

FÁBIO HENRIQUE DE SOUZA

OTIMIZAÇÃO DE FORMA E PESO DE TRELIÇAS PLANAS E ESPACIAIS
COM RESTRIÇÕES DE TENSÕES E FREQUÊNCIAS NATURAIS BASEADA
NO ALGORITMO HEURÍSTICO DE PARTICLE SWARM

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Porto Alegre
2010



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

OTIMIZAÇÃO DE FORMA E PESO DE TRELIÇAS PLANAS E ESPACIAIS
COM RESTRIÇÕES DE TENSÕES E FREQUÊNCIAS NATURAIS BASEADA
NO ALGORITMO HEURÍSTICO DE PARTICLE SWARM

FÁBIO HENRIQUE DE SOUZA

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS RE-
QUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
ENGENHEIRO(A) MECÂNICO(A)
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Walter Jesus Paucar Casas
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Ignacio Iturrioz
UFRGS / DEMEC

Prof. Dr. Rogério José Marczak
UFRGS / DEMEC

Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas
UFRGS / DEMEC

Porto Alegre
2010

Dedico esse trabalho a meus pais, Jorge e Elenice, e à minha irmã, Ana Raquel. Agradeço pelo apoio, incentivo e compreensão durante esses anos de estudo. Sou grato por todos os ensinamentos, exemplos e oportunidades que tive em minha vida graças à presença e ajuda incondicional de vocês.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço à minha família, em especial aos meus pais, Elenice e Jorge, e à minha irmã, Ana Raquel, por estarem presentes em momentos alegres e tristes da minha vida, sempre me apoiando e fazendo sacrifícios para possibilitar a minha educação formal.

Ao meu orientador, Herbert Martins Gomes, não só pela grande ajuda desde o período de iniciação científica até meu trabalho de conclusão, mas também pelos ensinamentos, paciência, incentivos, dedicação e oportunidades nesse período de estudo.

Aos professores da Universidade Federal do Rio Grande do Sul que sabem a importância de formar profissionais bem qualificados e que tratam o compromisso de ensinar e o desenvolvimento científico e tecnológico como prioridade em suas vidas.

Aos meus amigos e à minha família, não só pelos momentos felizes que passamos juntos, como também pela compreensão da minha ausência em períodos de estudo. Agradeço também por sempre acreditarem em mim fazendo com que eu tivesse mais força para alcançar meus objetivos.

Aos meus colegas de aula, pelos anos de estudo e dedicação para nos tornarmos profissionais bem capacitados. Agradeço, também, pelos momentos de lazer e companheirismo que passamos juntos.

Aos meus colegas de trabalho, pela experiência e conhecimento passados e também por momentos de descontração e alegria. Agradeço às empresas que trabalhei por acreditarem no meu potencial e, através de desafios, possibilitarem que eu crescesse não só profissionalmente, mas também como pessoa.

O homem erudito é um descobridor de fatos que já existem
- mas o homem sábio é um criador de valores que não existem e que ele faz existir.

Albert Einstein

SOUZA, F. H. **Otimização de forma e peso de treliças planas e espaciais com restrições de tensões e frequências naturais baseada no algoritmo heurístico de Particle Swarm.** 2010. 20f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo a otimização de estruturas treliçadas através de um algoritmo heurístico conhecido como *Particle Swarm Optimization*. O algoritmo é baseado em comportamentos encontrados na natureza, em populações de organismos quando em grupo, os quais tentam encontrar soluções para sobrevivência. Estes comportamentos são codificados para resolver problemas de engenharia. Há grandes vantagens indicadas na literatura para o emprego deste algoritmo nos problemas aqui propostos, pois se tratam de problemas com alta complexidade e alguns com funções a serem otimizadas fortemente não-lineares. O problema surge quando se deseja obter uma estrutura de menor massa. Portanto, para se solucionar esse problema, é necessária a minimização da função de custo, que corresponde à redução da massa total da estrutura. Todavia, esse processo de otimização se esbarra nas próprias restrições do problema, que correspondem a tensões excessivas, referentes à falha por escoamento, flambagem ou comportamentos dinâmicos não desejados, relacionados com as frequências naturais. Para tanto, variáveis de projeto, como posições dos nós da estrutura treliçada e áreas de seções transversais das barras, são otimizadas em iterações de cálculo estrutural. Ao final, obtém-se um ponto otimizado para a estrutura satisfazendo-se as restrições do problema. A metodologia empregada é a de codificação dos algoritmos e execução de diversos testes comparativos de desempenho com exemplos encontrados na literatura e resolvidos por outros métodos para a comprovação da eficácia do emprego desse tipo de algoritmo. Os resultados esperados são estruturas com massas minimizadas em relação às estruturas originais, satisfazendo-se restrições de comportamento previamente exigidas.

PALAVRAS-CHAVES: otimização estrutural, treliças, algoritmo *Particle Swarm*, tensões, frequências naturais.

SOUZA, F. H. Plane and spatial truss optimization on shape and weight for strength and natural frequencies constraints based on Particle Swarm algorithm. 2010. 20f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

ABSTRACT

The present work has as objective the optimization of truss structures using a heuristic algorithm known as Particle Swarm Optimization. The algorithm is based on behaviors found in populations of organisms in nature when are in group that try to find solutions to survive. These behaviors are encoded to solve engineering problems. There are great advantages indicated in literature to use this algorithm in the problems considered here, because they are related to problems with high complexity and with some strongly nonlinear functions to be optimized. The problem arises when a structure of less weight is wished. Therefore, to solve this problem it is necessary an objective function minimization, which means that the total mass of the structure should be reduced. Nevertheless, this optimization process faces the problem constraints that can be excessive stress, related to violation of the value of yield stress, buckling load or dynamic behaviors not allowed, related to natural frequencies. To this end, design variables such as positions of nodes of the truss structure and cross sections areas of the bars are optimized in structural analysis iterations. Finally, an optimized point is obtained for the structure while the problem constraints are satisfied. The methodology used is the encoding of the algorithms and execution of several comparative performance tests with examples found in literature and solved by other methods to prove the efficiency using this type of algorithm. The expected results are structures with minimized weight in relation to the original structures that satisfy previously required constraints.

KEYWORDS: structural optimization, truss, Particle Swarm algorithm, stress, natural frequencies.

SUMÁRIO

RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
SUMÁRIO.....	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	x
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	1
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	3
3.1. Particle Swarm Optimization (PSO)	3
3.2. Funcionamento do Algoritmo com a Análise Estrutural	5
4. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS	7
4.1. Metodologia.....	7
4.2. Treliça 2D de 18 barras – 12 variáveis de projeto a serem otimizadas	8
4.3. Treliça 3D de 120 barras – 7 variáveis de projeto a serem otimizadas	10
4.4. Treliça 3D de 72 barras – 16 variáveis de projeto a serem otimizadas	12
4.5. Treliça 2D de 37 barras – 19 variáveis de projeto a serem otimizadas	13
5. CONCLUSÕES	15
6. REFERÊNCIAS.....	16
APÊNDICES	17

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: Pseudocódigo do algoritmo PSO.	5
Figura 3.2: Fluxograma do algoritmo PSO com análise estrutural de treliças.	6
Figura 4.1: Estrutura a ser otimizada do problema 4.2 (Fonte: LEE; GEEM, 2005).	8
Figura 4.2: Estrutura a ser otimizada do problema 4.3 (Fonte: KAVEH; TALATAHARI, 2009).	10
Figura 4.3: Estrutura a ser otimizada do problema 4.4.	12
Figura 4.4: Estrutura a ser otimizada do problema 4.5.	13
Figura 4.5: Massa total da estrutura em função das iterações, problema 4.5.	14
Figura B.1: Comparação do problema 4.2: configurações otimizada e inicial.	17
Figura C.1: Configuração da estrutura do problema 4.3.	18
Figura C.2: Configuração da estrutura do problema 4.4.	18
Figura D.1: Programação do algoritmo PSO do problema 4.2.	19
Figura E.1: Configuração inicial do problema 4.5.	20
Figura E.2: Configuração otimizada por Wang (2004), problema 4.5.	20
Figura E.3: Configuração otimizada por Lingyum (2005), problema 4.5.	20
Figura E.4: Configuração otimizada pelo estudo presente, problema 4.5.	20

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Resultados do problema 4.2 comparados com os resultados de outros autores.	9
Tabela 4.2: Resultados do problema 4.3 comparados com os resultados de outros autores. ...	11
Tabela 4.3: Resultados do problema 4.4 comparados com os resultados de outros autores. ...	13
Tabela 4.4: Resultados do problema 4.5 comparados com os resultados de outros autores. ...	14
Tabela A.1: Valores dos parâmetros do algoritmo PSO utilizados em cada problema.....	17

1. INTRODUÇÃO

O processo de otimização pode ser definido como uma maneira hábil de identificar a melhor solução entre as inúmeras disponíveis. Do mesmo modo, a otimização estrutural visa à obtenção da melhor configuração de uma estrutura respeitando determinadas restrições. Este trabalho, portanto, foca-se na otimização de estruturas formadas por treliças. O desafio de trabalhar na otimização de uma estrutura envolve desde a identificação dos requisitos do projeto até a análise mecânica estrutural, considerando todas as condições que restringem esses cálculos, ou em outras palavras, é um assunto que engloba uma ampla área de conhecimento em mecânica dos sólidos. A motivação para o desenvolvimento desse tema está no desafio de solucionar-se problemas de alta complexidade e não-linearidade da função que os envolve.

O presente trabalho tem como objetivo a otimização de estruturas treliçadas através de um algoritmo heurístico conhecido como *Particle Swarm Optimization (PSO)*. Dessa forma, é desenvolvido, testado e comparado o algoritmo PSO com outros algoritmos propostos para a mesma finalidade, tomando como base modelos e exemplos que tiveram sucesso e assim, pode-se ter uma avaliação do desempenho do PSO. A função de custo para cada caso, ou seja, a função que se quer otimizar, é a massa total da estrutura treliçada, a qual deve ser minimizada para se ter uma redução de peso e custo total da estrutura. Entretanto, para chegar-se à solução ótima, é necessário satisfazer-se as restrições do problema, tais como tensões nas barras (escoamento no caso de tração e flambagem no caso de compressão) ou frequências naturais da estrutura.

Com as alterações de massa e rigidez ao mesmo tempo durante a otimização, modos de vibração (e respectivas frequências naturais) das treliças podem ser trocados facilmente (como por exemplo, de um modo flexional para um modo torsional), alterando significativamente as frequências naturais e dificultando a convergência de métodos de otimização. Estas alterações são de caráter não-linear como indicado em Grandhi (1993). Dessa forma, a escolha do algoritmo heurístico para implementação e comparação baseia-se na sua robustez, indicada pela literatura, perante problemas de otimização complexos e não lineares, tais como a otimização de treliças espaciais em forma e massa, e com restrições de frequência naturais e tensões nas barras.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A tarefa de otimização pode ser conceituada como uma maneira eficaz de identificar os melhores parâmetros para se chegar a uma solução melhor do que a atual, dentre as inúmeras disponíveis, satisfazendo as restrições do problema em questão. Segundo Bergh (2001), a otimização tem grande importância em diversas áreas de atuação profissional. Por exemplo, físicos, químicos e engenheiros estão interessados em otimização de projetos como a maximização da produção de uma fábrica de produtos químicos, sujeita a certas restrições, como custo e poluição. Do mesmo modo, economistas e administradores de produção necessitam considerar a ótima alocação dos recursos a serem investidos em colocações industriais e sociais. Atualmente, na área da Engenharia Mecânica, os algoritmos de otimização vêm sendo cada vez mais estudados devido à necessidade de programas comerciais precisarem diminuir o seu esforço computacional. Isso é feito através da modificação do código de programação do *Software* com a implementação do algoritmo de otimização.

Existem diversos métodos de otimização que são amplamente utilizados em engenharia. Os métodos de otimização podem ser classificados basicamente em determinísticos e probabilísticos. Os algoritmos determinísticos caracterizam-se por gerar uma sequência determinística de possíveis soluções requerendo, na maioria das vezes, o uso de pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Dentre os mais conhecidos,

destacam-se o Método Simplex, *Sequential Linear Programming (SLP)*, *Sequential Quadratic Programming (SQP)*, Método das Direções Viáveis e Método do Gradiente Reduzido. Por outro lado, os métodos de otimização baseados em algoritmos probabilísticos usam somente a avaliação da função objetivo e introduzem no processo de otimização dados e parâmetros estocásticos. São considerados métodos de ordem zero por não utilizarem a derivada da função objetivo. Os mais conhecidos são os Algoritmos Genéticos (AG), Estratégia Evolutiva e Programação Evolutiva, *Particle Swarm Optimization (PSO)*, *Ant Colony Search (ACS)*, *Simulated Annealing (SA)*, dentre outros. De acordo com Bastos (2004), as principais vantagens dos algoritmos probabilísticos em relação aos algoritmos determinísticos são:

- A função objetivo e as restrições não precisam necessariamente ter uma representação matemática;
- Não requerem que a função objetivo seja contínua ou diferenciável;
- Trabalham adequadamente, tanto com parâmetros contínuos quanto com discretos, ou ainda com uma combinação deles;
- Não necessitam de formulações complexas ou reformulações para o problema;
- Não há restrição alguma quanto ao ponto de partida dentro do espaço de busca da solução;
- Realizam buscas simultâneas no espaço de possíveis soluções através de uma população de indivíduos, sendo, portanto, candidatos à utilização de paralelização em computadores;
- Otimizam um grande número de variáveis, desde que a avaliação da função objetivo não tenha um custo computacional demasiadamente alto.

A maior desvantagem dos métodos probabilísticos em relação aos métodos determinísticos é o custo computacional. Logo, métodos probabilísticos, em geral, demandam um alto tempo de processamento quando utilizados em máquinas de processamento sequencial, como no caso de computadores pessoais comuns.

O método de Otimização por Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization*) é baseado em comportamentos de grupos de animais na natureza. Cabe destacar que os algoritmos de otimização baseados em comportamentos de seres vivos tiveram um processo de evolução. Reynolds (1987) desenvolveu um modelo de inteligência coletiva, chamado 'Boid', com regras simples de programação, e gerou um comportamento coletivo complexo por animação gráfica. Boyd e Richerson (1985) examinaram o processo de decisão do ser humano e criaram o conceito de aprendizado individual e transmissão de conhecimento. De acordo com as suas pesquisas, os seres humanos tomam decisões a partir de suas experiências e das experiências dos outros. Uma nova técnica de otimização utilizando uma analogia de comportamento coletivo foi desenvolvida no começo da década de 1990. Coloni; Dorigo e Maniezzo (1991) desenvolveram o *Ant Colony Optimization (ACO)* baseado principalmente no comportamento social de insetos, em especial as formigas. Cada indivíduo troca informações com o outro através da emissão de feromônios. Eberhart e Kennedy (1995) desenvolveram o *Particle Swarm Optimization (PSO)* baseado na analogia com o comportamento de bandos de pássaros e cardumes de peixes. Segundo Fukuyama *et al.* (2004), uma das principais tendências no desenvolvimento de inteligência coletiva é analisar como criaturas da natureza se comportam em bandos e tentar reconfigurar esse comportamento em um modelo computacional.

Vários foram os casos em que algoritmos de otimização foram aplicados a estruturas. Deb e Gulati (2001) aplicaram algoritmos genéticos a várias configurações de estruturas treliçadas para a redução de seus pesos. Park e Ryu (2004) utilizaram *Simulated Annealing* modificado objetivando a minimização das áreas das seções transversais das barras de estruturas treliçadas. Cristodolou (2005) utilizou *Ant Colony Optimization* para otimização topológica de

uma estrutura treliçada. Li; Huang e Liu (2009) aplicaram *Particle Swarm Optimization* a estruturas treliçadas em um caso em que as variáveis eram discretas. A maioria desses casos é recente e isso comprova que o estudo de otimização de estruturas vem sendo um assunto cada vez mais pesquisado e que o desenvolvimento nessa área vem se ampliando cada vez mais no decorrer dos anos.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. Particle Swarm Optimization (PSO)

Eberhart e Kennedy (1995) criaram o conceito de inteligência de enxame (inteligência coletiva) para otimizar funções contínuas não-lineares, baseando-se na modelagem do comportamento de grupos sociais simplificados. Entretanto, o objetivo deles era obter uma descrição do movimento de grupos de pássaros ou peixes, os quais, mesmo em grande quantidade, apresentavam sincronismo ao se movimentarem. Em referência a cardumes de peixe, o sócio-biólogo Wilson (*apud* EBERHART; KENNEDY, 1995) diz que “em teoria membros individuais podem, no mínimo, tirar proveito de descobertas e experiências anteriores de todos os outros membros do cardume durante a procura por comida. Esta vantagem pode se tornar decisiva, sobrepondo-se às desvantagens da competição pelo alimento, sempre que os recursos estiverem distribuídos em partes imprevisíveis”. A hipótese de que essa troca de informações entre os indivíduos de um grupo é uma vantagem evolucionária foi essencial para a criação do método de Otimização por Enxame de Partículas.

O algoritmo PSO mantém uma população de indivíduos onde cada indivíduo é chamado de “partícula” por não possuir características como massa e volume. Outro fator importante no PSO é que as partículas não se comportam como peixes ou pássaros, pois caso isso acontecesse, seria o mesmo que dizer que as partículas possuem alguma capacidade cognitiva individual, o que vem de encontro com o funcionamento do esquema de partículas, que só conseguem agir se estiverem em grupo.

Algumas definições para o PSO são apresentadas a seguir:

- Variáveis de projeto: são as variáveis que se alteram durante o processo de otimização, podendo ser contínuas (reais), inteiras ou discretas;
- Restrições: são funções de igualdade ou desigualdade sobre as variáveis de projeto que descrevem situações de projeto consideradas não desejáveis. Muitas vezes chamadas de condições de contorno;
- Espaço de Busca: é o conjunto, espaço ou região que compreende as soluções possíveis ou viáveis sobre as variáveis de projeto do problema a ser otimizado, sendo delimitado pelas funções de restrição;
- Função de Custo: é a função de uma ou mais variáveis de projeto que se quer otimizar, através de sua minimização ou maximização. Também conhecida como função objetivo;
- Ponto Ótimo: é o ponto formado pelas variáveis de projeto que extremizam a função objetivo e satisfazem as restrições;
- Valor Ótimo: é o valor da função objetivo no ponto ótimo.

No PSO, simula-se um enxame de partículas que “voam” em um espaço n-dimensional (espaço de busca), atraídas por regiões de alto valor de adaptação. A “posição” da partícula a caracteriza como candidata a solução, enquanto a topologia do espaço de busca é representada pela função objetivo do problema. Cada partícula possui uma “velocidade”, na qual se encontram informações como direção, taxa de mudança de posição pelo “tempo” e o atributo de adequação (ou *performance* da partícula), esse último obtido pela avaliação da função objeti-

vo na posição da partícula. A variação da posição e da velocidade da partícula é dada pela sua própria experiência (informação histórica das regiões boas e ruins pelas quais a partícula já passou), bem como pela observação de seus vizinhos bem sucedidos.

Considerando-se $\vec{X}_i(t) = \{x_{i,1}(t), \dots, x_{i,j}(t)\}$ e $\vec{V}_i(t) = \{v_{i,1}(t), \dots, v_{i,j}(t)\}$, respectivamente, a posição (o próprio vetor candidato a solução) e a velocidade (sua taxa de mudança) da partícula i no tempo t , em um espaço de busca n -dimensional. Sendo, também, $\vec{pBest}_i(t) = \{pBest_{i,1}(t), \dots, pBest_{i,j}(t)\}$, a melhor posição já encontrada pela partícula i até o tempo t , e $\vec{gBest}(t) = \{gBest_1(t), \dots, gBest_j(t)\}$ a melhor posição já encontrada pelo enxame até o tempo t . O algoritmo PSO segue as seguintes regras para a sua atualização de velocidades e posições:

$$v_{i,j}(t+1) = \chi \cdot [w \cdot v_{i,j}(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (pBest_{i,j}(t) - x_{i,j}(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (gBest_j(t) - x_{i,j}(t))] \quad (1)$$

$$x_{i,j}(t+1) = x_{i,j}(t) + v_{i,j}(t+1) \quad (2)$$

$$\chi = \frac{1.6}{\left| 2 - (c_1 + c_2) - \sqrt{(c_1 + c_2)^2 - 4(c_1 + c_2)} \right|} \quad (3)$$

onde:

- $v_{i,j}(t+1)$: é a velocidade a ser atualizada da partícula i correspondente a variável de projeto j ;
- $v_{i,j}(t)$: é a velocidade atual da partícula i correspondente a variável de projeto j ;
- $x_{i,j}(t+1)$: é a posição a ser atualizada da partícula i correspondente a variável de projeto j ;
- $x_{i,j}(t)$: é a posição atual da partícula i correspondente a variável de projeto j ;
- $pBest_{i,j}(t)$: é a melhor posição já encontrada pela partícula i correspondente a variável de projeto j ;
- $gBest_j(t)$: é a melhor posição já encontrada pelo enxame de partículas correspondente a variável de projeto j ;
- w : peso de inércia para a velocidade das partículas, controlando as suas capacidades de exploração e aproveitamento de informações obtidas pela experiência das outras partículas;
- c_1 : constante de aceleração cognitiva (individual), referente à $pBest_{i,j}(t)$;
- c_2 : constante de aceleração social (enxame), referente à $gBest_j(t)$;
- r_1 e r_2 : números aleatórios que podem estar entre zero e um, possuindo objetivo único de manter a característica estocástica da função;
- χ : parâmetro usado para evitar o comportamento divergente do algoritmo.

No algoritmo de otimização PSO, o enxame de partículas é inicializado randomicamente, de modo que posições e velocidades das partículas possuam valores aleatórios. Logo, enquanto o critério de parada não é satisfeito (nesse caso o critério é a razão entre o desvio padrão e a média referentes ao valor da função de custo para todas as partículas, a qual deve ser menor ou igual a um valor estipulado para que o processo iterativo seja interrompido), executa-se um *loop* contendo os seguintes passos:

- As partículas são avaliadas conforme a função de custo, e os valores de aptidão de cada partícula são determinados;
- Valores de $\bar{p}Best_i(t)$ e $\bar{g}Best(t)$ são atualizados;
- As partículas se movimentam conforme as equações de atualização para a velocidade e para a posição (equações (1) e (2), respectivamente).

Na Figura 3.1 é apresentado o pseudocódigo do PSO.

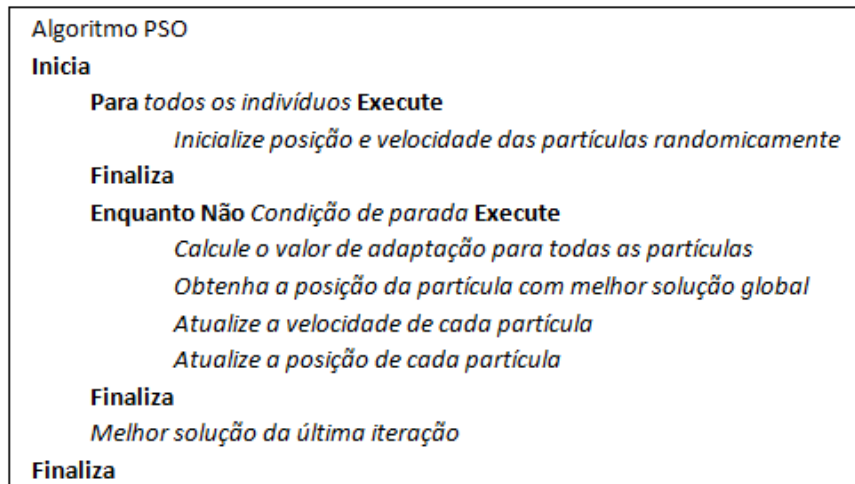


Figura 3.1: Pseudocódigo do algoritmo PSO.

A rotina mostrada no pseudocódigo acima ilustra os passos anteriormente citados. Após atingir-se o critério de parada, em caso de convergência satisfatória, os cálculos são interrompidos e o resultado otimizado está obtido. Provas da convergência do método indicando que ele é um algoritmo de convergência global, ou seja, após certo número de iterações ele chegará no ótimo global, podem ser encontradas na literatura (MEI; LIU e XIAO, 2010; BERGH, 2001) e não é objeto deste trabalho.

3.2. Funcionamento do Algoritmo com a Análise Estrutural

Em projetos de estruturas o critério principal para não haver falha é que a estrutura, dadas as suas condições de contorno, resista aos esforços impostos considerados no seu projeto. Do mesmo modo, nesse trabalho, otimiza-se estruturas que possuam critérios de projeto diretamente ligados a possibilidades de falha. Portanto, o algoritmo PSO é aplicado à função objetivo (ou função de custo) dos problemas (massas totais das estruturas) e sua otimização é satisfatória quando se tem as restrições de projeto satisfeitas e quando a própria função objetivo é minimizada. A função de custo das estruturas treliçadas é dada pela seguinte equação:

$$Massa = \sum_{i=1}^n \rho \cdot A_i \cdot L_i \quad (4)$$

Onde $Massa$ é a massa total da estrutura, n é o número de barras, ρ é a densidade do material das barras, A_i é a área da seção transversal de cada barra e L_i é o comprimento de cada barra. No processo de otimização, o algoritmo segue a rotina dada pelo fluxograma da Figura 3.2, a seguir.

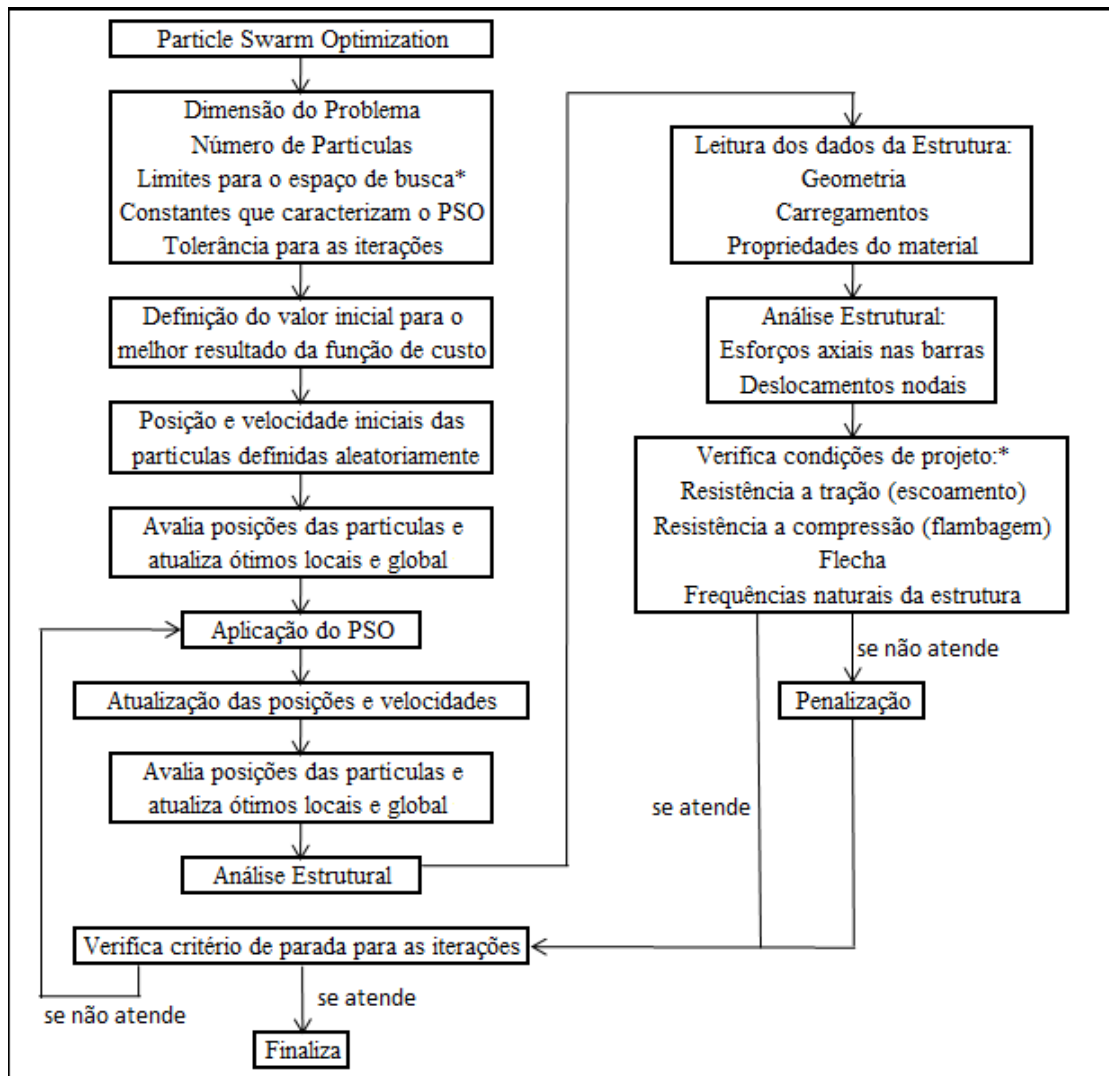


Figura 3.2: Fluxograma do algoritmo PSO com análise estrutural de treliças.

Como se pode ver no fluxograma acima, o algoritmo começa com a definição da dimensão do problema, que nada mais é do que o número de variáveis de projeto a serem otimizadas. O número de partículas é escolhido de acordo com o problema, verificando-se qual o valor apropriado para se ter uma convergência satisfatória. Os limites para o espaço de busca estão destacados com um asterisco pelo fato de poderem fazer parte das restrições do problema, sendo, nesse trabalho, chamadas de restrições primárias por limitar o domínio de procura das partículas. As constantes que caracterizam o PSO são as constantes discutidas no item anterior (item 3.1). A tolerância para as iterações é um valor escolhido para o desvio padrão entre uma iteração e outra, o qual é o critério de parada do programa.

Em seguida, é definido um valor inicial para o melhor resultado da função de custo, que é um valor inicial para o ótimo global da função objetivo do problema. Então, a posição inicial das partículas e a velocidade têm seus valores definidos aleatoriamente. Seria o mesmo que dizer que as partículas são espalhadas dentro do espaço de busca para começar a procurar os seus ótimos locais. Assim, definidos esses valores, os ótimos locais e, posteriormente, o ótimo global do enxame é encontrado. Aplica-se, então, o algoritmo PSO (equações (1), (2) e (3)). As posições e as velocidades das partículas são atualizadas. Avaliam-se os ótimos locais e o ótimo global. Logo, é feita a análise estrutural.

Na análise estrutural começa-se com a leitura dos dados da estrutura, que dizem respeito à geometria, ao carregamento e às propriedades do material. A análise estrutural é, en-

tão, feita através do Método dos Elementos Finitos (MEF). O sistema linear gerado pela matriz de rigidez e pelos vetores de força e deslocamento da estrutura é resolvido pelo método de Eliminação de Gauss. Encontrados os deslocamentos, calculam-se os esforços em cada barra. Para os exemplos com frequência natural a ser avaliada, um problema de autovalores e autovetores é formado com as matrizes globais de massa e rigidez e então resolvido por fatoração Cholesky, obtendo-se as n primeiras frequências naturais desejadas assim como os respectivos modos de vibração.

Em seguida, verificam-se as condições de projeto, também destacadas com um asterisco (Figura 3.2), por fazerem parte das restrições do problema. Entretanto, nesse caso, são chamadas de restrições secundárias, pois fazem parte do critério de falha na análise estrutural. Como as estruturas em questão são treliças, os únicos tipos de esforços possíveis são de tração e compressão. Consequentemente, as únicas possibilidades de falha são devido a escoamento (por tração) ou flambagem das barras componentes das treliças (por compressão). Pode ser verificada, também, a flecha, que corresponde ao deslocamento máximo que a estrutura pode ter em determinado nó. Outra condição que também pode ser avaliada é referente às frequências naturais da estrutura. Se alguma das condições de projeto é violada, aplica-se um fator de penalização à função de custo. A função de custo com o fator de penalização é dada por:

$$Massa^* = \left(\sum_{i=1}^n \rho \cdot A_i \cdot L_i \right) \cdot (1 + FP) \quad (5)$$

Onde $Massa^*$ é a função de custo (massa total da estrutura) modificada pelo fator de penalização e FP é o fator de penalização, o qual varia conforme a condição de projeto violada. Genericamente, o fator de penalização é representado por:

$$FP = \left| \frac{K_i}{K_{m\acute{a}x}} - 1 \right| \quad (6)$$

Onde K_i é o valor encontrado que viola a condição de projeto para cada barra, podendo ser tensão ou frequência natural, e $K_{m\acute{a}x}$ é o valor máximo admissível para a respectiva condição violada.

Passando, então, pela análise estrutural (com as condições de projeto satisfeitas), o critério de parada para as iterações é aplicado. Conforme discutido anteriormente, esse critério é definido pela razão entre o desvio padrão e a média dos valores de $\bar{g}Best(t)$ nas iterações, valor esse que é definido no começo do algoritmo. Não satisfeito o critério de parada, volta-se a aplicação do PSO e os processos subsequentes anteriormente descritos são realizados novamente até atingir-se a convergência. Satisfeito o critério de parada, o algoritmo finaliza e tem-se o valor da função de custo e suas respectivas variáveis otimizadas.

4. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS

4.1. Metodologia

Nesse trabalho serão otimizados quatro casos de estruturas treliçadas, os quais são problemas já tratados por autores que utilizaram outros algoritmos de otimização. Dessa forma, pode-se fazer uma comparação de desempenho entre o algoritmo PSO e os outros algoritmos utilizados para esses problemas considerados *benchmarks*, por serem casos de referência na literatura. Todos os problemas têm em comum o fato de serem otimizações de estruturas treliçadas. Entretanto, cada um possui as suas particularidades no que diz respeito a sua

configuração estrutural e suas restrições de projeto. O algoritmo PSO e a Análise Estrutural dessas treliças são programados no *software* MATLAB[®], ferramenta matemática que se destaca por sua qualidade e grande utilização na literatura. Os quatro casos a serem resolvidos são estruturas treliçadas de 18, 120, 72 e 37 barras com, respectivamente, 12, 7, 16 e 37 variáveis de projeto a serem otimizadas. Esses problemas e suas soluções serão apresentados detalhadamente a seguir. Os valores dos parâmetros do PSO utilizados em cada problema encontram-se no Apêndice A.

4.2. Treliça 2D de 18 barras – 12 variáveis de projeto a serem otimizadas

A estrutura plana treliçada em balanço mostrada na Figura 4.1 é um dos casos mais clássicos de otimização de projeto de estruturas. Como referência, será utilizado o trabalho feito pelos autores Lee e Geem (2005), os quais utilizaram o algoritmo de *Harmony Search* (HS) para a otimização dessa estrutura comparando-a com outros algoritmos de otimização.

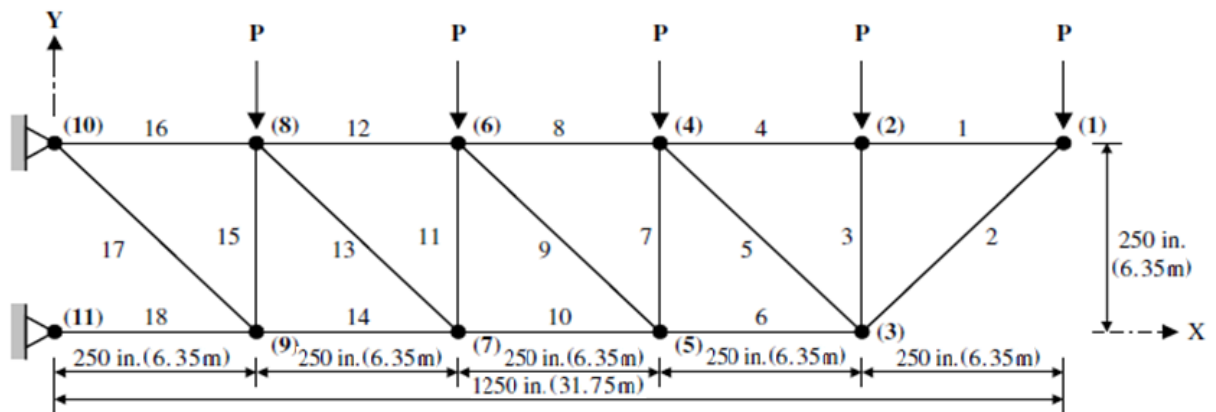


Figura 4.1: Estrutura a ser otimizada do problema 4.2 (Fonte: LEE; GEEM, 2005).

O problema corresponde a uma estrutura treliçada de 18 barras e 11 nós. A densidade do material é de $0,1 \text{ lb/in}^3$ (2768 kg/m^3) e o módulo de elasticidade é de 10000 ksi ($68,95 \text{ GPa}$), que correspondem aproximadamente às propriedades do alumínio. A área inicial da seção transversal de todas as barras adotada nesse trabalho é de $10,25 \text{ in}^2$ ($0,00661 \text{ m}^2$), que corresponde à média da máxima e da mínima área de seção transversal permitível das barras no problema. As cargas concentradas que se encontram nos nós 1, 2, 4, 6 e 8 têm o valor de 20 kips (88964 N).

Quanto à função de custo, o que se pretende otimizar é a massa total da estrutura. Para tanto, é necessária a otimização das variáveis de projeto envolvidas no problema, que correspondem a áreas de seção transversal das barras e posições de alguns nós. Entretanto, deve-se levar em conta as restrições primárias e secundárias envolvidas no problema (conforme explicado na seção 3.2).

Quanto às restrições primárias do problema, a estrutura é bidimensional, portanto não tem liberdade de se mover no eixo z (perpendicular aos eixos x e y). Os nós da extremidade esquerda são fixos e rotulados, portanto, não se movem. Nesse problema de otimização, os únicos nós que podem trocar de posição visando à minimização da massa da estrutura, são os nós 3, 5, 7 e 9. A mínima área de seção transversal que as barras podem ter é de $3,5 \text{ in}^2$ ($0,00226 \text{ m}^2$) e a máxima é de 18 in^2 ($0,01161 \text{ m}^2$). As áreas são classificadas em grupos em função do projeto da estrutura, sendo: Grupo 1 - $A_1 = A_4 = A_8 = A_{12} = A_{16}$, Grupo 2 - $A_2 = A_6 = A_{10} = A_{14} = A_{18}$, Grupo 3 - $A_3 = A_7 = A_{11} = A_{15}$ e Grupo 4 - $A_5 = A_9 = A_{13} = A_{17}$, onde a numeração das áreas corresponde à numeração das barras.

As restrições secundárias são referentes apenas às tensões nas barras. Para tração, tem-se que a tensão máxima admissível é de 20 ksi (137,90 MPa). Para compressão, em vista de a barra poder flambar, a tensão máxima admissível é dada por:

$$\sigma_i = \frac{-K.E.A_i}{L_i^2} \quad (7)$$

Onde σ_i é a tensão de flambagem de Euler, K é uma constante determinada pela geometria da seção transversal da barra (nesse caso $K=4$), E é o módulo de elasticidade do material, A_i é a área da seção transversal da barra e L_i é o comprimento da barra.

As doze variáveis a serem otimizadas correspondem às coordenadas dos quatro nós que podem ter suas posições trocadas e às áreas das seções transversais dos quatro grupos de barras. Os resultados do algoritmo PSO comparados com os outros casos podem ser visualizados na Tabela 4.1, a seguir.

Tabela 4.1: Resultados do problema 4.2 comparados com os resultados de outros autores.

Algoritmo de Otimização Utilizado		HS	Multi-Level Approach	AG	AG	AG	AG	HS	PSO
Autor		1) Imai e Schmit	2) Felix	3) Yang	4) Soh e Yang	5) Rajeev e Krishn.	6) Yang e Soh	7) Lee e Geem	8) Estudo Presente
Áreas das Seções Transversais	G1 (in ²)	11,24	11,34	12,61	12,59	12,50	12,33	12,65	11,62
	G2 (in ²)	15,68	19,28	18,10	17,91	16,25	17,97	17,22	18,00
	G3 (in ²)	7,93	10,97	5,47	5,50	8,00	5,60	6,17	5,46
	G4 (in ²)	6,49	5,30	3,54	3,55	4,00	3,66	3,55	5,22
Coordenadas dos nós	X3 (in)	891,10	994,60	914,50	909,80	891,90	907,20	903,10	1069,30
	Y3 (in)	143,60	162,30	183,00	184,50	145,30	184,20	174,30	197,70
	X5 (in)	608,20	747,40	647,00	640,30	610,60	643,30	630,30	661,60
	Y5 (in)	105,40	102,90	147,40	147,80	118,20	149,20	136,30	142,90
	X7 (in)	381,70	482,90	414,20	410,00	385,40	413,90	402,10	577,80
	Y7 (in)	57,10	33,00	100,40	97,00	72,50	102,00	90,50	91,10
	X9 (in)	181,00	221,70	200,00	200,90	184,40	202,10	195,30	203,60
	Y9 (in)	-3,20	17,10	31,90	32,00	23,40	30,90	30,60	14,90
Massa da Estrutura	M (lb)	4667,90	5713,00	4552,80	4531,90	4616,80	4520,00	4515,60	4589,40
	M (kg)	2117,30	2591,40	2065,10	2055,60	2094,10	2050,20	2048,20	2081,70

O algoritmo de *Particle Swarm* teve um desempenho satisfatório na otimização da estrutura, atingindo um valor de 4589,4 lb (2081,7 kg). Esse resultado foi melhor que os autores 1, 2 e 5, conforme Tabela 4.1. As imagens geradas no *software* MATLAB[®], comparando-se a estrutura na sua configuração inicial com a estrutura otimizada, encontram-se no Apêndice B.

4.3. Treliça 3D de 120 barras – 7 variáveis de projeto a serem otimizadas

O segundo estudo de caso realizado é para um domo, nesse trabalho, uma estrutura tridimensional formada por treliças, como pode ser visualizado na Figura 4.2. Kaveh e Talatahari (2009) aplicaram *Heuristic Particle Swarm Ant Colony Optimization (HPSACO)* na otimização dessa estrutura, trabalho esse que será usado como referência para aplicação do PSO.

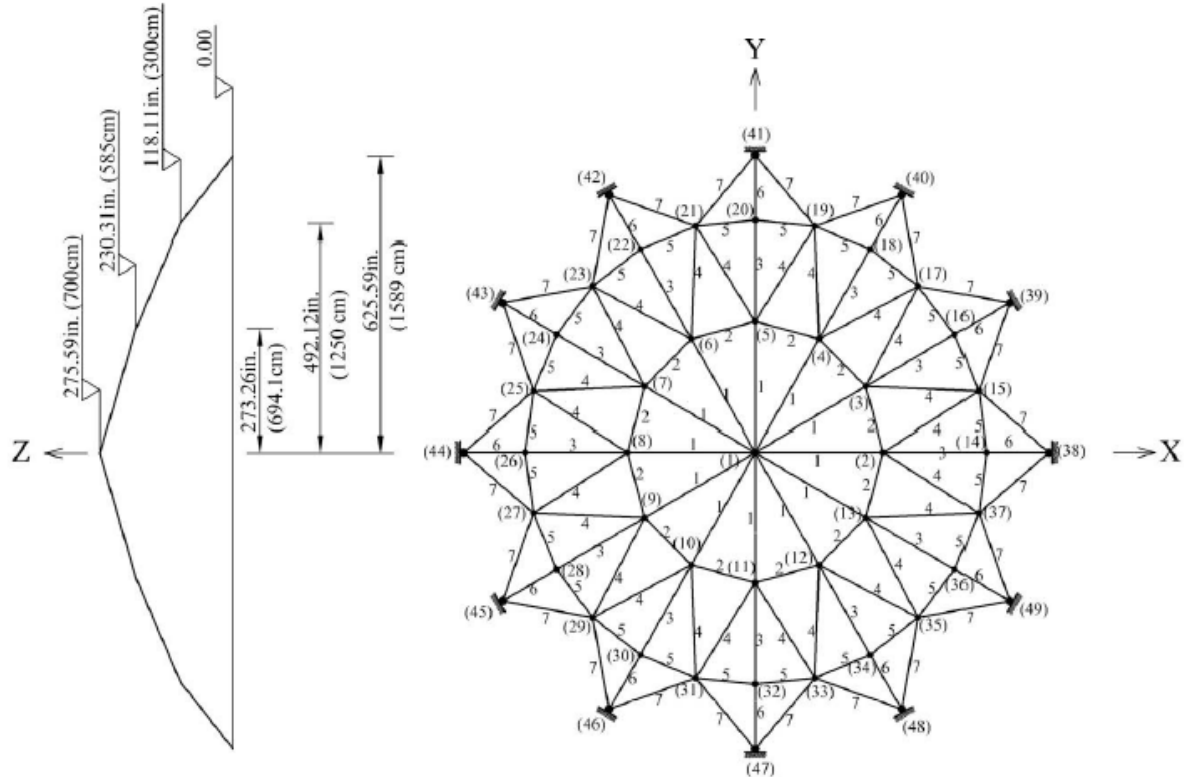


Figura 4.2: Estrutura a ser otimizada do problema 4.3 (Fonte: KAVEH; TALATAHARI, 2009).

A estrutura é composta de 120 barras e 49 nós. A densidade do material é de 0,288 lb/in³ (7971,810 kg/m³) e o módulo de elasticidade é de 30450 ksi (210 GPa), que correspondem às propriedades do aço. A área inicial da seção transversal de todas as barras adotada é de 0,31 in² (0,0002 m²). Quanto às cargas, todas têm direção vertical e sentido para baixo (sentido negativo do eixo z): no nó 1, $P_1 = -13488,54$ psi (-60000 N); do nó 2 ao nó 13, $P_{2-13} = -6744,268$ psi (-30000 N); do nó 14 ao nó 37, $P_{14-37} = -2248,089$ psi (-10000 N). No Apêndice C é mostrada a configuração do problema do domo com os carregamentos.

Novamente, a função objetivo é a massa total da estrutura. As variáveis de projeto envolvidas nessa otimização são referentes apenas às áreas das seções transversais das barras.

Quanto às restrições primárias do problema, a estrutura é tridimensional. Os nós posicionados na altura zero (em $z = 0$ m) são fixos com engaste rotulado, portanto, não se movem. Nesse problema, não há nós que possam ter suas posições mudadas, pois as únicas variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras. A mínima área de seção transversal que as barras podem ter é de 0,775 in² (0,0005 m²) e a máxima é de 5 in² (0,00323 m²). As áreas são classificadas em grupos em função da posição das barras na estrutura, sendo: barras 1 a 12 – A_1 , barras 13 a 24 – A_2 , barras 25 a 36 – A_3 , barras 37 a 60 – A_4 , barras 61 a 84 – A_5 , barras 85 a 96 – A_6 e barras 97 a 120 – A_7 , onde a numeração das áreas corresponde à numeração das variáveis de projeto.

As restrições secundárias são referentes apenas às tensões nas barras. Para tração, tem-se que a máxima tensão admissível equivale a 60% da tensão de escoamento do aço conside-

rado (58 ksi, equivalendo a 400 MPa), ou seja, igual a 34,8 ksi (240 MPa). Para compressão, considerando a flambagem, a tensão máxima admissível é dada por:

$$\sigma_i = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_i^2} \quad , \text{ se } \lambda_i < C \quad (8)$$

$$\sigma_i = \frac{\sigma_y \left(1 - \frac{\lambda_i^2}{2 \cdot C^2} \right)}{\frac{5}{3} + \frac{3 \cdot \lambda_i}{8 \cdot C} - \frac{\lambda_i^3}{8 \cdot C^3}} \quad , \text{ se } \lambda_i \geq C \quad (9)$$

$$\lambda_i = \frac{K \cdot L_i}{r_i} \quad (10)$$

$$C = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot E}{\sigma_y}} \quad (12)$$

$$r_i = \sqrt{\frac{L_i^2}{12}} \quad (13)$$

Onde σ_i é a tensão de flambagem, K é uma constante determinada pela geometria da barra e de suas condições de fixação (nesse caso $K=12/23$), E é o módulo de elasticidade do material, λ_i é o índice de esbeltez, σ_y é a tensão de escoamento do material, C é o índice de esbeltez que divide a flambagem em elástica ou inelástica e r_i é o raio de giração das barras. Essas equações foram modificadas de acordo com a bibliografia original do caso do domo (SOH; YANG, 1996), pois havia inconsistências nas equações da publicação de referência.

As variáveis de projeto a serem otimizadas, são os sete grupos de áreas que compõem a estrutura. Na Tabela 4.2 encontram-se os resultados comparados com os de outros autores.

Tabela 4.2: Resultados do problema 4.3 comparados com os resultados de outros autores.

Algoritmo de Otimização Utilizado		HS	PSO	PSOPC	HPSACO	PSO
Autor		1) Lee e Geem	2) Lee e Geem	3) Lee e Geem	4) Kaveh e Talatahari	5) Estudo Presente
Áreas das Seções Transversais	A1 (in ²)	3,295	3,147	3,235	3,311	3,995
	A2 (in ²)	3,396	6,376	3,370	3,438	5,000
	A3 (in ²)	3,874	5,957	4,116	4,147	4,282
	A4 (in ²)	2,571	4,806	2,784	2,831	2,958
	A5 (in ²)	1,150	0,775	0,777	0,775	0,310
	A6 (in ²)	3,331	13,798	3,343	3,474	3,299
	A7 (in ²)	2,784	2,452	2,454	2,551	3,044
Massa da Estrutura	M (lb)	19707,8	32432,9	19618,7	19491,3	22444,5
	M (kg)	8939,3	14711,3	8898,9	8841,1	10180,7

Como pode ser visualizado na Tabela 4.2, o algoritmo PSO usado nesse trabalho atingiu um resultado melhor, apenas, do que do outro PSO usado pelo segundo autor. O valor da massa otimizada foi de 10180,7 kg, cerca de 31% menor que o valor atingido pelo outro autor que também utilizou o PSO. A programação do algoritmo PSO, para esse problema, encontra-se no Apêndice D.

4.4. Treliça 3D de 72 barras – 16 variáveis de projeto a serem otimizadas

Uma estrutura treliçada tridimensional com massas concentradas em seus nós da extremidade superior possui uma configuração conforme Figura 4.3, a seguir. Há 16 variáveis a serem otimizadas para atingir-se a otimização de massa da estrutura, em outras palavras, a função de custo. As restrições para esse problema são relativas às frequências naturais da estrutura. Este problema foi primeiramente resolvido por Konzelman (1986), através do *Dual Method (DM)* e, posteriormente, por Sedaghati; Suleman e Tabarrok (2005), através do *Force Method (FM)*.

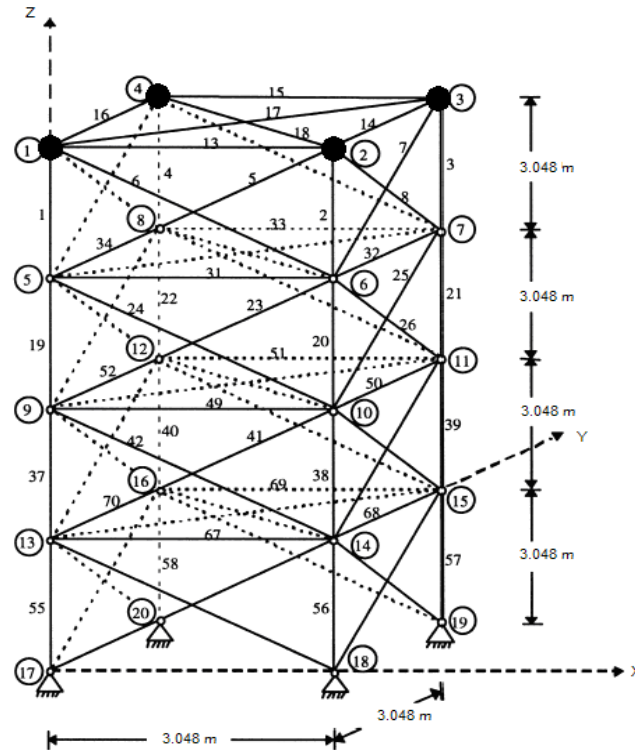


Figura 4.3: Estrutura a ser otimizada do problema 4.4.

A estrutura possui 72 barras e 20 nós. A densidade do material é de 2770 kg/m^3 e o módulo de elasticidade é de $69,8 \text{ GPa}$. Cada uma das massas concentradas, presentes nos nós 1, 2, 3 e 4, possui 2270 kg . A função de custo novamente é a massa da estrutura. As variáveis de projeto são os grupos de áreas caracterizados pela disposição das barras na estrutura. No Apêndice C pode-se visualizar a configuração da estrutura gerada no MATLAB[®].

Como restrições primárias, têm-se os nós engastados com rótula na extremidade inferior (nós 17 a 20). Outra restrição é a mínima área de seção transversal que as barras podem ter, que é de $6,452 \times 10^{-5} \text{ m}^2$. Além disso, as áreas das seções transversais das barras são classificadas em grupos, conforme mencionado anteriormente: barras 1 a 4 – A_1 , barras 5 a 12 – A_2 , barras 13 a 16 – A_3 , barras 17 e 18 – A_4 , barras 19 a 22 – A_5 , barras 23 a 30 – A_6 , barras 31 a 34 – A_7 , barras 35 e 36 – A_8 , barras 37 a 40 – A_9 , barras 41 a 48 – A_{10} , barras 49 a 52 – A_{11} , barras 53 e 54 – A_{12} , barras 55 a 58 – A_{13} , barras 59 a 66 – A_{14} , barras 67 a 70 – A_{15} e barras 71 e 72 – A_{16} .

Quanto às restrições secundárias, elas são referentes às frequências naturais da estrutura. A primeira frequência deve ter o valor de $\omega_1 = 4 \text{ Hz}$ e a terceira frequência deve satisfazer $\omega_3 \geq 6 \text{ Hz}$. As frequências naturais da estrutura são calculadas a partir dos autovalores obtidos através da matriz dinâmica da estrutura (razão entre a matriz de rigidez e a matriz de massa da estrutura). Os resultados para esse problema podem ser visualizados na Tabela 4.3, a seguir.

Tabela 4.3: Resultados do problema 4.4 comparados com os resultados de outros autores.

Método de Otimização Utilizado		DM	FM	PSO	Método de Otimização Utilizado		DM	FM	PSO
Autor		1) Konze- lman	2) Seda- ghati	3) Estudo Presente	Autor		1) Konze- lman	2) Seda- ghati	3) Estudo Presente
Áreas de Seção Transversal (cm ²)	A1	3,499	3,499	2,987	Áreas de Seção Transversal (cm ²)	A12	0,645	0,645	0,645
	A2	7,932	7,932	7,849		A13	17,279	17,279	16,684
	A3	0,645	0,645	0,645		A14	8,088	8,088	8,159
	A4	0,645	0,645	0,645		A15	0,645	0,645	0,645
	A5	8,056	8,056	8,765		A16	0,645	0,645	0,645
	A6	8,011	8,011	8,153		Massa (kg)	M	327,605	327,605
	A7	0,645	0,645	0,645	Frequências naturais (Hz)	ω_1	4,000	4,000	4,000
	A8	0,645	0,645	0,645		ω_2	4,000	4,000	4,000
	A9	12,812	12,812	13,450		ω_3	6,000	6,000	6,000
	A10	8,061	8,061	8,073		ω_4	6,247	6,247	6,219
	A11	0,645	0,645	0,645		ω_5	9,074	9,074	8,976

Como pode ser visto na tabela anterior, nenhuma das restrições de frequência é violada resultando em uma massa otimizada da estrutura de 328,823 kg, resultado um pouco maior quando comparado aos resultados encontrados pelos outros dois autores. Isso pode ser devido a aproximações numéricas, pois, quando se utiliza o programa de análise estrutural (MEF) para as áreas de seção transversal obtida pelos autores, a primeira frequência natural é violada ($\omega_1=12,174$ Hz), embora a segunda frequência fique dentro das restrições ($\omega_3=12,237$ Hz).

4.5. Treliça 2D de 37 barras – 19 variáveis de projeto a serem otimizadas

Uma estrutura bidimensional com massas concentradas em seus nós inferiores não restringidos, representando uma ponte, deve ser otimizada em função de restrições de frequências naturais. Este problema de otimização foi resolvido por Wang; Zhang e Jiang (2004) através do *Evolutionary Node Shift Method (ENSM)* e por Lingyum *et al* (2005) através do *Novel Hybrid Genetic Algorithm (NHGA)*. Essa estrutura possui 37 barras e 20 nós. A densidade do material é de 7800 kg/m³ e o módulo de elasticidade é de 210 GPa. Cada uma das massas concentradas vale 10 kg.

Novamente, a função de custo é a massa total da estrutura. As variáveis de projeto envolvidas são as coordenadas dos nove nós superiores e a área da seção transversal das barras (simétricas em relação à barra vertical central), totalizando 19 variáveis. A Figura 4.4, a seguir, representa a estrutura a ser otimizada.

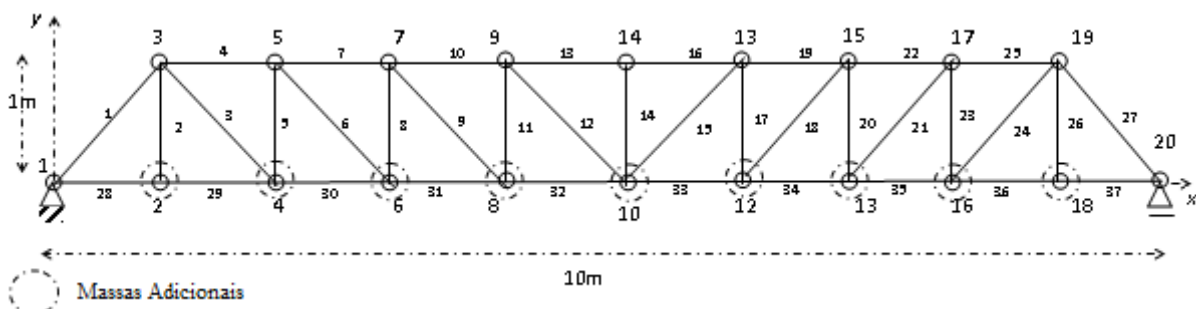


Figura 4.4: Estrutura a ser otimizada do problema 4.5.

Quanto às restrições primárias, o nó 1 é impedido de deslocar-se horizontal e verticalmente, e o nó 20 verticalmente. A estrutura inteira foi modelada com elementos de barra, das barras 1 a 27 com área de seção transversal inicial de $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ e das barras 28 a 37 com seção retangular (dimensões iniciais de $50 \times 80 \text{ mm}^2$), portanto de área inicial de $4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. Os nós superiores podem ter as suas posições verticais mudadas em função da otimização.

As restrições secundárias são referentes às frequências naturais da estrutura. A primeira frequência natural deve ser $\omega_1 \geq 20 \text{ Hz}$, a segunda $\omega_2 \geq 40 \text{ Hz}$ e a terceira $\omega_3 \geq 60 \text{ Hz}$. Logo, o problema considerado tem três restrições de frequência e 19 variáveis de projeto.

A configuração inicial da estrutura (Figura 4.4) viola as restrições de frequência, portanto, a otimização deve ter uma massa maior que a configuração inicial. Os resultados para esse problema encontram-se na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Resultados do problema 4.5 comparados com os resultados de outros autores.

Método de Otimização Utilizado		-	ENSM	NHGA	PSO	Método de Otimização Utilizado		-	ENSM	NHGA	PSO
Autor		1) Config. Inicial	2) Wang, Zhang e Jiang	3) Ling-yum	4) Estudo Presente	Autor		1) Config. Inicial	2) Wang, Zhang e Jiang	3) Ling-yum	4) Estudo Presente
Coordenadas Verticais (m)	Y_3, Y_{19}	1,000	1,209	1,200	0,964	Áreas de Seção Transversal (cm ²)	A_9, A_{18}	1,000	1,826	1,953	2,121
	Y_5, Y_{17}	1,000	1,579	1,655	1,398		A_{10}, A_{19}	1,000	2,302	1,971	3,860
	Y_7, Y_{15}	1,000	1,672	1,965	1,593		A_{11}, A_{17}	1,000	1,310	1,829	2,982
	Y_9, Y_{13}	1,000	1,770	2,074	1,881		A_{12}, A_{15}	1,000	1,407	1,236	1,202
	Y_{11}	1,000	1,850	2,305	2,086		A_{13}, A_{16}	1,000	2,190	1,405	1,256
Áreas de Seção Transversal (cm ²)	A_1, A_{27}	1,000	3,251	2,893	2,680		A_{14}	1,000	1,000	1,000	3,328
	A_2, A_{26}	1,000	1,236	1,120	1,157	Massa	M (kg)	336,30	366,50	368,84	377,20
	A_3, A_{24}	1,000	1,000	1,000	2,348	Frequências Naturais (Hz)	ω_1	8,890	20,085	20,001	20,000
	A_4, A_{25}	1,000	2,539	1,866	1,718		ω_2	28,820	42,074	40,031	40,000
	A_5, A_{23}	1,000	1,371	1,596	1,275		ω_3	46,920	62,938	60,000	60,000
	A_6, A_{21}	1,000	1,368	1,264	1,482		ω_4	63,620	74,454	73,044	73,044
	A_7, A_{22}	1,000	2,429	1,825	4,685		ω_5	76,870	90,058	89,824	89,824
	A_8, A_{20}	1,000	1,652	2,001	1,125	-	-	-	-	-	-

Pela Tabela 4.4 nota-se que nenhuma das restrições de frequência é violada. Apesar disso, a massa encontrada pelo algoritmo PSO (377,20 kg) ficou acima das demais massas resultantes dos outros autores, superando, por exemplo, em 2,9% a massa atingida por Wang; Zhang e Jiang (2004). Esta diferença pode ser devido a aproximações numéricas do MEF. Na Figura 4.5 pode-se ver a variação da massa total da estrutura em função das iterações.

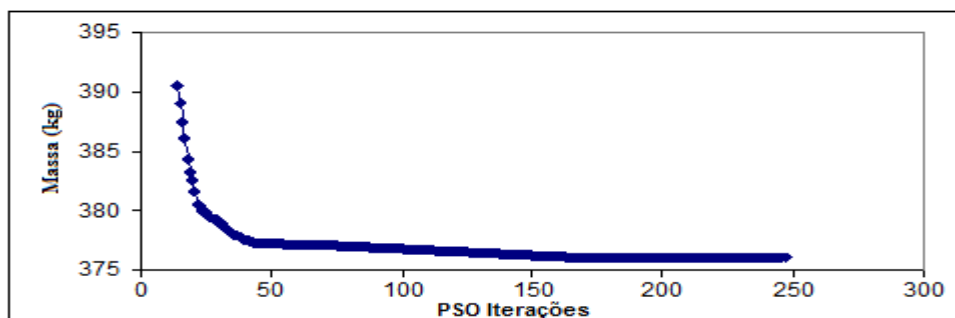


Figura 4.5: Massa total da estrutura em função das iterações, problema 4.5.

O gráfico da Figura 4.5 mostra que durante um amplo intervalo de iterações, aproximadamente da 170ª até a 250ª iteração, a massa praticamente não varia. Isso significa que o critério de parada para as iterações foi bem escolhido. No Apêndice E pode ser visualizada uma comparação entre as configurações otimizadas e não otimizadas da estrutura desse problema.

5. CONCLUSÕES

O algoritmo de *Particle Swarm* teve um comportamento satisfatório diante dos quatro problemas de otimização trabalhados. Em particular, no primeiro problema, referente à estrutura treliçada de 18 barras, no qual as variáveis de projeto eram as áreas da seção transversal das barras e as posições dos nós, com restrições de tensão, o algoritmo atingiu ótimos resultados na minimização de massa, superando até o de alguns autores. No segundo caso, que era o problema do domo, estrutura treliçada de 120 barras, com áreas de seções transversais das barras como variáveis de projeto e restrições de tensão, o valor a que se chegou para a massa somente foi melhor do que do outro autor que também aplicou PSO como algoritmo de otimização. No terceiro e no quarto caso (respectivamente, estruturas treliçadas de 72 e 37 barras, 16 e 19 variáveis de projeto referentes somente a áreas de seção transversal das barras e a áreas de seção transversal com posição dos nós), ambos com restrições de frequência, os resultados atingidos para a minimização de massa foram um pouco maiores do que os resultados obtidos pelos outros autores que trabalharam anteriormente com esses problemas. Em ambos os casos, o motivo para essa diferença pode estar associado a aproximações numéricas do método de elementos finitos, visto que o resultado dito ótimo (por outros autores), quando analisado neste trabalho, resulta em violação de restrição de frequência. Outra possibilidade é alguma deficiência do próprio algoritmo de otimização de PSO.

Em otimização estrutural, certos algoritmos podem ter desempenho melhor do que outros quando aplicados a problemas específicos. É sabido, por exemplo, que algoritmos genéticos tratam melhor problemas de variáveis inteiras do que os algoritmos baseados em gradientes. Então, fica evidente que seria um equívoco tentar justificar com apenas alguns exemplos que, de modo geral, o PSO é melhor ou pior que os outros métodos de otimização.

Certos tipos de restrições dificultam o processo de otimização. Frequências naturais, por exemplo, representam funções fortemente não lineares, pois, à medida que se otimiza a massa da estrutura, os valores da rigidez e da própria massa são mudados, modificando, por consequência, as frequências naturais e modos de vibração da estrutura, dificultando a convergência do algoritmo.

Para futuros trabalhos, seria de grande importância fazer um estudo para a convergência do algoritmo PSO através da variação dos seus parâmetros. Outro trabalho que poderia ser feito é a introdução de paralelização em computadores, característica essa permitida pelo algoritmo PSO e que não é possível com vários outros algoritmos de otimização. Além disso, poderia ser aprofundado o estudo dos casos em que as restrições de frequência foram violadas para as estruturas otimizadas pelos outros autores. O que poderia ser feito é a implementação de técnicas que diminuíssem ou evitassem o erro numérico no algoritmo de análise estrutural, como também a investigação de qual processo foi utilizado por esses autores para fazer essa análise nos problemas em questão. Por último, outro ponto em que se poderia aprimorar o sistema de otimização, é relativo à implementação de outros algoritmos de otimização em pontos específicos da programação do *Particle Swarm*, como, por exemplo, Kaveh e Talatahari (2009) que aplicaram *Heuristic Particle Swarm Ant Colony Optimization (HPSACO)*, uma mistura entre dois algoritmos aproveitando-se qualidades específicas de cada um em determinadas partes da programação (um algoritmo híbrido).

6. REFERÊNCIAS

- BASTOS, E. A. **Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetidas à Flexo-compressão Oblíqua utilizando Algoritmos Genéticos**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Coordenação dos Programas de Pós-graduação em Engenharia, 2004.
- BERGH, F. van der. **An Analysis of Particle Swarm Optimizers**, PhD thesis, University of Pretoria, Faculty of Natural and Agricultural Science, 2001.
- BOYD, R.; RICHESON P. J. **Culture and the Evolutionary Process**. Chicago: University of Chicago Press, 1985.
- CHRISTODOULOU, S. **Optimal Truss Design using Ant Colony Optimization**. Limassol: 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics, 2005.
- COLORNI, A.; DORIGO, M.; MANIEZZO, V. **Distributed Optimization by Ant Colonies**. Cambridge, MA: Proceedings of First European Conference on artificial Life (MIT Press). 1991. p. 134–142.
- DEB, K.; GULATI, S. **Design of truss-structures for minimum weight using genetic algorithms**. Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 37; 2001.
- FUKUYAMA, Y.; KITAGAWA, S.; TAMURA, T.; TSUKADA, T. **Particle Swarm Optimization for Optimal Operational Planning of a Cogeneration System**. Proceedings of the 4th IASTED International Conference on Modelling, Simulation, and Optimization (MSO2004), ACTA Press, 2004.
- GRANDHI, R. V. **Structural optimization with frequency constraints – a review**, AIAA Journal, Vol. 31, No. 12, pp.2296-2303, 1993.
- KAVEH, A.; TALATAHARI, S. **Particle Optimizer, Ant Colony Strategy and Harmony Search Scheme Hybridized for Optimization of Truss Structures**. Computers and Structures 87, 2009, p. 274 a 280.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C., **Particle Swarm Optimization**. In: Proceedings of the IEEE Int. Conference on Neural Networks, 1995.
- KONZELMAN, C. J. **Dual Methods and Approximation Concepts for Structural Optimization**, M.Sc. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Toronto, 1986.
- LEE, K. S.; GEEM, Z. W. **A New Meta-heuristic Algorithm for Continuous Engineering Optimization: Harmony Search Theory and Practice**. Computer methods in applied mechanics and engineering, Elsevier, 2005.
- LI, L. J.; HUANG, Z. B.; LIU, F. **A Heuristic Particle Swarm Optimization Method for Truss Structures with Discrete Variables**. Computers and Structure 87, 2009.

LINGYUN, W.; MEI, Z.; GUANGMING, W.; GUANG, M. **Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints based on genetic algorithm**, Journal of Computational Mechanics, Vol. 25, pp.361-368, 2005.

MEI, C.; LIU, G.; XIAO, X. Improved particle swarm optimization algorithm and its global convergence analysis, Chinese Control and Decision Conference, pp.1662-1667, 2010.

PARK, J.; RYU, M. **Optimal Design of Truss Structures by Rescaled Simulated Annealing**. KSME International Journal, Vol. 18 No. 9, 2004, p. 1512-1518.

REYNOLDS, C. **Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model**. Computer Graphics, pp. 25-34, 1987.

SEDAGHATI, R.; SULEMAN, A.; TABARROK, B. **Structural optimization with frequency constraints using finite element force method**. AIAA Journal, Vol.40, No.2, pp.382-388, 2002.

SOH, C. K.; YANG, J. **Fuzzy Controlled Genetic Algorithm Search for Shape Optimization**. Journal of computing in civil engineering, 1996.

WANG, D.; ZHANG, W. H.; JIANG, J. S. **Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints**, AIAA Journal, Vol.42, No.3, pp.1452-1456, 2004.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Tabela A.1: Valores dos parâmetros do algoritmo PSO utilizados em cada problema.

Parâmetros PSO				
Problema	4.2	4.3	4.4	4.5
n	50	20	50	100
w	0,9	1,0	0,8	0,5
c_1	1,7	1,8	1,5	1,5
c_2	0,3	0,2	1,5	1,5

APÊNDICE B

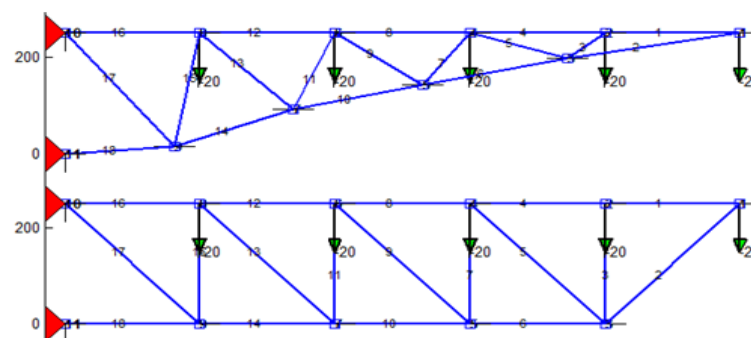


Figura B.1: Comparação do problema 4.2: configurações otimizada e inicial.

APÊNDICE C

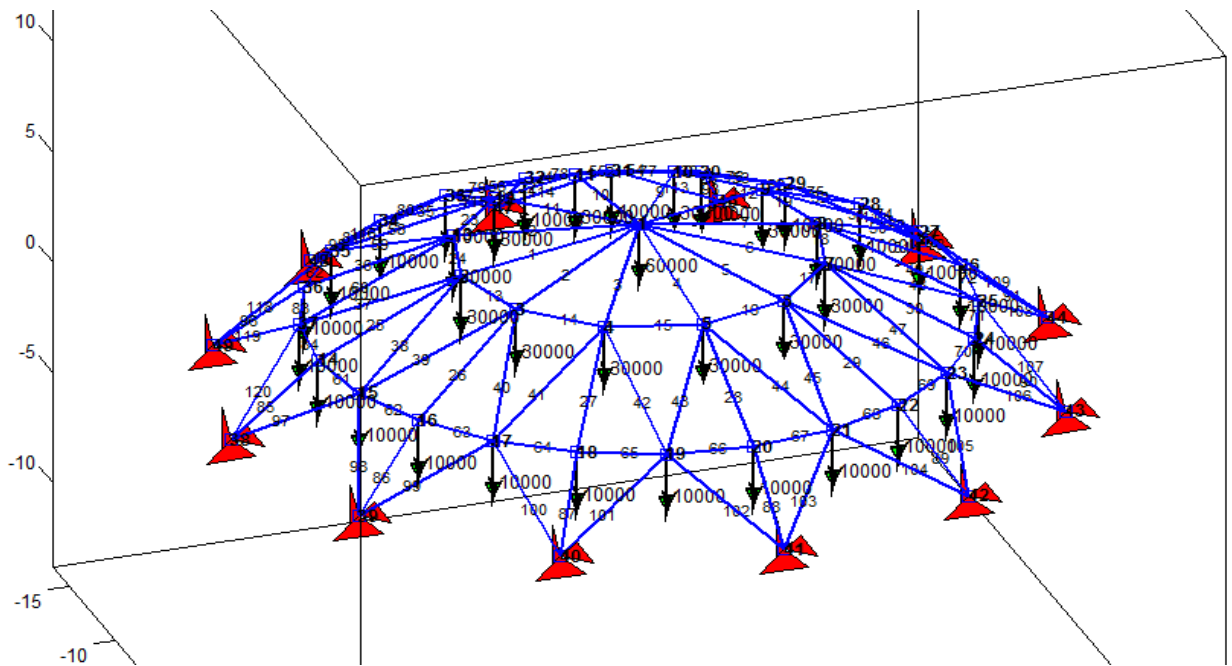


Figura C.1: Configuração da estrutura do problema 4.3.

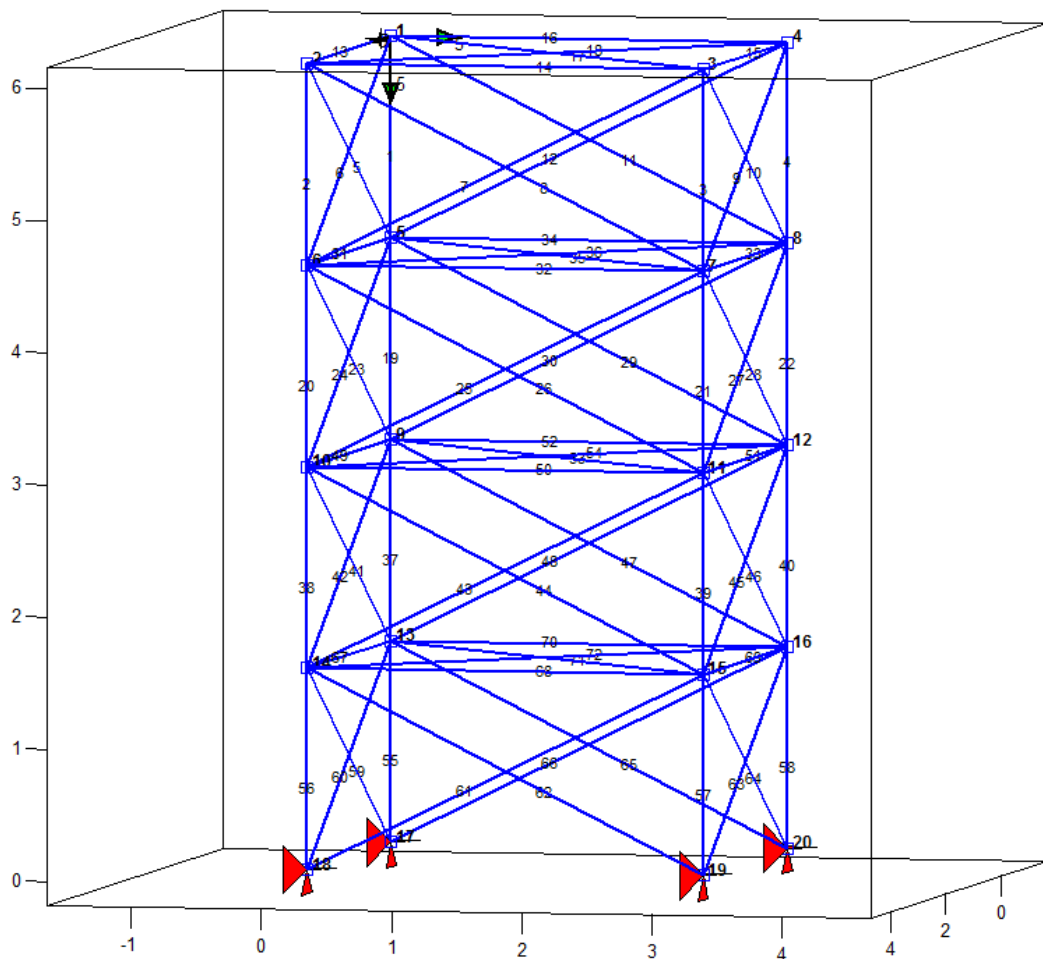


Figura C.2: Configuração da estrutura do problema 4.4.

APÊNDICE D

```

clc;
clear;
%Dimensão do problema
m=10;
%Número e partículas
n=50;
%Valor do momento para
velocidade
omega=0.5;
%Valor mínimo do espaço
de procura
xmin=[0.645E-4 0.645E-4
0.645E-4 0.645E-4 0.645E-4
0.645E-4 0.645E-4 0.645E-4
0.645E-4 0.645E-4 0.645E-4];
%Valor máximo do espaço
de procura
xmax=[50.0E-4 50.0E-4
50.0E-4 50.0E-4 50.0E-4
50.0E-4 50.0E-4 50.0E-4
50.0E-4 50.0E-4];
%Componente cognitiva 1
c1=1.5;
%Componente cognitiva 2
c2=1.5;
%Tolerância para as
iterações
tol=1.0E-5;
k=1;
gbest(k)=-1E30;
%posições das partículas
escolhidas aleatoriamente
e partículas com
%velocidade inicial zero
for i=1:n
    for j=1:m
        x(i,j)=xmin(j)+(xmax(j)-
xmin(j))*rand;
        v(i,j)=0.0;
        end
        %atualiza valor
inicial para o ótimo
local e global das
partículas
        lbest(i)=FCN(x(i,:));
        for j=1:m
            xlbest(i,j)=x(i,j);
            end
            if lbest(i)>gbest(k)
                gbest(k)=lbest(i);
                for j=1:m
                    xgbest(j,k)=x(i,j);
                    end
                    end
            end
            %aplicação do PSO
            for i=1:n
                for j=1:m
                    r1=rand;
                    r2=rand;

                    chi=(2.0+0.8)/abs(2.0-
(c2+c2)-sqrt((c1+c2)^2-
4.0*(c1+c2)));

                    v(i,j)=chi*(omega*v(i,j)+
c1*r1*(xlbest(i,j)-
x(i,j))+c2*r2*(xgbest(j,k)
)-x(i,j));

                    xnew(i,j)=x(i,j)+v(i,
j);
                    %aplicação das
restrições de áreas
máxima e mínima
                    if
xnew(i,j)>xmax(j)
                        xnew(i,j)=xmax(j)
                    end
                    if
xnew(i,j)<xmin(j)
                        xnew(i,j)=xmin(j)
                    end
                    end
                    %atualização do ótimo
global
                    for i=1:n
                        for j=1:m
                            x(i,j)=xnew(i,j);
                            end
                        end
                    end
                    for j=1:m
                        xgbestold(j)=xgbest(j,k);
                        end
                        gbestold=gbest(k);
                        flag=0.0;
                        %laço para a programação
da análise estrutural
                        while (flag==0)
                            sumfit=0.0;
                            for i=1:n
                                fit(i)=FCN(x(i,:));
                                if
fit(i)>lbest(i)
                                    lbest(i)=fit(i);
                                    for j=1:m
                                        xlbest(i,j)=x(i,j);
                                        end
                                        if
fit(i)>gbest(k)
                                            gbest(k)=fit(i);
                                            for j=1:m
                                                xgbest(j,k)=x(i,j);
                                                end
                                                end
                                            end
                                            sumfit=sumfit+fit(i);
                                            end
                                            %avaliação da média e
do desvio padrão da
função de custo
                                            meanfit(k)=sumfit/n;
                                            std=0.0;
                                            for i=1:n
                                                std=std+(fit(i)-
meanfit(k))^2;
                                                end
                                                stdfit(k)=sqrt(std/(n-
1));

                                stdfit(k);
                                %aplicação do PSO
                                for i=1:n
                                    for j=1:m
                                        r1=rand;
                                        r2=rand;

                                        chi=(2.0+0.8)/abs(2.0-
(c2+c2)-sqrt((c1+c2)^2-
4.0*(c1+c2)));

                                        v(i,j)=chi*(omega*v(i,j)+
c1*r1*(xlbest(i,j)-
x(i,j))+c2*r2*(xgbest(j,k)
)-x(i,j));

                                        xnew(i,j)=x(i,j)+v(i,j);
                                        if
xnew(i,j)>xmax(j)
                                            xnew(i,j)=xmax(j)
                                        end
                                        if
xnew(i,j)<xmin(j)
                                            xnew(i,j)=xmin(j)
                                        end
                                        end
                                        end
                                        for j=1:m
                                            norm=norm+(xgbest(j,k)-
xgbestold(j))^2;
                                            end
                                            norm=sqrt(norm);
                                            for j=1:m
                                                xgbestold(j)=xgbest(j,k);
                                                xgbest(j,k+1)=xgbest(j,k)
                                                ;
                                                end
                                                gbestold=gbest(k);
                                                gbest(k+1)=gbest(k);
                                                gbest(k);
                                                for i=1:n
                                                    for j=1:m
                                                        x(i,j)=xnew(i,j);
                                                        end
                                                        end
                                                        %verifica critério de
parada
                                                        if norm < tol &&
stdfit(k)<tol
                                                            flag=1;
                                                            end
                                                            fprintf('k
                    gbest          meanfit
                    stdfit\n');
                    fprintf('%+12.6e
                    %+12.6e %+12.6e
                    %+12.6e\n',k,gbest(k),mea
                    nfit(k),stdfit(k));
                    k=k+1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

Obs.: FCN é o programa que faz a análise estrutural pelo método dos elementos finitos.

Figura D.1: Programação do algoritmo PSO do problema 4.2.

APÊNDICE E

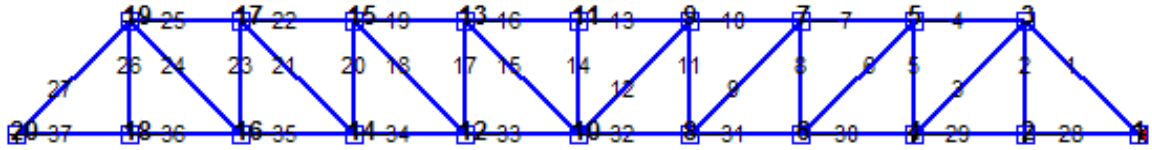


Figura E.1: Configuração inicial do problema 4.5.

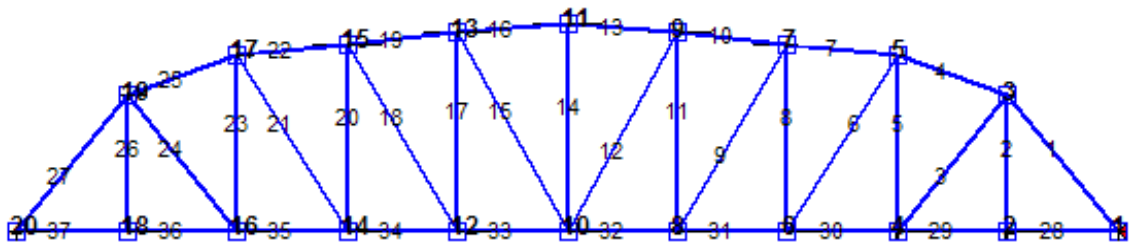


Figura E.2: Configuração otimizada por Wang (2004), problema 4.5.

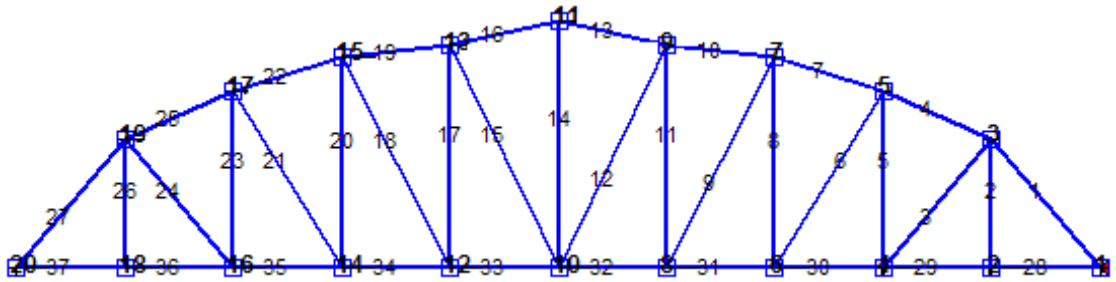


Figura E.3: Configuração otimizada por Lingyum (2005), problema 4.5.

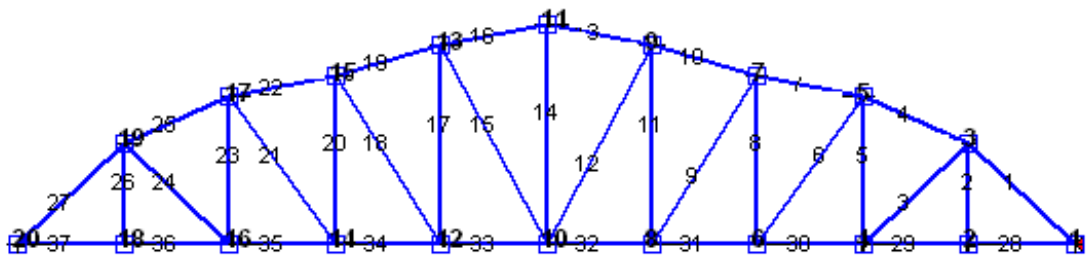


Figura E.4: Configuração otimizada pelo estudo presente, problema 4.5.