimento proposto na seção 4.4), é comparado com os respectivos índices de desempenho teórico, representado por η (calculadas de acordo com o procedimento proposto na subseção 3.2.2), e com as estimativas destes índices calculadas admitindo o conhecimento prévio do modelo de processo e dados em condição normal de funcionamento, representada por $\hat{\eta}|_{\text{normal}}$ (calculado de acordo com o procedimento proposto na subseção 3.2.3) na Tabela 4.10.

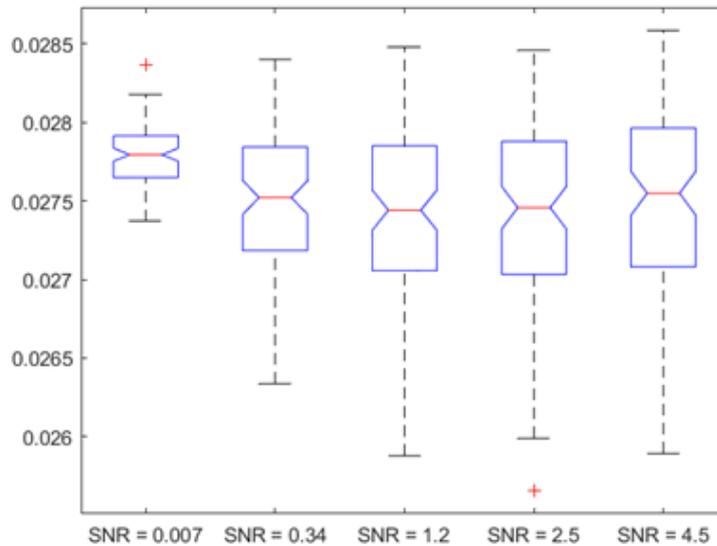


FIGURA 4.5. Estimativas do *benchmark* de VM para G_1 com relação aos SNRs.

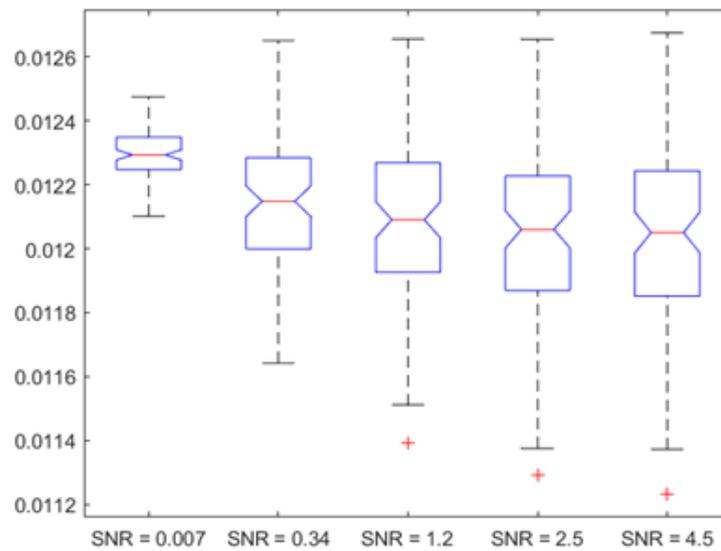


FIGURA 4.6. Estimativas do *benchmark* de VM para G_2 com relação aos SNRs.

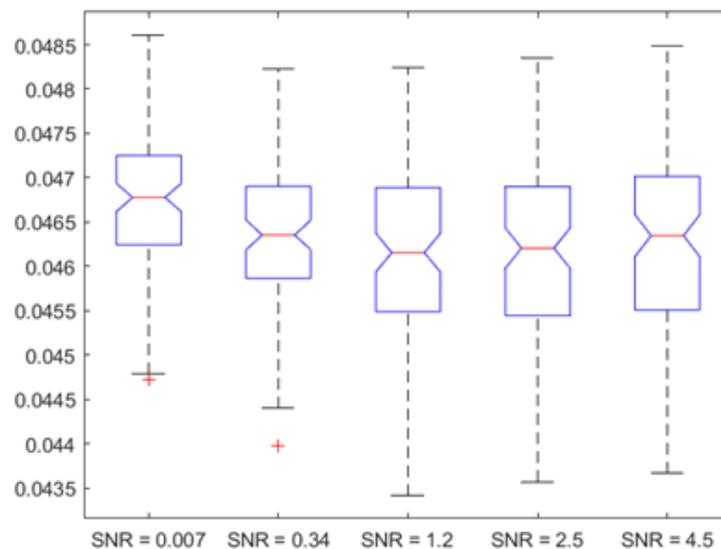


FIGURA 4.7. Estimativas do *benchmark* de VM para G_3 com relação aos SNRs.

Da Figura 4.5 à Figura 4.7, observa-se que o aumento da SNR contribui para o aumento da variância da estimativa do *benchmark* de VM para todas as condições operacionais. Apesar disso, verifica-se que o aumento da SNR aproximou os respectivos valores médios dos valores do *benchmark* de VM $\hat{\eta}|_{\text{normal}}$, o que demonstra que essa é uma estimativa viesada de η cujos valores são apresentados na Tabela 4.10.

A partir da comparação entre os valores da Tabela 4.10, verifica-se uma concordância entre $\hat{\eta}|_{\text{normal}}$ e $\hat{\eta}|_{\text{pert}}$ com os respectivos valores teóricos η , tanto para os índices de desempenho global como para os índices individuais, para as três estruturas avaliadas. Tal concordância permite que as análises inferidas através das estimativas dos índices de desempenho, calculadas para ambos os cenários, sejam equivalentes àque-

las inferidas através dos índices teóricos, η .

TABELA 4.10. Comparação entre os filtros de fatoração estimados para atraso de tempo multivariável e os reais.

Processo	η	$\hat{\eta} _{\text{normal}}$	$\hat{\eta} _{\text{pert}}$	η_i	$\hat{\eta}_i _{\text{normal}}$	$\hat{\eta}_i _{\text{pert}}$
G_1	0,027	0,028	0,027	[0,012 0,042] [†]	[0,012 0,044] [†]	[0,013 0,047] [†]
G_2	0,012	0,012	0,012	[0,012 0,012] [†]	[0,012 0,012] [†]	[0,013 0,0134] [†]
G_3	0,046	0,047	0,046	[0,047 0,046] [†]	[0,046 0,047] [†]	[0,045 0,047] [†]

De acordo com os índices globais, tem-se o sistema de controle do processo G_2 como aquele com menor capacidade de redução de variância. Assim, o controlador atual nessa estrutura apresenta pior desempenho em relação às demais, seguido por G_1 e G_3 , nesta ordem. Já uma análise de desempenho das malhas individuais, baseando-se nos respectivos índices de desempenho, aponta que para os sistemas de controle de G_2 e G_3 ambas as malhas de controle apresentam potenciais de redução de variância próximos e assim desempenhos similares entre si, enquanto para G_1 a malha de controle de h_1 apresenta maior capacidade de redução de variância em relação à malha 2, logo o desempenho da malha que controla h_2 tem um desempenho melhor em relação ao da malha que controla h_1 . Esse resultado pode ser justificado devido ao fato de que a estrutura de atraso de G_1 possui atrasos associados à entrada 2, limitando a ação de controle dessa entrada e corretamente capturada através dos filtros DBFact. Vale destacar que tal contribuição é capturada devido a aplicação da transformação de Thiran que viabiliza a fatoração dos atrasos associados às entradas.

Dessa forma, pode-se verificar que as análises obtidas através dos índices de desempenho estão de acordo não somente com seus respectivos valores teóricos, mas também com a dinâmica dos processos, G_1 , G_2 e G_3 , discutidas na seção 4.5, demonstrando a coerência do índice proposto em avaliar o desempenho dos sistemas de controle em questão.

Para validar a equivalência entre os índices estimados e o respectivo valor teórico, considerando as três estruturas, foi aplicado um teste-F de duas amostras, utilizando-se como amostras os respectivos $\hat{y}(k)|_{\text{VM}}$ e $y(k)|_{\text{VM}}$, e o resultado permite aferir que para as três estruturas as amostras possuem variâncias estatisticamente iguais com nível de confiança de 95%. Portanto, as estimativas para os valores de referência são estimativas confiáveis de seus valores teóricos.

Esses resultados permitem concluir que a metodologia proposta para estimativa do *benchmark* de VM é capaz de fornecer um índice adequado para o monitoramento de desempenho independentemente do conhecimento prévio do modelo do processo utilizando-se de um teste minimamente invasivo, por exemplo, para os resultados da Tabela 4.10 admitiu-se um teste de identificação que resultou num incremento de apenas 0,7% na variância da saída do sistema. Essa possibilidade permite que o método proposto seja aplicado para avaliação do desempenho de malhas em sistema de con-

trole em operação e que não admitem desvios significativos na linha de produção, conferindo maior segurança ao processo monitorado dada a menor interferência externa no processo, o que é extremamente desejável para metodologias de auditoria.

Capítulo 5

Conclusões

Neste trabalho foi abordada a problemática do monitoramento de sistemas multivariáveis com foco em sistemas de fase não-mínima. Para tanto, foi proposto um índice de desempenho baseado na teoria de controle de variância mínima. Dentro desse contexto, algumas abordagens propostas na literatura estenderam o conceito de controle de variância mínima para sistemas MIMO viabilizando o cálculo de *benchmarks* de desempenho, entretanto a grande maioria dessas abordagens admite apenas a contabilização do efeito de limitação de desempenho decorrente de atrasos no processo, não avaliando o efeito de demais elementos de limitação de desempenho, como os zeros de fase não-mínima.

Desta forma, para o cálculo do índice proposto, uma lei de controle que considera os termos de limitação de desempenho mais básicos para esses sistemas, atraso do sistema e os zeros de fase não-mínima, foi proposta. Essa lei tem como principal vantagem ser internamente estável, assim permite considerar não somente a magnitude dos termos limitantes de desempenho, mas também as direções associadas a estes termos. Como bem sabido, a direcionalidade em sistemas multivariáveis representa uma característica fundamental no efeito da entrada sob a saída resultante. Desta forma, a adequada consideração desses termos em análises de desempenho necessita da consideração de suas correspondentes direções, o que até então não havia sido abordado por outros autores. Para atender a essa exigência, o método de fatoração DBFact foi proposto, esse é um método não iterativo e consiste na junção de duas técnicas de fatoração já consolidadas: a fatoração em produtos Blaschke, aplicada à fatoração de zeros de transmissão, e a fatoração diagonal dos atrasos, que permite fatorar os atrasos associados às entradas e saídas do sistema.

Entretanto, a simples junção dessas abordagens não garante a consideração adequada desses termos na lei de controle, uma vez que o atraso de sistemas multivariáveis pode apresentar-se simultaneamente associado a múltiplas entradas e saídas, não sendo então possível nesses casos de ser fatorado por completo através da fatoração diagonal. Como solução a isso, a fatoração DBFact utiliza uma transformação do atraso remanescente, após a fatoração diagonal dos atrasos associados às saídas, em zeros de fase não-mínima através da transformação de Thiran, o que permite que esse atraso re-

manescente seja posteriormente fatorado em termos de produtos Blaschke e seu efeito seja também contabilizado na lei de controle. Por fim, dada a propriedade de preservação da direcionalidade do sistema avaliado através dos filtros DBFact, o *benchmark* proposto contabiliza adequadamente a limitação de desempenho imposta não apenas pelo atraso multivariável, mas também pelos zeros-FNM do sistema. Adicionalmente, os filtros DBFact têm propriedade unitária, assim, a lei de controle resultante, além de internamente estável, é independentemente ordenada sendo então tida como a solução ótima global para a minimização da variância da saída do sistema.

A validação e as análises dessas metodologias foram realizadas considerando um sistema de controle de uma coluna de separação de ar com aquecimento integrado (HIASC do inglês *heat-integrated air separation column*). As propriedades dos filtros DBFact foram verificadas através do atendimento às condições das Definições de uma *Unitary Interactor Matrix* e de uma *Unitary Interactor Matrix Generalized* e a coerência da lei de controle de variância mínima proposta com a estrutura de controle do sistema avaliado foi verificada através de simulação. Os resultados mostraram que a consideração das direções permite a obtenção de uma lei de controle de variância mínima internamente estável a qual permite uma inferência mais assertiva do real potencial de redução da variância do sistema de controle.

Apesar de ter sido demonstrada a aplicabilidade da metodologia de estimação do índice de desempenho proposto, a partir de dados em condição normal de operação, fica evidente a limitação dessa metodologia devido à necessidade do conhecimento prévio dos filtros DBFact ou do modelo da planta. Vale ressaltar que tal limitação não é exclusiva da metodologia proposta, mas sim recorrente na maioria das abordagens dentro desse contexto, por exemplo, o clássico índice de Harris. Outro ponto importante é que mesmo em cenários em que tal conhecimento é disponível, há possibilidade de que esse não mais seja representativo quanto ao processo atual, em virtude de mudanças no processo, fazendo necessária a atualização dos filtros DBFact.

Desta forma, nesses casos a aplicação do índice proposto necessita de uma etapa adicional para estimação desses filtros. Como solução, este trabalho propôs uma abordagem de identificação de sistemas lineares projetada para viabilizar a adequada estimativa dos termos necessários para a estimação do índice proposto através de dados em malha fechada, que consiste num projeto de sinal de teste e numa estratégia de identificação. Dado o contexto de identificação para CPM, em que o nível de perturbação do sistema deve ser o mínimo possível, e a finalidade do modelo a ser identificado, ou seja, viabilizar a estimativa do atraso e dos zeros de fase não-mínima, o projeto de sinal de teste proposto fornece dados ricos numa faixa de frequência mais estreita e, portanto, reduzir a intensidade necessária para a perturbação extra.

A estratégia de identificação, por sua vez, é realizada em duas etapas. A primeira é aplicada para estimativa da estrutura de atraso do sistema e a segunda para estimativa dos zeros de fase não-mínima. As metodologias propostas para permitir a estimativa dos termos foram avaliadas através de testes de simulação Monte Carlo. Os resultados apontaram que a qualidade das estimativas obtidas através das metodo-

logias propostas é praticamente insensível ao aumento do nível de perturbação extra usada para obtenção dos dados de teste, o que demonstra que o projeto de perturbação e a estratégia de identificação propostos cumprem com os objetivos de sua idealização, e, assim, viabilizam uma estimativa confiável do índice de avaliação de desempenho proposto.

Com base nos resultados do estudo de caso apresentado e nas discussões levantadas ao longo desta tese, tem-se que o presente trabalho não somente fornece metodologias úteis para o monitoramento do desempenho de sistemas multivariáveis de fase não-mínima, mas também apresenta resultados interessantes dentro do contexto de identificação e de sistemas, oferecendo uma metodologia de identificação útil para modelagem de sistemas em malha fechada em que não há possibilidade de perturbação excessiva no processo.

Quanto à lei de controle internamente estável baseada na fatoração DBFact proposta, verificou-se a capacidade de calcular um índice de avaliação de desempenho adequado às limitações reais de sistema de controle, o qual pode ser estimado adequadamente mediante dados operacionais em condição normal de operação do sistema ou, quando indisponíveis os filtros DBFact, estimado em conjunto com procedimento minimamente invasivo de identificação. Vale ressaltar que apesar da etapa de identificação representar, em geral, um procedimento invasivo e muitas vezes complexo tem-se esse como um procedimento essencial dentro do contexto de CPM, uma vez que as técnicas de monitoramento, em geral, necessitam de algum conhecimento da dinâmica do sistema avaliado. Assim, não é justo dizer que isso pode ser feito com base em dados operacionais de rotina sem excitação. Desta forma, a busca por projetos de teste de identificação ótimos, sob o ponto de vista de mínima perturbação, são cada vez mais estudados. Entretanto, apesar de certa atenção à estimação de atrasos de tempo para sistemas MIMO ter sido verificada, quase nada é encontrado quanto à estimação de zeros de fase não-mínima, especialmente, para sistemas multivariáveis, cuja carência é ainda mais acentuada, o que abre espaço para seu aperfeiçoamento em trabalhos futuros.

Assim os resultados verificados para estimativa dos zeros de fase não-mínima e da estrutura do atraso multivariável através do procedimentos propostos, mediante um nível extremamente baixo de perturbação externa, representam uma contribuição relevante no contexto de CPM, uma vez que, ao mesmo tempo que a estimativa desses termos viabiliza a avaliação do desempenho atual do sistema de controle, fornece-se também um conhecimento adicional para etapas posteriores de auditoria como o diagnóstico de um problema detectado e na sua solução, devido a relevância desses termos no contexto de projeto de sistemas de controle.

Apêndice A

Ajuste do Controlador – Uma adaptação de Lieslehto (1996) para sistemas MIMO discretos

Os controladores discretos MIMO, C , utilizados para realizar os estudos de caso apresentados neste trabalho foram sintonizados como uma adaptação da metodologia em duas etapas proposta por Lieslehto (1996). O procedimento original foi desenvolvido para sistemas MIMO contínuos e, devido a isso, foi aplicado o método *forward-Euler* para discretização. A adaptação pode ser resumida da seguinte forma: Considera G como uma matriz de transferência de alta ordem $n \times n$ representada como

$$G(q^{-1}) = \begin{pmatrix} g_{1,1}(q^{-1}) & g_{1,2}(q^{-1}) & \cdots & g_{1,n}(q^{-1}) \\ g_{2,1}(q^{-1}) & g_{2,2}(q^{-1}) & \cdots & g_{2,n}(q^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n,1}(q^{-1}) & g_{n,2}(q^{-1}) & \cdots & g_{n,n}(q^{-1}) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

O procedimento de duas etapas é dado como:

1. Projeta-se cada controlador SISO PI discreto $c_{i,j}(q^{-1}) = k_{P_{i,j}} + k_{I_{i,j}} \left(\frac{T_s q^{-1}}{1 - q^{-1}} \right)$ para cada elemento $g_{i,j}(q^{-1})$, da matriz de transferência, separadamente. De forma que cada um seja ajustado para atender a condição:

$$\alpha_i(q^{-1}) = \frac{\frac{T_s}{\lambda_i} q^{-1}}{1 - q^{-1}} \cong g_{i,1}c_{i,1} = g_{i,2}c_{i,2} = \cdots = g_{i,n}c_{i,n} \forall i, \quad (\text{A.2})$$

onde λ_i é a constante de tempo desejada para a malha fechada e T_s é o tempo de amostragem.

2. O controlador discreto será $C(q^{-1}) = K_P + K_I \left(\frac{T_s q^{-1}}{1 - q^{-1}} \right)$ onde

$$K_P = \begin{pmatrix} \frac{1}{k_{P1,1}} & \frac{1}{k_{P1,2}} & \cdots & \frac{1}{k_{P1,n}} \\ \frac{1}{k_{P2,1}} & \frac{1}{k_{P2,2}} & \cdots & \frac{1}{k_{P2,n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{k_{Pn,1}} & \frac{1}{k_{Pn,2}} & \cdots & \frac{1}{k_{Pn,n}} \end{pmatrix}^{-1} \quad \text{e} \quad K_I = \begin{pmatrix} \frac{1}{k_{I1,1}} & \frac{1}{k_{I1,2}} & \cdots & \frac{1}{k_{I1,n}} \\ \frac{1}{k_{I2,1}} & \frac{1}{k_{I2,2}} & \cdots & \frac{1}{k_{I2,n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{k_{In,1}} & \frac{1}{k_{In,2}} & \cdots & \frac{1}{k_{In,n}} \end{pmatrix}^{-1} .$$

Apêndice B

Controle de Sistemas Multivariáveis

Este apêndice apresenta conceitos e definições básicas, mas fundamentais no contexto de controle de sistemas multivariáveis, i.e., com múltiplas entradas e saídas (MIMO – do inglês *multi-input multi-output*) e que foram consideradas para a formulação deste trabalho e elaboração das ferramentas propostas, tendo como base a teoria de controle para sistemas estáveis, lineares e invariantes no tempo (LTI – do inglês *linear time-invariant*).

B.1 Sistemas de Controle

Um sistema ou processo, por si só, é um conjunto de expressões matemáticas que descrevem o relacionamento entre variáveis de entrada e de saída. Um sistema de controle, por sua vez, pode ser definido como um conjunto de equipamentos e dispositivos que gerenciam o comportamento de máquinas ou outros sistemas/processos físicos (JELALI, 2010) e tem por objetivo fazer com que as variáveis de interesse dentro do processo, conhecidas como variáveis controladas ou, simplesmente, saídas, y , se comportem de forma desejada através da ação de variáveis auxiliares, conhecidas como variáveis manipuladas, u . Este tipo de gerenciamento pode ser feito através de um controlador/regulador (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Durante o projeto de controle, alguns aspectos quanto aos objetivos a serem atingidos para esse sistema através do uso do controlador devem ser considerados, os quais podem ser sumarizados em:

Controle servo: tem-se como objetivo que a variável controlada siga um valor desejado, o qual muda no tempo de acordo com valores de referência y_{set} (LEBLANC; COUGHANOWR, 2009).

Controle regulatório: tem-se como objetivo que a variável controlada tenha um valor constante apesar das perturbações externas, conhecidas como distúrbios não medido, d , agirem sobre o sistema (LEBLANC; COUGHANOWR, 2009).

O algoritmo para ajustar u com base nas informações disponíveis é o controlador C (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Para obtenção de um bom controlador é ideal um conhecimento prévio sobre o tipo de distúrbio, ou seja, entradas como distúrbios não medidos, d , e mudanças do valor de referência y_{set} , bem como dos modelos de planta, G e de distúrbio, N – utilizado em conjunto com uma fonte de ruído para modelar d , tal que $d(k) = N(q)e(k)$. De forma que, para um sistema linear a saída pode ser modelada como:

$$y(k) = G(q)u(k) + N(q)e(k). \quad (\text{B.1})$$

Dessa forma a modelagem matemática da planta é fundamental para o projeto de controle. A seguir serão apresentadas algumas das principais formas de representação dos sistemas usadas para modelagem.

B.2 Formas de Representação de Sistemas

A utilização de modelos para representação dos sistemas é uma característica fundamental do ponto de vista de controle de sistemas. Esses modelos têm por objetivo representar a dinâmica a qual as variáveis de entrada e saída podem ser relacionadas (LEBLANC; COUGHANOWR, 2009). Essa dinâmica pode ser modelada através de equações em domínio contínuo ou discreto. A proximidade entre essas duas formas de representação está relacionada ao tempo de amostragem, T_s , escolhido para o sistema discreto, o que torna a escolha desse parâmetro decisiva dentro da modelagem de sistemas discretos. Em Gu (2012) são discutidos os efeitos da escolha desse parâmetro e como tal escolha pode ser feita apropriadamente. De acordo com Zhu (2001) pode-se escolher $\frac{T_{set}}{20} \leq T_s \leq \frac{T_{set}}{100}$ onde T_{set} representa o tempo de assentamento do sistema (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Neste trabalho são discutidos especialmente modelos discretos, tendo em vista que a maior parte das definições discutidas são classicamente expressas no domínio discreto, aqui representado pelos operadores de atraso q^{-1} , i.e., $q^{-1}y(k) = y(k-1)$ ou avanço q , i.e., $qy(k) = y(k+1)$, onde k é o índice do tempo $t = kT_s$ com $k = 1, 2, \dots, N$ sendo N o comprimento de y (OPPENHEIM; SCHAFER, 2014). Em geral, um sistema linear discreto é comumente representado através de equações de diferença, de ordem n , resposta ao impulso/parâmetros de Markov e/ou representação discreta em espaço de estados as quais serão apresentadas na sequência.

B.2.1 Equações de Diferenças Lineares e Funções de Transferência

A representação de um sistema LTI através de equações de diferenças de ordem n com n_O saídas e n_I entradas possui a seguinte forma geral

$$y(k) + \mathbf{A}_1 y(k-1) + \dots + \mathbf{A}_n y(k-n) = \mathbf{B}_0 u(k) + \mathbf{B}_1 u(k-1) + \dots + \mathbf{B}_m u(k-m) \quad (\text{B.2})$$

ou equivalentemente

$$y(k) + \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i y(k-i) = \sum_{i=0}^m \mathbf{B}_i u(k-i) \quad (\text{B.3})$$

onde u é a variável de entrada, y representa a variável de saída, \mathbf{A}_i e \mathbf{B}_i são matrizes de coeficientes constantes com dimensões $n_O \times n_O$ e $n_O \times n_I$, respectivamente. Aplicando-se a transformada-Z em (B.3) tem-se

$$\mathbf{A}(q^{-1})Y(q) = \mathbf{B}(q^{-1})U(q) \quad (\text{B.4})$$

onde U e Y representam as sequências de entrada e saída reescritas e \mathbf{A} e \mathbf{B} são as matrizes polinomiais resultantes escritas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(q^{-1}) &= I + \mathbf{A}_1 q^{-1} + \dots + \mathbf{A}_n q^{-n} \\ \mathbf{B}(q^{-1}) &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 q^{-1} + \dots + \mathbf{B}_m q^{-m} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Esse modelo discreto de um sistema linear é também conhecido como *Deterministic Auto-Regressive Moving Average model* (DARMA) (PHAN et al., 1991), cujo formato pode ser relacionado com a representação de sistemas através de funções/matrizes de transferência.

A equação (B.4) pode ser utilizada para obter a representação do sistema através da matriz de transferência G , definida como $Y(q) = G(q^{-1})U(q)$, que equivale a

$$G(q^{-1}) = [I + \mathbf{A}_1 q^{-1} + \dots + \mathbf{A}_n q^{-n}]^{-1} [\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 q^{-1} + \dots + \mathbf{B}_m q^{-m}]. \quad (\text{B.6})$$

Para o caso de sistemas monovariáveis (SISO - do inglês *single-input single-output*), as matrizes polinomiais $\mathbf{A}(q^{-1})$ e $\mathbf{B}(q^{-1})$ tornam-se polinômios cujos termos são elementos escalares, representados por a_i e b_i . Nesse caso tem-se função de transferência G dada simplesmente como:

$$G(q^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m}}{1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}}. \quad (\text{B.7})$$

B.2.2 Resposta ao Impulso/Parâmetros de Markov

Para sistemas contínuos governados por equações diferenciais lineares, se a resposta de um sistema a uma entrada do tipo delta de Dirac é conhecida, então a resposta deste sistema a qualquer outra entrada pode ser determinada através de convolução integral (LJUNG, 1999). Similarmente, para sistemas discretos, de forma análoga ao delta de Dirac tem-se a sequência de pulso unitário de Kronecker definida como

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} . \quad (\text{B.8})$$

Se a resposta de um sistema perante uma entrada do tipo pulso unitário, também conhecida como resposta impulso, é dada como a sequência $M(0), M(1), M(2), \dots$, onde os termos $M(k)$ nos passos de tempo $k = 0, 1, 2, \dots$ são conhecidos como parâmetros Markov do sistema, então a relação entrada-saída pode ser expressa em termos de sua resposta impulso. Assumindo condições iniciais nulas, essa representação é dada como

$$y(k) = M(0)u(k) + M(1)u(k-1) + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} M(i)u(k-i). \quad (\text{B.9})$$

A partir de (B.9) verifica-se que a contribuição da entrada em relação a saída num instante k (assim como em passos de tempo anteriores, i.e., $k-1, k-2, \dots$) é ponderada pelos respectivos parâmetros Markov.

Se o sistema é assintoticamente estável, i.e., o sistema tende a seu ponto de equilíbrio quando submetido a um sinal de entrada constante, então a soma infinita em (B.9) pode ser aproximada por uma soma finita, desde que, a sequência constituída pelos parâmetros Markov pode ser truncada após um número de passos de tempo, simplificando a representação. Entretanto, para sistemas amortecidos a parcela de parâmetros Markov que excedem o truncamento pode ser excessivamente ampla e assim esta representação aproximada e finita se tornar inadequada.

Aplicando a transformada-Z em ambos os lados de (B.9) assumindo condições iniciais nulas tem-se

$$\begin{aligned} Y(q) &= [M(0) + M(1)q^{-1} + M(2)q^{-2} + \dots]U(q) \\ &= G(q^{-1})U(q^{-1}) \end{aligned} . \quad (\text{B.10})$$

Assim a transformada-Z da sequência de parâmetros Markov pode ser escrita como uma função de transferência do sistema no domínio discreto. Além disto, é possível relacionar esta sequência aos coeficientes da representação no domínio do tempo. Usando (B.6) e (B.10) tem-se

$$[I + A_1q^{-1} + \dots + A_nq^{-n}][M(0) + M(1)q^{-1} + M(2)q^{-2} + \dots] = B_0 + B_1q^{-1} + \dots + B_nq^{-n}. \quad (\text{B.11})$$

É sabido que a sequência de parâmetros Markov do sistema, que consiste na resposta impulso, é dita uma representação única do sistema, ou seja, nenhum outro sistema que não aquele apresentará a mesma sequência de parâmetros Markov.

B.2.3 Representação em Espaço de Estados

O relacionamento entrada-saída pode ser também representado em termos do conjunto de n equações diferenciais de primeira ordem na forma

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

onde A , B , C e D são conhecidos como matrizes de estado e possuem dimensões $n \times n$, $n \times n_I$, $n_O \times n$ e $n_O \times n_I$, respectivamente. A forma apresentada em (B.12) pode ser escrita também como

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.13})$$

Resolvendo (B.12) para a saída y em termos das entradas passadas tem-se

$$y(k) = CA^k x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} CA^i Bu(k-i-1) + Du(k). \quad (\text{B.14})$$

Comparando (B.14) com (B.9) e admitindo-se que $u(k) = 0$ para $k < 0$ tem-se

$$\begin{aligned} M(0) &= D \\ M(k) &= CA^{k-1}B; k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

A equação (B.15) expressa os parâmetros de Markov em termos das matrizes de estado do sistema discreto. No entanto, este tipo de apresentação, ao contrário da resposta ao impulso, não é único, desde que o vetor de estados é dependente das coordenadas (PHAN et al., 1991). Por exemplo, se um vetor de estados é transformado através de uma transformação R em suas coordenadas, tal que

$$z(k) = Rx(k) \quad (\text{B.16})$$

então, (B.16) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} z(k+1) &= RAR^{-1}z(k) + RBu(k) \\ y(k) &= CR^{-1}z(k) + Du(k). \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

A equação (B.17) é, então, uma representação em espaço de estados que relaciona u e y através de vetor de estado z . Os parâmetros de Markov do sistema serão os mesmos obtidos para representação (B.12)

$$M(k) = CR^{-1}[RAR^{-1}]^{k-1}RB = CA^{k-1}B \quad (\text{B.18})$$

Assim, existe um número infinito de representações em espaço de estados para um mesmo sistema que descreve o relacionamento entrada-saída tal como (B.14).

É possível também estabelecer um relacionamento entre os parâmetros de Markov e as representações do sistema através de função de transferência e espaço de estados dado por (B.12), para isto tome a transformada-Z de (B.12) que fornece a relação $Y(q) = G(q^{-1})U(q)$ onde a função de transferência G pode ser expressa como

$$G(q^{-1}) = D + C[Iq^{-1} - A]^{-1}B = D + CBq^{-1} + CABq^{-2} + \dots \quad (\text{B.19})$$

Por fim, considerando o caso em que o sistema é assintoticamente estável

$$\lim_{k \rightarrow \infty} CA^k B = 0. \quad (\text{B.20})$$

A relação de entrada-saída representada em (B.14) pode ser aproximada por um número finito, p , de parâmetros de Markov, assim

$$\begin{aligned} y(k) &= Du(k) + CBu(k-1) + CABu(k-2) + \dots + CA^{p-1}Bu(k-p) \\ &= \sum_{i=1}^p CA^{i-1}B(k-i) + Du(k) \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

onde p é suficientemente grande tal que $CA^k B \approx 0, k \geq p$. Por comparação com (B.3), a descrição representada em (B.21) pode ser considerada um caso especial da descrição linear por diferenças com

$$\begin{aligned} A_i &= 0, B_0 = D \\ B_i &= M(i) = CA^{i-1}B \text{ com } i = 1, 2, \dots, p. \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Os coeficientes B_i aparecem explicitamente como os parâmetros de Markov. Vale lembrar que a descrição com um número finito de parâmetros de Markov é possível somente para sistemas assintoticamente estáveis (PHAN et al., 1991). Por comparação, é possível estabelecer a seguinte relação entre os parâmetros de Markov e os coeficientes da representação através equações diferenciais

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^i A_k Y(i-k) &= \begin{cases} B_i, & i = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & i > n \end{cases} \\ A_0 &= I. \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

B.3 Elementos de um Modelo e seu Relacionamento com a Resposta do Sistema

Os modelos apresentados anteriormente apresentam elementos fundamentais e características particulares, cuja análise permite compreender o comportamento estacionário e transiente dos sistemas. Nesta subseção, serão apresentados alguns desses elementos, suas características e como eles podem influenciar a resposta da variável de saída devido uma certa entrada. Para tal, admita que uma planta G , com n_I entradas e n_O saídas, representada como matriz de transferência

$$\begin{aligned}
 & y(k) = G(q)u(k) \\
 \begin{bmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_{n_O}(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{1,1}(q) & \dots & G_{1,n_I}(q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n_O,1}(q) & \dots & G_{n_O,n_I}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ \vdots \\ u_{n_I}(k) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.24})
 \end{aligned}$$

Tal qual apresentado na seção B.2, as variações da entrada u_j ($j \in [1, n_I]$), poderão então ser observadas através de variações nas saídas $y_1(k), y_2(k), \dots, y_{n_O}(k)$. Esse efeito entrada-saída permite a introdução de um conceito que será discutido neste trabalho, a interação. De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005), se ocorre uma mudança na primeira entrada, u_1 , então, em geral, isso afetará todas as saídas, ou seja, existe interação entre as entradas e saídas. Enquanto caso fosse observado que u_1 somente afeta y_1 , u_2 somente afeta y_2 e assim por diante a planta seria dita sem interação.

Apesar da existência de interação entre as variáveis em sistemas MIMO, os efeitos observados em cada saída poderão apresentar-se de forma distinta, sendo esses sutis em umas variáveis e ao mesmo tempo significativos em outras. Essa distinção permite a introdução de outro conceito fundamental associado ao impacto da interação entre as variáveis de sistemas MIMO, o de direções sobre a relação entrada-saída. De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005) as direções permitem avaliar a distribuição/associação dos efeitos de entrada e saída e como sabido constituem uma propriedade relevante em análises que envolvem vetores e matrizes. Assim, as direções são então relevantes em análise de sistemas MIMO sendo a existência da direcionalidade apontada por Skogestad e Postlethwaite (2005) como a principal diferença entre sistemas SISO e MIMO. Entretanto, embora a consideração das direções em análises de sistemas MIMO represente um cuidado extra, a maioria dos conceitos relativos aos elementos constituintes dos modelos verificados para sistemas SISO podem ser estendidos para sistemas MIMO dadas as necessárias considerações.

Com base nisso, os elementos serão abordados a seguir considerando aspectos de direcionalidade e interação.

B.3.1 Resposta no domínio da Frequência

A matriz de transferência G expressa em termos de q pode ser avaliada para valores específicos, $q = q_0$, dessa variável. Nessa situação tem-se que $G(q = q_0)$ é uma matriz complexa, a qual pode ser analisada através de ferramentas padrão de álgebra para matrizes (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Escolher, particularmente, $q = e^{j\omega T_s}$ permite obter a resposta do sistema mediante a um sinal senoidal de frequência ω para um sistema com tempo de amostragem T_s .

De forma específica se um sinal u_j , $j \in [1, n_I]$ dado como um sinal senoidal

$$u_j(k) = u_{j_0} \text{sen}(\omega k + \alpha_j) \quad (\text{B.25})$$

aplicado desde $k = -\infty$ então a saída correspondente em cada canal i , $i = 1, 2, \dots, n_O$, é também um sinal senoidal com a mesma frequência, i.e.

$$y_i(k) = y_{i_0} \text{sen}(\omega k + \beta_i) \quad (\text{B.26})$$

onde a amplificação e mudança de fase podem ser obtidas através da representação do canal, $G_{i,j}$ em sua forma polar

$$\frac{y_{i_0}}{u_{j_0}} = |G_{i,j}(e^{j\omega T_s})| \text{ e } \beta_i - \alpha_j = \angle G_{i,j}(e^{j\omega T_s}) \quad (\text{B.27})$$

ou de forma equivalente usando a notação fasorial de $G_{i,j}$ representar a resposta

$$y_i(\omega) = G_{i,j}(e^{j\omega T_s}) u_j(\omega) \quad (\text{B.28})$$

de forma que

$$u_j(\omega) = u_{j_0} e^{j\alpha_j} \text{ e } y_i(\omega) = y_{i_0} e^{j\beta_i} \quad (\text{B.29})$$

Desta forma, dado o princípio da superposição para sistemas lineares (GHOSH, 2004), a saída total para um sinal de entrada composto por sinais senoidais simultâneos, de mesma frequência, pode ser escrita como a soma das respostas individuais, assim a partir de (B.29)

$$y_i(\omega) = G_{i,1}(e^{j\omega T_s}) u_1(\omega) + \dots + G_{i,n_I}(e^{j\omega T_s}) u_{n_I}(\omega) = \sum_{j=1}^{n_I} G_{i,j}(e^{j\omega T_s}) u_j(\omega) \quad (\text{B.30})$$

Como visto em (B.30) a saída i avaliada na frequência ω é resultante do efeito simultâneo das entradas na mesma frequência, de forma que os efeitos são aglomerados explicitando a interação entre as variáveis.

B.3.2 Ganho e Direcionalidade em Sistemas Multivariáveis

O ganho de um sistema em uma certa frequência é dado pela razão entre as amplitudes da saída e da entrada e equivale à magnitude da resposta na frequência (SERON et al., 1997). Para um sistema SISO dado como $y = Gd$ o ganho em uma determinada frequência ω é simplesmente

$$\frac{|y(\omega)|}{|d(\omega)|} = \frac{|G(e^{j\omega T_s})d(\omega)|}{|d(\omega)|} = \frac{y_0}{d_0} = |G(e^{j\omega T_s})|, \quad (\text{B.31})$$

Observe que o ganho de um sistema linear depende da frequência e independe da magnitude da entrada $|d(\omega)|$. Se a norma-2, que é uma medida comum de comprimento, é usada para medir a magnitude do vetor do sinal de entrada em uma dada frequência ω , então

$$\|d(\omega)\|_2 = \sqrt{\sum_{j=1}^{n_I} |d_j(\omega)|^2} = \sqrt{d_{10}^2 + \dots + d_{n_I0}^2} \quad (\text{B.32})$$

enquanto a magnitude do vetor de saída é dada como

$$\|y(\omega)\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_O} |y_i(\omega)|^2} = \sqrt{y_{10}^2 + \dots + y_{n_O0}^2} \quad (\text{B.33})$$

O ganho do sistema G , para um sinal de entrada $d(\omega)$ sob um tempo de amostragem T_s , é então a razão

$$\frac{\|y(\omega)\|_2}{\|d(\omega)\|_2} = \frac{\|G(e^{j\omega T_s})d(\omega)\|_2}{\|d(\omega)\|_2} = \frac{\sqrt{y_{10}^2 + \dots + y_{n_O0}^2}}{\sqrt{d_{10}^2 + \dots + d_{n_I0}^2}} \quad (\text{B.34})$$

Observe que novamente o ganho depende da frequência ω e independe da magnitude do sinal de entrada $\|d(\omega)\|_2$. No entanto, para um sistema MIMO existem graus adicionais de liberdade e o ganho então depende também da direção do sinal de entrada d (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Em todo caso, mediante sinais de entrada com diferentes direções seu valor estará sempre limitado a um valor máximo, conhecido como máximo valor singular de G (SERON et al., 1997), dado como

$$\bar{\sigma}(G) = \max_{d \neq 0} \frac{\|Gd\|_2}{\|d\|_2} = \max_{\|d\|_2=1} \|Gd\|_2 \quad (\text{B.35})$$

e um valor mínimo, conhecido como o mínimo valor singular de G (SERON et al., 1997) e dado como

$$\underline{\sigma}(G) = \min_{d \neq 0} \frac{\|Gd\|_2}{\|d\|_2} = \min_{\|d\|_2=1} \|Gd\|_2. \quad (\text{B.36})$$

As igualdades do lado direito de (B.35) e de (B.36) são decorrentes da independência do ganho do sistema em relação à magnitude do sinal de entrada para um sistema linear (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Os valores de ganho máximo e mínimo podem ser também obtidos através da decomposição em valores singulares da matriz em questão (SERON et al., 1997). Assim uma matriz G de dimensão $n_O \times n_I$ e elementos escalares pode ser decomposta em termo de seus valores singulares de forma que

$$G = U\Sigma V^*, \quad (\text{B.37})$$

onde Σ é uma matriz diagonal de dimensão $n_O \times n_I$, cujos elementos são números não-negativos arranjados em ordem decrescente ao longo de sua diagonal principal, conhecidos como valores singulares σ_i , onde $i = 1, 2, \dots, k$, tal que $k = \min[n_O, n_I]$, U é uma matriz unitária de dimensão $n_O \times n_O$, cujas colunas são nomeadas vetores singulares ou direções de saída, u_i , enquanto, V é uma matriz unitária de dimensão $n_I \times n_I$, cujas colunas são nomeadas vetores singulares ou direções de entrada, v_i , e o sobrescrito $(*)$ representa o conjugado transposto. Cada uma dessas direções é um vetor ortogonal e ortonormal (HAVRE; SKOGESTAD, 1996), ou seja, para u_i

$$\|u_i\|_2 = 1; u_i^* u_i = 1 \text{ e } u_i^* u_j = 0, i \neq j \quad (\text{B.38})$$

que também é válido para v_i . Esses vetores de direções podem ser relacionados com os valores singulares, através da relação $GV = U\Sigma$, a qual para coluna i se torna

$$Gv_i = \sigma_i u_i \quad (\text{B.39})$$

Comparando (B.35) e (B.36) com a relação expressa em (B.39), e uma vez que o ganho $\|u_i\|_2 = 1$ e $\|v_i\|_2 = 1$, pode-se então admitir que σ_i equivale ao ganho da matriz G na direção i , o qual pode ser calculado de forma direta como

$$\sigma_i(G) = \|Gv_i\|_2 = \frac{\|Gv_i\|_2}{\|v_i\|_2} \quad (\text{B.40})$$

Desta forma, os valores de ganho máximo e mínimo expressos respectivamente em (B.35) e (B.36) serão equivalentes a

$$\bar{\sigma}(G) = \max_{d \neq 0} \frac{\|Gd\|_2}{\|d\|_2} = \frac{\|Gv_1\|_2}{\|v_1\|_2} = \sigma_1(G) \quad (\text{B.41})$$

$$\underline{\sigma}(G) = \min_{d \neq 0} \frac{\|Gd\|_2}{\|d\|_2} = \frac{\|Gv_k\|_2}{\|v_k\|_2} = \sigma_k(G) \quad (\text{B.42})$$

e assim, para um vetor de entrada d com direção arbitrária, tem-se

$$\underline{\sigma}(G) \leq \frac{\|Gd\|_2}{\|d\|_2} \leq \bar{\sigma}(G). \quad (\text{B.43})$$

A partir destes conceitos podemos também concluir que uma matriz G mediante um sinal de entrada d com direção de entrada v_i gerará um sinal de saída amplificado por σ_i com direção de saída u_i .

Para ilustrar estas definições vamos utilizar como exemplo um sistema G , com dimensão 2×2 representado como

$$G = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \tag{B.44}$$

e avaliar seu ganho para sinais de entrada constantes, $d = \begin{bmatrix} d_{10} \\ d_{20} \end{bmatrix}$, com mesma magnitude, $\|d(\omega)\|_2 = 1$, porém com diferentes direções. Assim para cinco sinais de entrada $d_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $d_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $d_3 = \begin{bmatrix} 0,707 \\ 0,707 \end{bmatrix}$, $d_4 = \begin{bmatrix} 0,707 \\ -0,707 \end{bmatrix}$ e $d_5 = \begin{bmatrix} 0,6 \\ -0,8 \end{bmatrix}$ obtêm-se as seguintes saídas $y_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$, $y_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$, $y_3 = \begin{bmatrix} 6,36 \\ 3,54 \end{bmatrix}$, $y_4 = \begin{bmatrix} 0,707 \\ 0,707 \end{bmatrix}$ e $y_5 = \begin{bmatrix} -0,2 \\ 0,2 \end{bmatrix}$ cujos ganhos calculados pela norma-2, uma vez que $\|d(\omega)\|_2 = 1$ são $\|y_1\|_2 = 5,83$, $\|y_2\|_2 = 4,47$, $\|y_3\|_2 = 7,30$, $\|y_4\|_2 = 1$ e $\|y_5\|_2 = 0,28$.

Observe que apesar de todos os sinais de entrada apresentarem mesma magnitude, $\|d(\omega)\|_2 = 1$, os sinais de saída apresentaram diferentes magnitudes, o que evidencia a dependência da magnitude do sinal de saída com a direção do sinal de entrada. Esta dependência é também ilustrada graficamente na Figura B.1, onde é apresentado o valor do ganho de $G = \frac{\|y\|_2}{\|d\|_2}$ mediante sinais de entrada $d = \begin{bmatrix} d_{10} \\ d_{20} \end{bmatrix}$.

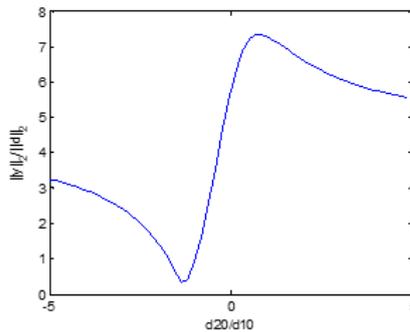


FIGURA B.1. Ganho $\|y\|_2/\|d\|_2$ como uma função de d_{20}/d_{10} para G dado em Erro! Fonte de referência não encontrada.

Na Figura B.2 é possível verificar que mediante os diferentes sinais de entrada o ganho apresentou um valor máximo de 7,343 e mínimo de 0,272, os quais poderiam

ser diretamente obtidos através da decomposição em valores singulares de G , tal que

$$G(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0,872 & -0,489 \\ -0,489 & 0,872 \end{bmatrix}}_U \underbrace{\begin{bmatrix} \overbrace{7,343}^{\bar{\sigma}} & 0 \\ 0 & \underbrace{0,272}_{\sigma} \end{bmatrix}}_{\Sigma} \underbrace{\begin{bmatrix} -0,793 & -0,608 \\ 0,608 & -0,793 \end{bmatrix}}_{V^*} \quad (\text{B.45})$$

sendo o máximo ganho $\bar{\sigma} = 7,343$ obtido mediante um sinal de entrada com direção $v_1 = \begin{bmatrix} -0,793 \\ -0,608 \end{bmatrix}$ gerando um sinal de saída com direção de $u_1 = \begin{bmatrix} -0,872 \\ -0,489 \end{bmatrix}$, enquanto o ganho mínimo obtido mediante um sinal de entrada com direção $v_2 = \begin{bmatrix} 0,608 \\ -0,793 \end{bmatrix}$ gerando um sinal de saída com direção de $u_2 = \begin{bmatrix} -0,489 \\ 0,872 \end{bmatrix}$.

Com esses resultados fica claro que a magnitude do sinal de entrada não afeta o ganho do sistema, sendo este limitado a um valor de amplificação máximo e mínimo, o qual é afetado somente pela direção do sinal de entrada.

B.3.3 Zeros e Polos em Sistemas Multivariáveis

Os zeros e polos são elementos importantes observados nos modelos dos sistemas de controle e afetam diretamente a trajetória dos sinais de saída (ÅSTRÖM et al., 1984). Esses elementos são decorrentes das características dinâmicas do sistema modelado. Os polos estão associados à resposta transitória e à estabilidade do sistema relacionando-se com o comportamento do sistema mediante variações no sinal de entrada (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Esses elementos apresentam então uma relação direta com as frequências nas quais haverá propagação do sinal de entrada. Os zeros, por outro lado, surgem quando existe uma competição entre as dinâmicas internas do sistema que resulta numa saída nula, mesmo que os estados e entradas não sejam nulos (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Assim, estão associados às frequências nas quais o sistema não amplifica ou atenua o sinal de entrada (DESOER; SCHULMAN, 1974; MACFARLANE; KARCANIAS, 1976).

Dadas as distintas representações para sistemas, diferentes abordagens para o cálculo das generalizações dos zeros e polos para sistemas MIMO foram propostas na literatura. Pode-se destacar as representações em espaço de estado, (B.12), reescrita em termos da matriz de Rosenbrock (ROSENBROCK, 1970), $P(q)$, definida como:

$$P(q) = \begin{bmatrix} (qI - A) & -B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (\text{B.46})$$

e através de matriz de transferência, (B.14), reescrita na forma Smith-McMillan (MCMILLAN, 1952) como as mais utilizadas para esse cálculo. Em Macfarlane e Karcantias

(1976) são apresentadas as diferentes alternativas de cálculo em detalhes, cabe destacar que em alguns casos haverá distinção entre as soluções a depender da abordagem adotada. Para os zeros especialmente, a depender de seu cálculo, podem estes ser denominados zeros do sistema, de transmissão, invariantes, de desacoplamento etc. (SCHRADER; SAIN, 1989).

Os polos de um sistema G podem ser definidos, de forma geral, como valores complexos $q = p$ onde $G(p)$ possui singularidade (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Esses valores podem ser calculados, a partir da representação em espaço de estados, como os autovalores da matriz de estados A . Assim dada a equação característica (MACFARLANE; KARCANIAS, 1976)

$$\phi(q) \triangleq \det(qI - A) = 0, \tag{B.47}$$

os polos do sistema são as raízes da equação característica em B.47.

Alternativamente, os polos podem ser também calculados a partir da forma Smith-McMillan da representação do sistema em matriz de transferência. Nesse caso, a equação característica $\phi(q)$ será escrita como o mínimo denominador comum entre todos os menores, diferentes de zeros, de todas as ordens de G (SERON et al., 1997). Um menor de uma matriz é o determinante de uma matriz obtida através da eliminação de uma certa linha e/ou coluna desta matriz. Durante o processo de cálculo dos menores, cancelamentos entre fatores comuns dos numeradores e denominadores poderão ser observados sendo então obtido, ao término do procedimento, a equação característica cujas raízes serão os polos observáveis e controláveis (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

De forma análoga, pode-se escrever um polinômio $\zeta(q)$, a partir da forma Smith-McMillan da matriz de transferência do sistema. Esse polinômio corresponde ao máximo divisor comum para todos os numeradores entre todos os *minors* de ordem r , onde r é o posto normal de G , garantido que os *minors* tenham sido ajustados de forma que o polinômio característico $\phi(q)$ seja o denominador (MACFARLANE; KARCANIAS, 1976). As raízes desse polinômio recebem o nome de zeros de transmissão.

Os zeros invariantes são aqueles calculados como os zeros dos polinômios invariantes da matriz $P(q)$. De acordo com Macfarlane e Karcnias (1976), esse tipo de zero está associado, em termos físicos, à solução do problema geral de determinar as entradas e estados associados ao zero invariante correspondente. Isso é feito de maneira a garantir que a saída do sistema seja identicamente zero.

Se um sistema é completamente controlável e completamente observável, então os zeros invariáveis são iguais aos zeros de transmissão (MACFARLANE; KARCANIAS, 1976). Caso contrário, haverá zeros invariáveis que não estão dentre os zeros de transmissão, esses zeros excedentes são conhecidos como zeros de desacoplamento. Estes, por sua vez, estão associados à existência de modos desacoplados para sistemas que não são completamente controláveis ou completamente observáveis.

O conjunto que inclui os zeros de transmissão e os zeros de desacoplamento para um sistema específico correspondem aos zeros do sistema (MACFARLANE; KARCANIAS, 1976). Eles são definidos por meio de um conjunto adequado de *minors* de $P(q)$, um subconjunto daquele usado para definir os zeros invariantes.

As definições para os diferentes zeros apresentadas anteriormente são baseadas em conjuntos apropriados de *minors* de $G(q)$ ou $P(q)$, ou, equivalentemente, em termos dos zeros de polinômios invariantes de $G(q)$ ou $P(q)$. Alguns autores definem zeros em termos de frequências nas quais $G(q)$ ou $P(q)$ perdem o posto (DAVISON; WANG, 1974; DESOER; SCHULMAN, 1974). Em tais casos, o conjunto de frequências complexas identificado como zeros será o mesmo, exceto, é claro, que não será considerada a multiplicidade, como se a definição mais abrangente, via fatores invariantes ou equivalentes, tivesse sido adotada.

Assim como o ganho do sistema, cada zero e polo de um sistema multivariável possui direções de entrada e saída associadas a eles. Desta forma, se $G(q)$ tem um zero $q = z \in \mathbb{C}$ e um polo $q = p \in \mathbb{C}$, então existirão vetores não nulos conhecidos como direções de entrada e saída associadas ao zero e ao polo. Por exemplo, para um zero z existirão uma direção de saída $y_z \in \mathbb{C}^{n_o}$ e uma direção de entrada $u_z \in \mathbb{C}^{n_i}$ a ele associadas, tais que

$$y_z^* G(z) = 0 \text{ e } G(z) u_z = 0. \quad (\text{B.48})$$

Enquanto, para um polo p existirão uma direção de saída $y_p \in \mathbb{C}^{n_o}$ e uma direção de entrada $u_p \in \mathbb{C}^{n_i}$ a ele associadas, tais que

$$y_p^* G(p) = \infty \text{ e } G(p) u_p = \infty. \quad (\text{B.49})$$

Os vetores de direção são comumente normalizados, então neste caso se s é um polo ou um zero tem-se $y_s^* y_s = 1$ e $u_s^* u_s = 1$.

De forma análoga às direções de máximo e mínimo ganho do sistema, as direções de entrada e saída dos zeros e polos podem ser calculadas através da decomposição em valores singulares da matriz de transferência do sistema avaliada neste zero ou polo. Assim, para $q = z$ então:

$$G(z) = U_z \Sigma_z V_z^* = \sum_{i=1}^r u_i \sigma_i v_i^* = u_1 \sigma_1 v_1^* + \dots + u_r \sigma_r v_r^*, \quad (\text{B.50})$$

onde r é o posto de $G(z)$ e as direções associadas a z serão então as colunas de V e de U que correspondem ao valor mínimo valor singular, $\underline{\sigma}(G(z)) = \sigma_r = 0$. Assim a direção de entrada será $u_z = v_r$ e a direção de saída $y_z = u_r$ para $q = z$. Enquanto, para $q = p$

$$G(p) = U_p \Sigma_p V_p^* = \sum_{j=1}^r u_j \sigma_j v_j^* = u_1 \sigma_1 v_1^* + \dots + u_r \sigma_r v_r^*, \quad (\text{B.51})$$

e as direções associadas a p estão relacionadas com as colunas correspondentes ao máximo valor singular, $\bar{\sigma}(G(p)) = \sigma_1$, sendo $u_p = v_1$ e a direção de saída $y_p = u_1$ para $q = p$.

O cálculo das direções de polos e zeros através da decomposição em valores singulares, apesar de simples, apresenta resultados adequados apenas para sistemas com zeros e polos que apresentam multiplicidade um. Pois, de forma geral, se um zero z ou um polo p possui multiplicidade m , então existirão m direções de entrada e m direções de saída associadas a cada um destes zeros ou polos, podendo estas diferirem entre si. Desta forma, o cálculo das direções através da decomposição em valores singulares se limitaria a calcular para um zero ou polo com multiplicidade maior que 1 a mesma direção para todos os m polos ou zeros.

Uma alternativa adequada para o cálculo das direções de zeros e polos, mesmo quando estes apresentam multiplicidades, é através da solução de um problema de autovalores a partir da representação do sistema em espaço de estado. Este método de cálculo permite que os zeros ou polos e suas correspondentes direções de entrada ou saída sejam calculados. Outra vantagem desta forma de cálculo é que ela permite estender as definições de direções de entrada e de saída para os estados.

Assim, se $q = z$ é um zero de G então a partir das condições expressas em B.48 e das representações B.12 e B.13 tem-se para o sistema avaliado em $q = z$

$$\begin{cases} Du_z + C(zI - A)^{-1}Bu_z = 0 \\ Cx_{zI} + Du_z = 0. \end{cases} \quad (\text{B.52})$$

Resolvendo o sistema para C , u_z e x_{zI} não nulos tem-se

$$\begin{bmatrix} A - zI & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{zI} \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.53})$$

sendo as matrizes de estado A , B , C e D conhecidas, então z , x_{zI} e u_z podem ser calculados simultaneamente através da solução de

$$(zI_g - G) \begin{bmatrix} x_{zI} \\ u_z \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{B.54})$$

como um problema de autovalores generalizados, onde

$$G = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \text{ e } I_g = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.55})$$

De forma análoga, pode-se também calcular as direções de saída associadas a $q = z$, usando G^\dagger , tal que o problema de autovalores generalizados a ser resolvido se torna

$$\begin{bmatrix} A' - zI & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{zO} \\ \bar{y}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.56})$$

Enquanto, para um polo $q = p$ suas direções podem ainda ser calculadas através da solução de um problema de autovalores, que usa a matriz de estado A . A partir

desta solução é possível também calcular de forma simultânea as direções dos estados. Assim, um polo $p \in \mathbb{C}$ e suas respectivas direções podem então ser calculados através das soluções dos problemas, com relação à saída

$$(A - pI)x_{pO} = 0; y_p = Cx_{pO} \quad (\text{B.57})$$

e com relação a entrada

$$x_{pI}^*(A - pI) = 0; u_p = B'x_{pI} \quad (\text{B.58})$$

onde as direções de saída e entrada dos estados em relação ao polo p são, respectivamente, $x_{pO} \in \mathbb{C}^n$ e $x_{pI} \in \mathbb{C}^n$, e correspondem aos autovetores dos respectivos problemas de autovalores.

Se G é um sistema quadrado, então seus polos e zeros podem ainda ser calculados como os polos e zeros do determinante desse sistema $\det(G)$. No entanto, esta forma de cálculo pode falhar em alguns casos, por exemplo, quando ocorre um cancelamento inadequado destes zeros e polos durante o processo de geração de $\det(G)$ (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Os zeros e polos de sistemas multivariáveis podem estar associados a subsistemas, ou canais, específicos que compõem o sistema total e nestes casos as direções associadas à respectiva singularidade apresentará um ou mais de um elemento igual a zero. Quando um zero apresenta tal característica esse é então chamado de zero *pinned*. Na maioria dos casos, os zeros *pinned* têm uma origem escalar e são bastante comuns na prática.

B.4 Controle de Retroalimentação (*Feedback*)

Neste trabalho será admitido que o sistema de controle em atuação está operando com retroalimentação, i.e., em configuração *feedback*, como representado na Figura B.2 onde G é planta, C é o controlador, y_{set} é o valor de referência para saída y , u é a ação do controlador e d o distúrbio não medido modelado através de N e da fonte e .

É possível definir a função de transferência da malha aberta, L , entre o erro de controle, $e_y = y_{\text{set}} - y$, e a saída da planta, y , para o sistema representado na Figura B.2 como:

$$L = GC \quad (\text{B.59})$$

As funções de sensibilidade, S , e de sensibilidade complementar T , são definidas como:

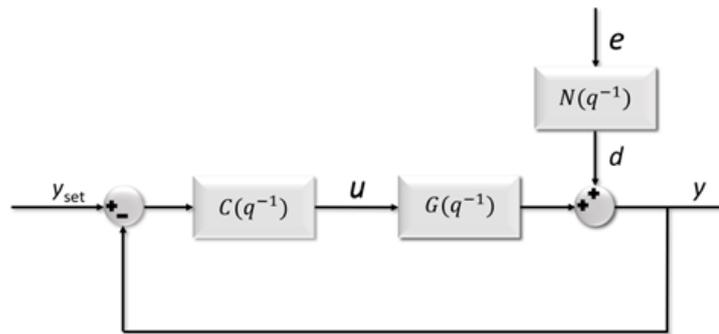
$$S = (I + L)^{-1} \quad (\text{B.60})$$

e

$$T = I - S = L(I + L)^{-1} \quad (\text{B.61})$$

cuja relação de complementariedade estabelece

$$S + T = (I + L)^{-1} + L(I + L)^{-1} = I. \quad (\text{B.62})$$

FIGURA B.2. Estrutura de controle *feedback*.

Na Figura B.2, T corresponde a função de transferência entre y_{set} e y , enquanto, S corresponde a função de transferência de d para y .

B.5 Resposta de Fase Não-Mínima

Em sistemas discretos um zero de transmissão z é dito ser de fase não-mínima se $|z| \geq 1$. Uma análise da resposta dinâmica de um sistema com esse tipo de zero pode ser caracterizada como resposta de fase não-mínima (FNM). Para sistemas SISO, a presença de zeros de fase não-mínima (zeros-FNM) acarreta numa resposta dinâmica inversa a um sinal de entrada do tipo degrau unitário, ou seja, na fase transitória inicial a variável controlada vai na direção oposta em relação ao seu valor final de estado estável. Em sistemas MIMO uma resposta inversa também pode ser observada, no entanto, como já discutido a resposta/saída de um sistema MIMO é dependente da direção do sinal de entrada, e assim, para tal observação a direção do sinal de entrada necessária deverá ser aproximadamente equivalente à direção de entrada do respectivo zero-FNM.

Os zeros-FNM além de serem responsáveis por uma possível inversão da resposta no estado transiente, também impõem limitações fundamentais à largura de banda dos controladores *feedback*, o que significa limites mais baixos sobre os tempos de resposta e assentamento, e também limitações sobre a capacidade de rejeição a

distúrbios, sendo essas limitações mais severas ao passo que a localização desses zeros se aproxima do círculo unitário, $|z| \approx 1$. Uma vez que essas limitações são decorrentes da presença de zeros-FNM são então intrínsecas da dinâmica do sistema, ou seja, independem das configurações ou sofisticação do controlador. É muito importante detectar essas limitações no início da etapa de projeto de controle, pois elas podem afetar o desempenho do controle até o ponto de impossibilitar o cumprimento das especificações dinâmicas de desempenho.

A limitação sobre a capacidade de rejeição a distúrbios pode ser explicada com base no fato de que sistemas que possuem zeros-FNM apresentam um valor máximo, ou pico, para o máximo valor singular da função de sensibilidade do sistema *feedback* superior ou igual a 1, i.e., $\max_{\omega} \bar{\sigma}(S(e^{j\omega T_s})) \geq 1$, o que significa uma amplificação do sinal de entrada na faixa de frequência de pico. Uma vez que a função de sensibilidade representa o relacionamento entre o distúrbio não medido e a saída do sistema, pode-se interpretar esta condição como uma limitação na capacidade de rejeição a distúrbios em sistema com zeros-FNM, uma vez que não será possível atenuar os efeitos dos distúrbios não medidos em toda a faixa de frequência.

Além disso, quaisquer alterações no controlador *feedback* que acarretem num aumento da largura de banda do sistema de controle implicarão num aumento deste valor de pico. Enquanto, uma redução na largura de banda do sistema de controle *feedback* implicará numa redução deste valor de pico da função de sensibilidade. Esse efeito da largura de banda do sistema *feedback* sobre o valor de pico da função de sensibilidade pode ser comparado ao efeito *waterbed* em sistemas SISO (ver seção 5.3.2 de Skogestad e Postlethwaite (2005)) e não é observado em sistemas que não possuem tais zeros, maiores detalhes sobre estas condições podem ser encontradas em Chen e Nett (1995) e Skogestad e Postlethwaite (2005). Com base nisso, pode-se concluir que uma vez que a capacidade de rejeição a distúrbios está diretamente relacionada com baixos valores de pico da função de sensibilidade então uma melhoria na capacidade de rejeição a distúrbios em uma estrutura *feedback* para sistemas MIMO que possuem zeros-FNM poderá ser observada no sentido de redução da largura de banda.

Entretanto, em virtude da interação entre os canais de plantas MIMO, muitas vezes é possível mover através de um ajuste de controle a maior parte do efeito deteriorante de desempenho, como a resposta inversa de um zero-FNM, para uma saída específica. Todavia, essa possibilidade só é válida para zeros-FNM não *pinned*, caso contrário tal redistribuição não será possível (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

B.6 Interação em Sistemas MIMO

O nível de interação entre as variáveis do sistema, cujo relacionamento é representado através dos modelos, pode ser avaliado através do *relative gain array* (RGA), que por sua vez é definido como $\Lambda(G) = G \cdot (G')^{-1}$, onde (\cdot) representa o produto

Schur (multiplicação elemento por elemento) e $(G')^{-1}$ é a transposta inversa. O RGA é então uma matriz de dimensão $n_O \times n_I$ e a soma de cada linha e coluna é igual 1, assim para um sistema com dimensão 2×2 cuja representação através de matriz de transferência é G , o RGA é

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \\ \lambda_{2,1} & \lambda_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{1,1} & 1 - \lambda_{1,1} \\ 1 - \lambda_{1,1} & \lambda_{1,1} \end{bmatrix}; \lambda_{1,1} = \frac{1}{1 - \frac{G_{1,2}G_{2,1}}{G_{1,1}G_{2,2}}} \quad (\text{B.63})$$

onde $G_{i,j}$ representa o elemento da saída i para a entrada j de G , observe que o escalar $\lambda_{1,1}$ determina o RGA de G uma vez que este é 2×2 .

O RGA foi introduzido por Bristol (1966) como uma medida da interação em sistemas MIMO e é usado como uma ferramenta bastante útil durante a etapa de projeto de controle pois auxilia na escolha do emparelhamento entre as variáveis controladas e manipuladas para controle descentralizado. Esta escolha pode ser feita através da análise do valor do elemento-RGA, $\lambda_{i,j}$, o qual representa a medida de interação para o emparelhamento entre a variável manipulada j e a variável controlada i . De acordo com McAvoy (1983) é preferível escolher o emparelhamento respectivo a elementos-RGA na faixa de $0,67 < \lambda_{i,j} < 1,5$, enquanto elementos $\lambda_{i,j} < 0$ ou muito grandes indicam dificuldade de controle e desta forma seu respectivo emparelhamento deveria ser evitado.

Apesar do RGA ter sido originalmente calculado como uma medida de interação em estado estacionário ($q = 1$), é possível também calculá-lo com base na resposta no domínio da frequência, i.e., $q = e^{j\omega T_s}$, cuja extensão é conhecida como *Dynamic Relative Gain Array* (DRGA), a qual permite então avaliar o grau de interação ao longo de diferentes frequências. Uma característica interessante da avaliação do DRGA é a possibilidade de inferir se o sistema possui resposta de fase não-mínima (FNM), i.e., possui algum zero-FNM.

De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2005) um sistema representado por uma matriz de transferência G com elementos estáveis, sem zeros ou polos sob o círculo unitário cujos RGA-elementos $\lambda_{i,j}(1)$ e $\lambda_{i,j}(\infty)$, onde $\lim_{q \rightarrow \infty} \lambda_{i,j}(q)$ é um número finito, apresentam sinais distintos então algumas das condições será verdadeira

1. O elemento $G_{i,j}$ tem um zero-FNM;
2. A planta G tem um zero-FNM;
3. O subsistema resultante da remoção da linha i e coluna j tem um zero-FNM;

Com base nessas condições, pode-se constatar a relação entre a existência de zeros-FNM e mudanças na interação entre as variáveis do sistema, com relação a diferentes faixas de frequência.

Referências Bibliográficas

- AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas – Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. 3ª. ed. Minas Gerais: Editora UFMG, 2007. ISBN 9788570415844.
- AHSAN, Q.; GROSVENOR, R. I.; PRICKETT, P. W. Distributed control loop performance monitoring architecture. In: ENGINEERING CENTRE FOR ADVANCED MANUFACTURING SYSTEMS AT CARDIFF (CAMSAC). *Control 2004*. Bath, UK: University of Bath, 2004.
- AKAIKE, H. Fitting autoregressive models for prediction. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, v. 21, n. 1, p. 243–247, 1969. ISSN 1572-9052. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF02532251>>.
- ANDERSON, B. D. An Algebraic Solution to the Spectral Factorization Problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-12, n. 4, p. 410–414, 1967. ISSN 15582523.
- ÅRSTRÖM, K. J. Assessment of achievable performance of simple feedback loops. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 5, n. 1, p. 3–19, jan 1991. ISSN 0890-6327. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/acs.4480050103>>.
- ÅSTRÖM, K. *Introduction to Stochastic Control Theory*. New York, 1970. (Mathematics in science and engineering series).
- ÅSTRÖM, K. J. Computer Control of a Paper Machine-an Application of Linear Stochastic Control Theory. *IBM Journal of Research and Development*, v. 11, n. 4, p. 389–405, 1967. ISSN 0018-8646.
- ÅSTRÖM, K. J.; HAGANDER, P.; STERNBY, J. Zeros of sampled systems. *Automatica*, v. 20, n. 1, p. 31–38, 1984. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109884900621>>.
- ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. 2. ed. Research Triangle Park, North Carolina: ISA - The Instrumentation, Systems and Automation Society, 1995. ISBN 1-55617-516-7.
- BADWE, A. S.; PATWARDHAN, S. C.; GUDI, R. D. Closed-loop identification using direct approach and high order ARX/GOBF-ARX models. *Journal of Process Control*, v. 21, n. 7, p. 1056–1071, 2011. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152411000977>>.

- BAUER, M.; CRAIG, I. K. Economic assessment of advanced process control – A survey and framework. *Journal of Process Control*, v. 18, n. 1, p. 2–18, 2008. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152407000996>>.
- BAUER, M.; HORCH, A.; XIE, L.; JELALI, M.; THORNHILL, N. The current state of control loop performance monitoring – A survey of application in industry. *Journal of Process Control*, v. 38, p. 1–10, 2016. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152415002127>>.
- BAZANELLA, A. S.; GEVERS, M.; MIŠKOVIĆ, L. Closed-loop identification of MIMO systems: A new look at identifiability and experiment design. *European Journal of Control*, Lavoisier, v. 16, n. 3, p. 228–239, jan 2010. ISSN 09473580.
- BIALKOWSKI, W. L. *Dreams versus reality: a view from both sides of the gap: manufacturing excellence with come only through engineering excellence*. 1993.
- BJÖRKLUND, S. *A Survey and Comparison of Time-Delay Estimation Methods in Linear Systems*. Tese (Doutorado), Linköping, 2003.
- BODE, H. Network analysis and feedback amplifier design. 1945. Disponível em: <<https://gpreview.kingborn.net/892000/98d4a43d31dc426f8db9d86c0e64f7d8.pdf>>.
- BOTELHO, V.; TRIERWEILER, J. O.; FARENZENA, M.; DURAIKI, R. Perspectives and challenges in performance assessment of model predictive control. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 94, n. 7, p. 1225–1241, jul 2016. ISSN 0008-4034. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/cjce.22500>>.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. *Time series analysis forecasting and control*. San Francisco, CA: Holden-Day, 1970.
- BOYD, S.; BARRATT, C. *Linear Controller Design: Limits of Performance*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991. v. 7.
- BRISTOL, E. H. On a new measure of interaction for multivariable process control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 11, n. 1, p. 133–134, 1966. ISSN 15582523.
- CALLIER, F. M. On Polynomial Matrix Spectral Factorization by Symmetric Extraction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 30, n. 5, p. 453–464, 1985. ISSN 15582523.
- CHEN, J.; NETT, C. N. Sensitivity integrals for multivariable discrete-time systems. *Automatica*, v. 31, n. 8, p. 1113–1124, 1995. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000510989500032R>>.
- CHENG, Z.; TJHUNG, T. T. A new time delay estimator based on etde. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 51, p. 1859–1869, 2003. ISSN 1941-0476 VO - 51.
- CHOUDHURY, M. A. S.; KARIWALA, V.; SHAH, S. L.; DOUKE, H.; TAKADA, H.; THORNHILL, N. F. A SIMPLE TEST TO CONFIRM CONTROL VALVE STICTION. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 38, n. 1, p. 81–86, jan 2005. ISSN 14746670. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667016376017>>.

- COLIN, K.; BOMBOIS, X.; BAKO, L.; MORELLI, F. Data informativity for the open-loop identification of MIMO systems in the prediction error framework. *Automatica*, v. 117, p. 109000, jul 2020.
- CORRÊA, M.; AGUIRRE, L. Identificação Não-Linear Caixa-Cinza: Uma Revisão e Novos Resultados. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automática*, v. 15, p. 109–126, 2004. ISSN 0103-1759.
- DAHLEH, M. A.; DIAZ-BOBILLO, I. J. *Control of uncertain systems : a linear programming approach*. USA: Prentice Hall, Inc., 1995. 402 p. ISBN 0132806452.
- DAMBROS, J.; TRIERWEILER, J.; FARENZENA, M.; KEMPF, A.; LONGHI, L.; TEIXEIRA, H. Oscillation detection in process industries -Part II: Industrial application. *Journal of Process Control*, v. 78, may 2019.
- DAMBROS, J. W. V.; FARENZENA, M.; TRIERWEILER, J. O. Stiction detection in low sampling rate signals. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 96, n. 8, p. 1735–1745, aug 2018. ISSN 0008-4034. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/cjce.23120>>.
- DAMBROS, J. W. V.; TRIERWEILER, J. O.; FARENZENA, M. Oscillation detection in process industries – Part I: Review of the detection methods. *Journal of Process Control*, v. 78, p. 108–123, 2019. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152419302239>>.
- DAMBROS, J. W. V.; TRIERWEILER, J. O.; FARENZENA, M.; KLOFT, M. Oscillation Detection in Process Industries by a Machine Learning-Based Approach. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, American Chemical Society, v. 58, n. 31, p. 14180–14192, aug 2019. ISSN 0888-5885. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/acs.iecr.9b01456>>.
- Danesh Pour, N.; HUANG, B.; SHAH, S. L. Performance assessment of advanced supervisory–regulatory control systems with subspace LQG benchmark. *Automatica*, v. 46, n. 8, p. 1363–1368, 2010. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109810002220>>.
- DANESHWAR, M. A.; Mohd Noh, N. Detection of stiction in flow control loops based on fuzzy clustering. *Control Engineering Practice*, v. 39, p. 23–34, 2015. ISSN 0967-0661. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066115000295>>.
- DAS, L.; SRINIVASAN, B.; RENGASWAMY, R. A novel framework for integrating data mining with control loop performance assessment. *AIChE Journal*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 62, n. 1, p. 146–165, jan 2016. ISSN 0001-1541. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/aic.15042>>.
- DAVIS, J. H.; DICKINSON, R. G. SPECTRAL FACTORIZATION BY OPTIMAL GAIN ITERATION. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Society for Industrial and Applied Mathematics, v. 43, n. 2, p. 289–301, jul 1983. ISSN 00361399.

- DAVISON, E. J.; SCHERZINGER, B. M. Perfect Control of the Robust Servomechanism Problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 32, n. 8, p. 689–702, 1987. ISSN 15582523.
- DAVISON, E. J.; WANG, S. H. Properties and calculation of transmission zeros of linear multivariable systems. *Automatica*, v. 10, n. 6, p. 643–658, 1974. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109874900855>>.
- DESBOROUGH, L.; HARRIS, T. Performance assessment measures for univariate feedback control. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 70, n. 6, p. 1186–1197, sep 1992. ISSN 0008-4034. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/cjce.5450700620>>.
- DESBOROUGH, L.; HARRIS, T. Performance assessment measures for univariate feed-forward/feedback control. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 71, n. 4, p. 605–616, sep 1993. ISSN 0008-4034. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/cjce.5450710413>>.
- DESOER, C.; SCHULMAN, J. Zeros and poles of matrix transfer functions and their dynamical interpretation. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, v. 21, n. 1, p. 3–8, 1974. ISSN 1558-1276 VO - 21.
- DEVRIES, W. R.; WU, S. M. Evaluation of Process Control Effectiveness and Diagnosis of Variation in Paper Basis Weight via Multivariate Time-Series Analysis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 23, n. 4, p. 702–708, 1978. ISSN 15582523.
- DOMAŃSKI, P. D. *Control Performance Assessment: Theoretical Analyses and Industrial Practice*. Gewerbestrasse, Switzerland: Springer, 2020. v. 245. ISBN 978-3-030-23592-5.
- DUGARD, L.; GOODWIN, G. C.; XIANYA, X. The role of the interactor matrix in multivariable stochastic adaptive control. *Automatica*, v. 20, n. 5, p. 701–709, 1984. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109884900190>>.
- ENDER; B., D. Process control performances. Not as good as you think. *Control Engineering*, v. 40, p. 180–190, 1993. Disponível em: <<http://ci.nii.ac.jp/naid/10020212568/en/>>.
- ETTALEB, L. *Control loop performance assessment and oscillation detection*. Tese (Doutorado) — University of British Columbia, 1999. Disponível em: <<https://open.library.ubc.ca/collections/ubctheses/831/items/1.0065169>>.
- Farenzena Trierweiler, J. O., M. *Quantifying the impact of control loop performance, time delay and white-noise over the final product variability*. Cancun, Mexico: International Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, 2007.
- Farenzena Trierweiler, J.O., M. *Quantifying closed-loop performance based on online performance indices*. Gramado, Brasil: ADCHEM - International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes, 2006.

- FAVOREEL, W.; De Moor, B.; Van Overschee, P. Subspace state space system identification for industrial processes. *Journal of Process Control*, v. 10, n. 2, p. 149–155, 2000. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095915249900030X>>.
- FORSMAN, K.; STATTIN, A. A new criterion for detecting oscillations in control loops. In: *1999 European Control Conference (ECC)*. Karlsruhe, Germany: [s.n.], 1999. p. 2313–2316. ISBN 978-3-9524173-5-5.
- FRANCIS, B. A. The Optimal Linear-Quadratic Time-Invariant Regulator with Cheap Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 24, n. 4, p. 616–621, 1979. ISSN 15582523.
- FREUDENBERG, J.; LOOZE, D. Right half plane poles and zeros and design tradeoffs in feedback systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 30, n. 6, p. 555–565, 1985. ISSN 2334-3303 VO - 30.
- FU, R.; XIE, L.; SONG, Z.; CHENG, Y. PID control performance assessment using iterative convex programming. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 22, n. 9, p. 1793–1799, oct 2012. ISSN 0959-1524.
- GAO, J.; PATWARDHAN, R.; AKAMATSU, K.; HASHIMOTO, Y.; EMOTO, G.; SHAH, S. L.; HUANG, B. Performance evaluation of two industrial MPC controllers. *Control Engineering Practice*, Elsevier Ltd, v. 11, n. 12, p. 1371–1387, dec 2003. ISSN 09670661.
- GAO, X.; YANG, F.; SHANG, C.; HUANG, D. A review of control loop monitoring and diagnosis: Prospects of controller maintenance in big data era. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, v. 24, n. 8, p. 952–962, 2016. ISSN 1004-9541. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1004954116305134>>.
- GARCIA, C. E.; MORARI, M. Internal Model Control. 1. a Unifying Review and Some New Results. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, American Chemical Society, v. 21, n. 2, p. 308–323, apr 1982. ISSN 01964305.
- GEVERS, M.; BAZANELLA, A. S.; BOMBOIS, X.; MIŠKOVIĆ, L.; MISKOVIC, L. Identification and the Information Matrix: How to Get Just Sufficiently Rich? *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 54, n. 12, p. 2828–2840, dec 2009. ISSN 1558-2523 VO - 54.
- GHOSH, S. *Control Systems: Theory And Applications*. Pearson Education, 2004. ISBN 9788131708286. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=Odv1UcTfqp4C>>.
- GORADIA, D.; LAKSHMINARAYANAN, S.; RANGAIAH, G. Attainment of PI Achievable Performance for Linear SISO Processes with Dead Time by Iterative Tuning. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 83, p. 723–736, aug 2008.

- GRIMBLE, M. J. Controller performance benchmarking and tuning using generalised minimum variance control. *Automatica*, v. 38, n. 12, p. 2111–2119, 2002. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109802001413>>.
- GRIMBLE, M. J.; UDUEHI, D. Process control loop benchmarking and revenue optimization. In: *Proceedings of the 2001 American Control Conference. (Cat. No.01CH37148)*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 6, p. 4313–4327 vol.6. ISBN 0743-1619 VO - 6.
- GU, G. *Discrete-Time Linear Systems: Theory and Design with Applications*. US: Springer, 2012. 452 p. ISBN 978-1-4614-2280-8.
- HÄGGLUND, T. Automatic detection of sluggish control loops. *Control Engineering Practice*, v. 7, n. 12, p. 1505–1511, 1999. ISSN 0967-0661. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066199001161>>.
- HARRIS, T. J. Assessment of control loop performance. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 67, n. 5, p. 856–861, oct 1989. ISSN 0008-4034. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/cjce.5450670519>>.
- HARRIS, T. J.; BOUDREAU, F.; MACGREGOR, J. F. Performance assessment of multivariable feedback controllers. *Automatica*, v. 32, n. 11, p. 1505–1518, 1996. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109896001082>>.
- HAVRE, K.; SKOGESTAD, S. *Directions and Factorizations of Zeros and Poles in Multivariable Systems*. Trondheim, 1996. Disponível em: <<https://folk.ntnu.no/skoge/publications/1996/RHP-havre/rhp-havre.pdf>>.
- HAVRE, K.; SKOGESTAD, S. Achievable performance of multivariable systems with unstable zeros and poles. *International Journal of Control*, Taylor & Francis, v. 74, n. 11, p. 1131–1139, jan 2001. ISSN 1366-5820. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/action/journalInformation?journalCode=tcon20https://doi.org/10.1080/00207170110053346>>.
- HENDERSON, H. V.; SEARLE, S. R. On Deriving the Inverse of a Sum of Matrices. *SIAM Review*, Society for Industrial & Applied Mathematics (SIAM), v. 23, n. 1, p. 53–60, jan 1981. ISSN 0036-1445.
- HOLT, B. R.; MORARI, M. Design of resilient processing plants—V: The effect of deadtime on dynamic resilience. *Chemical Engineering Science*, v. 40, n. 7, p. 1229–1237, 1985. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250985850818>>.
- HORCH, A. A simple method for detection of stiction in control valves. *Control Engineering Practice*, Elsevier Ltd, v. 7, n. 10, p. 1221–1231, oct 1999. ISSN 09670661.
- HORCH, A. *Condition monitoring of control loops*. Tese (Doutorado), 2000. Disponível em: <<https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:8801>>.

- HORTON, E. C.; FOLEY, M. W.; KWOK, K. E. Performance assessment of level controllers. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, John Wiley and Sons Ltd, v. 17, n. 7-9, p. 663–684, sep 2003. ISSN 0890-6327. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/acs.771>>.
- HUANG, B. *Multivariate statistical methods for control loop performance assessment*. Tese (PhD. Thesis) — University of Alberta, Edmonton, 1997.
- HUANG, B. A pragmatic approach towards assessment of control loop performance. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, John Wiley and Sons Ltd, v. 17, n. 7-9, p. 589–608, sep 2003. ISSN 0890-6327. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/acs.767>>.
- HUANG, B.; DING, S. X.; QIN, S. Closed-loop subspace identification: an orthogonal projection approach. *Journal of Process Control*, v. 15, n. 1, p. 53–66, 2005. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095915240400054X>>.
- HUANG, B.; DING, S. X.; THORNHILL, N. Practical solutions to multivariate feedback control performance assessment problem: reduced a priori knowledge of interactor matrices. *Journal of Process Control*, v. 15, n. 5, p. 573–583, 2005. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152404001180>> <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152404001180>>.
- HUANG, B.; SHAH, S. *Performance Assessment of Control Loops*. London: Springer, 1999. (Advances in Industrial Control). ISBN 1430-9491.
- HUANG, B.; SHAH, S. L. The role of the unitary interactor matrix in the explicit solution of the singular LQ output feedback control problem. *Automatica*, v. 33, n. 11, p. 2071–2075, 1997. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109897001192>>.
- HUANG, B.; SHAH, S. L.; FUJII, H. The unitary interactor matrix and its estimation using closed-loop data. *Journal of Process Control*, v. 7, n. 3, p. 195–207, 1997. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152496000285>>.
- HUANG, B.; SHAH, S. L.; KWOK, E. K. How Good is Your Controller? Application of Control Loop Performance Assessment Techniques to MIMO Processes. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 29, n. 1, p. 6025–6030, 1996. ISSN 1474-6670. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017586462>>.
- HUANG, B.; SHAH, S. L.; KWOK, E. K. Good, bad or optimal? Performance assessment of multivariable processes. *Automatica*, v. 33, n. 6, p. 1175–1183, 1997. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109897000174>>.

- HUANG, B.; SHAH, S. L.; MILLER, R. Feedforward plus feedback controller performance assessment of MIMO systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 8, n. 3, p. 580–587, 2000. ISSN 1063-6536 VO - 8.
- HUANG, H.-P.; JENG, J.-C. Monitoring and Assessment of Control Performance for Single Loop Systems. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, American Chemical Society, v. 41, n. 5, p. 1297–1309, mar 2002. ISSN 0888-5885. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/ie0101285>>.
- ISAKSSON, A. J.; HORCH, A.; DUMONT, G. A. Event-triggered deadtime estimation from closed-loop data. In: *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001*. [S.l.]: IEEE, 2001. v. 4, p. 3280–3285. ISBN 0780364953. ISSN 07431619.
- JAHANSHAHI, E.; SIVALINGAM, S.; SCHOFIELD, J. B. Industrial test setup for autotuning of PID controllers in large-scale processes: Applied to Tennessee Eastman process. Funding for this research was provided by SIEMENS AS. *IFAC-PapersOnLine*, v. 48, n. 8, p. 469–476, 2015. ISSN 2405-8963. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896315010939>>.
- JÄMSÄ-JOUNELA, S.-L.; POIKONEN, R.; VATANSKI, N.; RANTALA, A. Evaluation of control performance: methods, monitoring tool and applications in a flotation plant. *Minerals Engineering*, v. 16, n. 11, p. 1069–1074, 2003. ISSN 0892-6875. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0892687503003157>>.
- JELALI, M. An overview of control performance assessment technology and industrial applications. *Control Engineering Practice*, v. 14, n. 5, p. 441–466, 2006. ISSN 0967-0661. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066105002479>>.
- JELALI, M. Estimation of valve stiction in control loops using separable least-squares and global search algorithms. *Journal of Process Control*, v. 18, n. 7, p. 632–642, 2008. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152408000036>>.
- JELALI, M. *Control System Performance Monitoring: Assessment, Diagnosis and Improvement of Control Loop Performance in Industrial Automation*. [s.n.], 2010. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=-q-6ygAACAAJ>>.
- JELALI, M. *Control Performance Management in Industrial Automation: Assessment, Diagnosis and Improvement of Control Loop Performance*. 1. ed. Verlag London: Springer, 2013. 480 p. ISSN 1430-9491. ISBN 978-1-4471-4545-5.
- JEŽEK, J.; KUČERA, V. Efficient Algorithm for Spectral Factorization. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 17, n. 2, p. 257–262, jul 1984. ISSN 14746670. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667017609790>>.
- JOFRIET, P.; SEPPALA, C.; HARVEY, M.; SURGENOR, B.; HARRIS, T. *An expert system for control loop performance : It is a system for continuous on-line monitoring of loop*

- performance*. [S.l.]: Southam, Don Mills, ON, 1996. 70–74 p. (Pulp & paper Canada, 6).
- JOHANSSON, K. H.; NUNES, J. L. R. A multivariable laboratory process with an adjustable zero. In: *Proceedings of the 1998 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No.98CH36207)*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 4, p. 2045–2049 vol.4. ISBN 0743-1619 VO - 4.
- JULIEN, R. H.; FOLEY, M. W.; CLUETT, W. R. Performance assessment using a model predictive control benchmark. *Journal of Process Control*, v. 14, n. 4, p. 441–456, 2004. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152403000970>>.
- KADALI, R.; HUANG, B. Estimation of the Dynamic Matrix and Noise Model for Model Predictive Control Using Closed-Loop Data. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, American Chemical Society, v. 41, n. 4, p. 842–852, feb 2002. ISSN 0888-5885. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/ie000909q>>.
- KAILATH, T. *Linear Systems*. Prentice-Hall, 1980. (Information and System Sciences Series). ISBN 9780135369616. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=ggYqAQAAAJ>>.
- KANO, M.; MARUTA, H.; KUGEMOTO, H.; SHIMIZU, K. Practical Model and Detection Algorithm for Valve Stiction. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier BV, v. 37, n. 9, p. 859–864, jul 2004. ISSN 14746670.
- KO, B. S.; EDGAR, T. F. Assessment of achievable pi control performance for linear processes with dead time. In: *Proceedings of the American Control Conference*. Philadelphia, PA: [s.n.], 1998. v. 3, p. 1548–1552. ISBN 0780345304. ISSN 07431619.
- KO, B. S.; EDGAR, T. F. Performance assessment of constrained model predictive control systems. *AIChE Journal*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 47, n. 6, p. 1363–1371, jun 2001. ISSN 00011541. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/aic.690470613>>.
- KO, B.-S.; EDGAR, T. F. PID control performance assessment: The single-loop case. *AIChE Journal*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 50, n. 6, p. 1211–1218, jun 2004. ISSN 0001-1541. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/aic.10104>>.
- KOZUB, D. J.; MACGREGOR, J. F.; HARRIS, T. J. Optimal IMC inverses: Design and robustness considerations. *Chemical Engineering Science*, Pergamon, v. 44, n. 10, p. 2121–2136, jan 1989. ISSN 00092509.
- KUCERA, V. Discrete linear control: The polynomial equation approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), SMC-15, n. 4, p. 595–596, sep 2012. ISSN 0018-9472.
- KWAKERNAAK, H.; SIVAN, R. *Linear Optimal Control Systems*. USA: John Wiley & Sons, Inc., 1972. ISBN 0471511102.
- LAAKSO, T. I.; VALIMAKI, V.; KARJALAINEN, M.; LAINE, U. K. Splitting the unit delay [FIR/all pass filters design]. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 13, n. 1, p. 30–60, 1996. ISSN 1558-0792 VO - 13.

- LEBLANC, S. E.; COUGHANOWR, D. R. *Process Systems Analysis and Control*. New York, NY: McGraw-Hill Higher Education, 2009. 602 p. ISBN 978-0073397894.
- LI, C.; HUANG, B.; QIAN, F. Hellinger distance based probability distribution approach to performance monitoring of nonlinear control systems. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, v. 23, n. 12, p. 1945–1950, 2015. ISSN 1004-9541. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1004954115003602>>.
- LI, Q.; WHITELEY, J.; RHINEHART, R. A relative performance monitor for process controllers. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, John Wiley and Sons Ltd, v. 17, n. 7-9, p. 685–708, sep 2003. ISSN 0890-6327. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/acs.772>>.
- LIESLEHTO, J. MIMO Controller Design Using SISO Controller Design Methods. In: *13th World Congress of IFAC*. San Francisco, USA: Elsevier BV, 1996. v. 29, n. 1, p. 1152–1156. ISSN 14746670. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017578209>>.
- LIMA, M.; TRIERWEILER, J. O.; FARENZENA, M. DBFact: A better approach to calculate the minimum variance control law for nonminimum phase MIMO systems. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 101, n. 3, p. 1469–1484, mar 2023. ISSN 1939-019X. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/cjce.24531><https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/cjce.24531><https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/cjce.24531>>.
- LIMA, M. M. A.; TRIERWEILER, J. O. J.; FARENZENA, M. A new approach to estimate the Minimum Variance Control law for Nonminimum phase Multivariable Systems. In: *IFAC-PapersOnLine*. [S.l.]: Elsevier B.V., 2019. v. 52, n. 1, p. 886–891. ISSN 24058963.
- LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall PTR, 1999. (Prentice Hall information and system sciences series). ISBN 9780136566953. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=nHFoQgAACAAJ>>.
- LYNCH, C. B.; DUMONT, G. A. Control loop performance monitoring. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 4, n. 2, p. 185–192, 1996. ISSN 1063-6536.
- MACFARLANE, A. G. J.; KARCANIAS, N. Poles and zeros of linear multivariable systems : a survey of the algebraic, geometric and complex-variable theory. *International Journal of Control*, Taylor & Francis, v. 24, n. 1, p. 33–74, jul 1976. ISSN 0020-7179. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00207177608932805>>.
- MAJECKI, P.; GRIMBLE, M. J. GMV and restricted-structure GMV controller performance assessment multivariable case. In: *Proceedings of the 2004 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 1, p. 697–702 vol.1. ISBN 0743-1619 VO - 1.
- MÅRTENSSON, J.; HJALMARSSON, H. Variance-error quantification for identified poles and zeros. *Automatica*, v. 45, n. 11, p. 2512–2525, 2009. ISSN

- 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109809003641>>.
- MASANI, P. *Recent trends in multivariate prediction theory*. [S.l.], 1966. Disponível em: <<http://www.dtic.mil/docs/citations/AD0630756>>.
- MCAVOY, T. J. *Interaction Analysis: Principles and Applications*. Instrument Society of America, 1983. (Instrument Society of America). ISBN 9780876646311. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=zddTAAAAMAAJ>>.
- MCMILLAN, B. Introduction to Formal Realizability Theory—I. *Bell System Technical Journal*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 31, n. 2, p. 217–279, mar 1952. ISSN 0005-8580. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1952.tb01383.x>>.
- MCNABB, C. A.; QIN, S. Projection based MIMO control performance monitoring: II—measured disturbances and setpoint changes. *Journal of Process Control*, v. 15, n. 1, p. 89–102, 2005. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152404000551>>.
- MCNABB, C. A.; QIN, S. J. Projection based MIMO control performance monitoring: I—covariance monitoring in state space. *Journal of Process Control*, v. 13, n. 8, p. 739–757, 2003. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152403000052>>.
- MIAO, T.; SEBORG, D. E. Automatic detection of excessively oscillatory feedback control loops. In: *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications (Cat. No.99CH36328)*. [S.l.]: IEEE, 1999. v. 1, p. 359–364 vol. 1. ISBN VO - 1.
- MORARI, M. Internal Model Control - Theory and Applications. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 16, n. 21, p. 1–18, 1983. ISSN 14746670. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667017641831>>.
- MORARI, M.; ZAFIRIOU, E. *Robust Process Control*. Prentice Hall, 1989. ISBN 9780137821532. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=N2vLHkGizl4C>>.
- MUTOH, Y.; ORTEGA, R. Interactor structure estimation for adaptive control of discrete-time multivariable nondecouplable systems. *Automatica*, v. 29, n. 3, p. 635–647, 1993. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109893900607>>.
- NI, B.; XIAO, D.; SHAH, S. L. Time Delay Estimation for MIMO Dynamical Systems – With Time-Frequency Domain Analysis. *Journal of Process Control*, v. 20, n. 1, p. 83–94, 2010. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152409001851>>.
- OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. *Discrete-time Signal Processing*. Pearson, 2014. (Always learning). ISBN 9781292025728. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=LeQpnwEACAAJ>>.

- ORDYS, A.; UDUEHI, D.; JOHNSON, M. A. *Process Control Performance Assessment: From Theory to Implementation*. 1. ed. London: Springer, 2007. ISSN 1430-9491. ISBN 978-1-84628-623-0.
- PALMOR, Z. J.; SHNEIDERMAN, D. Effect of multivariable dead times on the properties of the quadruple-tank process. In: *2008 Proceedings of the 9th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*. Haifa, Israel: American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2009. v. 2, p. 375–382. ISBN 9780791848364.
- PATWARDHAN, R. Performance Analysis of Model-based Predictive Controllers : An Industrial Case Study. *Annual Meeting of AIChE, Miami Beach, 1998, 1998*. Disponível em: <<https://cir.nii.ac.jp/crid/1573105974981948928>>.
- PEDREGOSA, F.; VAROQUAUX, G.; GRAMFORT, A.; MICHEL, V.; THIRION, B.; GRISSEL, O.; BLONDEL, M.; PRETTENHOFER, P.; WEISS, R.; DUBOURG, V.; VANDERPLAS, J.; PASSOS, A.; COURNAPEAU, D.; BRUCHER, M.; PERROT, M.; DUCHESNAY, E. Scikit-learn: Machine Learning in {P}ython. *Journal of Machine Learning Research*, v. 12, p. 2825–2830, 2011.
- PENG, Y.; KINNAERT, M. Explicit solution to the singular LQ regulation problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 37, n. 5, p. 633–636, 1992. ISSN 0018-9286 VO - 37.
- PHAN, M.; JUANG, J.-N.; LONGMAN, R. W. *On Markov Parameters in System Identification*. [S.l.], 1991. Disponível em: <<https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19920004241>>.
- PSARRIS, P.; FLOUDAS, C. A. Dynamic operability of mimo systems with time delays and transmission zeroes—I. Assessment. *Chemical Engineering Science*, v. 46, n. 10, p. 2691–2707, 1991. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250991800624>>.
- QIU, L.; DAVISON, E. J. Performance limitations of non-minimum phase systems in the servomechanism problem. *Automatica*, v. 29, n. 2, p. 337–349, 1993. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000510989390127F>>.
- ROGOZINSKI, M.; PAPLINSKI, A.; GIBBARD, M. An algorithm for the calculation of a nilpotent interactor matrix for linear multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 32, n. 3, p. 234–237, 1987. ISSN 0018-9286 VO - 32.
- ROSENBROCK, H. H. *State-space and Multivariable Theory*. Wiley Interscience Division, 1970. (Studies in dynamical systems). ISBN 9780471736455. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=lqUoAQAAMAAJ>>.
- SALSBUURY, T. I. A practical method for assessing the performance of control loops subject to random load changes. *Journal of Process Control*, v. 15, n. 4, p. 393–405, 2005. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152404001027>>.

- SCHRADER, C. B.; SAIN, M. K. Research on system zeros: a survey. *International Journal of Control*, Taylor & Francis, v. 50, n. 4, p. 1407–1433, oct 1989. ISSN 0020-7179. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00207178908953438>>.
- SEPPALA, C. T.; HARRIS, T. J.; BACON, D. W. Time series methods for dynamic analysis of multiple controlled variables. *Journal of Process Control*, v. 12, n. 2, p. 257–276, 2002. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152401000385>>.
- SERON, M. M.; BRASLAVSKY, J. H.; GOODWIN, G. C. *Fundamental Limitations in Filtering and Control*. London: Springer London, 1997. (Communications and Control Engineering). ISBN 978-1-4471-1244-0. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-1-4471-0965-5>>.
- SHAH, S. L.; MOHTADI, C.; CLARKE, D. W. Multivariable adaptive control without a prior knowledge of the delay matrix. *Systems & Control Letters*, v. 9, n. 4, p. 295–306, 1987. ISSN 0167-6911. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691187900545>>.
- SHAHNI, F.; MALWATKAR, G. M. Assessment minimum output variance with PID controllers. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 21, n. 4, p. 678–681, apr 2011. ISSN 0959-1524.
- SHINSKEY, F. G. How Good are Our Controllers in Absolute Performance and Robustness? *Measurement and Control*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 23, n. 4, p. 114–121, may 1990. ISSN 0020-2940. Disponível em: <<http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/002029409002300402>>.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. 2nd. ed. [S.l.]: Wiley, 2005. v. 1. 590 p. ISBN 978-0-470-01167-6.
- SÖDERSTRÖM, T.; GUSTAVSSON, I.; LJUNG, L. Identifiability conditions for linear systems operating in closed loop. *International Journal of Control*, v. 21, n. 2, p. 243–255, feb 1975. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00207177508921984>>.
- SODERSTROM, T. S.; STOICA, P. G. *System Identification*. Prentice Hall, 1989. ISBN 9780138812362. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=X{_}xQAAAAM>.
- SPINNER, T.; SRINIVASAN, B.; RENGASWAMY, R. Data-based automated diagnosis and iterative retuning of proportional-integral (PI) controllers. *Control Engineering Practice*, v. 29, p. 23–41, 2014. ISSN 0967-0661. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066114001099>>.
- STANFELJ, N.; MARLIN, T. E.; MACGREGOR, J. F. Monitoring and Diagnosing Process Control Performance: The Single-Loop Case. In: *1991 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 1991. p. 2886–2892. ISBN VO -.
- SU, W.; QIU, L.; CHEN, J. Fundamental limit of discrete-time systems in tracking multi-tone sinusoidal signals. *Automatica*, Pergamon, v. 43, n. 1, p. 15–30, jan 2007. ISSN 00051098.

- THORNHILL, N.; SHAH, S.; HUANG, B. Detection of Distributed Oscillations and Root-Cause Diagnosis. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier BV, v. 34, n. 27, p. 149–154, jun 2001. ISSN 14746670.
- THORNHILL, N. F.; HÄGGLUND, T. Detection and diagnosis of oscillation in control loops. *Control Engineering Practice*, Pergamon, v. 5, n. 10, p. 1343–1354, oct 1997. ISSN 09670661.
- THORNHILL, N. F.; HUANG, B.; SHAH, S. L. Controller performance assessment in set point tracking and regulatory control. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, John Wiley and Sons Ltd, v. 17, n. 7-9, p. 709–727, sep 2003. ISSN 08906327.
- THORNHILL, N. F.; OETTINGER, M.; FEDENCZUK, P. Refinery-wide control loop performance assessment. *Journal of Process Control*, v. 9, p. 109–124, 1999.
- TOKER, O.; CHEN, J.; QIU, L. Tracking performance limitations in LTI multivariable discrete-time systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, v. 49, n. 5, p. 657–670, 2002. ISSN 1558-1268 VO - 49.
- TRIERWEILER, J. O. *A Systematic Approach to Control Structure Design*. Shaker, 1997. 178 p. (Schriftenreihe des Lehrstuhls für Anlagensteuerungstechnik der Universität Dortmund). ISBN 9783826530319. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=4ct8AgAACAAJ>>.
- TRIERWEILER, J. O.; ENGELL, S. A case study for control structure selection: air separation plant. *Journal of Process Control*, v. 10, n. 2, p. 237–243, 2000. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152499000359>>.
- TSILIGIANNIS, C. A.; SVORONOS, S. A. Dynamic interactors in multivariable process control—I. The general time delay case. *Chemical Engineering Science*, v. 43, n. 2, p. 339–347, 1988. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250988850462>>.
- TSILIGIANNIS, C. A.; SVORONOS, S. A. Dynamic interactors in multivariable process control—II. Time delays and zeroes outside the unit circle. *Chemical Engineering Science*, v. 44, n. 9, p. 2041–2047, 1989. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250989851401>>.
- TYLAVSKY, D. J.; SOHIE, G. R. L. Generalization of the matrix inversion lemma. *Proceedings of the IEEE*, v. 74, n. 7, p. 1050–1052, 1986. ISSN 1558-2256 VO - 74.
- TYLER, M. L.; MORARI, M. Performance Assessment for Unstable and Nonminimum-Phase Systems. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 28, n. 12, p. 187–192, 1995. ISSN 1474-6670. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017454206>>.

- TYLER, M. L.; MORARI, M. Performance monitoring of control systems using likelihood methods. *Automatica*, v. 32, n. 8, p. 1145–1162, 1996. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109896000581>>.
- VIDYASAGAR, M. Control System Synthesis: A Factorization Approach, Part II. *Synthesis Lectures on Control and Mechatronics*, Morgan & Claypool Publishers, v. 2, n. 1, p. 1–227, jun 2011. ISSN 1939-0564. Disponível em: <<https://doi.org/10.2200/S00358ED1V01Y201105CRM003>>.
- VISIOLI, A. Method for Proportional-Integral Controller Tuning Assessment. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, American Chemical Society, v. 45, n. 8, p. 2741–2747, apr 2006. ISSN 0888-5885. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/ie0508482>>.
- WAHLBERG, B. System identification using Laguerre models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 36, n. 5, p. 551–562, 1991. ISSN 1558-2523 VO - 36.
- WILSON, G. T. The Factorization of Matricial Spectral Densities. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Society for Industrial & Applied Mathematics (SIAM), v. 23, n. 4, p. 420–426, dec 1972. ISSN 0036-1399.
- WOLOVICH, W.; FALB, P. Invariants and Canonical Forms under Dynamic Compensation. *SIAM Journal on Control and Optimization*, Society for Industrial and Applied Mathematics, v. 14, n. 6, p. 996–1008, nov 1976. ISSN 0363-0129. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/0314063>>.
- XIA, H.; MAJECKI, P.; ORDYS, A.; GRIMBLE, M. Performance assessment of MIMO systems based on I/O delay information. *Journal of Process Control*, v. 16, n. 4, p. 373–383, 2006. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152405000934>>.
- YU, J.; QIN, S. J. Statistical MIMO controller performance monitoring. Part I: Data-driven covariance benchmark. *Journal of Process Control*, v. 18, n. 3, p. 277–296, 2008. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152407001059>>.
- YU, Z.; WANG, J. Assessment of Proportional-Integral Control Loop Performance for Input Load Disturbance Rejection. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, American Chemical Society, v. 51, n. 36, p. 11744–11752, sep 2012. ISSN 0888-5885. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/ie300313g>>.
- YU, Z.; WANG, J. Performance assessment of static lead-lag feedforward controllers for disturbance rejection in PID control loops. *ISA Transactions*, v. 64, p. 67–76, 2016. ISSN 0019-0578. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057816300623>>.
- YU, Z.; WANG, J.; HUANG, B.; BI, Z. Performance assessment of PID control loops subject to setpoint changes. *Journal of Process Control*, v. 21, n. 8, p. 1164–1171,

2011. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152411001223>>.

ZAFIRIOU, E.; MORARI, M. Digital controller design for multivariable systems with structural closed-loop performance specifications. *International Journal of Control*, Taylor & Francis Group, v. 46, n. 6, p. 2087–2111, 1987. ISSN 13665820.

ZHANG, K.; ZHU, Y.; HUANG, B. MV benchmark estimation based on high-frequency test signal. *Journal of Process Control*, v. 47, p. 35–45, 2016. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152416301068>>.

ZHANG, Y.; HENSON, M. A. A performance measure for constrained model predictive controllers. In: *1999 European Control Conference (ECC)*. [S.l.: s.n.], 1999. p. 918–923. ISBN VO -.

ZHANG, Z.; FREUDENBERG, J. S. Discrete-time loop transfer recovery for systems with nonminimum phase zeros and time delays. *Automatica*, v. 29, n. 2, p. 351–363, 1993. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000510989390128G>>.

ZHAO, Y. M.; XIE, W. F.; TU, X. W. Performance-based parameter tuning method of model-driven PID control systems. *ISA Transactions*, v. 51, n. 3, p. 393–399, 2012. ISSN 0019-0578. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057812000286>>.

ZHOU, K.; DOYLE, J. C. *Essentials of Robust Control*. [S.l.]: Prentice Hall, 1998. 411 p. ISBN 0-13-525833-2.

ZHOU, K.; DOYLE, J. C.; GLOVER, K. *Robust and Optimal Control*. Upper Saddle River, New Jersey, USA: Prentice-Hall, Inc., 1996. 596 p. ISBN 0-13-456567-3.

ZHU, Y. Multivariable process identification for mpc: the asymptotic method and its applications. *Journal of Process Control*, v. 8, n. 2, p. 101–115, 1998. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152497000358>>.

ZHU, Y. *Multivariable System Identification For Process Control*. [S.l.]: Elsevier, 2001. 372 p. ISBN 978-0-08-043985-3.

ZHU, Y.-C. Black-box identification of mimo transfer functions: Asymptotic properties of prediction error models. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, John Wiley & Sons, Ltd, v. 3, n. 4, p. 357–373, dec 1989. ISSN 08906327. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/acs.4480030406>>.