

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS AÇÕES DINÂMICAS DO VENTO

Joaquim Blessmann

2ª edição




UFRGS
EDITORA

Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento trata dos diversos tipos de ações dinâmicas exercidas pelo vento sobre construções civis. O livro divide-se em duas partes. Na primeira, é feita uma revisão dos conceitos fundamentais de vibrações mecânicas de sistemas lineares a um e a vários graus de liberdade, abordando tópicos, como impedância e admitância mecânicas, coordenadas normais e massa generalizada; e trata também dos processos aleatórios, iniciando com a conceituação das principais médias estatísticas, seguindo-se funções periódicas e não-periódicas, autocorrelação e espectro de potência. Na segunda parte são estudadas as vibrações causadas pelo vento, em seus distintos modos, começando com as devidas à energia cinética das rajadas. São apresentados os métodos determinísticos de Rausch-Föppl e, dentro do método probabilístico, os processos de Davenport e da Norma Brasileira. Segue-se o estudo de vibrações pelo fenômeno de martelamento, por desprendimento cadenciado

de vórtices e por instabilidade aerodinâmica de galope. Pela importância das vibrações causadas por desprendimento de vórtices, o capítulo correspondente estuda a influência de diversos fatores: a turbulência do escoamento, o movimento da estrutura e o amortecimento estrutural. Para a determinação das forças laterais flutuantes, são apresentados quatro processos: de Kwok e Melbourne, de van Koten, da Norma Canadense e da Norma Brasileira. Sugestões são apresentadas para a redução das vibrações. Resultados de ensaios feitos em diversos países e no Brasil, no Laboratório de Aerodinâmica das Construções do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, são amplamente apresentados. Cada capítulo inclui a bibliografia e a simbologia correspondentes. Em quatro apêndices são estudados o amortecimento aerodinâmico, o amortecimento mecânico, os períodos de oscilações das estruturas e o conforto dos usuários.

**INTRODUÇÃO AO ESTUDO
DAS AÇÕES DINÂMICAS DO VENTO**

RESERVA TÉCNICA
Editora da UFRGS



**UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO
GRANDE DO SUL**

Reitor

José Carlos Ferraz Hennemann

Vice-Reitor

Pedro Cezar Dutra Fonseca

Pró-Reitor de Extensão

**Antônio Carlos
Stringhini Guimarães**

Vice-Pró-Reitora de Extensão

Sara Viola Rodrigues

EDITORA DA UFRGS

Diretora

Jusamara Vieira Souza

CONSELHO EDITORIAL

Aron Taitelbaun

Carlos Alberto Steil

Célia Ferraz de Souza

Clovis M. D. Wannmacher

Geraldo Valente Canali

Iara Conceição Bitencourt Neves

José Luiz Rodrigues

Lovois de Andrade Miguel

Luiz Afonso dos Santos Senna

Maria Cristina Leandro Ferreira

Sílvia Regina Ferraz Petersen

Jusamara V. Souza, presidente

Editora da UFRGS • Av. Paulo Gama, 110, 2º andar - Porto Alegre, RS - 90040-060 - Fone/fax (51) 3316-4090 - editora@ufrgs.br - www.editora.ufrgs.br • **Direção:** Jusamara Vieira Souza • **Editoração:** Paulo Antonio da Silveira (coordenador), Carla M. Luzzatto, Maria da Glória Almeida dos Santos e Rosângela de Mello; suporte editorial: Carlos Batanoli Hallberg (bolsista), Fernanda Kautzmann (bolsista), Fernando Piccinini Schmitt e Gabriela Carvalho Pinto (bolsista) • **Administração:** Najára Machado (coordenadora), Jorge Roberto Escouto Dias, José Pereira Brito Filho e Laerte Balbinot Dias; suporte administrativo: Janer Bittencourt, Jean Paulo da Silva Carvalho e João Batista de Souza Dias • **Apoio:** Idalina Louzada e Laércio Fontoura.

INTRODUÇÃO AO ESTUDO DAS AÇÕES DINÂMICAS DO VENTO

Joaquim Blessmann

2ª edição


UFRGS
EDITORA

RESERVA TÉCNICA
Editora da UFRGS

© dos autores
1ª edição: 1998

Direitos reservados desta edição:
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Capa: Vera Lúcia Gliese
Foto da capa: cortesia de *NASA Landsat Project Science Office*
e *USGS EROS Data Center*
Revisão: Maria da Glória Almeida dos Santos
Cláudia Bittencourt
Arte-final dos desenhos: Rubens Renato Abreu
Editoração eletrônica: Fernando Piccinini Schmitt

Joaquim Blessmann é mestre e doutor em Ciências pela Divisão de Engenharia Aeronáutica do Instituto Tecnológico da Aeronáutica. Professor na Escola de Engenharia e Professor Emérito da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

B647i Blessmann, Joaquim
Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento / Joaquim
Blessmann. – 2. ed. – Porto Alegre : Editora da UFRGS, 2005.

Inclui referências.

Inclui figuras e tabelas.

1. Engenharia Civil. 2. Vento – Vibração – Estruturas. I.
Blessmann, Joaquim. II. Título.

CDU 624.042.4

CIP-Brasil. Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
(Ana Lucia Wagner, CRB I0/1396)

ISBN 85-7025-802-X

Nº do registro: 2248

Nº da obra: 589

Data: 21/01/2010

AGRADECIMENTOS

Escrever um artigo ou livro técnico exige muito estudo, trabalho, concentração, paz de espírito e renúncia a horas e horas de convívio familiar.

Sem a colaboração de minha esposa, Lygia Maria, que por sua compreensão, paciência e estímulo me proporcionou, ao longo de toda minha vida profissional, as condições necessárias, não poderia ter em meu Curriculum quase 150 trabalho já publicados.

A ela dedico, de todo coração, este livro.

E um agradecimento às minhas netas, Mariana e Patrícia, que passaram para disquete grande parte dos originais deste livro e do anterior, "O vento na engenharia estrutural".

RESERVA TÉCNICA
Editora da UFRGS

SUMÁRIO

PRIMEIRA PARTE – REVISÃO DE CONCEITOS FUNDAMENTAIS

1. Vibrações mecânicas

1.1. Sistemas lineares com um grau de liberdade	13
1.1.1. Recordando conceitos básicos	13
1.1.2. Elementos do sistema linear fundamental e expressão geral	17
1.1.3. Vibrações livres	18
1.1.3.1. Vibrações livres sem amortecimento	18
1.1.3.2. Vibrações livres amortecidas	21
1.1.4. Vibrações forçadas com excitação harmônica	25
1.1.5. Impedância e admitância mecânicas	27
1.2. Sistemas lineares com vários graus de liberdade	30
1.2.1. Modos normais de vibração	30
1.2.2. Vibrações livres	32
1.2.3. Vibrações forçadas com excitação harmônica	37
1.2.4. Coordenadas normais	38
1.2.5. Massa generalizada	39
Referências	41
Simbologia	41

2. Processos aleatórios

2.1. Recordando conceitos básicos	43
2.2. Funções periódicas	45
2.3. Funções não periódicas	49
2.4. Espectro de potência	50
2.5. Aplicações	56
2.5.1. Auto-correlação	56
2.5.2. Espectro de potência	58
Referências	58
Simbologia	59

SEGUNDA PARTE – VIBRAÇÕES CAUSADAS PELO VENTO

3. Vibrações causadas pela energia cinética das rajadas

3.1. Método determinístico de Rausch-Föppl	63
3.1.1. Introdução	63

3.1.2. Efeito de uma única rajada	64
3.1.3. Efeito de várias rajadas	66
3.1.4. Aplicações	71
3.2. Método probabilístico	73
3.2.1. Introdução	73
3.2.2. Processo de Davenport	77
3.2.2.1. Introdução	77
3.2.2.2. Admitância aerodinâmica	79
3.2.2.3. Espectro da resposta	82
3.2.2.4. Valores extremos da resposta	85
3.2.2.5. Exemplo de aplicação	91
3.2.3 - Processo da Norma Brasileira	93
3.2.3.1. Fundamentos	93
3.2.3.2. Norma Brasileira	99
3.2.3.2.1. Introdução	99
3.2.3.2.2. Texto da Norma Brasileira	101
3.2.3.3. Exemplos de aplicação	108
3.3. Ensaios em túnel de vento	113
3.3.1. Introdução	113
3.3.2. Edifício Parque do Sol	116
3.3.3. Torre em Teresópolis, RJ	117
3.3.4. Torre no Rio de Janeiro	118
3.3.5. Mastro para bandeira	119
3.3.6. Conclusões	121
Referências	121
Simbologia	123
4. Martelamento	
4.1. Introdução	129
4.2. Ensaios em outros países	131
4.2.1. Ensaios de Whitbread e Wootton	131
4.2.2. Ensaios de Melbourne	132
4.2.3. Ensaios de Melbourne e Sharp	134
4.2.4. Ensaios de Ruscheweyh	137
4.2.5. Ensaios de Saunders e Melbourne	137
4.2.6. Ensaios de Bailey e Kwok	141
4.2.7. Ensaios de Kareem	144
4.2.8. Ensaios de Taniike	145
4.2.9. Ensaios de Zhang, Kwok e Xu	148
4.3. Ensaios no Brasil	151
4.3.1. Modelo de edifício	151
4.3.2. Modelo de pilares de viaduto	155
4.4. Comentários	156
Referências	158
Simbologia	158

5. Vibrações por desprendimento de vórtices	
5.1. Conceitos básicos	161
5.2. Influência da turbulência do escoamento	165
5.3. Influência do movimento do cilindro	167
5.4. Influência do amortecimento estrutural.....	171
5.5. Células de vórtices	172
5.6. Redução das vibrações	178
5.6.1. Aumentar o amortecimento	178
5.6.2. Evitar ressonância	179
5.6.3. Alterar a forma	180
5.7. Número de Strouhal	189
5.8. Forças laterais flutuantes.....	193
5.8.1. Recapitulação.....	193
5.8.2. Processo de Kwok e Melbourne	194
5.8.2.1. Estruturas rígidas.....	195
5.8.2.2. Estruturas flexíveis	196
5.8.3. Processo de van Koten	199
5.8.4. Processo da Norma Canadense	201
5.8.5. Processo da Norma Brasileira	203
Referências	207
Simbologia	210
6. Instabilidade aerodinâmica por galope	
6.1. Introdução	213
6.2. Galope em escoamento suave	216
6.2.1. Coeficiente de força transversal, C_y	216
6.2.2. Equação do movimento	218
6.2.3. Declividade da curva $C_y \times \alpha$	223
6.2.4. Influência do modo de oscilação e do perfil de velocidades do vento	225
6.2.5. Tipos de galope	229
6.2.5.1. Introdução.....	229
6.2.5.2. 1º Caso : $A_1 > 0$	231
6.2.5.3. 2º Caso : $A_1 = 0$	232
6.2.5.4. 3º Caso : $A_1 < 0$	232
6.2.5.5. Conclusões	233
6.2.6. Considerações sobre os casos $A_1 = 0$ e $A_1 < 0$	233
6.3. Galope em escoamento turbulento	234
6.4. Alguns resultados experimentais	241
6.4.1. Influência da forma da secção.....	241
6.4.2. Influência da turbulência	243
6.4.3. Influência do regime de escoamento.....	243
6.4.4. Ensaio no LAC.....	245
Referências	251
Simbologia	252

APÊNDICES

Apêndice A.I: Amortecimento aerodinâmico	257
Apêndice A.II: Amortecimento mecânico	261
Apêndice A.III: Períodos de oscilação	266
A.III.1. Resultados experimentais	266
A.III.2. Normas	268
A.III.2.1. Código de Mendoza	268
A.III.2.2. Normas CECM e NV-65	270
A.III.2.3. Norma Brasileira NBR-6123	272
Apêndice A.IV: Conforto dos usuários	275
Referências	281

Primeira parte
Revisão de conceitos fundamentais

Capítulo 1

VIBRAÇÕES MECÂNICAS

1.1. SISTEMAS LINEARES COM UM GRAU DE LIBERDADE

1.1.1. Recordando conceitos básicos

a) Todos os corpos que possuem massa e elasticidade podem entrar em **vibração**, isto é, um movimento periódico que se repete em todos seus detalhes após um certo intervalo de tempo (Fig.1.1-1a), o qual é designado **período** de vibração (T_p). Seu inverso, $f = 1/T_p$, é a **freqüência** de vibração. A expressão matemática deste movimento vem a ser uma função periódica

$$x(t) = x(t + n T_p) \quad (1.1-1)$$

sendo $x(t)$ o deslocamento de um determinado ponto do corpo no instante t .

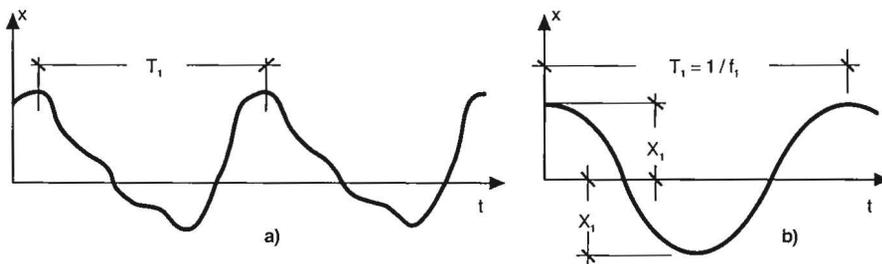


Figura 1.1-1 – Movimento periódico.

b) O caso mais simples de movimento periódico é o **movimento harmônico** (senoidal ou co-senoidal) :

$$x(t) = X_1 \cos \omega_1 t \quad (1.1-2)$$

sendo: X_1 – **amplitude** do deslocamento [valor máximo de $x(t)$]
 ω_1 – **freqüência circular** ou **velocidade angular** (designações tradicionais, embora não convenientes).

A Fig.1.1-1.b e a equação (1.1-2) mostram que o movimento em um perío-

do (ciclo de vibração) corresponde a $\omega t = 360^\circ$ ou 2π radianos. Isto é ($T_p = T_1$):

$$T_1 = 2\pi/\omega_1 \text{ [ciclos/s, ou Hertz] ; } \omega_1 = 2\pi f_1 \text{ [rad/s]}$$

A **velocidade** do deslocamento será:

$$x'(t) = dx/dt = -\omega_1 X_1 \text{ sen } \omega_1 t \quad (1.1-3)$$

A velocidade é também harmônica, de mesma freqüência e de valor máximo $\omega_1 X_1$.

Para a **aceleração** teremos:

$$x''(t) = d^2x / dt^2 = -\omega_1^2 X_1 \text{ cos } \omega_1 t \quad (1.1-4)$$

Também harmônica, de mesma freqüência e de valor máximo $\omega_1^2 X_1$.

c) Consideremos dois movimentos harmônicos, de mesmo período, dados por

$$x_a(t) = X_a \text{ cos } \omega_1 t \text{ e } x_b(t) = X_b \text{ cos } (\omega_1 t + \phi) \quad (1.1-5)$$

A Fig.1.1-2 mostra que os dois movimentos, embora de mesmo período, não atingem seus máximos ao mesmo tempo. Há uma **defasagem** entre estes dois máximos (ou entre qualquer par de pontos correspondentes nas duas curvas) de ϕ / ω_1 segundos. O ângulo ϕ é designado por **ângulo de fase**. Este conceito só se aplica a dois movimentos com o mesmo período.

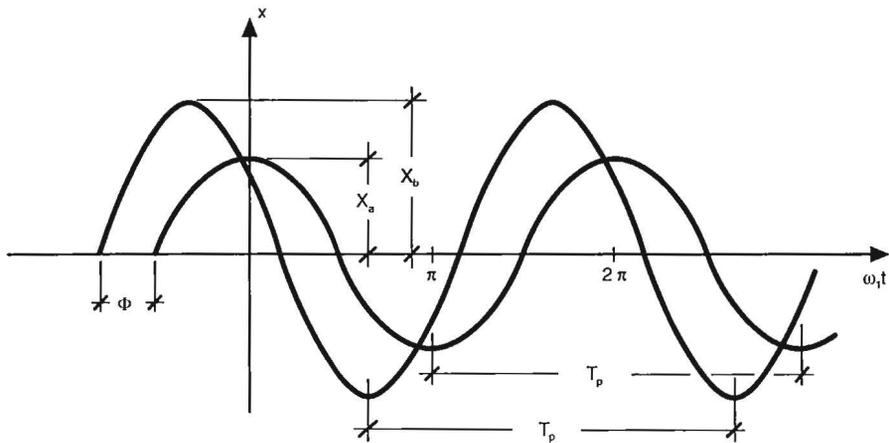


Figura 1.1-2 – Ângulo de fase.

d) É elucidativa a representação do movimento harmônico por um vetor que gira com velocidade angular constante (Fig.1.1-3). A projeção do vetor X_1 sobre cada um dos eixos coordenados representa um movimento harmônico.

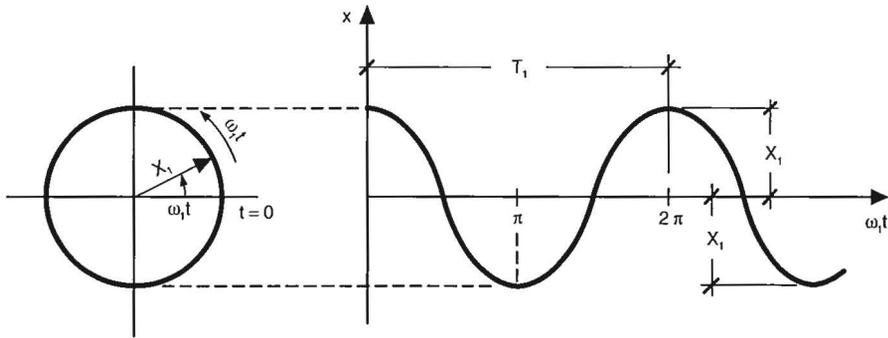


Figura 1.1-3 – Representação vetorial do movimento harmônico.

É muito prático, no que diz respeito às operações matemáticas, representar o movimento harmônico em álgebra complexa. As duas projeções acima referidas estarão incluídas na expressão:

$$x(t) = X_1 e^{i\omega_1 t} = X_1 (\cos \omega_1 t + i \sin \omega_1 t) \quad (1.1-6)$$

Consideraremos somente a projeção sobre o eixo horizontal, $X_1 \cos \omega_1 t$; ou, na apresentação complexa, a componente real. Na expressão acima ω_1 vem a ser a velocidade angular de um vetor de módulo X_1 que gira com velocidade constante. Um ciclo será completado a cada 2π radianos ($\omega_1 t = 2\pi$ rad), em um tempo T_1 (período):

$$\omega_1 t = 2\pi ; T_1 = 2\pi / \omega_1 ; f = \omega_1 / 2\pi \quad (1.1-7)$$

e) Considerando a velocidade do movimento, expressa pela (1.1-3), sua representação vetorial será a projeção horizontal de um vetor de módulo $X_1 \omega_1$, o qual gira com a mesma velocidade angular ω_1 do vetor deslocamento, com uma defasagem de $\pi/2$ radianos na frente deste vetor. (Fig.1.1-4).

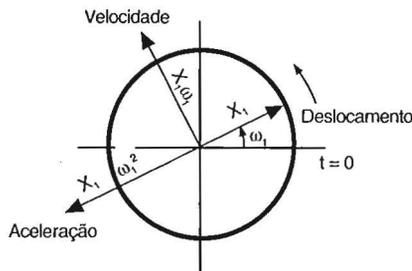


Figura 1.1-4 – Defasagem entre os vetores.

Por sua vez, a aceleração do movimento, expressa pela (1.1-4), será representada pela projeção horizontal de um vetor de módulo $X_1\omega_1^2$, o qual gira com a mesma velocidade angular ω_1 dos dois vetores anteriores, e $\pi/2$ radianos na frente do vetor velocidade (Fig.1.1-4).

f) Um movimento vibratório pode ser **linear** ou **não linear**. Para o caso linear vale o princípio de superposição e o tratamento matemático é relativamente simples. O mesmo não se pode dizer das vibrações não lineares. Para grandes amplitudes de oscilação, mesmo os sistemas ditos lineares apresentam alguma não linearidade, a qual cresce com o aumento das amplitudes. Com isto, os resultados obtidos com um modelo matemático linear afastar-se-ão cada vez mais dos valores reais.

g) As vibrações podem ser classificadas em **livres** e **forçadas**. Nas vibrações livres não há ação de forças exteriores ao sistema, o que acontece nas forçadas.

Um sistema em vibração livre irá oscilar em uma ou mais de suas **freqüências naturais**. No caso de uma vibração forçada, se a força excitadora for harmônica a vibração efetuar-se-á nessa mesma freqüência. Se esta freqüência coincidir com uma das freqüências naturais do sistema, teremos uma ampliação progressiva das amplitudes (**ressonância**), com seu valor máximo dependendo do **amortecimento** do sistema.

h) Em um sistema em vibração há dissipação de energia, sendo bastante complexa uma descrição real da força de amortecimento associada a esta dissipação de energia. Vários fatores influem em sua determinação, tais como deslocamentos, velocidades, tensões, tipos e quantidade das ligações entre elementos estruturais, materiais, etc.

Na prática usam-se modelos matemáticos de fácil tratamento. Destes, o mais simples e que fornece uma aproximação satisfatória, é o do **amortecimento viscoso**, no qual a força de amortecimento, F_{am} , é proporcional à velocidade:

$$F_{am} = c \dot{x}(t) \quad (1.1-8)$$

Para maiores detalhes consultar o Apêndice A.II.

i) O número de **graus de liberdade** indica o número mínimo de coordenadas independentes necessário para descrever o movimento do sistema. Um sistema em vibração livre, com vários graus de liberdade, em geral executa um movimento periódico complexo, com diversas componentes de freqüência. Entretanto, esta vibração também pode ocorrer em movimentos harmônicos simples, que são os **modos principais** de vibração (modo fundamental ou primeiro harmônico, segundo harmônico, etc, em ordem crescente de freqüência).

j) Estudaremos nos itens 1.1.2 a 1.1.5 o sistema linear fundamental, constituído por um conjunto **massa-mola-amortecedor, com um grau de liberdade**, submetido tanto a uma vibração livre como forçada. Nos itens

1.2.1 a 1.2.5 serão estudados sistemas lineares com vários graus de liberdade.

1.1.2. Elementos do sistema linear fundamental e expressão geral

a) Mola

Considera-se a mola como um elemento sem massa, com uma rigidez k (também chamada de **constante de mola**) definida por (Fig.1.1-5.a):

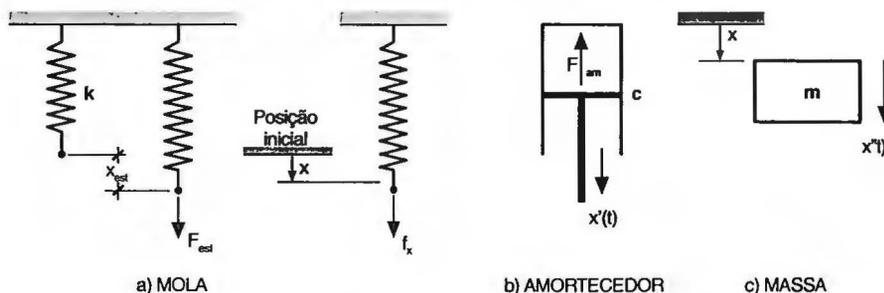


Figura 1.1-5 – Elementos do sistema linear fundamental.

$$k = F_{est} / X_{est} \quad (1.1-9)$$

sendo: F_{est} : força axial estática

X_{est} : deslocamento do extremo da mola, A, pela ação de F_{est} .

A rigidez vem a ser a força necessária para causar um deslocamento unitário. A unidade pode ser, por exemplo, N/mm.

A um deslocamento x corresponderá uma força

$$F_x = k x \quad (1.1-10)$$

b) Amortecedor

Vimos em 1.1.1-h que consideraremos o amortecimento viscoso, no qual a força devida ao amortecimento é proporcional à velocidade (Fig.1.1-5.b):

$$F_{am} = c x'(t) \quad (1.1-11)$$

sendo c o fator de amortecimento viscoso.

c) Massa

Uma massa em movimento acelerado origina uma força dada pela segunda lei de Newton:

$$F_i = m a$$

sendo (Fig.1.1-5.c) :

F_i : força de inércia

m : massa do sólido

a : aceleração: $a = x''(t)$

Portanto:

$$F_i = m x''(t) \quad (1.1-12)$$

d) Expressão geral

Consideremos um sistema massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade, submetido a uma força excitadora $f(t)$, variável no tempo. A equação diferencial do movimento da massa m é dada pela expressão (Fig.1.1-6):

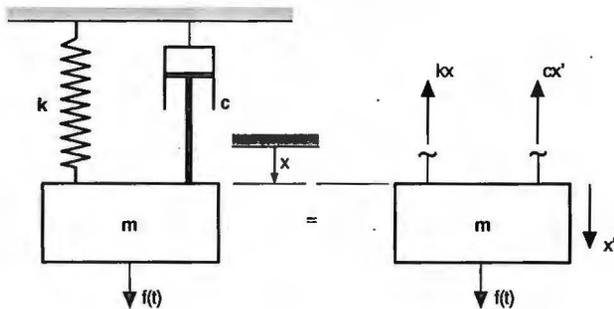


Figura 1.1-6 – Sistema massa-mola-amortecedor

$$m x''(t) + c x'(t) + k x(t) = f(t) \quad (1.1-13)$$

sendo: m : massa do sólido em oscilação

$x(t)$: deslocamento em relação à posição de equilíbrio estático, em um instante t

k : constante de mola

c : fator de amortecimento viscoso

$x'(t)$ e $x''(t)$: velocidade e aceleração da massa, respectivamente

$f(t)$: força excitadora.

Vejam alguns casos particulares.

1.1.3. Vibrações livres

1.1.3.1. Vibrações livres sem amortecimento

a) Neste caso $f(t) = 0$, $c = 0$ e a (1.1-13) fica (Fig.1.1-7.a):

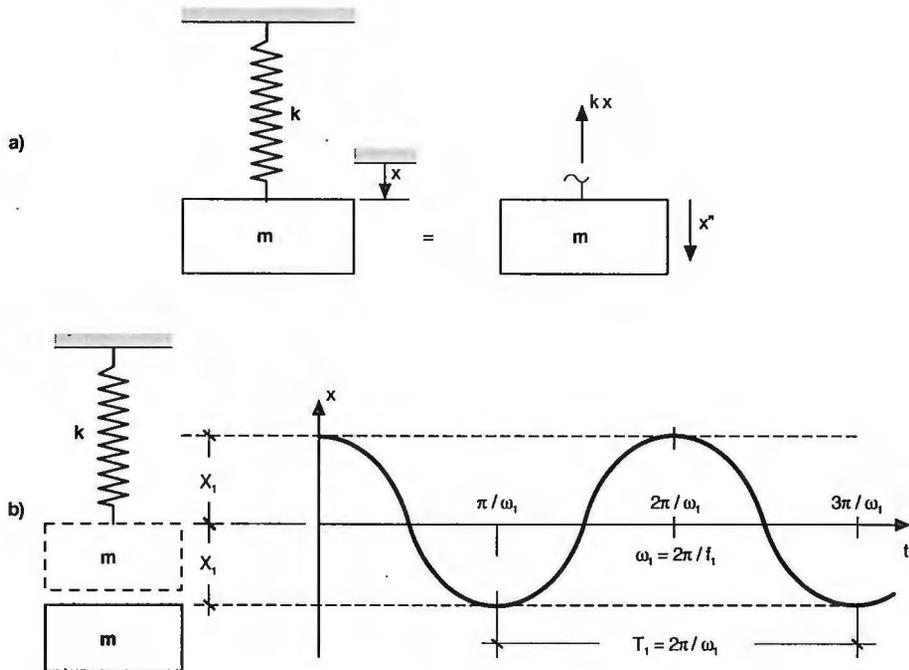


Figura 1.1-7 – Vibração livre sem amortecimento

$$m x''(t) + k x(t) = 0 \quad (1.1-14)$$

Esta equação pode ser obtida considerando o equilíbrio, em um dado instante, do sistema indicado na Fig.1.1-7.a: $k x(t) = -m x''(t)$.

Dividindo por m e definindo

$$\omega_1^2 = k / m \quad (1.1-15)$$

a (1.1-14) ficará:

$$x''(t) + \omega_1^2 x(t) = 0 \quad (1.1-16)$$

O fator ω_1 é designado por **frequência circular natural**.

Esta equação diferencial homogênea de segunda ordem tem para solução geral :

$$x(t) = A \text{ sen } \omega_1 t + B \text{ cos } \omega_1 t \quad (1.1-17)$$

na qual **A** e **B** são constantes arbitrárias, obtidas a partir das condições iniciais, isto é, no instante $t = 0$, no qual a posição da massa é X_0 e sua velocidade V_0 .

O valor de B é obtido substituindo $t = 0$ e $x = X_0$ na (1.1-17):

$$B = X_0 \quad (1.1-18)$$

Para determinar A deriva-se a (1.1-17) e substitui-se $t = 0$ e $v = V_0$:

$$v(t) = x'(t) = \omega_1 A \cos \omega_1 t - \omega_1 B \sin \omega_1 t \quad (1.1-19)$$

$$v(t) = V_0 = \omega_1 A$$

$$A = V_0 / \omega_1 \quad (1.1-20)$$

Substituindo (1.1-18) e (1.1-20) na (1.1-17):

$$x(t) = (V_0 / \omega_1) \sin \omega_1 t + X_0 \cos \omega_1 t \quad (1.1-21)$$

b) Se $X_0 = V_0 = 0$, a (1.1-21) leva a $x = 0$. Isto é, a massa permanece sempre em repouso. As condições iniciais de maior interesse correspondem ao caso em que a massa é afastada de sua posição de equilíbrio estático de um valor X_0 e então liberada com velocidade inicial nula. A (1.1-21) ficará:

$$x(t) = X_0 \cos \omega_1 t \quad (1.1-22)$$

Esta é a equação da vibração livre sem amortecimento. A Fig.1.1-7.b procura ilustrar graficamente este tipo de vibração.

c) Para o caso de uma mola no regime elástico o deslocamento estático causado pelo peso da massa m (peso = $m g$) é dado pela expressão (1.1-9):

$$X_{\text{est}} = m g / k$$

da qual se obtém:

$$k / m = g / X_{\text{est}}$$

Relembrando a (1.1-15):

$$\omega_1 = (g / X_{\text{est}})^{1/2}$$

e

$$f_1 = \omega_1 / 2\pi = (g / X_{\text{est}})^{1/2} / (2\pi) \quad (1.1-23)$$

Isto é, a frequência natural de vibração do sistema massa–mola é inversamente proporcional à raiz quadrada do deslocamento estático da massa e pode ser facilmente obtida por uma medição estática muito simples.

d) A solução geral (1.1-21) pode ser apresentada sob outra forma, lembrando a relação trigonométrica

$$A \sin x + B \cos x = (A^2 + B^2)^{1/2} \sin (x \pm \phi)$$

Aplicando à (1.1-21) e considerando apenas o ângulo ϕ positivo:

$$x(t) = [(V_0/\omega_1)^2 + X_0^2]^{1/2} \sin (\omega_1 t + \phi)$$

Fazendo $[(V_0/\omega_1)^2 + X_0^2]^{1/2} = X$:

$$x(t) = X \text{ sen } (\omega_1 t + \phi) \quad (1.1-24)$$

em que (Fig. 1.1-8):

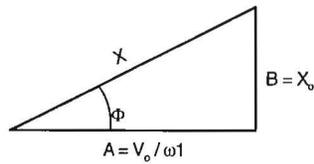


Figura 1.1-8 – Relação entre os parâmetros A, B e X

$$X = (A^2 + B^2)^{1/2} = [(V_o / \omega_1)^2 + X_o^2]^{1/2}$$

$$\text{tg } \phi = \omega_1 X_o / V_o$$

1.1.3.2. Vibrações livres amortecidas

a) Ainda teremos $f(t) = 0$. A (1.1-13) fica:

$$m x''(t) + c x'(t) + k x(t) = 0 \quad (1.1-25)$$

Esta equação diferencial homogênea, de segunda ordem, tem solução da forma:

$$x(t) = e^{st} \quad (1.1-26)$$

onde s é uma constante a determinar. Substituindo (1.1-26) em (1.1-25) chega-se à equação:

$$(m s^2 + c s + k) e^{st} = 0 \quad (1.1-27)$$

que é satisfeita quando

$$m s^2 + c s + k = 0$$

Dividindo por m e lembrando que $k/m = \omega_1^2$:

$$s^2 + (c / m) s + \omega_1^2 = 0$$

Esta equação tem duas soluções, s_1 e s_2 :

$$s_{1,2} = -c / (2m) \pm [(c / 2m)^2 - \omega_1^2]^{1/2} \quad (1.1-28)$$

Portanto, a solução geral da (1.1-26) será:

$$x(t) = A e^{s_1 t} + B e^{s_2 t} \quad (1.1-29)$$

onde A e B são constantes que dependem das condições iniciais.

b) O comportamento do sistema massa-mola-amortecedor dependerá do valor do radical em (1.1-28). Se $(c / 2m)^2 > \omega_1^2$, ambas as raízes são positivas e os dois valores de s são reais. Além disso, estes valores são

negativos, pois o valor do radical será sempre menor que o outro termo, $c/2m$, conclusão a que se chega analisando a (1.1-28). Portanto, a (1.1-29) tem por solução a soma de duas curvas exponenciais decrescentes, esboçadas na Fig.1.1-9.

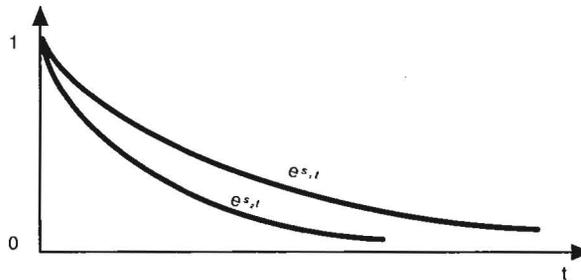


Figura 1.1-9 – Amortecimento supercrítico

Conclui-se que neste caso não teremos realmente uma vibração, pois o movimento da massa decai mais ou menos rapidamente para a posição de equilíbrio, sem ultrapassá-la. Trata-se de um **amortecimento supercrítico**.

c) Quando $(c/m)^2 = \omega_1^2$ o valor do radical em (1.3-15) é zero e estamos em presença do chamado **amortecimento crítico**, sendo o **fator de amortecimento crítico**, c_c , igual a:

$$c_c = 2 m \omega_1 \quad (1.1-30)$$

O amortecimento de um sistema pode ser indicado como uma fração do amortecimento crítico (**razão de amortecimento crítico**):

$$\zeta = c / c_c \quad (1.1-31.a)$$

Combinando (1.1-30) e (1.1-31):

$$c = \zeta c_c = 2 \zeta m \omega_1 \quad (1.1-31.b)$$

e, substituindo na (1.1-28), lembrando a (1.1-15), chega-se a :

$$s_{1,2} = [- \zeta \pm (\zeta^2 - 1)^{1/2}] \omega_1 \quad (1.1-32)$$

Para o amortecimento crítico, $\zeta = 1$ e teremos, para a (1.1-32):

$$s_1 = s_2 = - \omega_1$$

Substituindo na (1.1-29):

$$x = (A + B) e^{-\omega_1 t}$$

A teoria matemática mostra que, para satisfazer a equação diferencial

do movimento, é necessário adicionar um termo da forma $t e^{-\zeta \omega_1 t}$.

A solução geral da (1.1-29) será, então:

$$x = (A + B t) e^{-\zeta \omega_1 t} \quad (1.1-33)$$

d) Quando $(c/2m)^2 < \omega_1^2$ (isto é, $\zeta < 1$ – **amortecimento subcrítico**) a (1.1-32) pode ser escrita

$$s_{1,2} = [-\zeta \pm i (1 - \zeta^2)^{1/2}] \omega_1$$

Substituindo na (1.1-29):

$$x(t) = e^{-\zeta \omega_1 t} (A e^{i(1-\zeta^2)^{1/2} \omega_1 t} + B e^{-i(1-\zeta^2)^{1/2} \omega_1 t})$$

Considerando as expressões trigonométricas correspondentes, lembrando a (1.1-23) e fazendo $A^2 + B^2 = X^2$, a solução geral da (1.1-26) será:

$$x(t) = X e^{-\zeta \omega_1 t} \text{sen}[(1 - \zeta^2)^{1/2} \omega_1 t + \phi] \quad (1.1-34)$$

Esta expressão mostra que o movimento oscilatório tem amplitude decrescente (Fig.1.1-10), porém uma frequência circular constante, dada por

$$\omega_d = (1 - \zeta^2)^{1/2} \omega_1 \quad (1.1-35)$$

A frequência f_d correspondente será

$$f_d = \omega_d / 2\pi = (1 - \zeta^2)^{1/2} \omega_1 / (2\pi)$$

e o respectivo período de oscilação:

$$T_d = 1 / f_d = 2\pi / [(1 - \zeta^2)^{1/2} \omega_1] \quad (1.1-36)$$

e) Outro modo usual de definir o amortecimento é pelo **decremento logarítmico**, δ , definido como o logaritmo natural da razão (constante) entre duas amplitudes sucessivas, X_k e X_{k+1} . Teremos (Fig.1.1-10):

$$\delta = \ln (X_k / X_{k+1}) \text{ ou } X_k / X_{k+1} = e^\delta \quad (1.1-37)$$

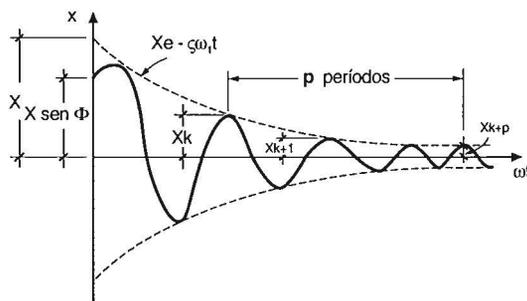


Figura 1.1-10 – Decremento logarítmico

Conforme (1.1-34) e (1.1-37):

$$\delta = (\ln X_k / X_{k+1}) = \ln \{ [e^{-\zeta \omega_1 t_1}] / [e^{-\zeta \omega_1 (t_1 + T_p)}] \}$$

$$\delta = \ln e^{\zeta \omega_1 T_p} = \zeta \omega_1 T_p$$

Substituindo T_p por seu valor dado na (1.1-36):

$$\delta = 2 \pi \zeta / (1 - \zeta^2)^{1/2}$$

Para valores de $\zeta \leq 0,3$:

$$\delta \approx 2 \pi \zeta \quad (1.1-38)$$

com erro inferior a 5%, o que pode ser constatado examinando os valores da Tabela 1.1-1.

Tabela 1.1-1
Valores de ζ e de δ

ζ	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
δ	0,315	0,631	0,953	1,283	1,622	1,976	2,348	2,742
$2 \pi \zeta$	0,314	0,628	0,942	1,257	1,571	1,885	2,199	2,513
$\delta / (2\pi\zeta)$	1,003	1,005	1,012	1,021	1,032	1,048	1,068	1,091

f) O amortecimento crítico corresponde ao limite de um movimento sem oscilações – sem mudança de sinal de $x(t)$. O repouso é alcançado no menor tempo possível. Para um amortecimento supercrítico também não teremos oscilações, mas o tempo para atingir o repouso é maior.

Para maior precisão na obtenção experimental do decremento logarítmico costuma-se medir duas amplitudes separadas de p períodos, X_k e X_{k+p} . Para cada par de amplitudes sucessivas:

$$X_k / X_{k+1} = X_{k+1} / X_{k+2} = \dots = X_{k+p-1} / X_{k+p} = e^\delta \quad (1.1-39)$$

Por sua vez

$$X_k / X_{k+p} = (X_k / X_{k+1}) (X_{k+1} / X_{k+2}) \dots (X_{k+p-1} / X_{k+p}) = (e^\delta)^p = e^{p\delta}$$

Logaritmando e lembrando a (1.1-38):

$$\ln (X_k / X_{k+p}) = p \delta ; \delta = [\ln (X_k / X_{k+p})] / p \quad (1.1-40)$$

g) A partir da amplitude X_k podemos definir uma “amplitude residual” X_{k+p} / X_k , após p períodos. Da (1.1-39) tira-se:

$$X_{k+p} / X_k = e^{-p\delta} \quad (1.1-41.a)$$

ou, em função do amortecimento crítico:

$$X_{k+p} / X_k = e^{-2\pi p \zeta} \quad (1.1-41.b)$$

Por exemplo, para uma estrutura com uma razão de amortecimento crítico $\zeta = 0,02$, após dez períodos ter-se-á:

$$X_{k+10} / X_k = e^{-2\pi \times 10 \times 0,02} = 0,28$$

A amplitude residual será 28% da amplitude inicial.

h) A título de ilustração, a Fig.1.1-11 mostra a forma de curvas representativas de vibrações para os três casos estudados.

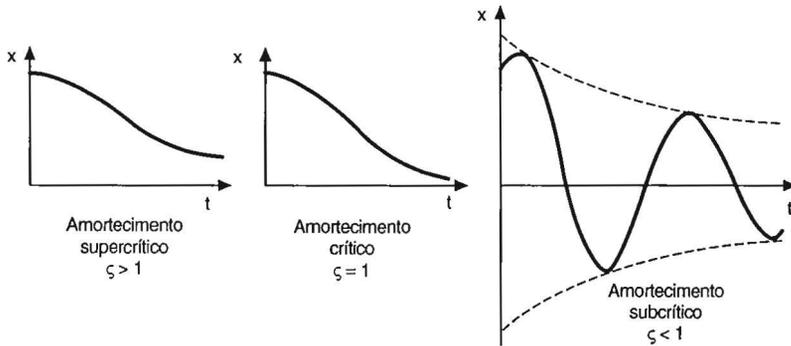


Figura 1.1-11 – Curvas típicas para os três casos de amortecimento

1.1.4. Vibrações forçadas com excitação harmônica

a) Nestas condições

$$f(t) = F_1 e^{i\omega t}$$

e a (1.1-13) fica:

$$m x''(t) + c x'(t) + k x(t) = F_1 e^{i\omega t} \quad (1.1-42)$$

sendo F_1 a amplitude da força excitadora harmônica.

Lembrando que

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$$

tem-se:

$$F_1 e^{i\omega t} = F_1 (\cos \omega t + i \sin \omega t) , \quad (1.1-43)$$

Tomando-se a parte imaginária para representar a força excitadora, a (1.1-42) pode ser escrita:

$$m x''(t) + c x'(t) + k x(t) = F_1 \sin \omega t \quad (1.1-44.a)$$

Dividindo a (1.1-44.a) por m :

$$x''(t) + (c/m) x'(t) + (k/m) x(t) = (F_1/m) \sin \omega t$$

Da (1.1-31.a) tiramos que $c/m = 2\zeta\omega_1$; e lembrando a (1.1-15):

$$x''(t) + 2\zeta\omega_1 x'(t) + \omega_1^2 x(t) = F_1^* \sin \omega t \quad (1.1-44.b)$$

sendo $F_1^* = F_1/m$.

A solução geral apresenta dois termos: o primeiro termo refere-se a uma vibração livre amortecida, de amplitude exponencialmente decrescente com t . Para amortecimento subcrítico, este termo ("transitório") é atenuado até se tornar desprezável. A resposta permanente do sistema é dada pela solução particular da forma

$$x(t) = X_1 e^{i(\omega t - \phi)}$$

$$\text{ou } x(t) = X_1 \text{ sen}(\omega t - \phi) \quad (1.1-45)$$

da qual se obtém:

$$x'(t) = dx / dt = \omega X_1 \cos(\omega t - \phi)$$

$$x''(t) = dx^2 / dt = -\omega^2 X_1 \text{ sen}(\omega t - \phi)$$

Em módulo teremos:

$$\text{Força excitadora: } F_1 \text{ sen } \omega t$$

$$\text{Força de inércia: } m \omega^2 X_1 \text{ sen}(\omega t - \phi)$$

$$\text{Força de amortecimento: } c \omega X_1 \cos(\omega t - \phi) = c \omega X_1 \text{ sen}(\omega t - \phi + \pi/2)$$

$$\text{Força de mola: } k X_1 \text{ sen}(\omega t - \phi)$$

Lembrando o que foi visto em 1.1.1-d e na Fig.1.1-4 chegamos ao diagrama das forças em equilíbrio apresentado na Fig.1.1-12, e, a partir daí:

$$m \omega^2 X_1 \text{ sen}(\omega t - \phi) - c \omega X_1 \text{ sen}(\omega t - \phi + \pi/2) - k X_1 \text{ sen}(\omega t - \phi) + F_1 \text{ sen } \omega t = 0 \quad (1.1-46)$$

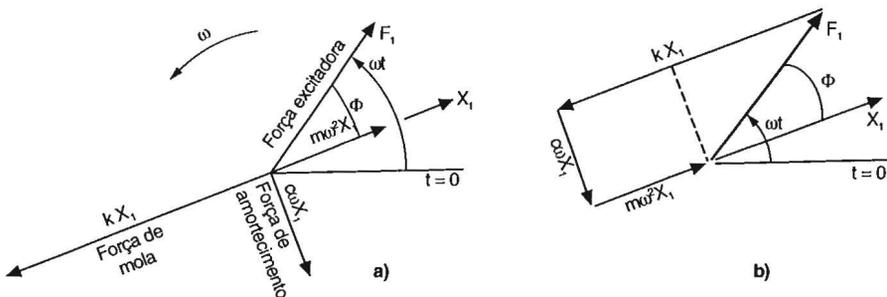


Figura 1.1-12 – Forças em equilíbrio na vibração forçada com excitação harmônica

Os vetores da Fig.1.1-12.a giram rigidamente com uma velocidade angular ω . Portanto, o ângulo de fase, ϕ , entre F_1 e X_1 permanece constante. Este ângulo não pode ser nulo, pois F_1 deve ter uma componente que equilibre a força de amortecimento. As forças de inércia e de mola têm a mesma direção e sentidos opostos. Da Fig.1.1-12.a tiramos o polígono de forças em

equilíbrio que aparece na Fig.1.1-12.b. Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo sombreado desta figura, chega-se a :

$$X_1 = F_1 / [(k - m \omega^2)^2 + (c \omega)^2]^{1/2} \quad (1.1-47)$$

e, pela definição de tangente trigonométrica:

$$\text{tg } \phi = c \omega / (k - m \omega^2) \quad (1.1-48)$$

Substituindo a (1.1-47) na (1.1-45) chega-se à seguinte expressão para a resposta permanente do sistema:

$$x(t) = F \text{ sen}(\omega t - \phi) / [(k - m \omega^2)^2 + (c \omega)^2]^{1/2} \quad (1.1-49)$$

1.1.5. Impedância e admitância

a) O conceito de **impedância mecânica** é uma generalização do conceito de rigidez de mola, **k**. Define-se como a razão entre a excitação e a resposta permanente:

$$Z(\omega) = f(t) / x(t) = F_1 \text{ sen } \omega t / x(t) \quad (1.1-50)$$

Em álgebra complexa:

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= F_1 e^{i\omega t} / X_1 e^{i(\omega t - \phi)} = (F_1 / X_1) e^{i\phi} \\ Z(\omega) &= |Z(\omega)| e^{i\phi} \end{aligned} \quad (1.1-51)$$

sendo ϕ obtido pela (1.1-48).

Comparando com a (1.1-47):

$$|Z(\omega)| = F_1 / X_1 = [(k - m \omega^2)^2 + (c \omega)^2]^{1/2} \quad (1.1-52)$$

que é o módulo da impedância mecânica do sistema massa-mola-amortecedor.

Multiplicando a expressão acima por $1/k$ chega-se a:

$$|Z(\omega)| / k = [(1 - m \omega^2 / k)^2 + (c \omega / k)^2]^{1/2}$$

e sendo $k/m = \omega_1^2$ (1.1-15):

$$|Z(\omega)| / k = \{ [1 - (\omega / \omega_1)^2]^2 + (c \omega / k)^2 \}^{1/2}$$

Lembrando a (1.1-30) e (1.1-31), respectivamente $\zeta = c/c_c$ e $c_c = 2 m \omega_1$ obtém-se:

$$|Z(\omega)| = k \{ [1 - (\omega / \omega_1)^2]^2 + 4 \zeta^2 (\omega / \omega_1)^2 \}^{1/2} \quad (1.1-53.a)$$

Pela (1.1-15):

$\omega_1^2 = k/m$, ou $k = m \omega_1^2 = m (2\pi f_1)^2$
 e a (1.1-53.a) fica:

$$|Z(\omega)| = m (2\pi f_1)^2 \{ [1 - (\omega / \omega_1)^2]^2 + 4 \zeta^2 (\omega / \omega_1)^2 \}^{1/2} \quad (1.1-53.b)$$

Partindo da (1.1-44.b) chegar-se-ia a:

$$|Z(\omega)|' = (2\pi f_1)^2 \{ [1 - (\omega / \omega_1)^2]^2 + 4 \zeta^2 (\omega / \omega_1)^2 \}^{1/2} \quad (1.1-53.c)$$

O fator ω/ω_1 pode ser substituído por f / f_1 .

Conhecida a impedância saberemos:

- a relação entre os módulos da excitação e da resposta permanente, F_1/X_1 , dada pela (1.1-52);
- o ângulo de fase entre a excitação e a resposta, ϕ , dado pela (1.1- 48).

b) Uma representação gráfica da (1.1-52) aparece na Fig.1.1-13, em álgebra complexa. A componente $c \omega$ (amortecimento) origina o ângulo de fase ϕ . Teremos, por esta figura:

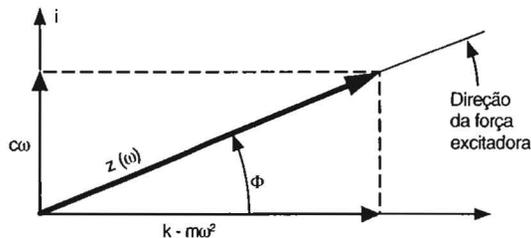


Figura 1.1-13 – Impedância mecânica em álgebra complexa

$$Z(\omega) = k - m \omega^2 + i c \omega \quad (1.1-54)$$

$$\text{tg } \phi = c \omega / (k - m \omega^2) \quad (1.1-55)$$

c) Calculemos as impedâncias dos elementos fundamentais do sistema que estamos estudando: mola, amortecedor e massa:

Mola: $|Z(\omega)| = (k X_1 \text{ sen } \omega t) / (X_1 \text{ sen } \omega t) \dots\dots\dots Z(\omega) = k$

Amortecedor: $|Z(\omega)| = (c \omega X_1 \text{ cos } \omega t) / (X_1 \text{ sen } \omega t) \dots\dots\dots Z(\omega) = i c \omega$
 (Diferença de fase de 90° equivale a multiplicar por i)

Massa: $|Z(\omega)| = (- m \omega^2 X_1 \text{ sen } \omega t) / (X_1 \text{ sen } \omega t) \dots\dots\dots Z(\omega) = - m \omega^2$

Para o caso do sistema completo, massa-mola-amortecedor:

$Z(\omega) = k + i c \omega - m \omega^2$
 que coincide com a (1.1-54).

d) Por definição, a **admitância**, $H(\omega)$, é o inverso da impedância:

$$H(\omega) = 1 / Z(\omega) = 1 / (|Z(\omega)| e^{i\phi}) = |H(\omega)| e^{-i\phi} \quad (1.1-56)$$

Considerando a (1.1-50) e (1.1-51):

$$\begin{aligned} x(t) &= F_1 e^{i\omega t} / Z(\omega) = F_1 e^{i\omega t} / (|Z(\omega)| e^{i\phi}) \\ x(t) &= |H(\omega)| e^{-i\phi} F_1 e^{i\omega t} = |H(\omega)| F_1 e^{i(\omega t - \phi)} \end{aligned} \quad (1.1-57)$$

e:

$$X_1 = |H(\omega)| F_1 \quad (1.1-58)$$

Vemos que a resposta do sistema massa-mola-amortecedor (sistema linear) a uma força harmônica pode ser obtido multiplicando a força excitadora pela admitância.

Pela definição de admitância mecânica, e lembrando a (1.1-52.b):

$$|H(\omega)| = 1 / |Z(\omega)| = 1 / \{ k \{ [1 - (\omega/\omega_1)^2]^2 + 4 \zeta^2 (\omega/\omega_1)^2 \}^{1/2} \} \quad (1.1-59)$$

e) Seja X_{est} o deslocamento correspondente a uma força F_1 agindo estaticamente. De acordo com a definição de constante de mola, k , teremos:

$$F_1 / X_{est} = k$$

Lembrando que $X_1 = F_1 / |Z(\omega)|$, e dividindo por X_{est} obteremos o **fator de amplificação mecânica**, χ_m :

$$\chi_m = X_1 / X_{est} = (F_1 / X_{est}) / |Z(\omega)| = k / |Z(\omega)|$$

e lembrando a (1.1-56):

$$\chi_m = k |H(\omega)| \quad (1.1-60)$$

O diagrama χ_m versus ω/ω_1 é um diagrama bastante conhecido (Fig.1.1-14). É um diagrama afim ao da admitância. Esta será obtida dividindo a respectiva ordenada desse diagrama por k , conforme (1.1-60).

De acordo com (1.1-59) e (1.1-60), o fator de amplificação mecânica será:

$$\chi_m = \{ [1 - (\omega/\omega_1)^2]^2 + 4 \zeta^2 (\omega/\omega_1)^2 \}^{1/2} \quad (1.1-61)$$

Na ressonância, isto é, quando $\omega = \omega_1$, e lembrando que $\omega_1^2 = k/m$ (1.1-15), a (1.1-47) fornecerá a amplitude de oscilação na ressonância:

$$X_1 = F_1 / (c \omega_1) \quad (1.1-62)$$

Se o amortecimento $c \rightarrow 0$, a amplitude $X_1 \rightarrow \infty$.

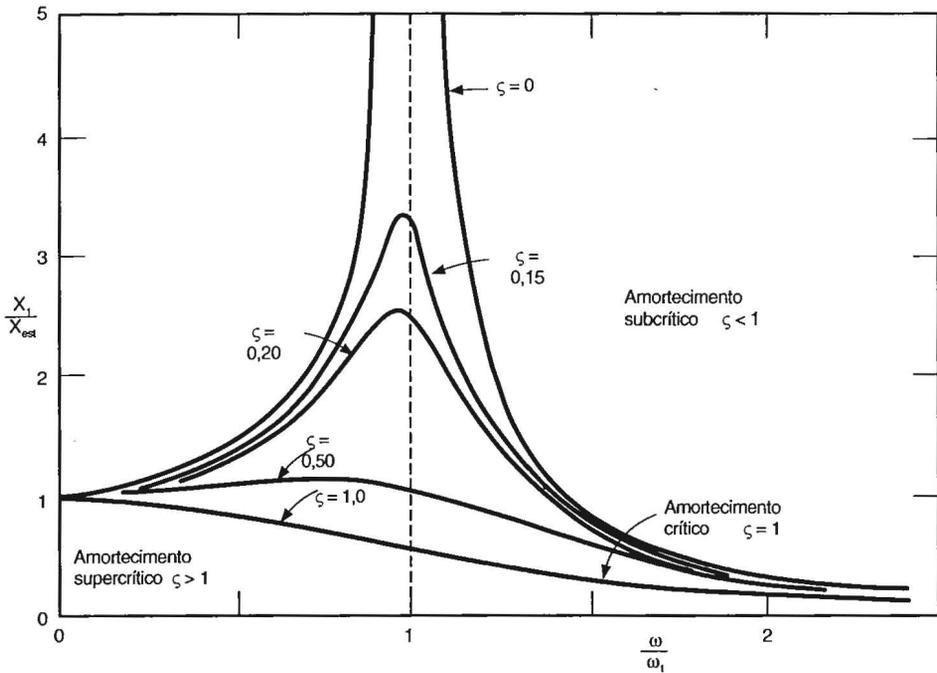


Figura 1.1-14 – Fator de amplificação mecânica

1.2. SISTEMAS LINEARES COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE

1.2.1. Modos normais de vibração

a) O número de graus de liberdade de um sistema é igual ao número de coordenadas independentes necessárias para descrever seu movimento. Além disso, igual será o número de frequências naturais em que pode oscilar o sistema em vibração livre. De um modo geral a oscilação livre dá-se simultaneamente em várias frequências naturais. Porém, sob certas condições todas as coordenadas estarão em movimentos harmônicos com uma mesma frequência natural: este será um **modo normal** (ou principal) de vibração. O número de modos normais é igual ao número de graus de liberdade: um sistema com **n** graus de liberdade terá **n** frequências naturais e poderá oscilar em **n** distintos modos normais.

O estudo dos modos normais é de importância também para o caso geral, pois este pode ser encarado como sendo uma superposição de modos normais.

b) Iremos abordar os sistemas a **n** graus de liberdade com notação matricial, por seu poder de síntese. Partiremos de um exemplo simples, sem amortecimento, com dois graus de liberdade. Seja o sistema massa-mola da Fig. 1.2-1.a,

com dois graus de liberdade. Conseqüentemente, ele pode ser descrito por duas coordenadas independentes, x_1 e x_2 , que medem os deslocamentos das respectivas massas m_1 e m_2 a partir de suas posições de equilíbrio.

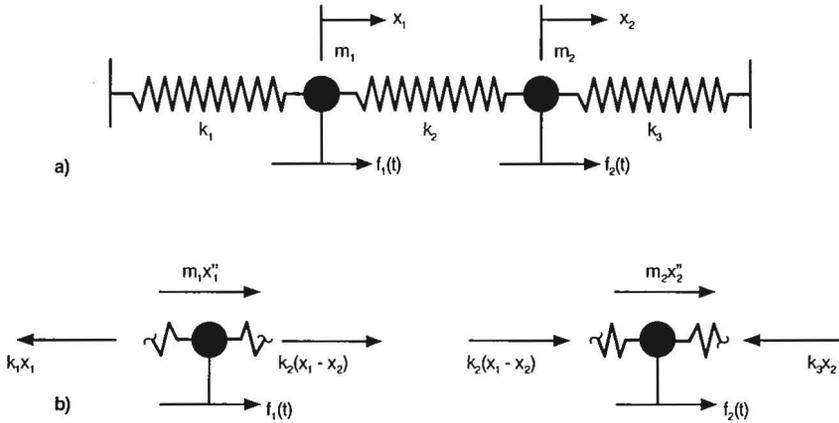


Figura 1.2-1 – Sistema massa-mola com dois graus de liberdade

Aplicando o método do isolamento para determinar o equilíbrio de cada massa (Fig.1.2-1.b), lembrando que $\Sigma F = m x''$:

– **massa m_1** : $f_1(t) - k_1 x_1 - k_2 (x_1 - x_2) = m_1 x_1''$

$$m_1 x_1'' + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = f_1(t)$$

– **massa m_2** : $f_2(t) + k_2 (x_1 - x_2) - k_3 x_2 = m_2 x_2''$

$$m_2 x_2'' - k_2 x_1 + (k_2 + k_3) x_2 = f_2(t)$$

Em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1'' \\ x_2'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{Bmatrix} \quad (1.2-1)$$

De um modo mais geral pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1'' \\ x_2'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{Bmatrix} \quad (1.2-2)$$

ou, sinteticamente:

$$[M] \{x''\} + [K] \{x\} = \{f(t)\} \quad (1.2-3)$$

sendo: [M]: matriz das massas
 [K]: matriz de rigidez
 {x''}: vetor coluna das acelerações
 {x}: vetor coluna dos deslocamentos
 {f(t)}: vetor coluna das forças.

A solução completa das equações do movimento consiste na superposição das soluções para o movimento livre (solução geral da equação homogênea) e para o movimento forçado (solução particular da equação completa).

1.2.2. Oscilações livres

a) Para a oscilação livre teremos:

$$\begin{aligned} m_1 x_1'' + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 &= 0 \\ m_2 x_2'' - k_2 x_1 + (k_2 + k_3) x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1.2-4)$$

em forma matricial:

$$[M] \{x''\} + [K] \{x\} = \{0\} \quad (1.2-5)$$

sendo:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) \end{bmatrix}$$

$$\{0\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Ou, generalizando para um sistema com n graus de liberdade:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & m_2 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix}$$

– Matriz das massas ou matriz de inércia. Se não houver conexões dinâmicas entre as massas, é uma matriz diagonal.

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{– Matriz de rigidez. Real, simétrica, para sistemas rígidos ou pouco deformáveis.}$$

$$\{x\} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \quad \text{– vetor (ou matriz) coluna dos deslocamentos em um instante } t, \text{ das massas } m_1, m_2, \dots, m_n$$

Pré multiplicando a (1.2-5) por $[M]^{-1}$:

$$\{x''\} + [M]^{-1} [K] \{x\} = \{0\}$$

$$\text{ou: } \{x''\} + [C] \{x\} = \{0\} \quad (1.2-6)$$

sendo $[C] = [M]^{-1} [K]$ a **matriz dinâmica**.

Estamos supondo um movimento harmônico, com o sistema vibrando em um de seus modos fundamentais (naturais, normais): todos os pontos do sistema executam movimentos harmônicos com a mesma frequência circular ω ($\omega = 2\pi f$).

Sendo o movimento harmônico, a solução será da forma:

$$\{x\} = \{A\} e^{i\omega t} \quad (1.2-7)$$

onde:

$$\{A\} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_n \end{bmatrix} \quad \text{– } \mathbf{vetor\ modal}: \text{ vetor (ou matriz) coluna das amplitudes de oscilação das massas } m_1, m_2, \dots, m_n \text{ para a frequência circular } \omega$$

Derivando a (1.2-7) duas vezes:

$$\{x'\} = i \omega \{A\} e^{i\omega t}; \{x''\} = -\omega^2 \{A\} e^{i\omega t} \quad (1.2-8)$$

Substituindo (1.2-7) e (1.2-8) na (1.2-6):

$$-\omega^2 \{A\} e^{i\omega t} + [C] \{A\} e^{i\omega t} = \{0\}$$

ou, para as **amplitudes** de oscilação:

$$[C] \{A\} = \omega^2 \{A\} \quad (1.2-9)$$

b) Estamos aqui com o clássico problema de auto-valores, $B X = \lambda X$. A solução trivial da (1.2-9) é $\{A\} = \{0\}$: não há movimento.

Na solução não trivial o **determinante característico** deve ser nulo (equação característica). A (1.2-9) pode ser posta sob a forma:

$$([C] - \omega^2 [E]) \{A\} = \{0\} \quad (1.2-10)$$

sendo:

$$[E] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{a matriz identidade}$$

A solução não trivial será:

$$[C] - \omega^2 [E] = \{0\}$$

e a equação característica:

$$|[C] - \omega^2 [E]| = 0 \quad (1.2-11)$$

c) O determinante característico é um polinômio do grau **n** em ω^2 . Obteremos **n** raízes ω_i^2 ($i = 1, 2, \dots, n$), que são os **n auto-valores**. Cada auto-valor corresponde a uma das frequências naturais do sistema.

Substituindo os auto-valores em (1.2-10) obtêm-se os auto-vetores, também chamados de **vetores modais** ou vetores característicos:

$$\{A\}^{(i)} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_n \end{pmatrix} \quad \text{-- vetor modal para a frequência } \omega_i \quad (1.2-12)$$

Cada vetor modal indica uma relação entre as amplitudes, não os valores reais dessas amplitudes (Como o determinante característico é nulo, a

característica da matriz é menor que n . Em geral é $n-1$: a uma das incógnitas A_i pode ser arbitrado um valor).

Define-se como **matriz modal** a matriz dos vetores modais:

$$[\Phi] = [\{A\}^{(1)} \{A\}^{(2)} \dots \{A\}^{(n)}] = \begin{bmatrix} A_1^{(1)} & A_1^{(2)} & \dots & A_1^{(n)} \\ A_2^{(1)} & A_2^{(2)} & \dots & A_2^{(n)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_n^{(1)} & A_n^{(2)} & \dots & A_n^{(n)} \end{bmatrix} \quad (1.2-13)$$

Cada coluna da matriz modal corresponde a um vetor modal.

Define-se como **matriz espectral** a matriz diagonal dos auto-valores:

$$[S] = [\omega_i^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (1.2-14)$$

c) Voltemos ao nosso exemplo, cujas equações são as (1.2-4) e determinemos as matrizes modal e espectral. Para simplificar as operações, façamos $k_1 = k_2 = k_3 = k$ e $m_1 = m_2 = m$. Teremos:

$$\begin{aligned} m x_1'' + 2k x_1 - k x_2 &= 0 \\ m x_2'' - k x_1 + 2k x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1.2-15)$$

Em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1'' \\ x_2'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[C] = [M]^{-1} [K] = \begin{bmatrix} 1/m & 0 \\ 0 & 1/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k/m & -k/m \\ -k/m & 2k/m \end{bmatrix}$$

$$[C] - \omega^2 [E] = \begin{bmatrix} 2k/m & -k/m \\ -k/m & 2k/m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega^2 & 0 \\ 0 & \omega^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2k/m) - \omega^2 & -k/m \\ -k/m & (2k/m) - \omega^2 \end{bmatrix} \quad (1.2-16)$$

A equação característica será:

$$\begin{vmatrix} (2k/m) - \omega^2 & -k/m \\ -k/m & (2k/m) - \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

Os auto-valores serão:

$$\omega_1^2 = 3k/m$$

$$\omega_2^2 = k/m$$

E as respectivas freqüências circulares naturais:

$$\omega_1 = (3k/m)^{1/2}$$

$$\omega_2 = (k/m)^{1/2}$$

E a matriz espectral:

$$[S] = \begin{bmatrix} 3k/m & 0 \\ 0 & k/m \end{bmatrix} = k/m \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para determinar a matriz modal voltemos à (1.2-10), substituindo o primeiro fator pela (1.2-16):

$$\begin{bmatrix} (2k/m) - \omega^2 & -k/m \\ -k/m & (2k/m) - \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Separando as duas equações:

$$(2k/m - \omega^2) A_1 - (k/m) A_2 = 0$$

$$-(k/m) A_1 + (2k/m - \omega^2) A_2 = 0$$

Dividindo a primeira por A_2 :

$$(2k/m - \omega^2) A_1/A_2 - k/m = 0$$

$$A_1/A_2 = (k/m) / (2k/m - \omega^2)$$

Para a primeira raiz, $\omega_1^2 = 3k/m$:

$$A_1/A_2 = (k/m) / (2k/m - 3k/m) = -1$$

$$\text{Fazendo } A_1 = 1: \{A\}^{(1)} = \begin{Bmatrix} +1 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

E, para a segunda raiz, $\omega_2^2 = k/m$:

$$A_1/A_2 = (k/m) / (2k/m - k/m) = +1$$

$$\text{Fazendo } A_1 = 1: \{A\}^{(2)} = \begin{Bmatrix} +1 \\ +1 \end{Bmatrix}$$

A matriz modal será:

$$[\phi] = [\{A\}^{(1)} \{A\}^{(2)}] = \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix}$$

Façamos o produto interno $\{A^{(1)}\}^T \{A^{(2)}\}$:

$$\begin{Bmatrix} +1 & -1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} +1 \\ +1 \end{Bmatrix} = 1 - 1 = 0.$$

Isto é, os vetores modais são ortogonais, pois “se dois vetores são ortogonais, seu produto interno é igual a zero, e vice-versa.”

A interpretação gráfica dos modos de vibração está dada na Fig.1.2-2.

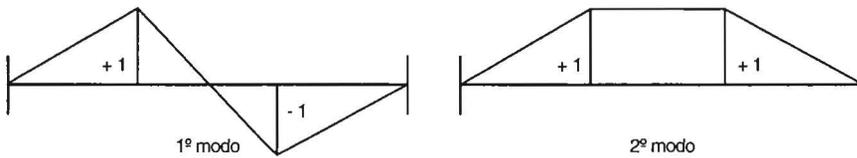


Figura 1.2-2 – Modos naturais de vibração

1.2.3. Vibrações forçadas com excitação harmônica

a) Para a vibração forçada, sendo a força excitadora harmônica, a (1.2-3) fica:

$$[M] \{x''\} + [K] \{x\} = \{F\} e^{i\omega t} \quad (1.2-17)$$

Premultiplicando-a por M^{-1} :

$$\{x''\} + [M]^{-1} [K] \{x\} = M^{-1} \{F\} e^{i\omega t}$$

A resposta será harmônica:

$$\{x\} = \{A\} e^{i\omega t} \quad (1.2-18)$$

sendo $\{A\}$ o vetor das amplitudes dos movimentos das n massas (Como estamos estudando apenas movimentos em uma direção, o número de massas coincide com o número de coordenadas independentes: $N = n$). Derivando a (1.2-18) duas vezes:

$$\{x'\} = i \omega \{A\} e^{i\omega t} ; \{x''\} = -\omega^2 \{A\} e^{i\omega t}$$

Substituindo na (1.2-17):

$$-\omega^2 [M] \{A\} e^{i\omega t} + [K] \{A\} e^{i\omega t} = \{F\} e^{i\omega t}$$

e, para as amplitudes:

$$-\omega^2 [M] \{A\} + [K] \{A\} = \{F\}$$

ou ainda:

$$[K - \omega^2 M] \{A\} = \{F\}$$

e

$$\{A\} = [K - \omega^2 M]^{-1} \{F\} \quad (1.2-19)$$

em que: $\{A\}$: matriz coluna (vetor) da resposta (amplitudes), $n \times 1$;

$[K - \omega^2 M]^{-1}$: matriz da admitância, $n \times n$ (inverso da matriz de impedância);

$\{F\}$: matriz coluna (vetor) da excitação, $n \times 1$.

1.2.4. Coordenadas normais

a) As equações que definem o movimento de um sistema variam com o sistema de coordenadas adotado. Poderemos ter acoplamentos dinâmicos (matriz de massas não diagonal) e/ou estáticos (matriz de rigidez não diagonal). A teoria mostra que é possível encontrar um sistema de coordenadas tal que os modos naturais de oscilação são descritos sem conexões estáticas ou dinâmicas; neste caso as matrizes de massas e de rigidez serão matrizes diagonais. Exemplificando com $n = 3$:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1'' \\ \eta_2'' \\ \eta_3'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1.2-20)$$

As coordenadas $\{\eta\}$ são chamadas **coordenadas normais** ou principais. Em um sistema de coordenadas normais as frequências naturais são facilmente obtidas. Para o exemplo dado acima:

$$m_{jj} \eta_j'' + k_{jj} \eta_j = 0 \quad j = 1, 2, 3 \quad (1.2-21)$$

e, sendo o movimento harmônico, a solução é do tipo [Ver (1.2-7)]:

$$\eta_j = A_j e^{i\omega_j t} \quad (1.2-22)$$

Derivando:

$$\eta_j' = i\omega_j A_j e^{i\omega_j t}; \quad \eta_j'' = -\omega_j^2 A_j e^{i\omega_j t}$$

e substituindo na (1.2-21):

$$-m_{jj} \omega_j^2 A_j e^{i\omega_j t} + k_{jj} e^{i\omega_j t} = 0$$

E, para as amplitudes:

$$(k_{jj} - m_{jj} \omega_j^2) A_j = 0$$

Ou seja:

$$k_{jj} - m_{jj} \omega_j^2 = 0; \quad \omega_j = (k_{jj} / m_{jj})^{1/2} \quad (1.2-23)$$

b) Em alguns casos a determinação das coordenadas normais exige um certo labor matemático, em outros é simples. Tomemos, por exemplo, o problema expresso pelas (1.2-4), com as simplificações constantes nas (1.2-15): $k_1 = k_2 = k_3 = k$, $m_1 = m_2 = m$. As equações do movimento poderão ser escritas:

$$m x_1'' + k x_1 + k (x_1 - x_2) = 0$$

$$m x_2'' - k (x_1 - x_2) + k x_2 = 0$$

Subtraindo a primeira da segunda e rearranjando:

$$m (x_2'' - x_1'') + 3k (x_2 - x_1) = 0$$

E somando as duas equações:

$$m (x_1'' + x_2'') + k (x_1 + x_2) = 0$$

Façamos a seguinte substituição de coordenadas:

$$\eta_1 = x_1 + x_2 \text{ e } \eta_2 = x_2 - x_1 \quad (1.2-24)$$

As equações acima ficarão:

$$m \eta_1'' + k \eta_1 = 0$$

$$m \eta_2'' + 3k \eta_2 = 0$$

Em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1'' \\ \eta_2'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 3k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (1.2-25)$$

De acordo com a (1.2-23) as frequências naturais serão:

$$\omega_1 = (k / m)^{1/2}, \omega_2 = (3k / m)^{1/2}$$

Observe-se que, a partir das (1.2-24) obtém-se:

$$x_1 = (\eta_1 - \eta_2) / 2$$

$$x_2 = (\eta_1 + \eta_2) / 2 .$$

1.2.5 - Massa generalizada

a) Consideremos o sistema da Fig.1.2-3, que pode representar, por exemplo, a estrutura de um edifício discretizada em N massas m_j , sendo x_j o respectivo deslocamento na direção do vento médio.

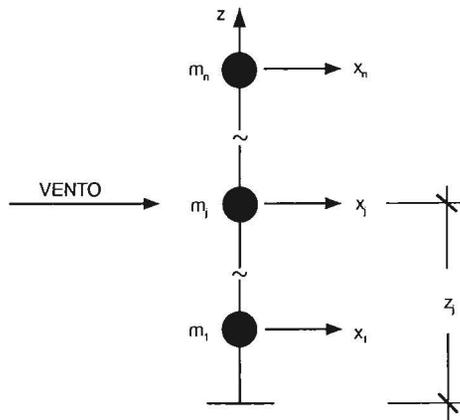


Figura 1.2-3 – Sistema de massas discretas

A energia cinética do sistema, W , será:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j (x_j')^2$$

Em forma matricial:

$$W = \frac{1}{2} \{x'\}^T [M] \{x'\} \quad (1.2-26)$$

onde a matriz das massas é uma matriz diagonal. Substituíamos as coordenadas x_j pelas coordenadas normais η_j , mediante a matriz modal $[\phi]$:

$$\{x\} = [\phi] \{\eta\}$$

Derivando:

$$\{x'\} = [\phi] \{\eta'\}$$

Substituindo na (1.2-26):

$$W = \frac{1}{2} \{\eta'\}^T [\phi]^T [M] [\phi] \{\eta'\}$$

$$W = \frac{1}{2} \{\eta'\}^T [M^*] \{\eta'\}$$

$$\text{onde: } [M^*] = [\phi]^T [M] [\phi] \quad (1.2-27)$$

é a chamada matriz de massa generalizada.

Para o caso de só se considerar o primeiro modo de vibração, a matriz modal $[\phi]$ se reduz ao vetor modal $\{A\}$. Exemplifiquemos com um caso simples, em que $N=3$ e todas as massa são iguais, sendo

$$\{A\} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{pmatrix}$$

Teremos:

$$[M^*] = \{1 \quad 0,5 \quad 0,15\} \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{pmatrix}$$

$$[M^*] = \{m \quad 0,5m \quad 0,15m\} \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{pmatrix} = [m + 0,25m + 0,02m] = [1,27m].$$

REFERÊNCIAS

Da literatura consultada para a elaboração deste capítulo destacamos, em ordem alfabética:

- 1-1. CEB-COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. Vibration problems in structures - practical guidelines. *Bulletin d'Information*, n.209, Aug. 1991.
- 1-2. DEN HARTOG, J.P. *Mechanical vibrations*. 4.ed. New York: McGraw-Hill, 1956.
- 1-3. FUNG, Y.C. *An introduction to the theory of aeroelasticity*. New York: Dover Publications, 1968.
- 1-4. HURTY, W.C.; RUBINSTEIN, M.F. *Dynamics of structures*. New Delhi: Prentice-Hall, 1967.
- 1-5. SCANLAN, R.H.; ROSENBAUM, R. *Aircraft vibration and flutter*. New York: Dover Publications, 1968.
- 1-6. THOMSON, W.T. *Vibration theory and applications*. New York: Prentice-Hall, 1969.

SIMBOLOGIA

a – aceleração do deslocamento $x(t)$: $a = d^2x/dt^2$

A, B, X – parâmetros da solução geral do movimento harmônico livre, sem amortecimento

$A_1, A_2, ..$ – amplitudes de oscilação de distintas massas em um mesmo movimento harmônico

c – fator de amortecimento viscoso

c_c – fator de amortecimento crítico: $c_c = 2 m \omega$

f – frequência, em geral

f_d – frequência em vibração com amortecimento subcrítico

$f_1, f_2 ..$ – frequências do 1º, 2º, ... movimento harmônico

$f(t)$ – força excitadora, genérica

F_{am} – força de amortecimento: $F_{am} = c x'(t)$

F_{est} – força estática

F_i – força de inércia: $F_i = m x''(t)$

F_x – força de mola: $F_x = k x$

$F_1, F_2, ..$ – amplitudes de forças agindo harmonicamente

g – aceleração da gravidade

$H(\omega)$ – admitância mecânica: $H(\omega) = 1/Z(\omega)$; $|H(\omega)| = \chi_m / k$

k – constante de mola

$m, m_1, m_2, ..$ – massas

Matrizes:

$\{A\}^{(i)}$ – vetor modal: vetor coluna das amplitudes de oscilação das massas de um sistema, em uma frequência natural ω_i

$[C]$ – matriz dinâmica: $[C] = [M]^{-1} [K]$

$\{f(t)\}$ – vetor coluna das forças

$\{F\}$ – vetor coluna das amplitudes das forças
 $[K]$ – matriz de rigidez
 $[M]$ – matriz das massas
 $[S]$ – matriz espectral: matriz diagonal dos autovalores ω_i^2
 $\{x\}$ – vetor coluna dos deslocamentos
 $\{x''\}$ – vetor coluna das acelerações
 $[\phi]$ – matriz modal. Cada coluna desta matriz corresponde a um vetor modal: $[\phi] = [\{A\}^{(1)} \{A\}^{(2)} \dots]$
 n – número de coordenadas independentes, em um sistema mecânico
 N – número de massas. Quando é considerado deslocamento em uma só direção, $N = n$
 p – número de períodos de vibração em um certo intervalo de tempo
 t – tempo
 T – intervalo de tempo
 T_d – período de vibração, com amortecimento subcrítico
 T_p – período, em geral
 T_1, T_2, \dots – períodos de vibração do 1º, 2º, ... harmônicos
 $x(t)$ – deslocamento de uma massa em relação à posição de equilíbrio estático
 $x(t)$ – função periódica
 $x_i(t)$ – deslocamento da massa i em relação à posição de equilíbrio estático
 $x'(t)$ – velocidade do deslocamento $x(t)$: $x'(t) = dx/dt$
 $x''(t)$ – aceleração do deslocamento $x(t)$: $x''(t) = d^2x / dt^2$
 X – deslocamento máximo (amplitude) em relação à posição de equilíbrio estático
 X_a, X_b – amplitudes de dois movimentos harmônicos de mesmo período
 X_{est} – deslocamento causado por uma força estática
 X_k, X_{k+1} – amplitudes sucessivas no movimento harmônico amortecido
 X_k, X_{k+p} – amplitudes separadas de p períodos no movimento harmônico amortecido
 X_o, V_o – condições iniciais de deslocamento e velocidade no movimento harmônico livre, sem amortecimento
 X_1, X_2, \dots – amplitudes de deslocamento no 1º, 2º, ... movimento
 $Z(\omega)$ – impedância mecânica
 δ – decremento logarítmico
 ζ – razão de amortecimento crítico: $\zeta = c/c_c$
 ϕ – ângulo de fase
 ω – frequência circular fundamental, sem amortecimento: $\omega = (k / m)^{1/2}$
 ω_d – frequência circular fundamental, com amortecimento subcrítico
 $\omega_1, \omega_2, \dots$ – frequências circulares do 1º, 2º, ... harmônicos
 χ_m – fator de amplificação mecânica: $\chi_m = k |H(\omega)|$

Capítulo 2

PROCESSOS ALEATÓRIOS

2.1. RECORDANDO CONCEITOS BÁSICOS

a) Inicialmente revisaremos alguns conceitos e definições, com a finalidade de fixar terminologia e simbologia.

Os dados obtidos a partir da medida e análise de fenômenos físicos podem ser subdivididos em

1 - dados que são representados com boa exatidão por relações matemáticas explícitas. Exemplos: queda de um sólido no ar, movimento de veículos, diversos problemas de ótica, acústica, calorimetria, vibrações harmônicas, das quais tratamos no capítulo anterior.

2 - dados para os quais não é possível prever um valor exato em um certo instante; eles variam de um modo aleatório, não sendo possível definir relações matemáticas explícitas. O fenômeno é analisado por meio da teoria

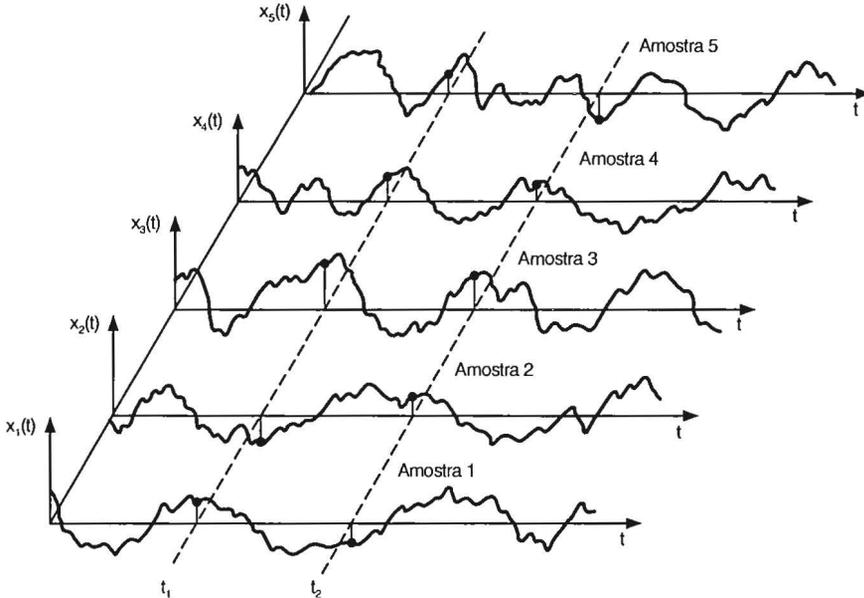


Figura 2.1-1 – Médias estatísticas

da probabilidade e de médias estatísticas. Exemplos: turbulência do vento, altura das ondas em mar revolto, certos casos de vibrações, entre eles o que será tratado mais adiante.

b) Podemos definir **processo aleatório** (ou estocástico) como uma sequência infinita de variáveis aleatórias. Os registros, isto é, as amostras, de um processo aleatório diferem entre si. Entretanto, podem apresentar alguma regularidade no sentido estatístico se o número de amostras for suficientemente grande (Fig.2.1-1).

Um processo aleatório é **estacionário** se os seus parâmetros estatísticos (média, variância, auto-correlação, etc), determinados sobre a totalidade dos registros possíveis, são invariantes para qualquer deslocamento da origem do tempo.

Um processo aleatório estacionário é **ergódico** se qualquer um de seus parâmetros estatísticos, calculado sobre um conjunto de registros possíveis, é igual ao correspondente parâmetro calculado ao longo do tempo sobre qualquer registro representativo do processo. Um processo ergódico é necessariamente estacionário.

c) Teoricamente a análise completa de um sinal aleatório exige o conhecimento de um número infinito de momentos e de momentos compostos de ordem superior, a fim de que se possa estabelecer uma família completa de funções de distribuição de probabilidade para descrever o processo.

Nos casos de interesse prático estas distribuições de probabilidade, em número infinito, não podem ser deduzidas teoricamente nem podem, evidentemente, ser medidas. Assim sendo, somos obrigados a nos contentar com o estudo de alguns parâmetros estatísticos (também chamados “médias estatísticas”) simples.

Uma hipótese simplificativa é a de que as flutuações em torno do valor médio do fenômeno em estudo constituem um processo aleatório ergódico. Esta hipótese é admitida nos casos da prática nos quais é analisado um registro no tempo do fenômeno em estudo, considerando-o como representativo de todos os registros possíveis.

d) Dada uma variável aleatória **x(t)** em um processo ergódico, podemos definir, entre outros, os seguintes parâmetros estatísticos (médias temporais):

Valor médio ou **média** (Fig.2.1-2):

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = \langle x(t) \rangle \quad (2.1-1)$$

Valor quadrado médio:

$$\overline{x^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \langle x^2(t) \rangle \quad (2.1-2)$$

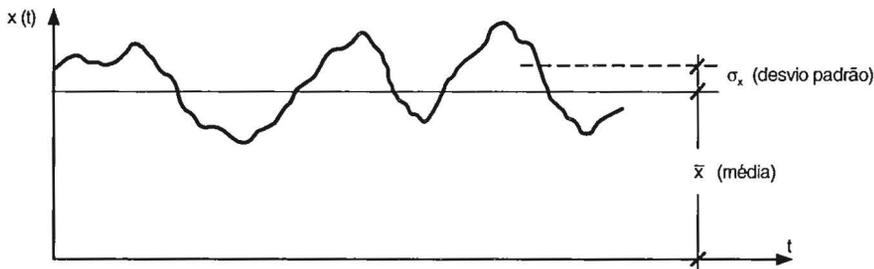


Figura 2.1-2 - Média e variância

A raiz quadrada positiva do valor quadrado médio recebe o nome de **média quadrática** ou **valor rms** ("root mean square value").

Variância:

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{x}]^2 dt = \overline{[x(t) - \bar{x}]^2} \quad (2.1-3)$$

A raiz quadrada positiva da variância é denominada **desvio padrão** (σ_x). Desenvolvendo a (2.1-3) chega-se a

$$\overline{x^2} = (\bar{x})^2 + \sigma_x^2 \quad (2.1-4)$$

e) Em muitos casos é conveniente estudar o fenômeno físico em termos de uma componente invariante com o tempo (componente estática) e de uma componente variável com o tempo (componente dinâmica). A primeira é descrita pelo valor médio e a segunda pela variância. O valor médio é tratado à parte, o que equivale a considerar, para o estudo da componente variável, $\overline{x^2} = 0$, e, portanto

$$\overline{x^2} = \sigma_x^2 \quad (2.1-5)$$

Ou seja para o estudo das flutuações em torno da média a variância coincide com o valor quadrado médio e o desvio padrão com a média quadrática.

2.2. FUNÇÕES PERIÓDICAS

a) Seja $x(t)$ uma função periódica

$$x(t) = x(t \pm n T_1) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

T_1 - período fundamental

Na maioria dos casos da prática uma função periódica pode ser representada por uma série trigonométrica (Série de Fourier):

$$x(t) = a_0 / 2 + \sum_1^{\infty} (a_n \cos 2\pi n f_1 t + b_n \sin 2\pi n f_1 t) \quad (2.2-1)$$

sendo $f_1 = 1 / T_1$ a freqüência fundamental

$$a_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} x(t) \cos 2\pi n f_1 t \, dt \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} x(t) \sin 2\pi n f_1 t \, dt \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

b) Uma outra maneira de apresentar a série de Fourier é a seguinte:

$$x(t) = X_0 + \sum_1^{\infty} X_n \cos(2\pi n f_1 t - \phi_n) \quad (2.2-2)$$

sendo:

$X_0 = a_0 / 2$ a altura média do diagrama (Figs. 2.2-1 e 2.2-2)

De fato, para $n = 0$, $a_n = a_0$, e:

$a_n = 2$ (área do diagrama) / $T_1 = 2$ (altura média) = $2 X_0$

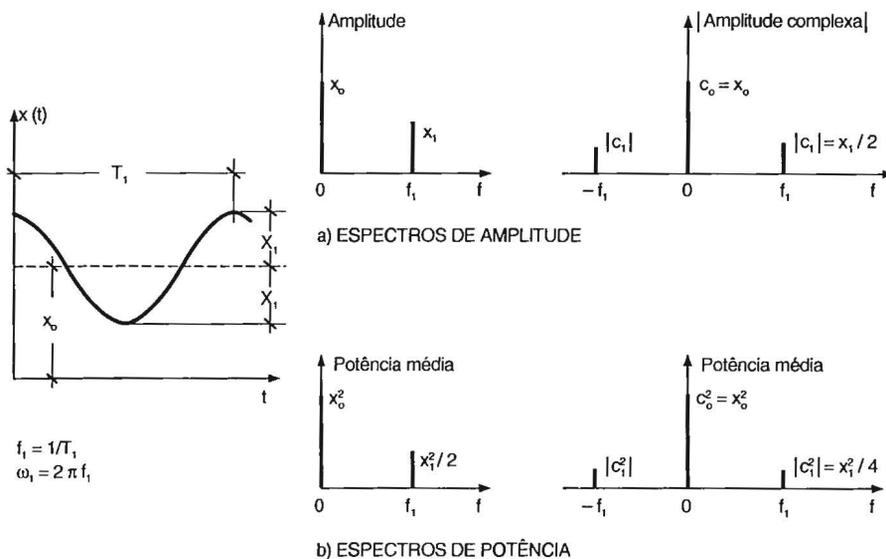


Figura 2.2-1 – Função harmônica

$$X_n = (a_n^2 + b_n^2)^{1/2}, \text{ a amplitude do harm\^o nico de ordem n} \quad (2.2-3)$$

tg $\phi_n = b_n/a_n$, a tangente do respectivo \^angulo de fase.

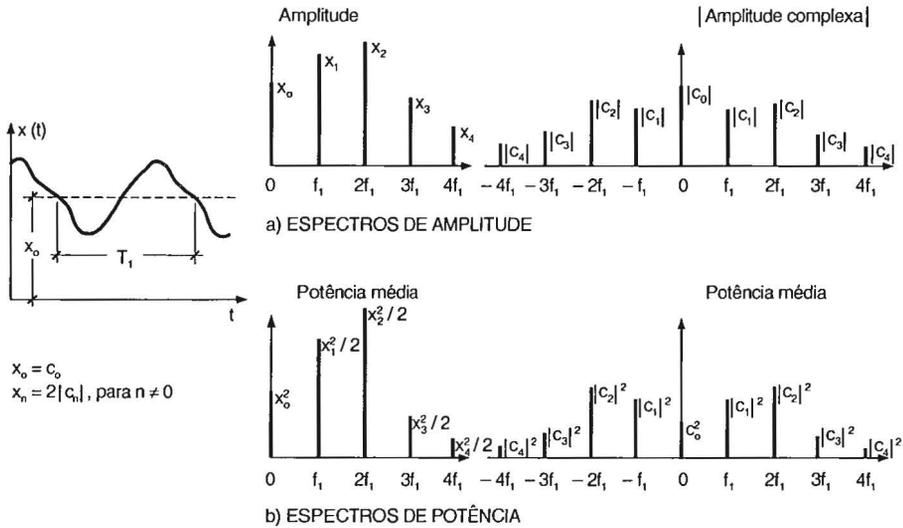


Figura 2.2-2 – Função periódica

A expressão (2.2-2) mostra que a série de Fourier representa uma função periódica como uma soma de componentes senoidais, com frequências múltiplas da fundamental e com distintos \^angulos de fase.

c) Na análise de processos periódicos o \^angulo de fase é muitas vezes abandonado. Neste caso a expressão (2.2-2) pode ser caracterizada pelo **espectro discreto de amplitudes** da Fig.2.2-2.a, à esquerda.

Partindo da (2.2-1), sendo $2\pi f_1 = \omega_1$, e lembrando que, em álgebra complexa:

$$\sin(n\omega_1 t) = (e^{in\omega_1 t} - e^{-in\omega_1 t}) / (2i)$$

$$\cos(n\omega_1 t) = (e^{in\omega_1 t} + e^{-in\omega_1 t}) / 2$$

chega-se à forma complexa da série de Fourier:

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega_1 t} \quad (2.2-4)$$

sendo os coeficientes c_n dados por

$$c_n = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x(t) e^{-in\omega_1 t} dt \quad (2.2-5)$$

e, em forma polar, por

$$c_n = |c_n| e^{i\theta_n}$$

$$|c_n| = (a_n^2 + b_n^2)^{1/2} / 2 = X_n / 2 \quad (2.2-6)$$

$$\text{tg } \phi_n = -b_n / a_n$$

Para $x(t)$ real, $c_{-n} = c_n^*$ (c_n^* : complexo conjugado) e, portanto:

$$|c_{-n}| = |c_n| \quad (2.2-7)$$

isto é, o espectro discreto dos módulos das amplitudes complexas é simétrico (Fig.2.2-2.a)

Observe-se que para $n = 0$ ter-se-á:

$$c_0 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x(t) dt = X_0 \text{ (altura média do diagrama)}$$

Quando conveniente para simplificar a apresentação, $2\pi f_1$ será substituído por ω_1 , como foi feito acima (e $2\pi f$ por ω).

d) A **potência média** ou teor de potência de uma função periódica $x(t)$, no período T_1 , é definida como o valor quadrado médio:

$$\overline{x^2} = \langle x^2(t) \rangle = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x^2(t) dt \quad (2.2-8)$$

Como veremos adiante, esta definição é válida também para fenômenos aleatórios estacionários, desde que se substitua o período T_1 por um intervalo de tempo que tenda para infinito.

O teorema de Parseval diz que:

$$\overline{x^2} = \sum_{-\infty}^{+\infty} |c_n|^2 \quad (2.2-9)$$

isto é, a potência média de uma função periódica (medida no tempo) pode ser associada com a potência média das componentes c_n de frequência (medida no espectro)– ver Figs. 2.1-1.b e 2.2-2.b.

Conforme (2.2-6) e (2.2-7):

$$|c_{-n}| = |c_n| = X_n / 2, \text{ para } n \neq 0$$

e já vimos acima que:

$$c_0 = X_0, \text{ para } n = 0.$$

A (2.2-9) ficará:

$$\overline{x^2} = X_0^2 + 2 \sum_1^{\infty} (X_n / 2)^2 = X_0^2 + \sum_1^{\infty} X_n^2 / 2$$

ou

$$\overline{x^2} = c_0^2 + 2 \sum_1^{\infty} |c_n|^2 \quad (2.2-10)$$

Compare-se com a (2.1-4).

2.3. FUNÇÕES NÃO PERIÓDICAS

a) No caso de funções não periódicas não é possível uma representação espectral discreta. Na maioria dos casos pode ser obtida uma representação espectral contínua pela integral de Fourier:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.3-1)$$

Em geral a transformada (ou integral, ou espectro) de Fourier $X(f)$ é um número complexo que, em notação polar complexa é dado por

$$X(f) = |X(f)| e^{-i\phi(f)} \quad (2.3-2)$$

$|X(f)|df$ corresponde a $|c_n|$ da função periódica (Fig. 2.3-1.). Compare-se a (2.3-1) com a (2.2-5).

Para $x(t)$ real, $|X(f)|$ é uma função par (simétrica) de f .

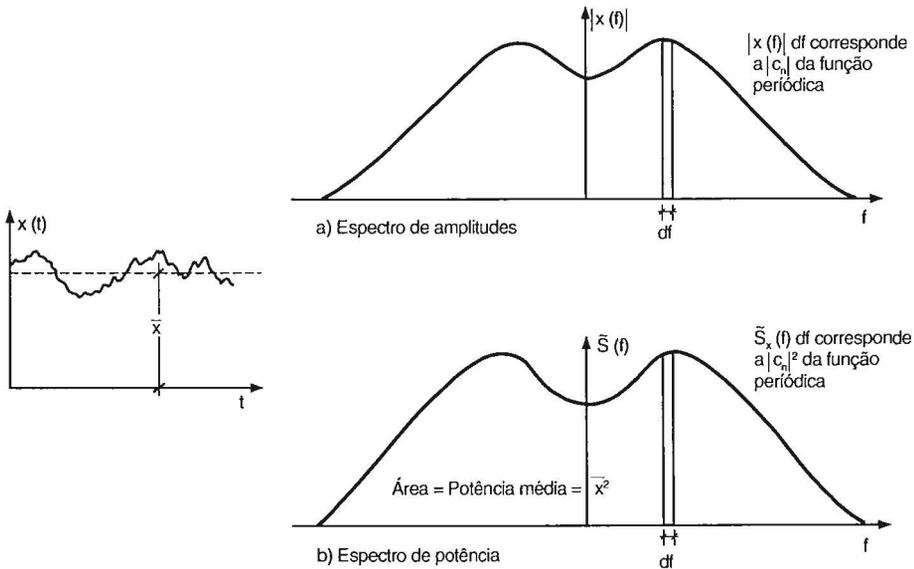


Figura 2.3-1 – Função aleatória estacionária

O inverso da transformada de Fourier será

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.3-3)$$

b) As expressões acima aplicam-se não só a processos determinísticos, mas também a processos aleatórios. No caso que mais nos interessa,

de processos aleatórios estacionários, para a existência das (2.3-1) e (2.3-3) são suficientes as seguintes condições:

– $x(t)$ e sua derivada $x'(t)$ devem ser seccionalmente contínuas em todo o intervalo finito (a,b) ;

– $|x(t)|$ deve ser integrável no intervalo $(-\infty, +\infty)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < \infty$$

Para que estas condições sejam obedecidas torna-se necessário em certos casos considerar funções truncadas de duração finita, isto é, $x(t)=0$ acima de um valor arbitrariamente alto de t .

A (2.3-1) e a (2.3-3) representam a função $x(t)$ de dois modos equivalentes:

(2.3-1) – no domínio da freqüência,

(2.3-3) – no domínio do tempo.

Para o caso de sinais que não têm um conteúdo finito de energia, como, por exemplo, um sinal aleatório estacionário contínuo, define-se a **potência média** de $x(t)$, ou **valor quadrado médio**, por:

$$\overline{x^2} = \langle x^2(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (2.3-4)$$

Na prática T é um intervalo de tempo suficientemente longo para ser obtido um valor representativo como média estatística. Para média nula, o valor quadrado médio coincide com a variância, conforme já visto em 2.1-e.

2.4. ESPECTRO DE POTÊNCIA

a) Uma analogia muito elucidativa – da qual provém o nome de “espectro” – é o da luz branca atravessando um prisma. O espectro luminoso que se obtém indica a distribuição da energia luminosa pelos diversos comprimentos de onda (ou freqüências). De modo análogo, o espectro de potência de um fenômeno aleatório indica a distribuição, nas diversas freqüências, da energia contida neste fenômeno.

b) Suponhamos um fenômeno que varia segundo uma lei muito simples, dada pela função harmônica :

$$x(t) = X_1 \cos \omega t$$

A Fig.2.2-1 indica a função $x(t)$ e o respectivo espectro de amplitudes (considere-se nesta figura $X_0 = 0$). A variância (neste caso igual ao valor quadrado médio), de acordo com a (2.2-8) será:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x^2(t) dt$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} X_1^2 \cos^2 \omega t \, dt = \frac{X_1^2}{\omega T_1} \left[\frac{\omega t}{2} + \frac{1}{4} \text{sen}(2\omega t) \right]_0^{T_1}$$

$$\sigma_x^2 = X_1^2 / 2 \quad (2.4-1)$$

que vem a ser a potência média contida no processo harmônico [potência esta definida pela (2.3-4)].

c) Admitindo que as flutuações do fenômeno em estudo não constituam uma única onda harmônica, mas sim uma função periódica mais complicada, o teorema da série de Fourier nos diz que esta função pode ser encarada como uma superposição de funções harmônicas simples, com diversas amplitudes, freqüências (múltiplas da freqüência fundamental) e fases. Considerando-se $X_0 = 0$ ter-se-á:

$$x(t) = \sum_1^N X_n \cos(n\omega t - \phi_n)$$

Para este conjunto de ondas harmônicas a variância será:

$$\text{Potência média} = \sigma_x^2 = \sum_1^N (X_n^2 / 2) \quad (2.4-2)$$

sendo:

X_n – amplitude da componente harmônica de ordem n

N – número de ondas harmônicas da função periódica.

A variância total é constituída pela soma das variâncias (ou potências médias) correspondentes a todas as freqüências presentes nas flutuações

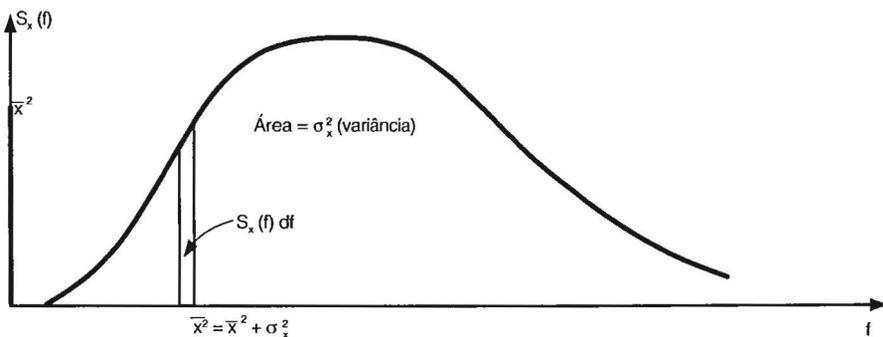


Figura 2.4-1 – Densidade espectral da variância

em torno do valor médio. Em seu conjunto elas formarão um **espectro discreto** (Fig.2.2-2.b).

d) No caso de um fenômeno aleatório, as flutuações constituem um processo aleatório, com uma distribuição contínua de frequências, dentro de certos limites. Teremos um **espectro contínuo**, e o espectro de potência ou, mais precisamente, a **densidade espectral da variância**, $S_x(f)$, será tal que (Fig.2.4-1):

$$\sigma_x^2 = \int_0^{\infty} S_x(f) df \quad (2.4-3)$$

Lembramos que estamos considerando como função $x(t)$ as flutuações em torno da média, isto é, $\bar{x} = 0$. Caso fosse considerado o processo aleatório completo, incluindo a componente "estática", $\bar{x} \neq 0$, teríamos:

$$\sigma_x^2 \neq \overline{x^2}$$

$$\overline{x^2} = \int_0^{\infty} S_x(f) df \quad (2.4-4)$$

Além disso, pela (1.1-4) :

$$\overline{x^2} = (\bar{x})^2 + \sigma_x^2$$

Está implícito nas expressões (2.4-3) e (2.4-4) que a densidade espectral tende para zero em frequências muito altas, a fim de que a integral em um intervalo infinito seja finita.

O espectro de potência indica a contribuição, para a variância total, da energia contida nas diversas faixas de frequência. Assim, $S_x(f)df$ indica a contribuição, para a variância, da energia contida nas frequências situadas na faixa de largura df em torno de uma frequência central f (Fig.2.4-1). A ordenada $S_x(f)$ não indica energia, mas **densidade** de energia, analogamente ao que representa, por exemplo, uma ordenada de um diagrama de cargas de gravidade em uma viga: esta ordenada não indica a carga, mas a taxa, a densidade do carregamento. Será necessário multiplicar esta taxa por um certo comprimento da viga para se obter a carga neste trecho da viga.

e) A seguir veremos o conceito de densidade espectral de potência de um modo mais formal, sem nos determos, entretanto, em demonstrações matemáticas. Para tal podem ser consultados, entre outros, Papoulis [1] e Bendat e Piersol [2].

Definiremos como **densidade espectral completa** $\tilde{S}_x(f)$ das flutuações $x(t)$ a transformada de Fourier de sua auto-correlação (Fig.2.3-1.b):

$$\tilde{S}_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.4-5)$$

sendo:

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t+\tau) dt$$

A função de auto-correlação, $R_x(\tau)$, descreve a dependência geral entre o valor do fenômeno em um instante de tempo t e em um outro instante, $t+\tau$. Para maiores detalhes, ver, por exemplo, Capítulo 5 da 2ª parte da referência [3].

A função $R_x(\tau)$ é uma função real, par, não negativa.

Pela fórmula de inversão de Fourier, $R_x(\tau)$ pode ser expressa em termos de $\tilde{S}_x(f)$:

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{S}_x(f) e^{i\omega\tau} df \quad (2.4-6)$$

O par de Fourier (2.4-5) e (2.4-6) é conhecido como “teorema de Wiener-Khintchine”.

Para $\tau = 0$ a (2.4-6) fica

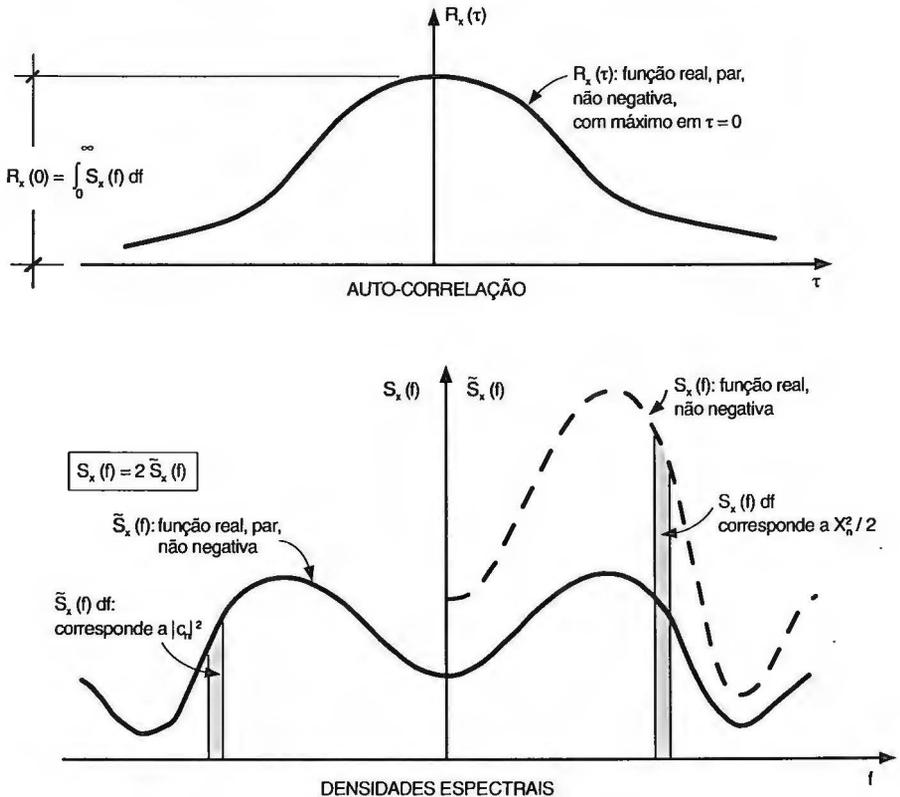


Figura 2.4-2 - Auto-correlação e densidades espectrais

$$R_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{S}_x(f) df \quad (2.4-7)$$

Relembremos a (2.4-3), que corresponde a uma densidade espectral fisicamente realizável ($f \geq 0$):

$$\sigma_x^2 = R_x(0) = \int_0^{\infty} S_x(f) df \quad (2.4-3)$$

Sendo $\tilde{S}_x(f)$ uma função par, comparando (2.4-3) com (2.4-7), e considerando a integral como o limite do caso discreto, chegamos à conclusão de que (Ver também Figs. 2.2-2, 2.3-1 e 2.4-2):

$$\sigma_x^2 = R_x(0) = \int_0^{\infty} S_x(f) df = 2 \int_0^{\infty} \tilde{S}_x(f) df \quad (2.4-8)$$

$$S_x(f) = 2 \tilde{S}_x(f) \quad (2.4-9)$$

Sendo $\tilde{S}_x(f)$ e $R_x(\tau)$ pares, as expressões (2.4-5) e (2.4-6) podem ser escritas, respectivamente:

$$\tilde{S}_x(f) = 2 \int_0^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = 2 \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos\omega\tau d\tau \quad (2.4-10)$$

$$R_x(\tau) = 2 \int_0^{\infty} \tilde{S}_x(f) e^{i\omega\tau} df = 2 \int_0^{\infty} \tilde{S}_x(f) \cos\omega\tau df \quad (2.4-11)$$

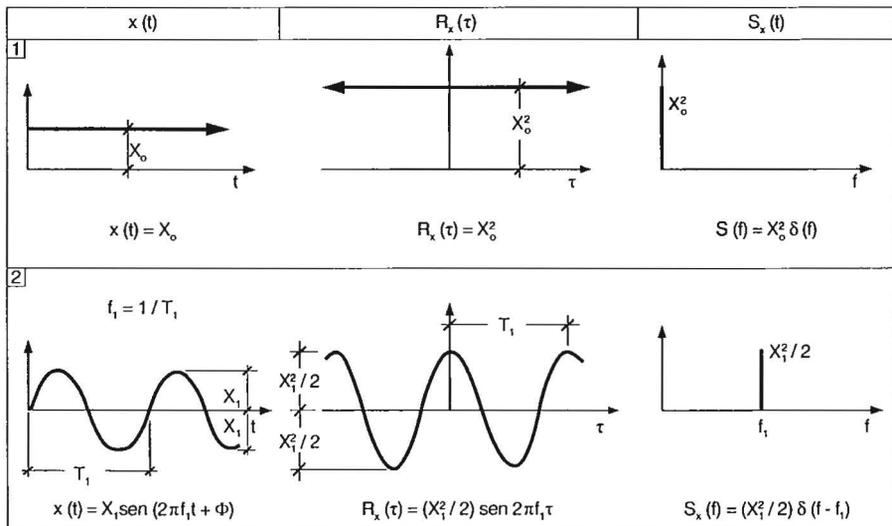


Figura 2.4-3 - Auto-correlação e espectro de potência

e, pela (2.4-9):

$$S_x(f) = 4 \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau \quad (2.4-12)$$

$$R_x(\tau) = \int_0^{\infty} S_x(f) \cos \omega \tau \, df \quad (2.4-13)$$

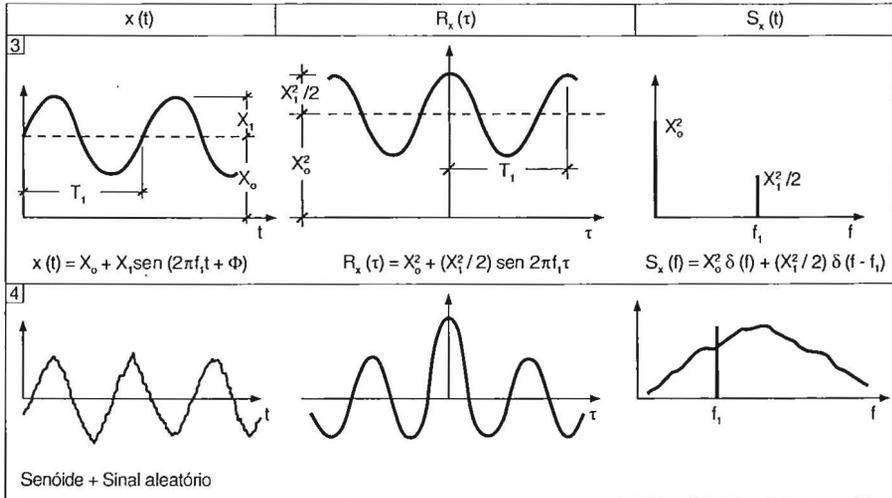


Figura 2.4-4 - Auto-correlação e espectro de potência

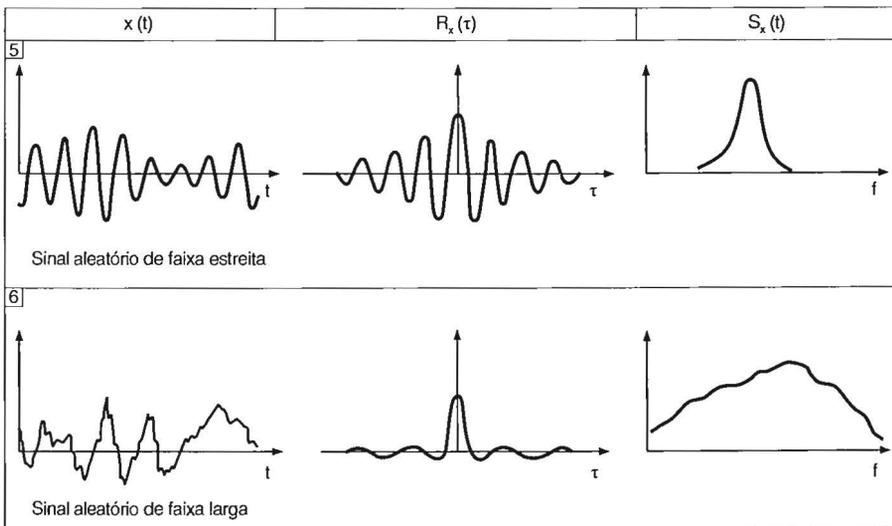


Figura 2.4-5 - Auto-correlação e espectro de potência

f) As Figs. 2.4-3 a 2.4-5 apresentam as curvas de auto-correlação e de densidade espectral para processos periódicos e aleatórios típicos.

A função $x(t) = X_0$ (Fig.2.4-3, caso 1) pode ser interpretada como a componente contínua (DC - "direct current") de um sinal elétrico oriundo de um transdutor. Este sinal DC pode corresponder, por exemplo, a:

- pressão média em um ponto submetido a uma pressão flutuante;
- deflexão média de uma estrutura que vibra sob a ação do vento;
- velocidade média do vento.

A curva de auto-correlação de uma onda senoidal superposta a uma função constante (Fig.2.4-4, caso 3) é a soma das curvas correspondentes aos dois casos isolados (Fig.2.4-3, casos 1 e 2). Do mesmo modo, a curva de auto-correlação da onda senoidal superposta a um processo aleatório (Fig.2.4-4, caso 4) é a soma das curvas correspondentes a estes dois casos tomados isoladamente (Casos 2 e 6, respectivamente nas Figs. 2.4-3 e 2.4-5).

Com relação às curvas do espectro de potência vale a mesma observação feita para a auto-correlação: a curva de um caso composto é a soma das curvas dos casos simples.

O espectro de potência do processo aleatório de faixa estreita (isto é, as frequências situam-se em uma faixa estreita) apresenta um pico semelhante ao da onda senoidal (Fig.2.4-5, caso 5).

2.5. APLICAÇÕES

2.5.1. Auto-correlação

– O exame da curva de auto-correlação permite determinar a influência que o valor do processo físico em estudo, em um dado instante, tem sobre os valores em tempo futuro. Quanto mais alargada a curva, maior a "memória" do processo.

– A auto-correlação pode servir como termo de comparação na simulação em laboratório de fenômenos naturais. Por exemplo, no caso do vento comparam-se as curvas de auto-correlação medidas no vento natural e no vento artificialmente gerado em um túnel de vento.

– Ainda no caso do vento, a auto-correlação permite determinar a **escala da turbulência**, que está relacionada com o tamanho médio dos maiores redemoinhos de vento.

– A curva de auto-correlação de qualquer fenômeno periódico é uma curva periódica de mesmo período. Assim, a auto-correlação é uma ferramenta poderosa para detectar sinais periódicos imersos em sinais aleatórios. As curvas de auto-correlação das Figs. 2.4-3 e 2.4-4 (Casos 2 a 4), já comentadas, indicam claramente a existência de uma onda senoidal de período T_1 . Outro exemplo é dado na Fig.2.5-1, com uma seqüência binária pseudo-aleatória, que se repete com um período T_p . A curva de auto-correlação

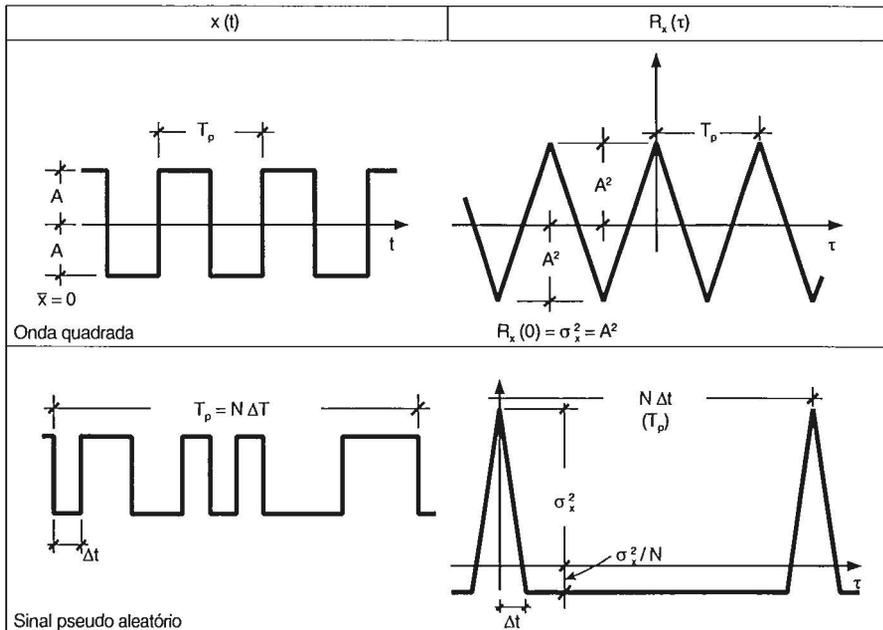


Figura 2.5-1 – Auto-correlação de sinais periódicos

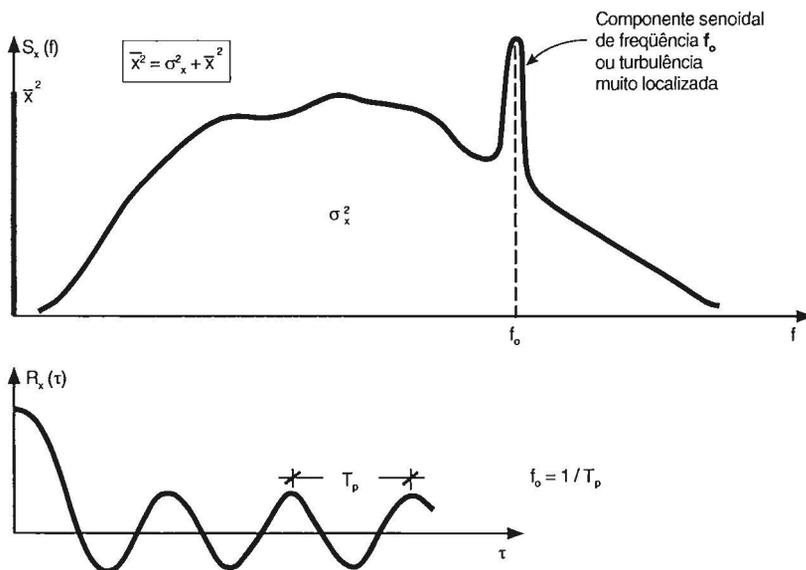


Figura 2.5-2 – Interpretação do espectro de potência

ção é periódica e de mesma frequência. Esta mesma figura apresenta a curva de auto-correlação de uma onda quadrada.

– A auto-correlação é de grande utilidade na determinação de componentes periódicas superpostas a um sinal aleatório. Isto nem sempre é possível com a curva de densidade espectral. Por exemplo, o pico pronunciado da Fig.2.5-2 tanto pode indicar uma componente senoidal de frequência f_0 , como flutuações aleatórias localizadas em uma faixa muito estreita de frequências em torno desta mesma frequência f_0 .

2.5.2 - Espectro de potência

– A principal aplicação do espectro de potência é para a determinação da composição, em frequência, de um processo aleatório.

– Serve como termo de comparação entre um fenômeno natural e sua simulação em laboratório, a fim de verificar se esta simulação é satisfatória. Exemplos: simulação de ondas, da turbulência do vento, das flutuações de pressão, etc.

– Pode ser utilizada para comparação de sinais. Por exemplo, para comparar o espectro de potência da vibração de um motor com um espectro padrão obtido de um motor de mesmas características e em perfeitas condições.

– Conhecido o espectro de potência da excitação e a admitância mecânica de um sistema, pode-se determinar o valor quadrado médio da resposta. Esta aplicação será abordada, detalhadamente, no Capítulo 3.

– A escala da turbulência pode ser obtida também a partir do espectro; mais precisamente, a partir da frequência do pico da curva do espectro.

REFERÊNCIAS

2-1. PAPOULIS, A. *Probability, random variables and stochastic processes*. New York: McGraw-Hill, 1965.

2-2. BENDAT, J.S.; PIERSOL, A.G. *Random data: analysis and measurement procedures*. New York: Wiley-Interscience, 1971.

2-3. BLESSMANN, J. *O vento na engenharia estrutural*. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 1995.

Além das referências acima, citadas no texto, para a elaboração deste capítulo foram consultados (em ordem alfabética):

2-4. BENDAT, J.S.; PIERSOL, A.G. *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. New York: John Wiley & Sons, 1980.

2-5. BLESSMANN, J. Técnicas de análise espectral. In: *Seminário sobre Hidrodinâmica Computacional*. Porto Alegre: Curso de Pós Graduação em Engenharia Civil da UFRGS. Anais, p. B1-B47, 1975.

2-6. CRANDALL, S.H.; MARK, W.D. *Random vibration in mechanical systems*. New York: Academic Press, 1963.

2-7. HSU, H.P. *Fourier Analysis*. New York: Simon & Schuster, 1970.

SIMBOLOGIA

c_n – coeficientes da forma complexa da série de Fourier

f_1 – frequência fundamental de uma função periódica (1º harmônico):

$$f_1 = 1 / T_1$$

N – número de ondas harmônicas de uma função periódica

$R_x(\tau)$ – função de auto-correlação

$S_x(f)$ – densidade espectral da variância

$\tilde{S}_x(f)$ – densidade espectral completa (da variância)

T – intervalo de tempo

T_1 – período fundamental de uma função periódica (1º harmônico)

$X(f)$ – transformada (ou integral, ou espectro) de Fourier

X_n – amplitude do harmônico de ordem n ($n = 1, 2, 3, \dots$)

X_o – altura média do diagrama de funções periódicas: $X_o = (\text{área sob a curva no período } T_1) / T_1$ (corresponde a \bar{x} dos fenômenos aleatórios)

$x(t)$ – variável aleatória em um processo ergódico

\bar{x} – valor médio de $x(t)$: $\bar{x} = \langle x(t) \rangle$

$\overline{x^2}$ – valor quadrado médio: $\overline{x^2} = \langle x^2(t) \rangle$

$\overline{x^2}$ – potência média de uma função periódica ou aleatória

$(\overline{x^2})^{1/2}$ – média quadrática ou valor rms (“root mean square value”)

σ_x – desvio padrão da variável $x(t)$

σ_x^2 – variância da variável $x(t)$

ϕ_n – ângulo de fase do harmônico de ordem n

ω_1 – frequência circular fundamental: $\omega_1 = 2\pi f_1$

Segunda parte

Vibrações causadas pelo vento

Capítulo 3

VIBRAÇÕES CAUSADAS PELA ENERGIA CINÉTICA DAS RAJADAS

3.1. MÉTODO DETERMINÍSTICO DE RAUSCH-FÖPPL

3.1.1. Introdução

a) Talvez o primeiro método racional para determinar os efeitos dinâmicos das rajadas seja o apresentado por Rausch [3-1],[3-2],[3-3]. Baseado em estudos estatísticos de Föppl, foi incorporado à norma alemã da época.

A partir dos poucos registros de rajadas de vento existentes naquela época (a Ref.[3-1] é de 1933) Rausch apresentou o gráfico reproduzido na Fig.3.1-1 como representativo da variação da pressão dinâmica do vento ao longo do tempo.

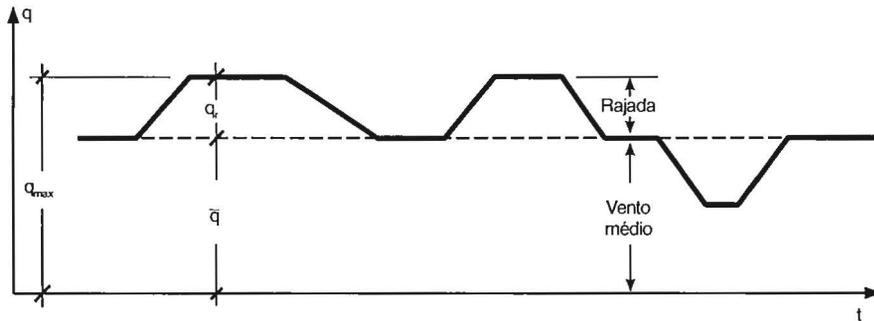


Figura 3.1-1 – Variação ao longo do tempo da pressão dinâmica do vento, conforme Rausch[3-1], [3-2]

Conforme Rausch, quando surge uma rajada de vento a pressão dinâmica média, \bar{q} , cresce subitamente de um valor q_r , permanece constante em um pequeno intervalo de tempo e volta a cair para \bar{q} . Com o correr do tempo surgem outras rajadas que aumentam ou diminuem o valor da pressão dinâmica, mas sempre voltando à \bar{q} . Rausch afirma que, com base nas observações existentes, não se pode concluir que exista uma periodicidade

das rajadas, nem que sua duração seja sempre a mesma. Ou seja, o vento não pode ser considerado como originando uma força periódica, que possa causar efeitos perigosos de ressonância. Trata-se, continua Rausch, de uma série de cargas e descargas com valores e durações variáveis, separadas por intervalos desiguais de tempo.

Rausch estuda primeiramente os efeitos de uma única rajada, para depois examinar os efeitos de várias rajadas.

3.1.2. Efeito de uma única rajada

a) O acréscimo da pressão do vento é considerado como seguindo uma lei senoidal, até alcançar um máximo, q_r , após um quarto do período da senoide (Fig.3.1-2.a). A partir daí a carga q_r manter-se-ia constante por um certo tempo. Na primeira fase, de crescimento senoidal da carga causada pela rajada, teremos uma oscilação forçada. Na segunda fase, de carga q_r constante, haverá uma oscilação livre, com uma amplitude de oscilação x_2 (Fig.3.1-2.b)

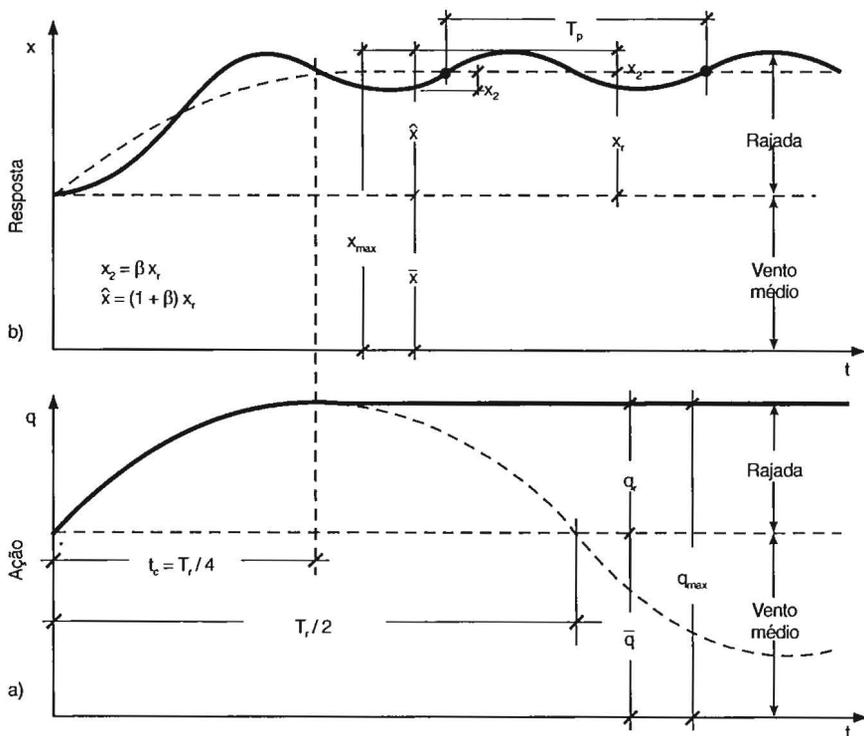


Figura 3.1-2 – Carga de uma rajada e deslocamento correspondente

Rausch baseia-se em estudo de Föppl sobre o caso fundamental de vibração harmônica do sistema massa-mola-amortecedor para chegar a uma fórmula que permite calcular o valor da relação β entre o deslocamento estático x_r correspondente à carga q_r e o deslocamento máximo (amplitude) x_2 :

$$\beta = x_2 / x_r = [\alpha / |\alpha^2 - 1| [1 + \alpha^2 - 2\alpha \text{sen}(\pi/2\alpha)]^{1/2}} \quad (3.1-1)$$

$$\text{sendo: } \alpha = \omega_r / \omega_p \quad (3.1-2)$$

ω_r : velocidade angular da força periódica senoidal (rajada) (Fig.3.1-2.a)

ω_p : velocidade angular das oscilações livres (estrutura) (Fig.3.1-2.b)

Ou, a partir dos períodos de oscilação (T_r para rajadas, T_p para a estrutura):

$$\alpha = 2\pi f_r / 2\pi f_p = T_p / T_r \quad (3.1-3)$$

A (3.1-1) mostra que o deslocamento $x_2 = \beta x_r$ depende unicamente da relação α entre as velocidades angulares ω_r e ω_p . Quando α tende a zero (crescimento lento da rajada, frequência natural alta da estrutura), também β tenderá a zero; não há tensões dinâmicas adicionais. Quando α tende a infinito (crescimento rápido da rajada, frequência natural baixa da estrutura), β tenderá a 1. Isto é, a tensão dinâmica adicional é igual à tensão estática. Concluiu Rausch que, para uma dada rajada, a ação dinâmica do vento aumenta com o período de oscilação natural da estrutura.

O deslocamento causado por uma única rajada de vento, será:

$$\hat{x} = x_r + x_2 = (1 + \beta) x_r \quad (3.1-4)$$

e as tensões na estrutura são as que seriam ocasionadas por uma carga estática equivalente. Incluindo a ação do vento médio:

$$q_e = \bar{q} + (1 + \beta) q_r \quad (3.1-5)$$

O deslocamento máximo, considerando também a deflexão causada pelo vento médio, será:

$$x_{\max} = \bar{x} + \hat{x} = \bar{x} + (1 + \beta) x_r \quad (3.1-6)$$

c) A Tabela 3.1-1 é retirada dos trabalhos de Rausch [3-1],[3-2]. O exame desta tabela permite constatar, numericamente, que, para uma mesma duração de crescimento de rajada, o coeficiente de majoração, $1 + \beta$, aumenta com o período de oscilação da estrutura. Portanto, quanto mais rígida for uma estrutura (menor período de vibração) menor será o efeito dinâmico causado por uma rajada.

Tabela 3.1-1
Valores de $1 + \beta$

Oscilação natural da estrutura		Intervalo de tempo de crescimento da rajada (t_c em segundos) [Fig.3.1-2]					
Frequência (Hz)	Período (s)	1/2	1	2	3	4	5
10	1/10	1,05	1,025	1,015	1,015	1,01	1,005
2	1/2	1,275	1,13	1,065	1,04	1,03	1,025
1	1	1,745	1,275	1,13	1,085	1,065	1,05
1/2	2	1,935	1,745	1,275	1,175	1,13	1,1
1/3	3	1,97	1,88	1,585	1,275	1,225	1,175

3.1.3. Efeito de várias rajadas

a) Se pouco tempo após a primeira rajada surgir uma segunda, esta estará incidindo em uma estrutura oscilante. O deslocamento de um certo ponto da estrutura será obtido somando as curvas de deslocamentos da oscilação livre da primeira rajada e da oscilação forçada produzida pela segunda rajada. O caso mais desfavorável dar-se-á quando coincidirem, em um dado instante, as amplitudes máximas das duas curvas. Rausch admite que, como para fundações de máquinas, possam aparecer três repetições de rajadas na situação mais desfavorável indicada acima. O coeficiente dinâmico será $1 + 3\beta$.

Além disso, Rausch considera que cada nova rajada surja após três períodos de oscilação da estrutura (isto é, após um intervalo de tempo $T = 3T_p$ – Ver Fig.3.1-3) e que a oscilação é amortecida, com a amplitude sofrendo uma redução de $1/3$, após os três períodos (Fig.3.1-4). Isto é, o acréscimo dinâmico 3β deve ser reduzido a $2/3$ de seu valor. Tendo em vista a fadiga do material por repetição de carga, Rausch propõe um coeficiente de efeito de fadiga igual a 1,5. Portanto, β deve ser multiplicado por 1,5 (fadiga) e por $2/3$ (amortecimento). ter-se-á, no final, o mesmo valor $1 + 3\beta$.

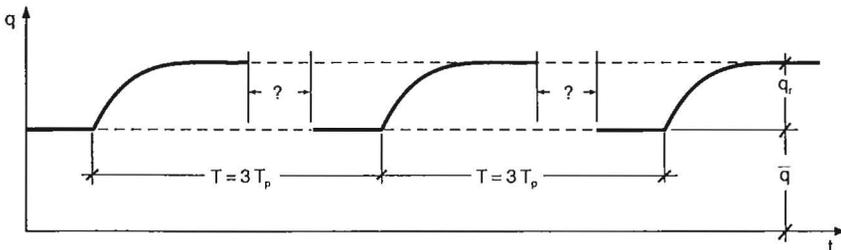


Figura 3.1-3 – Ação de três rajadas sucessivas, conforme Rausch

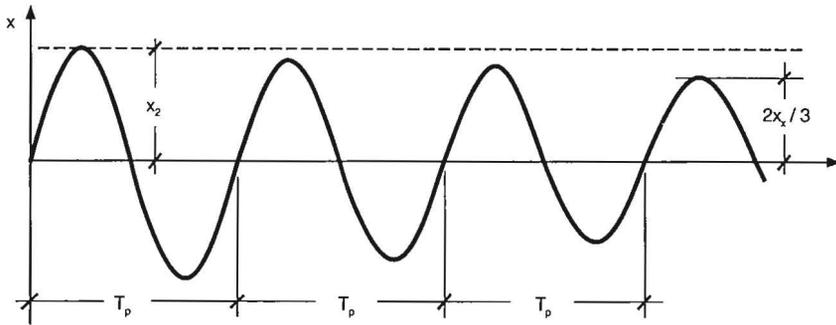


Figura 3.1-4 – Oscilação amortecida, conforme Rausch

Rausch é omissivo quanto ao tempo de atuação de cada rajada, bem como quanto à forma da curva para voltar à pressão dinâmica \bar{q} , referente ao vento médio.

b) Para definir o equivalente estático total da pressão q_{\max} do vento, q_e , Rausch admite que (Fig.3.1-2.a):

$$q_r = q_{\max} / 3$$

e, conseqüentemente:

$$\bar{q} = 2q_{\max} / 3.$$

Ter-se-á (3.1-5):

$$q_e = \bar{q} + (1 + \beta) q_r = 2q_{\max} / 3 + (1 + 3\beta) q_{\max} / 3$$

$$q_e = (1 + \beta) q_{\max} \quad (3.1-7)$$

Baseando-se em registros holandeses que indicam de 1 a 3 segundos para o crescimento de uma rajada, Rausch sugere que se considerem os valores de $1 + \beta$ da coluna $t_c = 2s$, na Tabela 3.1-1 e indica os valores dados na Tabela 3.1-2, para diversos tipos estruturais.

Tabela 3.1-2
Valores de β para diversos tipos estruturais

Estrutura	Chaminés	Torres para antenas	Faróis	Edifícios altos	Edifícios comuns
Período natural(s)	2 a 3	1 a 4	< 1	1 a 5	1/2
β	0,3 a 0,6	0,15 a 0,7	~ 0,1	0,15 a 0,8	0,05 a 0,10

c) Este critério para determinação dos efeitos dinâmicos do vento foi adotado pela norma alemã da década de 30. Arnaboldi [3-4] transcreve o projeto de norma alemã publicado em "Der Bauingenieur" de 14 de outubro de 1934. Neste projeto consta o seguinte:

“Para construções altas e delgadas (chaminés, torres para antenas, edifícios altos e semelhantes) ... para levar em conta os efeitos das oscilações produzidas pelos golpes de vento multiplicar-se-ão os valores da pressão dinâmica por um coeficiente dinâmico

$$d = (1 + s) \leq 2 \quad (3.1-8)$$

no qual s é o período próprio de oscilação da construção (ou parte da construção) em segundos.”

Sobre este item da Norma DIN julgamos oportuno transcrever o comentário do mesmo Arnaboldi:

“O efeito dinâmico do vento é levado em conta por meio do coeficiente $d = (1 + s) \leq 2$, sendo s o tempo de duração de uma oscilação completa, em segundos (período de oscilação), porém com a limitação que este coeficiente não poderá ser maior que 2; admite pois que as tensões dinâmicas adicionais crescem linearmente com s e chegam a um máximo de 100% para $s = 1$ segundo; para valores maiores de s a tensão adicional é constante e igual a 100% da tensão estática.

A origem deste parágrafo está no trabalho de Rausch que resumimos. Porém vemos que a comissão, ao adotá-lo, foi ainda mais severa que ele e admitiu, seja por um maior número de golpes de vento sucessivos (Rausch admitia 3), seja por um maior afastamento da pressão média do vento (Rausch admitia que os golpes de vento produziam pressões superiores em 1/3 à pressão média), seja por um maior coeficiente de fadiga do material às tensões oscilantes. Ou também porque o intervalo de crescimento das rajadas seja inferior ao aceito por Rausch.”

d) É interessante assinalar que naquela época só se pensava em problemas de vibrações excessivas causadas por um vento com várias rajadas em um regime supostamente periódico. Pensava-se apenas em um fenômeno determinístico e não aleatório. Só muito mais tarde, na década de 60, é que Davenport introduziu na engenharia estrutural conceitos já utilizados na engenharia mecânica, elétrica e de comunicações: os conceitos de admitância mecânica e espectro de energia.

A concepção então vigente está claramente exposta no que escreveu, em 1934, Vandepierre (Ref [3-5], pag. 540):

“Nós não dizemos que a frequência do vento não possa causar algum acidente devido à ressonância, mas nós pensamos que este fato, se ele acontecer, é puramente fortuíto, imprevisível e é o resultado de um acaso extraordinário, escapando assim a todo cálculo.”

E mesmo após Davenport ter apresentado seu método probabilístico o método das rajadas senoidais sucessivas continuou em uso por muitos anos. Veja-se, por exemplo, o trabalho de Schlaich [3-6], e relatórios referentes a altas torres construídas na década de 60, tal como a torre de Ber-

lim, com 365m de altura [3-7]. A torre de Stuttgart foi construída na década de 50, portanto anterior ao processo probabilístico de Davenport.

f) Rausch nada indica sobre a duração da rajada, a qual, segundo ele, continua agindo com uma pressão dinâmica q_r constante ao longo de um não definido intervalo de tempo. As oscilações dão-se em torno do deslocamento $\bar{x} + x$, com uma amplitude x_2 (Fig.3.1-2.b).

Estudos posteriores consideraram uma duração e uma forma bem definida para as rajadas. Por exemplo, Schlaich [3-6] admite (Fig.3.1-5):

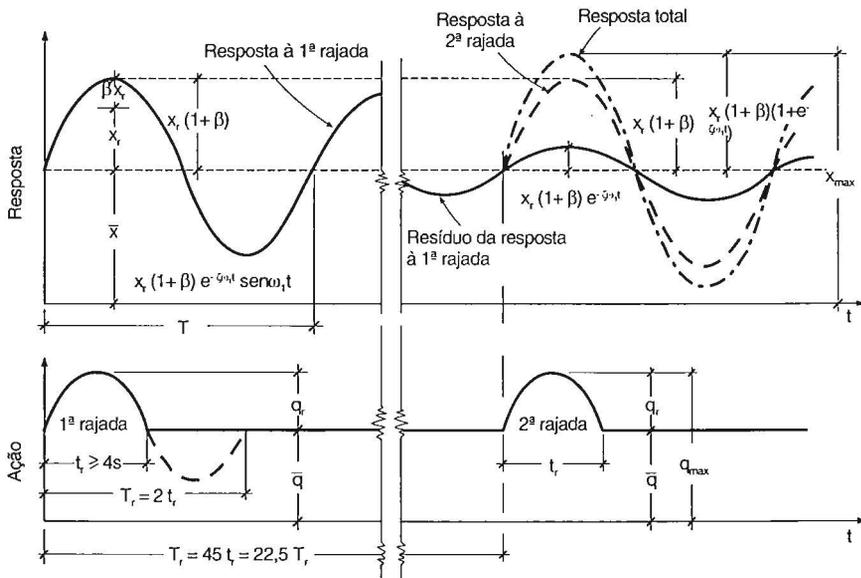


Figura 3.1-5 – Ação do vento e resposta dinâmica, cf. Schreiber e Schlaich

1 - A rajada tem a forma de uma meia senoide (período da senoide: T_r). Portanto, age em um intervalo de tempo $t_r = T_r / 2 = 2 t_c$ (t_c é o tempo de crescimento da rajada, segundo Rausch, que adotou $t_c = 2s$). Conforme Schlaich, $t_r \geq 4s$.

2 - Uma segunda rajada, igual à primeira e em fase com a oscilação da estrutura, aparece após decorrido um tempo $T = 45 t_r = 22,5 T_r$. Ou seja, $T \geq 180s$. Não são consideradas rajadas menores, que podem surgir neste intervalo de tempo. Entre as duas rajadas iguais, a velocidade do vento é considerada constante. Schreiber [3-7] sugere $T = 120$ a $180s$.

Os dois autores acima citados adotam o mesmo parcelamento da pressão dinâmica total (Ver Fig.3.1-5): $\bar{q} = 0,4 q$ e $q_r = 0,6 q$, sendo que \bar{q} origina um deslocamento horizontal \bar{x} , e q_r , considerando a carga estática equivalente $(1+\beta) q_r$ [Ver expressão (3.1-4)], origina uma amplitude de deslocamento

$$\hat{x} = x_r + \beta x_r = (1 + \beta) x_r \quad (3.1-9)$$

As oscilações da estrutura, com este tipo de carregamento, dão-se em torno do deslocamento estático \bar{x} (Fig. 3.1-5). Para pequenos amortecimentos, $1 - \zeta^2 \approx 1$ e a (1.1-34) leva a [Ver também (3.1-6)]:

$$x_{\max} = \bar{x} + x_r (1 + \beta) e^{-\zeta \omega_1 t} \text{sen } \omega_1 t \quad (3.1-10)$$

Após um intervalo de tempo T (a que correspondem p períodos) surge uma segunda rajada, igual à primeira, a qual vai ocasionar o mesmo deslocamento máximo (amplitude): $(1 + \beta) x_r$. Este deslocamento (em fase com o causado pela primeira rajada) superpõe-se à amplitude residual da primeira rajada, dada pela (1.1-41.a):

$$(1 + \beta) x_r e^{-p\delta} \quad (1.1-41.a)$$

resultando um deslocamento máximo:

$$\begin{aligned} x_{\max} &= \bar{x} + (1 + \beta) x_r + (1 + \beta) x_r e^{-p\delta} \\ x_{\max} &= \bar{x} + (1 + \beta) x_r (1 + e^{-p\delta}) \end{aligned} \quad (3.1-11)$$

Fazendo

$$K_1 = 1 + \beta \quad (3.1-12)$$

$$K_2 = 1 + e^{-p\delta} \quad (3.1-13)$$

sendo: K_1 – fator de efeito dinâmico de uma rajada (**Fator dinâmico**)
 K_2 – fator de efeito de repetição de rajadas (**Fator de repetição**)
 p – número de períodos de oscilação da estrutura entre duas rajadas consecutivas: $p = T / T_p$

Substituindo na (3.1-11) teremos:

$$x_{\max} = \bar{x} + K_1 K_2 x_r \quad (3.1-14)$$

Para as pressões:

$$q_e = \bar{q} + K_1 K_2 q_r \quad (3.1-15)$$

sendo q_e uma pressão dinâmica equivalente, A força estática do vento que produz os mesmos efeitos será:

$$F_a = (\bar{q} + K_1 K_2 q_r) C_a A \quad (3.1-16)$$

sendo: F_a – força de arrasto (na direção do vento)

C_a – coeficiente de arrasto.

f) A amplitude residual, após p períodos, pode ser obtida pela (3.1-14).

Seja X_k a amplitude inicial e X_{k+p} a amplitude após p períodos, ter-se-á:

$$X_{k+p} = X_k e^{-p\delta} \quad (3.1-17)$$

ou, em função da razão de amortecimento crítico:

$$X_{k+p} = X_k e^{-2\pi p\zeta} \quad (3.1-18)$$

Estas expressões correspondem, respectivamente, às (1.1-41.a) e (1.1-41.b).

Exemplifiquemos. Pelo critério de Rausch, $p = T / T_p = 3 T_p / T_p = 3$, e a amplitude residual será:

$$X_{k+3} = X_k e^{-2\pi \times 3 \times 0,02} = 0,69 \approx 2 / 3.$$

O que significa que Rausch considerou uma razão de amortecimento crítico próximo de 0,02, pois Rausch admitiu que após três períodos a amplitude de oscilação ficava reduzida a 2/3 de seu valor inicial.

3.1.4. Aplicações

a) Apliquemos o que vimos à torre de Stuttgart, com 212m de altura. Leonhardt [3-8] não utilizou as normas DIN (1055, Folha 4 – Ação do vento em edifícios e 1056, chaminés) por julgar que elas não satisfaziam, tendo em vista a inusitada altura e esbeltez da obra. O período da oscilação fundamental da torre foi determinado como sendo $T_p = 6$ segundos. Para a determinação da carga estática equivalente foi usado o critério de Rausch-Föppl do coeficiente β de majoração das cargas e tensões. Porém a relação entre a carga média \bar{q} e a carga máxima, q_{max} – que Rausch adotou igual a 2/3 – foi definida a partir de registros de velocidades do vento na Alemanha. Os picos de rajadas situavam-se entre 40 e 54m/s, e, para o local da obra, 49m/s (176km/h), a que corresponde $q_{max} = 150\text{kgf/m}^2$. Devido à grande altura da torre e ao menor valor das rajadas próximo ao terreno, Leonhardt adotou uma pressão dinâmica de rajada $q_{max} = 120\text{kgf/m}^2$ (43,8m/s será a velocidade da rajada correspondente). Na “velocidade de rajada” está incluída a velocidade média.

Para velocidade média do vento foi estabelecido o valor 28,3m/s; portanto, $\bar{q} = 50\text{kgf/m}^2$. Conseqüentemente, a relação entre a carga média e a máxima será

$$\bar{q} / q_{max} = 50 / 120 = 0,42$$

Isto é, a carga causada pela rajada, q_r , é uma parcela bem maior que a sugerida por Rausch, pois ter-se-á:

$$\text{Conforme Rausch: } q_r / q_{max} = 0,33;$$

Conforme Leonhardt: $q_r / q_{\max} = 70 / 120 = 0,58$.

b) Para o intervalo de tempo de crescimento da rajada, t_c , Leonhardt adotou os mesmos 2 segundos indicados por Rausch. O período correspondente da força crescente com lei senoidal será $T_r = 4t_c = 8\text{ s}$ (Fig.3.1-2) e a respectiva velocidade angular :

$$\omega_r = 2\pi f_r = 2\pi / T_r = 2\pi / 8 = 0,785 \text{ s}^{-1} .$$

E sendo o período fundamental da torre de 6s, ter-se-á, para a velocidade angular das oscilações livres :

$$\omega_p = 2\pi / 6 = 1,048 \text{ s}^{-1}$$

O parâmetro α , (3.1-2), será:

$$\alpha = \omega_r / \omega_p = 0,785 / 1,048 = 0,750$$

ou, pela (3.1-3):

$$\alpha = T_p / T_r = 6/8 = 0,750.$$

Substituindo na (3.1-1):

$$\beta = (0,750 / 0,437) [1,562 - 1,5 \text{ sen}(2\pi/3)]^{1/2} ; \beta = 0,88$$

O fator dinâmico será, conforme (3.1-12), $K_1 = 1,88$.

E o fator de repetição, pela (3.1-13) e (3.1-18):

$$K_2 = 1 + e^{-2\pi\zeta} = 1 + e^{-2\pi \times 30 \times 0,01} = 1,15$$

Portanto, a amplitude residual da primeira rajada, ao incidir a segunda será 15% da amplitude inicial. O mesmo resultado obtém-se aplicando a (3.1-18):

$$X_{k+p} = 0,15 X_k$$

A força estática do vento equivalente, conforme (3.1-16) será:

$$F_a = (\bar{q} + 1,88 \times 1,15 q_r) C_a A$$

$$F_a = (\bar{q} + 2,16 q_r) C_a A \quad (3.1-19)$$

Em termos da pressão dinâmica extrema, q_{\max} , de acordo com o estabelecido inicialmente por Leonhardt :

$$\bar{q} = 0,42 q_{\max} ; q_r = 0,58 q_{\max}$$

e a (3.1-19) fica:

$$F_a = (0,42 + 2,16 \times 0,58) q C_a A = 1,67 q C_a A$$

Isto é, há um acréscimo de 67% na pressão dinâmica q_{\max} para ser obtida a força estática equivalente.

Sendo $q_{\max} = 120 \text{ kgf/m}^2$:

$$F_a = 201 C_a A.$$

c) Leonhardt encontrou um valor um pouco superior, porque ele conceituou o fator K_1 de um modo diferente. A expressão que deduzimos para K_1 , vem da razão entre a carga estática equivalente à da rajada e a carga estática da rajada, sem considerar efeito dinâmico da mesma:

$$K_1 = (1 + \beta) q_r / q_r = 1 + \beta$$

Já Leonhardt incluiu na definição a pressão dinâmica do vento médio:

$$K_1 = [q_{\max} + (1 + \beta) q_r] / [\bar{q} + q_r] = [q_{\max} + (1 + \beta) q_r] / q_{\max}$$

$$K_1 = [50 + 70 \times 1,88] / 120 = 1,51$$

A força do vento será:

$$F_a = K_1 K_2 q_{\max} C_a A$$

$$F_a = 1,51 \times 1,25 \times 120 C_a A ; F_a = 227 C_a A .$$

Este valor é 14% superior ao encontrado pelo critério de Schreiber. Neste último estão nitidamente separadas as ações estáticas (\bar{q}) e dinâmicas ($K_1 K_2 q_r$) – Ver (3.1-14) – tanto no que diz respeito às pressões do vento como nos respectivos coeficientes.

d) A torre de Berlim [3-9], com 365m de altura, foi calculada de acordo com as características das rajadas apresentadas no trabalho de Schleicher. A carga total do vento foi assim distribuída:

$$q_r = 0,6 q_{\max} \text{ e } \bar{q} = 0,4 q_{\max}$$

Tempo de atuação de cada rajada (meia senoide): $t_r = 4s$; Portanto, $T_p = 8s$. Intervalo entre duas rajadas iguais e em fase com a oscilação da estrutura: $T = 180s$. Período de oscilação fundamental da torre: $T_p = 7s$. Amortecimento com decremento logarítmico $\delta = 0,075$.

Teremos:

$$\text{Conforme (3.1-3): } \alpha = T_p / T_r = 7 / 8 = 0,875$$

Conforme (3.1-1):

$$\beta = [0,875 / |1 - 0,231|] [1 + 0,765 - 2 \times 0,875 \text{ sen}(\pi/1,75)]^{1/2}$$

$$\beta = 0,92$$

$$\text{Conforme (3.1-12): } K_1 = 1 + \beta = 1,92$$

$$\text{Conforme (3.1-13): } K_2 = 1 + e^{-p\delta} = 1 + e^{-25,7 \times 0,075} = 1,15$$

$$\text{sendo } p = T / T_p = 180 / 7 = 25,7.$$

A força estática equivalente, conforme (3.1-16) será:

$$F_a = (\bar{q} + 1,92 \times 1,15 q_r) C_a A$$

Ahrendt [3-9] apresenta F_a em função da pressão dinâmica q_{\max} :

$$F_a = (0,4 + 0,6 \times 1,92 \times 1,15) q_{\max} C_a A$$

$$F_a = 1,72 q_{\max} C_a A$$

Ou seja, a força do vento é calculada com uma pressão dinâmica majorada de 72%. Lembramos que q_{\max} é a pressão dinâmica referente ao topo da rajada (Fig.3.1-5).

3.2. METODO PROBABILISTICO

3.2.1. Introdução

a) Ao revermos o conceito de admitância mecânica, considerando uma excitação harmônica $F_1 e^{i\omega t}$ ($=F_1 \text{ sen } \omega t$) chegamos à (Ver item 1.1-5):

$$X_1 = |H(\omega)| F_1 \quad (1.5-58)$$

$$x(t) = |H(\omega)| F_1 e^{i(\omega t - \phi)} \quad (1.5-57)$$

Lembrando que no estudo de potência o ângulo de fase não é considerado, o valor quadrado médio de uma resposta harmônica

$$x(t) = X_1 \text{sen}(\omega t - \phi)$$

será

$$\overline{x^2} = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \frac{X_1^2}{2} (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{X_1^2}{2} \quad (3.2-1)$$

Analogamente, para uma excitação harmônica $f(t) = F_1 \text{sen } \omega_1 t$ teremos:

$$\overline{f^2} = F_1^2 / 2 \quad (3.2-2)$$

Considerando a (1.1-58) e a (3.2-2), a (3.2-1) fica:

$$\overline{x^2} = |H(\omega)|^2 F_1^2 / 2 \quad (3.2-3)$$

b) Se a excitação $f(t)$ for uma função periódica, ela pode ser considerada como uma superposição de n funções harmônicas simples, com diversas amplitudes, frequências e fases. Pelo que foi visto no item 2.2, esta excitação pode ser representada pela série de Fourier:

$$f(t) = \sum_n F_n \text{sen}(n\omega_1 t - \phi_n)$$

ou, em álgebra complexa:

$$f(t) = \sum_n F_n e^{in\omega_1 t} \quad (3.2-4)$$

A expressão (1.1-13) fica:

$$m x''(t) + c x'(t) + k x(t) = F_n e^{in\omega_1 t} \quad (3.2-5)$$

Como estamos tratando com sistemas lineares, vale a superposição de efeitos. A excitação quadrada média será expressa por:

$$\overline{f^2} = \sum_n \overline{f_n^2} = \sum_n F_n^2 / 2 \quad (3.2-6)$$

Pelo mesmo princípio teremos, para a resposta quadrada média :

$$\overline{x^2} = \sum_n X_n^2 / 2 \quad (3.2-7)$$

e, considerando a (1.5-58) adaptada ao caso:

$$X_n = |H(\omega)| F_n$$

chegamos a:

$$\overline{x^2} = \sum_n |H(\omega)|^2 F_n^2 / 2 \quad (3.2-8)$$

análoga à (3.2-3).

c) Preparando para o caso que veremos a seguir, de espectro contínuo, determinemos a contribuição de cada intervalo $\Delta\omega$ para o valor quadrado médio total. Designemos por $S(n\omega_1)$ a "densidade" do valor quadrado médio no intervalo $\Delta\omega$ em torno da freqüência central deste intervalo, $n\omega_1$ (Fig.3.2-1). Teremos:

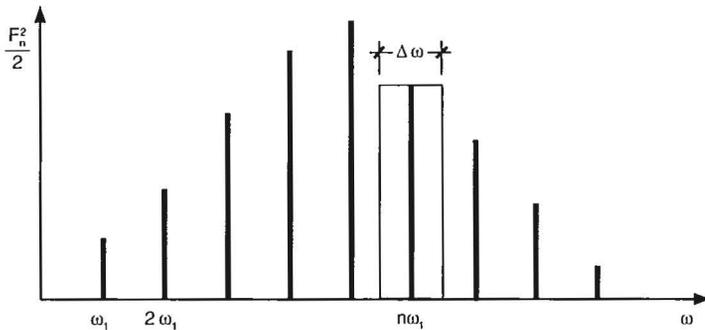


Figura 3.2-1 – Energia em uma faixa $\Delta\omega$

$$S(n\omega_1) = F_n^2 / (2\Delta\omega)$$

$$\text{e } S(n\omega_1) \Delta\omega = F_n^2 / 2$$

Conforme a (3.2-8):

$$\overline{x^2} = \sum_n S(n\omega_1) |H(\omega)|^2 \Delta\omega \quad (3.2-9)$$

que fornece a energia total em uma excitação periódica (Fig.3.2-2).

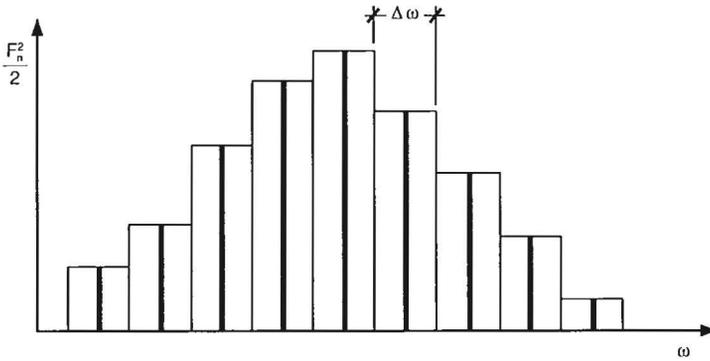


Figura 3.2-2 – Energia total com excitação periódica

d) Para o caso da energia contida nas rajadas de vento, tratando-se de um fenômeno aleatório, teremos um espectro contínuo das flutuações. A potência média é definida pelo valor quadrado médio do vetor rajada, $\overline{v^2}$. Por se tratar de flutuações em torno da velocidade média, o valor quadrado médio coincide com a variância; e, conforme visto em (2.1-e):

$$\overline{v^2} = \sigma_v^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt = \int_0^\infty S_v(\omega) d\omega$$

A mesma definição aplica-se a cada componente do vetor rajada ($i=1,2,3$):

$$\overline{v_i^2} = \sigma_i^2 = \int_0^\infty S_i(\omega) d\omega$$

O espectro pode ser considerado como o limite da soma das excitações senoidais:

$$m x'' + c x' + k x = F_1 e^{i\omega_1 t} + F_2 e^{i\omega_2 t} + F_3 e^{i\omega_3 t} + \dots$$

A parte transitória da resposta (solução da equação homogênea) depende das condições iniciais e é atenuada pelo amortecimento até desaparecer. Para a parte contínua da resposta (correspondente à resposta permanente do caso discreto) chega-se à expressão (3.2-10), análoga à (3.2-9):

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty S_v(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega \quad (3.2-10)$$

com as correspondentes expressões para as componentes v_i .

3.2.2. Processo de Davenport (Fator de rajada)

3.2.2.1. Introdução

a) A resposta longitudinal da maioria das estruturas expostas ao vento deve-se principalmente à componente longitudinal da turbulência do vento incidente, superposta ao deslocamento médio causado pela velocidade média do vento.

Uma conceituação física pode ser obtida com o conceito de **comprimento de onda** [3.10] (ou de seu inverso, o número de ondas), o qual é definido por:

$$\lambda = \bar{V} / f = \bar{V} T_r$$

sendo: \bar{V} – velocidade média do vento

f – frequência de incidência de rajadas

$T_r = 1 / f$ – período .

O comprimento de onda é uma medida linear que indica as dimensões dos turbilhões que produzem cargas flutuantes na frequência f .

Em outra publicação [3.11] já tínhamos visto o conceito de **escala** da turbulência, a qual indica as dimensões dos maiores turbilhões em uma certa altura sobre o terreno. E também foi visto que, para ser inteiramente efetivo e gerar um campo de pressões plenamente desenvolvido em torno da construção, o turbilhão deve ser bem maior que a construção [3.12].

Para o presente caso, a efetividade da rajada para produzir ações dinâmicas dependerá da relação entre dimensões do respectivo turbilhão e as da construção. Isto é, dependerá da relação λ / L ou $\bar{V}(z) / (f L)$ sendo L uma dimensão característica da construção; por exemplo, sua altura. Usaremos a relação inversa, L / λ [equivalente a $f L / \bar{V}(z)$].

Para frequências muito altas :

$$L / \lambda \gg 1 .$$

São frequências para as quais a correlação espacial das rajadas é muito pequena. Ou, em termos de λ podemos dizer que rajadas com pequenos comprimentos de onda correspondem a turbilhões menores (escalas de turbulência pequenas), que só atuam localmente.

Por outro lado, para frequências muito baixas:

$$L / \lambda \ll 1 .$$

Neste caso há uma boa correlação espacial da turbulência e sua influência incide sobre toda a construção ou, ao menos, em boa parte dela. Ou, novamente pensando em termos de comprimento de onda, correspondem a turbilhões maiores, que chegam a envolver, com boa folga, toda a construção.

As escalas da turbulência são aproximadamente proporcionais ao comprimento de onda. “Por exemplo, a semi-escala lateral da componente longitudinal de uma rajada é aproximadamente 1/30 do comprimento de onda e a

semi-escala vertical desta componente 1/8 do comprimento de onda.” (Ref.[3.13], pag. 363-4).

b) Foi Davenport [3-13] quem teve o mérito de adaptar à engenharia estrutural conceitos já conhecidos e em uso na engenharia mecânica e na de comunicações. Conforme suas próprias palavras: “Este modo de considerar as cargas das rajadas foi uma consequência natural de dois desenvolvimentos anteriores: primeiro, o processo estatístico de Taylor para definir a turbulência e, segundo, o desenvolvimento de processos similares na resposta de filtros eletrônicos a ruído aleatório no campo de comunicações. O método pareceu obviamente adequado para a carga de rajadas nas estruturas de engenharia civil e o autor sugeriu isto em um trabalho intitulado “A aplicação de conceitos estatísticos às cargas do vento em estruturas” [3-14].

A teoria de Taylor leva em conta os seguintes parâmetros estatísticos [3-15]:

1º - as distribuições de probabilidade das três componentes da velocidade;

2º - os espectros das flutuações (três componentes);

3º - as correlações espaciais da velocidade.

Como já foi comentado, a distribuição de probabilidade pode ser considerada gaussiana. O espectro das flutuações da velocidade indica a distribuição da energia total (a variância σ_v^2) nas diversas frequências. Pelas correlações espaciais obtém-se a correlação entre as flutuações em dois pontos, para uma certa frequência. A partir das correlações podem ser obtidas as escalas (longitudinal, lateral e vertical) de uma dada componente das flutuações, as quais constituem uma medida das dimensões dos turbilhões. Estes conceitos já foram mais detalhadamente apresentados em trabalho anterior [3-11].

c) Uma vez definidos os necessários parâmetros estatísticos do vento, Davenport [3-15] estabelece três hipóteses para chegar à resposta da estrutura:

1º - A estrutura é elástica e uma certa resposta $\mathbf{y}(t)$ às forças flutuantes $\mathbf{f}(t)$ pode ser expressa por uma equação diferencial linear da forma

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + k y = f(t)$$

expressão da qual tratamos no capítulo 1.

2º - A força média é a mesma tanto no escoamento turbulento como no escoamento suave (isto é, sem turbulência apreciável) de mesma velocidade média. Com esta hipótese:

$$\bar{F} = \rho (\bar{V})^2 C_f A / 2$$

sendo: ρ – massa específica do ar

\bar{V} – velocidade média

C_f – coeficiente de força obtido em escoamento suave

A – área de uma superfície de referência.

3º - Flutuações na velocidade e na força estão ligadas por um processo linear. Em alguns casos esta hipótese não é válida. Por exemplo, quan-

do há desprendimento regular de vórtices alternados (vórtices de Kármán), cuja freqüência de desprendimento de um par de vórtices coincide (ou quase coincide) com uma freqüência natural da estrutura. Além disso, as flutuações não podem ser muito grandes, quando comparadas com o escoamento médio.

A partir destas três hipóteses Davenport define como as informações mais importantes sobre a resposta:

- 1º – a resposta média;
- 2º – a distribuição de probabilidade;
- 3º – a densidade espectral da variância (“espectro”).

Havendo uma relação linear entre velocidade, força e resposta, e sendo gaussiana a distribuição de velocidades, segue que também as distribuições da força e da resposta serão gaussianas. Outra consequência desta relação linear é que os espectros da força e da resposta podem ser obtidos por meio de duas **funções de admitância**: a admitância aerodinâmica e a admitância mecânica.

A admitância mecânica já foi tratada em (1.1-5).

3.2.2.2 - Admitância aerodinâmica

a) A admitância aerodinâmica leva em consideração tanto a influência das dimensões dos turbilhões de vento em relação às dimensões da estrutura (de que tratamos ao conceituar comprimento de onda) como também a variação dos coeficientes aerodinâmicos causada pelas flutuações do escoamento.

A admitância aerodinâmica relaciona, portanto, as dimensões da construção e dos turbilhões incidentes. Para dimensão característica é usado o valor \sqrt{A} , sendo **A** a área da superfície frontal da construção. Para dimensão característica do turbilhão é usado o comprimento de onda, $\lambda = V / f$. E a admitância é expressa em função desta relação de dimensões, $\sqrt{A} / \lambda = L / \lambda = f L / V$.

b) Parece-nos muito elucidativa a dedução feita por Davenport [3-12] para um caso simples, limite, a qual reproduzimos a seguir:

“Em freqüências extremamente baixas, isto é, em rajadas de grande comprimento de onda, as flutuações de velocidade serão lentas e o escoamento será bem correlacionado nas vizinhanças da estrutura. A resposta a esta situação pode ser calculada. A força pode ser expressa como:

$$P(t) = 1/2 \rho C_f A |V(t)| V(t) \tag{3.2-11}$$

Se admitirmos $V(t) = \bar{V} + v \text{ sen } 2\pi ft$, com $v \ll L$ (isto é, que a velocidade consiste de um escoamento médio com uma pequena flutuação senoidal superposta a ele, de freqüência **f** e de amplitude **v**), então a força pode ser escrita:

$$P(t) = \rho C_f A (\bar{V})^2 / 2 + C_f A \bar{V} v \text{ sen } 2\pi f t$$

onde o pequeno termo em v^2 foi desprezado. A expressão acima pode ser escrita assim:

$$P(t) = \bar{P} + 2\bar{P} v / \bar{V} \text{ sen } 2\pi f t \quad (3.2-12)$$

Designando a componente flutuante por p , os valores quadrados médios de pressões e de velocidades pode ser relacionados:

$$p^2 / P^2 = 4 v^2 / V^2 .$$

Assim, em frequências muito baixas os espectros normalizados de velocidade e de pressão estarão na razão de 4:

$$f S_p(f) / \bar{p}^2 = 4 f S_v(f) / \bar{V}^2 \quad (3.2-13)$$

Acima está descrita a resposta de uma estrutura a flutuações muito lentas, ou, em outras palavras, a rajadas com comprimentos de onda muito maiores que a estrutura.”

c) Esta dedução é válida, lembramos, para uma estrutura pequena em relação às dimensões dos turbilhões incidentes, caracterizadas estas dimensões ou pela escala longitudinal da turbulência (L_1) ou pelo comprimento de onda da respectiva rajada (λ). Isto é, é válida para L_1 ou $\lambda \gg \sqrt{A}$. Em outras palavras, a correlação das velocidades do vento incidente na pequena estrutura está próxima da unidade.

d) Vickery [3-16] e Davenport [3-13] mostraram experimentalmente que, para objetos rombudos, obedecendo certas condições, existe uma relação linear entre a função de densidade espectral da força, $S_F(f)$, e da componente longitudinal da velocidade, $S_1(f)$, expressa por:

$$S_F(f) = 4 (\bar{F} / \bar{V})^2 \chi_a^2 S_1(f) \quad (3.2-14)$$

sendo: \bar{F} – força média, isto é, calculada com a velocidade média horária, \bar{V} :

$$\bar{F} = \rho (\bar{V})^2 C_i A / 2 \quad (3.2-15)$$

χ_a – admitância aerodinâmica.

Os autores acima citados [3-16] [3-13], baseados em seus estudos experimentais e teóricos, sugerem a seguinte fórmula empírica:

$$\chi_a = 1 / [1 + (2\sqrt{A} / \lambda)^{4/3}] \text{ ou } \chi_a = 1 / [1 + (2 f \sqrt{A} / \bar{V})^{4/3}] \quad (3.2-16)$$

Esta fórmula tem suas limitações. O valor de χ_a é função também da intensidade da turbulência e da forma da construção (Já tínhamos visto que era função da escala da turbulência – ou do comprimento de onda – e das dimensões da construção). Vickery [3-17] informa que em ensaios em placas circulares e retangulares, com uma relação de dimensões altura/largura (isto é, o Alçamento) menor que 4, χ_a é praticamente independente da forma da superfície frontal da placa. Quando a dimensão na direção do vento (isto é, a profundidade) foi aumentada, Vickery constatou uma pequena variação para profundidades de até metade da menor dimensão frontal. Além disso, há uma aparente tendência dos coeficientes aerodinâmicos aumentarem com a turbulência do vento [3-15].

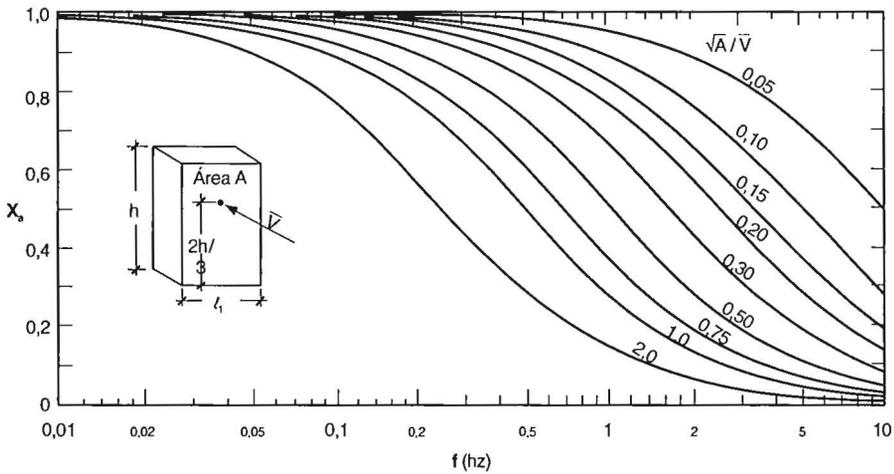


Figura 3.2-3 - Admitância aerodinâmica x frequência

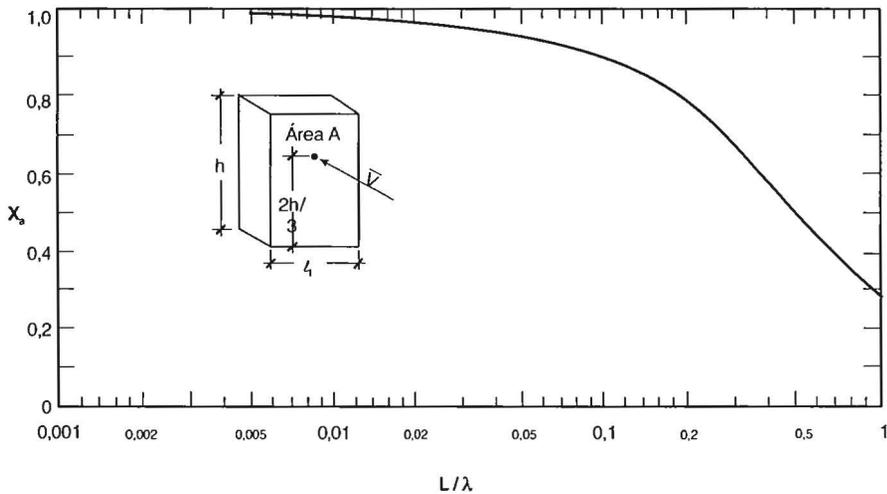


Figura 3.2-4 - Admitância aerodinâmica x L / λ

Substituindo a (3.2-15) na (3.2-14):

$$S_F(f) = 4 C_f^2 (\rho \bar{V} / 2)^2 A^2 \chi_a^2 S_1(f) \quad (3.2-17)$$

que é outro modo usual de apresentar a (3.2-14).

e) A Fig.3.2-3 apresenta curvas de variação de χ_a em função da frequência f para diversos valores de L / \bar{V} . Juntando as variáveis f e L / \bar{V} , teremos $f\sqrt{A} / \bar{V} = \sqrt{A} / (\bar{V}T) = L / \lambda$, sendo $L = \sqrt{A}$ uma dimensão característica, conforme visto em 3.2.2.2-a. Na Fig.3.2-4 χ_a é apresentado em função de L / λ , com o que se obtém uma única curva para a variação da admitância.

3.2.2.3. Espectro da resposta

a) Uma vez determinado o espectro de pressões (ou das forças correspondentes) chega-se à resposta da estrutura por meio da admitância mecânica, da qual tratamos em (1.15). Usaremos a letra y para simbolizar não só os deslocamentos mas também outra resposta qualquer.

Admitindo a estrutura como sendo um sistema com um grau de liberdade, com uma frequência natural f_1 , uma razão de amortecimento crítico ζ e uma constante de mola k , o espectro dos deslocamentos será, pelo visto em (1.1.5-d):

$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_F(f) = \chi_m^2 S_F(f) / k^2$$

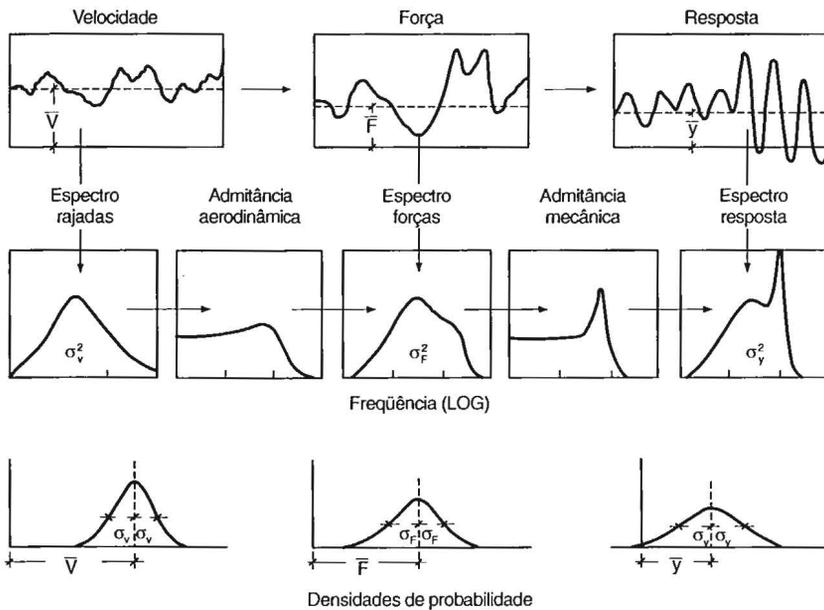


Figura 3.2-5 – Processo probabilístico de Davenport

e, conforme (3.2-14):

$$S_y(f) = 4 (\bar{F} / \bar{V})^2 \chi_m^2 \chi_a^2 S_1(f) / k^2 \quad (3.2-18)$$

com χ_m dado pela (1.1-61) e χ_a pela (3.2-16).

A Fig.3.2-5, retirada de um trabalho de Davenport [3-15] e já reproduzida dezenas de vezes, procura sintetizar e visualizar o processo de Davenport. Na primeira linha de figuras estão os gráficos da variação da velocidade do vento no tempo, das respectivas pressões e da resposta da estrutura (deslocamento, tensão, aceleração, momento fletor, etc.).

A segunda linha de figuras mostra a seqüência de operações que, partindo do espectro de rajadas, chega ao espectro da resposta, tendo como funções de transferência a admitância aerodinâmica e a admitância mecânica. A passagem do espectro de rajadas para o de forças é feita, matematicamente, por meio da expressão (3.2-14) ou (3.2-17), e a passagem deste último espectro para o da resposta, por meio da expressão (3.2-10). Observe-se que esta expressão pode ser usada para qualquer resposta, e não apenas para os deslocamentos.

Na terceira linha aparecem as densidades de probabilidade, gaussianas, da velocidade, pressão e resposta.

Sobre o espectro de rajadas a literatura é vasta. Um resumo sobre este tema, bem como referências bibliográficas, são apresentados na Ref.[3-11].

b) A variância dos deslocamentos (ou de outra resposta qualquer) será obtida integrando a (3.2-18):

$$\sigma_y^2 = \int S_y(f) df \quad (3.2-19)$$

Ou seja:

$$\sigma_y^2 = [4(\bar{F} / \bar{V})^2 \int_0^\infty \chi_m^2 \chi_a^2 S_1(f) df] / k^2 \quad (3.2-20)$$

Partindo da expressão acima, Davenport [3-18] chega a expressões mais cômodas para o uso corrente do seguinte modo:

Substituindo :

$$\bar{y} = \bar{F} / k \text{ e } S_1(f) = \sigma_1^2 S_1'(f)$$

na (3.2-20):

$$\sigma_y^2 / (\bar{y})^2 = 4 [(\sigma_1^2 / (\bar{V})^2) \chi_a^2 \chi_m^2 S_1'(f) df]$$

$$\sigma_y^2 / (\bar{y})^2 = 4 [\sigma_1^2 / (\bar{V})^2] (B + R)$$

ou, ainda:

$$\sigma_y / \bar{y} = 2 (\sigma_1 / \bar{V}) (B + R)^{1/2} \quad (3.2-21)$$

na qual:

$$B \approx \int_0^{\infty} \chi_a^2(f) S_1'(f) df$$

$$R \approx \chi_a^2(f_1) S_1'(f_1) \int_0^{\infty} \chi_m^2 df$$

$$R \approx \chi_a^2(f_1) S_1'(f_1) \pi f_1 / (4\zeta)$$

c) Comentemos mais detalhadamente os termos da (3.2-21).

B – Excitação correspondente à parte do espectro onde a resposta da estrutura segue as alterações de baixa frequência da velocidade do vento.

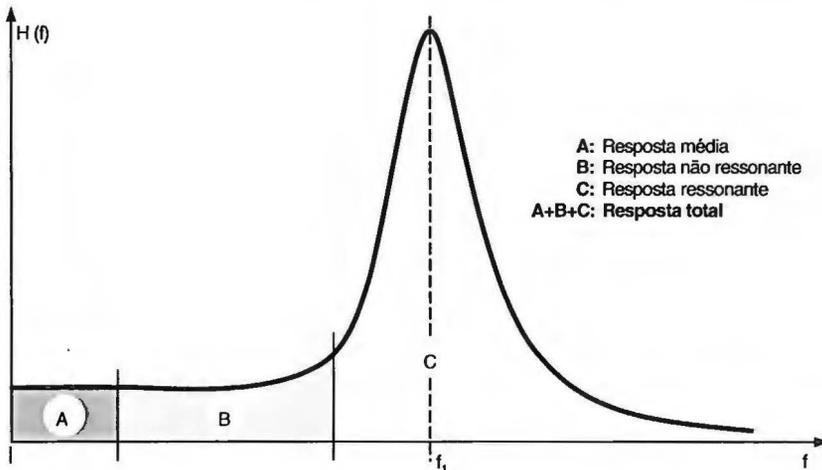


Figura 3.2-6 – Zonas típicas para a resposta da estrutura

Estamos em presença de uma oscilação forçada, na qual a resposta acompanha as lentas variações no tempo das rajadas de maior comprimento de onda. É a chamada resposta não ressonante (ou “quase-estática”), correspondente à zona B da curva de admitância mecânica da Fig.3.2-6. É função da altura h da construção.

Nesta figura distinguem-se três zonas:

Zona A: resposta média. No caso de deslocamentos, corresponde ao deslocamento médio da estrutura originado pelo escoamento médio, de velocidade \bar{V} .

Zona B: resposta não ressonante. As freqüências das rajadas, muito baixas, estão associadas a valores de $\lambda / L \gg 1$. A esta zona refere-se o termo **B** da (3.2-21).

Zona C: vibrações da estrutura em freqüências situadas nas proximidades da freqüência natural da estrutura. A esta zona refere-se o termo **R** da (3.2-21).

R – Excitação pela turbulência ressonante com a estrutura (Zona C da Fig.3.2-6).

Este fator pode ser desdobrado em:

$$R = S E / \zeta \quad (3.2-22)$$

$S - S = \chi_a^2(f_1)$, admitância aerodinâmica. É um fator de redução de dimensões, que depende da freqüência reduzida $f_1 h / \bar{V}$ e da razão largura/altura (z_1/h). A freqüência reduzida $f_1 h / \bar{V} = h / \lambda$ relaciona uma dimensão característica da construção com uma dimensão característica das dimensões dos turbilhões, conforme já exposto em 3.2.2.1.

$E - E = (\pi/4) f_1 S_1(f_1)$: fator de energia de rajada. Refere-se à energia do vento contida nas rajadas com freqüências situadas nas proximidades da freqüência natural da estrutura. Isto é, refere-se à parte do espectro situado na zona do pico de ressonância da admitância (Zona C da Fig.3.2-6). É função do número de ondas na ressonância, $f_1 / \bar{V} = 1/(\bar{V} T) = 1/\lambda$.

ζ – razão de amortecimento crítico, composto de duas parcelas: amortecimento mecânico e amortecimento aerodinâmico. Maiores detalhes são fornecidos nos Apêndices I (amortecimento mecânico) e II (amortecimento aerodinâmico).

Substituindo (3.2-22) na (3.2-21) obtém-se:

$$\sigma_y / \bar{y} = 2(\sigma_1 / \bar{V}) (B + S E / \zeta)^{1/2} \quad (3.2-23)$$

3.2.2.4. Valores extremos da resposta

a) A partir do estudo de velocidades de ventos extremos Davenport [3-19] chegou a uma expressão para a distribuição de probabilidades dos maiores valores em uma amostra de duração **T**. Inicialmente ele considerou uma função aleatória estacionária $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{t})$, com uma distribuição normal de probabilidade, um valor médio $\bar{\mathbf{y}}$ e um desvio padrão σ_y . É definida uma variável reduzida:

$$\eta = (\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}) / \sigma_y \quad (3.2-24)$$

cuja distribuição de probabilidade será

$$P(\eta) = e^{-\eta^2/2} / (2\pi)^{1/2}$$

Considerando que para o caso do vento não há interesse prático na distribuição de todos os máximos que ocorrem em um certo intervalo de tempo, mas sim do maior destes (por exemplo, a carga máxima de rajada em uma hora), Davenport chega à seguinte expressão:

$$\bar{\eta}_{\max} = (2 \ln vT)^{1/2} + \gamma / (2 \ln vT)^{1/2} \quad (3.2-25)$$

onde $\bar{\eta}_{\max}$ – valor médio de η_{\max}

γ – constante de Euler = 0,5772. Em muitos trabalhos é indicado 0,57 ou 0,577.

v – pode ser interpretado fisicamente como a freqüência representativa da faixa de freqüências na qual está concentrada a maior parte da energia do espectro. Para sistemas com baixo amortecimento, $v \approx$ freqüência natural f_1 .

Considerando que um intervalo de tempo típico para a consideração do maior valor provável de ocorrer é de uma hora, Davenport conclui que, para as aplicações práticas, os valores de vT situam-se entre 100 e 10000. (Por exemplo, para $T = 3600s$ e $v = f = 1Hz$, $vT = 3600$; para $v = f = 0,1Hz$, $vT = 360$).

As funções de densidade de probabilidade para $vT=100$, 1000 e 10000 aparecem na Fig.3.2-7, obtida a partir de figuras das referências [3-19] e [3-15]. A mesma figura apresenta a distribuição de todos os valores da função aleatória η . Davenport considera ainda que, sendo as curvas de distribuição dos valores extremos estreitas (Fig.3.2-7), provavelmente é suficiente admitir os valores extremos iguais às suas respectivas médias e ignorar sua variabilidade.

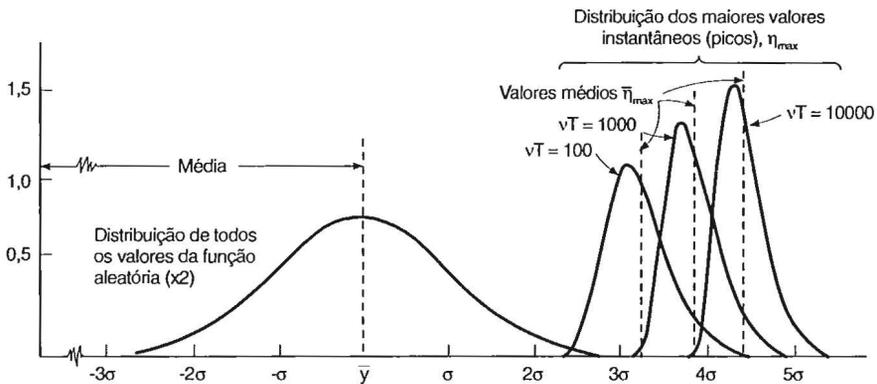


Figura 3.2-7 – Distribuição de todos os valores e dos maiores picos

b) Lembrando a (3.2-24) chega-se a

$$y_{\max} = \bar{y} + \eta_{\max} \sigma_y$$

e, de acordo com a sugestão de Davenport:

$$y_{\max} = \bar{y} + \bar{\eta}_{\max} \sigma_y \quad (3.2-26)$$

Com esta simplificação, e com base na Fig.3.2-7, Davenport conclui que o valor de pico das rajadas, y_{\max} , em uma hora, provavelmente situar-se-á entre 3,5 e 4,5 vezes o desvio padrão acima da média. Ou seja, $\bar{\eta}_{\max}$ situa-se entre 3,5 e 4,5. É também chamado de **fator de pico**, sendo usualmente representado pela letra **g**.

A (3.2-26) costuma ser apresentada do seguinte modo (Fig.3.2-8):

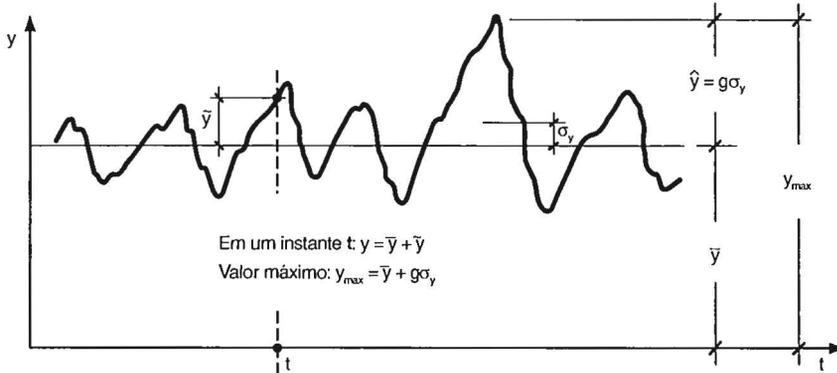


Figura 3.2-8 – Resposta máxima

$$y_{\max} = \bar{y} + g \sigma_y \quad (3.2-27)$$

$$\text{ou } y_{\max} = G \bar{y} \quad (3.2-28)$$

Comparando (3.2-27) e (3.2-28):

$$G = 1 + g \sigma_y / \bar{y} \quad (3.2-29)$$

onde **G** é o chamado **fator de resposta às rajadas**.

σ_y é obtido por integração da (3.2-18).

Para quantificar estas considerações, a Tabela 3.2-1 apresenta valores de vT e de $\bar{\eta}_{\max}$ para diversas frequências naturais. Estruturas com frequências maiores que 2Hz (em geral o limite indicado é 1Hz ou mesmo 0,5Hz) são suficientemente rígidas para não apresentarem resposta dinâmica ponderável.

Tabela 3.2-1
Fator de pico em função da frequência

$T = 1h = 3600s$			
f_1 (Hz)	0,1	1	2
T_1 (s)	10	1	1/2
vT	360	3600	7200
$\bar{\eta}_{max}$ (ou g)	3,60	4,19	4,35

c) Lembrando a (3.2-21) e a (3.2-29):

$$G = 1 + (2 g \sigma_1 / \bar{V}) (B + R)^{1/2}$$

Fazendo $2\sigma_1 / \bar{V} = r$ (fator de rugosidade): (3.2-30)

$$G = 1 + g r (B + R)^{1/2} \quad (3.2-31)$$

Determinado G , a (3.2-28) permite determinar o valor máximo esperado, y_{max} .

O fator de rugosidade, r , depende da rugosidade do terreno e da altura da construção. Observe-se que r é análogo à intensidade de turbulência ($I_t = \sigma_1 / \bar{V}$).

O fator de pico, g , é função da frequência natural fundamental, f_1 , e do intervalo de tempo, T (entre 10min e 1h) usado na determinação da velocidade média.

d) Para a pressão em um ponto qualquer da construção, em uma altura z :

$$p(z)_{max} = G \bar{p}(z) \quad (3.2-32)$$

sendo $\bar{p}(z)$ a pressão média correspondente a uma velocidade média referente a um intervalo de tempo entre 10min e 1h:

$$\bar{p}(z) = \rho [\bar{V}(z)]^2 c_p / 2 \quad (3.2-33)$$

O coeficiente de pressão, c_p , usualmente é referido à velocidade média do vento no topo da construção, e deve ser obtido em ensaio em túnel de vento, no qual foram reproduzidas as principais características do vento natural; ou retirado de norma atualizada.

Para uma carga generalizada Q :

$$Q_{max} = G \bar{Q} \quad (3.2-34)$$

Esta será a carga estática equivalente a ser considerada no projeto estrutural; ela corresponde ao máximo deslocamento y_{max} .

As Figuras 3.2-9 a 3.2-13 , com as informações necessárias para calcular G , foram retiradas da Ref.[3-20].

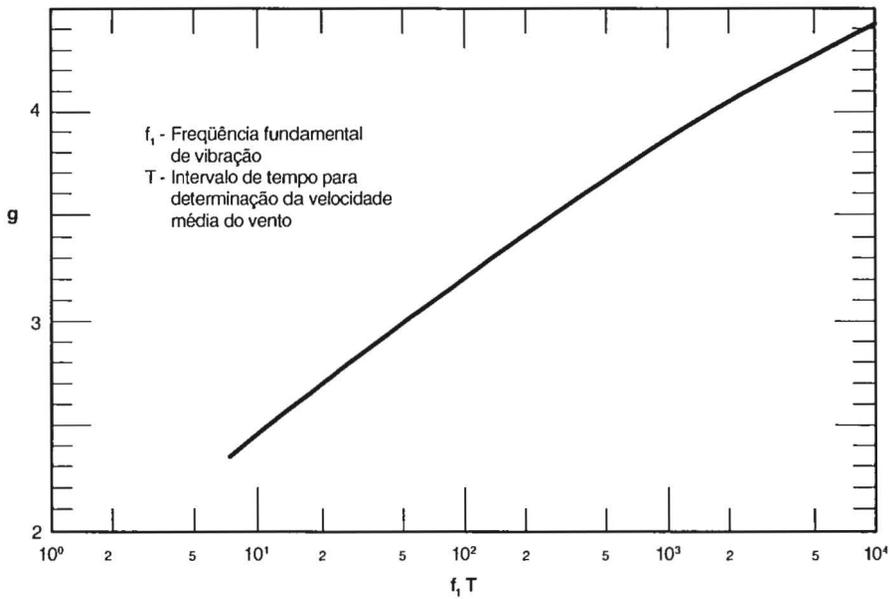


Figura 3.2-9 – Fator de pico, g

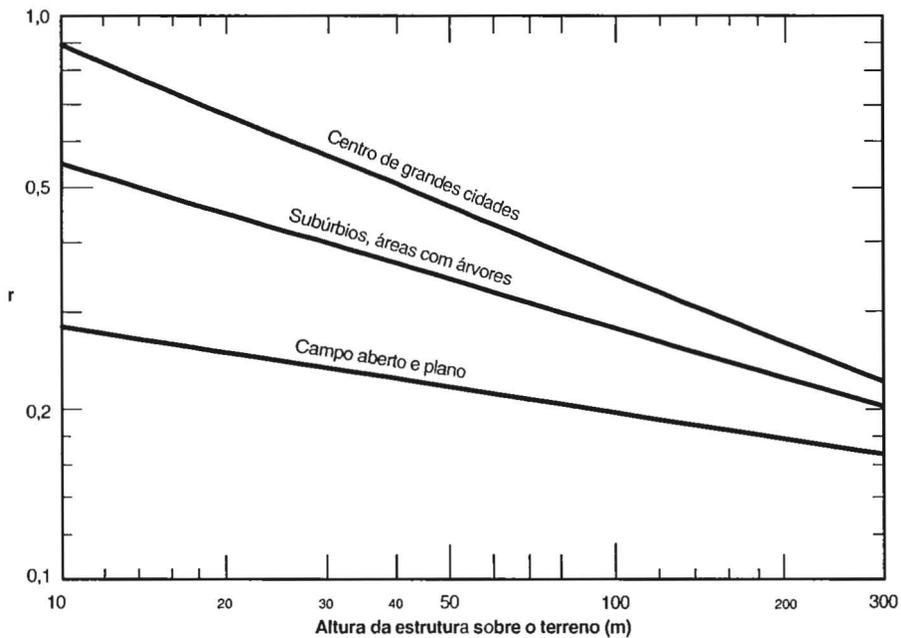


Figura 3.2-10 – Fator de rugosidade, r

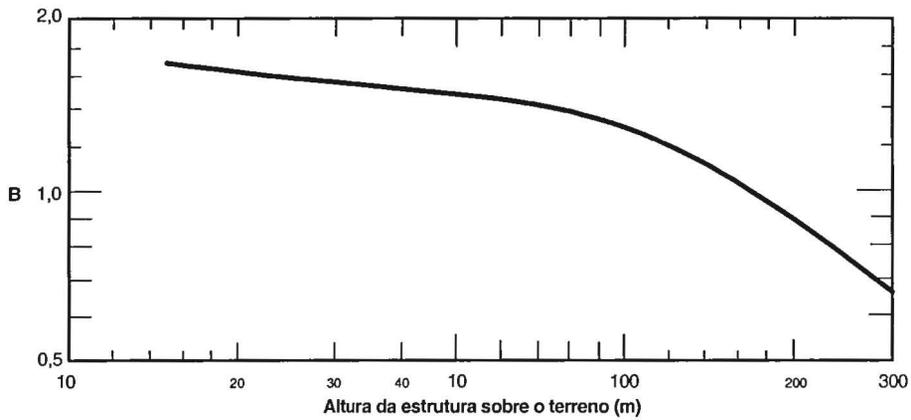


Figura 3.2-11 – Fator de resposta não ressonante, B

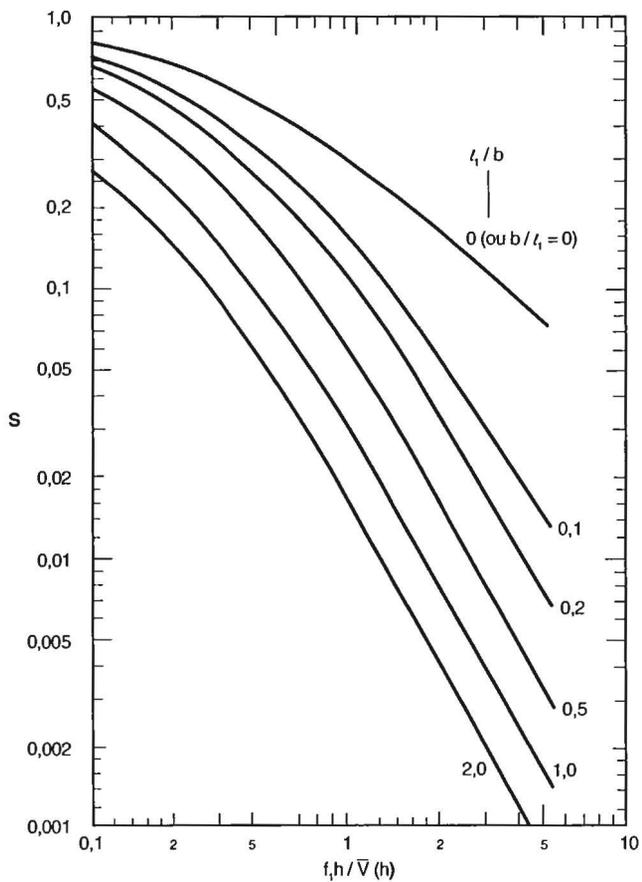


Figura 3.2-12 – Fator de redução de dimensões, S

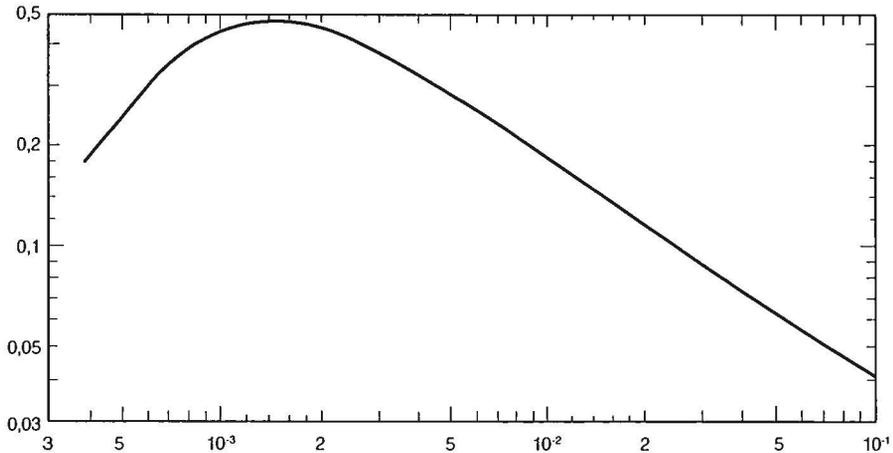


Figura 3.2-13 – Razão de energia de rajada, E.

3.2.2.5 - Exemplo de aplicação

a) Apliquemos o processo de Davenport a um edifício paralelepípedo de dimensões $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \times \mathbf{h} = 45 \times 15 \times 105\text{m}$. O período de oscilação, de acordo com a NBR-6123 [3-21], para edificação com estrutura aporticada de concreto armado, sem cortinas, será $T_1 = 0,05 + 0,015h = 0,05 + 0,015 \times 105 = 1,6\text{s}$. Pela mesma norma, a razão de amortecimento crítico será $\zeta = 0,02$. A velocidade média do vento sobre 10min, no topo do edifício é $\bar{v}(105) = 35\text{m/s}$.

b) Cálculo da carga estática equivalente:

$$p(z)_{\max} = G \bar{p}(z) \quad (3.2-32)$$

sendo:

$$\bar{p}(z) = \rho [\bar{V}(z)]^2 c_p / 2 \quad (3.2-33)$$

Se o coeficiente de pressão c_p for referido à velocidade média do vento (sobre 10min) no topo da construção (item 3.2.2.4-d):

$$\bar{p}(z) = \rho [\bar{V}(h)]^2 c_p / 2$$

$$\bar{p}(z) = c_p \bar{q}(h)$$

Conforme (3.2-32):

$$p(z)_{\max} = G c_p \bar{q}(h)$$

E, de um modo geral:

$$Q_{\max} = G C' \bar{q}(h) A = q_{\max} C' A \quad (3.2-35)$$

sendo: C' – coeficiente aerodinâmico correspondente à carga Q (coeficiente de forma, de força, de arrasto, de torção, etc.

A – área de uma superfície de referência

q_{\max} – pressão dinâmica do vento para a carga estática equivalente :

$$q_{\max} = G \bar{q}(h) \quad (3.2-36)$$

c) Cálculo de G .

$$G = 1 + g r (B + R)^{1/2} \quad (3.2-31)$$

g – fator de pico:

$$f_1 = 1/T_1 = 1/1,6 = 0,63\text{Hz}$$

$$f_1 T = 0,63 \times 600 = 378$$

Da Fig.3.2-9: $g = 3,6$

r – fator de rugosidade (centro de cidade)

$$h = 105\text{m}$$

Da Fig. 3.2-10: $r = 0,35$

B – fator de resposta não ressonante

$$h = 105\text{m}$$

Da Fig. 3.2-11: $B = 1,25$

$R = R = S E / \zeta$

S – Fator de redução de dimensões

$$\ell_1/h = 45 / 105 = 0,43$$

$$f_1 h / \bar{V} = 0,63 \times 105 / 35 = 1,89$$

Da Fig.3.2-12: $S = 0,02$

E – Razão de energia de rajada

$$f_1 / \bar{V}(105) = 0,63 / 35 = 0,02$$

Da Fig.3.2-13: $E = 0,12$

$$R = 0,02 \times 0,12 / 0,02 = 0,12$$

Portanto, pela (3.2-31):

$$G = 1 + 3,6 \times 0,35(1,25+0,12)^{1/2} = 2,47$$

A pressão dinâmica máxima, no topo do edifício, será, pela (3.2-36):

$$q_{\max} = 2,47 \bar{q}(h)$$

$$\text{sendo: } \bar{q}(h) = \rho (\bar{V})^2(h) / 2 = 0,613 \times (35)^2 = 750\text{N/m}^2.$$

$$\text{Portanto, } q_{\max} = 2,47 \times 750 = 1850\text{N/m}^2.$$

O valor máximo de uma determinada carga do vento será então obtido pela (3.2-35).

3.2.3. Processo da Norma Brasileira

3.2.3.1. Fundamentos

a) O processo que a norma brasileira NBR-6123 [3-21] apresenta para a determinação da ação estática equivalente do vento, embora baseada no método de vibração aleatória proposto por Davenport, difere dele na determinação dos parâmetros que definem essa ação, além de destacar que a vibração da estrutura em seus modos naturais dá-se em torno da posição deformada definida pelas pressões causadas pela componente estática do vento (isto é, pela velocidade média). O desenvolvimento deste processo e exemplos de aplicação são encontrados nas Referências [3-22] a [3-26].

As hipóteses fundamentais deste processo são as seguintes [3-26]:

– As componentes flutuantes do vento (rajadas) são processos estacionários, com médias zero.

– Na determinação da resposta estrutural na direção da velocidade média do vento só é considerada a influência da componente flutuante nesta direção, $v_1(t)$.

– A estrutura é discretizada em N partes. Em um dado instante, a ação total do vento, na direção da velocidade média, em cada parte da estrutura, é composta de duas parcelas: uma ação média e uma ação flutuante. Para a coordenada i (Fig.3.2-14):

$$\bar{F}_{imax}(t) = \bar{F}_i + \hat{F}(t) \quad (3.2-37)$$

- | | |
|----------------------------|-------------------|
| 1 - Coeficiente de arrasto | 4 - Sistema |
| 2 - Áreas frontais | 5 - Deslocamentos |
| 3 - Massa | 6 - Ações |

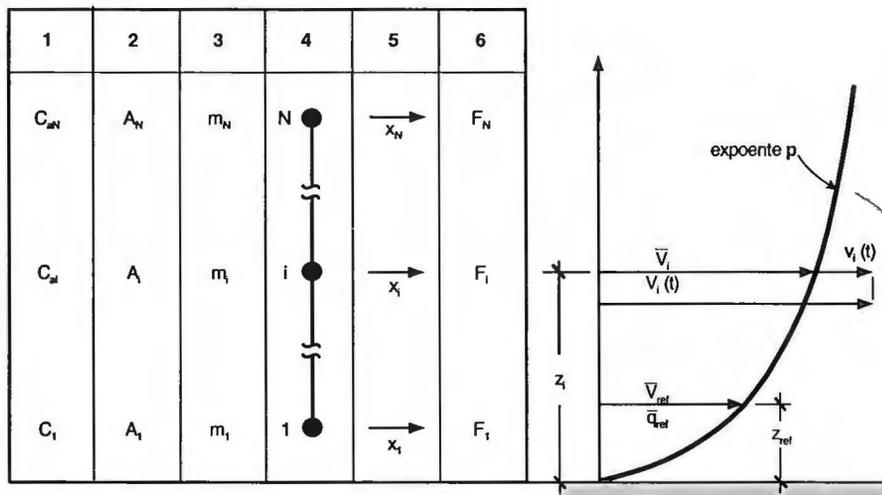


Figura 3.2-14 – Sistema discreto – Simbologia

b) Neste instante a velocidade na coordenada i será:

$$V_i(t) = \bar{V}_i + v_i(t) \quad (3.2-38)$$

e a pressão dinâmica correspondente:

$$\begin{aligned} q_i(t) &= \rho [V_i(t)]^2 / 2 = \rho [\bar{V}_i + v_i(t)]^2 \\ q_i(t) &= \rho (\bar{V}_i)^2 / 2 + \rho \bar{V}_i v_i(t) \end{aligned} \quad (3.2-39)$$

onde foi desprezado o termo em $(v_i(t))^2$, pois $v_i(t) \ll V_i$.

As forças correspondentes serão ($F = C_q A$) – Ver Fig.3.2-14:

$$F_i(t) = q_i(t) C_{ai} A_i \quad (3.2-40)$$

$$\bar{F}_i = \rho (\bar{V}_i)^2 / 2 C_{ai} A_i \quad (3.2-41)$$

$$\hat{F}_i = \rho \bar{V}_i v_i(t) C_{ai} A_i \quad (3.2-42)$$

Os coeficientes de arrasto, C_{ai} , em geral são considerados iguais, tanto os referentes à velocidade média como às rajadas. Nas últimas décadas esses coeficientes têm sido determinados em escoamentos turbulentos, simulando ventos naturais. Eles se referem, a rigor, à velocidade total, $V_i(t)$; mas o mesmo valor assim obtido é admitido válido para as componentes (matemáticas) \bar{V}_i e $v_i(t)$ e usado na determinação das respectivas componentes da ação do vento (componentes estática e dinâmica).

c) Vejamos como é determinada, na prática, a ação estática do vento, expressa pela (3.2-35). A lei potencial do perfil vertical de velocidades médias é (Fig.3.2-14):

$$\bar{V}_i / \bar{V}_{ref} = (z_i / z_{ref})^p \quad (3.2-43)$$

$$\bar{V}_i = \bar{V}_{ref} (z_i / z_{ref})^p \quad (3.2-44)$$

Substituindo (3.2-44) na (3.2-41):

$$\begin{aligned} \bar{F}_i &= \rho (\bar{V}_{ref}) (z_i / z_{ref})^{2p} C_{ai} A_i \\ \bar{F}_i &= \bar{q}_{ref} C_{ai} A_i (z_i / z_{ref})^{2p} \end{aligned} \quad (3.2-45)$$

sendo

$$\bar{q}_{ref} = \rho(\bar{V}_{ref})^2 / 2 = 0,613 (\bar{V}_{ref})^2 \quad (3.2-46)$$

com \bar{q}_{ref} em N/m² e \bar{V}_{ref} em m/s. O fator 0,613 vale para condições normais de pressão (1 atm) e temperatura(15°C).

d) A determinação da ação dinâmica exige mais trabalho. Inicialmente deve ser considerado que o vento não atua simultaneamente com a mesma velocidade em toda a estrutura. A influência desta variação da velocidade do vento no espaço é determinada pela correlação cruzada da componente longitudinal da rajada em duas massas m_i e m_j . Pela transformada complexa de Fourier chega-se à relação entre os espectros cruzados das forças, $S_f(\mathbf{f})$ e da componente longitudinal das rajadas do vento, $S_1(\mathbf{f})$:

$$S_1(\mathbf{f}) \Rightarrow \text{Transf. Fourier} \Rightarrow S_f(\mathbf{f})$$

e) Conhecido o espectro das forças do vento, passa-se a estudar como a estrutura responde a esta ação. A estrutura é considerada elástica, de comportamento linear, com amortecimento viscoso. As equações do movimento da estrutura na direção da velocidade média do vento, em forma matricial, de acordo com o que foi visto em 1.14 e 1.2.3 , são sintetizadas na expressão:

$$[M]\{\ddot{x}^n\} + [C]\{\dot{x}^n\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.2-47)$$

onde: [M] : matriz de massa do sistema, de ordem N x N.

[C] : matriz dos coeficientes de amortecimento, de ordem N x N.

[K] : matriz de rigidez, de ordem N x N.

$\{x\}, \{\dot{x}\}, \{\ddot{x}\}$: vetores colunas dos deslocamentos, velocidades e acelerações das massas discretas, de ordem N, em um instante t

$\{F(t)\}$: vetor coluna das forças do vento, de ordem N.

Façamos a seguinte troca de coordenadas:

$$\{x\} = [\phi]\{\eta\} \quad (3.2-48)$$

onde: $[\phi]$: matriz modal; fornece a configuração dos deslocamentos do sistema vibrando em seus modos naturais ("modos normais"). As colunas desta matriz são os vetores modais, ou auto-vetores.

$\{\eta\}$: vetor coluna das coordenadas normais, isto é, do sistema de coordenadas no qual não há acoplamentos estáticos ([K] é diagonal) ou dinâmicos ([M] é diagonal).

Com esta troca de coordenadas a (3.2-48) fica:

$$[M]\{\ddot{\eta}^n\} + [C]\{\dot{\eta}^n\} + [K]\{\eta\} = [\phi]^T\{F(t)\} \quad (3.2-49)$$

Para a presente aplicação do processo dos modos normais também [C] é uma matriz diagonal.

Para o modo r de vibração do sistema :

$$\eta''_r + 2 \zeta_r \omega_r \eta'_r + \omega_r^2 \eta_r = F_R^*(t) \quad (3.2-50)$$

onde:

$$F_R^*(t) = \{x_i\}^T \{F(t)\} / M_r^* - \text{força generalizada} \quad (3.2-51)$$

$\{x_i\}$: modo de vibração de ordem r do sistema não amortecido

M_r^* : massa generalizada no modo r de vibração (item 1.2.5)

ζ_r : razão de amortecimento crítico no modo r de vibração

ω_r : frequência circular natural (rad/s) do modo r de vibração.

Compare-se a (3.2-50) com a (1.1-44.b).

A (3.2-51) pode ser posta na forma:

$$F_R^*(t) = \left[\sum_{i=1}^N x_{ir} F_i(t) \right] / M_r^* \quad (3.2-52)$$

onde x_{ir} e $F_i(t)$ são, respectivamente, as componentes de $\{x_i\}$ e de $\{F\}$ correspondentes à coordenada i.

f) Entre os espectros da coordenada modal η_r e da força generalizada $F_R^*(t)$ existe a relação:

$$S_{\eta_r} = |H(f)|^2 S_{F_r} \quad (3.2-53)$$

sendo $|H(f)|$ a impedância mecânica, vista em 1.1.5-d e obtida pela expressão

$$|H(f)|^2 = [1 / (2\pi f_r)^4] \{1 / \{ [1 - (f / f_r)^2]^2 + 4\zeta_r^2 (f / f_r)^2 \} \} \quad (1.1-53.c)$$

O desvio padrão da coordenada modal será:

$$\sigma_{\eta_r} = \left(\int_0^{\infty} |H(f)|^2 S_{F_r} df \right)^{1/2} \quad (3.2-54)$$

e o valor máximo provável de η_r (valor de pico, correspondente às rajadas):

$$\hat{\eta}_r = g \sigma_{nr} \quad (3.2-55)$$

sendo g o fator de pico, visto em 3.2.2.4-b.

Quando é considerado apenas o modo fundamental de vibração ($r=1$), a resposta de pico pode ser determinada diretamente nas coordenadas originais, lembrando a (3.2-48):

$$\{\hat{x}\} = g \sigma_{n1} \{x\}$$

Para cada modo r de vibração a força estática equivalente, \hat{F}_r , que causa um deslocamento máximo igual ao máximo que aparece no modo r de vibração será:

$$\{\hat{F}_r\} = g \sigma_{nr} [K] \{x_r\} \quad (3.2-56)$$

Ou, como $\{x_r\}$ satisfaz o problema linear de auto-valores:

$$[K] \{x_r\} = \omega_r^2 [M] \{x_r\}$$

e a (3.2-56) pode ser escrita:

$$\{\hat{F}_r\} = g \sigma_{nr} \omega_r^2 [M] \{x_r\} \quad (3.2-57)$$

E, sendo $[M]$ diagonal, para cada massa m_i , em cada modo r (o índice r será omitido, para maior clareza):

$$\hat{F}_i = (g \sigma_n \omega^2) m_i x_i$$

$$\text{ou } \hat{F}_i = (g m_o \sigma_n \omega^2) (m_i / m_o) x_i \quad (3.2-58)$$

sendo m_o uma massa escolhida como referência.

g) A partir da (3.2-53) e considerando as relações matemáticas entre:
 – funções de correlação cruzada da componente longitudinal das rajadas (v_i) e das forças em dois pontos i e j ,
 – densidades espectrais correspondentes, obtidas das anteriores por transformada de Fourier,
 chega-se a:

$$\sigma_n = \bar{q}_{ref} A_T \frac{\sum_{i=1}^N x_i \beta_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2 m_i} \gamma \quad (3.2-59)$$

sendo: \bar{q}_{ref} : pressão dinâmica relativa à velocidade média do vento, na altura de referência, z_{ref} : $\bar{q}_{ref} = \rho(\bar{V}_{ref})^2 / 2$

$$A_T : \text{área frontal total } (A_T = \sum_{i=1}^N A_i)$$

$$\beta_i = C_{ai} (A_i / A_r) (\bar{V}_i / \bar{V}_{ref}) \quad (3.2-60)$$

ou, lembrando a (3.2-43):

$$\beta_i = C_{ai} (A_i / A_r) (z_i / z_{ref})^p \quad (3.2-61)$$

$$\gamma^2 = 4 \int_0^\infty |H(f)|^2 [S_i(f) / (\bar{V}_{ref})^2] R_i(\Delta r, f) df \quad (3.2-62)$$

$S_i(f)$: espectro de turbulência de Harris:

$$S_i(f) = 4 \kappa \bar{V}_{ref} L / (2 + n^2)^{5/6} \quad (3.2-63)$$

κ – coeficiente adimensional que depende da rugosidade superficial (constante de Kármán, igual a 0,4)

n : número de ondas; $n = f L / \bar{V}_{ref}$; $L = 1800m$

$R_i(\Delta r, f)$: coeficiente de correlação [3-23]:

$$R_i(\Delta r, f) = \exp\left[-\frac{C_z^* f \Delta r}{V_{ref}} \left(\frac{z_m}{z_{ref}}\right)^{-0,3}\right]$$

Δr : distância entre os dois pontos i e j , medida em um plano perpendicular à velocidade média do vento

$$z_m = (z_i + z_j) / 2$$

$$C_z^* \approx 10$$

A integral na (3.2-62) foi calculada por integração numérica, usando parábolas cúbicas de interpolação [3-22]. O parâmetro γ é denominado coeficiente de amplificação dinâmica.

O espectro de Harris foi obtido com informações obtidas em ventos de tormentas extra-tropicais, mas aplica-se na prática também a ventos de tormentas tropicais. Já para ventos de tormentas elétricas os espectros afastam-se bastante do modelo matemático aqui adotado. Maior ainda o erro para o caso de tornados.

h) Substituindo σ_n na (3.2-58) por seu valor dado na (3.2-59), e fazendo:

$$\psi_i = m_i / m_o \quad (3.2-64)$$

$$\xi = g \omega^2 \gamma \quad (3.2-65)$$

chega-se a:

$$\hat{F}_i = F_H \psi_i x_i \quad (3.2-66)$$

com

$$F_H = \bar{q}_{ref} A_T \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i x_i}{\sum_{i=1}^N \psi_i x_i^2} \xi \quad (3.2-67)$$

e β_i obtido com a (3.2-60) ou (3.2-61).

A ação estática equivalente à ação das rajadas de vento, \hat{F}_i , é calculada com as expressões (3.2-66), (3.2-67) e (3.2-60) ou (3.2-61).

A ação total devida ao vento, na direção do vento médio, será, considerando o valor de pico na (3.2-37):

$$F_{imax} = \bar{F}_i + \hat{F}_i \quad (3.2-68)$$

Os fatores de amplificação dinâmica, ξ , foram calculados por Galindez [3-23], admitindo um fator de pico $g = 4$ e uma forma modal $x(z) = z / h$. Para a forma $x(z) = (z / h)\alpha$ foram encontradas variações de ξ menores que 3%, para $0,5 \leq \alpha \leq 1,5$. Além da dependência da forma modal, ξ depende de:

- perfil de velocidades médias do vento;
- razão de amortecimento crítico ζ ;
- dimensões da superfície frontal da construção;
- frequência do modo considerado e velocidade do vento.

3.2.3.2. Norma brasileira

3.2.3.2.1. Introdução

a) Tínhamos definido \bar{V}_{ref} como a velocidade média sobre 10min, a 10m de altura, em qualquer rugosidade de terreno, sem indicação do período de recorrência. A NBR-6123 [3-21] toma como referência a chamada **velocidade de projeto**, \bar{V}_p , que corresponde à velocidade média sobre 10min, a 10m acima de um terreno de Categoria de rugosidade II (campo aberto e plano, sem obstáculos consideráveis). Esta velocidade é obtida pelo produto

$$\bar{V}_p = 0,69 V_o S_1 S_3 \quad (3.2-69)$$

onde: 0,69 : Fator de rajada, para passar da velocidade média sobre 3s (V_o) para a velocidade média sobre 10min, na categoria II e a 10m de altura.

V_o : velocidade básica – velocidade de uma rajada de 3s, a 10m acima de terreno de Categoria II, com um período médio de recorrência de 50 anos.

S_1 : fator topográfico, que considera a influência da topografia nas vizinhanças da construção.

S_3 :fator probabilístico, que considera o grau de segurança requerido e a vida útil da construção.

Para a Categoria II, $\bar{V}_{ref} = \bar{V}_p$. Para as outras Categorias (Fig.3.2-15):

$$\bar{V}_{ref} = b \bar{V}_p \quad (3.2-70)$$

sendo b um fator que permite passar da Categoria II para outra Categoria de rugosidade, a 10m de altura.

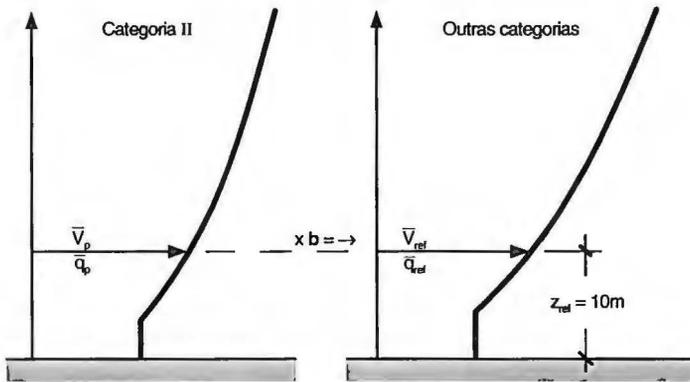


Figura 3.2-15 – Velocidade de referência, conforme a NBR-6123

b) A pressão dinâmica de projeto, \bar{q}_p , é definida para a Categoria II:

$$\bar{q}_p = \rho (\bar{V}_p)^2 / 2 = 0,613 (\bar{V}_p)^2 \quad (3.2-71)$$

com \bar{q}_p em N/m^2 , \bar{V}_p em m/s e condições normais de pressão (1atm) e temperatura (15°C), condições que são admitidas para todo o Brasil.

Para as outras Categorias, a pressão dinâmica de referência, \bar{q}_{ref} , é obtida a partir da pressão dinâmica de projeto:

$$\bar{q}_{ref} = \rho (b \bar{V}_p)^2 / 2 = 0,613 b^2 (\bar{V}_p)^2$$

$$\bar{q}_{ref} = b^2 \bar{q}_p \quad (3.2-72)$$

c) Reproduziremos a seguir o capítulo da Norma Brasileira NBR-6123 [3-21] que trata da ação dinâmica das rajadas de vento. Será mantida a numeração dos itens, figuras e tabelas próprios da Norma, porém com a simbologia deste livro.

“9. EFEITOS DINÂMICOS DEVIDOS À TURBULÊNCIA ATMOSFÉRICA

9.1 Considerações gerais

No vento natural o módulo e a orientação da velocidade instantânea do ar apresentam flutuações em torno da velocidade média \bar{V} , designadas por rajadas. Admite-se que a velocidade média mantém-se constante durante um intervalo de tempo de dez minutos ou mais, produzindo nas edificações efeitos puramente estáticos, designados a seguir como resposta média. Já as flutuações da velocidade podem induzir em estruturas muito flexíveis, especialmente em edificações altas e esbeltas, oscilações importantes na direção da velocidade média, aqui designadas como resposta flutuante.

Em edificações com período fundamental T_1 igual ou inferior a um segundo a influência da resposta flutuante é pequena, sendo seus efeitos já considerados na determinação do intervalo de tempo adotado para o fator S_2 . Entretanto, edificações com período fundamental superior a um segundo, em particular aquelas fracamente amortecidas, podem apresentar uma importante resposta flutuante na direção do vento médio. A resposta dinâmica total, igual à superposição das respostas média e flutuante, pode ser calculada de acordo com as especificações do presente capítulo. Exemplos de cálculo são apresentados no Anexo 1.

9.2 Dados de entrada para a determinação da resposta dinâmica na direção do vento

9.2.1 Velocidade de projeto \bar{V}_p

A velocidade de projeto, correspondente à velocidade média sobre 10min a 10m de altura sobre terreno de Categoria II, é obtida pelo produto

$$\bar{V}_p = 0,69 V_o S_1 S_3$$

9.2.2 Características dinâmicas da estrutura

9.2.2.1 Modelo contínuo simplificado

Podem ser adotados modelos contínuos simplificados quando a edificação tiver seção constante e distribuição ao menos aproximadamente uniforme de massa. O método simplificado é aplicável a estruturas apoiadas exclusivamente na base e de altura inferior a 150m, sendo considerada na resposta dinâmica das mesmas unicamente a contribuição do modo fundamental. Em geral a retenção só do primeiro modo na solução conduz a erros inferiores a 10%.

Admite-se que o primeiro modo de vibração pode ser representado com precisão satisfatória pela equação

$$x = (z / h)^\gamma$$

A Tabela 19 apresenta valores aproximados de γ e equações, também aproximadas, que permitem o cálculo direto da frequência fundamental f_1 (Hz) para vários tipos de edificações usuais. Alternativamente, f_1 e γ podem ser obtidos empregando métodos da teoria de vibrações de estruturas. A razão de amortecimento crítico ζ também está indicada na Tabela 19, em função do tipo de estrutura.

Tabela 19
Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos

Tipo de edificação	γ	ζ	$T_1 = 1 / f_1$
Edifícios com estrutura apertada de concreto, sem cortinas	1,2	0,020	$0,05 + 0,015 h$ (h em metros)
Edifícios com estrutura de concreto, com cortinas para a absorção de forças horizontais	1,6	0,015	$0,05 + 0,012 h$
Torres e chaminés de concreto, seção variável	2,7	0,015	0,02 h
Torres, mastros e chaminés de concreto, seção uniforme	1,7	0,010	0,015 h
Edifícios com estrutura de aço soldada	1,2	0,010	$0,29\sqrt{h} - 0,4$
Torres e chaminés de aço, seção uniforme	1,7	0,008	
Estruturas de madeira	—	0,030	

9.2.2.2 Modelo discreto

No caso geral de uma edificação com propriedades variáveis com a altura, a mesma deve ser representada por meio de um modelo discreto, de acordo com o esquema da Figura 13, no qual:

x_i - deslocamento correspondente à coordenada i ;

A_i - área de influência correspondente à coordenada i ;

m_i - massa discreta correspondente à coordenada i ;

C_{ai} - coeficiente de arrasto correspondente à coordenada i ;

z_i - altura do elemento i sobre o nível do terreno;

z_{ref} - altura de referência: $z_{ref} = 10m$;

n - número de graus de liberdade ($i = 1, 2, \dots, n$). No caso de estruturas verticais com um plano de simetria, n é também igual ao número de elementos em que for dividida a mesma (Ver Figura 13).

Em geral um modelo com $n = 10$ é suficiente para ser obtida uma precisão adequada nos resultados. Um número maior de elementos poderá ser necessário se a edificação apresentar ao longo da mesma variações importantes em suas características.

Uma vez estabelecido o modelo da estrutura, devem ser determinados, empregando métodos da teoria de vibrações de estruturas, a frequência natural f_j (Hz) e a forma modal \bar{x}_j correspondente ao modo j , para $j = 1, 2, \dots, r$,

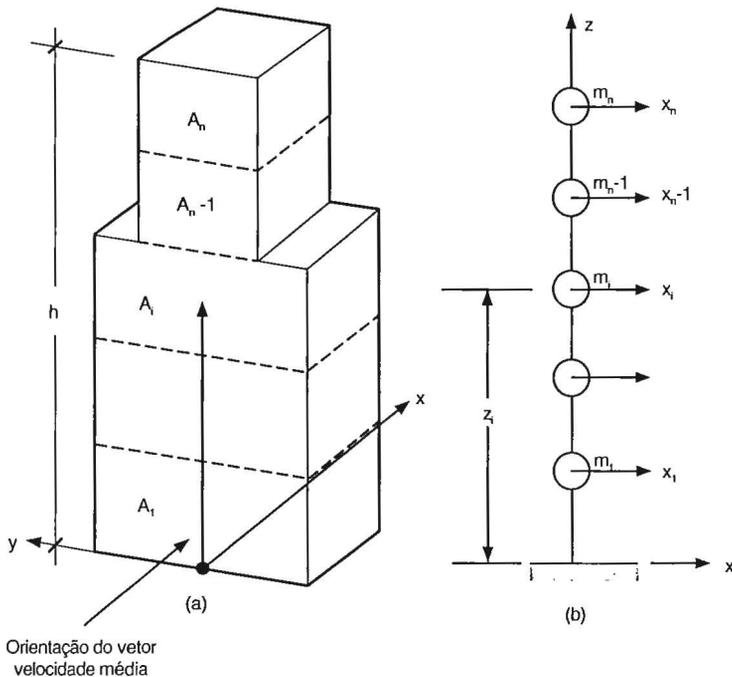


Figura 13 – Esquema para modelo dinâmico discreto

sendo $r < n$ o número de modos que serão retidos na solução. Como foi indicado em 9.2.2.1, a retenção de um único modo ($r = 1$) é usualmente suficiente, exceto no caso de edificações muito esbeltas e/ou com rigidez fortemente variável. Nestes casos devem ser computadas sucessivamente as contribuições dos modos 1, 2, etc, até que as forças equivalentes associadas ao último modo calculado ($j = r$) sejam desprezáveis.

A razão de amortecimento crítico ζ está indicada na Tabela 19, em função do tipo de edificação. Outros valores poderão ser adotados, se devidamente justificados.

9.3 Cálculo da resposta dinâmica na direção do vento

9.3.1 Método simplificado

A variação da pressão dinâmica com a altura é expressa pela equação $q(z) = \bar{q}_o b^2 [(z / z_{ref})^{2p} + (h / z_{ref})^p (z / h)^{\gamma} (1+2\gamma) / (1+\gamma+p) \zeta]$

na qual o primeiro termo dentro dos colchetes corresponde à resposta média e o segundo representa a amplitude máxima da resposta flutuante, sendo

$$\bar{q}_o = 0,613 (\bar{V}_p)^2 \quad (\bar{q}_o \text{ em N/m}^2, \bar{V}_p \text{ em m/s})$$

O expoente p e o coeficiente b dependem da Categoria de rugosidade do terreno, de acordo com o indicado na Tabela 20. O coeficiente de amplificação dinâmica, ξ , função das dimensões da edificação, da razão de amortecimento crítico, ζ , e da frequência f (através da relação adimensional \bar{V}_p/fL), é apresentado nos gráficos das Figuras 14 a 18, para as cinco Categorias de rugosidade de terreno consideradas nesta Norma.

A pressão $q(z)$ é uma função contínua da altura z sobre o terreno. A força estática equivalente (que engloba as ações estáticas e dinâmicas do vento) por unidade de altura resulta igual a $q(z) \ell_1 C_a$, sendo ℓ_1 a largura ou o diâmetro da edificação.

Os esforços internos da estrutura são calculados da forma usual.

Tabela 20
Expoente p e parâmetro b

Categoria de rugosidade	I	II	III	IV	V
p	0,095	0,15	0,185	0,23	0,31
b	1,23	1,00	0,86	0,71	0,50

9.3.2 Modelo discreto

9.3.2.1 Determinação das contribuições modais

Para cada modo de vibração j, com componentes $(x_i)_j = x_i$, a força total F_i devida ao vento na direção da coordenada i é dada por

$$F_i = \bar{F}_i + \hat{F}_i$$

na qual a força média \bar{F}_i é igual a (simbologia: ver 9.2.2.2):

$$\bar{F}_i = \bar{q}_o b^2 C_{ai} A_i (z_i / z_{ref})^{2p}$$

sendo: $\bar{q}_o = 0,613 (\bar{V}_p)^2$ (\bar{q}_o em N/m^2 , \bar{V}_p em m/s)

b, p - indicados na Tabela 20.

A componente flutuante \hat{F}_i é dada por:

$$\hat{F}_i = F_H \psi_i x_i$$

sendo: $\psi_i = m_i / m_o$

$$F_H = \bar{q}_o b^2 A_o \frac{\sum_{i=1}^N \beta_i x_i}{\sum_{i=1}^N \psi_i x_i^2} \xi$$

$$\beta_i = C_{ai} (A_i / A_o) (z_i / z_{ref})^p$$

Nas equações precedentes, m_0 e A_0 denotam uma massa e uma área arbitrárias de referência. ξ é o coeficiente de amplificação dinâmica, apresentado nas Figuras 14 a 18 para as cinco Categorias de terreno desta Norma. Para situações não contempladas nestas figuras ξ pode ser determinado por interpolação ou extrapolação.

9.3.2.2 Combinação das contribuições modais

Quando r modos são retidos na solução ($r > 1$), o efeito combinado pode ser computado pelo critério da raiz quadrada da soma dos quadrados. Após a obtenção da resposta para cada modo j ($j = 1, 2, \dots, r$) devem ser determinadas todas as variáveis de interesse associadas a cada modo. Indicando com \hat{Q}_j uma variável estática qualquer (força, momento fletor, tensão, etc.), ou geométrica (deformação, deslocamento, giro), correspondente ao modo j , a superposição de efeitos é calculada por

$$\hat{Q} = \left[\sum_{j=1}^r (\hat{Q}_j)^2 \right]^{1/2}$$

A equação precedente é aplicável quando as freqüências naturais f_j ($j = 1, 2, \dots, r$) estão razoavelmente espaçadas, ou seja, quando não há freqüências muito próximas.

9.4 Cálculo da resposta dinâmica transversal ao vento

As flutuações aleatórias da orientação da velocidade instantânea com respeito à velocidade média do vento são responsáveis por vibrações da estrutura na direção perpendicular à direção do escoamento médio. As solicitações resultantes Y_i na direção perpendicular à direção do vento podem ser calculadas a partir das forças efetivas na direção do vento por meio da expressão

$$Y_i = F_i / 3$$

Quando for o caso, a resposta na direção lateral deve ser somada à resposta devida ao desprendimento de vórtices.

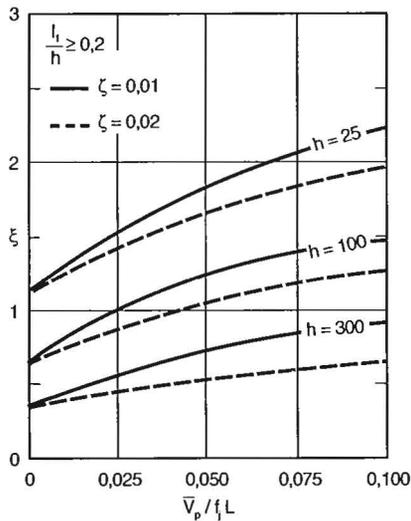
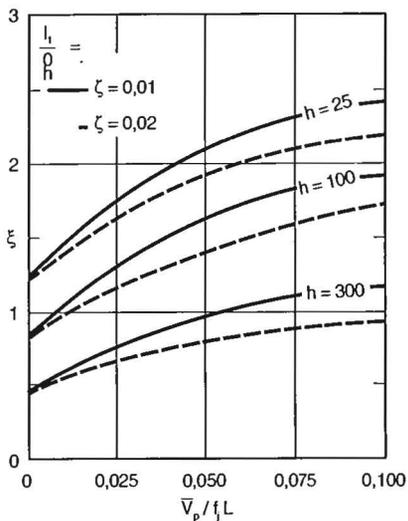


Figura 14 – Coeficiente de amplificação dinâmica ξ para terreno de categoria I ($L = 1800\text{m}$; h em metros)

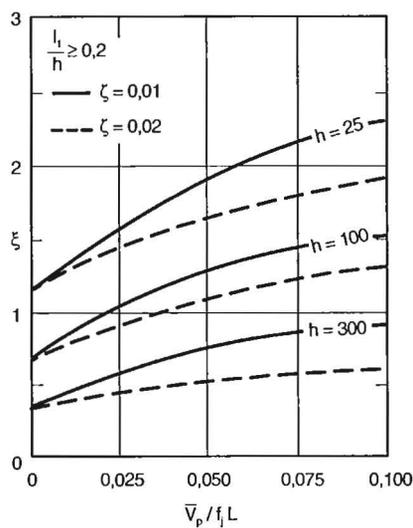
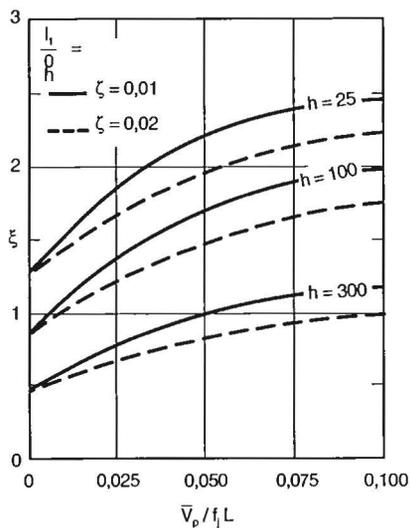


Figura 15 – Coeficiente de amplificação dinâmica ξ para terreno de categoria II ($L = 1800\text{m}$; h em metros)

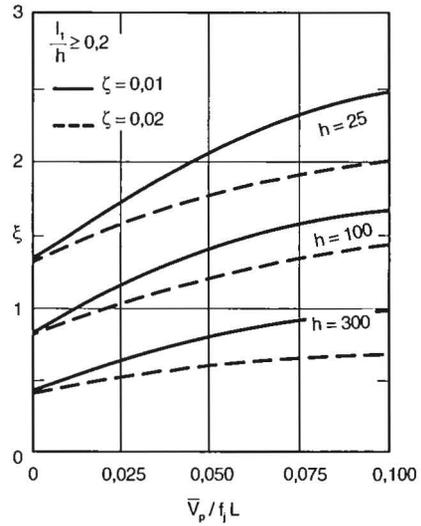
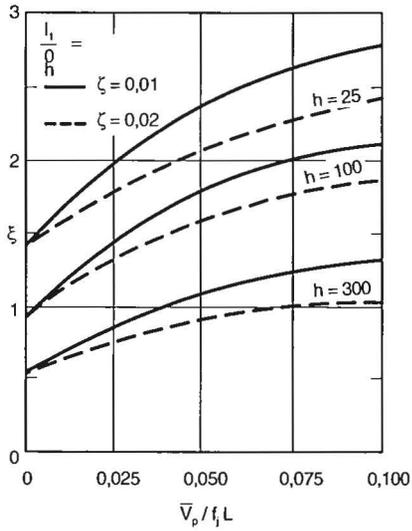


Figura 16 – Coeficiente de amplificação dinâmica ξ para terreno de categoria III ($L = 1800\text{m}$; h em metros)

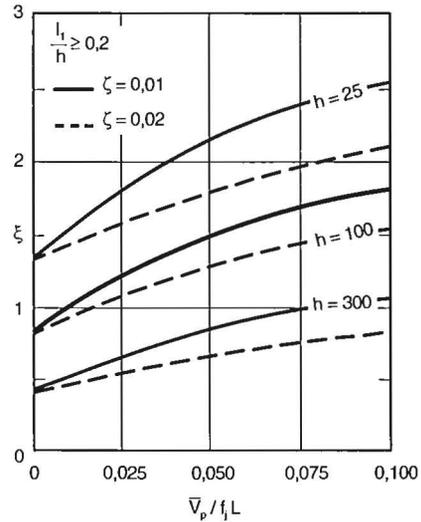
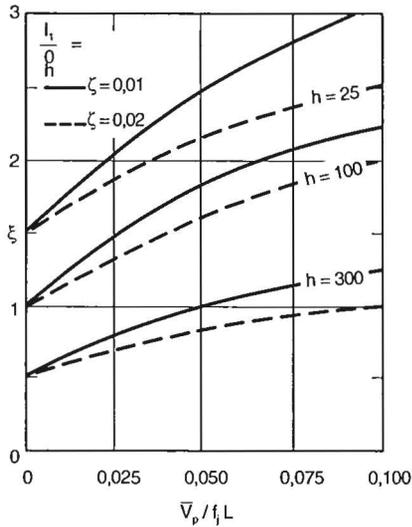


Figura 17 – Coeficiente de amplificação dinâmica ξ para terreno de categoria IV ($L = 1800\text{m}$; h em metros)

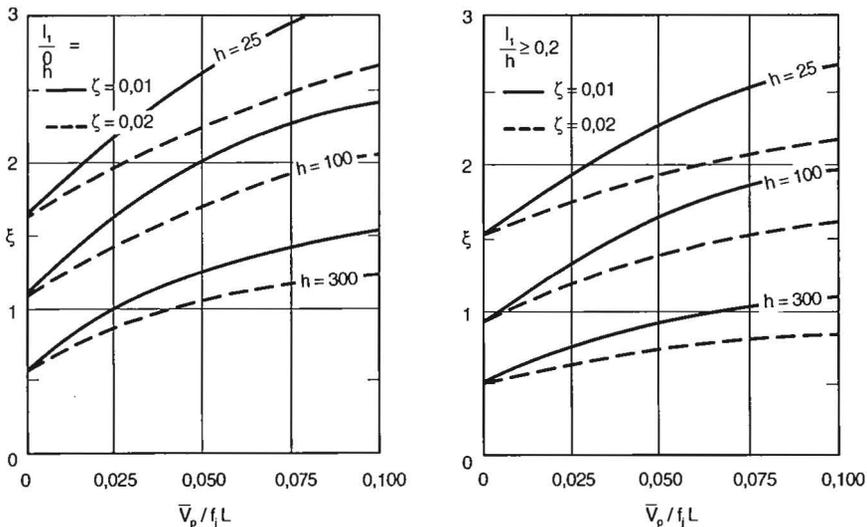


Figura 18 – Coeficiente de amplificação dinâmica ξ para terreno de categoria V ($L = 1800\text{m}$; h em metros)

9.5 Cálculo de acelerações máximas para verificação do conforto

No caso de edificações destinadas à ocupação humana, as oscilações induzidas pelas forças flutuantes podem provocar desconforto nos ocupantes. Se u_j denota o deslocamento no nível z devido à resposta flutuante no modo j , a amplitude máxima da aceleração neste nível pode ser calculada pela expressão

$$a_j = 4 \pi f_j^2 u_j$$

Como indicação geral, a amplitude máxima não deve exceder $0,1\text{m/s}^2$. A verificação do conforto deve ser efetuada para velocidade do vento com maior probabilidade de ocorrência que a velocidade do projeto estrutural, a ser definida pelo projetista. Considera-se admissível que a amplitude máxima de aceleração seja excedida, em média, uma vez a cada dez anos."

3.2.3.3 - Exemplos de aplicação

Serão apresentados os exemplos que aparecem no Anexo 1 da Norma NBR-6123, mantendo, como fizemos ao transcrever o texto da Norma, a numeração dos itens, figuras e tabelas da própria Norma.

“ANEXO I Determinação da resposta dinâmica devida à turbulência atmosférica

1.1 Método simplificado

Será determinada a ação do vento, na direção da velocidade média, em um edifício de secção quadrada de $120,00\text{m}$ de altura e $24,00\text{m}$ de lado,

localizado em terreno de Categoria IV, sendo a velocidade $V_o = 45\text{m/s}$ e os parâmetros $S_1=1,0$ e $S_3=1,0$.

Serão analisadas as seguintes alternativas:

– **Caso a:** edifício com estrutura de concreto, na qual as forças horizontais são resistidas exclusivamente por pórticos.

– **Caso b:** idem, com estrutura resistente de aço (uniões soldadas).

I.1.1 Calcula-se, primeiramente (item 9.2.1):

$$\bar{V}_p = 0,69 \times 45 \times 1 \times 1 = 31,05\text{m/s}.$$

I.1.2 Os períodos fundamentais, para ambos os casos, foram baseados em medições feitas em edifícios similares. A forma modal (parâmetro γ) e a razão de amortecimento crítico foram obtidos da Tabela 19:

– Caso a: $T_1 = 1,85\text{s}$, $\gamma = 1,2$, $\zeta = 0,02$.

– Caso b: $T_1 = 2,8\text{s}$, $\gamma = 1,2$, $\zeta = 0,01$.

[Nota do autor: pelas fórmulas aproximadas da Tabela 19 ter-se-ia, para o caso a, $T_1 = 0,05 + 0,015 h = 1,85\text{s}$ e, para o caso b, $T_1 = 0,29\sqrt{h} - 0,4 = 2,78\text{s}$]

I.1.3 Determinação do coeficiente de amplificação dinâmica ξ .

– Caso a: $\bar{V}_p / (f_1 L) = 31,05 \times 1,85 / 1800 = 0,032$

Do gráfico da Fig.17 obtém-se, para $\ell_1/h = 24/120 = 0,2$ e $\zeta = 0,02$:

$h(\text{m})$:	25	100	300
ξ :	1,69	1,16	0,62

– Caso b: $\bar{V}_p / (f_1 L) = 31,05 \times 2,8 / 1800 = 0,048$

Do gráfico da Fig. 17 obtém-se, para $\ell_1/h = 24/120 = 0,2$ e $\zeta = 0,01$:

$h(\text{m})$:	25	100	300
ξ :	2,11	1,50	0,88

Os valores correspondentes a $h = 120\text{m}$ podem ser determinados por interpolação gráfica, como se ilustra na Fig.25, resultando:

– Caso a: $\xi = 1,07$ (concreto)

– Caso b: $\xi = 1,40$ (aço)

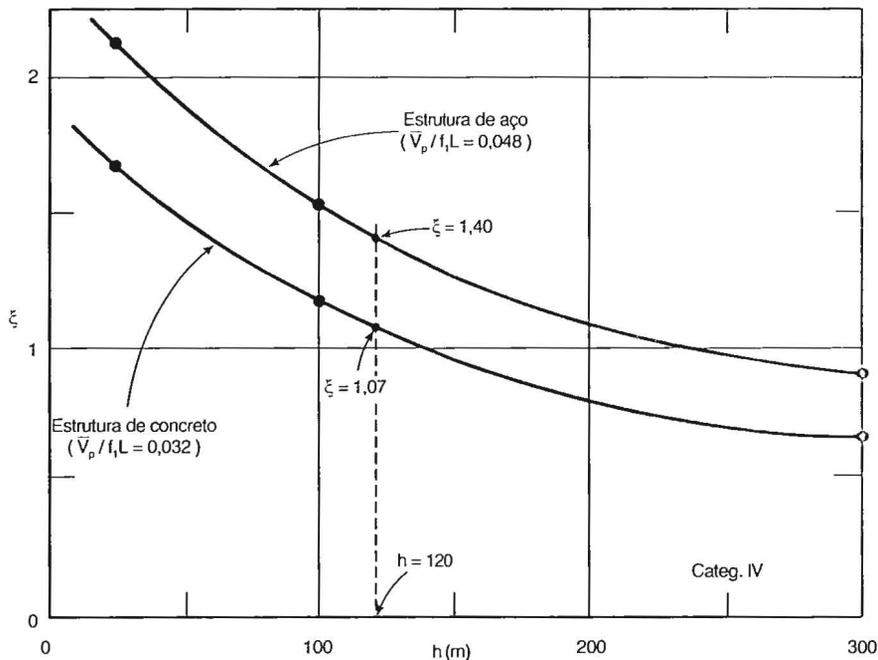


Figura 25 – Determinação gráfica do coeficiente de amplificação dinâmica ζ

Calculam-se, a seguir (item 9.3.1):

$$\bar{q}_0 b^2 = 0,613 \times 31,05^2 \times 0,71^2 = 298 \text{ N/m}^2$$

$$(1+2\gamma) / (1+\gamma+p) = (1+2,4) / (1+1,2+0,23) = 1,40$$

A variação da pressão dinâmica com a altura é dada pela expressão (q em N/m^2 , z em m):

$$\text{– Caso a: } q(z) = 298[(z/10)^{0,46} + (120/10)^{0,23}(z/120)^{1,2} \times 1,40 \times 1,07]$$

$$q(z) = 298[(z/10)^{0,46} + 2,653(z/120)^{1,2}]$$

$$\text{– Caso b: } q(z) = 298[(z/10)^{0,46} + (120/10)^{0,23}(z/120)^{1,2} \times 1,40 \times 1,40]$$

$$q(z) = 298[(z/10)^{0,46} + 3,471(z/120)^{1,2}]$$

No topo do edifício ($z=120\text{m}$) a pressão dinâmica resulta igual a 1725N/m^2 no caso de edifício com estrutura de concreto armado, e a 1970N/m^2 no caso de edifício com estrutura de aço. O método estático conduz a um único valor, de 1557N/m^2 (Categoria IV, Classe C, vento de baixa turbulência):

$$V_k = V_o S_1 S_2 S_3 = 45 \times 1 \times 1,12 \times 1 = 50,4 \text{ m/s}$$

$$q = 0,613 V_k^2 = 1557 \text{ N/m}^2.$$

1.1.4 A força estática equivalente, por unidade de altura, é obtida pela expressão (item 9.3.1):

$$q(z) \ell_1 C_a$$

sendo ℓ_1 a largura do edifício, igual a 24,00m. O coeficiente de arrasto, C_a , é obtido do gráfico da Fig.4 ou, para os raros casos de vento de alta turbulência, do gráfico da Fig.5, sendo seu valor considerado invariável com z .

I.2 Modelo discreto

Será determinada a ação do vento, na direção da velocidade média, em uma chaminé de concreto armado com as características indicadas na Tabela 34. As propriedades do modelo adotado na análise dinâmica estão indicadas na Tabela 35. Foi calculada a frequência fundamental de vibração da chaminé, obtendo-se $f_1 = 0,26\text{Hz}$.

[Nota do autor: pela fórmula aproximada da Tabela 19 desta Norma ter-se-ia $T_1 = 0,02h = 3,6\text{s}$ e $f_1 = 1 / T_1 = 0,28\text{Hz}$].

A forma do modo fundamental de vibração está dada também na Tabela 35, adotando-se uma razão de amortecimento crítico $\zeta = 0,01$. O coeficiente de arrasto $C_a = 0,6$, tendo em vista o número de Reynolds e a rugosidade da superfície da chaminé.

Tabela 34
Características da chaminé
Altura $h = 180\text{m}$

z (m)	diâmetro externo (m)	espessura da parede (m)	massa (kg/m)	momento de inércia (m ⁴)
180	4,75	0,17	9400	6,4
130	5,90	0,17	10900	12,6
80	7,42	0,25	17400	36,2
35	8,82	0,60	38700	131,6
0	9,86	0,60	43600	187,9

Tabela 35
Propriedades do modelo adotado

z_i (m)	x_i	m_i (kg)	A_i (m ²)	$C_{a,i}$
180	1,00	70900	36,3	0,6
165	0,83	146200	76,4	0,6
150	0,68	153700	81,6	0,6
135	0,56	163100	86,9	0,6
120	0,46	174400	93,0	0,6
105	0,36	195000	99,9	0,6
90	0,28	232500	107,2	0,6
75	0,20	292500	114,0	0,6
60	0,14	463800	141,4	0,6
40	0,07	750000	173,2	0,6
20	0,03	1254000	282,5	0,6

Sendo $V_o = 39,4\text{m/s}$, $S_1 = S_3 = 1$, a velocidade de projeto resulta igual a

$$\bar{V}_p = 0,69 \times 40 = 27,2\text{m/s}$$

$$\bar{V}_p / (f_1 L) = 27,2 / (0,26 \times 1800) = 0,058$$

O terreno tem rugosidade de Categoria III. Da Fig.16 obtém-se, para $\bar{V}_p / (f_1 L) = 0,058$, valores de ξ para $h = 25, 100$ e 300m e relações $l_1/h = 0$ e $0,2$. Por interpolação gráfica chega-se a $\xi = 1,43$. Da Tabela 20 obtém-se $\rho = 0,185$ e $b = 0,86$. A seguir calcula-se (item 9.3.2):

$$\bar{q}_o = 0,613 (\bar{V}_p)^2 = 0,613 (27,2)^2 = 454\text{N/m}^2.$$

A interpolação gráfica que permitiu determinar ξ está reproduzida na Fig.26, enquanto que a Tabela 36 mostra a marcha de cálculo para a determinação das forças na chaminé, para o modo fundamental de vibração ($j=1$).

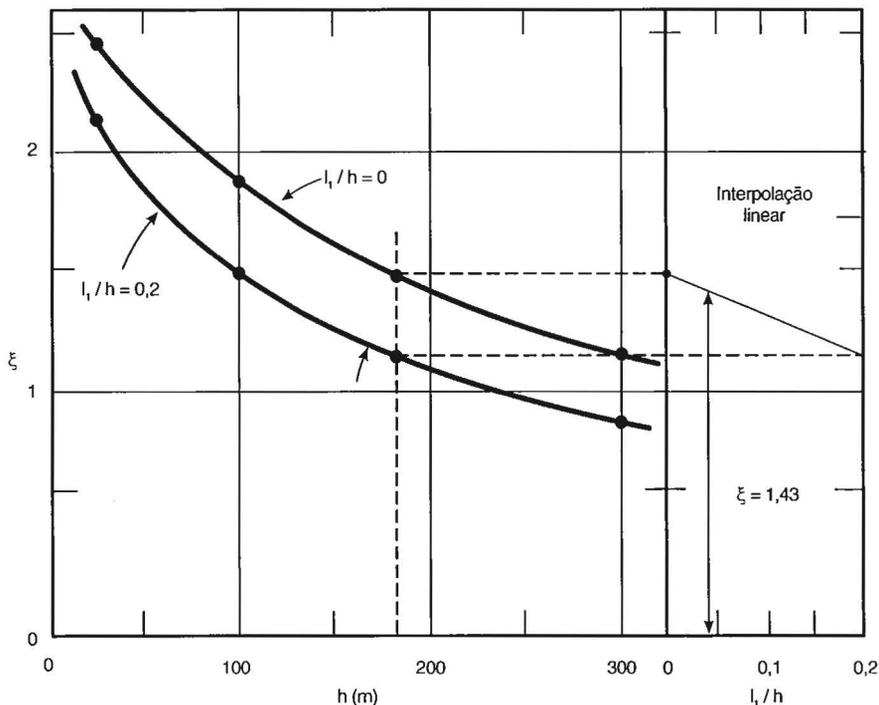


Figura 26 - Determinação gráfica do coeficiente de amplificação dinâmica ξ

Tabela 36
Determinação das forças médias,
flutuantes e totais na chaminé para o modo fundamental (j = 1)

i	z _i (m)	A _i (m ²)	A _i / A _o	x _i	β _i x _i / C _a	ψ _i	ψ _i x _i ²	\bar{F}_i (kN)	\hat{F}_i (kN)	F _i (kN)
1	180	36,3	0,0281	1,00	0,04797	0,0709	0,07090	21,29	30,27	51,56
2	165	76,4	0,0591	0,83	0,08239	0,1462	0,10072	43,38	51,81	95,19
3	150	81,6	0,0632	0,68	0,07093	0,1537	0,07107	44,73	44,63	89,36
4	135	86,9	0,0673	0,56	0,06100	0,1631	0,05115	45,81	39,00	84,81
5	120	93,0	0,0720	0,46	0,05245	0,1744	0,03690	46,94	34,26	81,20
6	105	99,9	0,0773	0,36	0,04299	0,1950	0,02527	47,99	29,98	77,97
7	90	107,2	0,0830	0,28	0,03490	0,2325	0,01823	48,64	27,80	76,44
8	75	114,0	0,0882	0,20	0,02561	0,2925	0,01170	48,35	24,98	73,33
9	60	141,4	0,1094	0,14	0,02134	0,4638	0,00909	55,22	27,73	82,95
10	40	173,2	0,1341	0,07	0,01213	0,7500	0,00368	58,22	22,42	80,64
11	20	282,5	0,2187	0,03	0,00746	1,2540	0,00113	73,47	16,06	89,53

$$m_o = 10^6 \text{kg} ; A_o = \sum A_i = 1292 \text{m}^2 ; \sum \beta_i x_i = 0,6 \times 0,45917 ; \sum \psi_i x_i^2 = 0,39984$$

– Fórmulas (item 9.3.2.1) e valores auxiliares:

$$\beta_i = C_a (A_i / A_o) (z_i / z_{ref})^p = 0,6 (A_i / A_o) (z_i / z_{10})^{0,185}$$

$$\psi_i = m_i / m_o = m_i / 10^6$$

$$F_H = \bar{q}_o b^2 A_o \sum (\beta_i x_i) / (\psi_i x_i^2) \xi = 454 \times 0,86^2 \times 1292 (0,6 \times 0,45917 / 0,39984) \times 1,43$$

$$F_H = 427002 \text{ N}$$

$$\bar{F}_i = \bar{q}_o b^2 C_a A_i (z_i / z_{ref})^{2p} = 454 \times 0,86^2 \times 0,6 A_i (z_i / 10)^{0,37}$$

$$\bar{F}_i = 201,25 A_i (z_i / 10)^{0,37} \text{ N}$$

$$\hat{F}_i = F_H \psi_i x_i = 427 \psi_i x_i \text{ kN}$$

$$F_i = \bar{F}_i + \hat{F}_i ."$$

3.3. ENSAIOS EM TÚNEIS DE VENTO

3.3.1. Introdução

a) O método probabilístico é um processo racional para determinar a resposta de uma estrutura à turbulência longitudinal do vento. Entretanto, quando há edificações ou obstáculos naturais de grande porte nas imediações a barlavento da estrutura em estudo, o espectro de energia das rajadas incidentes sofre influência sensível destes obstáculos. Além disso, a sotavento da estrutura as características da turbulência sofrem alterações importantes, causadas pela própria estrutura; em conseqüência aparecerão alterações nas respectivas pressões.

Nos casos em que a edificação, por suas dimensões e/ou forma, causa perturbações importantes no escoamento, e/ou quando há uma perturbação notável causada por obstáculos vizinhos, é recomendado recorrer a ensaios em

túnel de vento, no qual são simuladas as principais características do vento natural no local da obra (entre estas características está o espectro de energia das rajadas). Evidentemente o modelo deve ter características elásticas (semi-rígido, aeroelástico ou seccional, conforme o caso), de modo a permitir a determinação da resposta dinâmica da estrutura à excitação das rajadas. Também deverão ser reproduzidos os obstáculos importantes existentes nas vizinhanças.

Outra ressalva a fazer é que, para considerar a ação das rajadas laterais (e, em certos casos, verticais) será necessário um cálculo adicional, agora considerando o espectro destas componentes das rajadas (espectro lateral e/ou vertical). No túnel de vento, uma vez simulado corretamente o vento, todas as componentes serão sempre consideradas.

a) Vejamos o que diz a respeito o próprio autor do método probabilístico. Davenport sugere três graus de refinamento de cálculo, conforme a esbelteza, altura ou arrojamento de formas (Ref[3-20], p.474):

– **1º tipo de estrutura:** Estruturas em forma de bloco, com menos de dez pavimentos, de forma convencional e resistência simétrica ao vento.

Processo de cálculo: o processo usual de cálculo, sem consideração das ações dinâmicas. Limitar as deflexões (por exemplo, uma “deflexão nominal” igual a 0,001 da altura).

– **2º tipo de estrutura:** Estruturas de forma convencional, de altura moderada, 10-20 pavimentos.

Processo de cálculo: Critérios de carga de vento baseados em análise-estático-dinâmica simples, deflexão nominal e critérios de tensão.

– **3º tipo de estrutura:** Estruturas importantes de forma e altura não usuais.

Processo de cálculo: Testes em túnel de vento em condições realísticas de escoamento e estudo meteorológico das condições do vento no local da obra. Critérios de cálculo baseados na avaliação do conforto humano, fadiga, limitações de tensões e deflexões máximas.

c) Uma pergunta muito comum é a seguinte: quando é necessário considerar efeitos dinâmicos do vento? Naturalmente não é possível apresentar uma “receita de bolo” (tipo “quando houver menos de n pilares em cada fila de pilares paralela ao vento”). Um modo de resolver essa dúvida será simplesmente calcular os esforços devidos ao vento com e sem a consideração dos efeitos dinâmicos, para verificar qual a diferença percentual entre os dois cálculos. E definir um erro percentual tolerável, até o qual a estrutura pode ser dimensionada considerando apenas o carregamento estático do vento. Com a prática, a não ser em casos situados na fronteira, o engenheiro chegará a definir a necessidade de um cálculo dinâmico mesmo sem o cálculo preliminar acima indicado.

A questão acima proposta significa, em outras palavras, verificar quando uma estrutura pode ser considerada **rígida** (i.é, efeitos de vibração desprezáveis) e quando ela deve ser considerada **flexível** (i.é, os efeitos de vibração não podem ser desprezados).

d) Hirsch e Bachmann [3-27] sugerem o critério adotado no ante-projeto do “Eurocode Wind (EC9/1990)”: uma estrutura submetida ao vento é definida como **rígida** se a resposta dinâmica aos efeitos de rajadas ou turbulência não excede 10% da resposta estática.

Os autores apresentam uma figura (reproduzida aqui na Fig.3.3-1) que, em função da altura (h) e da largura (ℓ_1), permite verificar, a grosso modo, se um **edifício** (não é válido para qualquer estrutura) é rígido ou flexível. O limite entre os dois casos depende também do amortecimento, indicado pelo decremento logarítmico, δ ; acrescentamos à figura, às diversas curvas limítrofes, os respectivos valores da razão de amortecimento crítico, obtido pela expressão $\zeta \approx \delta/(2\pi)$.

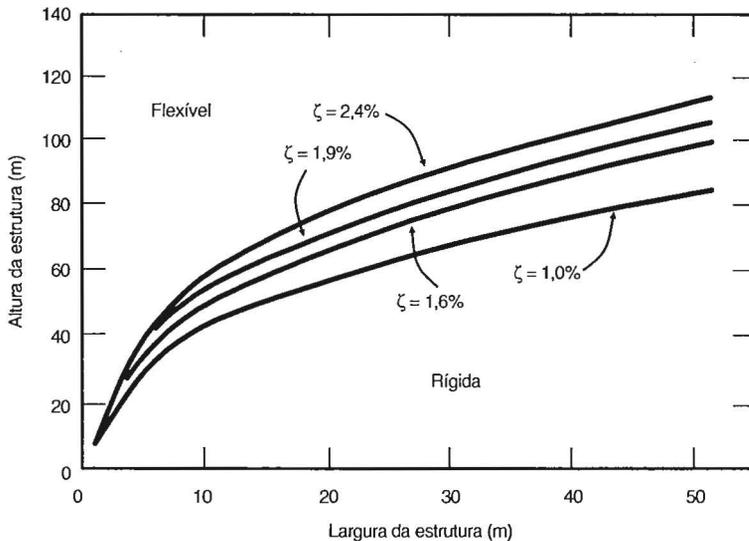


Figura 3.3-1 – Edifícios rígidos e flexíveis

Parece-nos que seria mais razoável considerar, nessa figura, a profundidade, ℓ_2 , e não a largura.

Concluem os autores que um edifício com altura acima de 50m pode ser considerado como **flexível**. Para alturas entre 50 e 100m recomendam o cálculo pelo método probabilístico. “Para alturas maiores, estudos mais exatos podem ser necessários, especialmente em túneis de vento”, observam os autores.

e) Apresentamos nos itens seguintes parte dos resultados que obtivemos em ensaios de estruturas esbeltas em túneis de vento. As informações a seguir indicadas referem-se apenas à influência da turbulência na resposta dinâmica das estruturas. Serão comparados resultados obtidos em vento com turbulência semelhante à do vento natural e em vento de turbulência

muito pequena. Estes dois tipos de vento serão chamados, respectivamente, de **vento turbulento** e **vento suave**.

3.3.2. Edifício Parque do Sol [3-28], [3-29].

a) Trata-se de um edifício de apartamentos, com 36 pavimentos, o mais alto do Rio Grande do Sul, construído em Caxias do Sul. O corpo principal do edifício é de seção retangular, 43,55x11,65m, com uma parte saliente no centro de um dos lados maiores, com 7,50x3,70m. A resistência ao vento, na direção perpendicular ao eixo maior em planta, foi obtida por duas cortinas externas de concreto armado, situadas nos extremos das faces maiores, com largura na base de 25,00m e de 11,65m no topo do corpo principal do edifício ($h=107,85m$).

Foi usado um modelo semi-rígido, com vibração possível apenas em torno do eixo de menor rigidez da base do modelo. Uma lâmina de latão, convenientemente dimensionada, permitiu simular a rigidez do edifício para o modo fundamental de oscilação.

b) Para o vento turbulento a intensidade da componente longitudinal da turbulência, I_1 , variou de 16% a 18%, ao longo da altura do modelo. O vento suave foi obtido com o escoamento de ar no túnel, sem qualquer gerador de turbulência, com I_1 situando-se em torno de 1%.

A Fig.3.3-2 apresenta trechos do registro fotográfico da vibração do modelo com os dois tipos de vento incidindo perpendicularmente a uma das faces maiores do modelo.

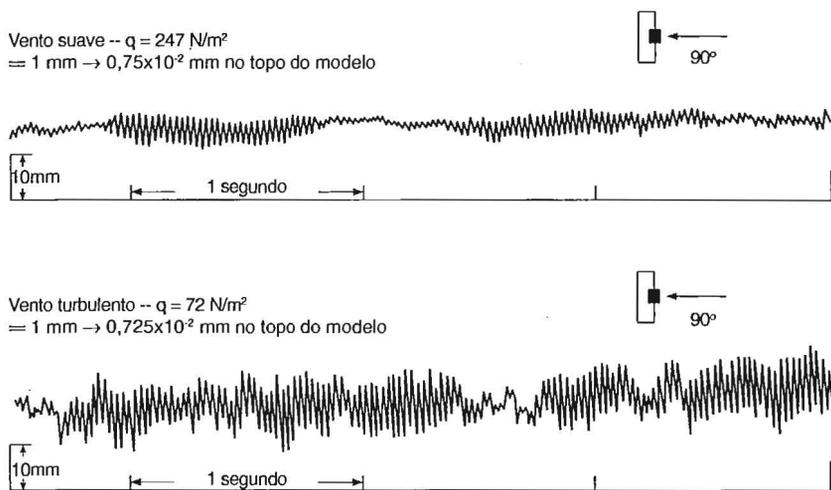


Figura 3.3-2 – Registros da vibração do modelo do Parque do Sol

Observe-se que a pressão dinâmica no caso de vento suave é muito maior que no caso de vento turbulento. A razão entre as respectivas pressões dinâmicas é de $247/72=3,43$. Como as escalas dos deslocamentos são praticamente iguais ($1\text{mm} \rightarrow 0,75 \times 10^{-2}\text{mm}$ contra $1\text{mm} \rightarrow 0,725 \times 10^{-2}\text{mm}$, no topo do modelo), para comparar os resultados devemos considerar uma mesma pressão dinâmica em ambos os casos; por conseguinte, os deslocamentos com vento turbulento deverão ser multiplicados por 3,4, aproximadamente.

Uma comparação quantitativa foi feita calculando a correspondente amplitude máxima de oscilação no topo do edifício real para os dois casos. Para uma velocidade média de 36,0m/s no topo do edifício ter-se-á:

- Vento turbulento: 24mm
- Vento suave: 3 mm.

Isto é, com vento turbulento a amplitude de oscilação do topo do edifício será oito vezes maior que com vento suave.

3.3.3. Torre em Teresópolis, RJ [3-29],[3-30]

a) Trata-se de uma torre em concreto armado para micro-ondas, com 58,70m de altura, em Teresópolis, RJ, de propriedade da TELERJ. Neste

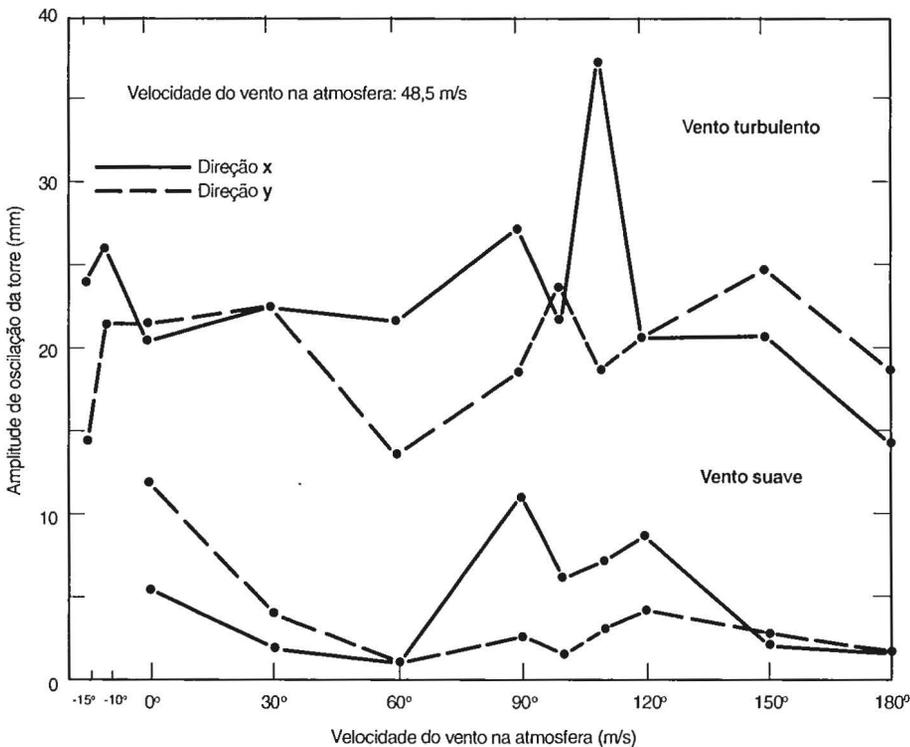


Figura 3.3-3 – Oscilação da torre de Teresópolis

estudo foi usado um modelo aeroelástico, construído em acrílico moldado, com acabamento manual, peça por peça, antes da montagem final. A escala geométrica usada foi 1/40. A escala de massas foi obtida com a adição de peças de chumbo em todos os pavimentos da torre. Naturalmente, tanto neste estudo como nos demais aqui descritos, todos os demais parâmetros dinâmicos de interesse foram determinados. A forma geral da torre é a de um prisma de seção triangular com os vértices truncados.

b) A Fig.3.3-3 apresenta os gráficos das amplitudes máximas de oscilação do topo da torre real em função da velocidade do vento, para os dois ventos simulados (turbulento, com $I_1=11\%$ e suave, com $I_1\approx 1\%$). Estas amplitudes aparecem nas direções dos dois eixos perpendiculares de referência, sendo o eixo x coincidente com um dos eixos de simetria da seção transversal.

A razão entre as amplitudes máximas de oscilação, para os dois tipos de vento, é igual a 3,4. A frequência natural fundamental medida no modelo foi de 0,68Hz na direção x e 0,71Hz na direção y . Em cálculo por computador, tomando um modelo matemático de massas discretas e considerando os momentos de inércia iguais segundo os dois eixos de referência, foi obtido $f_1=0,76\text{Hz}$. A frequência de oscilação do modelo exposto ao vento coincidiu com a frequência natural respectiva ou se manteve um pouco abaixo.

3.3.4. Torre no Rio de Janeiro

a) Esta torre em concreto armado, para micro-ondas, com 74,75m de altura, está situada na cidade do Rio de Janeiro, sendo também de propriedade da TELERJ. A forma geral da torre é a de um cilindro circular, com diâmetro de 5,80m, com partes vazadas.

Foi construído um modelo aeroelástico em acrílico, com acabamento manual peça por peça, na escala geométrica de 1/52,25. A escala de massas foi obtida com a adição de peças de chumbo convenientemente situadas.

b) A maior oscilação foi registrada na direção x do modelo, com vento incidindo a 30° com este eixo. Com uma velocidade correspondente ao vento natural de 51m/s (184km/h), a amplitude máxima na torre real será, de acordo com os ensaios, igual a 42mm, se o amortecimento da torre real for igual ao amortecimento do modelo.

Para esta incidência do vento a Fig.3.3-4 mostra a variação da amplitude máxima de oscilação da torre real, em função da velocidade do vento, nas direções dos dois eixos x e y , para os casos de vento turbulento ($I_1=11\%$) e suave ($I_1\approx 1\%$).

É notável a influência da turbulência. A razão entre as amplitudes máximas, para os dois ventos simulados, é igual a 12,4 na direção x e a 5,4 na direção y .

As frequências naturais fundamentais da torre real, segundo os dois eixos de referência, foram obtidos por medida direta no modelo e por cálculo em computador, obtendo-se

- na direção **x**: a partir do modelo: $f_1 = 0,47\text{Hz}$
por computador: $f_1 = 0,45\text{Hz}$
- na direção **y**: a partir do modelo: $f_1 = 0,53\text{Hz}$
por computador: $f_1 = 0,60\text{Hz}$

A frequência de oscilação do modelo exposto ao vento coincidiu com a frequência natural respectiva ou se manteve um pouco abaixo.

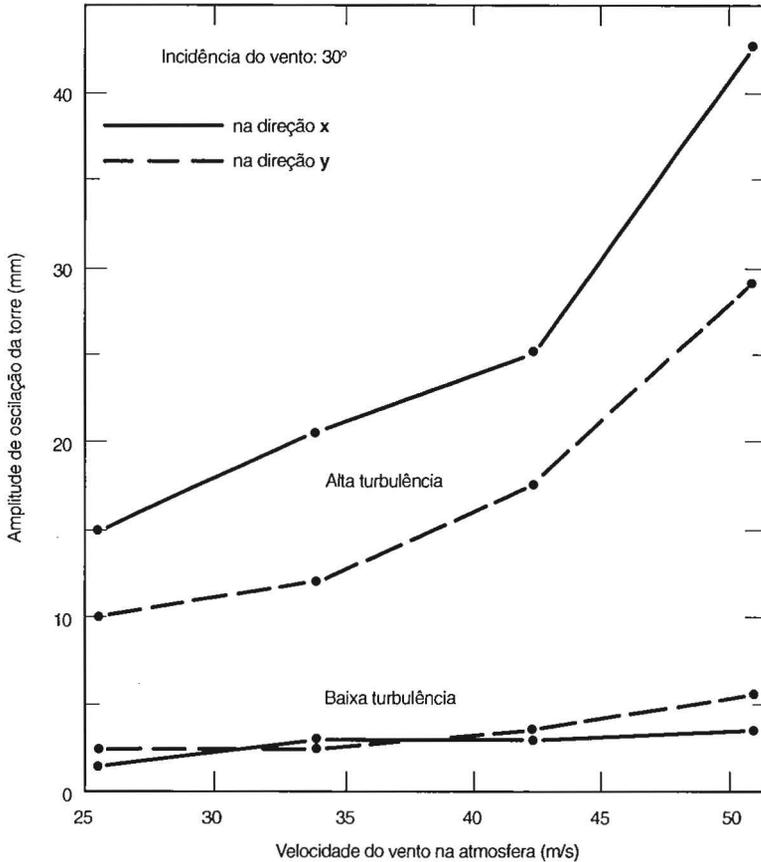


Figura 3.3-4 – Oscilação da torre do Rio de Janeiro

3.3.5. Mastro para bandeira

a) Trata-se do estudo, em modelo aeroelástico, do comportamento dinâmico de um mastro para o pavilhão nacional, em Brasília, DF. A finalidade principal do estudo foi verificar a importância da vibração devida à existência da bandeira.

O mastro tem a forma geral de um tronco de cone, formado por 24

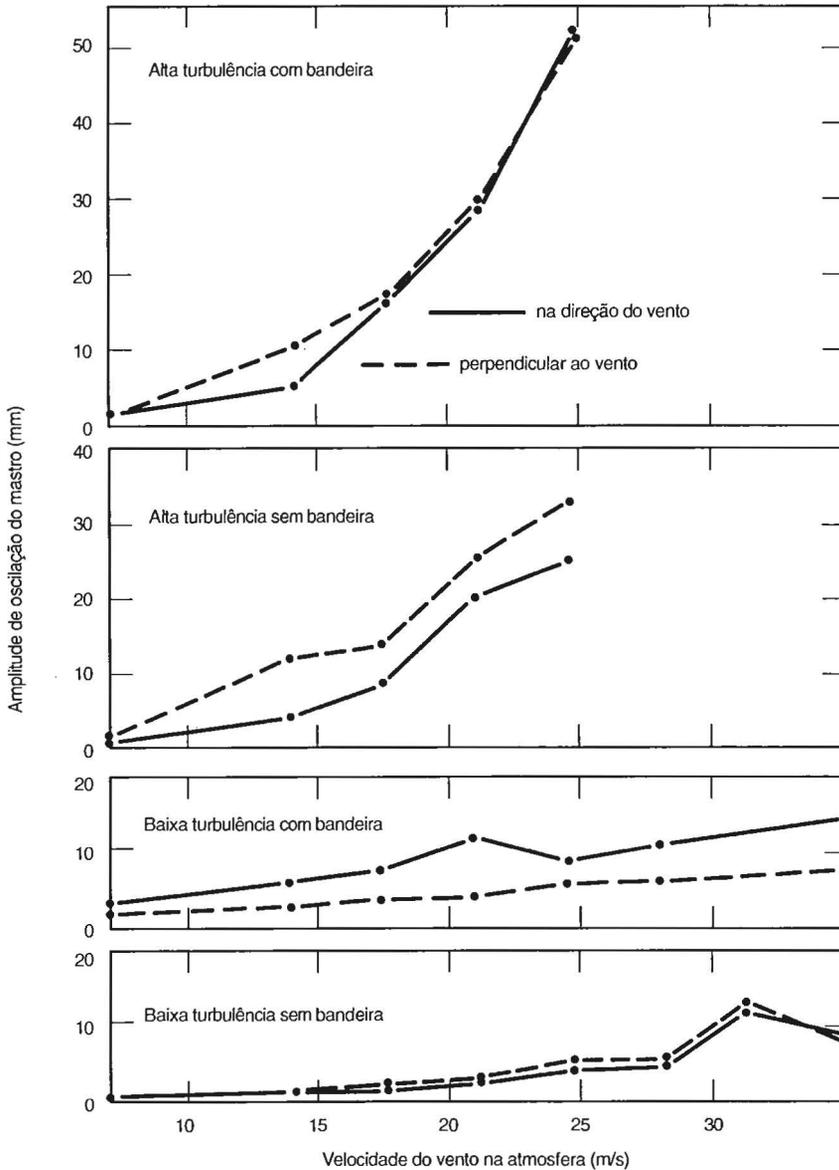


Figura 3.3-5 – Amplitudes máximas de oscilação no topo do mastro

tubos de aço, com uma altura total de 100m. A bandeira mede 24x14m e pesa 60kgf ($\approx 600N$).

O modelo, em aço, foi construído em uma escala geométrica de 1/62,5. Os parâmetros de escala aerolásticos foram calculados por Jacek P. Gorecki, de acordo com as relações teóricas por ele desenvolvidas.

b) Além da influência da turbulência (ensaios com os mesmos ventos do caso anterior), aqui foi estudada a influência da bandeira nas vibrações. Resultados dos ensaios, considerando estas variáveis, são apresentados na Fig.3.3-5, na qual a amplitude máxima de oscilação do mastro real, em duas direções perpendiculares, é dada em função da velocidade do vento natural. Os gráficos desta figura mostram a influência da turbulência (comparando o 1º gráfico com o 3º e o 2º com o 4º) e a influência da bandeira (comparando o 1º gráfico com o 2º e o 3º com o 4º). A frequência natural fundamental do modelo, determinada experimentalmente, foi de 42Hz.

Para velocidades no túnel de vento de até 11m/s (40km/h), exceto para os ensaios com bandeira em vento turbulento, a frequência de vibração do modelo apresentou variações, chegando até 60Hz no caso de vento turbulento sem bandeira. Para velocidades maiores, a frequência de vibração foi a própria frequência natural. Para vento turbulento com bandeira, a vibração do modelo foi sempre na frequência natural.

3.3.6. Conclusões

a) Em todos os ensaios acima descritos foi constatado que as estruturas apresentavam boas condições de segurança no que diz respeito às excitações dinâmicas do vento. Não foi observada tendência para ressonância.

Os ensaios nada informaram a respeito do estado de tensões; este foi verificado por estudos específicos, partindo das informações obtidas nos ensaios, tais como: frequência de oscilação, deslocamentos, velocidades e acelerações de pontos das estruturas.

Em outros ensaios (aqui não descritos) foi feita também a determinação de tensões; porém nestes não houve um estudo comparativo como os descritos acima.

b) Em muitos casos a vibração é causada por mais de uma causa: vórtices de Kármán, galope, martelamento e energia cinética das rajadas (e, raramente na construção civil, por drapejamento), o que aumenta em muito a dificuldade de um cálculo computacional, que considere todas estas excitações e mais ainda a dos efeitos de vizinhança.

O estudo experimental, desde que simuladas as principais características do vento natural do local da obra, construído um modelo aeroelástico corretamente projetado e incluídos na simulação todos os obstáculos importantes existentes nas vizinhanças, estará "naturalmente" considerando todas as excitações.

REFERÊNCIAS

3-1. RAUSCH, E. Einwirkung von Windstößen auf hohe Bauwerke. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, n. 17, 29 April 1933 .

- 3-2. RAUSCH, E. *Maschinenfundamente und andere dynamische Bauaufgabe*. Berlin: VDI Verlag GmbH, 1973.
- 3-3. RUSCHEWEYH, H. *Dynamische Windwirkung an Bauwerken*. 2.ed. Berlin: Bauverlag GmbH, 1982.
- 3-4. ARNABOLDI, E.A. *Acción mecánica del viento en las construcciones*. La Plata/ Argentina: Centro Estudiantes de Ingeniería, 1958.
- 3-5. VANDEPERRE, L.J. L'action du vent sur les bâtiments. *Annales Travaux Publiques de Belge*, 1934.
- 3-6. SCHLAICH, J. Beitrag zur Frage der Wirkung von Windstößen auf Bauwerke. *Der Bauingenieur*, Berlin: Springer Verlag, v.41, n.3, p.102-106, 1966.
- 3-7. SCHREIBER, W. Richtlinien für die Berechnung und Bemessung hoher dünnwandiger Türme aus Stahlbeton. *Bauplanung-Bautechnik*, Ano 4, n. 2, p.83-85, 1960.
- 3-8. LEONHARDT, F. Der Stuttgarter Fernsehturm. *Beton-und Stahlbetonbau*, Berlin, Ano 51, n. 4, p. 73-85, April 1956.
- 3-9. AHRENDT, W. Fernseh- und UKW-Turm der Deutschen Post Berlin. *Bauplanung-Bautechnik*, Ano 23, n. 10, Oktober 1969.
- 3-10. ASCE-Monograph on the Planning and Design of Tall Buildings. Capítulo CL-3, Wind loading and wind effects. New York, 1980.
- 3-11. BLESSMANN, J. O vento na engenharia estrutural. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 1995.
- 3-12. BLESSMANN, J. *Intervalo de tempo para cálculo da velocidade básica do vento*. 3.ed. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 1988.
- 3-13. DAVENPORT, A.G. The buffeting of structures by gusts. In: *Symposium Nº 16, Wind Effects on Buildings and Structures*. Teddington/England, v.1, Paper 9, p.357-391, 1963.
- 3-14. DAVENPORT, A.G. The application of statistical concepts to the wind loading of structures. *Proc. Institution of Civil Engineers*, v.19, Paper 6480, p.449-472, 1961.
- 3-15. DAVENPORT, A.G. The buffeting of large superficial structures by atmospheric turbulence. *Annals of the New York Academy of Sciences*, v.116, paper 2, p.135- 159, 1964.
- 3-16. VICKERY, B.J. *On the flow behind a coarse grid and its use as a model of atmospheric turbulence in studies related to wind loads on buildings*.Teddington/ England: National Physical Laboratory, NPL Aero Report 1143, 1965.
- 3-17. VICKERY, B.J. *On the assessment of wind effects on elastic structures*. Civil Engineering Transactions of the Institution of Engineers, Australia, p.183-192, 1966.
- 3-18. DAVENPORT, A.G. The prediction of the response of structures to gusty wind. International Research Seminar on Safety of Structures under Dynamic Loading. *Trondheim*, v.1. p;257-284, 1978.
- 3-19. DAVENPORT, A.G. Note on the distribution of the largest value of a randomfunction with application to gust loading. *Proc. Institution of Civil Engineers*, London, v.28, Paper 6739, p.187-196, 1964.
- 3-20. DAVENPORT, A.G. The treatment of wind loading on tall buildings. In: *Symposium on tall Buildings*. England: University of Southampton, p.441- 482, 1966.
- 3-21. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-6123 - Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, Edição 1988.
- 3-22. RIERA, J.D.; GALINDEZ, E.E. Determinación de la acción dinámica del viento en normas sobre cargas en las construcciones. In: *XX Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*. Córdoba/Argentina, v.3, p.B20-1 a B20-25, 1979.

- 3-23. GALINDEZ, E.E. *Resposta dinâmica de estruturas na direção da velocidade média do vento*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS, 1979. (Dissertação de Mestrado – Orientador: Jorge D. Riera.)
- 3-24. RIERA, J.D.; BLESSMANN, J.D. Respuesta dinámica de estructuras en dirección del viento. In: *XX Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*. Córdoba/Argentina, v.2, p.B8-1 a B8-23, 1979.
- 3-25. RIERA, J.D.; GALINDEZ, E.E.; BLESSMANN, J. *Alongwind dynamic response of structures subjected to turbulent wind action*. Porto Alegre: Relatório do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS, 1980.
- 3-26. RIERA, J.D.; GALINDEZ, E.E.; BLESSMANN, J. *A code-oriented approach to the along-wind dynamic response of structures*. Porto Alegre: Relatório do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS, 1980.
- 3-27. HIRSCH, G.; BACHMAN, H. Wind induced vibrations. In: *Vibration Problems in Structures*. Zürich/Berlin: Institut für Baustatik und Konstruktion/Birkhäuser Verlag Basel, 1995.
- 3-28. BORGES, A.R.J.; BLESSMANN, J. Comportamento dinâmico de modelo do edifício Parque do Sol. *Revista Brasileira de Tecnologia*, São Paulo, v.7, n.3, p.273-282, set. 1976.
- 3-29. BLESSMANN, J. Ação e efeitos do vento em estruturas esbeltas de concreto armado. In: *Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto*. São Paulo: Universidade de São Paulo. Anais, 39p., 1989.
- 3-30. BLESSMANN, J. Efeitos dinâmicos do vento em torres de micro-ondas em concreto armado. In: *XVII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*. Caracas/Venezuela. Anais, 23p., 1975.
- 3-31. BLESSMANN, J. Efeitos dinâmicos do vento em estruturas. In: *XVI Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*. Buenos Aires/Argentina. Anais, 25p., 1974.

Sem referências no texto, foram ainda consultados :

- 3-32. DAVENPORT, A.G. Gust loading factors. *ASCE, Journal of Structural Division*, ST3, Paper 5255, p.11-34, June 1967.
- 3-33. DAVENPORT, A.G. New approaches to the design of structures against wind action. In: *Canadian Structural Engineering Conference*. Toronto: University of Toronto, p.1-24, 1968.
- 3-34. DAVENPORT, A.G. On the statistical prediction of structural performance in the wind environment. *ASCE National Structural Engineering Meeting*, Baltimore, Maryland, p.1-29, 1971.

SIMBOLOGIA

a – maior dimensão em planta de uma edificação paralelepípedica ou assim considerada

A – área de uma superfície de referência

A_i – área da superfície frontal da parte *i* da estrutura

A_T – área frontal total da estrutura: $A_T = \sum A_i$

b – menor dimensão em planta de uma edificação paralelepípedica ou

assim considerada

b – parâmetro que permite passar da Categoria II de rugosidade da NBR-6123 para uma outra Categoria, a 10m acima do terreno

B – fator de resposta não ressonante (processo de Davenport)

c_p – coeficiente de pressão

C_a – coeficiente de arrasto: $C_a = F_a / (q A)$

C_{ai} – coeficiente de arrasto para a parte i da estrutura

C_f – coeficiente de força

C^* – coeficiente aerodinâmico (C_a, C_f, C_t , etc)

d – coeficiente de efeito dinâmico, conforme DIN (processo de Rausch)

E – razão de energia de rajada (processo de Davenport)

f – freqüência de incidência de rajadas

f(t) – força excitadora, variável no tempo

f_r – freqüência do modo r de vibração

f_1 – freqüência natural da estrutura (1º modo)

\bar{F} – força média em escoamento suave ou turbulento, de velocidade média \bar{V} : $\bar{F} = \rho (\bar{V})^2 C_f A / 2$

F_a – força de arrasto na direção do vento

F_i – força total devida ao vento na parte i da estrutura discretizada

\bar{F}_i – força média (temporal) na parte i da estrutura discretizada

\tilde{F} – força devida à componente flutuante (rajada) do vento na parte i da estrutura discretizada

\hat{F}_i – valor de pico da força devida à componente flutuante (rajada) do vento na parte i da estrutura discretizada

F_n – amplitude da força excitadora harmônica, de ordem n

\hat{F}_r – força estática equivalente, que causa um deslocamento máximo igual ao máximo que aparece no modo r de vibração

$F_r^*(t)$ – força generalizada: $F_r^*(t) = \{x_r\}^T \{F(t)\} / M_r^*$

i_g – fator de pico

G – fator de resposta às rajadas

h – altura da edificação

H(f) – admitância mecânica: $|H(f)| = \chi_m / k$ [ou $H(\omega)$]

k – coeficiente de mola

L – dimensão característica

L_1 – escala longitudinal da turbulência

ℓ_1 – largura da edificação (dimensão horizontal perpendicular à direção do vento)

m – massa

m_o – massa escolhida como referência

m_i, m_j – massas das partes de ordem i e j da estrutura

M_r^* – massa generalizada no modo r de vibração: $M_r^* = [\phi]^T [M] [\phi]$

MATRIZES

[C] – matriz de amortecimento, de ordem $N \times N$

{F(t)} – vetor coluna das forças devidas ao vento, de ordem N

[K] – matriz de rigidez, de ordem $N \times N$

[M] – matriz de massa, de ordem $N \times N$

{x}, {x'}, {x''} – vetor coluna (de ordem N) dos deslocamentos, velocidades e acelerações das massas discretas, no modo de vibração de ordem r do sistema não amortecido

{x_r} – vetor coluna (de ordem N) do modo de vibração de ordem r do sistema não amortecido

{φ} – matriz modal, de ordem $N \times N$; suas colunas são os vetores modais (auto-vetores)

{η} – vetor coluna (de ordem N) das coordenadas normais

N – número de partes em que a estrutura é discretizada

p – número de períodos de oscilação da estrutura entre duas rajadas consecutivas: $p = T / T_p$

p – expoente da lei potencial do perfil de velocidades médias do vento

p – pressão devida ao vento

$\bar{p}(z)$ – pressão correspondente à velocidade média do vento, na altura

$$z : \bar{p}(z) = \rho [\bar{V}(z)]^2 c_p / 2$$

q – pressão dinâmica do vento, total: $q = q_o + q_r$ (processo de Rausch)

q – pressão dinâmica do vento, em geral

q_e – pressão dinâmica correspondente a uma carga estática do vento equivalente à carga dinâmica do vento com rajadas

$q_i(t)$ – pressão dinâmica correspondente à velocidade $V_i(t)$ (na parte i da estrutura discretizada)

q_{max} – pressão dinâmica máxima do vento: $q_{max} = \bar{q} + q_r$ (processo de Rausch)

\bar{q}_p – pressão dinâmica de projeto (NBR-6123): $\bar{q}_p = \rho (\bar{V}_p)^2 / 2 = 0,613 (\bar{V}_p)^2$

q_r – pressão dinâmica correspondente às rajadas

\bar{q}_{ref} – pressão dinâmica correspondente à \bar{V}_{ref} : $\bar{q}_{ref} = \rho (\bar{V}_{ref})^2 / 2$

\bar{q} – pressão dinâmica correspondente ao vento médio

Q – carga generalizada

r – fator de rugosidade (processo de Davenport)

R – parâmetro do processo de Davenport : $R = S E / \zeta$

s – período de oscilação da estrutura, em segundos, conforme DIN (processo de Rausch)

S – fator de redução de dimensões (processo de Davenport)

$S_F(f)$ – espectro da força excitadora

S_{Fr} – espectro da força generalizada $F_r^*(t)$

$S_p(f)$ – espectro das pressões

S_1 – fator topográfico da NBR-6123
 $S_1(f)$ – espectro da componente longitudinal das rajadas
 S_3 – fator probabilístico da NBR-6123
 S_{nr} – espectro da coordenada normal no modo r de vibração
 t_c – tempo de crescimento de uma rajada, cf. Rausch (1/4 de senoide; $t_c = T_r/4$)
 t_r – tempo de atuação de uma rajada, cf. Schlaich (1/2 senoide: $t_r = 2t_c = T_r/2$)
 T – intervalo de tempo, em geral
 T – intervalo de tempo entre rajadas sucessivas (Cf. Rausch, $T = 3T_p$; cf. Schlaich, $T = 22,5 T_r$)
 T_p – período de oscilação da estrutura
 T_r – período de flutuação de uma rajada hipotética, senoidal
 $v_i(t)$ – velocidade da componente longitudinal das rajadas
 $V_i(t)$ – velocidade do vento na coordenada i
 \bar{V}_i – velocidade média na coordenada i
 \bar{V}_p – velocidade de projeto: velocidade média sobre 10min, a 10m acima de um terreno de Categoria de rugosidade II, com um período médio de recorrência de 50 anos (NBR-6123). $\bar{V}_p = 0,69 V_o S_1 S_3$
 \bar{V} – velocidade média do vento
 \bar{V}_{ref} – velocidade média na altura de referência (10m acima do terreno)
 V_o – velocidade básica do vento (NBR-6123): velocidade de uma rajada de 3s, a 10m acima de um terreno de Categoria de rugosidade II, com um período médio de recorrência de 50 anos.
 x_i – deslocamento na direção do vento, no ponto i do modelo discreto
 x_{max} – valor máximo do deslocamento da estrutura: $x_{max} = \bar{x} + \hat{x}$
 x_r – deslocamento estático causado por q ,
 \bar{x} – deslocamento estático causado por \bar{q}
 x_2 – amplitude da oscilação causada pela rajada
 \hat{x} – pico da oscilação da estrutura, causada pelas rajadas: $\hat{x} = x_r + x_2$
 y_{max} – máxima resposta estática, equivalente a ação dinâmica máxima:
 $y_{max} = \bar{y} + g \sigma_y$
 \bar{y} – resposta média
 z_i – cota da parte i da estrutura discretizada
 z_{ref} – altura de referência: $z_{ref} = 10m$
 $\alpha = \omega_r / \omega_p = T_p / T_r$ (processo de Rausch)
 $\beta = x_2 / x_r$ (processo de Rausch)
 γ – constante de Euler ($\gamma = 0,5772$)
 ζ – razão de amortecimento crítico
 ζ_r – razão de amortecimento crítico no modo r de vibração
 η – variável reduzida: $\eta = (y - \bar{y}) / \sigma_y$

η_r – coordenada normal no modo r de vibração

λ – comprimento de onda: $\lambda = V / f = V T_r$

ν – frequência representativa da faixa de frequências na qual está concentrada a maior parte da energia do espectro, para sistemas com baixo amortecimento, $\nu \approx f_1$

ξ – fator de amplificação dinâmica (NBR-6123)

ρ – massa específica do ar

σ_y^2 – variância da resposta a uma excitação aleatória

σ_1^2 – variância da componente longitudinal das rajadas

ϕ – ângulo de fase

ϕ_n – ângulo de fase da função harmônica simples de ordem n (Série de Fourier)

χ_a – admitância aerodinâmica

χ_m – fator de amplificação mecânica: $\chi_m = k |H(f)|$

ω_p – frequência circular das oscilações livres (estrutura): $\omega_p = 2\pi / T_p$

ω_r – frequência circular da força periódica senoidal (rajada): $\omega_r = 2\pi / T_r$ (processo de Rausch)

ω_r – frequência circular natural no modo r de vibração: $\omega_r = 2\pi f_r$ (Norma Brasileira).

Capítulo 4

MARTELAMENTO

4.1. INTRODUÇÃO

a) Quando uma edificação está situada a sotavento de diversos obstáculos (naturais ou edificações), ela estará imersa na esteira por eles gerada. A turbulência nesta região é do mesmo tipo da turbulência existente no vento natural incidente nestes obstáculos, com uma gama bastante grande de frequências e dimensões de turbilhões. Em outras palavras, o espectro de energia é bastante alargado, sem um pico pronunciado.

Se, porém, a edificação estiver situada na esteira de somente uma ou de poucas edificações de dimensões semelhantes, convenientemente situadas, ela poderá estar sendo “martelada”, compassadamente, por turbilhões gerados nas edificações a barlavento com uma frequência predominante. Este fenômeno dinâmico é chamado de **martelamento** (em inglês, “buffeting”) Teremos uma força excitadora periódica que causará efeitos dinâmicos de maior ou menor intensidade. Estes efeitos podem atingir grandes valores quando uma das frequências naturais da edificação coincidir com a frequência dominante nos turbilhões gerados no ou nos obstáculos de barlavento (**martelamento ressonante**).

b) Além da frequência também influirá na vibração a intensidade de turbulência do vento incidente. Se esta intensidade for pequena, a turbulência do vento incidente pouco influirá na relativamente bem organizada esteira da (ou das) edificação de barlavento, com vórtices que se desprendem cadenciadamente (vórtices de Kármán) e que vão incidir também cadenciadamente na edificação em estudo, dando origem a uma força excitadora aproximadamente periódica: o espectro de energia é estreito. Se a intensidade da turbulência incidente for grande, haverá uma reorganização (ou melhor, uma desorganização) dos turbilhões, com a energia passando a se distribuir em uma gama maior de frequências: o espectro de energia é largo e as vibrações serão de menor amplitude.

Pode-se concluir que o fenômeno de martelamento, para um mesmo conjunto de edificações, submetidos a um vento de mesma velocidade de referência, será tanto mais importante quanto menor a rugosidade do terreno: será maior à beira-mar do que no centro de uma grande cidade, por exemplo. Pela mesma razão, será mais importante se entre as edificações

consideradas existir um parque ou apenas edificações muito baixas.

c) Efeitos estáticos de vizinhança (altas sucções em paredes confrontantes, momentos de tombamento e de torção, forças em fachadas, por exemplo) são particularmente importantes quando as edificações estão próximas (com um afastamento máximo da ordem do lado ou diagonal da base). Este problema já foi estudado na Ref.[4-1]

Para o fenômeno de martelamento, entretanto, os maiores efeitos dinâmicos aparecem com um distanciamento maior entre as edificações. Mesmo com a edificação de barlavento situada a cerca de dez vezes a dimensão característica da base da edificação em estudo podem aparecer efeitos consideráveis (diâmetro de uma edificação circular cilíndrica, lado ou diagonal da base, são dimensões características usadas na prática).

d) O termo inglês "buffeting" tem sido usado também para designar a excitação de uma estrutura pelas rajadas de vento, fenômeno este que tratamos no Capítulo 3. Entretanto, um grande número de autores usa-o apenas para definir o fenômeno que em português chamamos de martelamento.

e) Antes de apresentar e comentar tópicos de ensaios iremos definir:

– Modelo dinâmico

É o modelo instrumentado, no qual serão medidos efeitos dinâmicos.

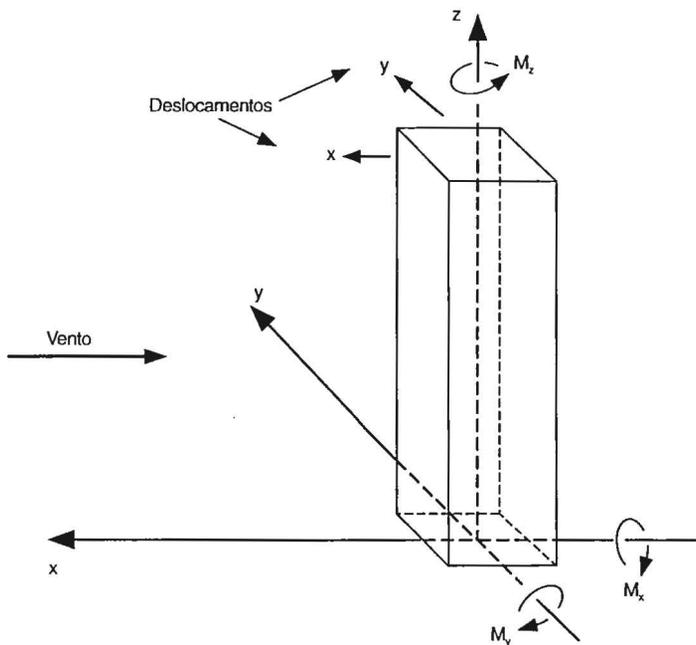


Figura 4.1-1 – Simbologia para deslocamentos e momentos

– Modelos mudos

São os modelos colocados nas vizinhanças do modelo dinâmico.

– Fator de martelamento, FM :

$FM = (\text{valor do efeito com a presença de modelo(s) nas vizinhanças}) / (\text{valor do efeito sem modelo(s) nas vizinhanças})$

Este efeito pode ser amplitude de oscilação, aceleração, momento de tombamento, momento de torção, em seus valores médios, máximos ou desvios padrão. Quando necessário, para maior clareza, será usado um índice. Por exemplo (Ver Fig.4.1-1):

FM_x – fator de martelamento na direção x (para deslocamento na direção x)

FM_{Mx} – fator de martelamento em torno do eixo x (para momento de tombamento na direção perpendicular ao vento)

FM_y – fator de martelamento na direção y (para deslocamento na direção y)

FM_{My} – fator de martelamento em torno do eixo y (momento de tombamento na direção do vento)

– Velocidade reduzida, V_r :

$$V_r = V / (f_1 d)$$

sendo: V – velocidade do vento; em geral, velocidade média horária do vento no topo do modelo

f_1 – frequência do primeiro modo natural de vibração (modo fundamental) do modelo em estudo

d – dimensão de referência (diâmetro ou lado da base, por exemplo).

4.2. ENSAIOS EM OUTROS PAISES

Da já bastante extensa literatura sobre estudos experimentais do martelamento selecionamos alguns, que serão comentados nos itens seguintes.

4.2.1. Ensaios de Whitbread e Wootton [4-2]

a) Ensaiaram modelos de dois edifícios iguais, de forma cilíndrica octogonal, com saliências, com um Alçamento igual a 4,5 (Alçamento = altura / diâmetro da base). Os ensaios foram feitos com diversos afastamentos (s) entre os eixos verticais dos dois modelos e com várias velocidades do vento. A oscilação do modelo dinâmico foi predominantemente na direção transversal ao vento. A máxima amplitude de deslocamento do topo do modelo, Y_o , apareceu com $s/d = 4,75$, com um valor do fator de martelamento $FM_y \cong 21$!

b) Maiores detalhes podem ser vistos na Fig. 4.2-1, obtida a partir de figura do trabalho de Wootton e Scruton [2] . Esta figura apresenta a amplitu-

de reduzida no topo, Y_o/d , em função da velocidade reduzida, V_r . Observe-se que para $s/d = 7,7$ a amplitude do deslocamento do topo do modelo é pouco menor que a máxima, obtida com $s/d = 4,75$.

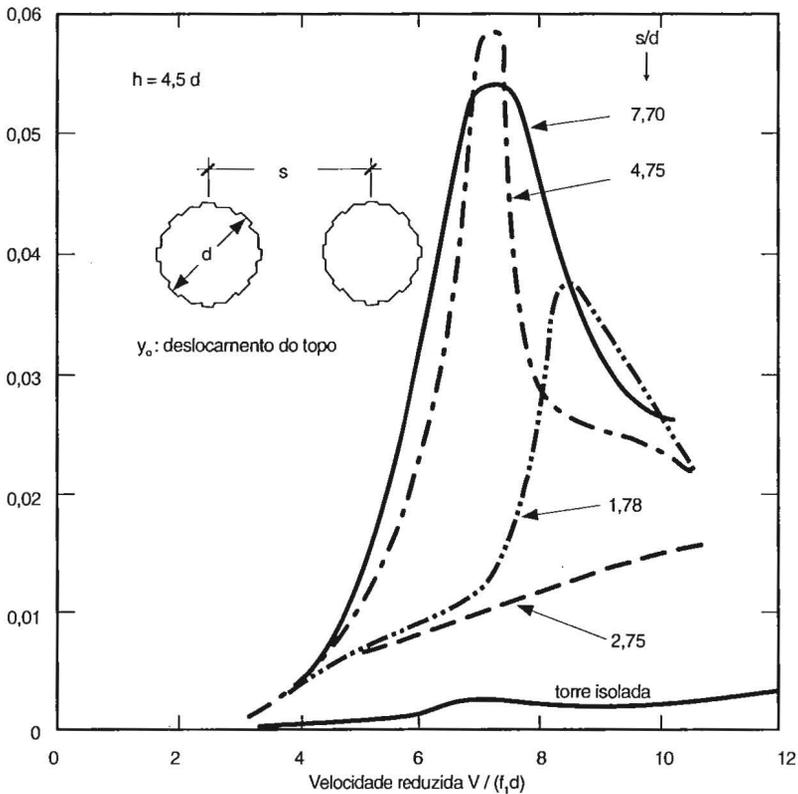


Figura 4.2-1 – Efeitos de martelamento na direção transversal ao vento [4-2]

Dos afastamentos ensaiados, a menor excitação por martelamento apareceu com $s/d = 2,75$. Deslocamentos sensivelmente superiores a este apareceram com um afastamento menor, com $s/d = 1,78$.

4.2.2. Ensaios de Melbourne [4-3]

a) Nestes ensaios Melbourne constatou um aumento entre 50% e 100% da resposta transversal para o caso de modelos de dois edifícios com altura aproximada de 200m. A resposta estudada foi o momento de tombamento na direção transversal, M_x (em torno do eixo longitudinal x). As formas dos edifícios, em planta, aparecem na Fig.4.2-2.

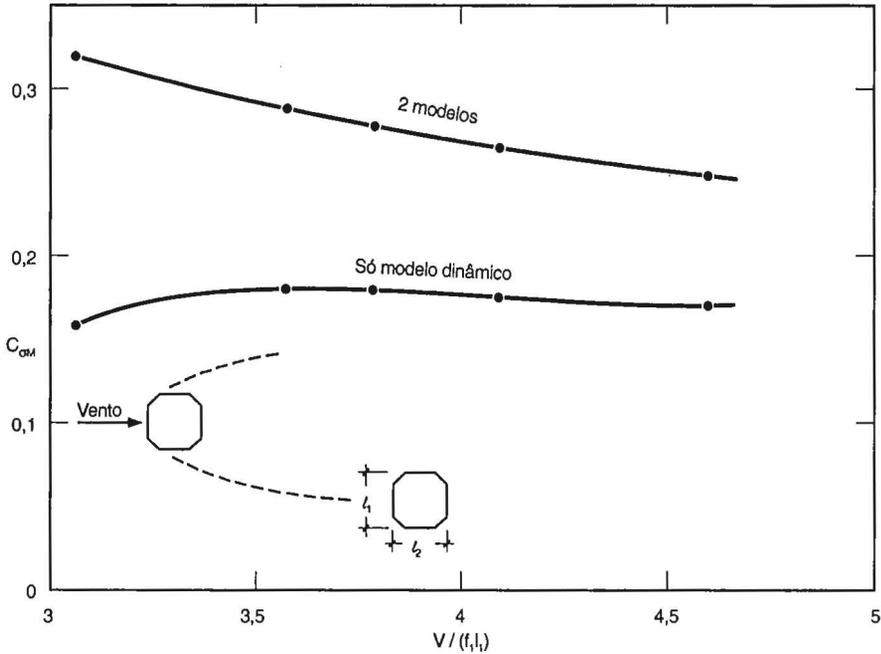


Figura 4.2-2 – Efeitos de martelamento na direção transversal ao vento [3]

b) Nesta figura as ordenadas referem-se a um coeficiente adimensional, $C_{\sigma M}$ obtido a partir do momento de tombamento M_x pela razão:

$$C_{\sigma M} = \frac{\sigma_{M_x}}{\frac{1}{2} \rho [\bar{V}(h)]^2 l_2 h^2} \quad (4.2-1)$$

sendo: σ_{M_x} – desvio padrão do momento (flutuante) de tombamento transversal, M_x

ρ – massa específica do ar

$\bar{V}(h)$ - velocidade de referência: velocidade média horária no topo do modelo

l_2 – profundidade: dimensão em planta na direção do vento

h – altura do modelo

As abscissas correspondem à variação da velocidade do vento, na forma adimensional (velocidade reduzida, V_r):

$$V_r = V / (f_1 l_1)$$

sendo: f_1 – frequência do modo fundamental de vibração

l_1 – largura: dimensão em planta perpendicular à direção do vento.

c) Dividindo as ordenadas de uma mesma abscissa obtivemos o respectivo fator de martelamento, FM_{Mx} :

V_r :	3,07	3,57	3,78	4,09	4,59
FM_{Mx} :	2,05	1,62	1,58	1,53	1,45

4.2.3. Ensaios de Melbourne e Sharp [4-4]

a) No ensaio acima descrito a posição relativa dos dois modelos era única, com o modelo dinâmico situado na borda da esteira do modelo mudo. Em muitos ensaios são várias as posições do modelo mudo, em geral situadas nos nós de uma malha retangular. Para os ensaios que comentaremos a seguir a malha está indicada na Fig.4.2-3.

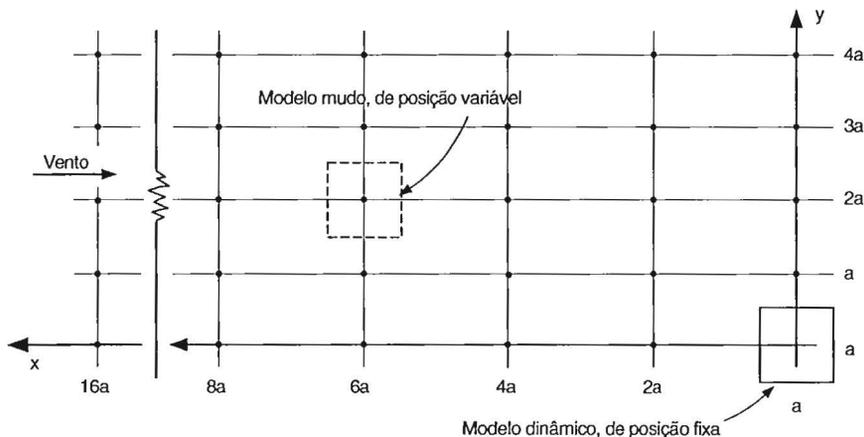


Figura 4.2-3 – Localização dos modelos

Foram usados dois modelos paralelepípedicos, de secção quadrada, de proporções $a \times b \times h = 1 \times 1 \times 6$. Ensaios complementares foram feitos substituindo o modelo mudo paralelepípedico por um modelo cilíndrico circular de mesma altura e de diâmetro igual ao lado da base do modelo paralelepípedico. Os modelos foram construídos na escala geométrica 1/400.

O edifício correspondente ao modelo dinâmico tem as seguintes características: altura $h = 220\text{m}$; lado da base $a = 36,8\text{m}$; massa específica estrutural igual a 125kg/m^3 ; frequência do modo fundamental de vibração $f_1 = 0,28\text{Hz}$; razão de amortecimento crítico $\zeta = 1,5\%$.

b) Foram medidos os momentos de tombamento em torno dos eixos horizontais x e y (Ver Fig.4.1-1), respectivamente M_x (na direção transversal ao vento) e M_y (na direção do vento), tendo sido simulados dois tipos de vento:

--- vento de baixa turbulência, correspondente à rugosidade de subúrbios. Intensidade da componente longitudinal da turbulência, no topo do modelo: $I_1(h)=7\%$;

--- vento de alta turbulência, correspondente à rugosidade de centro de cidade. $I_1(h)= 14\%$.

c) Dos resultados obtidos reproduzimos na Fig.4.2-4 os valores de pico dos momentos de tombamento para dois modelos geometricamente iguais

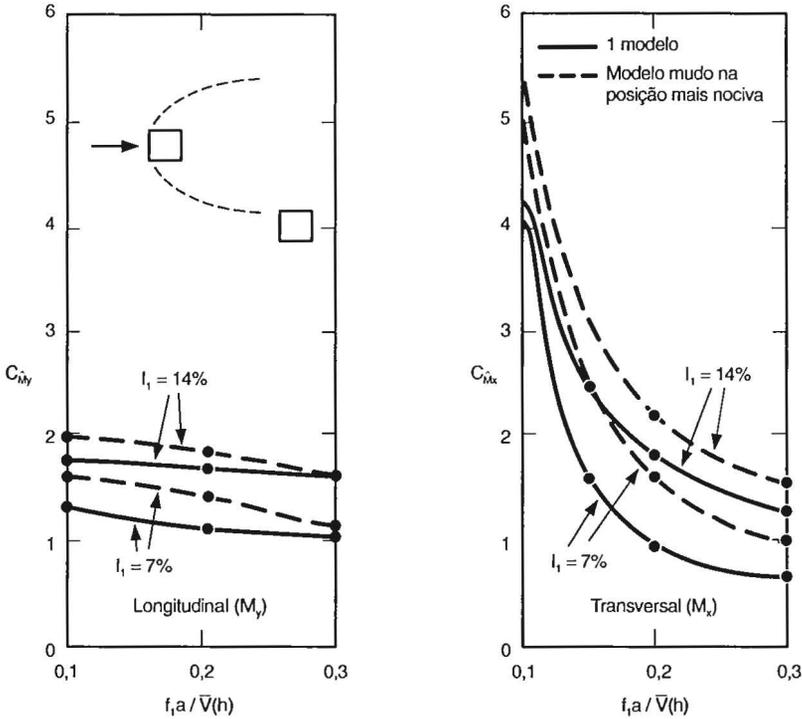


Figura 4.2-4 – Coeficientes de tombamento máximos para dois modelos iguais [4-4]

na forma de coeficientes adimensionais:

– coeficiente de tombamento na direção transversal ao vento:

$$C_{\hat{M}_x} = \frac{\hat{M}_x}{\frac{1}{2} \rho [\bar{V}(h)]^2 a h^2}$$

– coeficiente de tombamento na direção do vento:

$$C_{\hat{M}_y} = \frac{\hat{M}_y}{\frac{1}{2} \rho [\bar{V}(h)]^2 a h^2}$$

com os valores de pico obtidos, respectivamente, por:

$$\hat{M}_x = \bar{M}_x + g \sigma_{Mx}$$

$$\hat{M}_y = \bar{M}_y + g \sigma_{My}$$

onde: \bar{M}_x e \bar{M}_y -- valores médios

σ_{Mx} e σ_{My} -- desvios padrão

g -- fator de pico (estudado em 3.2.2.4)

Estes valores de pico aparecem nesta figura para:

- duas situações:
 - somente o modelo dinâmico;
 - dois modelos geometricamente iguais, com o modelo mudo na posição que causa o maior efeito de martelamento (posição mais nociva);
- dois ventos simulados:
 - $I_1 = 7\%$ (vento de baixa turbulência);
 - $I_1 = 14\%$ (vento de alta turbulência);
- duas direções:
 - momento de tombamento agindo na direção do vento (M_y);
 - momento de tombamento agindo na direção perpendicular ao vento (M_x).

Para abscissas foram tomadas as freqüências reduzidas, $f_1 a / \bar{V}(h)$, que vem a ser o inverso da velocidade reduzida.

d) Dos resultados obtidos com dois modelos geometricamente iguais destacamos as seguintes conclusões dos autores:

- A maior resposta, tanto para modelo isolado como para dois modelos, apareceu na direção transversal ao vento, para a menor das velocidades reduzidas ($V_r = 0,1$). A resposta decaiu rapidamente com o aumento da velocidade reduzida.
- Para uma dada situação (um ou dois modelos) a resposta foi maior com o vento mais turbulento.
- Para cada vento simulado a resposta foi maior para o caso de dois modelos (martelamento).
- Para a maioria dos ensaios o máximo efeito de martelamento apareceu com o modelo mudo locado em $x \approx 8a$ e y entre $2a$ e $3a$ (Isto é, o modelo dinâmico na borda da esteira gerada pelo modelo mudo e não muito próximo a este).
- Os efeitos de martelamento decaíram significativamente com o modelo de barlavento situado em $x = 16a$.
- Em valores relativos, o maior efeito de martelamento apareceu na direção transversal, com vento de alta turbulência, com um fator de martelamento $F_{Mx} = 1,75$.
- Os maiores valores foram os seguintes:

- vento de baixa turbulência : $FM_{M_x} = 1,75$; $FM_{M_y} = 1,25$
- vento de alta turbulência: $FM_{M_x} = 1,25$; $FM_{M_y} = 1,15$

e) Ensaios adicionais foram feitos para verificar a influência da altura do modelo mudo. Foi constatado que o efeito de martelamento baixa rapidamente com a diminuição da altura deste modelo. Com este modelo situado no ponto de coordenadas $(x,y) = (8a, 3a)$, o fator de martelamento na direção do vento foi $FM_{M_y} = 1,01$ e $FM_{M_x} = 1,15$, com vento de baixa turbulência.

f) Em outros ensaios adicionais, em vento de baixa turbulência, o modelo mudo foi substituído por um modelo cilíndrico circular, de mesma altura e com diâmetro igual ao lado da base do modelo paralelepípedo. Não houve grande alteração no máximo efeito de martelamento na direção transversal. Na direção longitudinal o efeito de martelamento foi desprezável. Para ambas as direções as formas das curvas de C_{M_y} e C_{M_x} são análogas, porém os valores destes coeficientes são bem menores.

4.2.4. Ensaios de Ruscheweyh [4-5]

a) O modelo dinâmico de Ruscheweyh era de dimensões $a \times b \times h = 150 \times 60 \times 300\text{mm}$ (proporções 2,5 x 1 x 5). Como modelos mudos foram usados sucessivamente um modelo geometricamente igual ao dinâmico, um modelo escalonado, com três degraus (mesmas dimensões da base e mesma altura do anterior) e um modelo de planta em Y e mesma altura dos anteriores.

Os ensaios foram feitos com os modelos colocados em diversas posições, variando a distância e a orientação angular.

b) Foram determinados fatores de martelamento para o momento de tombamento em torno do eixo maior da base (M_y , sendo o lado maior, a , perpendicular à direção do vento, e o eixo x paralelo ao vento) e para o momento torsor, M_z .

FM_{M_y} sofreu pouca influência do afastamento (s) entre centros dos modelos (os dois modelos geometricamente iguais) e da orientação do modelo mudo (vento incidindo sempre perpendicularmente à face maior do modelo dinâmico). Este fator variou entre 1,7 e 2,3, para s/h entre 1 e aproximadamente 7. O maior valor, $FM_{M_y} = 2,3$, apareceu com $s/h = 1$ e também com $s/h = 3$.

FM_{M_z} sofreu uma influência maior da disposição dos dois modelos, variando entre 1,8 e 3,3, para s/h respectivamente entre 5,5 (aproximadamente) e 1,0. A influência da forma do modelo mudo foi pequena.

4.2.5. Ensaios de Saunders e Melbourne [4-6]

a) Nestes ensaios todos os modelos tinham a mesma seção quadrada, variando a altura dos modelos mudos, que podia ser menor, igual ou

maior que a altura do modelo dinâmico. Além desses, foram feitos ensaios com um par de modelos mudos ("modelos gêmeos"):

- Modelo dinâmico: $a \times b \times h = 94 \times 94 \times 375\text{mm}$ (1 x 1 x 4)
- Modelos mudos:
- Alto: $a \times b \times h = 94 \times 94 \times 563\text{mm}$ (1 x 1 x 6);
- Médio: $a \times b \times h = 94 \times 94 \times 375\text{mm}$ (1 x 1 x 4);
- Baixo: $a \times b \times h = 94 \times 94 \times 281\text{mm}$ (1 x 1 x 3);
- Gêmeos: iguais ao modelo alto (1 x 1 x 6).

A altura correspondente do edifício real (nos ensaios, o modelo dinâmico), sendo a escala geométrica da simulação 1/400, será de 150m. A massa específica estrutural será de 175kg/m^3 e a razão de amortecimento crítico $\zeta = 1\%$.

O expoente da lei potencial do perfil vertical de velocidades médias foi $p = 0,13$, que corresponde, com boa aproximação, a vento sobre mar ou deserto (normas australianas).

Os modelos foram dispostos segundo uma malha retangular (Ver Fig.4.2-3).

Foram determinados os fatores de martelamento dos momentos de tombamento na direção do vento (longitudinal) e na direção perpendicular ao vento (transversal), respectivamente FM_{My} e FM_{Mx} .

b) Ensaios preliminares foram feitos colocando o modelo dinâmico com suas faces paralelas aos eixos coordenados (0°) e depois a 45° . Os resultados mostraram que o modelo orientado a 0° proporcionou sempre uma resposta maior. Por isso os demais ensaios foram feitos com o modelo dinâmico tendo suas faces paralelas aos eixos coordenados. A mesma orientação foi adotada em todos os modelos mudos.

Os fatores de martelamento foram calculados a partir dos desvios padrão dos respectivos momentos de tombamento.

c) Tombamento longitudinal (M_y)

Os maiores valores apareceram com a menor velocidade reduzida dos ensaios ($V_r = 2$), com o modelo mudo na posição $(x,y) = 2a; 0,5a$:

- Modelo alto (1x1x6) — $FM_{My} = 1,94$
- Modelo médio (1x1x4) — $FM_{My} = 1,7$.

Com o aumento de V_r , os fatores de martelamento diminuíram, chegando a cerca de 1,2 para $V_r = 6$, para os dois modelos mudos.

O fator de martelamento correspondente ao valor médio do momento de tombamento, pouco variou com V_r e foi de cerca de 0,15, para os dois modelos mudos. Isto é, temos uma efetiva proteção no que diz respeito à deflexão média do edifício.

Valores altos de FM_{My} foram também obtidos com x entre $4a$ e $8a$ e y entre $1a$ e $3a$. Exemplificando, para $y = 2a$ e V_r entre 2 e 4:

- Modelo alto (1x1x6) — $FM_{My} = 1,6$
- Modelo médio (1x1x4) — $FM_{My} = 1,5$.

Com $V_r = 6$ estes valores diminuíram.

Foi constatado que com os dois modelos alinhados com o vento, mesmo com o modelo mudo a uma grande distância à barlavento do modelo dinâmico ($x = 16a$ e $y = 0$), com $V_r = 2$, apareceu um efeito de martelamento ainda considerável:

- Modelo alto (1x1x6) — $FM_{My} = 1,6$
- Modelo médio (1x1x4) — $FM_{My} = 1,4$
- Modelo baixo (1x1x3) — $FM_{My} = 1,3$.

Nesta posição o momento de tombamento médio do modelo dinâmico não sofreu influência sensível do modelo mudo: não há proteção, no que diz respeito a valores médios. Conseqüentemente, haverá um aumento considerável das cargas máximas (por efeitos dinâmicos) em um edifício se a barlavento dele, e a 16 vezes o lado de sua base, estiver um outro edifício com dimensões aproximadamente iguais.

d) Tombamento transversal (M_x)

Os maiores valores apareceram não com a menor velocidade reduzida (como aconteceu com M_y), mas sim com a maior ($V_r = 6$). Para as três velocidades reduzidas dos ensaios, os maiores valores do fator de martelamento para o tombamento transversal foram:

- $V_r = 6$** – Modelo alto (1x1x6) — $FM_{Mx} = 1,9$
- Modelo médio (1x1x4) — $FM_{Mx} = 1,52$
- $V_r = 4$** – Modelo médio (1x1x4) — $FM_{Mx} = 1,63$
- $V_r = 2$** — $FM_{Mx} \cong 1,02$.

FM_{Mx} aumentou com V_r para o modelo alto. O modelo médio foi menos sensível à variação de V_r .

Valores altos de FM_{Mx} apareceram com x entre $4a$ e $8a$ e y entre $1a$ e $3a$. Com o modelo mudo nesta região, FM_{Mx} variou entre $1,4$ e $1,7$, tanto com o modelo mudo alto como médio.

Também neste caso o momento de tombamento médio não sofreu influência sensível do modelo mudo. Com o modelo mudo a uma grande distância [(x, y) = ($20a, 2a$)], e para $V_r = 6$, ainda foi constatado um efeito sensível de martelamento:

- Modelo alto (1x1x6) — $FM_{Mx} = 1,38$
- Modelo médio (1x1x4) — $FM_{Mx} = 1,2$.

Isto mostra que um edifício situado a cerca de $750m$ a barlavento do edifício considerado poderá causar um aumento da carga dinâmica de cerca de 40% (1x1x6) ou de 20% (1x1x4). Isto é, se o edifício a barlavento for 50% mais alto que o considerado, o aumento é o dobro do correspondente a um edifício a barlavento com a mesma altura do em estudo.

e) Modelos mudos gêmeos

O maior efeito de martelamento apareceu com $x = 8a$. Para esta distância foram feitos ensaios com diversos afastamentos entre os modelos gêmeos, sendo que o mais alto FM apareceu com $V_r = 4$ e um afastamento eixo a

eixo entre os modelos gêmeos $s = 6a$ [cotas $(x,y) = (8a, 3a)$ e $(8a, -3a)$]:

$V_r = 4$ – tombamento transversal : $FM_{Mx} = 2,13$

tombamento longitudinal : $FM_{My} = 1,87$

Para o caso de um único modelo a barlavento, na posição de um dos modelos gêmeos do caso acima [$(x,y) = (8a, 3a)$], os fatores de martelamento foram bem menores:

$V_r = 4$ – tombamento transversal : $FM_{Mx} = 1,2$

tombamento longitudinal : $FM_{My} = 1,0$.

Como se vê, a colocação do segundo modelo mudo, simetricamente ao primeiro [$(x,y) = 8a, -3a$], causou um aumento considerável do momento de tombamento em ambas as direções.

Variando o afastamento entre os modelos gêmeos (sempre a uma distância $8a$ a barlavento do modelo dinâmico), Saunders e Melbourne verificaram que para todas as velocidades reduzidas os maiores valores de FM apareceram com um afastamento s entre $5a$ e $7a$; geralmente os valores de FM estiveram acima de $1,6$ para ambas as direções.

Girando os modelos gêmeos de 45° , para todas as separações s ensaiadas, FM foi sempre menor que para a respectiva separação com os modelos com suas faces paralelas aos eixos coordenados (esta era a orientação padrão dos ensaios).

Os modelos gêmeos, com uma separação $s = 6a$, foram ainda colocados a uma distância considerável a barlavento do modelo dinâmico : $x = 32a$. Isto corresponde a $1,2\text{km}$ no caso real. Mesmo neste caso apareceu um efeito ponderável de martelamento:

$V_r = 6$ — tombamento transversal: $FM_{Mx} = 1,2$

V_r : valores baixos — tombamento longitudinal: $FM_{My} = 1,2$

“Isto mostra que a grandes distâncias a sotavento a energia na esteira de grandes edifícios é bastante considerável”, comentam os autores.

Os modelos gêmeos, com $s = 6a$, foram também colocados de modo que um deles estava sobre o eixo x . Variando a distância ao modelo dinâmico, foi constatado que sempre FM foi superior ao respectivo valor para um único modelo mudo colocado sobre o eixo x .

f) Fator de pico

Para possibilitar o cálculo dos momentos de pico foram determinados fatores de pico para as configurações que levaram aos maiores valores dos fatores de martelamento. O valor sugerido pelos autores é $g = 3,7$.

g) Conclusões

Das conclusões dos autores destacamos:

– A presença de um edifício de mesmas dimensões ($37 \times 37 \times 150\text{m}$) a barlavento do edifício em estudo pode aumentar a carga dinâmica por um fator de até $1,65$. Para o edifício a barlavento com $37 \times 37 \times 220\text{m}$ este aumento pode atingir $1,9$ e chega a $2,15$ para o caso de serem edifícios

gêmeos, de mesmas dimensões 37 x 37 x 220m. Efeitos de martelamento podem ser significativos a distância de 1km ou mais.

A Fig.4.2-5 procura sintetizar alguns dos principais resultados dessas pesquisas.

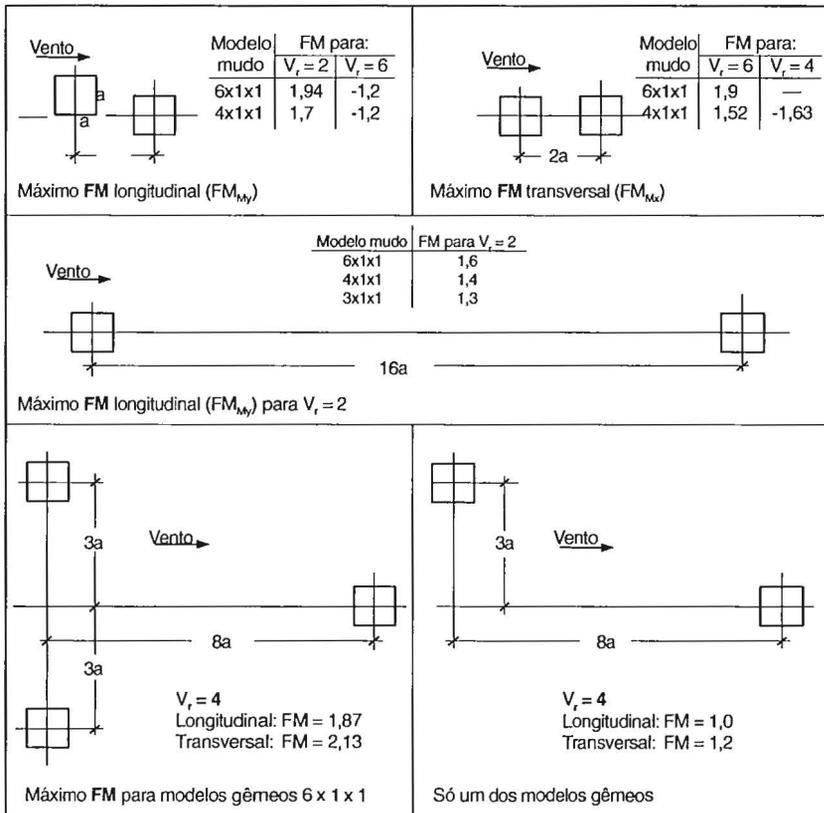


Figura 4.2-5 –Fatores de martelamento máximos para diversas localizações dos modelos [4-6]

4.2.6. Ensaio de Bailey e Kwok [4-7]

a) O modelo dinâmico era de proporções $a \times b \times h = 1 \times 1 \times 9$, correspondendo a um edifício de base 24x24m, altura de 216m, frequência fundamental $f_1 = 0,2\text{Hz}$, massa específica estrutural de 165kg/m^3 e uma razão de amortecimento crítico $\zeta = 1\%$. Escala geométrica do modelo: 1/400.

Foram usados, sucessivamente, dois modelos mudos, um deles com as dimensões do modelo dinâmico e o outro cilíndrico circular, de mesma altura e de diâmetro igual ao lado da base do outro modelo.

Um detalhe original e muito interessante é que o modelo mudo paralelepipedico era flexível na direção transversal ao vento. Foi constatado que com isto a resposta do modelo dinâmico aumentou entre 10 e 15%, em velocidades reduzidas baixas. Além disso, este modelo foi colocado também a sotavento do modelo dinâmico; não será mais um caso de martelamento, mas de interação entre construções vizinhas. Entretanto, continuaremos a usar o símbolo FM para o que seria, a rigor, um fator de efeito de vizinhança, e não de martelamento..

Os dois modelos paralelepipedicos (dinâmico e mudo) foram orientados com uma das faces perpendicular ao vento, sendo o modelo mudo colocado em várias posições de uma malha ortogonal (x,y).

b) Curvas de nível do Fator de Martelamento correspondentes ao modelo mudo paralelepipedico, nas duas direções e para uma velocidade reduzida $V_r = 6$, são apresentadas na Fig.4.2-6. O Fator de Martelamento refere-se ao desvio padrão do momento de tombamento para cada uma das duas direções:

- na direção do vento: FM_{My}
- na direção perpendicular ao vento: FM_{Mx} .

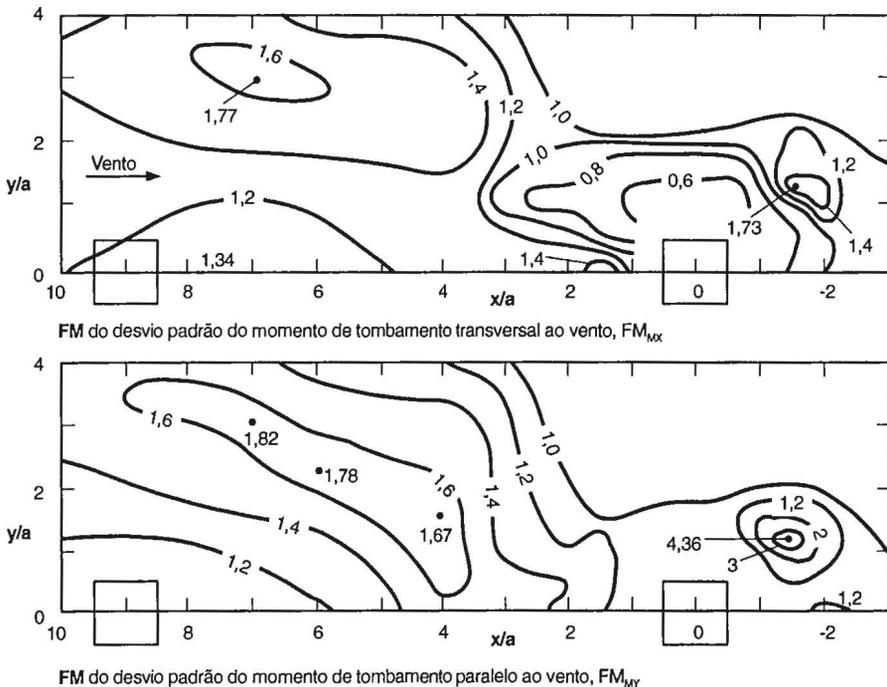


Figura 4.2-6 – Fatores de Martelamento para $V_r = 6$.
Modelo mudo paralelepipedico [4-7]

Observe-se que os maiores valores de FM, em ambas as direções, apareceram com o modelo mudo colocado a **sotavento** do modelo dinâmico (nos ensaios descritos anteriormente os modelos mudos situavam-se sempre a barlavento ou ao lado do modelo dinâmico). Para $(x,y) = (-1,5a; 1,22a)$:

- $FM_{My} = 4,36$
- $FM_{Mx} = 1,73$.

Com o modelo mudo a barlavento, os maiores FM foram de cerca de 1,8, em ambas as direções.

Os autores observam que o modelo mudo a sotavento causou uma instabilidade fortemente dependente da velocidade do vento, com um máximo de FM para uma velocidade reduzida de aproximadamente 6.

c) Curvas de nível de FM para o modelo mudo cilíndrico circular situado a barlavento do modelo dinâmico aparecem na Fig.4.2-7, para ambas as direções e para uma velocidade reduzida de 6,8. Este modelo foi usado para estudar a influência de um obstáculo a barlavento com um número de Strouhal diferente ($St = 0,15$) do correspondente ao modelo dinâmico ($St = 0,10$);

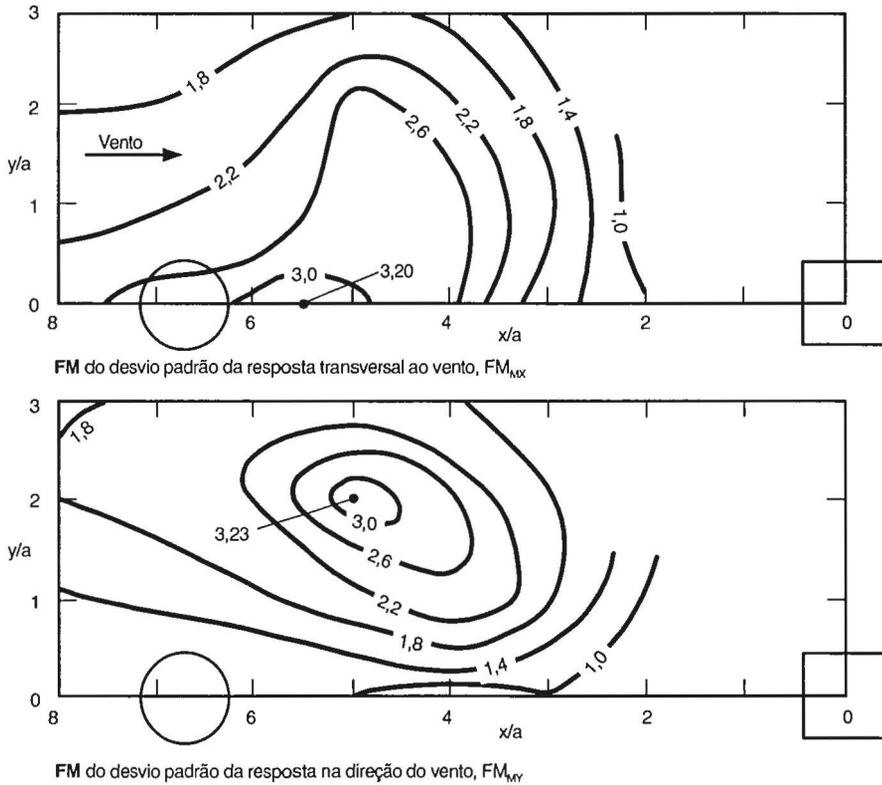


Figura 4.2-7 – Fatores de Martelamento para $V_r = 6,8$.
Modelo mudo cilíndrico circular [4-7]

ou seja, a frequência de desprendimento de vórtices dos dois modelos é diferente. Como era esperado, os maiores valores de FM apareceram quando a frequência de desprendimento dos vórtices do modelo mudo de secção circular coincidiu com a frequência natural do modelo dinâmico, localizado dentro da esteira do modelo mudo. É o chamado **martelamento ressonante**, que nesses ensaios apareceu com $V_r=6,8$.

A Fig.4.2-7 mostra que em ambas as direções apareceram fatores de martelamento de 3,2.

4.2.7. Ensaios de Kareem [4-8]

a) Foram simulados dois tipos de vento:

- Vento 1, de turbulência baixa (Intensidade de turbulência “levemente abaixo da correspondente a superfícies de água, no terço superior do modelo”)
- Vento 2, de turbulência média (correspondente a subúrbio).

Os modelos tinham todos as mesmas dimensões $a \times b \times h = 76 \times 76 \times 457\text{mm}$ (1x1x6).

Foram ensaiadas 18 configurações, com um ou dois modelos mudos a barlavento do modelo dinâmico, tendo sido medidos os deslocamentos no topo do modelo dinâmico. O Fator de Martelamento referia-se ao desvio padrão do deslocamento deste topo.

Foram medidas as velocidades do vento na esteira do modelo mudo, para identificar a presença de alguma estrutura organizada na esteira.

b) Um modelo mudo

Os maiores valores de FM apareceram com uma localização lateral do modelo mudo igual a $2a$ ($y = 2a$) e com $x = 4a, 8a, 10a$ e $12a$. A Fig.4.2-8 apresenta os valores de FM em função da velocidade reduzida para diversas localizações do modelo mudo.

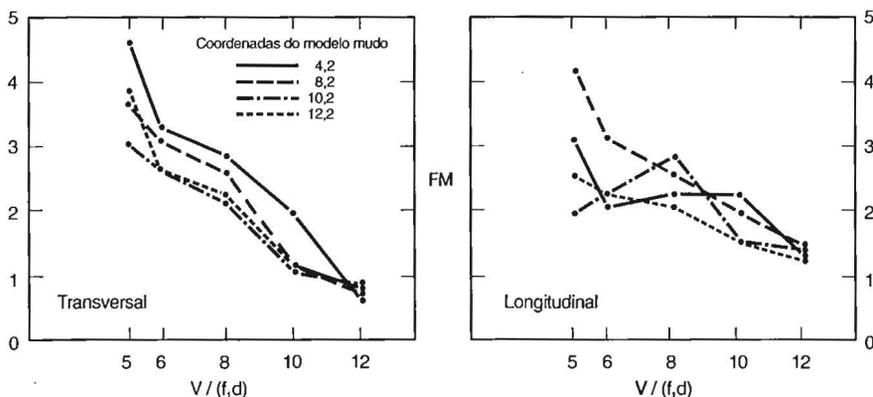


Figura 4.2-8 – Fatores de Martelamento para um modelo mudo [4-8]

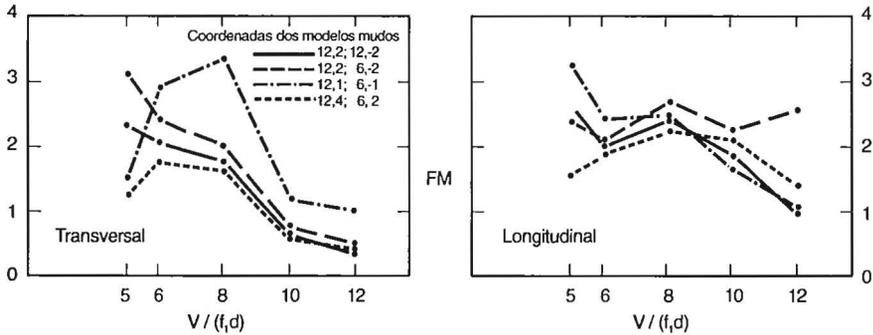


Figura 4.2-9 – Fatores de Martelamento para dois modelos mudos [4-8]

c) Dois modelos mudos

Os modelos mudos foram colocados tanto em localizações simétricas como não simétricas, em relação ao eixo x . Na Fig.4.2-9 aparece a variação de FM em função da velocidade reduzida para diversas localizações dos modelos mudos.

d) Kareem verificou que para as duas direções de oscilação (longitudinal e transversal ao vento), para ambos os casos (um ou dois modelos mudos), os Fatores de Martelamento foram maiores com vento de baixa turbulência e que seus valores diminuíram com o aumento da velocidade reduzida.

O espectro das flutuações de velocidade na esteira do modelo mudo sugere que a intensidade de turbulência do escoamento incidente influi muito no martelamento. Uma intensidade de turbulência baixa (vento 1), conclui Kareem, favorece uma esteira com um alto conteúdo de energia em uma faixa estreita de frequências. Isto é, teremos um desprendimento de vórtices bem organizado, com sua energia fortemente concentrada em torno de uma frequência bem definida (“flutuações bem correlacionadas”), os quais vão excitar melhor o modelo dinâmico, originando altos valores de FM. Com o vento mais turbulento (vento 2) há uma redistribuição da energia contida nas flutuações da esteira do(s) modelo(s) de barlavento em uma faixa mais larga de frequências; a ação excitadora sobre o modelo dinâmico será mais caótica, conduzindo a um menor FM.

4.2.8. Ensaios de Taniike [4-9]

a) Foi simulado um vento correspondente a campo aberto, com um expoente do perfil vertical de velocidades médias $p = 0,14$. Velocidade no topo dos modelos: 6,0m/s. Número de Reynolds do modelo dinâmico: $Re = 2,87 \times 10^4$. Dimensões deste modelo: $a \times b \times h = 70 \times 70 \times 315 \text{mm}$ ($1 \times 1 \times 4,5$).

Foram três os modelos mudos ensaiados sucessivamente:

- modelo pequeno: $a \times b \times h = 28 \times 28 \times 315 \text{mm}$ ($1 \times 1 \times 12,25$);
- modelo médio: $a \times b \times h = 70 \times 70 \times 315 \text{mm}$ ($1 \times 1 \times 4,5$);

– modelo grande: $a \times b \times h = 175 \times 175 \times 315 \text{ mm}$ (1x1x1,8).

Ou seja, todos os três têm a mesma altura do modelo dinâmico e o lado da base, respectivamente, $a/2,5$, a , $2,5a$.

Foram medidos os arrastos (forças na direção do vento) e as forças laterais médias e flutuantes, por meio de uma balança de forças e calculados os respectivos Fatores de Martelamento.

b) A Fig.4.2-10 apresenta as curvas de nível do fator de martelamento correspondente aos desvios padrão do arrasto e da força lateral flutuantes.

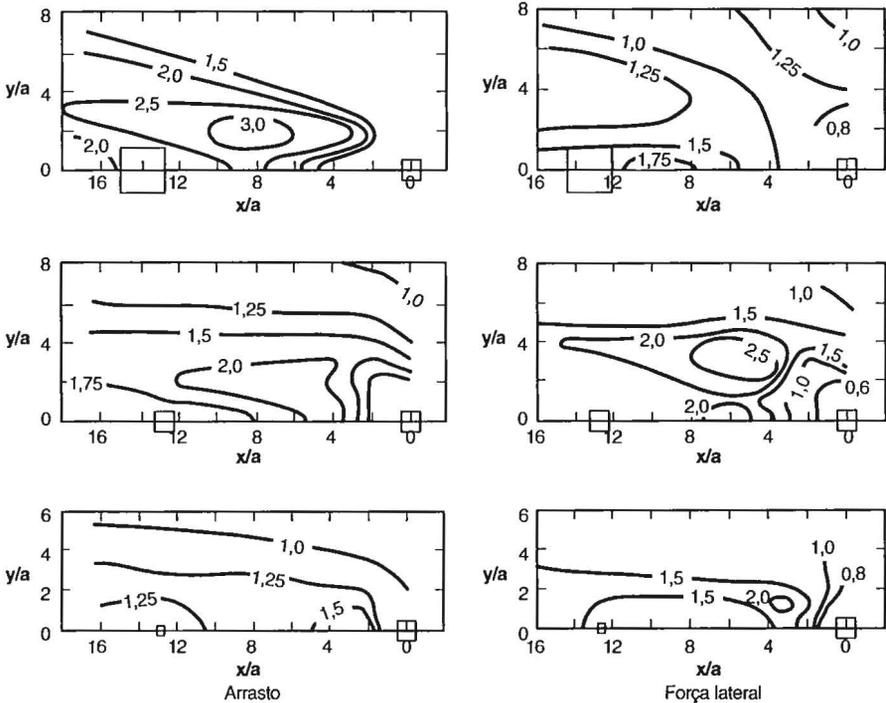


Figura 4.2-10 – Fator de Martelamento do desvio padrão do arrasto e da força lateral [4-9]

FM do arrasto flutuante aumenta com o tamanho do modelo mudo, chegando à curva correspondente a $FM = 3$, com o maior deles. Quanto à força lateral flutuante, FM aumenta quando se passa do modelo mudo pequeno para o médio (curva de maior valor: $FM=2,5$) mas diminui com o modelo mudo grande. Neste último caso o maior valor ($FM=1,75$) apareceu com os dois modelos alinhados na direção do vento. Para todos os outros casos, seja para arrasto ou para força lateral, o maior valor de FM apareceu com o modelo mudo não alinhado com o modelo dinâmico, em relação à direção do vento.

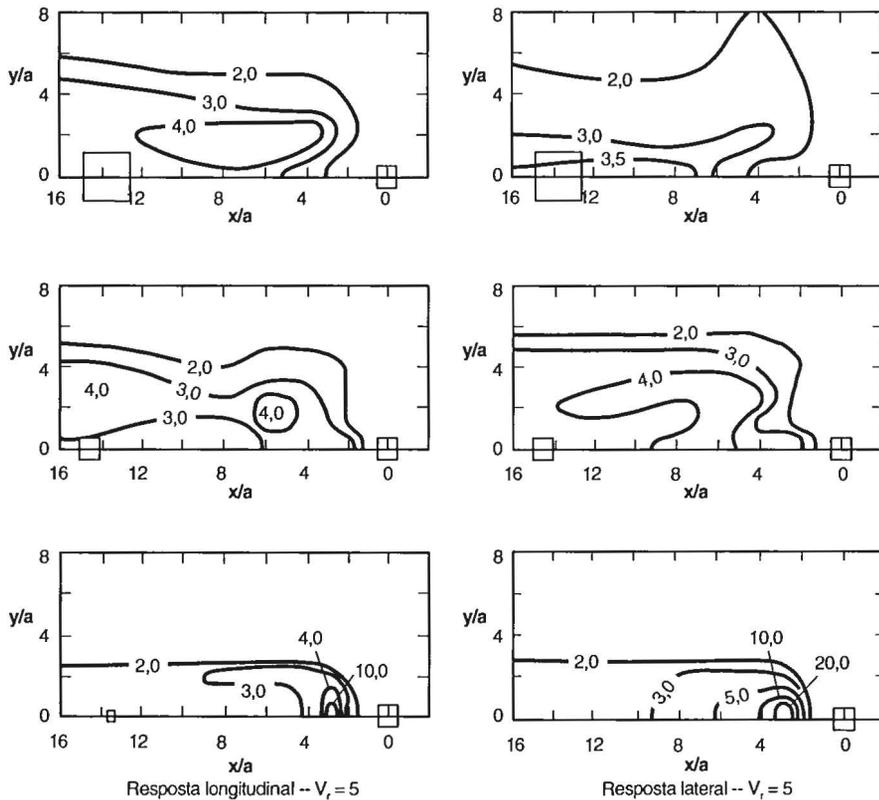


Figura 4.2-11 – Fator de Martelamento das respostas longitudinal e transversal (Desvio padrão dos deslocamentos no topo) [4-10]

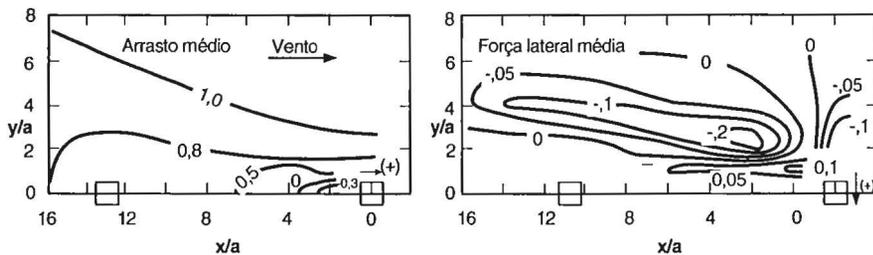


Figura 4.2-12 – Fator de “Martelamento” (Vizinhança) do arrasto e da força lateral médios [4-10]

c) No que diz respeito à **resposta** (até agora tratou-se da **ação**) do modelo dinâmico, em outro trabalho [4-10] são apresentadas curvas de nível dos fatores de martelamento relativos aos desvios padrão dos deslocamentos do topo do modelo dinâmico nas direções dos dois eixos de referência (paralelos aos lados das bases dos modelos). Estes resultados são apresentados na Fig.4.2-11 e mostram um FM de até 20, na direção transversal, e de até 10, na direção longitudinal (direção do vento). Observe-se que estes altos valores de FM apareceram com o modelo mudo pequeno. Com os outros dois modelos mudos os maiores valores de FM não ultrapassaram 4, em ambas as direções. Há uma grande região de localização de qualquer um dos modelos mudos que conduz a FM=2.

d) A Fig.4.2-12 apresenta as curvas de nível de FM para o arrasto médio e para a força lateral média (a rigor, não se trata de martelamento, mas de uma ação estática) para o modelo mudo médio (mesmas dimensões do modelo dinâmico).

Observa-se, no arrasto, um efeito de proteção efetiva, com FM menor que a unidade. Quando o modelo mudo está muito próximo do modelo dinâmico e ao menos aproximadamente alinhado com ele na direção do vento, FM é negativo: a força de arrasto no modelo dinâmico é de sentido contrário ao vento, como já tinha sido constatado em vários ensaios de diversos autores.

Quanto ao FM da força lateral média, ele foi positivo com o modelo mudo deslocando-se ao longo da ordenada $y = a$. Para a maioria das localizações do modelo mudo, FM foi negativo, atingindo uma curva mínima de -0,20.

4.2.9. Ensaios de Zhang, Kwok e Xu [4-11]

a) O vento simulado correspondia a vento sobre campo aberto, com $p = 0,15$, $I_1 \cong 10\%$ e $L_1 = 300\text{mm}$, estes últimos dois parâmetros no topo do modelo elástico. Este tinha dimensões $a \times b \times h = 100 \times 100 \times 500\text{mm}$. Sendo a escala geométrica igual a 1/400, corresponde a um edifício com $40 \times 40 \times 200\text{m}$, sendo $f_1 = 0,4\text{Hz}$, a massa específica estrutural igual a 240kg/m^3 e a razão de amortecimento crítico $\zeta = 1\%$.

Nestes ensaios foram estudados efeitos de torção, sendo o modelo dinâmico de madeira, apoiado em um sistema que permitia apenas movimentos por torção. Foram usados sucessivamente quatro modelos mudos, dois de secção quadrada e dois de secção circular, todos eles com a mesma altura do modelo dinâmico. As dimensões, em planta, destes modelos eram as seguintes:

Modelo	M1	M2	M3	M4
Dimensões (mm)	100 x 100	Ø 100	60 x 60	Ø 60

Como em vários dos ensaios anteriormente comentados, o modelo mudo

foi colocado em diversos pontos a barlavento ou a sotavento do modelo dinâmico, com estes pontos definidos por um sistema ortogonal de coordenadas:

- no eixo x (paralelo ao vento): de $10a$ a $-4a$
- no eixo y (perpendicular ao vento): de 0 a $6a$.

b) Foram medidos:

- valor médio e desvio padrão do ângulo de torção, θ ;
- valor médio e desvio padrão do momento torsor, M_t .

Para a velocidade reduzida foi considerada a frequência natural fundamental da vibração torsional.

c) Modelo mudo M1

O modelo mudo é de mesmas dimensões que o modelo dinâmico. A Fig.4.2-13 apresenta as curvas de nível do fator de martelamento referente ao desvio padrão da resposta em torção, para uma velocidade reduzida $V_r = 10$.

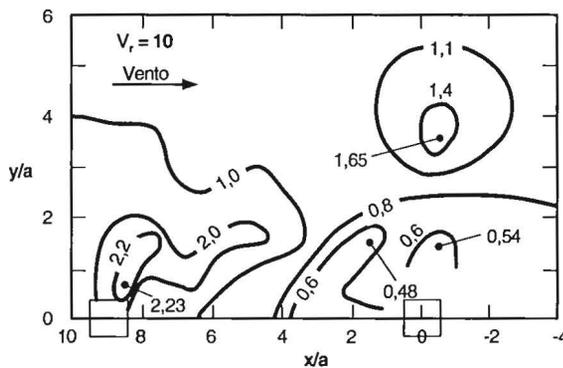


Figura 4.2-13 – Fator de martelamento do desvio padrão da resposta torsional. Modelo mudo paralelepípedo [4-11]

O maior valor de FM correspondeu ao modelo mudo colocado em $(x,y)=(8,5a;a)$: $FM=2,23$. Confirmando ensaios já comentados, vê-se que o maior efeito de interação apareceu com os modelos bastante afastados. Se estão muito próximos, há uma proteção efetiva, com FM baixando até 0,54. Os autores admitem que deve ter havido um martelamento ressonante, “no qual a frequência dos vórtices na esteira do modelo mudo coincide com a frequência natural do modelo elástico”.

Também com o modelo mudo colocado lateralmente ao modelo dinâmico, e não muito próximo, foi constatado um valor elevado: $FM = 1,65$, para $(x,y) = (-0,5a; 3,5a)$. Neste caso houve um aumento das flutuações do vento e das respectivas pressões em apenas um lado do modelo dinâmico, o que causou nele uma força assimétrica, isto é, uma torção, concluem os autores. Este efeito, continuam eles, depende da velocidade do vento e da separação

entre modelos, pois não apareceu com $VR = 4$ e 6 , nem com separações laterais menores.

d) Modelo mudo M2

O modelo mudo é um cilindro circular, de diâmetro igual ao lado da base do modelo dinâmico e de mesma altura. As curvas de nível de FM podem ser vistas na Fig.4.2-14. Neste caso FM máximo apareceu com os modelos mais próximos, com o centro do modelo mudo no ponto de coordenadas $(x,y) = (4a; 1,5a)$: $FM = 2,16$.

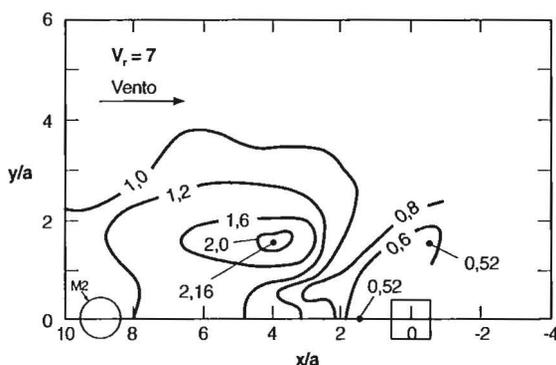


Figura 4.2-14 – Fator de Martelamento do desvio padrão da resposta torsional. Modelo mudo cilíndrico circular [4-11]

A Fig.4.2-14 corresponde a $V_r = 7$, velocidade para a qual o número de Strouhal do cilindro ($St \cong 0,14$) conduz a uma freqüência de desprendimento de vórtices que aproximadamente coincide com a freqüência natural à torção do modelo dinâmico, originando um martelamento ressonante..

O valor máximo de FM esteve um pouco abaixo do que apareceu com o modelo M1. Entretanto, a velocidade é menor e o correspondente efeito de martelamento deverá aparecer mais freqüentemente, concluem os autores.

e) Modelo mudo M3

Trata-se do modelo paralelepípedo menor. Neste caso o efeito de martelamento ressonante apareceu com $V_r = 6$, que corresponde ao desprendimento de vórtices em uma freqüência coincidente com a freqüência natural à torção do modelo dinâmico ($St \cong 0,10$). As curvas de nível de FM da Fig.4.2-15 referem-se a $V_r = 6$, com um valor máximo $FM = 1,98$, para o centro do modelo mudo situado em $(x,y) = (3,5a; 1,5a)$.

f) Modelo mudo M4

Com o modelo cilíndrico pequeno, o máximo FM esteve muito próximo

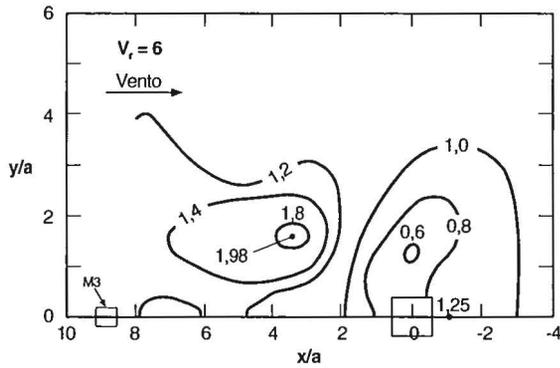


Figura 4.2-15 – Fator de Martelamento do desvio padrão da resposta torsional. Modelo mudo paralelepípedo pequeno [4-11]

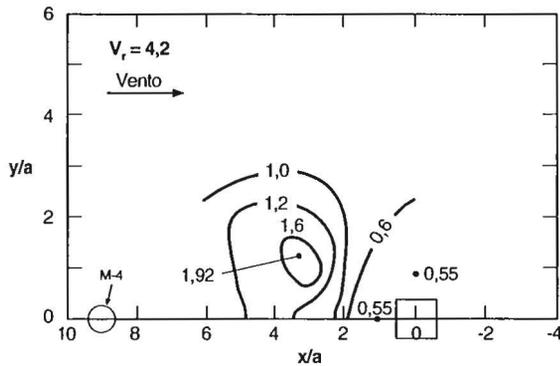


Figura 4.2-16 – Fator de Martelamento do desvio padrão da resposta torsional. Modelo mudo cilíndrico circular pequeno [4-11]

do valor da caso anterior: $FM = 1,92$ (Fig.4.2-16). Também aqui o fenômeno foi de martelamento ressonante, obtido com $V_r = 4,2$.

4.3. ENSAIOS NO BRASIL

4.3.1. Modelo de edifício [4-12],[4-13]

a) O Laboratório de Aerodinâmica das Construções (LAC) do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) fez algumas pesquisas neste tema, aproveitando um modelo aeroelástico originalmente usado em uma dissertação de mestrado

[4-14]. Este modelo corresponde a um edifício de 17 pavimentos (reproduzidos um a um), com as seguintes características:

- altura: 417mm
- dimensões da base: $a \times b = 96 \times 96 \text{ mm}$
- proporções: $a \times b \times h = 1 \times 1 \times 4,3$
- frequência fundamental: $f_1 = 47,6 \text{ Hz}$.

O modelo foi feito montando pilares e peças monolíticas que incluíam lajes e viga de cada piso. O material utilizado foi epoxi metalizado, de massa específica 2690 kg/m^3 , módulo de Young igual a $137 \times 10^3 \text{ MPa}$ e uma razão de amortecimento crítico de 1,2%. Estes dois últimos parâmetros dependem da temperatura; os valores indicados são valores médios para o âmbito de temperaturas durante os ensaios.

Um acelerômetro Brüel & Kjaer, tri-axial, foi fixado no último piso.

b) Um modelo mudo, com as mesmas dimensões do modelo aeroelástico, foi colocado em 15 posições de vizinhança, a barlavento ou ao lado do modelo aeroelástico, ao longo de quatro curvas (Fig.4.3-1) As faces de ambos os modelos conservaram-se paralelas aos eixos de referência (eixo x na direção do vento médio). A primeira curva (Curva 1) coincide com o eixo x . A segunda (Curva 2) está aproximadamente centrada entre a curva 1 e a curva 3, sendo que esta última fica próxima ao contorno médio da esteira do modelo mudo isolado. Este contorno foi definido com testes de visualização da esteira por meio de fios de lã. A curva 4 coincide com o eixo y . Na Fig.4.3-1 o sistema de coordenadas foi centrado no modelo mudo e, em relação a ele, a posição do modelo elástico é que variou, a sotavento ou ao lado do modelo mudo.

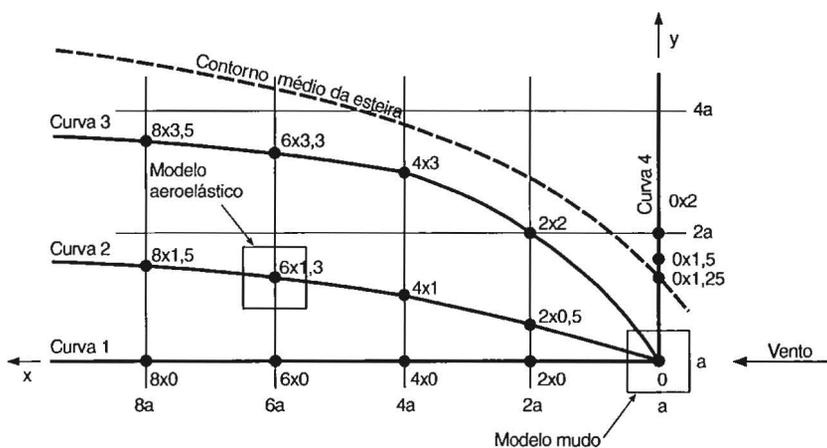


Figura 4.3-1 – Localização dos modelos

c) Foram medidos os desvios padrão das duas componentes da aceleração no último piso, tanto para o modelo isolado como para os dois modelos, nas 15 posições relativas indicadas na Fig.4.3-1. Os testes foram feitos com uma velocidade reduzida $V_r=3,5$.

Foram usados dois tipos de escoamento de ar:

– um escoamento de baixa turbulência ($I_1 \cong 1\%$) e de velocidade média aproximadamente uniforme (escoamento suave);

– um escoamento de ar que simula vento de grandes cidades, com expoente da lei potencial do perfil de velocidades médias $p = 0,34$ (escoamento turbulento).

d) Um resumo dos resultados aparece na Tabela 4.3-1, a qual contém os valores adimensionais das componentes da aceleração no topo do modelo e os respectivos fatores de martelamento. Nesta tabela:

σ_x – desvio padrão da componente longitudinal da aceleração no último pavimento;

σ_{x0} – σ_x para o modelo isolado, em escoamento suave;

σ_y – desvio padrão da componente transversal da aceleração no último pavimento;

FM_x - fator de martelamento correspondente a σ_x ;

FM_y - fator de martelamento correspondente a σ_y .

e) A tabela 4.3-1 mostra que os mais altos valores de σ_x / σ_{x0} , para ambos os escoamentos, apareceram ao longo da curva **2**, com um aumento de 78% para escoamento suave (posição 4x1) e de 95% para escoamento turbulento (posição 2x0,5). Os mais altos valores de σ_y / σ_{y0} , para ambos os escoamentos, apareceram ao longo da curva **1**, com um aumento de 116% para escoamento suave (posição 2x0) e de 114% para escoamento turbulento (posição 2x0). O parâmetro σ_x / σ_{x0} geralmente é maior em escoamento turbulento. Para o parâmetro σ_y / σ_{y0} não há uma tendência definida.

f) Quanto ao Fator de Martelamento, da Tabela 4.3-1 e da Fig.4.3-2 pode ser concluído que:

– Em escoamento suave os mais altos valores de FM foram $FM_x = 1,78$ (curva **2**, posição 4x1).

– Em escoamento turbulento os mais altos valores de FM foram $FM_x = 1,45$ (curva **2**, posição 2x0,5) e $FM_y = 1,37$ (curva **1**, posição 2x0).

Isto é, os maiores Fatores de Martelamento apareceram na curva **2** para a componente **x** e na curva **1** para a componente **y**.

g) Verifica-se, pois, que o efeito de martelamento não diminui, dentro de certos limites, com o afastamento entre modelos. No âmbito dos ensaios, o maior efeito de martelamento foi constatado com um afastamento $x/a = 4$: $FM_x = 1,78$.

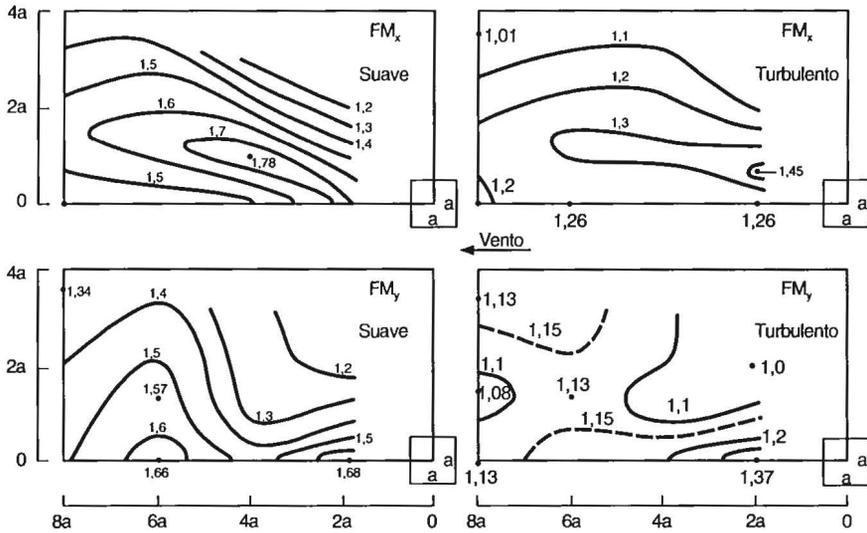


Figura 4.3-2 – Fator de martelamento do desvio padrão das acelerações no último pavimento [4-12],[4-13]

Tabela 4.3-1
Fatores de martelamento e desvios padrão da aceleração no último pavimento do modelo

Localização		Escoamento suave				Escoamento turbulento			
Curva	Pos.	Longitudinal		Transversal		Longitudinal		Transversal	
	$\frac{x}{a} \times \frac{y}{a}$	σ_x/σ_{x0}	FM_x	σ_y/σ_{y0}	FM_y	σ_x/σ_{x0}	FM_x	σ_y/σ_{y0}	FM_y
1	2 x 0	1,73	1,73	2,16	1,68	1,62	1,20	2,14	1,37
	4 x 0	1,49	1,49	1,87	1,46	1,66	1,24	1,85	1,19
	6 x 0	1,42	1,42	2,14	1,66	1,68	1,26	1,82	1,17
	8 x 0	1,42	1,42	1,92	1,49	1,59	1,19	1,76	1,13
2	2 x 0,5	1,64	1,64	1,87	1,45	1,95	1,45	1,84	1,18
	4 x 1	1,78	1,78	1,63	1,26	1,77	1,32	1,68	1,08
	6 x 1,3	1,67	1,67	2,03	1,57	1,78	1,32	1,77	1,13
	8 x 1,5	1,58	1,58	1,84	1,43	1,63	1,22	1,69	1,08
3	2 x 2	1,22	1,22	1,49	1,15	1,42	1,06	1,56	1,00
	4 x 3	1,18	1,18	1,57	1,22	1,50	1,12	1,74	1,12
	6 x 3,3	1,43	1,43	1,82	1,41	1,45	1,08	1,82	1,17
	8 x 3,5	1,38	1,38	1,73	1,34	1,36	1,01	1,85	1,18
4	0 x 1,25	0,84	0,84	1,25	0,95	1,39	1,03	1,46	0,94
	0 x 1,5	0,95	0,95	1,22	0,93	1,44	1,07	1,37	0,88
	0 x 2	1,05	1,05	1,21	0,93	1,60	1,19	1,38	0,89
Isolado		1,00	1,00	1,29	1,00	1,34	1,00	1,56	1,00

4.3.2. Modelos de pilares de viaduto

a) O estudo do martelamento a seguir comentado foi parte de pesquisa feita para determinar as características dinâmicas dos pilares do viaduto nº 13 da Ferrovia L-35, Roca Sales – Passo Fundo, RS. São pilares de forma tronco piramidal, vazados, de grande altura (130,80m) e muito esbeltos (dimensões na base: 16,08 x 5,22m; no topo: 3,00 x 1,30m). O estudo em

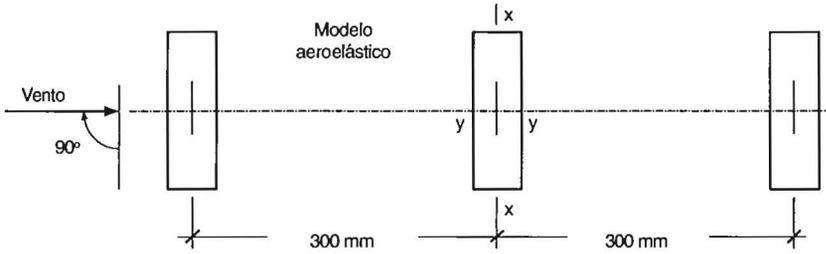


Figura 4.3-3 – Localização dos modelos de pilares de viaduto

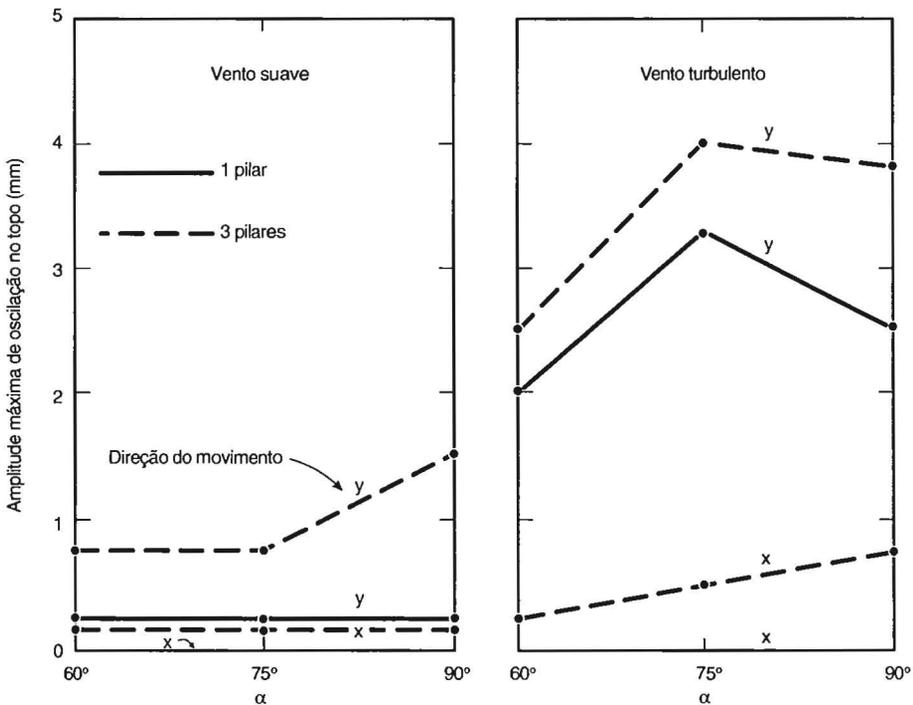


Figura 4.3-4 – Efeitos de martelamento em modelo de pilar de viaduto. $V = 16,7\text{m/s}$

modelo reduzido aeroelástico mostrou que estes pilares apresentavam um efeito de galope muito pronunciado, o qual será tratado em 6.4.4.

b) Além disso, embora de pouca importância, apareceu um efeito de martelamento para vento incidindo obliquamente à linha dos pilares. Para estudar este fenômeno foram usados modelos de três pilares adjacentes, o do centro aeroelástico e os outros dois mudos (Fig.4.3-3). A escala geométrica dos modelos foi de 1/100. A razão de amortecimento crítico do modelo aeroelástico foi $\zeta = 1,1\%$ e as frequências fundamentais, em flexão, foram $f_{1x} = 22\text{Hz}$ (na direção do eixo maior da secção) e $f_{1y} = 9\text{Hz}$ na direção do eixo menor)

Efeitos de martelamento apareceram para vento soprando entre 90° e 60° (Fig.4.3-3). Os ensaios foram feitos com vento suave e uniforme ($I_1 \cong 1\%$) e com vento turbulento e uniforme ($I_1 \cong 11\%$), este último gerado por uma grelha de malha quadrada.

c) Foram medidas as amplitudes máximas de oscilação no topo do modelo aeroelástico, nas duas direções coordenadas. Os resultados aparecem na Fig.4.3-4.

Com vento suave as oscilações são todas elas muito pequenas. Proporcionalmente, o efeito de martelamento foi alto (FM_y a 90° igual a 6,0), porém sem importância no que diz respeito aos esforços na estrutura. Com vento turbulento as oscilações com o modelo aeroelástico isolado são maiores. O maior valor de FM_y foi de 1,5, a 90° . O valor máximo de deslocamento do topo apareceu a 75° , com $FM_y = 1,2$. A velocidade do vento nesses ensaios foi de 16,7m/s (60km/h), que corresponde, ao vento natural, a uma velocidade de 48,1m/s (173km/h).

4.4. COMENTÁRIOS

a) Os ensaios descritos neste capítulo mostram a complexidade do fenômeno de martelamento. Não temos aqui um problema determinístico de tratamento matemático simples, como é o caso de vibrações por vórtices de Kármán (a ser tratado no capítulo 5), nem um problema aleatório, de “caos completo”, que permite um tratamento probabilístico, como o visto no capítulo 3.

Uma conclusão importante é a de que os maiores efeitos dinâmicos causados por uma ou algumas poucas edificações situadas a barlavento da edificação em estudo aparecem quando a distância entre elas é da ordem de dez vezes uma dimensão característica da base das edificações (lado da secção quadrada, média geométrica dos lados de uma secção retangular, por exemplo).

Os efeitos mais importantes aparecem quando temos o **martelamento ressonante**: uma das frequências naturais da edificação coincide com a frequência dominante nos turbilhões gerados no ou nos obstáculos situados a bar-

lavento. Estes turbilhões têm sua energia concentrada em uma faixa de frequências tanto mais estreita quanto menor for a turbulência do vento incidente.

b) A maior resposta em flexão costuma ser na direção transversal ao vento, direção para a qual é maior a força devida aos vórtices que se desprendem das edificações situadas a barlavento. Oscilações por torção também podem ser consideráveis.

c) Uma edificação a barlavento mais alta que a em estudo causará uma resposta maior do que se ambas forem de mesma altura. Se for mais baixa, a resposta será ainda menor. Isto porque quanto mais alteada (altura preponderante sobre as dimensões da base) for uma edificação, menor a influência desorganizadora do escoamento que passa pelo topo sobre os turbilhões predominantemente horizontais, que se desprendem cadenciadamente das arestas verticais desta edificação. Assim, se a edificação a barlavento for suficientemente mais alta que a outra, sobre esta última incidirão turbilhões bem organizados, com sua energia concentrada em uma faixa estreita de frequências.

d) Em alguns ensaios os maiores fatores de martelamento apareceram com velocidades reduzidas, V_r , baixas. Por exemplo, nos ensaios de Saunders e Melbourne (item 4.2.5) o maior valor de FM na direção longitudinal foi $FM_{My} = 1,94$, com $V_r = 2$.

Para $V_r = 6$ a velocidade do vento será três vezes maior e a força correspondente nove vezes maior. Conseqüentemente, mesmo com um FM menor, os efeitos poderão ser maiores com velocidades reduzidas maiores.

Para fixar valores numéricos, consideremos o edifício correspondente aos ensaios de Bailey e Kwok (item 4.2.6), com 216m de altura (h), base 24x24m (a x b) e $f_1 = 0,2\text{Hz}$. teremos:

$$V_r = \bar{V}(h) / (f_1 a) \rightarrow \bar{V}(h) = V_r f_1 a$$

$$\text{Para } V_r = 2: \bar{V}(h) = 2 \times 0,2 \times 24 = 9,6\text{m/s (35km/h)}$$

$$\text{Para } V_r = 6: \bar{V}(h) = 6 \times 0,2 \times 24 = 28,8\text{m/s (104km/h)}$$

As respectivas pressões dinâmicas ($\rho V^2 / 2$) estarão na razão de 1 x 9.

Pela norma brasileira NBR-6123 [4-15], tabela 22, Categoria IV de rugosidade:

$$\bar{V}(h) = \bar{V}(216\text{m}) = 0,95 V_o \rightarrow V_o = \bar{V}(216) / 0,95 = 1,05 \bar{V}(216).$$

Isto é a velocidade básica V_o é 5% maior que a velocidade a 216m de altura, em terreno de categoria IV. Lembramos que V_o é a velocidade de uma rajada de três segundos de duração, com um período médio de recorrência de 50 anos, a 10m de altura, em terreno de Categoria II (campo aberto e plano).

e) Modelos de duas edificações a barlavento, simetricamente situados em relação ao eixo (da base da edificação em estudo) paralelo ao vento, provocaram momentos de tombamento, em ambas as direções, bem superiores aos que apareceram com um só modelo a barlavento. Também aqui os efeitos dinâmicos foram bem maiores com os dois modelos de barlavento mais altos que o modelo em estudo.

REFERÊNCIAS

- 4-1. BLESSMANN, J. *Ação do vento em edifícios*. 2.ed. Porto Alegre, Ed. Universidade/UFRGS, 1989. [Série Engenharia Estrutural, 7.]
- 4-2. WOOTTON, L.R.; SCRUTON, C. Aerodynamic instability. In: *The Modern design of wind-sensitive structures*. London: Construction Industry Research and Information Association, 1971, p.65-81.
- 4-3. MELBOURNE, W.H. Cross-wind response of structures to wind action. In: *4th International Conference on Wind Engineering*, Heathrow, UK, 1975. Anais: Cambridge University Press, Cambridge, 1977, p.343-358.
- 4-4. MELBOURNE, W.H.; SHARP, D.B. Effects of upwind buildings on the response of tall buildings. In: *Regional Conference on Tall Buildings*. Hong-Kong, 1976. Anais, p.174-191.
- 4-5. RUSCHEWEYH, H. Dynamic response of high rise buildings under wind action with interference effects from surrounding buildings of similar size. In: *5th International Conference on Wind Engineering*. Colorado: Fort Collins, 1979. Anais, v.2, VI-6 [Pre-prints].
- 4-6. SAUNDERS, J.W.; MELBOURNE, W.H. Buffeting effects of upstream buildings. In: *5th International Conference on Wind Engineering*. Colorado: Fort Collins, 1979. Anais, v.1, V-9 [Pre-prints].
- 4-7. BAILEY, P.A.; KWOK, K.C.S. Interference excitation of twin tall buildings. *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.21, n.3, p.323-338, Dec. 1985.
- 4-8. KAREEM, A. The effect of aerodynamic interference on the dynamic response of prismatic structures. *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.25, n.3, p.365-372, Mar. 1987.
- 4-9. TANIIKE, Y. Interference mechanism for enhanced wind forces on neighboring tall buildings. *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.42, n.1-3, p.1073-1083, Oct. 1992.
- 4-10. TANIIKE, Y.; INAOKA, H. Aeroelastic behavior of tall buildings in wakes. In: *7th International Conference on Wind Engineering*, Aachen, 1987. *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.28, n.1-3, p.317-327, Aug. 1988.
- 4-11. ZHANG, W.J.; KWOK, K.C.S.; XU, Y.L. Aeroelastic torsional behaviour of tall buildings in wakes. *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.51, n.2, p.229-248, Feb. 1994.
- 4-12. BLESSMANN, J. Buffeting effects on neighbouring tall buildings. *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.18, n.1, p.105-110, Feb.1985.
- 4-13. BLESSMANN, J. Ação e efeitos do vento em estruturas esbeltas de concreto armado. In: *Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto Armado*. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1989.
- 4-14. GALINDEZ, E.E. *Resposta dinâmica de estruturas na direção da velocidade média do vento*. Porto Alegre: Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS, 1979. (Dissertação de Mestrado.)
- 4-15. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT : Norma Brasileira NBR-6123: "Forças devidas ao vento em edificações". Rio de Janeiro, 1988.

SIMBOLOGIA

- a – maior dimensão em planta (secção retangular)
b – menor dimensão em planta (secção retangular)
 $C_{\sigma M}$ – coeficiente adimensional de tombamento [Fórmula (4.2-1)]
d – diâmetro de um cilindro circular
d – dimensão de referência (por exemplo, diagonal ou lado maior de uma secção retangular)
 f_1 – frequência do primeiro modo natural de vibração (modo fundamental)
FM – fator de martelamento: razão entre o valor do efeito em estudo com a presença de modelo(s) a barlavento e o valor deste efeito com o modelo isolado
 FM_{M_x} – Fator de Martelamento correspondente ao momento de tombamento M_x
 FM_{M_y} – Fator de Martelamento correspondente ao momento de tombamento M_y
 FM_x – Fator de Martelamento para deslocamento na direção **x**
 FM_x – Fator de martelamento para aceleração na direção **x**
 FM_y – Fator de Martelamento para deslocamentos na direção **y**
 FM_y – Fator de martelamento para aceleração na direção **y**
g – fator de pico
h – altura de um modelo ou edificação
 l_1 – Intensidade da componente longitudinal da turbulência
 l_1 – largura: dimensão horizontal perpendicular à direção do vento
 l_2 – profundidade: dimensão horizontal paralela à direção do vento
 M_x – Momento de tombamento em torno do eixo **x**
 M_y – Momento de tombamento em torno do eixo **y**
 M_z – Momento torsor (giro em torno do eixo **z**)
 $\overline{M_x}$ – valor médio do momento de tombamento em torno do eixo **x**
 $\overline{M_y}$ – valor médio do momento de tombamento em torno do eixo **y**
 \hat{M}_x – valor de pico do momento de tombamento em torno do eixo **x**
 \hat{M}_y – valor de pico do momento de tombamento em torno do eixo **y**
p – expoente da lei potencial do perfil vertical de velocidades médias do vento
s – espaçamento entre eixos verticais de dois modelos
V – velocidade do vento, em geral
 $\overline{V}(h)$ – velocidade média horária no topo da edificação ou modelo
 V_r – velocidade reduzida: $V_r = V / (f_1 d)$
 Y_o – máxima amplitude de deslocamento no topo do modelo ou edificação
 ζ – razão de amortecimento crítico

θ – ângulo de torção

ρ – massa específica do ar

σ_{M_x} – desvio padrão do momento (flutuante) de tombamento transversal, M_x

σ_{M_y} – desvio padrão do momento (flutuante) de tombamento na direção longitudinal, M_y

σ_x – desvio padrão da componente longitudinal da aceleração no último pavimento

σ_y – desvio padrão da componente transversal da aceleração no último pavimento

σ_{x_0} – σ_x para modelo isolado, em escoamento suave

Capítulo 5

VIBRAÇÕES POR DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

5.1. CONCEITOS BÁSICOS

a) Em muitos corpos rombudos (isto é, de forma não aerodinâmica) situados em escoamentos com número de Reynolds a partir de, aproximadamente, 30, aparece um desprendimento alternado de vórtices, com uma frequência bem definida. São os chamados **vórtices de Kármán**, que originam forças periódicas, oblíquas em relação à direção do vento médio. Considerando suas componentes, as forças alternadas na direção do vento ocorrem na frequência do desprendimento individual dos vórtices, enquanto que as forças alternadas na direção transversal (designadas por **forças laterais**) ao vento ocorrem na frequência do desprendimento de cada par de vórtices.

Essas componentes das forças tendem a produzir oscilações nas direções em que agem. Entretanto, as forças na direção do vento são pequenas em comparação com as forças na direção transversal ao vento. Na prática, oscilações na direção do vento, por desprendimento de vórtices alternados, raramente acontecem. Adquirem maior importância em escoamentos de água. Oscilações por esta causa, em cilindros de seção circular imersos em escoamentos de água, foram detectadas e/ou estudadas por Mandini [5-1], Sainsbury e King [5-2] e Dickens [5-3].

Por outro lado, oscilações causadas pelas forças periódicas transversais ocorrem em muitas edificações cilíndricas ou quase cilíndricas (seção transversal variando suavemente). Cilindros de seção retangular (incluindo a quadrada), triangular ou com outras formas de cantos vivos estão sujeitas a excitações mais fortes por desprendimento de vórtices que o próprio cilindro circular, que é o cilindro geralmente citado e, sem dúvida, o mais estudado.

b) Nos casos da Fig.5.1-1 os pulsos de pressão se transmitem de um lado a outro e mantêm o sincronismo do desprendimento de vórtices.

Nos casos da Fig.5.1-2 os pulsos de pressão são interceptados pelas placas situadas na esteira ou pelas faces laterais do cilindro. Não aparecem vórtices de Kármán, mas sim vórtices alternados aleatoriamente desprendidos.

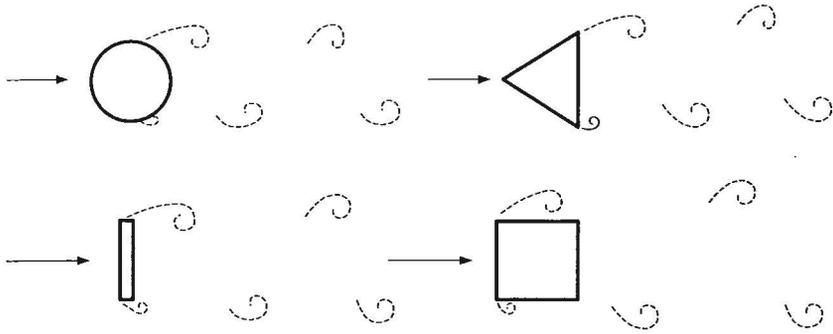


Figura 5 1-1 – Vórtices de Kármán

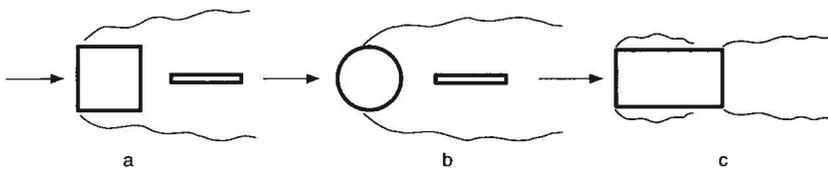


Figura 5.1-2 – Vórtices aleatórios

c) Estudaremos apenas as oscilações causadas pelas forças periódicas laterais (perpendiculares à direção do vento médio), em escoamentos de ar. Para que o fenômeno dos vórtices de Kármán ocorra de um modo bem definido e coerente ao longo de todo o cilindro, é necessário que este tenha uma forma rombuda de contorno curvo ou poligonal e seja de alongamento (relação entre o comprimento do eixo do cilindro e sua largura) considerável. Quanto ao escoamento, deve ser de baixa turbulência (suave) e ao menos aproximadamente uniforme (em sua velocidade média). Não deve haver recolamento do escoamento após a primeira separação (Fig. 5.1-2.c). Na prática, diversas causas impedem que se consiga uma coerência perfeita no desprendimento dos vórtices, como será visto mais adiante.

d) Um parâmetro de importância é o **número de Strouhal, St**, que estabelece uma relação entre a frequência de desprendimento de um par de vórtices, f_s , as dimensões do cilindro (através de uma dimensão linear característica, L) e a velocidade do vento, V :

$$St = f_s L / V \quad (5.1-1)$$

O número de Strouhal refere-se à frequência predominante. Na realidade, há uma faixa de frequências na qual surgem contribuições aleatórias para as forças flutuantes. Em certos casos a frequência predominante enfra-

quece (vórtices de Kármán fracos) e fica mascarada pelas freqüências aleatórias vizinhas, ou desaparece.

O número de Strouhal depende da forma da secção, da oscilação do cilindro, de seu acabamento superficial, do número de Reynolds, Re , e das características do escoamento.

Para um cilindro circular engastado pela base (podendo, pois, oscilar como uma barra em balanço), como é o caso de uma torre ou chaminé metálica de secção cilíndrica circular, $St \cong 0,2$ a $0,3$ (dependendo do valor de Re), em escoamento uniforme e suave.

Se o cilindro circular for rígido (isto é, por suas características mecânicas, geométricas e de vinculação tem uma oscilação desprezível), o problema torna-se mais complexo. Para Re entre 50 e 500, St cresce, em valores aproximados, de 0,1 para 0,2, mantendo-se em torno de 0,2 para Re aproximadamente entre 500 e $3,5 \times 10^5$. A partir daí cessam os vórtices de Kármán fortes (vórtices com uma nítida freqüência predominante de desprendimento e com um conteúdo elevado de energia), os quais só reaparecem para Re em torno de $3,5 \times 10^6$, com $St \cong 0,3$. Na região intermediária, a partir de $Re \cong 3 \times 10^5$, aparece uma desorganização crescente do desprendimento de vórtices e uma diminuição considerável de sua energia. O pico do espectro de energia torna-se pouco pronunciado, e o espectro cada vez mais largo; isto é, com os vórtices desprendendo-se em uma banda cada vez mais extensa de freqüências. São os chamados vórtices de Kármán fracos, que têm sido detectados com Re até cerca de 5×10^5 . A partir daí há uma lacuna, com os vórtices reaparecendo, bem definidos, com Re em torno de $3,5 \times 10^6$ (vórtices de Kármán fortes).

e) Em ensaios realizados no Laboratório de Aerodinâmica das Construções (LAC), do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS [5-4], com $Re \cong 4 \times 10^5$, uma análise espectral cuidadosa revelou um pico atenuado e de pouca energia, em virtude da aleatoriedade do desprendimento da maioria dos vórtices. Estes distribuíram-se em uma banda bastante larga, em torno de uma freqüência de desprendimento fracamente dominante (Fig. 5.1-3). O número de Strouhal, que se situava em torno de 0,20 para Re até $3,5 \times 10^5$, subiu rapidamente para 0,47, valor atingido com Re de cerca de $4,0 \times 10^5$ (Fig. 5.1-3).

Alguns dos espectros apresentados na Ref.[5-4] são reproduzidos na Fig. 5.1-4.

f) Em cilindros flexíveis com amortecimento estrutural pequeno, aparecerá uma forte oscilação transversal sempre que a freqüência de desprendimento de um par de vórtices, f_s , coincidir ou ficar próxima de uma das freqüências naturais, f_n , do cilindro.

Defini-se por **velocidade crítica**, V_{cr} , aquela velocidade para a qual a freqüência f_s coincide com f_n . Conforme (5.1-1):

$$V_{cr} = f_n L / St \quad (5.1-2)$$

Exemplo: para uma chaminé de secção circular, de diâmetro d , para o modo fundamental (1º modo) de vibração ($f_n = f_1$):

$$St \cong 0,20 \text{ e } V_{cr} \cong 5 f_1 d .$$

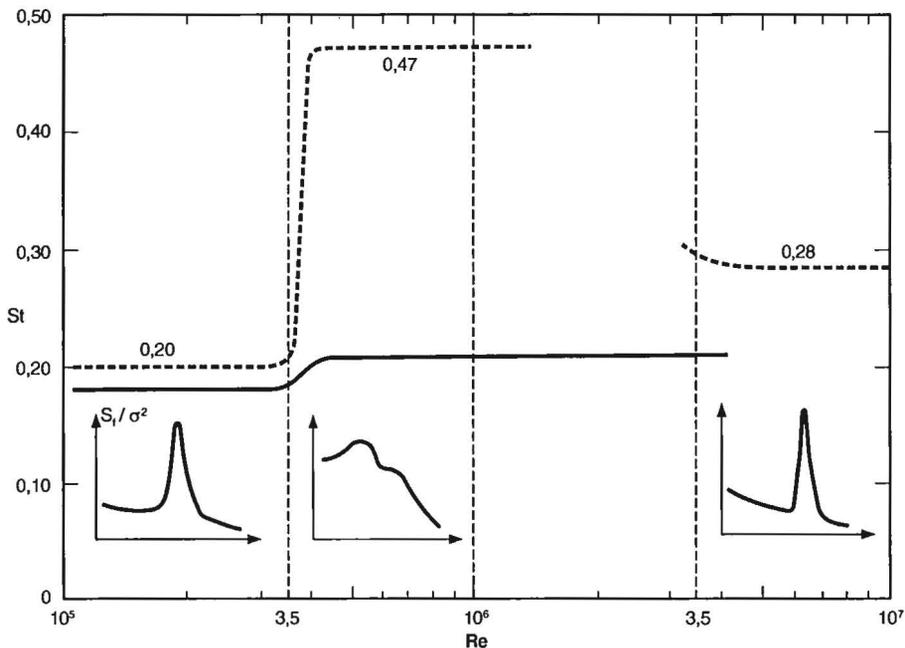


Figura 5.1-3 – Re, St e Espectros

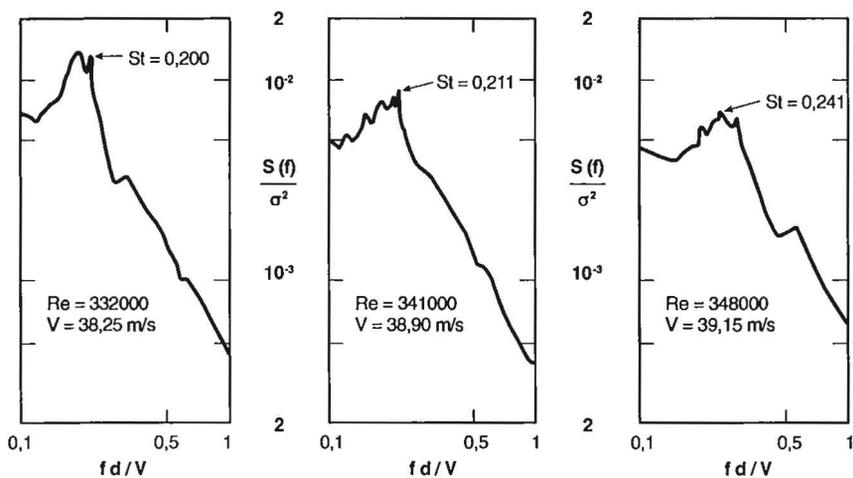


Figura 5.1-4 – Densidade espectral das flutuações da velocidade na esteira de um cilindro em escoamento bidimensional

5.2. INFLUÊNCIA DA TURBULÊNCIA DO ESCOAMENTO

a) A turbulência do vento altera profundamente o desprendimento de vórtices e, conseqüentemente, a resposta da estrutura.

Cook [5-5] estudou o efeito da turbulência gerada por uma grelha sobre o escoamento em torno de um cilindro de secção quadrada e de alteamento (relação altura / largura) igual a 3. A Fig.5.2-1, retirada da Ref.[5-5], apresenta os espectros das pressões flutuantes medidas nas faces laterais do cilindro em escoamentos suave e turbulento, ambos de velocidade média uniforme (\bar{V}). Reproduzimos o comentário de Cook: “Em escoamento suave o pico estreito e alto em uma freqüência reduzida $fa/\bar{V} = 0,12$ indica desprendimento de vórtices no número de Strouhal previsto para uma secção quadrada. Em escoamento turbulento, com uma escala de turbulência aproximadamente igual à largura do cilindro, a contribuição do desprendimento de vórtices para o espectro é drasticamente reduzida e é substituída por flutuações aleatórias em uma larga banda de freqüências mais altas”.

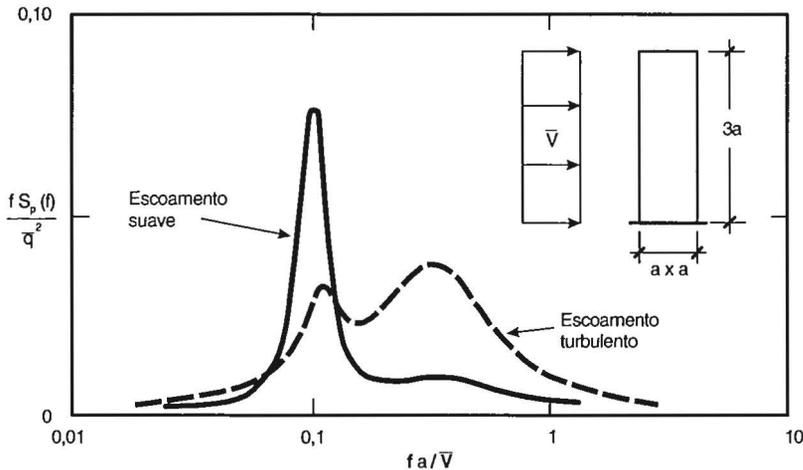


Figura 5.2-1 – Influência da turbulência no espectro de pressões

b) “Escala de turbulência muito grandes agem como alterações lentas da velocidade média do vento, \bar{V} , e modulam a freqüência de desprendimento dos vórtices, f_s , mantendo constante o número de Strouhal, $f_s a / \bar{V}$. Na turbulência em grande escala da atmosfera, a ressonância de estruturas, que ocorre quando freqüência de desprendimento coincide com uma freqüência natural da estrutura, torna-se menos constante e exibe um batimento característico, aumentando apenas quando essas freqüências coincidem e diminuindo em caso contrário.”

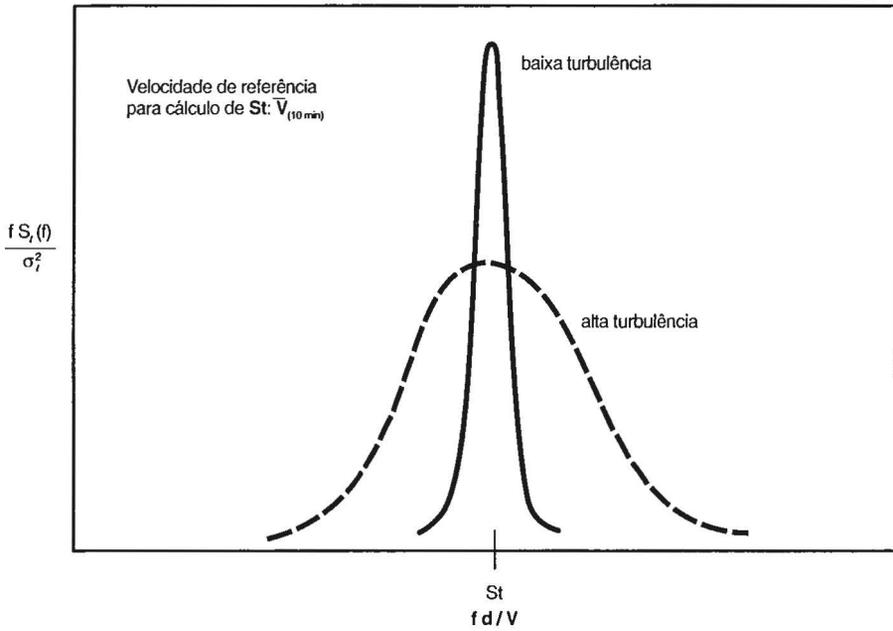


Figura 5.2-2 – Influência da turbulência no espectro da força lateral

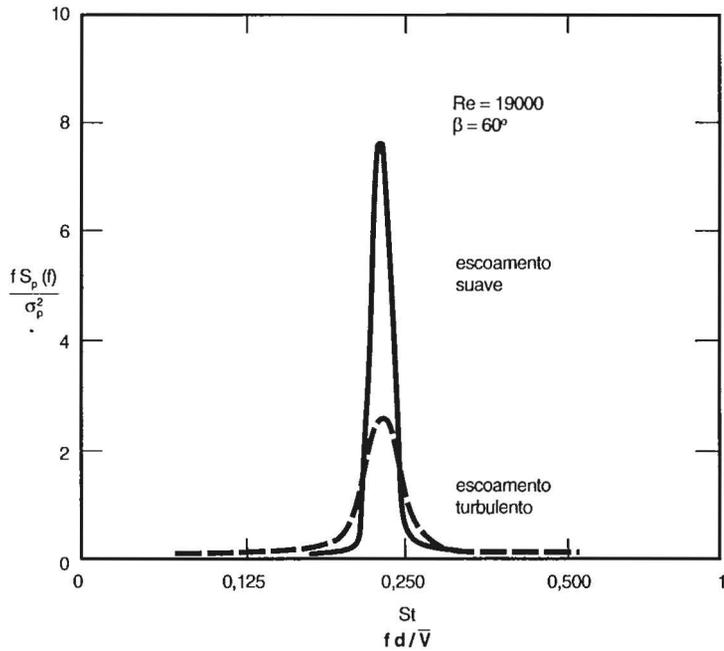


Figura 5.2-3 – Influência da turbulência no espectro da força lateral [5-6]

c) Os vórtices alternados de Kármán originam uma força lateral flutuante. O espectro de potência desta força, $S_\ell(f)$, tem um pico muito pronunciado em escoamento de baixa turbulência. Isto é, a força lateral é praticamente harmônica. Entretanto, a largura da banda deste pico vai aumentando proporcionalmente à turbulência, ao mesmo tempo em que a altura do pico vai diminuindo (Fig. 5.2-2). Portanto, quanto maior a turbulência do vento, mais baixo o pico e mais alargado o espectro. Sendo mais largo, afeta uma gama maior de frequências. Conseqüentemente, variações da velocidade em torno da média (em um certo âmbito) não impedem o desprendimento de vórtices.

d) A Fig. 2.3 apresenta os espectros de potência das pressões flutuantes na geratriz $\beta = 60^\circ$ de um cilindro circular bidimensional com nervuras, obtidos por Ribeiro [5-6] em escoamentos suave e turbulento, ambos de velocidade média uniforme.

5.3. INFLUÊNCIA DO MOVIMENTO DO CILINDRO

a) O movimento do cilindro exerce algum controle sobre o desprendimento de vórtices, de modo que são observadas oscilações também para velocidades nas vizinhanças de V_{cr} , principalmente para velocidades maiores que esta. É o fenômeno conhecido pelo nome de **captura** ou **sincronização** (“capture”, “synchronization”, “lock-in”, “lock-on”): quando a velocidade do escoamento aumenta ou diminui, de modo que a frequência de desprendimento de um par de vórtices, f_s , aproxima-se de f_n (sem atingí-la), e o cilindro oscila (acima de uma certa amplitude mínima), os vórtices subita-

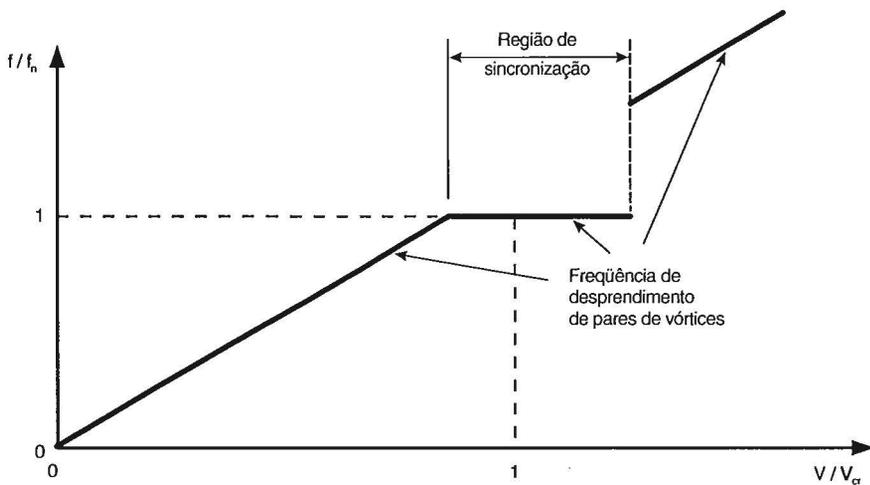


Figura 5.3-1 – Sincronização ou captura de vórtices

mente passam a se desprender com a frequência f_n ; isto acontece em uma faixa relativamente extensa de velocidades (Fig. 5.3-1)

O movimento do cilindro causa os seguintes efeitos:

- aumenta a energia contida nos vórtices;
- melhora sua correlação longitudinal (ao longo do eixo do cilindro);
- aumenta a força de arrasto;
- causa o efeito de captura.

O efeito de captura também pode aparecer em uma frequência de oscilação igual a um múltiplo ou sub-múltiplo da frequência de desprendimento de um par de vórtices. Nestes casos as amplitudes de oscilação são bem menores que as correspondentes a f_n .

b) Um exemplo do efeito organizador da oscilação do cilindro sobre o desprendimento dos vórtices (isto é, uma melhor correlação espacial) é dado na Fig. 5.3-2, tirada das Refs. [7] e [8]. Esta figura mostra como o aumento da amplitude da oscilação senoidal imposta a um cilindro circular melhorou a correlação longitudinal do desprendimento dos vórtices, nas condições de ressonância. Além disso, o número de Strouhal se manteve em um valor mais baixo que o correspondente a um cilindro rígido, em regime supercrítico (Ver Fig. 5.1-3).

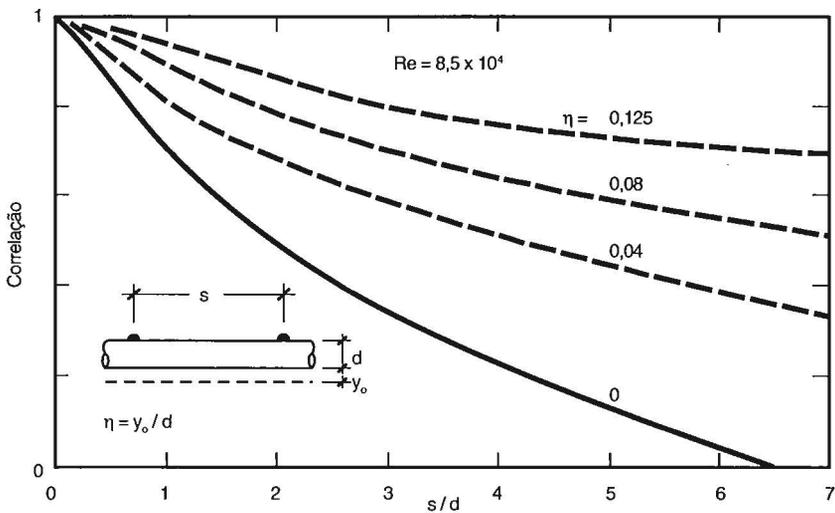


Figura 5.3-2 Influência da oscilação do cilindro sobre a correlação do desprendimento de vórtices [5-7],[5-8]

c) Novak e Tanaka [5-9] ensaiaram um cilindro circular de diâmetro 76,5 mm e de comprimento 914 mm em escoamento bidimensional (obtido com o uso de duas placas terminais), em regime sub-crítico. Os ensaios

foram feitos com uma oscilação forçada do cilindro, com amplitudes de até 10 % de seu diâmetro, em escoamentos suave e turbulento, ambos de velocidade média uniforme. A turbulência foi obtida com uma grelha, com uma intensidade da componente longitudinal da turbulência $I_1 = 0,11$. A frequência de oscilação do cilindro era igual ou muito próxima da frequência dominante de desprendimento de vórtices.

A turbulência provocou uma diminuição da correlação longitudinal das pressões, para todas as amplitudes de oscilação ensaiadas, enquanto que o movimento do cilindro provocou um aumento considerável, tanto para escoamento suave como turbulento (Fig. 5.3-3). Conseqüentemente, os comprimentos de correlação sofreram uma variação correspondente. A Fig. 5.3-4 apresenta o comprimento de correlação longitudinal adimensional, L_p/d , em função da amplitude adimensional y_o/d . O parâmetro L_p vem a ser a área da superfície sob a curva de correlação adimensional das pressões, R_p (Fig. 5.3-3).

A Fig.5.3-4 mostra como L_p aumenta consideravelmente com a amplitude de oscilação do cilindro, principalmente em escoamento suave, no qual L_p aumentou de cerca de 3,5 para mais de 40 d. Maiores informações sobre o aumento de L_p podem ser obtidos na Tabela 5.3-1. Este aumento é acentuado a partir de uma amplitude de deslocamento de cerca de 5 % do diâmetro.

Tabela 5.3-1

Comprimento de correlação longitudinal das pressões em cilindros oscilantes

Escoamento	Valores de L_p/d para $y_o/d =$				
	0	0,025	0,05	0,075	0,10
Suave	3,5	4,7	7,7	14,5	43,4
Turbulento	2,4	—	5,0	—	10,4

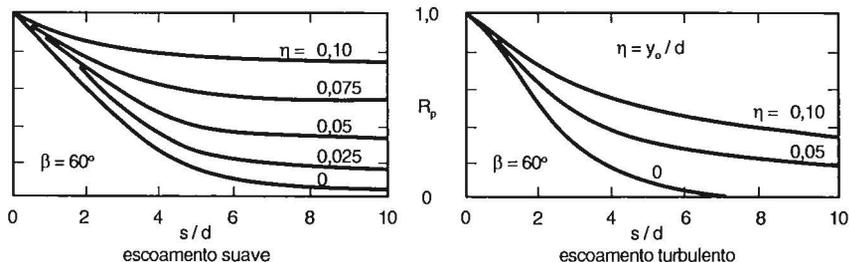


Figura 5.3-3 – Influência da oscilação do cilindro sobre a correlação longitudinal das pressões

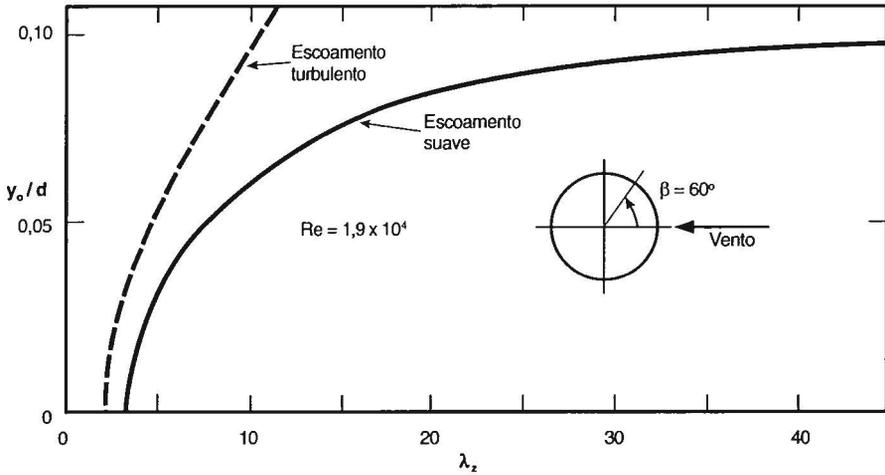


Figura 5.3-4 – Influência da oscilação do cilindro sobre o comprimento de correlação longitudinal das pressões [5-9]

d) Pode-se dizer que, para amplitudes de deslocamento superiores a cerca de 5 % da largura de uma estrutura, aparece o fenômeno de captura de vórtices. Como a frequência de desprendimento de vórtices torna-se igual à frequência natural da estrutura em uma gama de velocidades em torno da velocidade crítica, a vibração da estrutura será muito intensa e constante, sem o fenômeno de batimento descrito em 5.2.b (Fig.5.3-5).

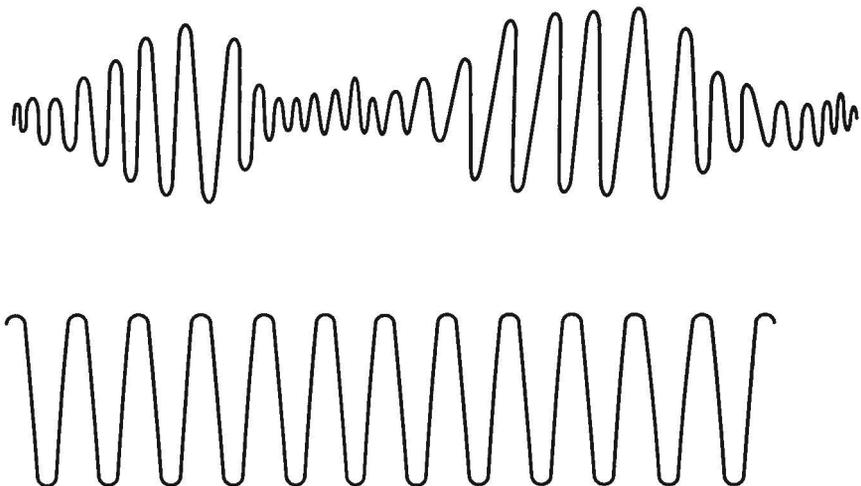


Figura 5.3-5 – Oscilações típicas

e) O projeto de norma DIN 4133 (chaminés de aço, versão 1986) inclui indicações para o cálculo do comprimento de correlação longitudinal da força lateral (causada pelas pressões), a partir de estudos feitos por Ruscheweyh [5-10]

$$\begin{array}{ll}
 y_0(h) / d < 0,1 & \text{————— } L_l / d = 6,0 \\
 0,1 < y_0(h) / d < 0,6 & \text{————— } L_l / d = 4,8 + 12 y_0(h) / d \\
 y_0(h) / d > 0,6 & \text{————— } L_l / d = 12
 \end{array}$$

sendo:

$y_0(h)$: amplitude da vibração do topo da chaminé, de altura h ;

d : diâmetro a 1/3 do topo;

L_l : comprimento de correlação longitudinal da força lateral.

Como vemos, estes valores, aplicáveis a cilindros circulares apoiados no terreno, ao vento natural, são bem menores que os obtidos por Novak e Tanaka, em escoamento bidimensional suave ou turbulento. Assim, por exemplo, para $y_0(h) / d = 0,1$, a DIN 4133 indica $L_l / d = 6,0$, enquanto que os dois pesquisadores citados obtiveram $L_p / d = 43,4$, em escoamento suave, e $L_p / d = 10,4$, em escoamento turbulento, ambos de velocidade média uniforme. Isto é, condições de escoamento bem diferentes das existentes ao vento natural, no qual a velocidade média aumenta com a altura sobre o terreno.

5.4. INFLUÊNCIA DO AMORTECIMENTO ESTRUTURAL

a) O aumento do amortecimento estrutural diminui a amplitude de oscilação, como pode ser visto na Fig. 5.4-1, retirada das Refs. [5-7] e [5-8]. O gráfico desta figura tem para abcissa a velocidade reduzida $V/(f,d)$, sendo V a velocidade de uma corrente de ar uniforme e suave, e d o diâmetro de um cilindro circular em balanço (chaminé, por exemplo), de alteamento 10 ($h = 10d$). Como coordenada aparece a amplitude reduzida $\sigma_y(h) / d$, sendo $\sigma_y(h)$ o desvio padrão das amplitudes de oscilação do topo do cilindro. Esse gráfico mostra como σ_y diminui para menos de um décimo quando a razão de amortecimento crítico do cilindro aumenta de 0,002 para 0,009. Entretanto, esta diminuição deve-se não só ao amortecimento, mas também à perda de correlação longitudinal causada pela diminuição de σ_y (Ver item 5.3.a e Fig.5.3-2).

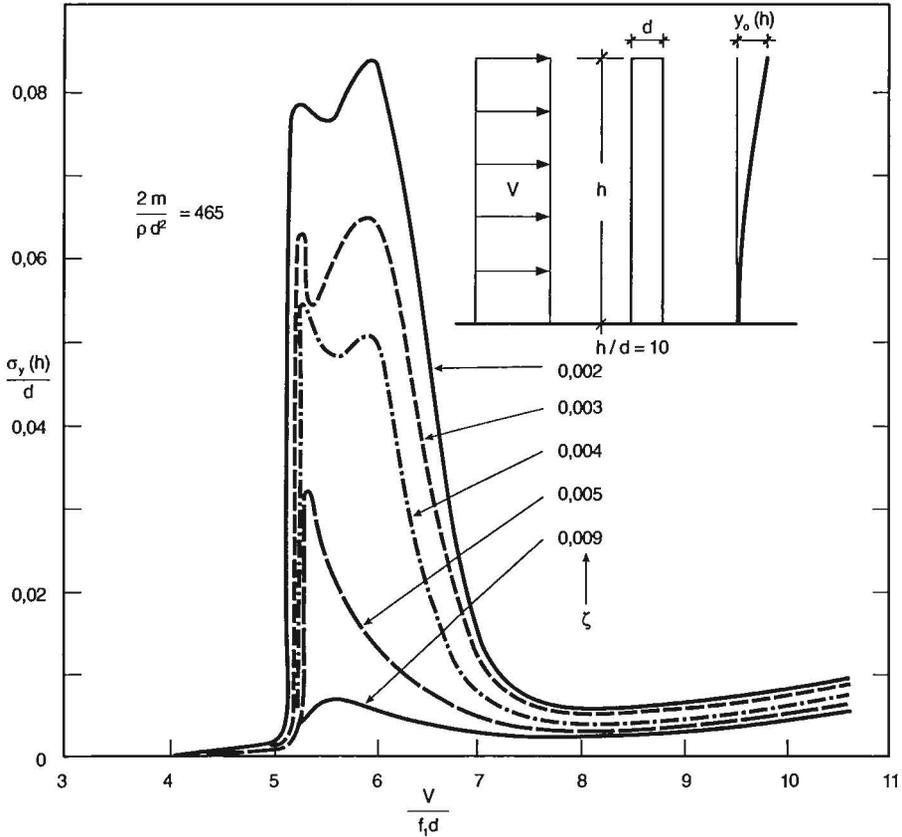


Figura 5.4-1 Influência do amortecimento estrutural em regime sub-crítico [5-7]; [5-8]

5.5. CÉLULAS DE VÓRTICES

a) Se o diâmetro for variável (por exemplo, chaminés e torres tronco cônicas) e a velocidade constante ao longo da altura, a constância do número de Strouhal fará com que varie a frequência de desprendimento dos vórtices ao longo da altura, com uma conseqüente diminuição da excitação aerodinâmica, pela falta de sincronismo. O desprendimento de vórtices dar-se-á coerentemente em trechos, ao longo do cilindro, formando-se **células de vórtices**, sendo constante a frequência de desprendimento em cada uma delas. Isto acontece por um efeito de captura (Fig. 5.5-1), pois, teoricamente, a frequência de desprendimento deveria aumentar continuamente com a altura.

Estudos experimentais da vibração de estruturas em balanço mostraram que pode ser considerado um "diâmetro efetivo" para o desprendimento dos vórtices que definem a vibração. Para troncos de cones próximos de

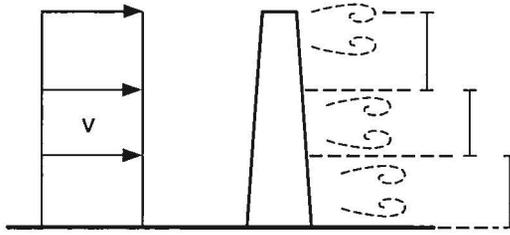


Figura 5.5-1 – Células de vórtices

cilindros circulares, este diâmetro efetivo refere-se a uma secção próxima ao topo. À medida que aumenta a inclinação da geratriz do tronco de cone ou a velocidade do vento, esta secção vai baixando.

b) A Fig.5.5-2 mostra resultados obtidos com um cilindro circular e um tronco de cone por Whitbread [5-8], em escoamento turbulento sub-crítico obtido com uma grelha (velocidade média constante), com praticamente o mesmo amortecimento em ambos os modelos. Para o tronco de cone apareceu um pequeno pico com $V_{cr} = 6$, associado ao desprendimento de vórtices nas proximidades do topo do modelo. Para o pico maior, com V_{cr} em torno de 12, o desprendimento de vórtices coincidente com a frequência natural corresponde a um diâmetro efetivo mais baixo. Estes ensaios também mostraram que o movimento da estrutura parece ter menor influência no desprendimento dos vórtices em uma edificação tronco-cônica do que em uma cilíndrica circular.

c) Sobre este problema, a antiga norma canadense, em um dos seus comentários, apresentava o seguinte [5-11]: “Para edificações tronco-côni-

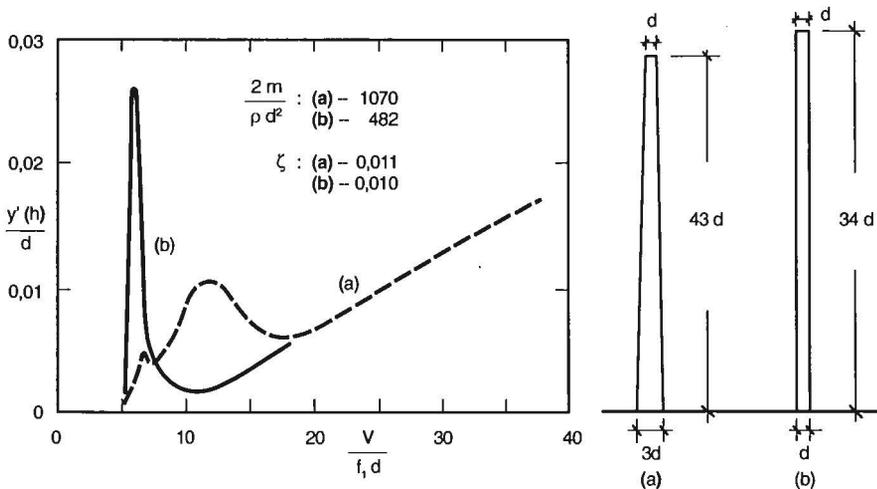


Figura 5.5-2 – Influência da variação da secção nas oscilações

cas há uma redução no comprimento efetivo sobre o qual agem as forças causadas pelos vórtices. Se o diâmetro da secção na altura z é $d(z)$, então a velocidade na qual são desprendidos, nesta secção, vórtices ressonantes com a estrutura, é dada pela equação $\bar{V}_{cr} = f_n d(z) / St$, onde f_n é a frequência de ressonância da edificação. A altura sobre a qual estas forças agem é determinada pela altura da edificação sobre a qual o diâmetro difere entre +5% e -5% de $d(z)$. Assim, em uma edificação tronco-cônica a excitação por vórtices pode acontecer em uma gama de velocidades correspondentes à variação do diâmetro da edificação. Para cada velocidade a força flutuante age apenas sobre uma porção limitada da edificação.”

Recomendação semelhante aparece na Ref. [5-12]: “Para chaminés tronco-cônicas a força na ressonância é admitida agir em uma altura da chaminé para a qual o diâmetro fica entre $\pm 5\%$ do diâmetro correspondente à frequência de desprendimento dos vórtices.”

d) Um efeito análogo ao da conicidade da edificação é causado pela variação da velocidade média do vento com a altura (vento deslizando). Os vórtices também neste caso não se desprenderão regularmente ao longo de toda a altura da edificação, formando-se as células longitudinais de vórtices já descritas. O problema torna-se mais complexo se a edificação for tronco-cônica. Poderia haver uma compensação e um conseqüente desprendimento de vórtices com a mesma frequência ao longo de toda a altura somente no caso não usual em que V e d crescem com a altura acima do terreno, e de tal modo que seja constante o quociente V/d , pois, nestas condições, $f = St V / d = \text{constante}$.

e) O comprimento destas células é afetado por diversos fatores, tais como o alteamento h/d do cilindro circular, as condições de contorno (topo livre e base junto ao terreno ou piso do túnel, placas de extremidade, etc), rugosidade superficial e a amplitude relativa da oscilação do cilindro.

Vejamos com mais detalhes algumas destas influências.

f) Rooney e Peltzer [5-13] ensaiaram um cilindro rugoso com placas de extremidade em escoamentos deslizantes de perfil linear (i. é, com gradiente de velocidade constante), obtidos com séries de barras paralelas colocadas em uma secção do túnel, a barlavento do modelo (Fig. 5.5-3). Rugosidade relativa do cilindro: $k/d \cong 10^{-3}$.

Foram medidas as frequências de desprendimento dos vórtices na esteira. Ensaios com $Re = 5,2 \times 10^5$ (Re calculado com V_{ref} no eixo do túnel), na região ultracrítica, mostraram a existência de duas células, uma com frequência de 66 Hz e outra com 60 Hz. Na região central do cilindro apareceu uma zona de transição entre as células, com um espectro de pressões muito alargado, no qual apareceram os dois picos (66 e 60 Hz).

Em ensaios adicionais em escoamento uniforme, a frequência de desprendimento dos vórtices manteve-se constante ao longo de todo o cilindro, o que confirma que as células tiveram como causa o gradiente de velocidade.

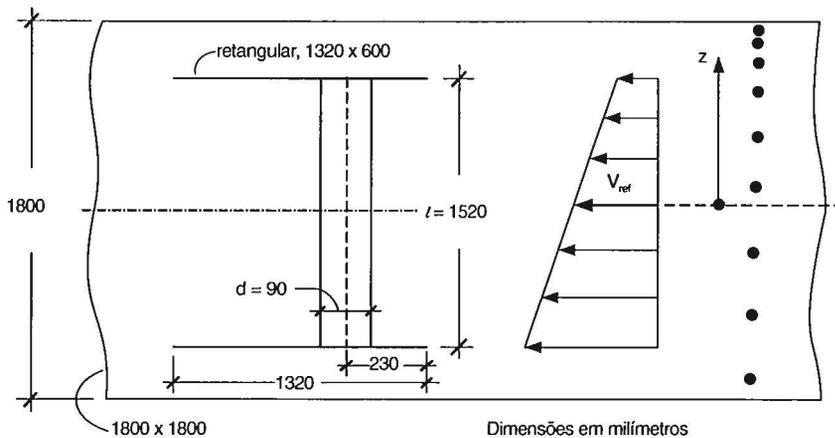


Figura 5.5-3 – Características do modelo e do escoamento [5-13]

g) Em outra série de ensaios, Rooney e Peltzer [5-14] constataram que, mesmo com um gradiente de velocidade muito baixo e cilindro liso, apareceram estas células, em ensaios com $Re = 1,6 \times 10^5$ (Região sub-crítica). Na metade do cilindro submetida às velocidades mais altas apareceu uma única célula, com $St = 0,192$ (St calculado com V_{ref} no eixo do túnel). Na outra metade, St foi diminuindo em degraus até se estabilizar em $0,188$, nos últimos três diâmetros do cilindro.

Para o diâmetro rugoso, com o mesmo número de Reynolds, o número de Strouhal variou de $0,196$ a $0,178$, com três células não tão bem definidas como no caso anterior.

A intensidade da componente longitudinal da turbulência, I_1 , foi baixa em todos os ensaios, variando de $0,03\%$ (escoamento uniforme) a $0,8\%$, para o conjunto completo de barras (o número de barras variava com o ensaio).

Para estudar a influência do gradiente de velocidade os autores definiram um “parâmetro de deslizamento” (“shear parameter”):

$$K_d = (d / V_{ref}) / (dV/dz)$$

sendo: d – diâmetro do cilindro circular;

V_{ref} – velocidade no eixo do túnel;

dV/dz - gradiente de velocidade, constante em cada ensaio (isto é, perfil linear de velocidades).

O menor valor de K_d foi $0,007$, e o maior $0,042$.

Da análise dos resultados, feita pelos autores, destacamos:

- qualquer gradiente linear de velocidades do escoamento incidente provocará um desprendimento celular de vórtices na região crítica de Re_c ;
- a partir de $K_d = 0,02$ o cilindro rugoso gera células maiores que o cilindro liso, com uma relação c/d entre 5 e 3 (c : comprimento de uma célula);
- como uma tendência geral, o comprimento das células diminui com o

aumento de K_d . Valores extremos de c/d : 10 e 3, aproximadamente.

h) As células de vórtices de que tratamos até agora são definidas pela constância da frequência de desprendimento dos vórtices (ou constância de St , se o diâmetro for constante), e aparecem quando há variação do diâmetro e/ou um gradiente (constante ou não) de velocidade. Sob um outro aspecto, podem ser consideradas células nas quais as pressões têm uma forte correlação espacial positiva. Sobre estas células, algumas informações já foram dadas no item 5.3, ao se tratar da influência do movimento do cilindro.

Estas células de pressão guardam uma analogia com os turbilhões de vento (natural ou artificial), cada um deles definido por uma curva de correlação, em sua parte positiva. Ao parâmetro que define a dimensão do turbilhão na direção do vento médio (escala da turbulência, L_1) corresponde, nas células de pressão, o **comprimento de correlação** longitudinal, L_p . Este parâmetro é definido pela área sob a curva de correlação longitudinal, R_p , dividida pela ordenada na origem (Fig.5.5-4):

$$L_p = \int_0^{\infty} R_p(z) dz / R_p(0) \quad (5.5-1)$$

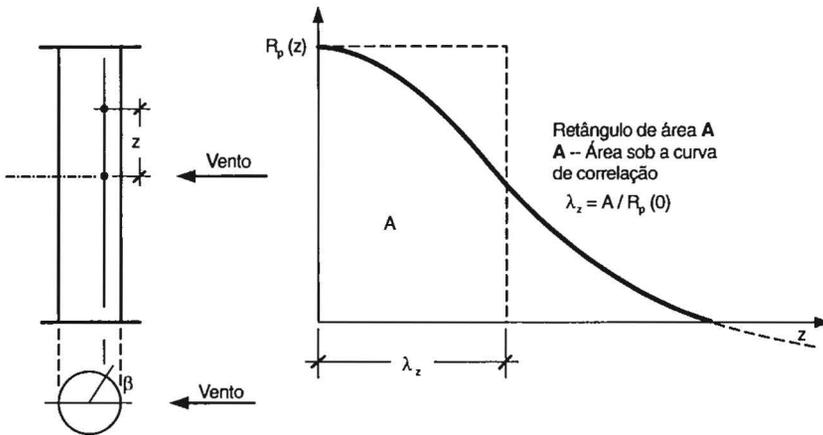


Figura 5.5-4 – Comprimento de correlação longitudinal das pressões

Ribeiro[5-15] estudou cilindros circulares em escoamento bidimensional tanto suave como turbulento, ambos de velocidade média uniforme. Os cilindros foram cobertos com diversos tipos de rugosidade (lixa, nervuras de fios de nailon e tela metálica), todas elas com aproximadamente a mesma rugosidade relativa $k/d \cong 0,002$, tendo sido obtidas condições ultra críticas com os dois escoamentos. O escoamento turbulento ($I_1 = 10,5 \%$, $L_1/d = 0,40$) foi usado somente com o modelo nervurado, e o

escoamento suave ($I_1 = 0,5 \%$, $L_1/d = 0,07$) com todos os modelos.

Nos ensaios em escoamento suave o tamanho das células foi menor com o cilindro nervurado do que com outros modelos. Ribeiro julga que esta diferença esteja ligada ao tipo de rugosidade: “as nervuras são rugosidades do tipo unidimensional (fios equidistantes e paralelos ao eixo do cilindro), enquanto que lixa e tela são rugosidades que se dispõem em mais de uma direção”.

No cilindro nervurado o comprimento das células foi reduzido à metade, ao se passar do escoamento suave para o turbulento. “Este aspecto é lógico, uma vez que a turbulência age no sentido de desestabilizar o escoamento e impedir a formação de maiores células organizadas de desprendimento de vórtices”, comenta o autor.

Como regra aproximada, para os cilindros circulares que ensaiou em escoamento suave, Ribeiro indica, para o comprimento de correlação longitudinal, L_p :

- de $3d$ a $4d$, em regime sub-crítico (região de vórtices de Kármán fortes);
- cerca de $1d$ no regime crítico (região de vórtices de Kármán fracos);
- de $3d$ a $4d$, em regime ultra crítico (reaparecem os vórtices de Kármán fortes).

Em escoamento turbulento, respectivamente $1,5d$ a $2,5d$, $\sim 0,5d$ e $1,5d$ a $2,5d$.

A Fig.5.5-5 fornece as curvas médias sugeridas por Ribeiro para L_p/d , em função de um parâmetro de rugosidade definido por $Re(k/d)^{0,5}$, para escoamentos suave e turbulento.

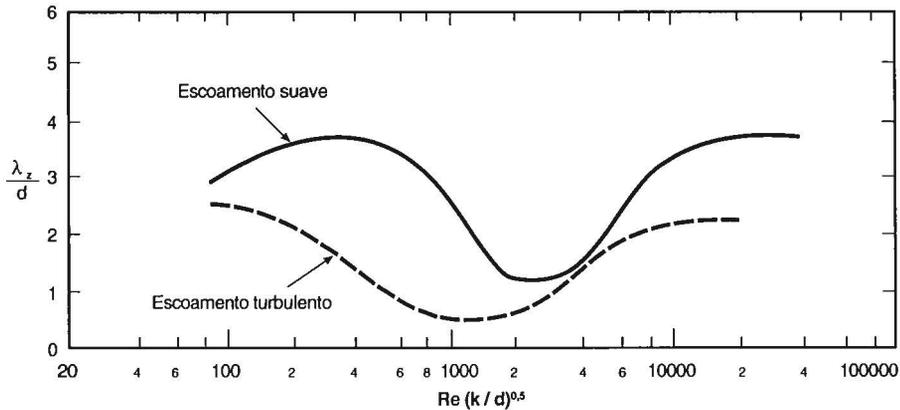


Figura 5.5-5 – Curvas médias do comprimento de correlação longitudinal [5-15]

j) Buresti [5-16], para cilindros circulares rugosos, indica:

Regime :	sub-crítico	crítico	supercrítico	ultracrítico
L_p :	$\sim 3d$	$< 2d$	$\sim 3d$	$\sim 4d$

5.6. REDUÇÃO DAS VIBRAÇÕES

A amplitude das vibrações causadas por desprendimento de vórtices pode ser reduzida aumentando o amortecimento da estrutura, evitando a ressonância ou alterando a forma da edificação. Vejamos com mais detalhe cada uma destas alternativas.

5.6.1. Aumentar o amortecimento

a) Este aumento pode ser conseguido tanto aumentando o amortecimento interno da estrutura como empregando amortecedores de massa auxiliar, também designados de amortecedores de massa sintonizada.

Como exemplos de aumento do amortecimento interno da estrutura, citamos:

– roçamento entre elementos estruturais. No sistema estrutural do “World Trade Center”, em Nova York, foram incorporados cerca de dez mil elementos visco-elásticos (Fig.5.6-1);

– materiais compostos, de maior amortecimento interno. Por exemplo, substituindo uma estrutura em aço por uma em concreto armado.

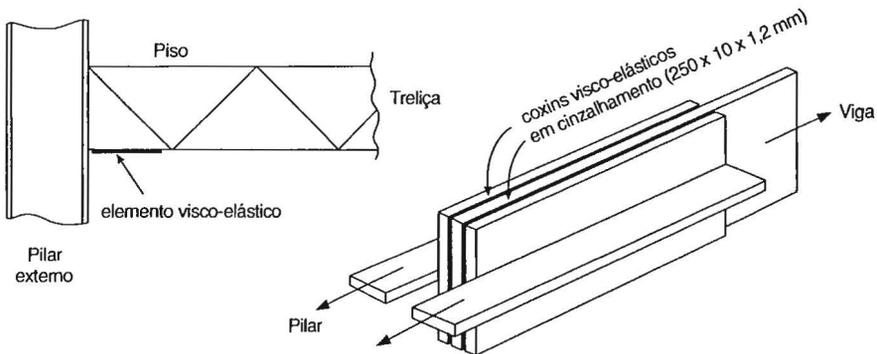


Figura 5.6-1 – Coxins visco-elásticos em cizalhamento [5-17]

b) Como dispositivos que dissipam energia têm sido empregados os chamados “amortecedores de massa sintonizada”. Consistem em um sistema vibratório secundário ligado à estrutura, com a mesma frequência natural, mas com uma diferença de fase. A massa é ligada à estrutura por um sistema mola-amortecedor (Fig.5.6-2). Quando há um movimento relativo entre a massa e a estrutura, energia será dissipada por meio dos amortecedores. Detalhes sobre o cálculo deste dispositivo são encontrados na Ref.

[5-17]. No "Citicorp Centre", Nova York, foi usada uma massa de concreto de 373000 kg, colocada na parte superior do edifício.

Este dispositivo tem sido usado também em chaminés e torres (Fig.5.6-3). Entre estas citamos a Torre CN, em Toronto, Canadá, com 553,33m de altura. Esta torre é mista, tendo em seu topo um mastro de aço (com antenas de rádio e TV) com 102m de altura e 290 tf de peso, apoiado na parte em concreto armado.

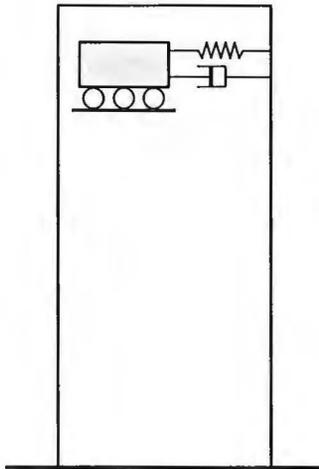


Figura 5.6-2 – Massa adicional em edifícios

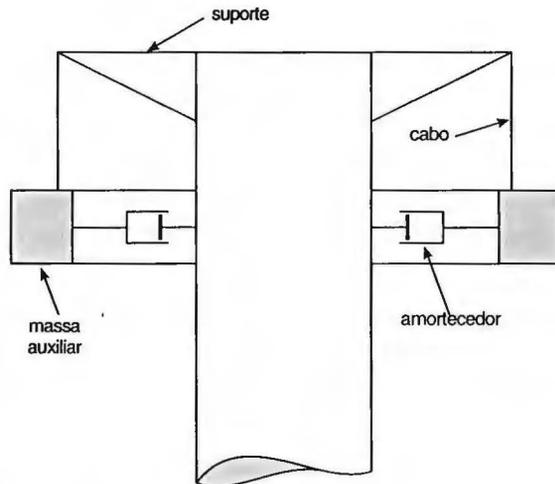


Figura 5.6-3 – Massa adicional em chaminés e torres

Foram instalados dois destes amortecedores no mastro, com um peso total de 18 tf, a 564m e 580m de altura. Cada amortecedor consiste em um anel de aço de secção transversal 360x300mm, ao qual estão fixados cerca de 800 pesos, perfazendo um total de cerca de 9tf. O anel instalado a 564m tem 3,0m de diâmetro, e o instalado a 580m tem 2,4m de diâmetro. Estes anéis estão suspensos, por sistemas de apoios com juntas universais, de vigas horizontais fixadas ao mastro. Quatro amortecedores hidráulicos completam cada sistema. Quando o mastro começa a vibrar, os anéis funcionam como "bambolês" e os amortecedores hidráulicos absorvem a vibração e dissipam a energia[5-18].

5.6.2. Evitar ressonância

a) A ressonância pode ser evitada por um aumento conveniente da frequência natural fundamental, f_1 , de modo que se obtenha

$$V_{cr} \gg V_{max}$$

sendo V_{max} a máxima velocidade do vento a considerar no projeto. Em

outras palavras, consegue-se uma diminuição da velocidade reduzida, $V / (f_1 L)$, pelo aumento de f_1 , de modo que se tenha, segundo sugestão de Blevins [5-19]:

$$V / (f_1 L) < 1 .$$

“Então ressonâncias com despreendimento de vórtices estão evitadas até o terceiro harmônico” [5-19].

O aumento da frequência pode ser conseguido enrijecendo a estrutura com cabos (Fig.5.6-4).

5.6.3. Alterar a forma

a) Entre os diversos dispositivos aerodinâmicos para supressão dos vórtices alternados que foram estudados nas últimas décadas, são bastante usados, em estruturas cilíndricas circulares esbeltas, os seguintes (Fig.5.6-5):

- luvas perfuradas;
- luvas de lâminas longitudinais;
- lâminas helicoidalmente dispostas.

b) As luvas perfuradas fragmentam o escoamento em um grande número de pequenos vórtices, gerando um escoamento altamente turbulento entre luva e cilindro, o qual impede a regularidade da formação e despreendimento de vórtices alternados. Seu efeito é análogo ao produzido pela turbulência do vento.

Os melhores resultados foram obtidos com orifícios quadrados, com um índice de vazios entre 20% e 36% e uma separação entre cilindro e luva igual a 0,12 do diâmetro do cilindro [5-20].

c) Luvas de lâminas longitudinais, propostas por Wong [5-21]. Seu funcionamento está baseado na canalização da energia da região de barlavento para as partes laterais e de sotavento, de modo a interferir na formação dos vórtices. Uma luva de lâminas é mais eficiente que uma luva perfurada, principalmente se são retiradas algumas das lâminas de barlavento e de sotavento, de modo a aumentar a velocidade do escoamento que passa da zona em alta pressão (a barlavento) para a de baixa pressão. Evidentemente, se o escoamento não tem uma direção fixa, as lâminas devem estar igualmente espaçadas.

d) Lâminas helicoidalmente dispostas em torno de cilindros circulares

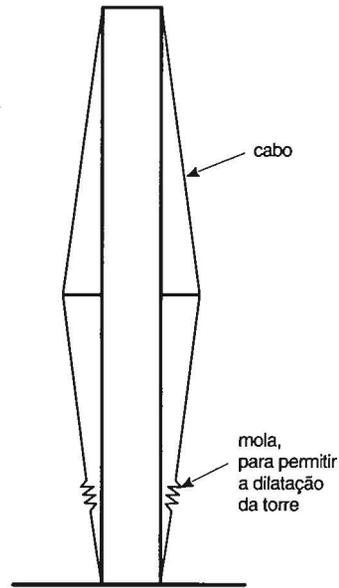
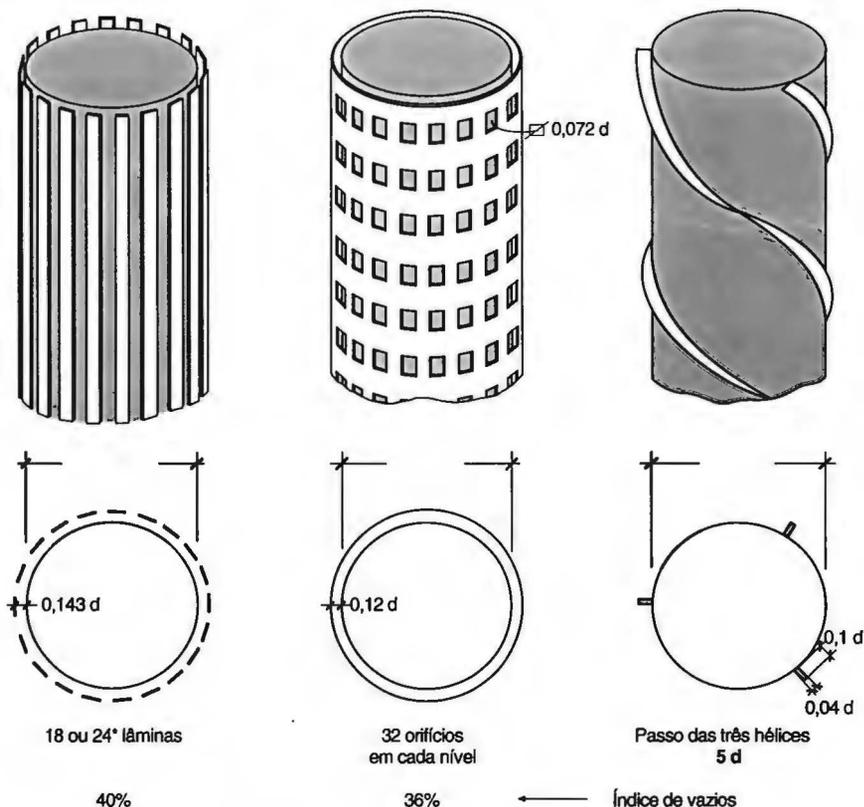


Figura 5.6-4
Enrijecimento de torre
de fracionamento
de petróleo



Altura dos modelos: h ; $h/d = 10$

* Retiradas duas lâminas a barlavento e duas a sotavento.

Figura 5.6-5 – Dispositivos aerodinâmicos para suspensão de vórtices.

cortam a correlação do desprendimento dos vórtices ao longo do cilindro. Enquanto que no cilindro sem estas nervuras o escoamento pode ser considerado bidimensional (em cilindros longos, isto é, com o comprimento do eixo longitudinal muito superior a seu diâmetro), com essas nervuras o escoamento torna-se nitidamente tridimensional. Isto porque os vórtices passam a se desprender em diferentes geratrizes do cilindro, além de ficarem defasados no tempo.

e) Estudo da influência do número de nervuras foi feito por Ishizaki e outros [5-22] em um modelo cilíndrico circular de diâmetro d , bidimensional, apoiado em molas com uma frequência natural de 2,0Hz e um amortecimen-

to $\zeta \cong 0,001$. A altura das nervuras era de $0,1d$, sendo de 40° o ângulo entre o eixo do cilindro e o helicóide. Com duas lâminas quase não houve redução da amplitude de vibração. Com três a seis lâminas a amplitude máxima de vibração foi reduzida para cerca de 10%, sendo que a maior redução deu-se com o modelo de quatro lâminas:

Número de lâminas:	0	2	3	4	5	6
Máxima amplitude relativa:	100	77	9	8,5	10	12

O valor 100 corresponde a uma amplitude igual a $0,27d$.

f) Um estudo da influência da altura das lâminas mostrou que essa altura passa a ser efetiva a partir de um valor igual a 7,5% do diâmetro do cilindro [5-22] (4 lâminas, $\gamma = 40^\circ$):

Altura das lâminas:	0	0,05d	0,075d	0,10d	0,12d
Máxima amplitude relativa:	100	64	11	9	3

Também aqui o valor 100 corresponde a uma amplitude igual a $0,27d$.

g) Quanto à influência do ângulo de inclinação do helicóide em relação ao eixo do cilindro, γ , os melhores resultados foram obtidos com $\gamma = 40^\circ$, com lâminas de altura igual a $0,05d$ e com quatro lâminas. Em valores relativos [5-22]:

γ :	10°	30°	40°	50°
Máxima amplitude relativa:	100	96	84	104

O valor 100 corresponde a uma amplitude igual a $0,21d$.

h) Um estudo experimental comparativo dos três tipos de dispositivos acima indicados foi feito por Wong e Kokkalis [5-20]. A Fig.5.6-5 apresenta as principais características dos modelos (o primeiro deles com uma variante), todos eles com um alteamento $h/d = 10$, submetidos a uma corrente de ar uniforme e suave (intensidade da componente longitudinal da turbulência $I_1=0,4\%$). Os modelos foram fixados em suas bases por um sistema de junta universal-molas-amortecedores eletromagnéticos. Os dispositivos supressores dos vórtices de Kármán estendiam-se em toda a altura dos modelos. As amplitudes de oscilação, na direção transversal ao vento, foram medidas com velocidades reduzidas do vento alcançando até $V_r = V/(f_1d) \cong 15$. Em cada velocidade de ensaio, esta foi mantida constante por um tempo suficiente para a oscilação alcançar sua amplitude máxima.

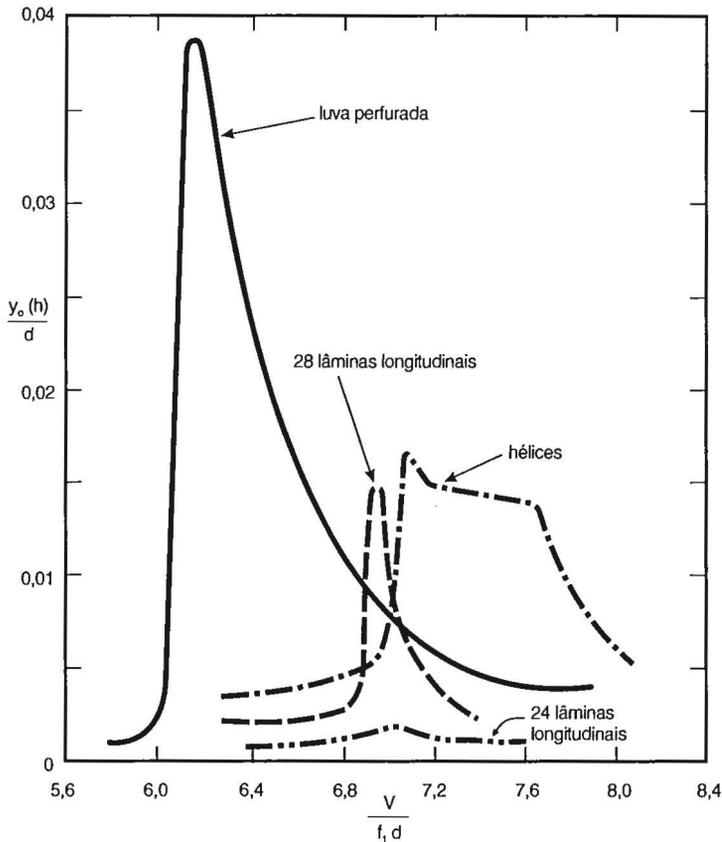


Figura 5.6-6 – Amplitude de oscilação em função da velocidade reduzida [5-20]

A Fig.5.6-6 apresenta, para os quatro modelos, a variação da amplitude de oscilação com a velocidade reduzida, V_r , para um “coeficiente de amortecimento” $K = 1,8$, sendo :

$$K = 2 m \delta_s / (\rho d^2)$$

onde: m – massa por unidade de comprimento;

δ_s – decremento logarítmico da oscilação em ar calmo;

ρ – massa específica do ar;

d – diâmetro do cilindro.

Para o coeficiente de amortecimento da Fig.5.6-6 a amplitude de oscilação com a luva perfurada ultrapassa em muito a amplitude correspondente aos outros dispositivos. Entretanto, ensaios com outros coeficientes de amortecimento mostraram que, para K maior que 3,0, “os três dispositivos aerodinâmicos testados são igualmente efetivos na supressão das oscilações induzidas por vórtices” [5-20].

Quanto ao coeficiente de arrasto, os menores valores apareceram com

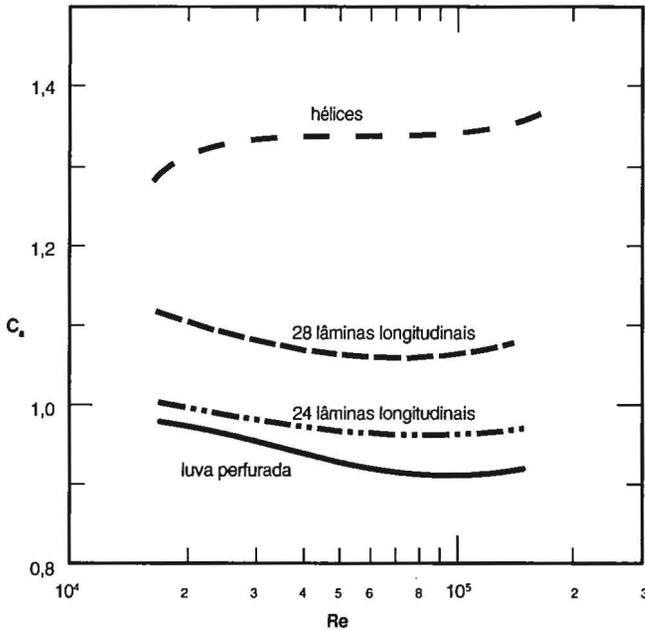


Figura 5.6-7 – Coeficiente de arrasto com vários supressores de vórtices

o modelo com luvas perfuradas e os maiores com o modelo dotado de nervuras (Fig.5.6-7). Os ensaios para a determinação do arrasto foram feitos com modelos seccionais, simulando condições bidimensionais com o uso de placas de extremidade.

i) Anteriormente, diversos ensaios já tinham sido feitos no “National Physical Laboratory”, Grã-Bretanha, para estudar a influência de luvas perfuradas e de nervuras helicoidais no atenuamento de vibrações causadas por vórtices de Kármán.

Scruton[6-23], estudando o caso de nervuras helicoidais, conclui que a configuração ótima é a seguinte:

- três lâminas;
- passo de cerca de cinco diâmetros do cilindro;
- lâminas de secção retangular com altura igual a 10% do diâmetro do cilindro;

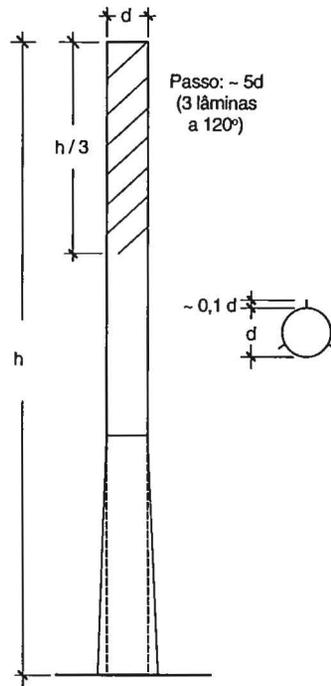


Figura 5.6-8
Lâminas helicoidais

– em estruturas flexíveis em balanço, tais como chaminés, basta aplicar as lâminas no terço superior da estrutura.

Scruton observa que estas lâminas helicoidais são também efetivas em chaminés tronco-cônicas.

A Fig.5.6-8 é baseada em figuras apresentadas nas Referências [23] a [25].

j) Woodgate [5-26] analisa o caso de uma chaminé tronco-cônica com 76,20m de altura, que apresentou problemas de vibração. Foram adicionadas lâminas nos 45,70 superiores, cuja altura variava de 0,53m (em seu extremo inferior) a 0,30m (em seu topo). Portanto, a hélice cobriu 60% da altura da chaminé, talvez por precaução, em virtude dos problemas constatados.

Para uma fábrica em Grimsby, Scruton [5-25] sugeriu nervuras abrangendo o terço superior da chaminé. Esta mesma recomendação aparece em Ravara [5-24].

Além de chaminés esbeltas, as lâminas helicoidais foram estudadas para aplicação em trechos aéreos de oleodutos, caso em que as lâminas devem se estender, obviamente, ao longo de todo o trecho aéreo. Por esta razão, em muitos ensaios o modelo é seccional, com as lâminas helicoidais em toda a extensão. Estudos de Scruton e Walshe [5-27] e de Woodgate e Maybrey [5-28], feitos em modelos seccionais, procuraram otimizar a disposição e dimensões dessas lâminas. As principais conclusões destes dois trabalhos são:

– a adição de lâminas helicoidais em estruturas cilíndricas de secção circular pode suprimir as oscilações causadas pelo vento;

– a altura da lâmina depende do amortecimento da estrutura, mas não necessita exceder cerca de 1/8 do diâmetro do cilindro, mesmo para a maioria das estruturas com pequeno amortecimento;

– o número ótimo de lâminas é três;

– o passo ótimo é de cerca de cinco diâmetros (o ângulo entre hélice e o eixo do cilindro fica entre 30° e 40°);

– a altura ótima das lâminas é de cerca de 9% do diâmetro do cilindro.

k) Walshe [5-29],[5-30] estudou um dispositivo para atenuar as vibrações de uma torre de concreto armado, de secção circular constante, com 250m de altura e 26m de diâmetro. Foram ensaiadas luvas perfuradas colocadas na parte superior da chaminé. Os melhores resultados foram obtidos com as luvas mais altas, havendo pouca diferença de resultados entre dois modelos com as seguintes características (dimensões correspondentes à estrutura real):

Características

	1º modelo	2º modelo
– lado das aberturas quadradas	1,37m	1,83m
– porcentagem de área aberta	20%	36%
– altura da luva	62,5m	62,5m
– espaço livre entre luva e torre	3,05m	3,05m
– distância entre centros das aberturas	3,05m	3,05m

As principais características desta torre, construída para a “Drax Power Station”, aparecem na Fig.5.6-9. Esta torre serve de suporte a três chaminés.

l) Lâminas helicoidais, em número de quatro, foram usadas, com sucesso, nos tubos de alumínio de uma antena de radar.

m) Uma variante das lâminas helicoidalmente dispostas, contínuas, foi estudada por Janeiro Borges [5-31],[5-32]. As lâminas contínuas foram substituídas por pequenas lâminas, verticalmente colocadas, com seus centros formando hélices.

Este estudo surgiu da observação do comportamento anômalo da parte cilíndrica superior, destinada a acomodar as antenas de emissão de TV em UHF, de uma torre metálica. Esta parte cilíndrica tem 20m de altura e um diâmetro de 1,80m. Apoiase em uma torre metálica reticulada, de 80m de altura.

Foram feitos ensaios com três modelos (Fig.5.6-10) :

- cilindro apenas com as nervuras horizontais construtivas (modelo I);
- modelo I com adição de três lâminas helicoidais, de passo $5d$ (modelo II);
- modelo I com adição de lâminas verticais; cada andar, de quatro lâminas, está girado de 30° em relação ao anterior (modelo III).

Os ensaios foram feitos em corrente de ar uniforme e suave ($I_1=0,78\%$). Dos resultados destacamos:

- Coeficientes de arrasto: respectivamente 0,79; 1,05 e 1,15. Isto é, os modelos com lâminas apresentam coeficientes de arrasto bem superiores

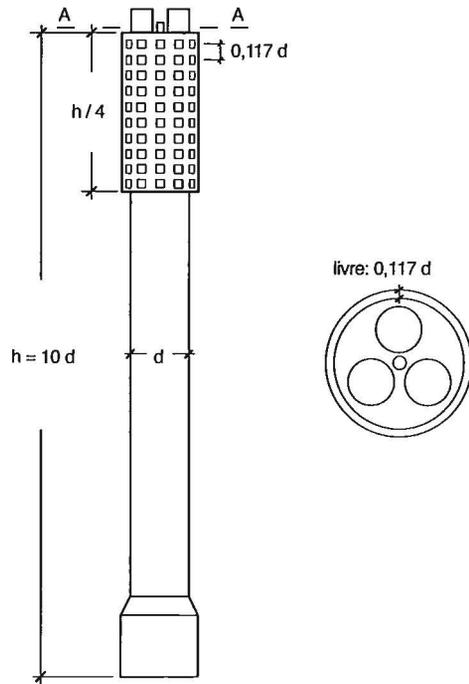


Figura 5.6-9 – Características da torre para a Drax Power Station [5-29],[5-30]

aos modelos I. O maior coeficiente apareceu no modelo com lâminas em degraus (modelo III).

– As maiores vibrações apareceram na direção transversal ao vento. As correspondentes aos modelos I e III apresentam picos de ressonância muito pronunciados, tanto na direção transversal como longitudinal. Os picos de ressonância em ambas as direções são maiores no modelo I do que no III.

– Para os três modelos, o número de Strouhal crítico, $St_{cr} = f_s d_e / V$ (d_e : diâmetro da superfície cilíndrica circular que envolve as lâminas), correspondente ao máximo de amplitude da resposta em ressonância, situou-se entre 0,15 e 0,16. Na torre real foi medido $St_{cr} = 0,166$.

Constata-se que o dispositivo mais eficiente foi o de lâminas contínuas, formando helicoides (modelo II). Estudando com mais detalhe esta solução, Janeiro Borges conclui que estas lâminas devem se estender em uma altura igual à metade da parte cilíndrica da torre, contada a partir de uma distância do topo igual ao diâmetro do cilindro.

n) Outro processo para atenuar as oscilações causadas por despreendimento de vórtices de Kármán (rio, canal, corrente marítima, tubulações) foi estudada sistematicamente por Roshko [5-33].

Consiste em colocar uma placa a sotavento do cilindro, em seu plano de simetria paralelo ao escoamento. Em uma das séries de ensaios Roshko usou

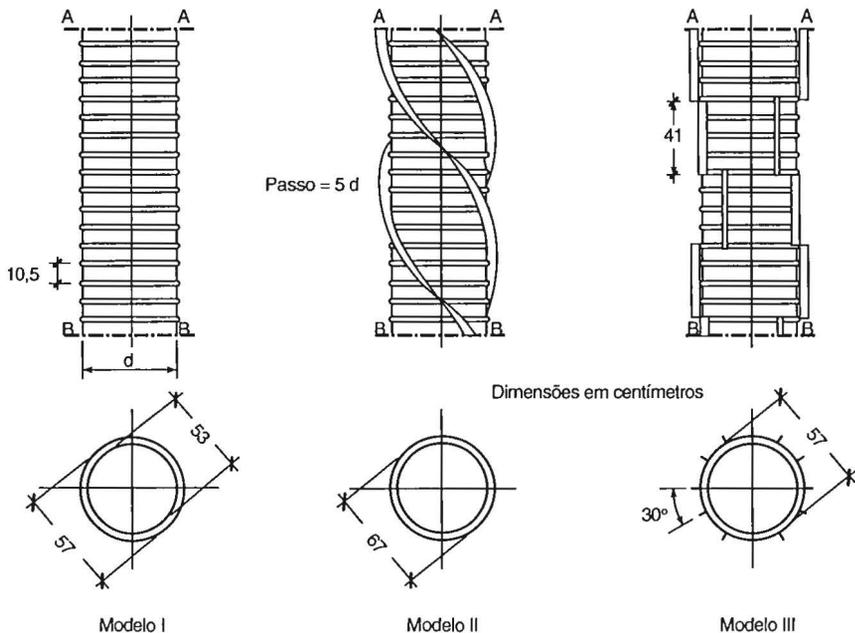


Figura 5.6-10 – Características geométricas dos modelos [5-31], [5-32]

uma placa com um comprimento igual a $1,14d$, colocada a sotavento de um cilindro de diâmetro d , em escoamento bidimensional, com diversos afastamentos s entre cilindro e placa. As posições da placa e os respectivos valores de St aparecem na Fig.5.6-11 Os vórtices não foram suprimidos, mas já com $s/d = 0$ St diminuiu um pouco, em relação ao St do cilindro isolado. Aumentando s , St continuou diminuindo, até $s/d = 2,7$. Nesta posição, St subitamente aumentou para um valor praticamente igual ao correspondente ao cilindro isolado. Deslocando a placa mais para sotavento, St continuou a aumentar, suavemente, alcançando um máximo de $0,22$ com $s/d = 5,5$.

Mais eficiente mostrou-se uma placa com comprimento ℓ igual a $5d$, colocada imediatamente a sotavento do cilindro ($s = 0$). Roshko, com um anemômetro de fio quente situado a um e a dois diâmetros a sotavento do cilindro, não conseguiu detectar periodicidade significativa ($Re=7,5 \times 10^3$). Concluiu que a placa foi plenamente efetiva, impedindo o desprendimento periódico de vórtices. Mais ainda, sugeriu que uma placa mais curta também poderia causar este mesmo efeito.

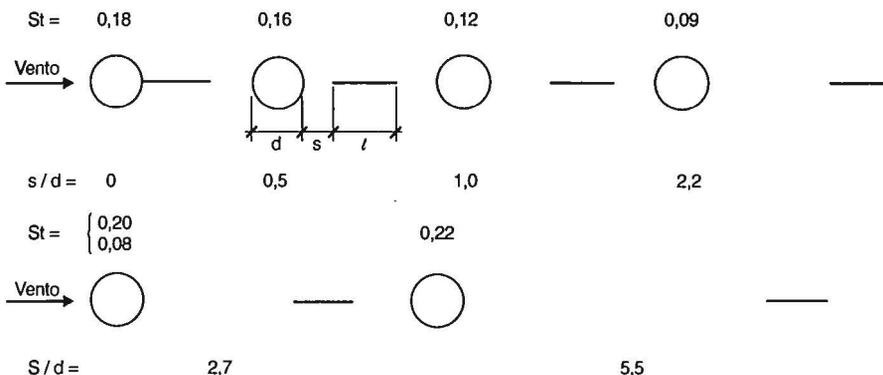


Figura 5.6-11 – Variação de St com distância de placa a sotavento

o) Apelt, West e Szewczyk [5-34] realizaram ensaios com um cilindro bidimensional, em um canal de água, com placas, a sotavento do cilindro, de diversos comprimentos, ℓ , até $\ell/d = 2$, todas elas sem espaço livre entre cilindro e placa ($s = 0$). O número de Reynolds variou entre 10^4 e 5×10^4 . Bloqueio de 6%. Destacamos os seguintes resultados:

- com ℓ/d em torno de 1, C_a , St e a largura da esteira passaram por seus valores mínimos;
- com $\ell/d = 1$, C_a sofreu uma redução de 31%, em relação ao cilindro isolado;
- placas curtas (até $\ell/d = 1$) progressivamente estabilizam os pontos de separação e reduzem a largura da esteira com o aumento de ℓ/d ;

– placas com $\ell/d > 1$ inibiram a interação entre os vórtices desprendidos de ambos os lados do cilindro, formando-se vórtices sobre a placa e daí resultando uma formação bastante irregular de vórtices;

– no âmbito dos ensaios, a frequência de desprendimento de vórtices variou até $\pm 10\%$.

p) Um dispositivo semelhante foi usado para suprimir a oscilação de um oleoduto suspenso, na passagem de um rio, causada por ventos forte que sopravam ao longo do vale (Fig.5.6-12).

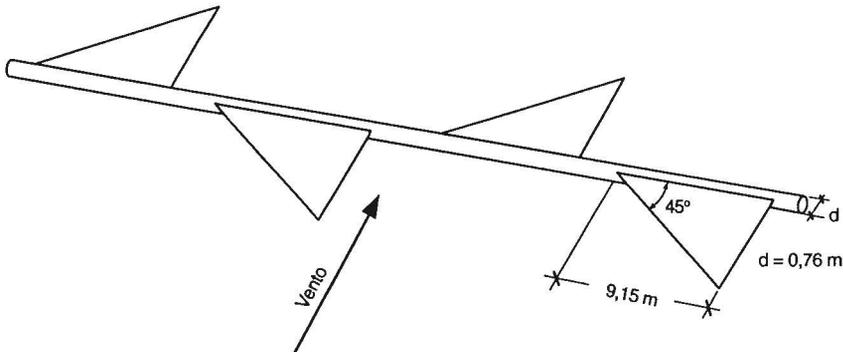


Figura 5.6-12 – Aletas horizontais para evitar oscilações fortes

5.7. NÚMERO DE STROUHAL

a) A maior parte dos estudos experimentais foi feita em escoamento bidimensional, com corrente de ar suave. Para uma mesma forma de secção, os valores indicados variam com o autor. Além disso, nem sempre é indicada a faixa de valores do número de Reynolds em que são válidos, ou as condições de rigidez do cilindro.

Serão apresentados, a seguir, indicações de diversos autores e normas.

b) Newberry e Eaton [5-12]:

$St = 0,20$, para estruturas de secção transversal circular;

$St = 0,15$, para estruturas de secção transversal quadrada e placas.

A velocidade a considerar é a velocidade média sobre um minuto.

c) Cook [5-5]:

$St = 0,20$, para cilindros de secção circular;

$St = 0,12$, para cilindros de secção quadrada.

d) Bearman [5-35]:

Para cilindros de secção circular:

$St = 0,20$, para $10^4 \leq Re \leq 10^5$

$St = 0,27$, para $Re > 10^7$.

e) Sachs [5-36] e Blevins [5-19]:

São valores reproduzidos do relatório de um comitê norte-americano que estudou as forças devidas ao vento em estruturas [5-37]:

$St = 0,20$, para cilindros de secção circular, com $11800 < Re < 19100$;

$St = 0,26$, para placas paralelas ao vento;

$St = 0,15$, para placas perpendiculares ao vento;

St entre $0,12$ e $0,17$, para diversos perfis metálicos (o valor depende das proporções, forma e incidência do vento). Os valores sugeridos pelo comitê aparecem na Tabela 5.7-1.

Blevins ainda indica:

$St = 0,12$, para cilindros de secção quadrada.

f) Hirsch [5-38]:

Apresenta um gráfico que se aplica a cilindros de secção retangular (Fig.5.7-1). Para secção quadrada, $St = 0,125$.

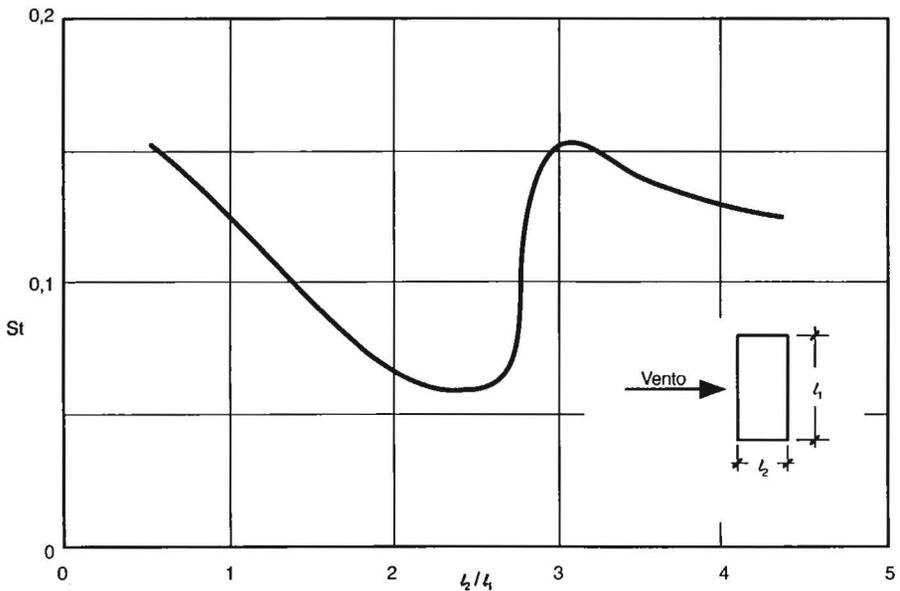


Figura 5.7-1 – Número de Strouhal para cilindros de secção retangular [5-38]

g) Müller e Nieser [5-39]:

Determinaram o número de Strouhal em uma chaminé de concreto armado, tronco-cônica, com 180m de altura, diâmetro externo variando de 9,86m de base a 4,75m no topo:

$$St = 0,19.$$

h) Norma canadense, 1970 [5-11]:

$St = 0,18$, para cilindros de secção circular, com $Re < 2 \times 10^5$;

$St = 0,25$, para cilindros de secção circular, com $Re > 2 \times 10^5$;

$St = 0,15$, para corpos com secções angulosas, tais como retângulos e perfis metálicos comuns.

i) Norma canadense, 1980 [5-40] :

$1/St \cong 6$ ($St \cong 0,17$) , para $Re < 2 \times 10^5$;

$1/St \cong 5$ ($St \cong 0,20$) , para $Re > 2 \times 10^5$.

Estes valores aplicam-se a cilindros de secção circular ou aproximadamente circular.

j) Norma australiana [5-41]:

Para estruturas de secção circular:

$St = 0,20$, para $b V(z) \leq 7$ ($Re \leq 490\,000$)

$St = 0,25$, para $b V(z) > 7$ ($Re > 490\,000$).

Para estruturas de secção retangular:

$St = 0,15$, para todos os valores de $b V(z)$.

Nota – $V(z)$ é a velocidade de cálculo na altura z acima do terreno;

b é a largura da estrutura (ℓ_1);

$Re \cong 70\,000 b V(z)$.

k) Recomendações CECM [5-42] :

Para cilindros de secção circular ($Re = 70\,000 \bar{V} d$, sendo \bar{V} a velocidade média sobre dez minutos):

$St = 0,15$, para $10^3 \leq Re \leq 10^5$

$St = 0,2$ a $0,3$, para $10^5 < 2 \times 10^6$

$St = 0,3$, para $Re \geq 2 \times 10^6$.

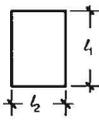
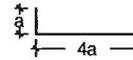
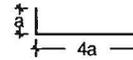
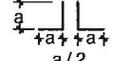
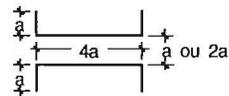
Para cilindros de secção quadrada, placas, perfis cantoneiras de abas desiguais, tê, duplo tê e C, com a maior dimensão paralela ao vento:

$$St = 0,15.$$

l) Outros valores de **St**, obtidos por Kwok e Melbourne [5-43] e por Saunders e Melbourne [5-44], aparecem na Tabela 5.8-1.

m) A partir desta bibliografia, estamos sugerindo os valores de **St** apresentados na Tabela 5.7-1.

Tabela 5.7.1
Número de Strouhal para diversas secções

Direção do vento	Forma da secção	S_s
Qualquer	 $Re = 70\,000 \bar{V}d$ (\bar{V} sobre 10 min)	$10^3 \leq Re \leq 2 \times 10^5$ 0,20
		$Re \geq 10^6$ 0,28 (interpolar linearmente)
→	Placa	0,16
↓		0,15
→	Retângulo 	$l1/l2 = 0,5$ 0,15
		1,0 0,12
		1,5 0,09
		2,0 0,07
		2,5 0,07
		3,0 0,15
		4,0 0,13
4,5 0,12		
→	 $t = a/25$	0,12
↓	 $t = a/25$	0,14
↓	 $\begin{cases} 2a : t = a/25 \\ 4a : t \cong a/8 \end{cases}$	0,14
↓	 $t = a/25$	0,14
↑	 $t = a/25$	0,15
↓	 $t = a/12,5$	0,15
↑	 $t = a/12,5$	0,17
←	 $t = a/50$	0,15
↑	 $t = a/50$	0,14
↙	 $t = a/50$	0,15
←	 $t = a/25$	0,13
↑	 $t = a/25$	0,13
↙	 $t = a/25$	0,14
→	 $t = a/50$	0,16
→	 $t = a/25$	0,11
↑	 $t = a/25$	0,15
→	 $t = a/25$	0,12
↓	 $t = a/25$	0,14
→	 $t = a/25$	0,14
↓	 $t = a/12,5$	0,15

5.8. FORÇAS LATERAIS FLUTUANTES

5.8.1. Recapitulação

a) Como já foi comentado anteriormente, as forças laterais geradas pelo desprendimento alternado de vórtices dependem, entre outros fatores, da turbulência do escoamento incidente e do movimento lateral do cilindro. O espectro de potência da força lateral vai se alargando com o aumento da intensidade da turbulência do escoamento incidente (Fig.5.8-1).

O desvio padrão da força lateral por unidade de comprimento do cilindro, σ_y , medido em ensaios em modelos ou ao vento natural, permite obter o desvio padrão do coeficiente de força lateral σ_ℓ :

$$\sigma_\ell = \sigma_{qy} / (\rho V^2 d / 2) \quad \text{---} \quad \sigma_{qy} = \sigma_\ell \rho V^2 d / 2 \quad (5.8-1)$$

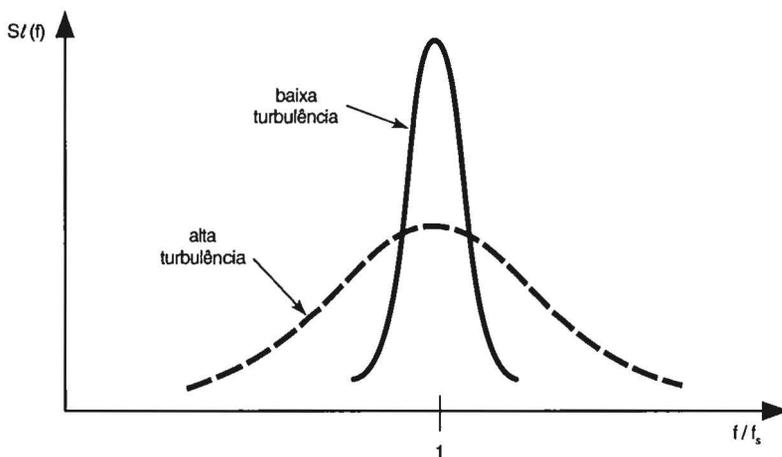


Figura 5.8-1 – Influência da turbulência no espectro da força lateral

b) Movimentos laterais do cilindro nas proximidades da frequência natural do mesmo provocam uma amplificação e um melhor correlacionamento das forças laterais ao longo do cilindro. Este efeito pode ser considerado incluindo um amortecimento negativo na equação do movimento [5-45]. Neste, o amortecimento estrutural, ζ_e , é substituído por um amortecimento efetivo, ζ_{ef} , dado por

$$\zeta_{ef} = \zeta_e - \zeta_{aer} \quad (5.8-2)$$

sendo ζ_{aer} o amortecimento aerodinâmico. Para secções circulares ζ_{aer} pode ser considerado igual a zero. Para maiores detalhes consultar os Apêndices A.I e A.II.

c) Também o número de Reynolds exerce influência considerável. Em vento uniforme e suave, com números de Reynolds baixos (região sub-crítica) ou muito altos (região ultra crítica), os vórtices de Kármán são bem organizados (vórtices de Kármán fortes) e os espectros das forças laterais são de banda estreita. Nas regiões intermediárias (crítica e super crítica), em que os vórtices de Kármán são mal organizados (vórtices de Kármán fracos) ou não aparecem, esses espectros são de banda larga. A influência da turbulência é ainda maior com altos números de Reynolds. Korten [5-46] observa que não têm sido notados picos nos espectros de forças em chaminés de grande altura.

Na região sub-crítica ($Re < 2 \times 10^5$), σ_ℓ é muito sensível às condições do escoamento e à intensidade da turbulência [5-47].

5.8.2. Processo de Kwok e Melbourne [5-43]

a) Estes dois pesquisadores estudaram modelos rígidos, imersos em um escoamento que simulava vento sobre terrenos rugosos de dois tipos:

- subúrbios, com $I_1 = 7\%$ (no topo do modelo);
- centros de cidades grandes, com $I_1 = 14\%$ (no topo do modelo).

Os esboços dos perfis potenciais de velocidades médias foram, respectivamente, $p = 0,23$ e $0,44$.

Os modelos eram de secção quadrada ou circular (sendo ℓ_1 o lado da primeira ou o diâmetro da segunda), com alteamento 9 para o cilindro de secção circular e com alteamentos 9 e 18 para dois modelos de secção quadrada.

b) Os autores distinguem:

- excitação pela esteira, que é essencialmente estocástica e pode ser descrita por um modelo de excitação estocástica;
- excitação pelo fenômeno de captura, que é essencialmente periódica e pode ser descrita por um modelo de excitação senoidal.

Para selecionar o tipo de excitação é necessário determinar uma amplitude de resposta lateral crítica, $\sigma_{y_{cr}}(h)/\ell_1$, sendo $\sigma_{y_{cr}}(h)$ o desvio padrão do deslocamento lateral crítico no topo da estrutura. São sugeridos os valores 0,006 e 0,025, respectivamente, para os modelos de secção circular e quadrada, ambos em vento de subúrbio.

O modelo de secção quadrada, de alteamento 9, em vento de alta turbulência não acusou resposta significativa no regime de captura, com um amortecimento maior que 0,25% do crítico.

5.8.2.1. Estruturas rígidas [$s_y(h) < \sigma_{ycr}(h)$]

a) Nestes casos o modelo mais adequado é o da excitação aleatória.

A resposta transversal de pico, $\hat{y}(h)$, observada durante um período corresponde a mil ciclos, é, aproximadamente,

$$\hat{y}(h) \cong 3,8 \sigma_y(h)$$

sendo σ_y o desvio padrão do deslocamento transversal ao vento. Este valor de σ_y é o valor a usar no cálculo de momentos fletores e forças cortantes.

b) Para $\sigma_y(h)$ os autores apresentam a expressão

$$\sigma_y(h) \cong \frac{1}{(2\pi f_1)^2 M_1^*} \left[\frac{\pi f_1 S_\ell f_1}{4 \zeta_1} \right]^{1/2} \quad (5.8-3)$$

sendo: M_1^* – massa generalizada correspondente ao primeiro modo de vibração:

$$M_1^* = \int_0^h m(z) \phi_1^2(z) dz \quad (5.8-4)$$

$m(z)$ – massa por unidade de altura

$\phi_1(z)$ – forma modal do primeiro modo

h – altura da estrutura ;

f_1 – frequência natural do primeiro modo ;

ζ_1 – razão de amortecimento crítico do primeiro modo ;

$S_\ell(f_1)$ – densidade espectral da força lateral para a frequência do primeiro modo

A densidade espectral $S_\ell(f_1)$ foi calculada a partir de medidas do espectro do deslocamento lateral dos modelos e da admitância. A Tabela 5.8-1 apresenta os valores de $S_\ell(f_1)$ retirados de figura do trabalho de Kwock e Melbourne.

c) Os valores dados na Tabela 5.8-1 são válidos nas seguintes condições :

1 - alteamentos não menores que cerca de 7 ;

2 - há construções a barlavento ;

3 - o modo fundamental de vibração é aproximadamente linear ;

4 - o número de Reynolds calculado a cerca de 2/3 da altura da construção não está no âmbito $2 \times 10^5 < Re < 3 \times 10^6$, no qual não aparecem vórtices de Kármán fortes (desprendimento regular, bem definido, de vórtices).

Os autores salientam que, nos casos em que aparecem os fenômenos de captura ou de galope, principalmente com baixos valores do amortecimento estrutural, este processo sub estima significativamente a resposta la-

Tabela 5.8-1

Valores de pico do espectro de força lateral e número de Strouhal

Fonte	Secção	Proporções d x h l ₁ x l ₂ x h	Características do vento	$f_1 S_l(f_1)$ $[\frac{1}{2} \rho V^2 l_1 h]^2$	St
(1)	Circular	1 x 9	Subúrbio	0,01	0,15
	Quadrada	1 x 1 x 9	Subúrbio	0,08	0,11
	Quadrada	1 x 1 x 18	Subúrbio	0,09	0,11
	Quadrada	1 x 1 x 9	Centro cidade	0,06	0,11
(2)	Quadrada	1 x 1 x 9	l ₁ = 0,12	0,07	0,10
		1 x 1 x 6		0,055	0,11
		1 x 1 x 3		0,02	0,10
(2)	Quadrada	1 x 1 x 9	l ₁ = 0,19	0,04	0,12
		1 x 1 x 6		0,05	0,11
		1 x 1 x 3		0,01	0,10
(2)	Retangular	2 x 1 x 6	l ₁ = 0,12	0,045	0,12
		2 x 1 x 6	l ₁ = 0,19	0,04	0,12
(2)	Retangular	1,5 x 1 x 6	l ₁ = 0,12	0,045	0,10
		1,5 x 1 x 6	l ₁ = 0,19	0,03	0,11
(2)	Retangular	1 x 2 x 6	l ₁ = 0,12	0,015	0,07
		1 x 2 x 6	l ₁ = 0,19	0,03	0,06
(2)	Retangular	1 x 1,5 x 6	l ₁ = 0,12	0,025	0,085
		1 x 1,5 x 6	l ₁ = 0,19	0,025	0,085

Notas: Valores de l₁ correspondentes a 150m de altura.

(1): Ref. 5-43, p.66, figura 5.

(2): Ref. 5-44, p.374, figura 7.

teral, a qual deve ser determinada considerando a estrutura flexível, isto é, $\sigma_y(h) > \sigma_{ycr}(h)$.

O espectro $S_l(f)$, para outras proporções de edificações paralelepípedicas, é apresentado na Ref. [5.44] ($a \times b \times h = 1 \times 1 \times 6, 1 \times 1 \times 3, 1 \times 2 \times 6$ e $1 \times 1,5 \times 6$), e os valores de pico, $S_l(f_1)$, aparecem na já citada Tabela 5.8-1.

5.8.2.2. Estruturas flexíveis [$\sigma_y(h) > \sigma_{ycr}(h)$]

a) Para este caso, as forças laterais associadas ao desprendimento de vórtices tornam-se bem correlacionadas e a frequência de desprendimento de vórtices coincide com a frequência natural da estrutura ao longo de uma boa parte desta. Isto é, $f_s = f_1$.

A força lateral excitadora por unidade de comprimento da estrutura, $F_l(z,t)$, terá por expressão, ao longo do tempo:

$$F_l(z,t) = F_o(z) \text{ sen}(2 \pi f_1 t) \quad (5.8-5)$$

sendo $F_o(z)$, amplitude da força senoidal $F_i(z, t)$, expressa por:

$$F_o(z) = \sqrt{2} \sigma_\ell \rho [V(z)]^2 \ell_1 / 2$$

ou:

$$F_o(z) = \sqrt{2} \sigma_\ell q(z) \ell_1 \quad (5.8-6)$$

sendo :

$q(z)$ – pressão dinâmica na altura z : $q(z) = \rho [V(z)]^2 / 2$

σ_ℓ – desvio padrão do coeficiente de força lateral, C_ℓ .

Para uma estrutura cuja forma modal do primeiro modo seja linear :

$$\phi_1(z) = z / h$$

e cujos modos superiores de vibração não contribuam sensivelmente para o movimento, sendo esta estrutura de secção constante e submetida a um turbulento de lei potencial de velocidade médias dada por :

$$\bar{V}(z) = \bar{V}(h) (z / h)^p,$$

o desvio padrão do deslocamento no seu topo será dado por [5-43]:

$$\sigma_y(h) = \frac{\sigma_\ell \rho b^3 h}{2(1+p) \zeta_1 M_1^* \left[4 \pi \frac{f_1 \ell_1}{\bar{V}(h)} \right]^2} \quad (5.8-7)$$

b) Com as quatro restrições já dadas em 5.8.2.1.c, valores de σ_ℓ para a resolução da (5.8-6) podem ser obtidos da Fig.5.8-2. As curvas desta figura são aplicáveis a torres de secção circular ou quadrada, em vento de subúrbio. Está sendo admitido que σ_ℓ depende apenas da velocidade reduzida

$\bar{V}(h) / (f_1 \ell_1)$. Isto é, quando o deslocamento lateral do topo exceder seu valor crítico, o fenômeno de captura é predominante e a força excitadora pode ser considerada senoidal.

c) Observe-se que :

– a resposta da estrutura, para o modelo matemático de excitação senoidal em regime de captura, é proporcional a $1/\zeta_1$ (5.8-7), enquanto que no modelo de excitação aleatória é proporcional a $1/\sqrt{\zeta_1}$ (5.8-3). Por exemplo, para $\zeta_1 = 0,01$:

$1/\zeta_1 = 1 / 0,01 = 100$ – resposta proporcional a 100 ;

$1/\sqrt{\zeta_1} = 1 / \sqrt{0,01} = 10$ – resposta proporcional a 10 .

Para o amortecimento deste exemplo, a resposta sofrerá uma influência do amortecimento dez vezes maior no caso do fenômeno de captura.

– σ_ℓ passa por valores máximos, para as diversas curvas, nos valores

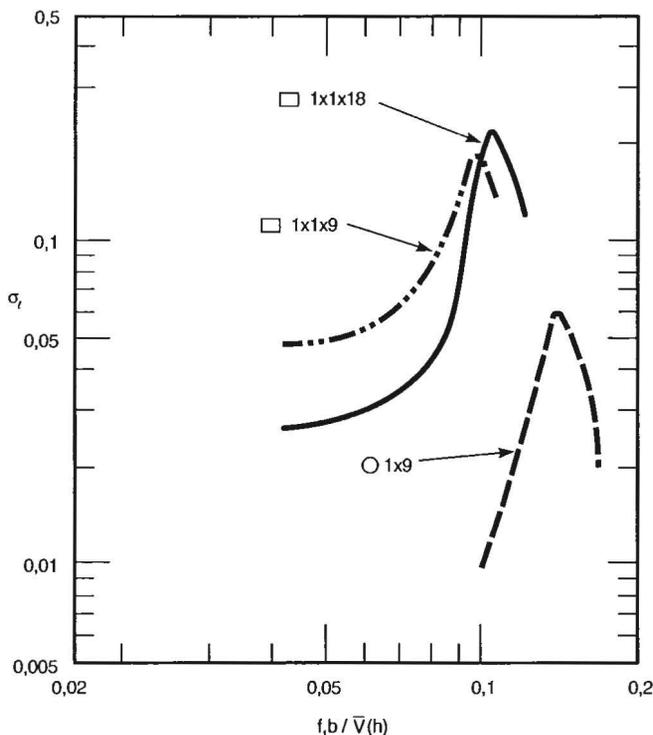


Figura 5.8-2 – Valores de σ_ℓ

da velocidade reduzida crítica, isto é, velocidade do vento para a qual a frequência natural da estrutura coincide com a frequência do desprendimento de um par de vórtices.

Para a determinação dos momentos fletores e das forças cortantes [5-48]:

$$\hat{y}(h) \cong 2,6 \sigma_y(h) \quad (5.8-8)$$

Para um movimento harmônico puro tem-se $\hat{y}(h) = 1,41 \sigma_y(h)$.

d) Das conclusões dos autores citamos :

Próximo à velocidade reduzida crítica e , particularmente, para baixos valores do amortecimento estrutural, excitação pelo fenômeno de captura foi significativo tanto para torres de seção circular como quadrada em um vento de subúrbio. Esta excitação resultou em grandes aumentos no deslocamento da resposta lateral, principalmente para torre de seção circular. Em vento de centro de cidade a torre de seção quadrada não apresentou resposta por captura quando o amortecimento foi maior que 0,25% do amortecimento crítico.

5.8.3. Processo de van Koten [5-46]

Koten apresenta na Ref.[5-46] um processo que desenvolveu para chaminés. A carga estática equivalente é dada por

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 d g \sqrt{\frac{F'' s''}{\zeta}} \Phi \quad (5.8-9)$$

onde : ρ – massa específica do ar;

V – velocidade do vento;

d – diâmetro da chaminé;

g – fator de pico;

ζ – razão de amortecimento crítico;

F'' – valor do pico do espectro de potência da carga lateral (frequência da carga nas vizinhanças da frequência de ressonância da chaminé (Fig.5.8-3);

s'' – fator de redução de dimensões. Leva em conta que os vórtices estão bem coordenados em uma certa distância ao longo da chaminé; determinado a partir da curva de correlação obtida de medidas experimentais (Fig.5.8-4) ;

Φ – fator que considera a influência do movimento da chaminé no desprendimento dos vórtices (Fig.5.8-5).

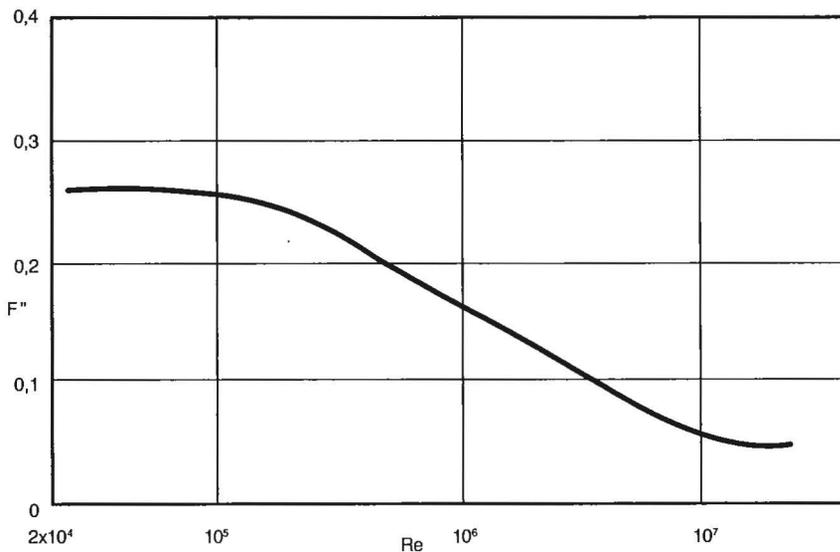


Figura 5.8-3 – Valor do pico do espectro da força lateral, F''

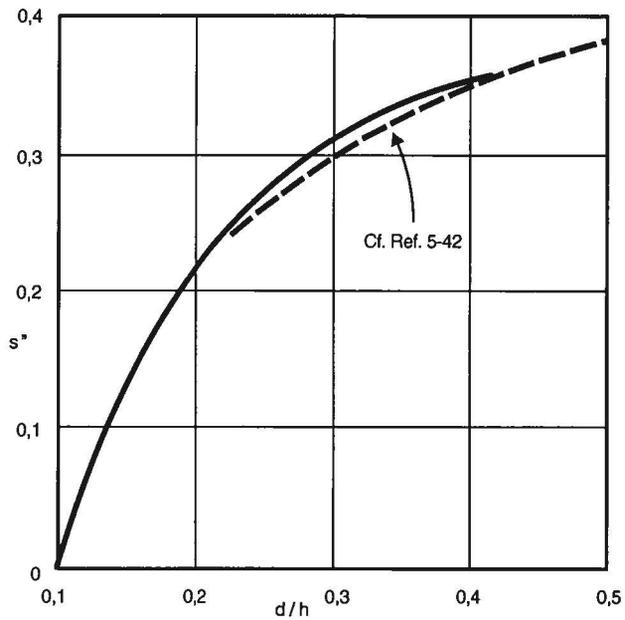


Figura 5.8-4 – Fator de redução de dimensões, s''

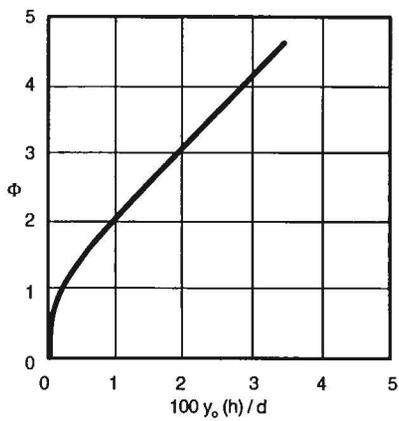


Figura 5.8-5 – Fator Φ

5.8.4. Processo da Norma Canadense [5-40]

O comentário B (Cargas do vento) da parte 4 do "National Building Code of Canada", edição 1980, apresenta o seguinte (mantida a numeração original de itens e equações) :

"Desprendimento de vórtices

26. Estruturas cilíndricas esbeltas em balanço, como chaminés, torres de observação e, em alguns casos, edifícios altos, devem ser projetados para resistirem o efeito dinâmico de desprendimento de vórtices. Quando o vento sopra sobre corpos cilíndricos ou prismáticos, vórtices são desprendidos alternadamente de um e outro lado, dando origem a uma força flutuante que age perpendicularmente à direção do vento ao longo do comprimento do corpo. Uma estrutura pode ser considerada esbelta neste contexto se a relação da altura para o diâmetro exceder cinco. A velocidade do vento, $V(h)$, no topo da estrutura, quando a frequência do desprendimento de vórtices (par) igualar a frequência natural, f , da estrutura, é dada por

$$\bar{V}(h) = f d / St \quad (9)$$

onde: f – frequência em Hertz;

St – número de Strouhal;

$\bar{V}(h)$ – velocidade média no topo da estrutura, em m/s;

d – diâmetro em metros.

27. Para cilindros circulares e aproximadamente circulares:

$1/St \cong 6$, para $Re < 2 \times 10^5$

$1/St \cong 5$, para $Re > 2 \times 10^5$

onde o número de Reynolds, Re , é $Re = 6 V(h) d \times 10^4$.

28. Os efeitos dinâmicos causados pelo desprendimento de vórtices de uma estrutura cilíndrica podem ser substituídos por uma força estática agindo sobre o terço superior. A força estática equivalente por unidade de altura, F_e , é dada por

$$F_e = \frac{C_1}{\lambda \sqrt{\zeta - C_2} \rho d^2 / M} q(h) d \quad (10)$$

onde: ζ – razão de amortecimento crítico

λ – alteamento (h/d);

h – altura da estrutura;

$q(h)$ – pressão dinâmica correspondente a $V(h)$; $q(h) \equiv 0,6 [V(h)]^2 \text{ N/m}^2$
($V(h)$ em m/s);

M – massa média por unidade de comprimento no terço superior da estrutura (kg / m);

ρ – massa específica do ar; $\rho \equiv 1,2 \text{ kg / m}^3$.

Para a maioria das situações :

$C_1 = 3$ para $\lambda > 16$

$C_1 = 3 \sqrt{\lambda / 4}$ para $\lambda < 16$

$C_2 = 0,6$.

Se $\zeta < C_2 \rho d^2 / M$, então movimentos com grandes amplitudes de até um diâmetro podem aparecer. Estimativas de amplitude para $\zeta < C_2$ são discutidas na Referência [9] (Vickery, B.J.– A model for the prediction of the response of chimneys to vortex shedding. Proc. 3rd International Chimney Design Symposium, Munich, Oct. 1978) , a qual é sugerida como uma referência geral sobre o tema de desprendimento de vórtices em chaminés.

Se $V(h)$ é baixo, podem existir gradientes de temperatura que produzem níveis de turbulência muito baixos, e em tais casos movimentos induzidos por vórtices são significativamente aumentados, particularmente para estruturas muito esbeltas. Se $V(h)$ é menor que 10 m/s e λ é maior que 12, então

$C_1 = 6$,

$C_2 = 1,2$.

29. Para estruturas tronco-cônicas pode ser feita alguma redução nas forças causadas por desprendimento de vórtices. Entretanto, se a variação do diâmetro no terço superior é menor que 10% do diâmetro médio do terço superior, então aplicam-se as recomendações do item 28. Se a variação do diâmetro exceder 10%, então a força estática efetiva deve ser aplicada apenas sobre a parte da estrutura na qual o diâmetro está dentro de 10% da média para aquela parte.

Para estruturas tronco-cônicas com uma variação de diâmetro excedendo 10% sobre o terço superior,

$C_1 = 3$

$C_2 = 0,6$,

e nenhum acréscimo nestes coeficientes é requerido para pequenos valores de $V(h)$.

30. As recomendações dos itens 28 e 29 aplicam-se a estruturas em balanço vibrando no modo fundamental. Para outros modos seria apropriado uma análise dinâmica, embora eq. (9) possa ser usada para determinar a velocidade crítica. A aplicação da eq. (10) fornecerá uma estimativa grosseira dos efeitos do desprendimento de vórtices se a carga for aplicada sobre um comprimento de até 1/3 do comprimento total e em uma posição centrada sobre a localização do deslocamento máximo para o modo de vibração em estudo. Estruturas esbeltas com secções transversais diferentes da cir-

cular podem também dar origem a desprendimento de vórtices, mas os dados são limitados e, em adição, outras formas de movimentos transversais ao vento podem se desenvolver se a velocidade do vento $V(h)$ for maior que cerca de $7 f \ell_1$, onde ℓ_1 é a dimensão transversal ao vento (largura). Em tais casos, ensaios em túnel de vento constituem o método mais satisfatório para estimar a resposta provável.”

5.8.5 Processo da Norma Brasileira [5-49]

[Mantida a numeração do texto da Comissão de Estudo, 1990]

10. EFEITOS DINÂMICOS INDUZIDOS POR DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES ALTERNADOS

10.1. Descrição do fenômeno

Estruturas muito esbeltas, tais como chaminés, torres de microondas, de observação ou de iluminação, devem ser projetadas levando em consideração os fenômenos dinâmicos causados por desprendimento de vórtices. Quando corpos cilíndricos são submetidos à ação do vento desprendem-se vórtices alternadamente de um e outro lado do corpo, surgindo uma força flutuante que atua, ao longo do comprimento do mesmo, na direção perpendicular à direção do vento. Em geral uma estrutura pode ser considerada esbelta quando a relação entre a altura e sua largura ou diâmetro (alteamento) for superior a seis.

10.2. Número de Strouhal

As ações cíclicas induzidas na estrutura pelo desprendimento de vórtices são aproximadamente harmônicas, com frequência f_s . Movimentos transversais importantes podem ser produzidos por estas ações se a frequência natural da estrutura coincidir com a frequência de desprendimento de um par de vórtices, dada pela equação

$$f_s = St \bar{V} / \ell_1$$

sendo: f_s – frequência de desprendimento de um par de vórtices, em Hertz

St – número de Strouhal

\bar{V} – velocidade média do vento, sobre 10 minutos, em m/s

ℓ_1 – diâmetro ou largura da edificação.

O número de Strouhal é um coeficiente adimensional característico da secção transversal, podendo variar com o número de Reynolds. Valores de St são indicados na Tabela 10.1 para secções usuais. Quando a velocidade \bar{V} for variável ao longo do comprimento da edificação, a frequência de desprendimento de vórtices tende a ser governada pela frequência f_s correspondente ao ponto em que a amplitude de deslocamento é máxima.

10.3. Cálculo das amplitudes das vibrações induzidas pelos vórtices

O procedimento indicado a seguir é aplicável a edificações apoiadas apenas na base e com pouca ou nenhuma variação da secção transversal ao longo da altura.

A amplitude da resposta é calculada para a velocidade \bar{V}_{cr} do vento para a qual a frequência f_s coincide com a frequência f_1 da estrutura associada ao primeiro modo, na direção perpendicular à direção do vento (primeira velocidade crítica). O modo correspondente de vibração é aproximado pela lei potencial :

$$y_1(z) = Y_0(z/h)^\gamma$$

na qual y_1 representa a forma modal e Y_0 é a amplitude da vibração na direção perpendicular à direção do vento, no topo da estrutura, isto é, para z igual à altura h . Para a determinação da frequência e do expoente γ da forma modal são aplicáveis as especificações do capítulo 9.

A velocidade crítica correspondente ao primeiro modo é determinada por

$$\bar{V}_{cr} = f_1 \ell_1 / St$$

e a pressão dinâmica de cálculo, q_{cr} , por

$$q_{cr} = 0,613 (\bar{V}_{cr})^2 \quad (\bar{V}_{cr} \text{ em m/s, } q_{cr} \text{ em N/m}^2)$$

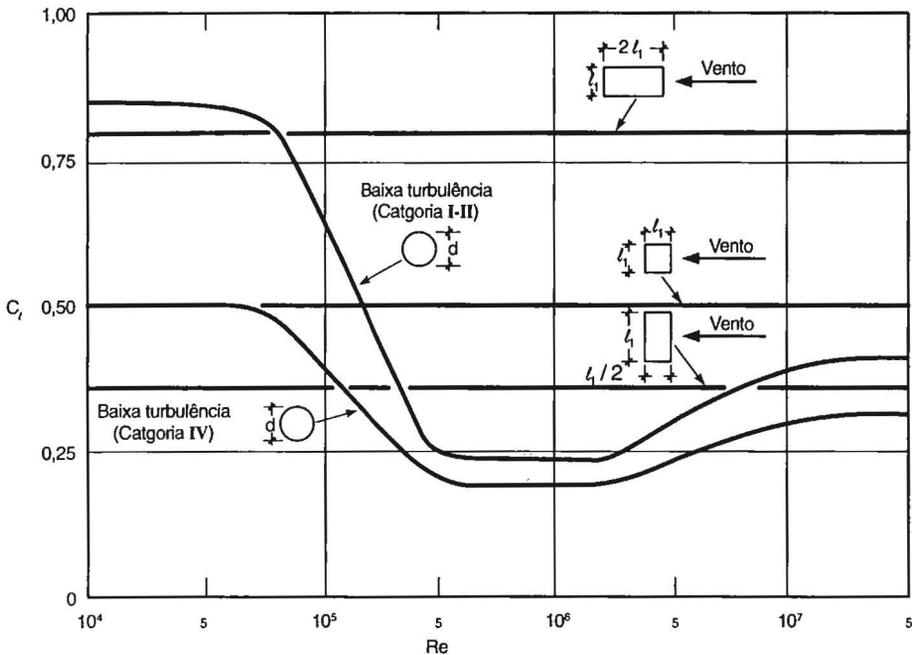


Figura 5.10-1 – Coeficiente de força lateral

A amplitude da vibração induzida pelo despreendimento de vórtices, perpendicular à direção do vento, é dada por

$$Y_o = \frac{q_{cr} \ell_1}{8 \pi^2 f_1^2 \zeta_{ef}} \frac{1+2\gamma}{1+\gamma} \frac{C_\ell C_R}{M_o}$$

na qual ζ_{ef} é a razão de amortecimento efetivo, igual a

$$\zeta_{ef} = \zeta_e - \zeta_{aer}$$

A razão de amortecimento estrutural ζ_e pode ser obtida da Tabela 19 do capítulo 9; para o amortecimento aerodinâmico ζ_{aer} , consultar o capítulo 11. No caso de edificações de secção circular, o amortecimento aerodinâmico é nulo.

C_ℓ denota o coeficiente de força lateral, função do número de Reynolds, da forma da secção transversal, da rugosidade superficial e da intensidade da turbulência do vento, sendo indicado na Fig.10.1.

M_o representa a massa equivalente por unidade de altura. Em um modelo contínuo, com massa por unidade de altura igual a $m(z)$:

$$M_o = \frac{\int_0^h m(z)(z/h)^{2\gamma} dz}{\int_0^h (z/h)^{2\gamma} dz}$$

No caso de modelos discretos, com a mesma simbologia usada no capítulo 9:

$$M_o = \frac{\sum_{i=1}^N m_i (z_i/h)^{2\gamma}}{\sum_{i=1}^N (z_i/h)^{2\gamma}}$$

O coeficiente de correlação longitudinal é dado pela expressão

$$C_R = 1 - \left(1 - \frac{L_R / \ell_1}{\lambda}\right)^{1+\gamma}$$

onde $\lambda = h / \ell_1$ representa o alteamento da edificação e L_R o comprimento de correlação da força lateral. O comprimento de correlação está relacionado com a amplitude das vibrações transversais através da expressão empírica

$$L_R / \ell_1 = 12 - 10 e^{-4 Y_o / \ell_1}$$

O problema linear resultante da introdução das equações de C_R e L_R / ℓ_1 na expressão de Y_o / ℓ_1 pode ser resolvido por iteração, seguindo o seguinte roteiro:

- Adotar $L_R / \ell_1 = 2$, correspondente à hipótese $Y_o / \ell_1 = 0$.
- Calcular C_R e Y_o / ℓ_1 .
- Recalcular L_R / ℓ_1 e retornar a b) até atingir convergência da razão Y_o / ℓ_1 .

10.4 Determinação da força lateral equivalente

Após a determinação da amplitude de vibração no topo da estrutura, a força lateral equivalente, por unidade de altura, é obtida pela equação

$$q_y(z) = Y_o (2 \pi f_1)^2 m(z) (z/h)^r.$$

Alternativamente, se a resposta da edificação for determinada por meio de um modelo discreto, com a simbologia usada no capítulo 9, as forças laterais equivalentes devidas aos vórtices alternados são dadas por

$$y_j = Y_o (2 \pi f_1)^2 m_j (z_j/h)^r$$

na qual y_j representa a força concentrada na direção perpendicular à direção do vento (força lateral ou transversal) atuando no nó j , e m_j representa a massa discreta j .

10.5. Combinação de efeitos

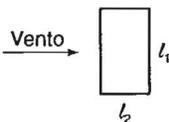
A força perpendicular à direção do vento por unidade de comprimento da edificação, $q_y(z)$, induzida pelo desprendimento de vórtices, deve ser superposta à força lateral devida à turbulência atmosférica. Esta força lateral é calculada com a velocidade V_{cr} , de acordo com o indicado em 9.4.

Deve ser verificado se a frequência de desprendimento de vórtices correspondente à velocidade de projeto (média sobre dez minutos) é inferior à frequência natural do segundo modo de vibração :

$$St \bar{V}_p / l_1 < f_2.$$

Exceto o caso de edificações de grande altura ou esbeltez, a desigualdade é usualmente satisfeita. Isto indica que para velocidades do vento iguais ou inferiores à velocidade de projeto, o segundo modo de vibração não apresentará ressonância com o desprendimento de vórtices. Em caso contrário é

Tabela 10.1
Número de Strouhal para secções usuais

Seção e comentários		St
Círculo	$10^3 \leq Re \leq 2 \times 10^5$	0,20
($l_1 = d$)	$Re \geq 10^6$	0,28
[Para Re entre 2×10^5 e 10^6 interpolar linearmente]		
Retângulo 	$l_1 / l_2 = 0,5$	0,15
	1,0	0,12
	1,5	0,09
	2,0	0,07
	2,5	0,07
	3,0	0,15
	4,0	0,13
	4,5	0,12
Placa perpendicular ao vento		0,15
Perfis de placas planas		
Vento 		0,14 a 0,17
Vento 		0,14 a 0,16

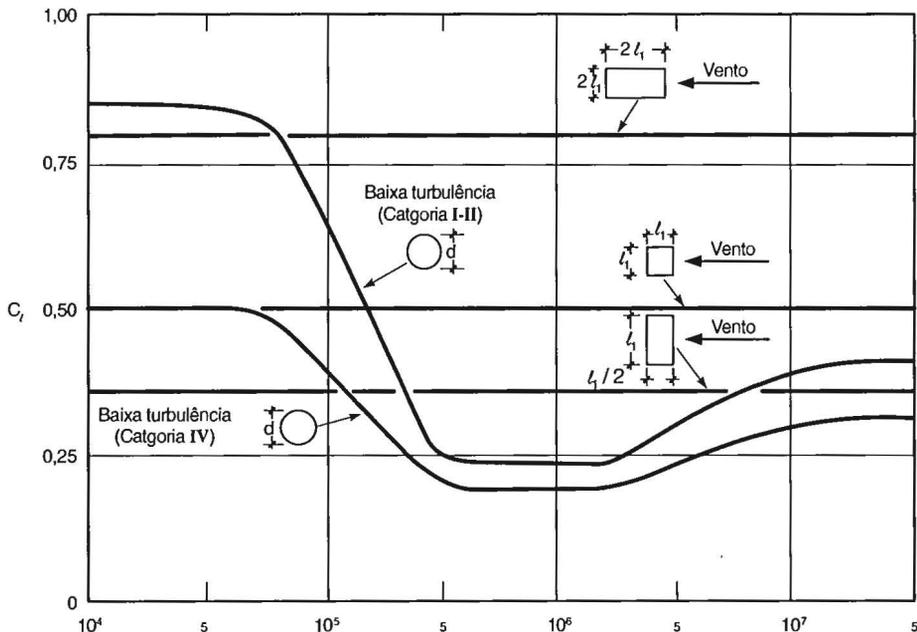


Figura 10.1 – Coeficiente de força lateral

recomendado um estudo detalhado do problema, por meio de procedimentos analíticos ou experimentais.

REFERÊNCIAS

- 5-1. MANDINI, R.V. *Kinematics of vortices in the early wake of vibrating circular cylinders*. Berkeley: University of California, 1961. (MSc. Thesis.)
- 5-2. SAINSBURY, R.N.; KING, D. The flow induced oscillation of marine structures. *Proc. of the Institution of Civil Engineers*, v.49, p.269-302, 1971.
- 5-3. DICKENS, W.R. The self induced vibration of cylindrical structures in fluid flow. *Proc. of the Institution of Civil Engineers*, v.67, n.2, p.13-30, 1979.
- 5-4. FARELL, C.; BLESSMANN, J. On critical flow around smooth circular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, Grã-Bretanha, v.136, p.375-391, 1983.
- 5-5. COOK, N.J. *The designer's guide to wind loading of building structures. Part 1*. Londres: Butterworths, 1985.
- 5-6. RIBEIRO, J.L.D. *Efeitos da rugosidade superficial sobre as pressões médias e flutuantes em cilindros circulares fixos em fluxo bidimensional*. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1989. (Tese D.Sc.)
- 5-7. SIMIU, E.; SCANLAN, R.H. *Wind effects on structures: an introduction to wind Engineering*. New York: John Wiley & Sons, 1978.
- 5-8. WOOTTON, L.R.; SCRUTON, C. Aerodynamic stability. In: *Seminar on the Modern*

Design of Wind-Sensitive Structures. Londres, 1971. Proc. , p.73.

5-9. NOVAK, M.; TANAKA, H. Pressure correlation on a vibrating cylinder. In: *International Conference on Wind Effects on Buildings Structures*, 4. Heathrow, 1975. Proc. , p.227-232.

5-10. RUSCHEWEYH, H.; SEDLACEK, G. Crosswind vibrations of steel stacks - Critical comparison between some recently proposed codes. In: *International Congress on Wind Engineering*, 7. Aachen, Alemanha Ocidental, 1987. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.30, n. 1-3, p.173-183, 1988.

5-11. NATIONAL BUILDING CODE OF CANADA 1970. Supplement N.4. Commentary N.1 – Winds loads, p.126-127. In: *Wind Resistant Design Regulation. A World List*. 1975. Japão. Committee of Wind Loading, Society of Steel Construction of Japan.

5-12. NEWBERRY, C.W.; EATON, K.J. *Wind loading handbook*. Londres: Building Research Establishment Report, 1974.

5-13. ROONEY, D.M.; PELTZER, R.D. Pressure and vortex shedding patterns around a low aspect ratio cylinder in a sheared flow at transitional Reynolds numbers. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, v.103, p.88-96, March 1981.

5-14. ROONEY, D.M.; PELTZER, R.D. The effects of roughness and shear on vortex shedding cell lengths behind a circular cylinder. *American Society of Mechanical Engineers Publication 81-FE-24*. Nova York, p.1-10, 1981.

5-15 = 5-6

5-16. BURESTI, G. The effect of surface roughness on the flow regime around circular cylinders. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.8, n. 1-2, p. 105-114, 1981.

5-17. VICKERY, B.J.; ISYUMOV, N.; DAVENPORT, A.G. The role of damping, mass and stiffness in the reduction of wind effects on structures. In: *Colloquium on Industrial Aerodynamics*, 5. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.11, n.1-3, p.285-294, 1983.

5-18. LEAD. Nova York: Lead Industries Association, Inc. , v. 39, n. 1-2, p.8: "Sixteen-ton lead 'hula-hoops' counter sway of world's tallest tower".

5-19. BLEVINS, R.D. *Flow-induced vibration*. Nova York: Van Nostrand Reinhold, 1977.

5-20. WONG, H.Y.; KOKKALIS, A. A comparative study of three aerodynamic devices for suppressing vortex-induced oscillation. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v. 10, n.1, p.21-29, 1982.

5-21. WONG, H.Y. A means of controlling bluff body flow separation. *Journal of Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.4, n.2, p.183-201, 1979.

5-22. ISHIZAKI, H.; HARA, H.; SHIMADA, T. The efficiency of helical strakes for the suppression of vortex-excited oscillation of steel stacks. In: *Conference on Design Against Wind-Induced Failure*. Bristol, Grã-Bretanha, 1984. *Engineering Structures*, Alemanha Ocidental, v.6, n.4, p.334-339, 1984.

5-23. SCRUTON, C. *Note on a device for the suppression of vortex-excited oscillations of flexible structures of circular or near-circular section, with special reference to its application to tall stacks*. Grã-Bretanha: National Physical Laboratory. NPL Aero Note 1012, 8 p., April 1963.

5-24. RAVARA, A. Estabilidade aerodinâmica de chaminés, torres e antenas. *Memoria, Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil*, n.367, 12 p., 1970.

5-25. SCRUTON, C. A brief review of wind effects on buildings and structures. *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Londres, v. 70, n. 665, p. 553-560, 1966.

- 5-26. WOODGATE, L. *Aerodynamic stability tests of a model of a 250 feet steel stack*. Grã-Bretanha: National Physical Laboratory, NPL Aero 408, 11 p., July 1960.
- 5-27. SCRUTON, C.; WALSHE, D.E.J. *A means for avoiding wind-excited oscillations of structures with circular or nearly circular cross-section*. Grã-Bretanha: National Physical Laboratory, NPL Aero Report 335, 13 p., oct.1957.
- 5-28. WOODGATE, L.; MAYBREY, J.F.M. *Further experiments on the use of helical strakes for avoiding wind excited oscillations of structures with circular or near circular cross-section*. Grã-Bretanha: National Physical Laboratory, NPL Aero 381, 30 p., June 1959.
- 5-29. WALSHE, D.E. *The aerodynamic investigation for the proposed 850-ft high chimney stack for the Drax Power Station*. Grã-Bretanha: National Physical Laboratory, Grã-Bretanha, NPL Aero Report 1227, 43 p., April 1967. [With appendices by BEARMAN, P.W.]
- 5-30. WALSHE, D.E. *Wind-tunnel investigations of the dynamic behaviour of some tall stacks and gas-turbine exhaust towers*. Grã-Bretanha: National Physical Laboratory, NPL Aero Report 1263, 27 p., April 1968.
- 5-31. BORGES, A.R.J. On wind induced instability of television towers. In: *International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures, 3. Tóquio, 1971. Proceedings*, "Paper" IV.44, p.1101-1110.
- 5-32. BORGES, A.R.J. *Aerodinâmica das estruturas verticais esbeltas*. Coimbra: Faculdade de Ciências e Tecnologia, 1974. (Tese de Doutorado.)
- 5-33. ROSHKO, A. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, Grã-Bretanha, v. 10, n. 3, p.345-356, 1961.
- 5-34. APELT, C.J.; WEST, G.S.; SZEWCZYK, A.A. The effects of wake splitter plates on the flow past a circular cylinder in the range $10^4 < R < 5 \times 10^4$. *Journal of Fluid Mechanics*, Grã-Bretanha, v.61, part 1, p.187-198, 1973.
- 5-35. BEARMAN, P.W. Wind induced oscillations of class E buildings and structures. In: *Ciria Conference on Wind Engineering in the Eighties*. Grã-Bretanha, 1980. *Proceedings*, v.2, "Paper" 9, p.9.1-9.31.
- 5-36. SACHS, P. *Wind forces in engineering*. 2. ed. Nova York: Pergamon Press, 1978.
- 5-37. ASCE TASK COMMITTEE ON WIND FORCES: Wind forces on structures. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, Nova York, v.126, p.1124-1198, 1961.
- 5-38. HIRSCH, G. Kritischer Vergleich von aktiven und passiven Dämpfungssystemen zur Unterdrückung winderregter Schwingungen Schlanker Strukturen. *Beiträge zur Anwendung der Aeroelastik im Bauwesens*, München, n.11, Julho 1980.
- 5-39. MÜLLER, F.P.; NIESER, H. Measurements of wind-induced vibrations on a concrete chimney. *Journal of Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.1, n.3, p.239-248, 1980.
- 5-40. NATIONAL BUILDING CODE OF CANADA 1980. Commentary B - Wind loads, p.117-119. In: *Wind Resistant Design Regulations. A World List. Supplement 1982*. Japão: Committee of Wind Loading, Society of Steel Construction of Japan.
- 5-41. AUSTRALIAN STANDARD SAA LOADING CODE -- PART 2, WIND FORCES, 1975, p.12. In: *Wind Resistant Design Regulations. A World List. Supplement 1982*. Japão. Committee of Wind Loading, Society of Steel Construction of Japan.
- 5-42. CONVENTION EUROPÉENNE DE LA CONSTRUCCION MÉTALLIQUE. Calcul

des effets du vent sur les constructions. Recommandations de la CECM. *Construction Métallique*, Paris, n.3, Sept. 1979 , p.47.

5-43. KWOK, K.C.S.; MELBOURNE, W.H. Wind induced lock-in excitation of tall structures. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.107, n.ST 1, p.57-72, 1981.

5-44. SAUNDERS, J.W.; MELBOURNE, W.H. Tall rectangular building response to cross-wind excitation. In: *International Conference on Wind Effects on Buildings on Structures*, 4. Heathrow, Grã-Bretanha, 1975. Proceedings, p.369-379.

5-45. VICKERY, B.J.; BASU, R. The development of a codified approach to the determination of wind loads on chimneys. In: *Canadian Wind Engineering Workshop*, 3. Vancouver, Canadá, 1981. "Paper" V.1, 26 p.

5-46. VAN KOTEN, H. *Wind load on chimneys*. Delft/Holanda: Institute TNO for Building Materials and Building Structures. Report n.BI-73-77 / 08.1.100, Sept 1973, 20p.

5-47. VICKERY, B.J. A model for the prediction of the response of chimneys to vortex shedding. In: *International Chimney Design Symposium*. Munich, 1978, p.157-162.

5-48. SIMIU, E. Modern development in engineering: Part 3. *Engineering Structures*, Alemanha Ocidental, v.4, n.2, p.66-74, 1982.

5-49. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. Norma Brasileira NBR-6123 (NB-599) : Forças devidas ao vento em edificações. Edição 1988.

SIMBOLOGIA

a – lado maior de uma secção retangular ou lado de uma secção quadrada

a – dimensão de referência em perfis

b – lado menor de uma secção retangular

c – comprimento de uma célula de desprendimento de vórtices (vórtices desprendem-se com mesma frequência dentro da célula)

C_a – coeficiente de arrasto: $C_a = F_a / (q A)$

C_ℓ – Coeficiente de força lateral: $C_\ell = F_\ell / (q A)$

d – diâmetro de um cilindro circular

f – frequência

f_n – uma das frequências naturais de vibração

f_s – frequência de desprendimento de um par de vórtices (frequência de Strouhal)

f_1 – frequência do primeiro modo natural de vibração (modo fundamental)

F_a – força de arrasto: componente na direção do vento das forças devidas ao vento

F_ℓ – força lateral: componente na direção perpendicular ao vento das forças devidas ao vento (e perpendicular ao eixo longitudinal do cilindro)

$F_\ell(z,t)$ – força lateral senoidal por unidade de comprimento, na cota z

$F_o(z)$ – amplitude da força lateral senoidal por unidade de comprimento, na cota z

F'' – valor de pico do espectro de potência da carga lateral (processo de

van Koten)

g – fator de pico

h – altura de um cilindro

I_1 – intensidade da componente longitudinal da turbulência

k – altura média das rugosidades

K – coeficiente de amortecimento: $K = 2 m \delta_s / (\rho d^2)$

K_d – parâmetro de deslizamento: $K_d = (d / V_{rel}) / (dv/dz)$

ℓ – comprimento de uma placa (dimensão na direção do vento)

ℓ_1 – largura da estrutura: dimensão horizontal perpendicular à direção do vento

ℓ_2 – profundidade da estrutura: dimensão paralela à direção do vento

L – dimensão linear característica

L_r – comprimento de correlação longitudinal da força lateral

L_p – comprimento de correlação longitudinal das células de pressão

L_v – comprimento de correlação longitudinal das células de desprendimento de vórtices

L_1 – escala da componente longitudinal da turbulência do vento

m – massa por unidade de comprimento do cilindro

$m(z)$ – idem, na cota z

M_1^* – massa generalizada correspondente ao primeiro modo de vibração

p – expoente da lei potencial do perfil de velocidades médias do vento

q – pressão dinâmica: $q = \rho V^2 / 2$

q_y – força lateral flutuante por unidade de comprimento do cilindro

$q(z)$ – pressão dinâmica na cota z . No topo: $q(h)$

R_c – correlação longitudinal dos vórtices (células)

Re – número de Reynolds: $Re = V L / \nu$

R_p – correlação longitudinal das pressões flutuantes

s – afastamento livre entre cilindro e placa

s^* – fator de redução de dimensões (processo de van Koten)

$S_\ell(f)$ – densidade espectral da força lateral flutuante

$S_\ell(f_1)$ – idem para o modo fundamental de vibração

$S_p(f)$ – densidade espectral das pressões flutuantes

St – número de Strouhal: $St = f_s L / V$

\bar{V} – velocidade média do vento sobre 10 segundos (Norma brasileira)

$V(h)$ – velocidade de cálculo no topo do cilindro

$\bar{V}(h)$ – velocidade média do vento no topo do cilindro

$V(z)$ – velocidade de cálculo na cota z . No topo, $V(h)$.

V_{cr} – velocidade crítica – velocidade para a qual $f_s = f_n$: $V_{cr} = f_n L / St$

V_{max} – máxima velocidade do vento a considerar no projeto

V_r – velocidade reduzida: $V_r = V / (f_1 d)$

V_{rel} – velocidade de referência

$y_1(z)$ – forma modal : $y_1(z) = Y_0 \phi_1(z)$: deslocamento lateral na cota z

$\hat{y}(h)$ – valor de pico da parte flutuante do deslocamento lateral no topo do cilindro
 y_o – amplitude do deslocamento lateral de um cilindro rígido, em oscilação senoidal
 Y_o – amplitude do deslocamento lateral no topo de cilindro um cilindro flexível
 β – ângulo entre o ponto de estagnação e uma geratriz do cilindro circular
 γ – ângulo de inclinação do helicóide em relação ao eixo do cilindro
 δ_s – decremento logarítmico da oscilação livre de uma estrutura
 ζ_{aer} – razão de amortecimento aerodinâmico crítico
 ζ_e – razão de amortecimento crítico estrutural
 ζ_{ef} – razão de amortecimento crítico estrutural efetivo
 ζ_1 – razão de amortecimento crítico estrutural do primeiro modo de vibração
 η – amplitude adimensional do deslocamento lateral de um cilindro rígido em oscilação senoidal: $\eta = y_o / d$
 λ – alteamento de um cilindro circular: $\lambda = h / d$
 ν – viscosidade cinemática do ar
 ρ – massa específica do ar
 σ_ℓ – desvio padrão do coeficiente de força lateral: $\sigma_\ell = \rho V^2 / 2$
 σ_{q_y} – desvio padrão de q_y
 $\sigma_y(h)$ – desvio padrão do deslocamento lateral do topo do cilindro
 $\sigma_{y_{cr}}(h)$ – desvio padrão do deslocamento lateral crítico (correspondente à V_{cr}) do topo do cilindro
 Φ – fator que considera a influência do movimento da chaminé no desprendimento de vórtices (processo de van Korten)
 $\phi(z)$ – forma modal adimensional
 $\phi_1(z)$ – forma modal adimensional do modo fundamental

Capítulo 6

INSTABILIDADE AERODINÂMICA POR GALOPE

6.1. INTRODUÇÃO

a) Estruturas ou elementos estruturais leves e flexíveis, com pequeno amortecimento, podem sofrer oscilações causadas pelo fenômeno de instabilidade aerodinâmica denominado de **galope**. Este nome foi sugerido por Den Hartog, ao estudar fenômeno deste tipo que ocorre em linhas de transmissão de energia elétrica, cuja seção transversal é alterada pela formação de gelo. Estas linhas podem oscilar com grandes amplitudes em planos verticais, em frequências baixas.

Há um grande número de seções usuais na construção civil que são susceptíveis, potencialmente, a este fenômeno: prismas de seção quadrada, retangular, triangular, poligonal, semi-circular e cantoneiras, por exemplo.

No galope a amplitude de oscilação na direção transversal à do vento aumenta com a velocidade deste. Durante esta oscilação o ângulo de incidência do vento em relação ao corpo oscilante está continuamente mudando. Se, em resposta a esta incidência variável, for desenvolvida uma força na direção e sentido do movimento do corpo, energia será retirada do vento e a oscilação será mantida.

b) As principais características do galope são :

- sua intensidade violenta;
- seu súbito aparecimento, quando a velocidade do vento atinge uma certa velocidade, que chamaremos de **velocidade de disparo** (“onset velocity”). Esta velocidade varia de um modo aproximadamente linear com o amortecimento estrutural;

- aumento da amplitude de vibração com a velocidade do vento, sem um limite superior (na vibração por desprendimento de vórtices o fenômeno só ocorre em uma gama relativamente estreita de velocidades) ;

- movimento oscilatório em um modo simples, não acoplado, perpendicular à direção do vetor velocidade média do vento (no drapejamento clássico há um acoplamento de origem inercial, elástica ou aerodinâmica entre dois ou mais graus de liberdade).

c) Embora oscilações por galope e por drapejamento clássico (“classic flutter”) tenham origem em mecanismos aeroelásticos semelhantes, há diferenças importantes entre eles, como assinala Blevins[6-1]:

Em asas submetidas a drapejamento clássico, as forças aerodinâmicas podem ser suficientemente grandes (comparadas com a massa da asa e a inércia da secção) para causar grandes deslocamentos das freqüências naturais. Em vibrações por galope as forças aerodinâmicas são usualmente pequenas, comparadas com as da estrutura, de modo que deslocamentos da freqüência natural são geralmente muito pequenos. Além disso, o drapejamento clássico é geralmente produzido pela interação de um modo de torção com um de deslocamento, enquanto que no galope há um único modo.

d) Estudemos as linhas gerais da maneira como se dá a excitação por galope, considerando o caso de um prisma de secção quadrada de grande alteamento (relação entre a altura e o lado da base), em escoamento uniforme; ou, então, o caso limite de escoamento bidimensional.

Na Fig.6.1-1.a o vento está incidindo perpendicularmente à face **A** do prisma em repouso. O contorno médio da esteira, ao longo do tempo, é simétrico em relação à direção do vento incidente, e a distribuição das pressões médias temporais nas faces **B** e **D** é a mesma. Conseqüentemente, não há força aerodinâmica na direção transversal.

Entretanto, se o prisma se deslocar transversalmente com uma velocidade $y' = dy/dt$ (deslocamento causado por uma rajada ou por desprendimento de vórtices, por exemplo), em relação ao prisma em repouso o vento estará incidindo obliquamente, com um ângulo α , e com uma velocidade V_r . As esteiras laterais são agora diferentes (Fig. 6.1-1.b). A esteira na face **B** fica mais estreita e a vorticidade aí contida origina sucções mais altas que no

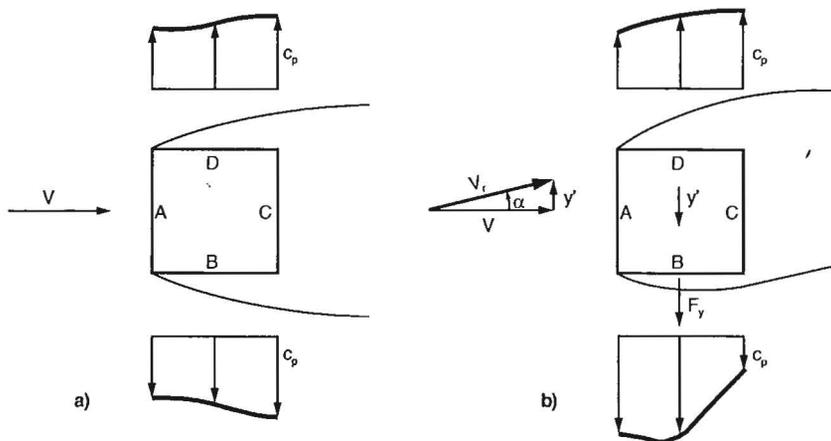


Figura 6.1-1 – Força transversal ao vento

caso simétrico. Na face **D**, pelo contrário, as sucções diminuem. Como consequência, há uma componente de força na direção transversal, F_y , com o mesmo sentido do deslocamento. Esta força ocasionará mais deslocamento, alterando α e as sucções nas faces laterais e, portanto, alterando novamente F_y . As oscilações daí resultantes serão tanto maiores quanto maior a flexibilidade e menor o amortecimento do prisma. A amplitude do movimento cresce até haver equilíbrio entre a energia retirada do escoamento e sua dissipação pelo amortecimento.

e) Nas considerações acima usamos o critério do chamado estado quase permanente ("quasi-steady"). Isto é, as forças aerodinâmicas que atuam sobre o sólido são determinadas pela orientação do vento em relação ao sólido, em um dado instante. Conseqüentemente, as forças aerodinâmicas podem ser medidas em ensaios estáticos em túnel de vento, com o vento incidindo sobre um modelo fixo com o mesmo ângulo α de V_r .

O galope só pode aparecer a partir de uma velocidade mínima do vento, a velocidade de disparo. Esta velocidade limite é usualmente muito alta para edifícios. Entretanto, o amortecimento cada vez menor de certas estruturas está fazendo com que a velocidade de disparo se aproxime cada vez mais da velocidade de projeto.

Estruturas muito leves, esbeltas e de pequeno amortecimento (postes de luminárias de secção poligonal, pilares de viadutos de grande altura, por exemplo) podem estar com sua velocidade de projeto abaixo da velocidade de disparo.

Entretanto, mesmo com velocidades inferiores à velocidade de disparo, a resposta lateral da estrutura é influenciada pelo aparecimento de forças aerodinâmicas transversais, por duas razões:

- como veremos adiante, estas forças transversais causam o mesmo efeito de um amortecimento negativo, reduzindo o amortecimento total da estrutura;

- em escoamento turbulento a velocidade do vento flutua. Assim sendo, a velocidade de disparo correspondente ao escoamento suave (de turbulência desprezável) pode ser excedida durante certos períodos de tempo, nos quais a estrutura torna-se instável e surgem oscilações.

Como a velocidade de disparo é proporcional ao amortecimento, a instabilidade de uma estrutura pode ser eliminada com o aumento do amortecimento estrutural.

O estudo do galope pelo critério quase-permanente é válido quando a velocidade de disparo estiver bem acima da velocidade correspondente à ressonância por desprendimento de vórtices (velocidade crítica). Em estruturas tipo torre (altas e esbeltas) a velocidade de disparo pode estar próxima ou mesmo abaixo da velocidade crítica. Nestas condições, os dois fenômenos interagem e a teoria quase-permanente não é aplicável. Ensaios de Parkinson e Wawzonek [6-2], em escoamento bidimensional, sugerem que o

comportamento da estrutura poderá, então, ser previsto a partir do conhecimento das respostas da estrutura ao galope e à ressonância por despreendimento de vórtices, estudados separadamente.

6.2. GALOPE EM ESCOAMENTO SUAVE

6.2.1. Coeficiente de força transversal, C_y

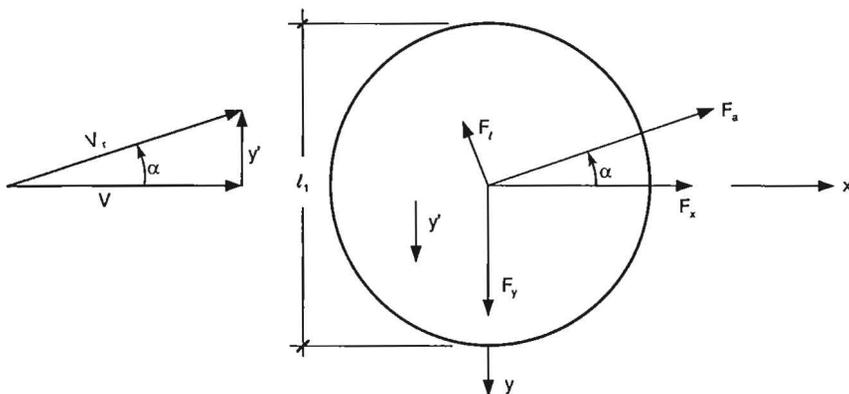


Figura 6.2-1 – Componentes da força aerodinâmica

a) Admitamos inicialmente um prisma de secção qualquer, imerso em um escoamento bidimensional (portanto, de velocidade uniforme) de velocidade V . Em um dado instante o prisma está se movendo com uma velocidade $y' = dy/dt$ na direção perpendicular à do vento. Pelo critério quase-permanente, neste instante a força aerodinâmica sobre o prisma é a mesma que se obtém considerando o cilindro fixo, com um deslocamento y da posição inicial de repouso e submetido a um vento relativo de módulo $V_r = [V^2 + (y')^2]^{1/2}$, soprando com uma inclinação $\alpha = \text{arc tg}(y'/V)$

A força aerodinâmica pode ser decomposta (Fig.6.2-1) :

- segundo a direção do vento (força de arrasto F_a) e a direção perpendicular ao vento (força lateral F_l);

- ou segundo os eixos coordenados, sendo F_x a força longitudinal, na direção do eixo x , e F_y a força transversal, na direção do eixo y .

Observe-se que, como é de praxe no estudo do galope, o eixo y tem o sentido positivo coincidindo com o sentido do movimento admitido para o prisma. Conseqüentemente, os sentidos positivos de y' e de F_y também são para baixo, na Fig.6.2-1.

b) Está sendo considerado apenas o movimento na direção perpendicular à do vetor V . Portanto, só interessa estudar a componente F_y . Esta força é dada por

$$F_y = \rho V^2 \ell_1 h C_y / 2 \quad (6.2-1)$$

sendo: ρ – massa específica do ar
 ℓ_1 – dimensão de referência (largura)
 h – comprimento do prisma
 C_y – coeficiente de força transversal.

O coeficiente de força transversal, C_y , pode ser medido diretamente em ensaios estáticos (vento com inclinação α) ou calculado a partir dos coeficientes de arrasto (C_a) e de força lateral (C_ℓ) – obtidos também em ensaios estáticos. Neste último caso, analogamente à (6.2-1):

$$F_a = \rho V_r^2 \ell_1 h C_a / 2 \quad (6.2-2)$$

$$F_\ell = \rho V_r^2 \ell_1 h C_\ell / 2 \quad (6.2-3)$$

A projeção destas componentes na direção y será :

$$F_y = F_a \operatorname{sen} \alpha - F_\ell \operatorname{cos} \alpha \quad (6.2-4)$$

Considerando as expressões (6.2-1), (6.2-2), (6.2-3) e que $V = V_r \operatorname{cos} \alpha$:

$$[\rho V_r^2 \ell_1 h C_y \operatorname{cos}^2 \alpha] / 2 = (C_a \operatorname{sen} \alpha + C_\ell \operatorname{cos} \alpha) \rho V_r^2 \ell_1 h / 2$$

$$C_y = - (C_a \operatorname{sen} \alpha + C_\ell \operatorname{cos} \alpha) / \operatorname{cos}^2 \alpha$$

$$C_y = - (C_\ell + C_a \operatorname{tg} \alpha) \operatorname{sec} \alpha \quad (6.2-5)$$

c) A expressão (6.2-5) mostra que C_y é uma função de $y' / V (= \operatorname{tg} \alpha)$, podendo, portanto, ser desenvolvida em série de potências da forma [6-3],[6-4]:

$$C_y = \sum_{i=1}^n A_i (y' / V)^i \quad \text{sendo } i, n - \text{ inteiros} \quad (6.2-6)$$

C_y é obtido experimentalmente em um prisma em repouso, para diversas orientações α do vento e é expresso graficamente em função de $\operatorname{tg} \alpha = y' / V$.

Os termos com expoentes pares são usados para permitir um melhor ajuste da curva C_y quando esta não for simétrica. O número de termos a considerar depende da forma da secção transversal do prisma.

Novak [6-5] sugere, como forma geral mais flexível:

$$C_y = \sum_{i=1}^m A_i (y' / V)^i + \sum_{j=2}^k A_j (y' / V)^j \frac{y'}{|y'|} \quad (6.2-7)$$

sendo: A_i, A_j – constantes

i, m – inteiros ímpares

j, k – inteiros pares

O mesmo autor indica expressões particulares, adaptáveis a diversos casos. Para prisma de secção quadrada:

$$C_y = A_1 (y' / V) - A_3 (y' / V)^3 + A_5 (y' / V)^5 - A_7 (y' / V)^7 \quad (6.2-8)$$

com $A_1, A_3, A_5, A_7 > 0$

Em muitos casos (para secção quadrada) será necessário considerar os sete primeiros termos, incluindo os pares, para um melhor ajustamento à curva $C_y \times \alpha$. Algumas vezes, apenas $j = 2$, para os termos pares, é suficiente [6-3].

Os coeficientes A_i (ou A_i, A_j) podem ser determinados pelo método dos mínimos quadrados.

6.2.2. Equação do movimento

a) Considerando o prisma como um sistema massa - mola - amortecedor com um grau de liberdade, a equação diferencial do movimento será:

$$m y'' + c y' + k y = F_y \quad (6.2-9)$$

sendo: m – massa total do prisma

c – (coeficiente de) amortecimento (estrutural)

k – (coeficiente de) rigidez (estrutural)

Lembramos as conhecidas expressões do estudo básico de vibrações:

$$\omega_1 = 2 \pi f_1 = (k / m)^{1/2} \quad \rightarrow \quad k = m \omega_1^2$$

$$c_c = 2 m \omega_1$$

$$\zeta = c / c_c \quad \rightarrow \quad c = \zeta c_c = 2 \zeta m \omega_1$$

sendo:

ω_1 – frequência circular do 1º modo de vibração

f_1 – frequência do 1º modo de vibração

c_c – amortecimento crítico

ζ – razão de amortecimento crítico

Com estas expressões, a (6.2-9) pode ser escrita:

$$m (y'' + 2 \zeta \omega_1 y' + \omega_1^2 y) = F_y \quad (6.2-10)$$

b) Admitamos que o prisma sofra um pequeno movimento, nas vizinhanças de $y' = 0$; isto é, $\alpha \cong y' / V \cong 0$. A força F_y será dada por

$$F_y = \frac{\partial F_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} \alpha \quad (6.2-11)$$

De acordo com a expressão (6.2-1):

$$\frac{\partial F_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} = \frac{1}{2} \rho V^2 \ell_1 h \frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} \quad (6.2-12)$$

Derivando a expressão (6.2-4):

$$\frac{\partial F_y}{\partial \alpha} = - \left(F_a \cos \alpha + \frac{\partial F_a}{\partial \alpha} \operatorname{sen} \alpha - F_\ell \operatorname{sen} \alpha + \frac{\partial F_\ell}{\partial \alpha} \cos \alpha \right)$$

Quando $\alpha \rightarrow 0$, $\operatorname{sen} \alpha \rightarrow 0$ e $\cos \alpha \rightarrow 1$. De modo que:

$$\frac{\partial F_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} = - \left(F_a + \frac{\partial F_\ell}{\partial \alpha} \right)$$

Substituindo F_y , F_a e F_ℓ respectivamente pela (6.2-1), (6.2-2) e (6.2-3), e lembrando que ρ , V , ℓ_1 e h não dependem de α :

$$\frac{\partial C_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} = \left(C_a + \frac{dC_\ell}{d\alpha} \right) \quad (6.2-13)$$

Substituindo na (6.2-12) :

$$\frac{\partial F_y}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} = - \frac{1}{2} \rho V^2 \ell_1 h \left(\frac{dC_\ell}{d\alpha} + C_a \right)_0$$

Nestas condições, a equação diferencial do movimento (6.2-10), lembrando a expressão (6.2-11), ficará:

$$m (y'' + 2\zeta \omega_1 y' + \omega_1^2 y) = - \frac{1}{2} \rho V^2 \ell_1 h \left(\frac{dC_\ell}{d\alpha} + C_a \right)_0 \frac{y'}{V}$$

$$m (y'' + 2\zeta \omega_1 y' + \omega_1^2 y) + \frac{1}{2} \rho V \ell_1 h y' \left(\frac{dC_\ell}{d\alpha} + C_a \right)_0 = 0$$

Considerando o segundo termo como uma contribuição para o amortecimento, o coeficiente de amortecimento total, c_1 , será dado por

$$c_i = 2 m \zeta \omega_1 + \frac{1}{2} \rho V l_1 h \left(\frac{dC_\ell}{d\alpha} + C_a \right)_0 \quad (6.2-14)$$

sendo o primeiro termo o amortecimento mecânico, sempre positivo. O segundo termo, por analogia é designado **amortecimento aerodinâmico**.

c) Da teoria do sistema massa - mola - amortecedor viscoso (que é o caso em estudo) conclui-se que haverá uma oscilação estável se $c_i > 0$ e instável se $c_i < 0$. Em outras palavras, na oscilação instável o sólido retira energia do escoamento.

Portanto, para iniciar-se o galope:

– condição suficiente : $c_i < 0$

– condição necessária: $\left(\frac{dC_\ell}{d\alpha} + C_a \right) < 0$ (6.2-15)

A condição necessária é conhecida como critério de Glauert - Den Hartog. Este último assim a definiu [6-7]: “Uma secção é dinamicamente instável se a declividade negativa da curva da força lateral é maior (em módulo) que a ordenada da curva de arrasto”, pois C_a é sempre positivo. A Fig.6.2-2 procura visualizar este critério.

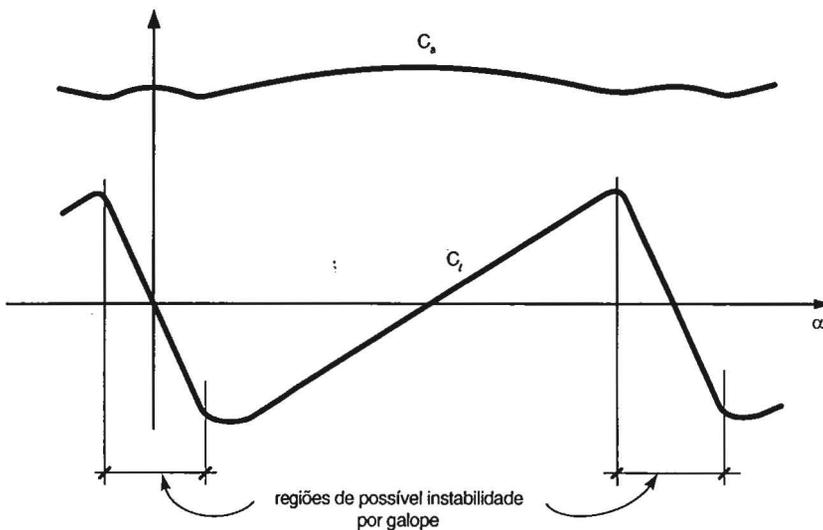


Figura 6.2-2 – Critério de Glauert - Den Hartog

A teoria quase-permanente tem sido verificada na prática em secções simétricas, e a maioria dos autores já faz a dedução teórica partindo desse pressuposto, e até mesmo admitindo a posição simétrica em relação à direção do vento como possivelmente a única instável, como destaca Novak [6-6]. Entretanto, como assinala o mesmo Novak, a posição angular inicial pode ser assimétrica. Neste caso, o ângulo α da expressão (6.2-15) será medido a partir desta posição inicial de repouso.

d) Para o caso em estudo, de um prisma imerso em um escoamento bidimensional de velocidade V , as expressões (6.2-1) e (6.2-10) permitem escrever:

$$m y'' + 2m\zeta\omega_1 y' + m\omega_1^2 y = \frac{1}{2} \rho V^2 \ell_1 h C_y \quad (6.2-16)$$

Façamos uma troca de variáveis, definindo um deslocamento adimensional

$$Y = y / \ell_1 \quad (6.2-17)$$

e uma velocidade do vento adimensional ("velocidade reduzida")

$$U = V / (\omega_1 \ell_1) \quad (6.2-18)$$

Nestas condições, e lembrando a expressão (6.2-6), a (6.2-16) fica:

$$m Y'' \ell_1 + 2m \zeta \omega_1 Y' \ell_1 + m \omega_1^2 Y \ell_1 - \frac{1}{2} \rho \ell_1 h U^2 \omega_1^2 \ell_1^2 \left[\sum_{i=1}^m A_i \left(\frac{Y'}{U \omega_1} \right)^i + \sum_{j=2}^k A_j \left(\frac{Y'}{U \omega_1} \right)^j \frac{Y'}{|Y'|} \right] = 0 \quad (6.2-19)$$

Dividindo por $m \ell_1$, e definindo um parâmetro de massa

$$M = \rho \ell_1^2 h / (4m) \quad (6.2-20)$$

a expressão (6.2-19) fica :

$$Y'' + 2 \zeta \omega_1 Y' + \omega_1^2 Y = 2 M \left[\sum_{i=1}^m A_i \omega_1^{2-i} \frac{Y^i}{U^{i-2}} + \sum_{j=2}^k A_j \omega_1^{2-j} \frac{Y^j}{U^{j-2}} \frac{Y'}{|Y'|} \right] \quad (6.2-21)$$

Os termos em Y' correspondem a uma força de amortecimento e serão simbolizados por $F(Y')$:

$$F(Y') = 2 \zeta \omega_1 Y' - 2 M \left[\sum_{i=1}^m A_i \omega_1^{2-i} \frac{Y^i}{U^{i-2}} + \sum_{j=2}^k A_j \omega_1^{2-j} \frac{Y^j}{U^{j-2}} \frac{Y'}{|Y'|} \right] \quad (6.2-22)$$

Com estas substituições a equação diferencial do movimento será expressa por:

$$Y'' + \omega_1^2 Y + F(Y') = 0 \quad (6.2-23)$$

O início do movimento dependerá apenas do sinal do coeficiente de Y' . Quando $\alpha \rightarrow 0$, a influência dos termos não lineares em Y' é desprezável e o coeficiente de Y' na expressão (6.2-22) fica :

$$2 \zeta \omega_1 - 2 M A_1 \omega_1 U .$$

Se este coeficiente for positivo, a posição inicial é estável, pois o amortecimento positivo freará qualquer movimento incipiente. Se ele for negativo, a posição inicial é instável, e a expressão (6.2-23) descreverá as oscilações auto-induzidas, com início quando

$$2 \zeta \omega_1 - 2 M A_1 \omega_1 U < 0$$

Isto é, as oscilações auto-induzidas aparecem quando a velocidade reduzida

$$U > U_d$$

sendo

$$U_d = \zeta / (M A_1) \quad (6.2-24.a)$$

a velocidade que conduz a $2 \zeta \omega_1 - 2 M A_1 \omega_1 U = 0$.

Ou, lembrando a definição de U , dada pela expressão (6.2-18):

$$V > V_d ; V_d = \zeta \omega_1 \ell_1 / (M A_1) \quad (6.2-24.b)$$

Este critério é válido em todos os casos nos quais o coeficiente de força transversal, C_y , pode ser expresso por uma série de potência no entorno da posição de equilíbrio.

V_d é chamada velocidade de disparo, e U_d a velocidade reduzida de disparo. Quando $V > V_d$ (ou $U > U_d$), as amplitudes das oscilações descritas pela expressão (6.2-23) mantêm-se finitas graças aos termos não lineares da expressão da força lateral.

Novak [6-5], [6-6] usa o método de Bozoliubov e Krylov para resolver a equação do movimento em uma primeira aproximação. A solução é do tipo

$$Y = Y_1 \cos(\omega_1 t + \phi)$$

$$Y' = -Y_1 \omega_1 \text{sen}(\omega_1 t + \phi) \quad (6.2-25)$$

sendo que a amplitude Y_1 e a fase ϕ , por hipótese, são funções que variam lentamente com o tempo. Para a variação da amplitude com o tempo Novak chegou a

$$Y_1' = \frac{dY_1}{dt} = \frac{1}{2\pi\omega_1} \int_0^{2\pi} F(-Y_1\omega_1 \text{sen}\tau) \text{sen}\tau d\tau \quad (6.2-26)$$

Quando as oscilações estão em um estado permanente, $dY_1/dt = 0$ e, portanto, $Y_1 = \text{constante}$. Esta amplitude Y_1 será determinada igualando a (6.2-26) a zero, após substituir a força de amortecimento por sua expressão (6.2-22). Mais adiante será indicada uma expressão geral que permite determinar a amplitude a partir de considerações sobre a energia envolvida no processo oscilatório (item 6.2.3).

Para a variação da fase com o tempo Novak apresenta a expressão

$$\phi' = \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2\pi\omega_1 Y_1} \int_0^{2\pi} F(-Y_1\omega_1 \text{sen}\tau) \cos\tau d\tau \quad (6.2-27)$$

A solução desta expressão leva a $\phi' = 0$.

Portanto, para o amortecimento definido pela (6.2-22) a alteração da freqüência no tempo é igual a zero. Isto significa que "a freqüência de oscilações auto-induzidas é sempre igual à freqüência natural do sistema na primeira aproximação, e ϕ é uma constante arbitrária (incluindo zero)". (Referência [6-6], pag. 120).

6.2.3. Declividade da curva C_y x α

a) Dúvidas têm surgido sobre o sinal da declividade da curva C_y na origem. Isto porque no estudo do galope geralmente é adotado para C_y posi-

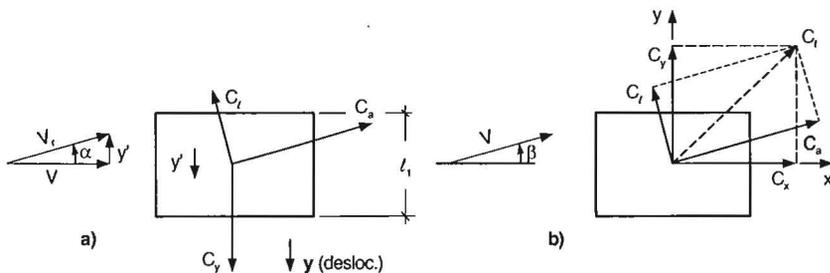


Figura 6.2-3 – Sentidos das forças aerodinâmicas

tivo o sentido contrário ao sentido da projeção de C_l sobre o eixo y (Fig.6.2-3.a), enquanto que no estudo estático é usual considerar a coincidência dos sentidos positivos de C_y e da projeção de C_l acima indicada (Fig.6.2-3.b).

Além disso, o critério de Glauert - Den Hartog [expressão (6.2-15)] refere-se ao sinal da declividade da curva C_l , e não C_y . Esta última é obtida diretamente em ensaios estáticos, seja por integração das pressões medidas em um número conveniente de tomadas, seja por transdutores de força que fornecem esta componente da força aerodinâmica. Balanças do tipo usual em túneis aerodinâmicos dão diretamente as componentes C_a e C_l .

A substituição de C_l por C_y vale, com boa aproximação, para pequenas inclinações do vento relativo, V_r , isto é, para α pequeno. Para inclinações maiores, a curva C_l pode ser obtida a partir das componentes C_x e C_y (Ver Fig.6.2-3.b).

Convém lembrar que a substituição das componentes das forças aerodinâmicas pelos respectivos coeficientes, para uma composição vetorial, só é válida quando a superfície de referência é a mesma para todos os coeficientes. Para aplicação do critério de Glauert - Den Hartog interessa compatibilizar os coeficientes C_a , C_l e C_y [Ver expressões (6.2-1) a (6.2-3)]:

$$C_a = 2 F_a / (\rho V_r^2 \ell_1 h) ; C_l = 2 F_l / (\rho V_r^2 \ell_1 h) ; C_y = 2 F_y / (\rho V_r^2 \ell_1 h)$$

A velocidade V , que define C_y , é a velocidade do vento que incide com um ângulo β em relação ao eixo x (Fig.6.2-3.b). A dimensão de referência é, para os três coeficientes, a largura ℓ_1 .

b) Vejamos qual o aspecto das curvas que indicam a possibilidade de galope para as duas convenções da Fig .6.2-3.

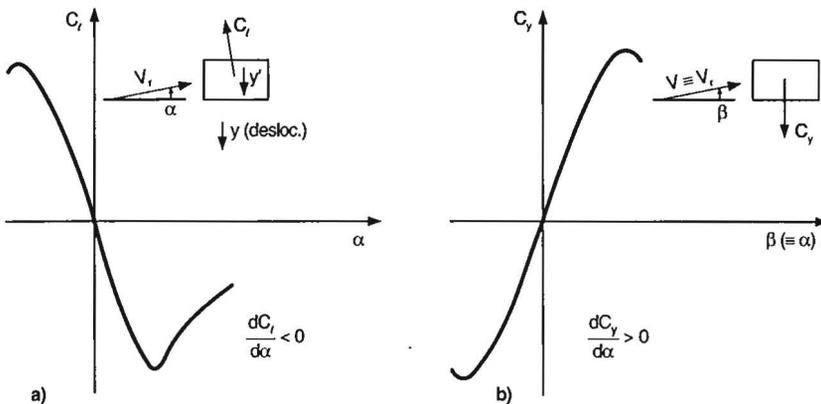


Figura 6.2-4 – Critério de Glauert - Den Hartog, conforme convenção de sinais da Fig.6.2-3.a

1ª Convenção – A usual no estudo do galope (Fig.6.2-3.a).

O sinal positivo de y , y' e C_y é para baixo, contrário ao da projeção de C_t sobre o eixo vertical da figura. Pelo critério de Glauert - Den Hartog, $dC_t / d\alpha < 0$ (Fig.6.2-4.a). Consequentemente, $dC_y / d\alpha > 0$ (Fig.6.2-4.b).

2ª Convenção – A usual no estudo estático (Fig.6.2-3.b)

O sinal positivo de C_y é para cima, coincidindo com o da projeção de C_t sobre o eixo y . Porém o deslocamento y e a velocidade deste deslocamento continuam positivos para baixo, de acordo com a convenção positiva de α para o galope. Pelo critério de Glauert - Den Hartog, $dC_t / d\alpha < 0$ (Fig.6.2-5.a) e também $dC_y / d\alpha < 0$ (Fig.6.2-5.b)

c) Em ambas as convenções os ensaios estáticos são feitos com vento de velocidade V , incidindo com ângulo β (variável) em relação ao eixo x . Ao passar para o estudo do galope, tem-se a equivalência $\beta \equiv \alpha$ e $V \equiv V_r$.

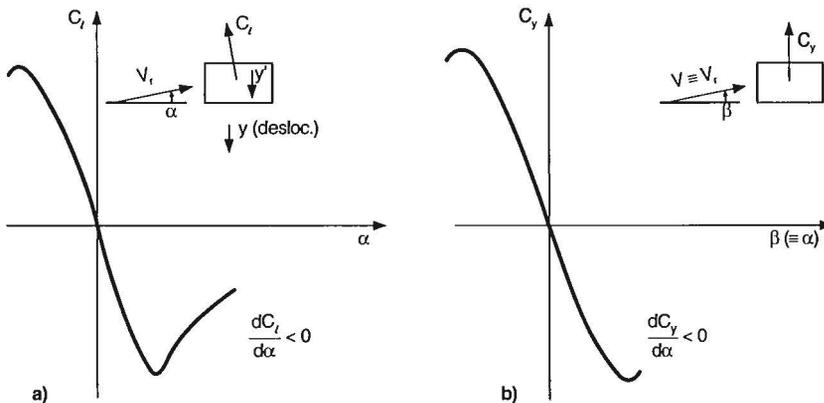


Figura 6.2-5 – Critério de Glauert - Den Hartog, conforme convenção de sinais da Fig.6.2-3.b

6.2.4. Influência do modo de oscilação e do perfil de velocidades do vento

a) A amplitude da oscilação por galope no estado permanente pode ser obtida de um modo mais geral que o indicado acima, incluindo sistemas com um número infinito de graus de liberdade, isto é, um sistema estrutural com distribuição contínua de massa. Além disso, também o escoamento pode ser um escoamento com tensões de deslizamento (isto é, com um perfil vertical de velocidades). Para isso lança-se mão de considerações energéticas.

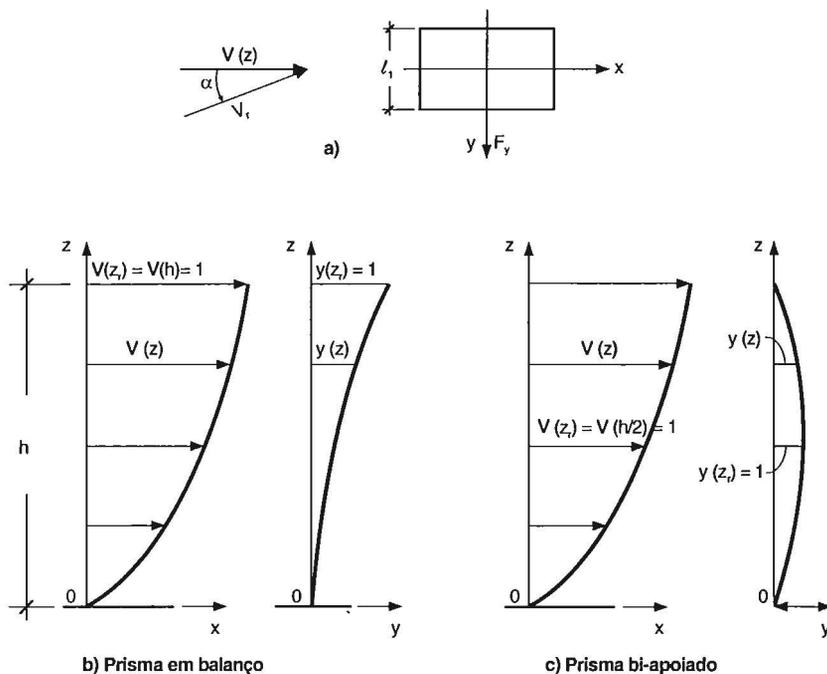


Figura 6.2-6 – Galope em vento deslizando

b) Seja o perfil de velocidades médias do vento, na direção do vento médio, x , definido por (Fig.6.2-6.b ou c):

$$\bar{V}(z) = \bar{V}_{ref} L(z)$$

sendo: \bar{V}_{ref} – velocidade média do vento no ponto de referência (por exemplo, topo de poste ou torre, centro de uma linha de transmissão) ;

$L(z)$ – lei de variação da velocidade média ao longo de z .

O perfil do vento é normalizado de modo tal que $\bar{V}(z_r) = 1$, sendo z_r a coordenada do ponto de referência. Em uma estrutura horizontal ou em vento uniforme $\bar{V}(z) \equiv 1$.

Designemos por $y(z)$ o deslocamento transversal no ponto definido por z . A Fig.6.2-6 mostra dois modos típicos de vibração. A normalização do modo de vibração é feita de maneira a se obter $y(z_r) = 1$ no mesmo ponto de referência adotado para normalizar a velocidade do vento.

Novak parte da hipótese de que também neste caso mais geral a força de amortecimento total do sistema é expressa pela (6.2-22). Não havendo outras forças aplicadas além das aerodinâmicas aqui consideradas, o trabalho W feito em um período T da vibração permanente por esta força de amortecimento total, $F(Y')$, será nulo:

$$W = \int_0^h \int_0^T F(Y') dz dY(t) = 0 \quad (6.2-28)$$

Nestas condições, chega-se à seguinte equação das amplitudes do galope no estado permanente:

$$\frac{1}{\bar{U}} = \sum_{r=1}^s A_r B_r C_r \left(\frac{\bar{a}}{\bar{U}} \right)^{r-1} \quad (6.2-29)$$

sendo:

$$\bar{U} = M U / \zeta - \text{velocidade adimensional do vento} \quad (6.2-30.a)$$

M: (6.2-20), U: (6.2-18)

$$\bar{a} = M a / \zeta - \text{amplitude adimensional de vibração} \quad (6.2-31.a)$$

$$a = Y_0 / \ell_1 \quad (6.2-32)$$

A amplitude Y_0 vem a ser a amplitude real no ponto correspondente à velocidade de referência \bar{V}_{ref} . Portanto, a será a amplitude relativa (adimensional) neste mesmo ponto.

Os parâmetros \bar{U} e \bar{a} são adimensionais, como pode ser constatado facilmente. Considerando a (6.2-18) e a (6.2-32), as expressões (6.2-30) e (6.2-31) ficam:

$$\bar{U} = M V / (\zeta \omega_1 \ell_1) \quad (6.2-30.b)$$

$$\bar{a} = M Y_0 / (\zeta \ell_1) \quad (6.2-31.b)$$

Os coeficientes A_r vêm a ser os coeficientes de C_y que aparecem na expressão (6.2-7) com os símbolos A_i e A_j ; s é o maior expoente nesta mesma expressão.

Os coeficientes B_r são dados por :

$$B_i = 2 \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times i}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times (i+1)}, \text{ para } r = i, \text{ inteiro, impar} \quad (6.2-33)$$

$$B_j = \frac{4}{\pi} \frac{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times j}{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (j+1)}, \text{ para } r = j, \text{ inteiro, par} \quad (6.2-34)$$

Os coeficientes c_r dependem do modo de vibração transversal $y(z)$ e do perfil de velocidades médias do vento, $L(z)$:

$$c_r = \frac{\int_0^h [L(z)]^{2-r} |y(z)|^{r+1} dz}{\int_0^h y^2(z) dz} \quad (6.2-35)$$

Para o caso de um grau de liberdade e vento uniforme, $c_r \equiv 1$.

Para um perfil de velocidades médias do vento expresso por uma lei de potência $L(z) = (z/h)^p$ e para um modo de vibração $y(z) = z/h$ (modo este comumente admitido para certos tipos estruturais) , a (6.2-35) fica:

$$c_r = \frac{3}{2(1+p) + r(1-p)} \quad (6.2-36)$$

Para uma estrutura horizontal $L(z) \equiv 1$ (o mesmo em vento uniforme) e, considerando um modo de vibração senoidal, $y(z) = \text{sen}(\pi z/h)$, – linhas de transmissão, por exemplo – $c_r = B_r$.

Valores numéricos de B_r e de c_r para um modo linear de vibração e para os expoentes dos perfis de velocidade médias do vento indicados na Norma Brasileira NBR - 6123 [6-8], para dez minutos, são dados na Tabela 6.2-1.

Tabela 6.2-1
Coeficientes da equação de amplitudes por galope (6.2-29)

r	Br	c_r para modo $y(z) = z/h$, com $p =$				
		0,095 (Categ. I)	0,15 (Categ. II)	0,185 (Categ. III)	0,23 (Categ. IV)	0,31 (Categ. V)
1	1,00000	0,96931	0,95238	0,94192	0,92879	0,90634
2	0,84883	0,75000	0,75000	0,75000	0,75000	0,75000
3	0,75000	0,61162	0,61856	0,62305	0,62893	0,63966
4	0,67906	0,51635	0,56632	0,53286	0,54152	0,55762
5	0,62500	0,44676	0,45802	0,46548	0,47544	0,49423
6	0,58205	0,39370	0,40541	0,41322	0,42373	0,44379
7	0,54688	0,35191	0,36364	0,37152	0,38217	0,40268
8	0,51738	0,31813	0,32967	0,33746	0,34803	0,36855
9	0,49219	0,29028	0,30151	0,30912	0,31949	0,33975
10	0,47035	0,26690	0,27778	0,28517	0,29528	0,31513
11	0,45117	0,24702	0,25751	0,26467	0,27447	0,29383
12	0,43417	0,22989	0,24000	0,24691	0,25641	0,27523
13	0,41895	0,21498	0,22472	0,23139	0,24058	0,25884
14	0,40522	0,20188	0,21127	0,21771	0,22659	0,24430
15	0,39276	0,19029	0,19934	0,20555	0,21413	0,23130
16	0,38138	0,17996	0,18868	0,19468	0,20298	0,21962

A equação (6.2-29), diz Novak, "é uma equação geral e universal das oscilações por galope porque ela se aplica a sistemas com um número infinito de graus de liberdade, forma de modo arbitrária e qualquer massa e amortecimento, bem como para escoamento uniforme ou deslizante, desde que a hipótese de um escoamento bi-dimensional seja aceitável" (Ref.[6-5], pag. 31).

c) A partir da (6.2-29) podemos chegar à expressão (6.2-24.b) referente à velocidade de disparo. As condições que levaram a esta expressão incluíam um sistema com um grau de liberdade, escoamento uniforme e $\alpha \rightarrow 0$, de modo que a influência dos termos não lineares em \mathbf{Y}' é desprezável. Nestas condições, teremos:

$$B_r = B_l = 2 (1 / 2) = 1$$

$$c_r = 1$$

e a (6.2-29) fica:

$$\frac{1}{U} = A_1 \left(\frac{\bar{a}}{U} \right)^0 = A_1.$$

E, da (6.2-30.b):

$$\frac{\zeta \omega_1 \ell_1}{M V} = A_1;$$

portanto,

$$V = V_d = \frac{\zeta \omega_1 \ell_1}{M A_1} \equiv (6.2-24.b)$$

A (6.2-24.b) mostra que o aparecimento do galope até uma determinada velocidade poderá ser evitado se for possível, praticamente, aumentar o amortecimento convenientemente.

6.2.5. Tipos de galope

6.2.5.1. Introdução

a) Podem ser caracterizados vários tipos de galope, em função dos valores e sinais algébricos dos coeficientes $\mathbf{A}_{i,j}$ (que definem a forma da curva \mathbf{C}_y x α), especialmente do coeficiente \mathbf{A}_1 .

Para pontos no entorno da posição inicial é suficiente uma aproximação linear da (6.2-6), que ficará

$$C_y = A_1(y' / V) \tag{6.2-37}$$

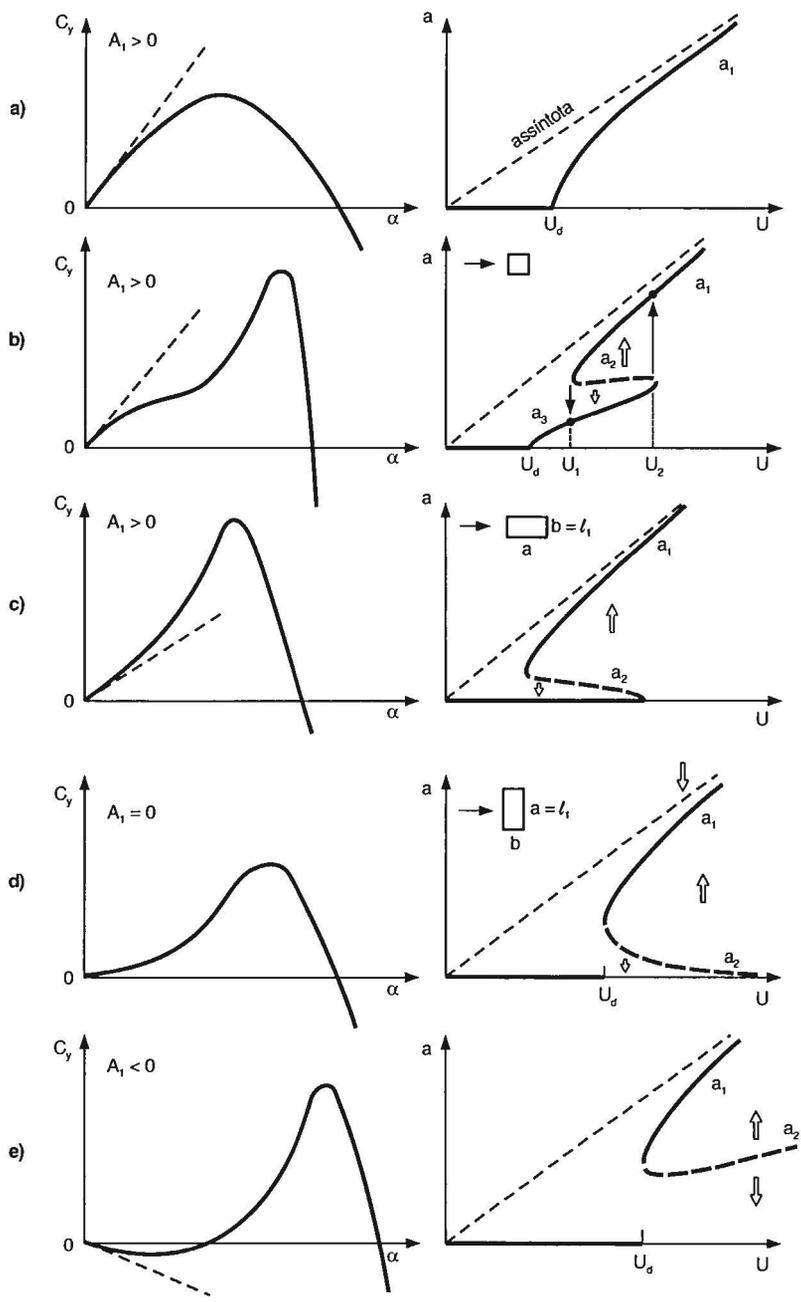


Figura 6.2-7 – Tipos de galope

Neste entorno, em um gráfico C_y x α , tem-se $y' / V = \text{tg } \alpha \cong \alpha$ e $C_y \cong A_1 \alpha$. Portanto, o coeficiente A_1 vem a ser a declividade da curva (ou seja, da tangente geométrica à curva) na origem:

$$A_1 = dC_y / d\alpha \big|_{\alpha=0} \quad (6.2-38)$$

A Fig.6.2-7 apresenta:

- à esquerda, C_y em função de α ;
- à direita, a amplitude no estado permanente, a , em função da velocidade reduzida U (a : amplitude reduzida, dada pela (6.2-32)).

6.2.5.2. 1º Caso : $A_1 > 0$ (Fig.6.2-7a até c)

a) É o caso básico de instabilidade por galope, também conhecido como critério de Den Hartog e / ou de Glauert.

Na aproximação linear em torno da posição inicial a (6.2-29) fica ($r = 1$):

$$1 / \bar{U} = A_1 B_1 c_1$$

E sendo, pela (6.2-33) $B_1 = 1$:

$$\bar{U} = 1 / (c_1 A_1) \quad (6.2-39)$$

Lembrando a definição de \bar{U} (6.2-30) , para o início da instabilidade ter-se-á (U_d : velocidade reduzida de disparo) :

$$M U_d / \zeta = 1 / (c_1 A_1) ; U_d = \zeta / (M c_1 A_1) \quad (6.2-40)$$

Para escoamento uniforme, $c_1 = 1$ e a (6.2-40) coincide com a (6.2-24.a).

Para velocidades reduzidas do vento $U > U_d$ – sendo U , por definição, igual a $V / (\omega_1 \ell_1)$, conforme (6.2-18) – a posição inicial é instável e a estrutura apresentará oscilações permanentes.

Para $A_1 > 0$ podemos distinguir três tipos de oscilações, que dependem da forma da curva C_y x α :

b) **Fig.6.2-7.a** – É a situação simples de galope. A partir da velocidade de disparo, U_d , o galope tem início e a amplitude de oscilação cresce continuamente com o aumento da velocidade do vento. A curva C_y x α apresenta curvatura sem ponto de inflexão, com tangente geométrica na origem acima da curva (i . é, concavidade voltada para baixo).

c) **Fig.6.2-7.b** – A tangente geométrica a origem continua acima da curva, porém esta apresenta um ponto de inflexão na região de C_y crescente. O galope inicia em U_d , porém a curva a x U apresenta uma bifurcação na zona compreendida entre U_1 e U_2 . Nesta zona há duas amplitudes estáveis (linhas cheias). A curva da resposta em cada caso particular depende do

sentido em que varia a velocidade do vento. Se a velocidade for crescendo desde U_1 , a curva das amplitudes segue o ramo inferior até U_2 e então, abruptamente, passa para o ramo superior. Se, pelo contrário, a velocidade for diminuindo a partir de um valor elevado (acima de U_2), o ramo superior é seguido até U_1 , havendo então uma passagem súbita para o ramo inferior.

Se houver um deslocamento inicial a_1 , sendo :

– $a_1 > a_2$: a amplitude de vibração altera-se até estabilizar em a_1 ;

– $a_1 < a_2$: a amplitude de vibração altera-se até estabilizar em a_3 .

Um prisma de secção quadrada é um exemplo típico deste comportamento.

d) **Fig.6.2-7.c** – A concavidade da curva está voltada para cima (derivada segunda é positiva). O galope pode aparecer mesmo com velocidades bem abaixo da velocidade de disparo.

Se houver um deslocamento inicial a_1 , sendo:

– $a_1 > a_2$: a amplitude de vibração altera-se até estabilizar em a_1 ;

– $a_1 < a_2$: a amplitude de vibração diminui até desaparecer.

Um exemplo típico deste comportamento é o de um prisma de secção retangular 2 x 1, com o lado paralelo ao vento.

6.2.5.3. 2º Caso : $A_1 = 0$ (Fig.6.2-7.d)

$A_1 = 0$ e $A_1 < 0$ correspondem a casos de galope em secções que eram consideradas aerodinamicamente estáveis. De fato, a posição inicial é estável para qualquer velocidade do vento, porém a instabilidade surge quando há um deslocamento inicial suficiente para despertá-la.

No caso que estamos estudando ($A_1 = 0$), a curva $C_y \times \alpha$ tem a concavidade voltada para cima, com declividade nula na origem. A curva $a \times U$ da resposta é estável no ramo a_1 (linha cheia) e instável no ramo a_2 (linha tracejada), dependendo do deslocamento inicial a_1 :

– $a_1 > a_1$: a amplitude de vibração diminui até se estabilizar na amplitude a_1 ;

– $a_2 < a_1 < a_1$: a amplitude de vibração aumenta até se estabilizar na amplitude a_1 ;

– $a_1 < a_2$: a amplitude de vibração diminui até zero.

Um prisma de secção retangular 1 x 2, com o lado maior perpendicular à direção do vento, é um exemplo deste comportamento. A velocidade de disparo é cerca de dez vezes maior que a correspondente ao prisma 2 x 1 do caso anterior (Fig.6.2-7.c). Também o deslocamento inicial necessário para dar início ao galope é maior.

6.2.5.4. 3º Caso : $A_1 < 0$ (Fig.6.2-7.e)

A velocidade de disparo é maior que a do segundo caso. As considerações sobre a amplitude inicial são as mesmas (ramo a_1 estável e ramo a_2 instável).

– Para edifícios com estruturas de concreto, com cortinas para a absorção de forças horizontais:

$$T_1 = 0,05 + 0,012 H \quad (\text{A.III-21})$$

– Para edifícios com estrutura de aço soldada:

$$T_1 = 0,29\sqrt{H} - 0,4 \quad (\text{A.III-22})$$

– Para torres e chaminés de concreto, secção variável:

$$T_1 = 0,02 H \quad (\text{A.III-23})$$

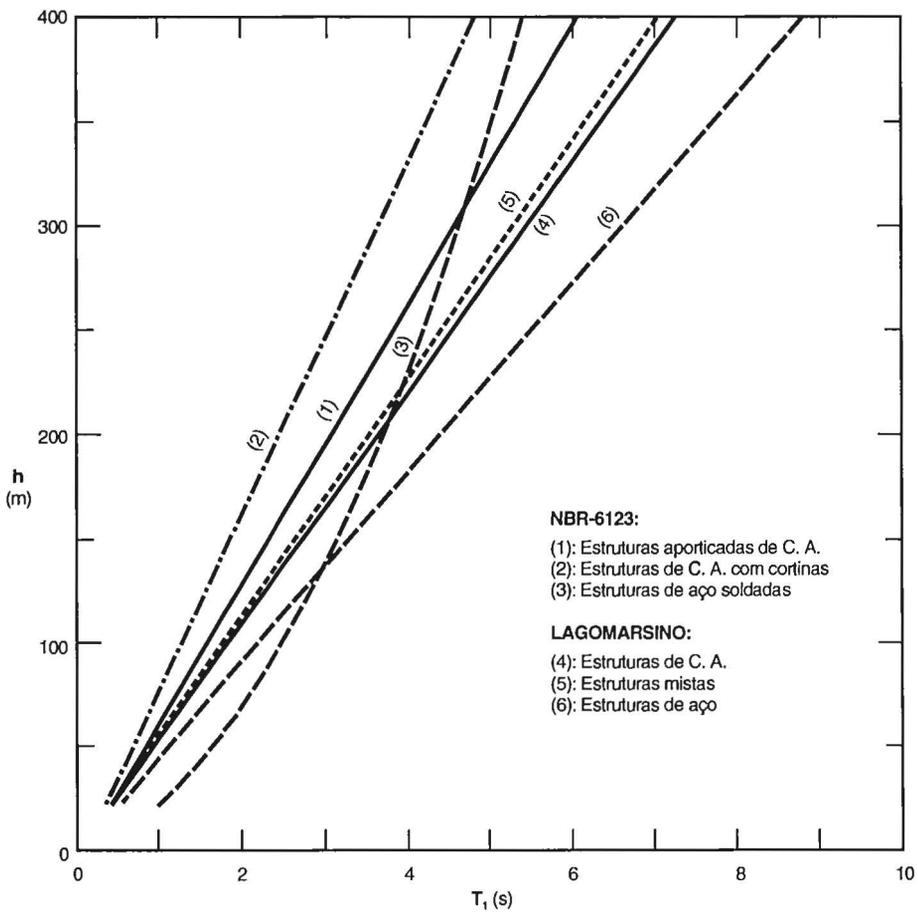


Figura A.III-3 – Período fundamental da oscilação de edifícios.
NBR-6123 e Lagomarsino

– Para torres, mastros e chaminés de concreto, secção uniforme:

$$T_1 = 0,015 H \quad (\text{A.III-24})$$

A variação de T_1 com H , para os três tipos de estruturas de edifícios, aparecem na Fig.A.III-3. Na mesma figura aparecem as curvas correspondentes às expressões de Lagomarsino, (A.III-2.a), (A.III-2.b) e (A.III-2.c).

Apêndice A.IV

CONFORTO DOS USUÁRIOS

a) A percepção humana do movimento da construção dentro da qual se encontra deve-se quase que inteiramente à componente flutuante deste movimento. Isto é, a deflexão estática é de importância secundária; a percepção está ligada à vibração da estrutura, seja por flexão, seja por torção.

O tratamento quantitativo deste problema é bastante complexo, pois a sensibilidade humana à vibração de uma construção depende de fatores físicos e psicológicos, tais como a posição da pessoa (caminhando ou parada, de pé, sentada, deitada), a atenção que dedica ao que está fazendo, os ruídos (da própria estrutura ou do vento), a visualização de movimentos (movimento de um lustre, da água em um aquário, movimento da paisagem em vibração torsional, etc.)

Já tivemos conhecimento de três casos, em Porto Alegre, da percepção do movimento vibratório de edifícios relativamente altos e esbeltos. Em um deles foi notado o movimento da água em uma cuba de revelação fotográfica, em outro o movimento de um lustre. No terceiro caso, no edifício mais alto e esbelto dos três, com planta nitidamente retangular, o movimento foi sentido por um usuário quando estava na sala de seu apartamento, situada em um dos cantos do edifício. Quando dirigiu-se ao elevador, situado na parte central do edifício, não mais percebeu movimento. Voltando à sua sala, novamente o percebeu. Um caso típico de desconforto por vibração torsional, a qual atingia sua aceleração máxima nos pontos mais afastados do eixo de torção do edifício (situado no local dos elevadores).

b) No que diz respeito à estrutura, as variáveis que interessam são o período (ou seu inverso, a frequência) e a amplitude de oscilação. E, além disso, o tempo de duração do movimento e a localização do ponto em estudo na construção.

Para o projeto da estrutura geralmente é considerado um período de recorrência de 50 anos. Para a percepção humana, este período é menor; períodos entre um e dez anos são usualmente empregados. O período de um ano foi proposto por comitês da "American Society of Civil Engineering" (ASCE) e pelo "Council on Tall Buildings and Urban Habitat". Uma certa vibração pode ser admitida se ocorre uma ou duas vezes durante a vida útil da construção, mas pode ser intolerável se acontece todos os anos.

c) Os primeiros estudos sobre o conforto humano em construções oscilantes basearam-se em informações obtidas com freqüências bem acima das que aparecem em edifícios. Nestes, as freqüências de interesse prático situam-se entre 0,1 e 1 Hz (períodos, respectivamente, entre dez e um segundos). Somente a partir da década de 70 o problema começou a ser tratado mais detalhadamente; atualmente já existe um bom acervo de informações sobre a reação humana às vibrações em edifícios.

d) Um dos trabalhos pioneiros e muito citado deve-se a Chang [A-16], que partiu da equação da vibração harmônica fundamental, que vimos no Capítulo 1. Uma vez que a vibração de uma estrutura submetida ao vento é

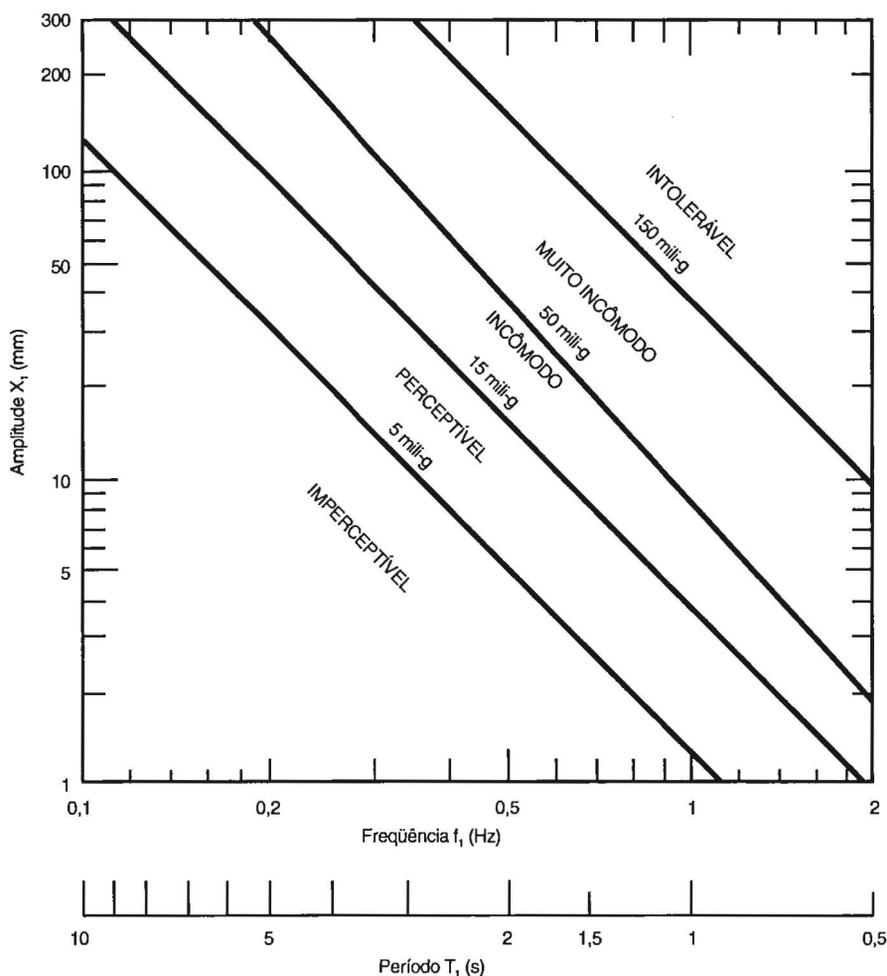


Figura A.IV-1 – Graus de conforto, segundo Chang

ao menos aproximadamente senoidal, é possível estudar o problema a partir deste caso elementar. A aceleração de uma partícula (no caso de uma construção, de um determinado ponto nela situado) é dada pela expressão:

$$x''(t) = -\omega_1^2 X_1 \cos \omega_1 t \quad (1.1-4)$$

A máxima aceleração será igual a $\omega_1^2 X_1$.

Chang considera uma percentagem **b** da aceleração da gravidade como sendo uma aceleração que limita duas zonas de percepção humana da vibração de uma construção. Para facilitar a comparação com outros resultados que serão apresentados a seguir, trabalharemos com mili-g (g: aceleração da gravidade = 9,81 m/s²). A aceleração máxima será:

$$\omega_1^2 X_1 = (b/1000) g \quad (A.IV-1)$$

Substituindo ω_1 por $2\pi/T_1$ e **g** por seu valor numérico:

$$X_1 = 2,48 \times 10^{-4} b T_1^2 \quad (A.IV-2)$$

A Fig.A-IV-1 apresenta as amplitudes versus períodos de vibração para os valores de mili-g indicados na Tabela A.IV-1. Os valores de aceleração que definem os limites dos diversos graus de conforto desta tabela foram sugeridos por Chang, que extrapolou valores correspondentes a frequências mais altas (eram as informações disponíveis na época).

Tabela A.IV-1
Limites de graus de conforto, segundo Chang

Aceleração (mili-g)	Grau de conforto
abaixo de 5	não perceptível
entre 5 e 15	início da percepção
entre 15 e 50	incômodo
entre 50 e 150	muito incômodo
acima de 150	intolerável

e) Mais recentemente, Khan e Parmelee [A-17] fizeram experiências com pessoas colocadas em diversas posições em um disco girante, submetido a acelerações de diversos valores. Foram três as posturas do corpo (de pé, sentado, deitado) e quatro as direções: olhando para o centro da plataforma, para a periferia, no sentido do movimento e contrário a este sentido. As pessoas deviam avaliar sua sensação na seguinte escala de percepção: não perceptível, levemente perceptível, perceptível e, por último, incômodo. Foi constatado que a posição do corpo (postura e direção) afetou menos a percepção que as diferenças individuais. Duas regiões apresentaram uma boa consistência dos resultados (valores médios):

- o início da percepção, com cerca de 4 mili-g;
- o nível de incômodo, com cerca de 20 mili-g.

O nível "levemente perceptível" situou-se, a grosso modo, entre 4 e 7,5 mili-g. Para o outro nível (perceptível) a dispersão foi grande.

Estes resultados foram confirmados por medidas feitas em um edifício real, com 26 pavimentos, em Chicago. Trata-se de um edifício bastante flexível, no qual alguns usuários sentiam o movimento durante tormentas fortes.

f) Chen e Robertson [A-18] fizeram testes com pessoas em uma sala móvel. Os resultados apresentaram uma dispersão muito grande, variando muito a sensibilidade de pessoa a pessoa. Seus estudos mostraram que o início da percepção foi de 3 mili-g para 2% das pessoas e de 4 mili-g para 10%.

g) Hansen, Reed e Vanmarck [A-19] mostraram que acelerações maiores podem ser aceitáveis se sua ocorrência é muito pequena. Além disso, constataram que, além das forças que agem no corpo, a pessoa tem a sensação de movimento muito influenciada por sua disposição mental: ruídos, visualização de movimentos dentro do próprio edifício ou da paisagem (este último em movimentos torsionais). Eles sugerem que uma oscilação deve

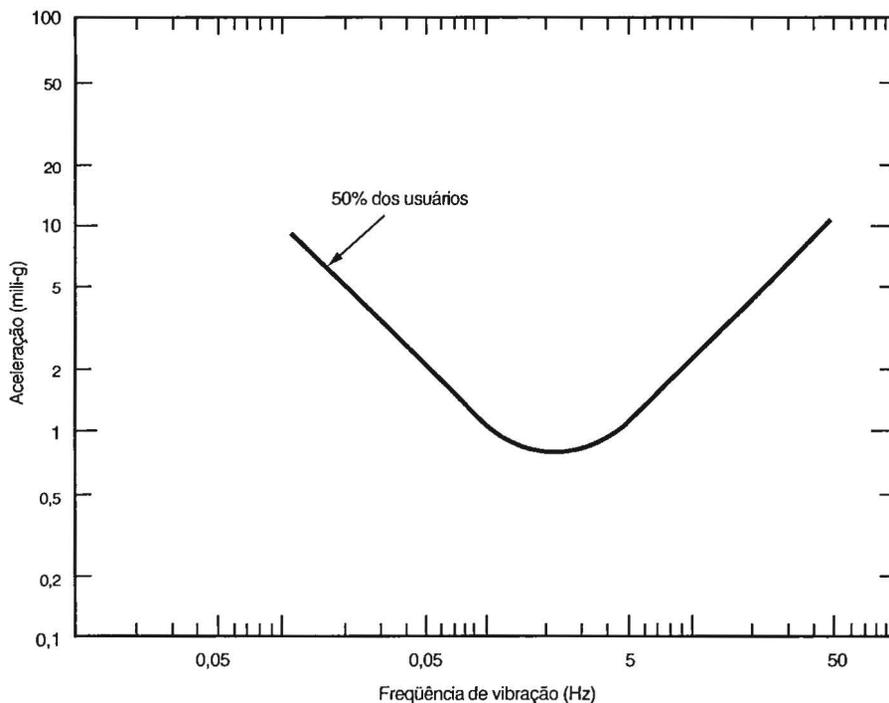


Figura A.IV-2 – Início da percepção do movimento horizontal, conforme Davenport

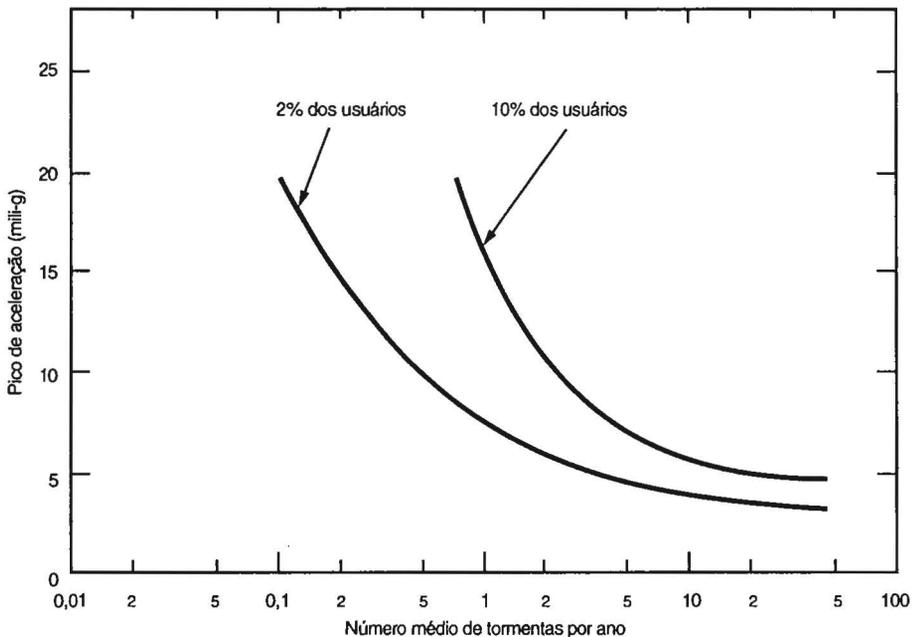


Figura A.IV-3 – Sensibilidade humana à aceleração, conforme Davenport

ser considerada como inaceitável se ela é assim classificada por apenas 2% dos usuários do terço superior do edifício. Sugerem um desvio padrão da aceleração no último pavimento do edifício de 5 mili-g. Considerando um fator de pico igual a 3,5, chega-se a um valor de pico da aceleração de 175 mili-g.

h) A partir destes estudos [A-18],[A-19], Davenport [A-20] apresenta seu critério para picos de aceleração induzidos pelo vento para edifícios de escritórios, para diversos períodos de recorrência dos ventos mais fortes (Ver Figuras A.IV-2 e A.IV-3).

Na Fig.A.IV-2 está indicado o início da percepção do movimento horizontal, em um gráfico frequência versus aceleração. As duas curvas da Fig.A.IV-3 referem-se ao mesmo limiar para 2% e 10% dos usuários, em função do número de tormentas por ano.

i) Outro critério que considera o período de recorrência das tormentas é o de Melbourne e Palmer [A-21], apresentado na Fig.A.IV-4

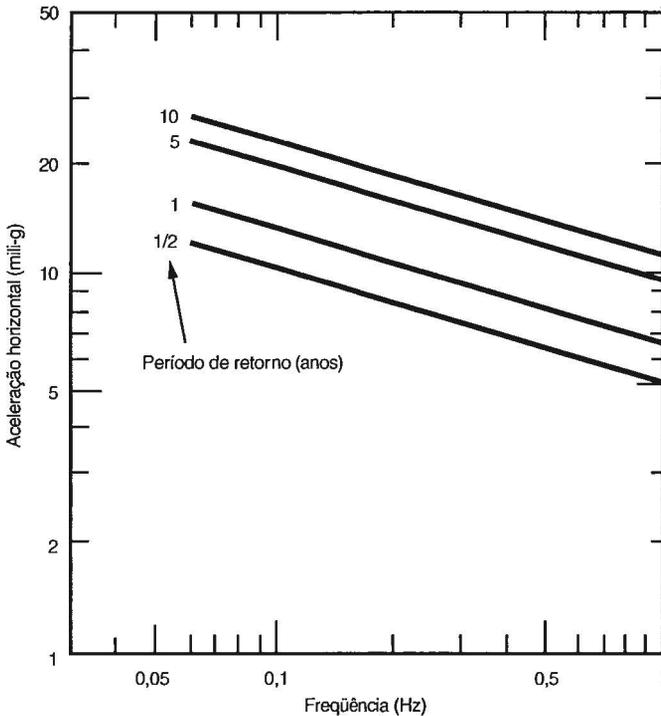


Figura A.IV-4 – Máximo pico de aceleração horizontal para conforto dos usuários de um edifício, conforme Melbourne e Palmer

j) Na Tabela A.IV-2 é apresentada a sugestão de Isyumov [A-22] para a verificação do conforto em edifícios altos. O período de dez anos é usual nos Estados Unidos. O período de um ano é sugestão de Isyumov: “Embora o período de recorrência de dez anos tenha servido bem em muitas regiões, seu uso é difícil em regiões onde o regime de ventos é influenciado por tormentas tropicais tais como furacões ou ciclones. Há vantagens de avaliar a aceitabilidade de movimentos em edifícios induzidos por ventos que ocorrem mais freqüentemente”.

Tabela A.IV-2
Indicação para avaliar a aceitabilidade de movimentos induzidos pelo vento em edifícios altos

Descrição	Recorrência	
	10 anos	1 ano
– Pico da resultante da aceleração horizontal no último pavimento (flexão e torção)		
– Edifícios residenciais	10-15 mili-g	5-7 mili-g
– Edifícios de escritórios	20-25 mili-g	9-12 mili-g
– Pico da velocidade torsional no último pavimento	<3 mili-rad/s	<1,5mili-rad/s

REFERÊNCIAS

- A-1. DRYDEN, H.L.; MURNAGHAN, F.D.; BATEMAN, H. *Hydrodynamics*. New York: Dover Publications, 1956.
- A-2. DAVENPORT, A.G. The buffeting of large superficial structures by atmospheric turbulence. *Annals of the New York Academy of Sciences*, v.116, Article 2, p.135-159, June 26, 1964.
- A-3. ISYUMOV, N.; FEDIW, A.A.; COLACO, J.; BANAVALKAR, P.V. -Performance of a tall building under wind action. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam, v.42, p.1053-1064, Oct. 1992 ["8th International Conference on Wind Engineering", London, Canada, 1991].
- A-4. THOMSON, W.T. *Vibration theory and applications*. London: George Allen & Unwin Ltd, 1969.
- A-5. MAHREHOLTZ, O.; BACHMANN, H. Damping. In: *Vibration Problems in Structures – Practical guidelines*. Zürich/Berlin: Institut für Baustatik und Konstruktion/ Birkhäuser Verlag Basel, 1995.
- A-6. HIRSCH, G.; BACHMANN, H. Wind induced vibrations. In: *Vibration Problems in Structures – Practical guidelines*. Zürich/Berlin: Institut für Baustatik und Konstruktion/ Birkhäuser Verlag Basel, 1995.
- A-7. CECM. *Recommendations for calculating the effects of wind on constructions*. 2.ed. 1987.[Covenção Européia de Construções Metálicas].
- A-8. Norma Belga. Actions du vent sur les constructions, NBN-B03-002-2, 2.ed., décembre 1988.
- A-9. Norma Argentina CIRSOC. Recomendación CIRSOC 102-1: Acción dinámica del viento sobre las construcciones. Julio 1992.
- A-10. FLOEGL, I.; BACHMANN, H. Estimation of damping quantities of high and slender reinforced concrete structure subjected to wind. In: *Vibration Problems in Structures – Practical guidelines*. Zürich/Berlin: Institut für Baustatik und Konstruktion/Birkhäuser Verlag Basel, 1995.
- A-11. LAGOMARSINO, S. Forecast model for damping and vibration periods of buildings. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.48, n.2-3, p.221-239, 1993.A-12.
- A-12. JEARY, A.P.; ELLIS, B.R. On predicting the response of tall building to wind excitation. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.13, p.173-182, 1983.
- A-13. MINISTERIO DE OBRAS Y SERVICIOS PÚBLICOS DEL GOBIERNO DE MENDOZA. *Código de construcciones antisísmicas*. Argentina, 1970.
- A-14. COMMISSION DES RÈGLES NEIGE ET VENT. *Règles définissant les effets de la neige et du vent sur les constructions: Règles NV-65*. Paris, 1980.
- A-15. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Forças devidas ao vento em edificações: NBR-6123*. Rio de Janeiro, edição 1988.
- A-16. CHANG, F. Wind and movement in tall buildings. *Civil Engineering*, ASCE, p.70-72, August 1967.
- A-17. KHAN, F.R.; PARMELEE, R.A. Service criteria for tall buildings for wind loading. In: *3rd International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*. Tokyo, 1971. Anais, "Paper III.1, p.401-408.
- A-18. CHEN, P.; ROBERTSON, L.E. Human perception thresholds of horizontal motion. *J. Struct. Div.*, ASCE, ST8 , v.98, p.1681-1695. Aug.1972.

- A-19. HANSEN, R.J.; REED, J.W.; VANMARCKE, E.H. Human response to wind induced motion of buildings. *J. Struct. Div.*, ASCE, ST7, v.99, p.1589-1605, July 1973.
- A-20. DAVENPORT, A.G. Tall buildings - An anatomy of wind risks. *Construction in Southern Africa*, p.19-37, December 1975.
- A-21. MELBOURNE, W.H.; PALMER, T.R. Accelerations and comfort criteria for buildings undergoing complex motions. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.41, p.105-116, Oct. 1992.
- A-22. ISYUMOV, N. Criteria for acceptable wind-induced motions of tall buildings". In: *International Conference on Tall Buildings*. Rio de Janeiro: Council on Tall Buildings and Urban Habitat, 1993. Anais, 15p.

Fotolitos da capa:
Cathedral Digital
Rua Luzitana, 45A - Porto Alegre, RS
Fone/Fax (51) 3343-4141

Impressão:
Editora Evangraf
Rua Waldomiro Schapke, 77 - Porto Alegre, RS
Fone (51) 3336-0422 e 3336-2466

6.2.5.5. Conclusões

a) Terminaremos este capítulo transcrevendo algumas das conclusões apresentadas por Novak [6-5].

1. "Oscilações por galope podem teoricamente aparecer acima de uma certa velocidade de disparo do vento com qualquer valor de A_1 . Assim, a condição de Den Hartog, de $A_1 > 0$, é uma condição suficiente mas não necessária. Entretanto, as velocidades de disparo são muito maiores com $A_1 \leq 0$ do que com $A_1 > 0$ ".

2. "Com $A_1 \leq 0$ é necessária uma perturbação inicial (deslocamento transversal a_1) para a vibração iniciar. Esta perturbação é proporcional ao amortecimento estrutural, deve ser maior que as amplitudes instáveis (ramo em linha tracejada, na Fig.6.2-7) e em alguns casos pode diminuir com a velocidade do vento".

3. "Em todos os casos a velocidade de disparo é diretamente proporcional ao amortecimento".

4. "As amplitudes permanentes estáveis aproximam-se de uma assíntota que passa pela origem. Esta assíntota é a resposta por galope com amortecimento estrutural nulo".

6.2.6. Considerações sobre os casos $A_1 = 0$ e $A_1 < 0$

a) Pelo critério de Den Hartog, a (6.2-38) indica que não há instabilidade nos casos de $A_1 = 0$ e $A_1 < 0$. Entretanto, considerando uma situação em que $A_1 \rightarrow 0$ (sem chegar a zero), a (6.2-40) mostra que será possível um valor finito para U_d quando tivermos um amortecimento muito pequeno ($\zeta \rightarrow 0$).

Novak prova matematicamente a possibilidade de tal tipo de galope considerando um coeficiente de força transversal, C_y , dado pela (6.2-7), tal que $A_1 = 0$, $A_2 > 0$, $A_3 < 0$ [$A_3 = -|A_3|$] e todos os outros coeficientes A_i e A_j iguais a zero. ter-se-á:

$$C_y = A_2 (y' / V)^2 (y' / |y'|) - |A_3| (y' / V)^3 \quad (6.2-41)$$

A partir daí, e considerando a expressão das amplitudes em estado permanente, Novak [6-5] mostra que estas amplitudes poderão ser reais somente se o discriminante dessa expressão for ≥ 0 , o que conduz a uma velocidade do vento.

$$U \geq U_d = \frac{27 \pi^2}{64} \frac{\zeta}{M} \frac{|A_3|}{A_2^2} \quad (6.2-42)$$

Esta expressão permite determinar as velocidades do vento em que é possível o galope, mesmo com $A_1 = 0$. A (6.2-42) é uma condição necessária, mas não suficiente.

Com amplitude $a = 0$ não haverá galope, com qualquer velocidade do vento. Entretanto, com um deslocamento de amplitude conveniente, Novak mostra que o ramo superior (a_1 , na Fig.6.2-7.d) corresponde a uma oscilação estável e que a menor amplitude para esta oscilação, a_0 , aparece com a velocidade U_d , sendo obtida por

$$a_0 = \frac{3\pi}{4} \frac{\zeta}{M A_2} \quad (6.2-43)$$

Para $A_1 < 0$, Novak, seguindo o mesmo caminho, mostra que as oscilações permanentes por galope são possíveis com velocidades do vento [apenas $A_1, A_2, A_3 \neq 0$, na (6.2-7)] :

$$U \geq U_d = \frac{\zeta}{M} \frac{1}{\frac{64}{27\pi^2} \frac{A_2^2}{|A_3|} - |A_1|} \quad (6.2-44)$$

Esta velocidade de disparo é ainda mais alta que a do caso anterior (6.2-42).

6.3. GALOPE EM ESCOAMENTO TURBULENTO

a) Ao vento natural o comportamento ao galope pode ser completamente diferente do observado em ensaios em túneis aerodinâmicos, sem simulação das características do vento natural. É que a turbulência exerce uma influência muito importante, tanto quantitativa como qualitativamente, podendo alterar fundamentalmente o comportamento da estrutura.

Exemplos bem característicos da influência da turbulência são os prismas de secção quadrada e em **D**. Em túneis aerodinâmicos, de baixa turbulência, um prisma de secção quadrada oscila por galope violentamente, mesmo sem deslocamento inicial, enquanto que um prisma de secção **D** (face plana perpendicular ao vento e a barlavento) só oscila se houver um grande deslocamento transversal. Já em ensaios ao vento natural a vibração do prisma de secção quadrada pode ser pequena ou nula, enquanto que o de secção **D** oscila vigorosamente.

b) Ensaios feitos por Novak [6-9] no túnel de vento da Universidade de Ontário Oeste mostraram diferenças marcantes na vibração por galope de prismas de secção quadrada e de secção retangular. Nos primeiros, tanto o alteamento (altura / largura do prisma) quanto a intensidade de turbulência

causaram alterações nos coeficientes de arrasto, C_a , e de força lateral, C_l , sem que houvesse alteração no sinal de A_1 . Portanto, o galope em prismas de secção quadrada pode aparecer também em escoamento turbulento. Não há uma alteração básica das características da vibração descritas para o escoamento suave. Nota-se, entretanto, uma transição suave entre a vibração causada pela turbulência do vento e a devida ao galope (Fig.6.3-1).

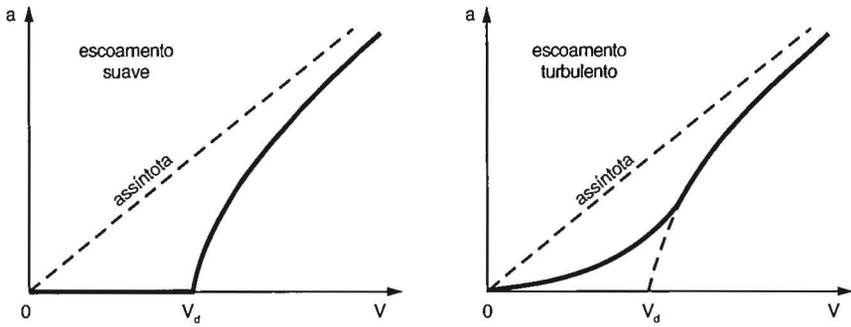


Figura 6.3-1 – Galope em ventos suave e turbulento

c) Novak e Davenport [6-4] apresentam a seguinte expressão para a determinação aproximada da amplitude a ($a = \sqrt{2}$ x amplitude **rms**) da vibração do topo de prismas de secção quadrada engastados na base, em função da intensidade de turbulência longitudinal:

$$a \cong (0,37 - 1,6 I_1) \bar{V} / \omega_1 \tag{6.3-1}$$

sendo:

\bar{V} – velocidade média do vento no topo do prisma;

I_1 – intensidade da componente longitudinal da turbulência no topo do prisma;

ω_1 – freqüência circular fundamental do prisma (1º modo de vibração)

Por exemplo:

- Vento suave: $I_1 \cong 0$ $a \cong 0,37 \bar{V} / \omega_1$
- Vento em campo aberto : $I_1 = 0,05$ $a \cong 0,29 \bar{V} / \omega_1$
- Vento em área urbana : $I_1 = 0,10$ $a \cong 0,21 \bar{V} / \omega_1$

d) Para edifícios altos, com os valores atuais de amortecimento, a velocidade de disparo fica bem acima das velocidades de cálculo. Entretanto, com a crescente diminuição do amortecimento estrutural em certos tipos de estruturas altas, leves e flexíveis, esta velocidade tem baixado progressivamente. Além disso, mesmo que não se torne negativo, o amortecimento total poderá ser consideravelmente reduzido por influência do amortecimento aerodinâmico [segundo termo da (6.2-22)]. Conseqüentemente, aumentará a

oscilação transversal causada pela turbulência atmosférica. Como a velocidade de disparo é diretamente proporcional à primeira frequência natural, poderemos evitar este efeito aumentando a frequência natural pela adoção de uma estrutura de maior rigidez.

e) Novak e Davenport [6-4] estudaram um prisma rígido de secção quadrada, com apoio elástico na base, de alteamento $h / b = 14,2$, em escoamentos de turbulências que designaremos por baixa (escoamento suave), média (campo aberto) e alta (zona urbana). Os perfis de velocidades médias e da intensidade da componente longitudinal da turbulência, I_1 , estão dados na Fig. 3.2, reproduzida da referência [6-4].

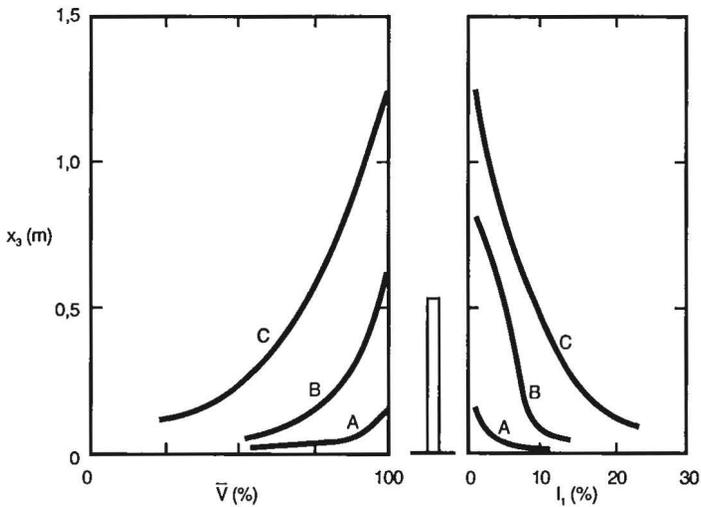


Figura 6.3-2 – Características dos escoamentos simulados [6-4]

A relação entre a escala da componente longitudinal da turbulência, L_1 (medida a $2/3$ da altura do modelo) e o lado da base do prisma, b , foi de $L_1 / b = 8$, para a turbulência média, e igual a 12 para a alta. Nestas condições, o modelo corresponde a um edifício ou torre de grande altura, cerca de 300m. Além da turbulência, durante os ensaios variaram também a velocidade de referência (no topo do modelo) e o amortecimento.

Em todos os casos o modelo teve o comportamento esperado para prisma de secção quadrada, com oscilações fortes e que cresciam com a velocidade do vento. A turbulência, além de diminuir as amplitudes das oscilações, mudou sua forma, que se tornou mais irregular a medida que aumentavam as amplitudes, enquanto que com vento suave as oscilações são praticamente harmônicas. A velocidade de disparo pouco se alterou com o variar da turbulência ou do amortecimento.

A Fig.6.3-3, retirada da referência [6-3], mostra as curvas universais $\bar{a} \times \bar{U}$ obtidas nestes ensaios. Para os ventos da turbulência média e alta pode ser adotado

$$\bar{U}_d = M U_d / \zeta = M V_d / (\zeta \omega_1 \ell_1) = 0,37$$

Portanto:

$$V_d = 0,37 \zeta \omega_1 \ell_1 / M \quad (6.3-3)$$

f) Consideremos duas torres, uma de aço e uma de concreto armado,

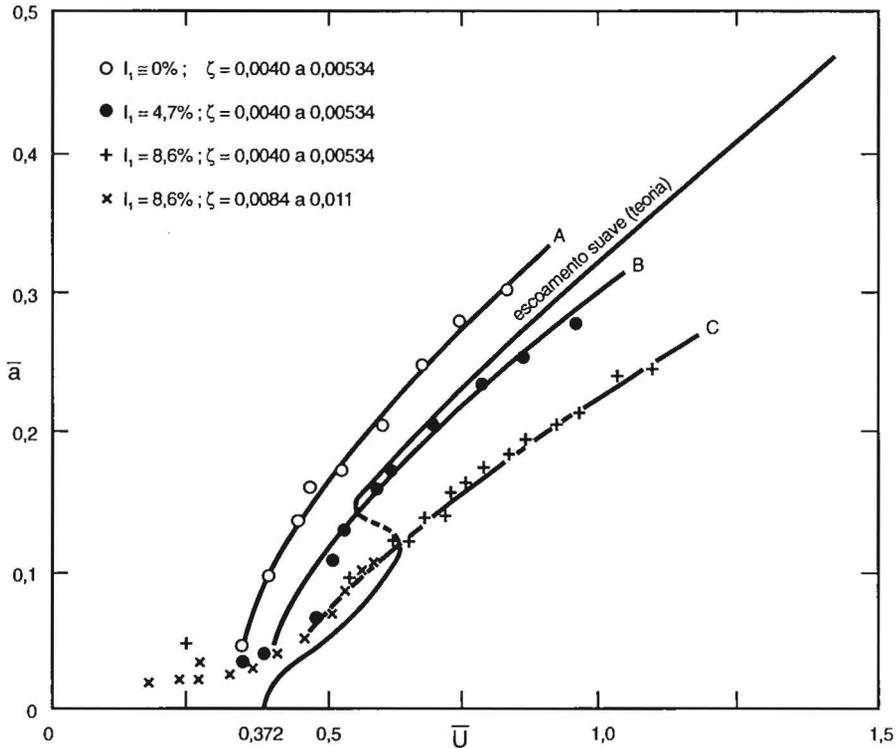


Figura 6.3-3 – Curvas universais $\bar{a} \times \bar{U}$

com os 300m de altura correspondentes aos ensaios citados de Novak e Davenport [6-4], ambas com o parâmetro adimensional de massa $M = 3,3 \times 10^{-3}$. Os valores estimados para o amortecimento e freqüência do modo fundamental de vibração, de acordo com a NBR - 6123 / 87 [6-8] são :

- **Concreto armado:** $T = 0,05 + 0,015 \times 300 = 4,6 \text{ s}$; $f = 1 / T = 0,22 \text{ Hz}$
Estrutura aperticada, com $\zeta = 0,020$
- **Aço:** $T = 0,29 \sqrt{300} - 0,4 = 4,6 \text{ s}$; $f = 1 / T = 0,22 \text{ Hz}$
Estrutura soldada, com $\zeta = 0,010$.

Teremos ($\ell_1 = 300 / 14,2 = 21\text{m}$):

– **Concreto armado:** $V_d = 0,37 \times 0,02 \times 2\pi \times 0,22 \times 21 / (3,3 \times 10^{-3}) = 65\text{m/s}$ (234km/h)

– **Aço:** $V_d = 0,37 \times 0,01 \times 2\pi \times 0,22 \times 21 / (3,3 \times 10^{-3}) = 32,5\text{m/s}$ (117km/h)

Uma estrutura de aço, por seu menor amortecimento, tem uma velocidade de disparo menor que uma estrutura de concreto armado em igualdade de massa, dimensões e frequência de oscilação. Na realidade, a diferença não será tão grande, pois a massa da estrutura de aço é menor que a de concreto.

g) Admitindo torres de mesmas proporções, com $h = 150\text{m}$, e sendo desprezável a influência da escala da turbulência [6-10]:

– **Concreto armado:** $T = 0,05 + 0,015 \times 150 = 2,30\text{s}$; $f = 1 / T = 0,43\text{ Hz}$

$V_d = 0,37 \times 0,02 \times 2\pi \times 0,43 \times 10,5 / (3,3 \times 10^{-3}) = 63,6\text{m/s}$ (229km/h)

– **Aço:** $T = 0,29 \sqrt{150} - 0,4 = 3,15\text{s}$; $f = 1 / T = 0,32\text{Hz}$

$V_d = 0,37 \times 0,01 \times 2\pi \times 0,32 \times 10,5 / (3,3 \times 10^{-3}) = 23,7\text{m/s}$ (85km/h)

A velocidade crítica (ressonância por desprendimento de vórtices), dada por $V_{cr} = f \ell_1 / St$, sendo $St = 0,12$, será:

h = 300m – concreto armado : $V_{cr} = 0,22 \times 21 / 0,12 = 38,5\text{ m/s}$ (139km/h)

aço: $V_{cr} = 0,22 \times 21 / 0,12 = 38,5\text{ m/s}$ (139km/h)

h = 150m – concreto armado : $V_{cr} = 0,43 \times 10,5 / 0,12 = 37,6\text{ m/s}$ (135km/h)

aço: $V_{cr} = 0,32 \times 10,5 / 0,12 = 28\text{ m/s}$ (101km/h)

Isto é, para as torres de aço a velocidade de disparo está abaixo da velocidade crítica, o que invalida o critério quase-permanente, baseado em uma velocidade de disparo bem acima da velocidade crítica.

h) Parkinson e Sullivan [6-11] chamam a atenção de que, em projetos estruturais recentes, o amortecimento pode chegar a valores tão baixos como $\zeta = 0,005$, o que diminuiria para a metade as velocidades de disparo das torres de aço, “incluindo mesmo alguns edifícios altos e esbeltos “. Por outro lado, com este baixo amortecimento V_d estará ainda mais abaixo de V_{cr} .

Os autores citados discutem os efeitos combinados de desprendimento de vórtices e galope em um prisma de secção quadrada nas proximidades da ressonância. Baseiam-se em ensaios de Bouclin com um prisma bidimensional em escoamento de água. O prisma começou a oscilar a partir do repouso com a velocidade adimensional $U_d = 0,7$, com a amplitude adimensional a crescendo de um modo aproximadamente linear com U , apesar de ser a velocidade crítica adimensional maior que a de disparo:

$$U_{cr} = V_{cr} / (\omega_1 \ell_1) = 1,3 > U_d$$

Como uma conclusão “tentativa”, os autores propõe que a teoria quase-permanente pode ser usada para prever o comportamento de torres em quaisquer condições, com uma variação aproximadamente linear das amplitudes de oscilação com a velocidade.

i) Apliquemos as expressões (6.3-2) às torres que estamos estudando, considerando uma velocidade básica do vento $V_0 = 45 \text{ m/s}$, $S_1 = S_2 = 1$ (NBR - 6123 / 88 [6-8]).

Campo aberto (Categoria I I)

$$\overline{V}_{10 \text{ min}}(300) = 45 \times 1,15 = 51,75 \text{ m/s}$$

$$\overline{V}_{10 \text{ min}}(150) = 45 \times 1,04 = 46,8 \text{ m/s}$$

Torre de concreto armado:

$$h = 300 \text{ m: } a = 0,29 \times 51,75 / (2\pi \times 0,22) = 10,9 \text{ m}$$

$$h = 150 \text{ m: } a = 0,29 \times 46,8 / (2\pi \times 0,43) = 5,0 \text{ m}$$

Torre de aço:

$$h = 300 \text{ m: } a = 0,29 \times 51,75 / (2\pi \times 0,22) = 10,9 \text{ m}$$

$$h = 150 \text{ m: } a = 0,29 \times 46,8 / (2\pi \times 0,32) = 6,8 \text{ m}$$

Área urbana (Categoria I V)

$$\overline{V}_{10 \text{ min}}(300) = 45 \times 1,07 = 48,15 \text{ m/s}$$

$$\overline{V}_{10 \text{ min}}(150) = 45 \times 0,915 = 41,18 \text{ m/s}$$

Torre de concreto armado:

$$h = 300 \text{ m: } a = 0,21 \times 48,15 / (2\pi \times 0,22) = 7,3 \text{ m}$$

$$h = 150 \text{ m: } a = 0,21 \times 41,18 / (2\pi \times 0,43) = 3,2 \text{ m}$$

Torre de aço:

$$h = 300 \text{ m: } a = 0,21 \times 48,15 / (2\pi \times 0,22) = 7,3 \text{ m}$$

$$h = 150 \text{ m: } a = 0,21 \times 41,18 / (2\pi \times 0,32) = 4,3 \text{ m}$$

Estas amplitudes de vibração estão muito acima do tolerável. Parkinson e Sullivan [6-11], para uma torre de secção quadrada de 16 m de lado e com altura de 400 m, vento gradiente (no contorno da camada limite atmosférica) de 45 m / s, chegaram a uma amplitude de 16 m ! Em ensaios que realizamos com modelo aeroelástico de um pilar de viaduto de 136m de altura, leve e esbelto (Ver item 6.4.4), os ensaios eram suspensos quando a amplitude chegava a 2,5m (o equivalente na construção real), para evitar danos ao modelo.

Entretanto, deve ser levado em consideração que o amortecimento aumentará com a amplitude do movimento e, consequentemente, estas amplitudes serão menores que as previstas pela teoria, que admite amortecimento constante. Mesmo assim, serão movimentos que não podem ser admitidos.

j) Para se ter uma ideia geral da influência da turbulência, transcrevemos mais algumas conclusões de Novak [6-5] e de Tanaka [6-11].

1. "A teoria quase-permanente é válida tanto em um escoamento suave como turbulento, bem como em escoamento tri-dimensional" (A este respeito, veja-se referência [6-13]). "Aplica-se somente para velocidades do vento bem acima da correspondente à ressonância por despreendimento de vórtices". (O que não está de acordo com o trabalho de Parkinson e Sullivan anteriormente discutido). "Adapta-se melhor a prismas de secção quadrada. Para prismas de secção retangular a teoria aplica-se com velocidades reduzidas mais altas".

2. “A turbulência pode alterar profundamente os resultados. Em prismas de secção retangular 2 x 1 (lado maior paralelo ao vento) a tendência para instabilidade a partir da posição de repouso diminui com o aumento da intensidade da turbulência e pode desaparecer com intensidades a partir de 8 % .

Prismas de secção retangular 1 x 2 (lado menor paralelo ao vento), estáveis em escoamento suave, podem tornar-se instáveis em escoamento turbulento, e sua tendência para oscilações por galope aumenta com a intensidade da turbulência”.

3. “Prisma de secção retangular 3 x 2 (lado maior paralelo ao vento) é instável no caso bidimensional, tanto em escoamento suave como turbulento com uma intensidade de turbulência até 11 % e possivelmente até algo maior. Em condições tridimensionais o efeito do topo alia-se ao da turbulência, e a secção torna-se estável”.

4. “Prisma de secção retangular 2 x 3 (lado menor paralelo ao vento) é estável em escoamento suave, mas torna-se instável em fluxo turbulento, no qual oscila facilmente”.

5. “Prisma de secção cruciforme (quatro braços iguais, de espessura igual a 1/3 do lado do quadrado envolvente) é estável em ambos os escoamentos. A turbulência reduz sensivelmente o amortecimento aerodinâmico positivo na direção transversal. Com isto a resposta a excitações transversais (por despreendimento de vórtices ou pela componente transversal das rajadas) pode ser aumentada”.

6. “ O prisma de secção **D** (meio cilindro) tem uma posição de equilíbrio estável em escoamento suave e também em escoamento turbulento. A velocidade adimensional de disparo em escoamento turbulento ($\bar{U} = 1,75$) é consideravelmente menor que em escoamento suave ($\bar{U} = 11,8$). Em ambos os casos o galope requer uma amplitude de disparo que é aproximadamente $\bar{a} \geq 1,85$, para escoamento turbulento, e $\bar{a} \geq 1,4$ para escoamento suave”.

k) Os prismas de secção retangular acima referidos eram muito esbeltos ($h/\ell_1 \approx 80$) de madeira, fixos na base em uma mola, podendo oscilar em um plano perpendicular ao do escoamento. O prisma com secção **D** estava suspenso por molas, em seus extremos.

O escoamento turbulento, gerado por uma grelha, apresentava as seguintes características:

- aproximadamente isotrópico;
- intensidade longitudinal da turbulência : $I_1 = 11$ %;
- escala longitudinal da turbulência : $L_1 = 121$ mm;
- escala lateral da turbulência : $L_2 = 64$ mm.

Para se ter uma idéia da relação entre escala de turbulência e dimensões dos modelos, lembramos que “dimensões típicas dos modelos foram $\ell_1 = 19$ mm e $h = 1650$ mm”.

l) Resumindo:

Prismas de secção retangular são aerodinamicamente instáveis, po-

dendo aparecer oscilações violentas em um plano perpendicular à direção do vento.

Conforme as proporções e orientação da secção do prisma (eixo longitudinal sempre perpendicular ao escoamento médio), a turbulência pode aumentar, diminuir ou evitar as oscilações por galope.

A instabilidade por galope pode afetar a resposta de uma estrutura submetida ao vento (suave ou turbulento) mesmo em velocidades abaixo da velocidade de disparo. Isto porque a simples diminuição do amortecimento aerodinâmico (com mudança ou não de seu sinal algébrico) reduz o amortecimento total e aumenta assim a resposta da estrutura a excitações transversais.

m) Para reduzir as oscilações por galope Blevins [6-1] indica:

1 – Alterar a forma ou orientação da estrutura, de tal modo que os coeficientes aerodinâmicos se tornem estabilizantes.

2 – Aumentar a velocidade crítica acima da velocidade máxima:

– enrijecendo a estrutura (o que aumenta a frequência);

– aumentando seu amortecimento interno;

– aumentando sua massa (sem diminuir sua frequência natural ou seu amortecimento);

– reduzindo a velocidade do escoamento (o que não é aplicável ao vento).

6.4. ALGUNS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Sem muitos comentários, serão apresentados a seguir resultados experimentais obtidos por alguns pesquisadores, em modelos de secção retangular, procurando grupá-los de acordo com uma das seguintes variáveis: forma da secção, turbulência e regime de escoamento (bi- ou tridimensional).

No final serão apresentados resultados de ensaios realizados no LAC.

6.4.1. Influência da forma da secção

a) Na Fig.6.4-1 aparecem curvas C_y x α para diversas secções retangulares. A Fig.6.4-1.a refere-se a escoamento suave e a Fig.6.4-1.b a escoamento turbulento, segundo ensaios de Denardin [6-14]. Ambos os escoamentos eram uniformes, no que diz respeito à velocidade média. Os modelos foram ensaiados em regime de escoamento bidimensional. As curvas mostram claramente a importância da turbulência, principalmente para o modelo 2 x 1 (lado maior paralelo ao vento), se compararmos as figuras a e b. Em uma mesma figura observa-se a influência da forma da secção.

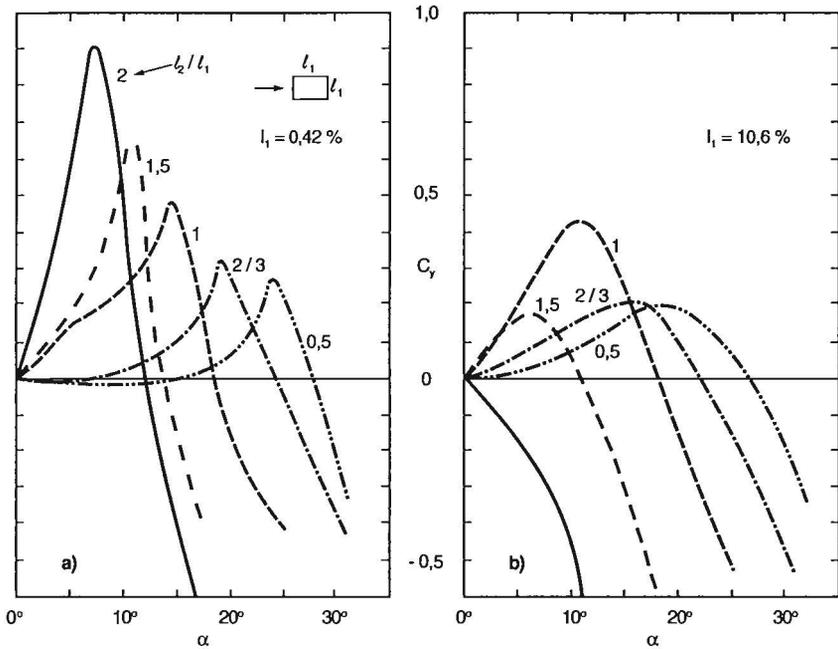


Figura 6.4-1 – Curvas C_y x α em escoamentos (a) suave e (b) turbulento [6-14]

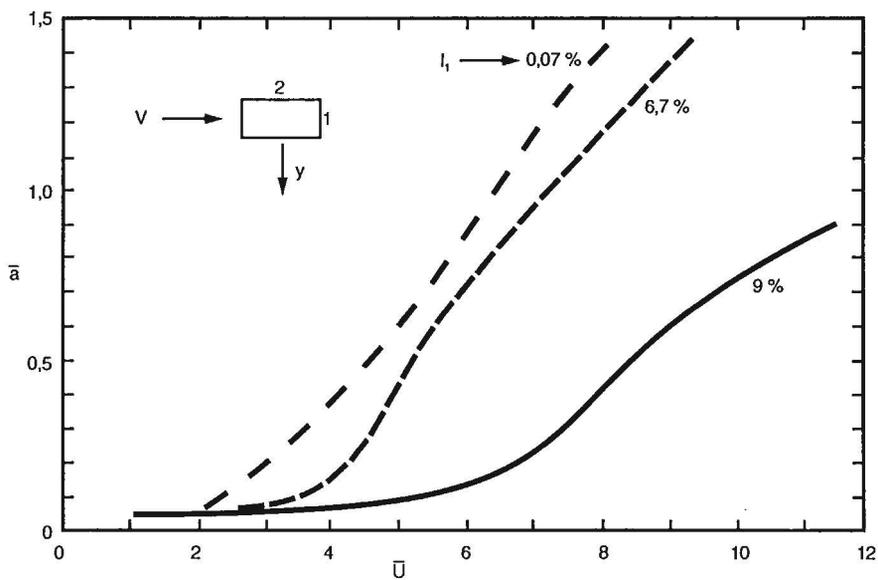


Figura 6.4-2 – Curvas de \bar{a} x \bar{U} para diversas turbulências [6-10]

6.4.2. Influência da turbulência

a) A comparação das curvas correspondentes a um mesmo modelo das Figuras 6.4-1.a e 6.4-1.b permite uma avaliação da turbulência, conforme já foi comentado no item anterior. Os ensaios foram efetuados em vento suave ($I = 0,42\%$) e em vento turbulento ($I = 10,6\%$), este último gerado com auxílio de uma grelha de madeira.

b) Curvas de $\bar{a} \times \bar{U}$ para modelos de seção 2×1 (lado maior paralelo ao vento), também em escoamento bidimensional e de velocidade média uniforme, aparecem na Fig.6.4-2. Na Fig.6.4-3 aparecem as respectivas curvas $C_y \times \alpha$. Ambas as figuras referem-se a ensaios de Laneville e Parkinson [6-10].

6.4.3. Influência do regime de escoamento

a) Novak e Tanaka [6-12] ensaiaram um modelo de seção retangular, 3×2 (lado maior paralelo ao vento). As forças transversais foram medidas em modelo estático em regimes bi- e tridimensional. No primeiro caso, com o modelo colocado entre placas de extremidades paralelas ao escoamento. No segundo caso, o alteamento do modelo era igual a 6,25. As curvas que representam os coeficientes de força transversal, C_y , foram obtidas por polinômios de 11 termos (eq.6.2-6), tendo sido usado o método dos mínimos quadrados.

Já para os ensaios dinâmicos, ambos os modelos foram construídos em madeira leve e montados verticalmente sobre molas que permitiam a oscilação em plano perpendicular à direção do vento incidente. Para o modelo bidimensional o alteamento foi da ordem de 60 e, para o tridimensional, o mesmo do modelo estático (6,25).

A intensidade da componente longitudinal da turbulência era de 11%, tanto para o escoamento turbulento de velocidade média uniforme ($p = 0$),

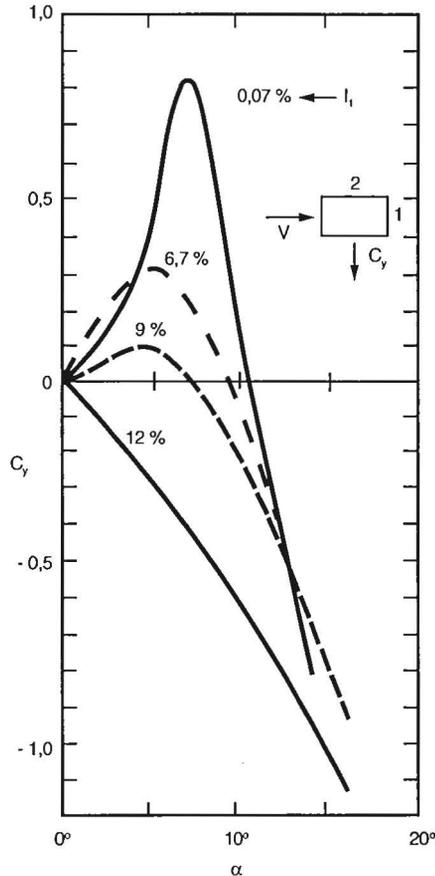


Figura 6.4-3 – Curvas $C_y \times \alpha$ para diversas turbulências [6-10]

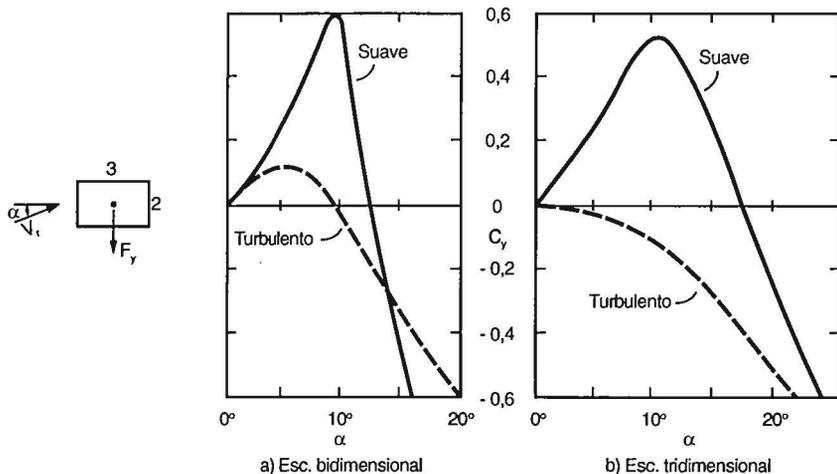


Figura 6.4-4 – Curvas C_y x α para escoamento bi- e tridimensional [6-12]

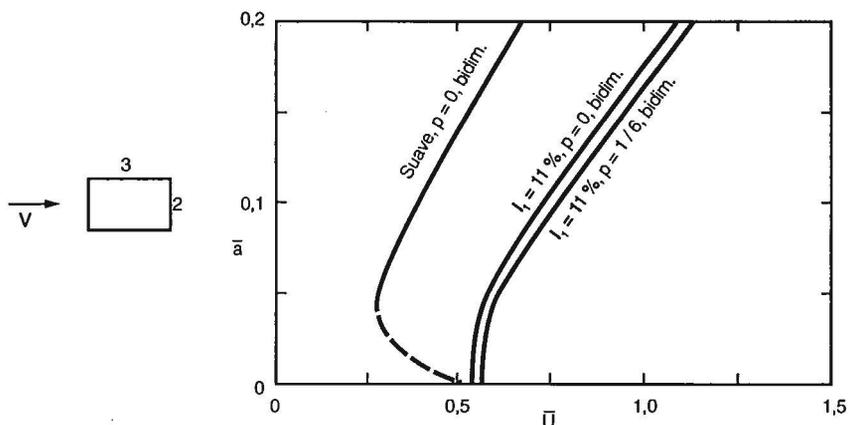


Figura 6.4-5 – Curvas \bar{a} x \bar{U} para escoamento suave e turbulento [6-12]

como para o topo do modelo colocado em escoamento que simulava o vento natural ($p = 1 / 6$).

As curvas C_y x α para escoamento bidimensional aparecem na Fig.6.4-4.a e para escoamento tridimensional na Fig.6.4-4.b. No caso bidimensional nota-se um efeito importante da turbulência, que diminui a tendência para o galope. Conseqüentemente, a amplitude de oscilação será maior no escoamento suave, como pode ser visto na Fig.6.4-5. Observe-se que a declividade da curva na origem (A_1) é a mesma nas duas curvas. Já no escoamento tridimensional a turbulência provoca uma mudança fundamental no comportamento do modelo, não tendo sido observado galope no escoamento turbulento (Fig.6.4-4).

Lembramos que as características do galope dependem da intensidade da turbulência. Com turbulência de intensidade adequada o modelo será estável também em escoamento bidimensional.

6.4.4. Ensaio no LAC

a) Os pilares de forma tronco piramidal de um viaduto de linha ferroviária, o mais alto deles com 130,8m de altura, foram ensaiados no Laboratório de Aerodinâmica das Construções do Curso de Pós Graduação em Engenharia Civil da UFRGS, para determinar as ações estáticas e dinâmicas do vento sobre eles [6-15].

Com os pilares funcionando como vigas em balanço, antes da construção da viga superior, ocorreram ações dinâmicas causadas pela energia cinética das rajadas, por galope e por martelamento. Trataremos aqui das duas primeiras.

b) O modelo foi construído em uma escala geométrica $\lambda_g=1/100$, em PVC. A semelhança de massa foi obtida com a fixação de 52 pedaços de chumbo na parte interna do modelo.

As características geométricas do mais alto dos pilares e de seu modelo estão dadas na Tabela 6.4-1.

Tabela 6.4-1
Características geométricas do modelo e do pilar

Descrição	Modelo (mm)	Pilar (m)
Altura	1308	130,8
Secção da base	160,8 x 52,2	16,08 x 5,22
Secção do topo	30 x 13	3,00 x 1,30
Espessura das faces maiores	2	0,20
Espessura das faces menores	5	0,50

Um vento de alta turbulência ($I_t = 11\%$) foi obtido com uma grelha de madeira colocada no início da câmara de ensaios (vento “turbulento”). Sem a grelha, o escoamento de ar é de turbulência muito pequena (vento “suave”). A variação da velocidade média do vento com a altura (vento “deslizante”) não foi simulada, pois ensaios feitos no “National Physical Laboratory”, Inglaterra, e em outros laboratórios, mostraram que, para estruturas altas e de grande esbelteza, é de importância apenas a simulação da turbulência. Além disso, é principalmente a turbulência existente no terço superior da estrutura que determinará seu comportamento dinâmico.

Os ensaios estáticos foram feitos no túnel de vento TV-1 (50kW), da UFRGS, e os dinâmicos no túnel aerodinâmico TA-1 (150kW), do Laboratório de Aerodinâmica do Centro Técnico Aeroespacial de São José dos Campos, SP.

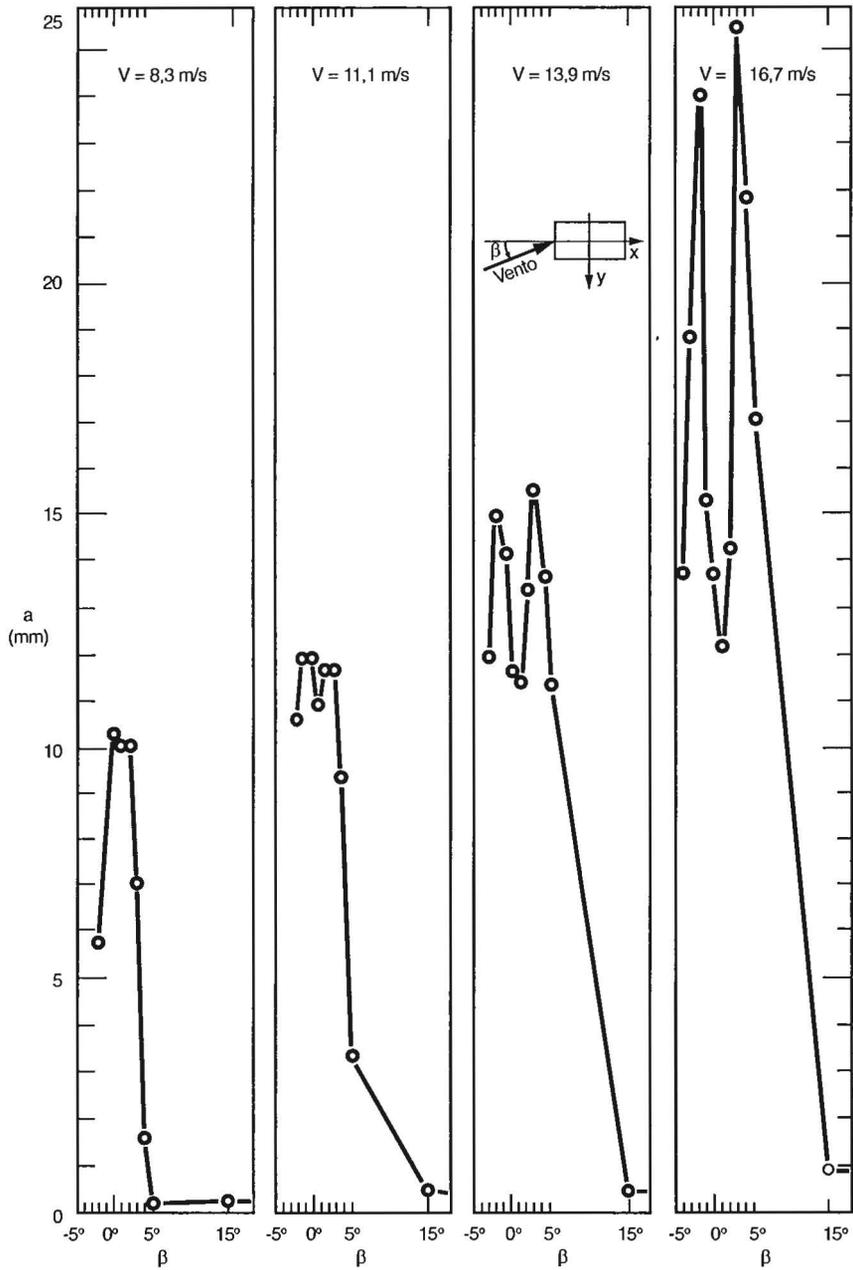


Figura 6.4-6 – Oscilações do modelo com vento suave [6-15]

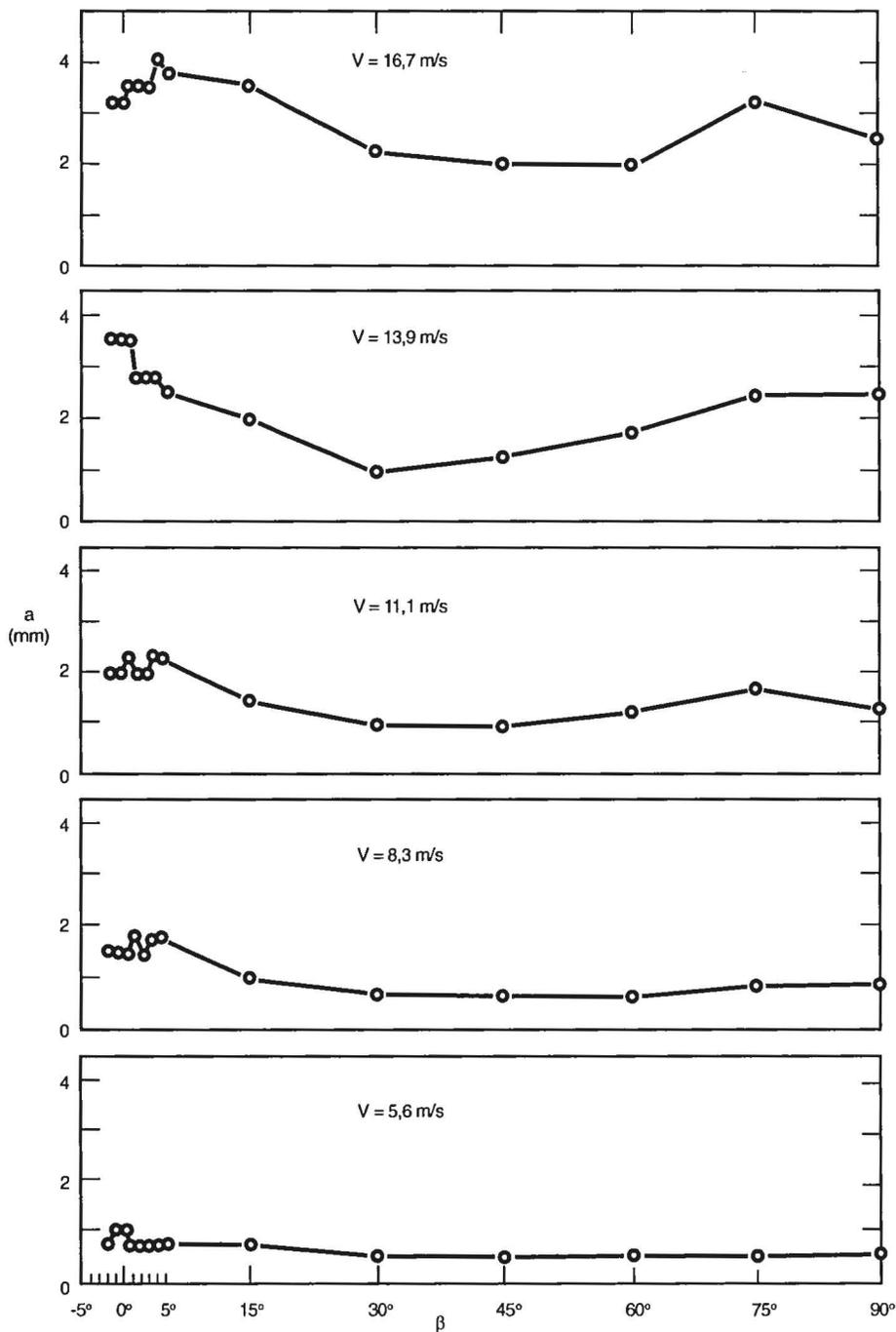


Figura 6.4-7 – Oscilações do modelo com vento turbulento [6-15]

c) Os ensaios foram feitos com diversas incidências do vento (β : ângulo entre a direção do eixo maior de uma secção do modelo e a direção do vento incidente). Também variou a velocidade do vento. As amplitudes das oscilações máximas podem ser vistas nas Figuras 6.4-6 (vento suave) e 6.4-7 (vento turbulento).

A frequência de oscilação, em cada uma das duas direções ortogonais de referência (direções dos eixos da secção), coincidiu sempre com a respectiva frequência natural fundamental. As características dinâmicas do modelo e do pilar são apresentadas na Tabela 6.4-2.

Tabela 6.4-2
Características dinâmicas do modelo e do pilar

Descrição	Modelo	Pilar
Frequência fundamental		
– na direção x	22 Hz	0,64 Hz
– na direção y	9 Hz	0,26 Hz
Amortecimento logarítmico		
– na direção x	0,067	0,06 - 0,12*
– na direção y	0,072	
Razão de amortecimento crítico		
– na direção x	0,0107	0,01 - 0,02*
– na direção y	0,0115	

* a partir de medidas em chaminés

A Fig.6.4-8 apresenta a amplitude máxima de oscilação na direção **y**, em função da velocidade do vento e da velocidade reduzida **U**:

$$U = V / (2 \pi f_1 \ell_1) = V / (2 \pi \times 9 \times 0,026) = 0,681 V ,$$

sendo ℓ_1 a média geométrica das larguras das secções da base e do topo do modelo:

$$\ell_1 = \sqrt{0,0522 \times 0,0130} = 0,026m .$$

d) O exame das Figuras 6.4-6 e 6.4-7 mostra que oscilações violentas na direção transversal (direção **y**) aparecem com vento soprando na direção do eixo maior (direção **x**) ou com uma pequena inclinação em relação a este eixo.

As maiores oscilações aparecem com vento suave, atingindo uma amplitude máxima de 25,3 mm. Na estrutura real a amplitude correspondente será de 2,53m, com um vento de velocidade de 48m/s (173 km/h). No osciloscópio, a oscilação do topo do modelo tinha a forma de uma onda senoidal, resposta característica de uma sistema linear a uma excitação periódica simples (Fig.6.4-9.b). Com vento turbulento as amplitudes foram bem menores, mas ainda demasiadamente altas, com um máximo de 0,40m na estrutura real, com vento de 48m/s. No osciloscópio aparecia a forma típica da resposta a uma excitação por vento turbulento, com amplitudes variáveis, semelhante ao batimento mecânico (Fig.6.4-9.a)

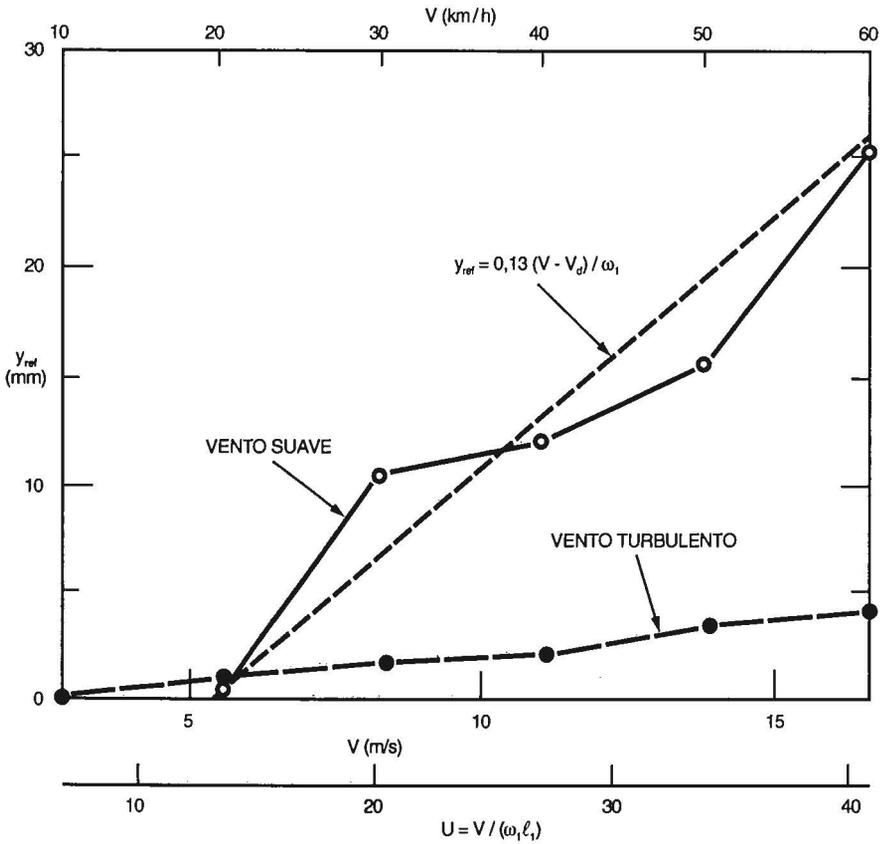


Figura 6.4-8 – Amplitude máxima de oscilação na direção y [6-15]

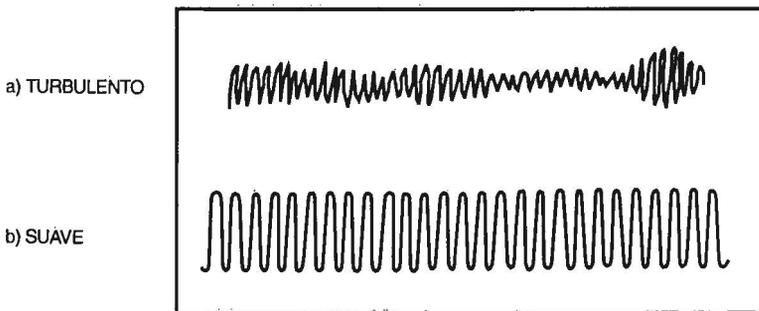


Figura 6.4-9 – Oscilações do topo em escoamentos suave e turbulento

e) Para vento suave, a velocidade de disparo, calculada com a teoria exposta neste trabalho, é $V_d = 6,2\text{m/s}$ (Para maiores detalhes, ver Ref. [6-15]. Experimentalmente, da Fig.6.4-8, $V_d = 5,5\text{m/s}$.

Comparação com resultados de Novak [6-5] é feita na Fig.6.4-10. Para isto foram calculados os parâmetros adimensionais \bar{U} e \bar{a} , para vento suave:

$$\bar{U} = M V / (\zeta \omega_1 \ell_1) = 1,6 \times 10^{-4} V / (0,0115 \times 2 \pi \times 9 \times 0,026) = 0,0095 \cdot V$$

$$\bar{a} = M Y_1 / (\zeta \ell_1) = 1,6 \times 10^{-4} Y_1 / (0,0115 \times 0,026) = 0,535 Y_1$$

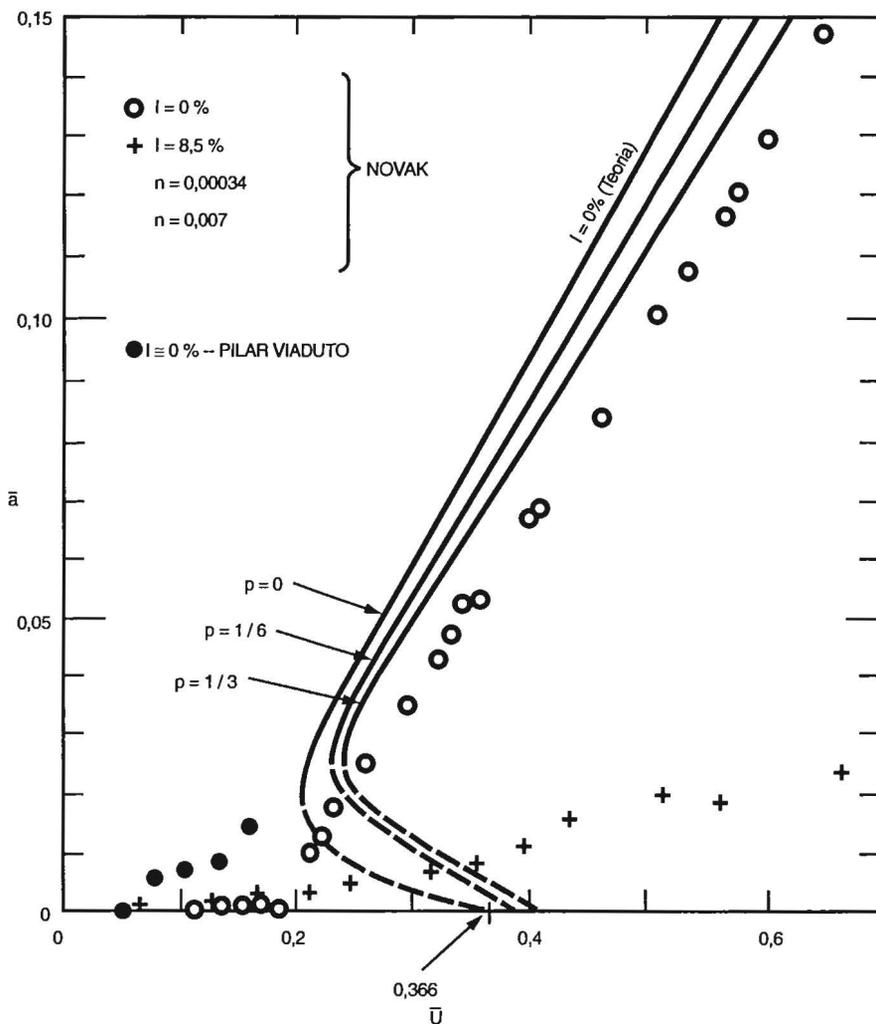


Figura 6.4-10 – Comparação com ensaios de Novak [6-5]

Estes parâmetros aparecem na Tabela 6.4-3 e na citada Fig.6.4-10. O parâmetro Y_1 da expressão acima é a amplitude do deslocamento do ponto de fixação do acelerômetro, nas proximidades do topo do modelo.

Tabela 6.4-3
Parâmetros adimensionais \bar{U} e \bar{a} – Vento suave

Velocidade	km/h	20	30	40	50	60
	m/s	5,56	8,33	11,11	13,89	16,67
$\bar{U} = 0,0095 V$		0,053	0,079	0,106	0,132	0,158
$\bar{a} = 0,535 Y_1$		0,0003	0,0056	0,0064	0,0083	0,0136

O modelo de Novak era um prisma de secção retangular $a \times b = 2 \times 1$ (maior dimensão paralela ao vento), com uma esbelteza $h / b = 6,9$. Há uma diferença sensível entre modelo e o pilar de viaduto. Porém, foi o modelo com características geométricas mais próximas que encontramos.

A amplitude de oscilação do topo de nosso modelo pode ser expressa, aproximadamente, por

$$Y_1 = 0,13 (V - V_d) / \omega_1$$

A linha reta correspondente a esta expressão está traçada na Fig.6.4-8.

f) Com vento turbulento não apareceu uma velocidade de disparo; a amplitude de oscilação aumentou de maneira aproximadamente linear com a velocidade. As oscilações foram causadas pela energia cinética contida nas rajadas de vento. Este resultado está de acordo com o seguinte comentário de Novak [6-5]: "A turbulência pode alterar fortemente a estabilidade aeroelástica de corpos prismáticos. Com secção retangular 2×1 (maior dimensão paralela ao vento) a tendência para instabilidade por galope diminui com o aumento da intensidade da turbulência e pode desaparecer com a intensidade de 8% ou mais". Em nosso caso, a intensidade de turbulência era de 11%.

REFERÊNCIAS

- 6-1. BLEVINS, R.D. *Flow induced vibration*. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1977.
- 6-2. PARKINSON, G.V.; WAWZONEK, M.A. Some considerations of combined effects of galloping and vortex resonance. *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 8, n. 1-2, p. 135-143, 1981.
- 6-3. NOVAK, M. Aeroelastic instability of prismatic bodies. In: *Conference on Tower Shaped Structures*. Holanda: The Hague, 1969. Proc., p. 145-164.
- 6-4. NOVAK, M.; DAVENPORT, A.G. Aeroelastic instability of prisms in turbulent flow. *J. Engineering Mechanics Division, ASCE*, **EM 1**, p. 17-39, 1970.
- 6-5. NOVAK, M. Galloping oscillations of prismatic structures. *J. Engineering Mechanics Division, ASCE*, **EM 1**, p. 27-46, 1972.

- 6-6. NOVAK, M. Aeroelastic galloping of prismatic bodies. *J. Engineering Mechanics Division*, ASCE, **EM 1**, p. 115-142, 1969.
- 6-7. DEN HARTOG, J.P. *Mechanical vibrations*. 4.ed. New York: McGraw Hill, 1956.
- 6-8. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT. NBR - 6123 : Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- 6-9. NOVAK, M. Galloping and vortex induced oscillations of structures. In: *International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, 3.Tokyo. Proc., Paper IV.16, p. 799-809, 1971.
- 6-10. LANEVILLE, A.; PARKINSON, G.V. Effects of turbulence on galloping of bluff cylinders. In: *International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, 3.Tokyo. Proc., Paper IV. 15 , p. 787-797, 1971.
- 6-11. PARKINSON, G.V.; SULLIVAN, P.P. Galloping response of towers. *J. Industrial Aerodynamics*, v. 4, n. 3-4, p. 253-260, 1979.
- 6-12. NOVAK, M.; TANAKA, H. Effect of turbulence on galloping instability. *J. Engineering Mechanics Division*, ASCE, **EM 1**, p. 27-47, 1974.
- 6-13. OLIVARI, D. An investigation of vortex shedding and galloping induced oscillation on prismatic bodies. *J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.11, n. 1-3, p. 307-319, 1983.
- 6-14. DENARDIN, M.L.P. *Determinação da resposta lateral de estruturas prismáticas em escoamento turbulento e não turbulento*. Porto Alegre: UFRGS. (Dissertação M.Sc.)
- 6-15. BLESSMANN, J. Instabilidade aerodinâmica en pilas de viaducto. *Sismodinámica*, v.1, n. 1, p. 1-17, 1989.

SIMBOLOGIA

- a – amplitude relativa de oscilação, no ponto de velocidade \bar{V}_{ref} : $a = Y_o / \ell_1$
- \bar{a} – amplitude adimensional: $\bar{a} = M a / \zeta$
- A_i – constantes da série de potências da equação que determina C_y
- c – fator de amortecimento viscoso
- c_c – fator de amortecimento crítico
- c_p – coeficiente de pressão
- C_ℓ – coeficiente de força lateral
- C_y – coeficiente de força transversal
- f_1 – frequência do modo fundamental de vibração
- F_a – força de arrasto (componente na direção do vento)
- F_ℓ – força lateral (componente perpendicular à direção do vento)
- F_x – força longitudinal (componente segundo o eixo x , de mesma direção da velocidade média do vento)
- F_y – força transversal (componente na direção do eixo y)
- $F(Y)$ – força de amortecimento
- h – comprimento ou altura de um sólido
- k – coeficiente de rigidez
- I_1 – intensidade da componente longitudinal da turbulência
- ℓ_1 – largura do sólido (dimensão perpendicular à direção do vento)

ℓ_2 – profundidade do sólido (dimensão segundo a direção do vento)
 $L(z)$ – lei de variação da velocidade média ao longo de z
 m – massa do sólido
 M – parâmetro de massa: $M = \rho \ell_1^2 h / (4m)$
 p – expoente da lei de potência das velocidades médias do vento
 St – número de Strouhal
 U – velocidade reduzida do vento: $U = V / (\omega_1 \ell_1)$
 U_d – velocidade reduzida de disparo (velocidade adimensional do vento que inicia o galope): $U_d = \zeta / (M A_1)$
 \bar{U} – velocidade adimensional do vento: $\bar{U} = M U / \zeta$
 V – velocidade do vento
 V_{cr} – velocidade crítica (a que causa ressonância por desprendimento de vórtices)
 V_d – velocidade de disparo: velocidade do vento que inicia o galope
 V_r – velocidade aparente: composição vetorial de V e y'
 \bar{V}_{ref} – velocidade média do vento no ponto de referência
 $V(z)$ – velocidade do vento na altura z acima do terreno
 $\bar{V}(z)$ – velocidade média do vento em uma altura z acima do terreno
 $\bar{V}(h)$ – velocidade média do vento no topo do prisma de altura h
 V_o – velocidade básica do vento, conforme a Norma Brasileira NBR-6123
 y – deslocamento transversal do sólido (na direção do eixo y)
 Y_o – amplitude de oscilação no ponto de velocidade \bar{V}_{ref}
 y' – velocidade do deslocamento transversal do sólido: $y' = dy / dt$
 α – ângulo entre V e V_r : $\alpha = \arctg(y' / V)$
 ζ – razão de amortecimento crítico: $\zeta = c / c_c$
 ϕ – ângulo de fase
 ρ – massa específica do ar
 ω_1 – frequência circular do modo fundamental de vibração

Apêndices

Apêndice A.I

AMORTECIMENTO AERODINÂMICO

a) Parece-nos conveniente iniciar o estudo do amortecimento aerodinâmico lembrando o conceito de massa adicional. Suponhamos que estamos agitando uma vara no ar. Para isto aplicamos uma certa força muscular. Se passarmos a agitar a mesma vara na água, notamos que, para a vara se movimentar com a mesma velocidade que tinha no ar, a força que exercemos é maior. Como sabemos, pela segunda lei de Newton, $F = ma$. Se o movimento de vai-vem da vara é mantido o mesmo (no ar e na água), temos a mesma aceleração a ; se a força aumentou ao agitarmos a vara na água, é porque aumentou a massa. Melhor dito, aumentou a inércia da massa original (lembramos que a massa pode ser definida como a resistência que um corpo opõe a uma alteração de seu estado de movimento, isto é, que opõe a uma aceleração). Tudo se passa como se a massa original da vara, m , fosse substituída por uma massa $m+m'$, sendo m' designada por **massa adicional**, aparente ou virtual (alguns autores chamam de massa virtual à soma $m+m'$).

b) Conceituando de um modo mais rigoroso, diremos que no vácuo seria necessária uma força $F=ma$ para imprimir uma aceleração a a um corpo de massa m . Com a aplicação da força estamos alterando a energia cinética do corpo. Em um fluido, além da força que produz esta alteração de energia cinética do corpo, teremos uma força (aparente) que altera convenientemente a energia cinética do campo fluido-dinâmico (umas partículas do fluido são aceleradas, outras são desaceleradas). O corpo comporta-se como se tivesse uma massa maior, $m+m'$. A energia cinética do corpo e do fluido por ele movimentado será:

$$E_c = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} \int_{V^*} \rho U^2 dV^* \quad (\text{A.I-1})$$

onde:

V – velocidade de deslocamento do corpo

U – velocidade local do fluido deslocado pelo corpo

V^* – volume envolvente do fluido em movimento

ρ – massa específica do fluido.

c) Uma expressão mais cômoda é obtida substituindo o segundo termo da (A.I-1) por uma constante conveniente, m' , tal que se tenha a forma simples:

$$E_c = (m + m')V^2 / 2 \quad (\text{A.I-2})$$

Nesta expressão podemos distinguir duas parcelas:

$m V^2 / 2$: a energia cinética do corpo;

$m' V^2 / 2$: a energia cinética do campo fluido-dinâmico.

A constante m' é a já designada massa adicional. Ela pode ser escrita:

$$m' = k m^*$$

onde:

m^* – massa de fluido igual à massa deslocada pelo corpo (massa de fluido que ocupa um volume igual ao do corpo)

k – coeficiente de massa adicional.

Este coeficiente k depende da forma do corpo e da natureza do movimento. Para escoamentos teóricos, irrotacionais, pode ser facilmente calculado, valendo:

$k = 1,0$ para um cilindro circular que se move perpendicularmente a seu eixo;

$k = 0,5$ para uma esfera.

Bessel (Ref.[A-1], pag. 98), estudando pêndulos, em 1828, encontrou experimentalmente $k \cong 0,9$ para pêndulo oscilando no ar e $k \cong 0,6$ para pêndulo oscilando na água.

d) A derivada da (A.I-2) vem a ser a potência dispendida para acelerar o corpo e o fluido por ele movimentado. Teremos:

$$dE_c/dt = d[(m+m')V^2 / 2] / dt$$

$$dE_c/dt = (m + m') V dV/dt$$

$$dE_c/dt = (m + m') V a = F V$$

pois

$$(m + m') a = F \quad (\text{A.I-3})$$

sendo F a força necessária para acelerar o corpo e o fluido por ele movimentado.

Conforme sugerem vários autores, no caso em estudo a força de arrasto pode ser expressa por:

$$F_a = \rho V^2 L^2 C_a / 2 + k \rho L^3 dV/dt \quad (\text{A.I-4})$$

onde: ρ – massa específica do ar;

L – dimensão característica do corpo; ρL^3 será então proporcional à massa de fluido de volume igual ao do corpo; $k \rho L^3$ é a massa adicional;

k – o já definido coeficiente de massa adicional;

C_a – coeficiente de arrasto;

V – velocidade do vento; dV/dt = aceleração.

Portanto, o primeiro termo da (A.1-4) exprime uma força na forma clássica da aerodinâmica, $F=C_qA$, e o segundo termo na forma da segunda lei de Newton, $F=ma$.

A (A.1-4) refere-se à força sobre todo o corpo. Uma forma usual de apresentação obtém-se dividindo a (A.1-4) por L^2 . Com isto teremos a força por unidade de superfície, f_a :

$$f_a = \rho C_a V |V| / 2 + \rho k (A_o / \ell_1) (dV/dt) \quad (A.1-5)$$

sendo: A_o – a área de uma superfície de referência. A dimensão característica L será igual a A_o / ℓ_1 ;

ℓ_1 – largura da construção (dimensão transversal ao vento).

Davenport mostrou que os coeficientes de arrasto e de massa adicional variam em função da frequência reduzida $f \ell_1 / V$.

e) O amortecimento aerodinâmico está associado a alterações na velocidade relativa do ar em relação à estrutura, quando esta oscila em torno de sua posição deformada média (deformação estática, causada pelo vento médio, de velocidade \bar{V}). Isto é, está associado às forças correspondentes à massa adicional.

Davenport [A-2] apresenta a expressão:

$$\zeta_{aer} = \bar{p} / (2\pi f_1 m \bar{V}) \quad (A.1-6)$$

sendo:

ζ_{aer} – razão de amortecimento aerodinâmico crítico;

\bar{p} – sollicitação aerodinâmica média, por unidade de comprimento:

$$\bar{p} = \rho C_a L (\bar{V})^2 / 2 \quad (A.1-7)$$

L – dimensão característica da estrutura;

\bar{V} – velocidade média do vento, que origina efeitos estáticos;

$f_1 = \sqrt{k/m} / 2\pi$: frequência do modo fundamental;

m – massa por unidade de comprimento.

Substituindo (A.1-7) na (A.1-6):

$$\zeta_{aer} = \rho C_a L \bar{V} / (4 \pi f_1 m) \quad (A.1-8)$$

Multiplicando e dividindo a (A.1-8) por L , chegamos a:

$$\zeta_{aer} = (\rho L^2/m) \bar{V} / (f_1 L) C_{aer} \quad (A.I-9)$$

sendo $C_{aer} = C_a / (4\pi)$ o coeficiente de amortecimento aerodinâmico. Por sua vez, a (A.I-9) pode ser escrita:

$$\zeta_{aer} = C_{aer} (\rho/\rho_c) \bar{V} / (f_1 L) \quad (A.I-10)$$

sendo $\rho_c = m / L^2$ – massa “específica” da construção por unidade de comprimento (Volume = $L^2 \times 1$).

$C_{aer} = C_a / 4\pi \approx 0,08C_a$, para o amortecimento aerodinâmico na direção do vento. De um modo geral, ter-se-á a expressão (A.I-9) ou (A.I-10), com $C_{aer} \neq 0,08C_a$. C_{aer} é função da geometria da construção e da velocidade reduzida $\bar{V} / (f_1 L)$.

f) Ao estudar o comportamento dinâmico de um edifício alto, Isyumov et al[A-3] obtiveram, para as velocidades do vento de interesse prático, valores de ζ_{aer} em torno de +0,1% do amortecimento crítico, tanto para a resposta longitudinal como transversal ao vento. O amortecimento estrutural foi ζ_{est} cerca de 1%.

Para vibrações na direção do vento quase sempre ζ_{aer} é positivo; com isto soma seus efeitos aos do amortecimento estrutural, o que é favorável para o atenuamento das vibrações (embora este efeito favorável seja geralmente pequeno).

Entretanto, para vibrações transversais ao vento, muitas vezes ζ_{aer} é negativo e aumenta a ação dinâmica do vento. Em diversos casos pode levar a uma situação instável, o que ocorre quando a soma algébrica $\zeta_e + \zeta_{aer} < 0$. Há uma instabilidade, com amplitudes crescentes, por vezes violentamente. É o caso de vibração por galope, por exemplo (Ver Capítulo 6). É um fenômeno típico de estruturas leves e flexíveis, como pilares de viadutos de grande altura, estrados de pontes, etc. Também pode ampliar as vibrações causadas por vórtices cadenciados, aumentando sensivelmente as amplitudes de vibração.

Apêndice A.II

AMORTECIMENTO MECÂNICO

a) As estruturas, nas últimas décadas, têm se tornado cada vez mais arrojadas e esbeltas. A resistência dos materiais de construção aumentou; a massa das construções, conseqüentemente, diminuiu. Os edifícios e torres estão cada vez mais altos, leves e flexíveis. Há casos de edifícios em que sua oscilação, por ocasião de ventos de alta velocidade, causa desconforto aos ocupantes, embora sem causar danos estruturais. Com estes problemas, cresce ainda mais a importância do amortecimento. Em certas construções, para aumentar o amortecimento próprio da estrutura, são acrescentados amortecedores, ativos ou passivos (Ver item 5.6.1).

b) Quando um sistema estrutural vibra há uma dissipação de energia, sob várias formas. A força de amortecimento associada a esta dissipação é bastante complexa, sendo função das características intrínsecas dos materiais, dos detalhes construtivos, das tensões, da amplitude das oscilações, da existência de elementos não estruturais (paredes, pisos, móveis, etc), do estado de fissuração da estrutura e de paredes, e outros.

A equação diferencial de um caso real é por vezes extremamente complexa, de difícil tratamento matemático. Na prática utiliza-se um amortecimento hipotético, de simples tratamento matemático e que conduz a resultados com erros toleráveis: é o chamado **amortecimento viscoso**.

Como vimos no Capítulo 1, uma importante característica do amortecimento é a de limitar a amplitude na freqüência de ressonância, a qual é obtida pela expressão

$$X_1 = F_1 / (c \omega_1) \quad (1.1-62)$$

Para outros tipos de amortecimento um amortecimento viscoso equivalente, c_{eq} , pode ser obtido considerando que a energia dissipada deve ser a mesma. Uma vez determinada esta energia para uma certa forma de amortecimento, c_{eq} é determinado pela expressão da energia dissipada em um ciclo, em amortecimento viscoso, na freqüência ω [A.I-4]:

$$\text{Energia dissipada} = \pi c_{eq} \omega X_1^2$$

c) Do que foi exposto acima conclui-se que o amortecimento mecânico

total, ζ (razão de amortecimento crítico), de uma construção, pode ser decomposto em duas partes:

$$\zeta = \zeta_e + \zeta_n \quad (\text{A.II-1})$$

sendo:

ζ_e – amortecimento estrutural. É o amortecimento da estrutura resistente. Pode-se distinguir:

– Um amortecimento intrínseco do material (ζ_m). Depende da constituição molecular do material, de seu estado amorfo ou cristalino, dos vazios, poros e micro-fissuras. Também influem os métodos de fabricação e de acabamento. Nos materiais frágeis (tais como concreto, tijolo, argamassa e rocha) esta é a maior parcela do amortecimento estrutural. Nos materiais dúteis (metais) o amortecimento parece ser devido principalmente a fenômenos viscosos e é muito pequeno em presença da outra componente do amortecimento estrutural, a seguir comentada.

– Um amortecimento dos elementos que constituem a estrutura resistente. Deve-se ao atrito entre componentes da estrutura, os quais movem-se um em relação ao outro durante a oscilação (um caso típico é o de estruturas de aço com uniões aparafusadas). Inclui-se aqui a parcela devida a atrito em apoios e ligações, bem como o devido a dispositivos adicionais incluídos na estrutura e que aumentam o atrito. Por exemplo, os elementos visco-elásticos incorporados à estrutura do “World Trade Center”, em Nova Iorque

ζ_n – amortecimento causado por elementos não estruturais, tais como paredes, pisos, forros e instalações. A influência destes elementos é muito variável, podendo causar um amortecimento com valor superior ao correspondente ao amortecimento estrutural.

Há casos em que será necessário considerar uma terceira parcela ζ_s , correspondente à energia dissipada no solo de fundação. Ter-se-á:

$$\zeta = \zeta_e + \zeta_n + \zeta_s \quad (\text{A.II-2})$$

Pelo que vimos no Apêndice A.I, poderá ser necessário acrescentar, ao amortecimento mecânico, o amortecimento aerodinâmico, ζ_{aer} . Em geral sua influência é desprezável. Entre as estruturas em que pode atingir valores expressivos estão, por sua massa relativamente baixa, treliças e cabos, em ventos de alta velocidade. O amortecimento aerodinâmico, quando negativo, pode originar o fenômeno de galope, tratado no Capítulo 6. Mesmo que não chegue a causar problema de instabilidade aerodinâmica, como é o galope, valores negativos do amortecimento aerodinâmico irão diminuir o amortecimento total.

d) Para o concreto armado, abaixo do escoamento da armadura, o amortecimento varia bastante com a tensão. Para tensões baixas (concreto sem fissuras) o amortecimento é pequeno ($\zeta < 1\%$), e é quase inteiramente do tipo

viscoso. Para tensões maiores, ao aparecerem as fissuras, o amortecimento cresce, chegando a cerca de duas ou três vezes o valor no estado inicial, não fissurado. Com as tensões aumentando ainda mais, o amortecimento decresce rapidamente, podendo atingir um valor inferior ao do estado inicial, não fissurado. No estado fissurado o amortecimento é praticamente só do tipo viscoso na zona de compressão do concreto (sem fissuras) e quase que só do tipo atrito na zona de tração, fissurada; as tensões de atrito surgem pelo deslizamento da armadura em relação ao concreto.

e) O amortecimento será baixo em estruturas monolíticas (por exemplo, estruturas de aço soldadas ou estruturas de concreto armado de boa qualidade), nas quais ζ tem como parcela dominante o amortecimento intrínseco do material, ζ_m . Já em estruturas que não podem ser consideradas monolíticas (alvenaria, concreto pré-moldado, estruturas de aço aparafusadas, etc), há mais superfícies que deslizam entre si durante a oscilação, dissipando mais energia por atrito, e com isto aumentando o amortecimento.

f) A Tabela A.II-1, retirada da Ref.[A-5], apresenta o âmbito de variação do amortecimento intrínseco de alguns materiais estruturais.

Tabela A.II-1
Amortecimento intrínseco de materiais estruturais

Material	ζ_m (%)
– Concreto armado	
– tensões baixas (praticamente não fissurado)	0,7 - 1,0
– tensões médias (plenamente fissurado)	1,0 - 4,0
– tensões altas (plenamente fissurado), mas sem escoamento da armadura	0,5 - 0,8
– Concreto protendido (não fissurado)	0,4 - 0,7
– Concreto parcialmente protendido (levemente fissurado)	0,8 - 1,2
– Aço	0,1 - 0,2
– Compostas (aço e concreto)	0,2 - 0,3

A Ref.[A-6] é a fonte da Tabela A.II-2, que apresenta valores sugeridos para o amortecimento estrutural em edifícios, ζ_e , com base no projeto ISO TC 98/SC 3/Wg 2.

Tabela A.II-2
Amortecimento estrutural de diversos tipos de estruturas de edifícios

Tipo de construção	Razão de amortecimento crítico ζ_e (%)		
	min	média	max
– edifícios altos ($h > \approx 100m$)			
– de concreto armado	1,0	1,5	2,0
– de aço	0,7	1,0	1,3
– edifícios comuns ($h \approx 50m$)			
– de concreto armado	2,0	2,5	3,0
– de aço	1,5	2,0	2,5

g) Nas tabelas a seguir reproduzimos indicações de algumas normas. Os valores indicados pela Norma Brasileira NBR-6123 já foram apresentados na Tabela 19 (numeração da Norma), item 3.2.3.2.

Tabela A.II-3
Valores de amortecimento no estado limite de serviço (ζ em %)
Recomendações CECM 1987 [A-7] e Norma Belga 1988 [A-8]

Tipo de construção	Valor básico, ζ_b	Suplemento, ζ_n
AÇO – União por:		
– parafusos comuns	0,8	—
– parafusos de alta resistência	0,5	—
– solda	0,3	—
Tabiques ou enchimento amortecedor; prédios de habitação	—	0,3
Estruturas em treliça	—	0,3
CONCRETO:		
– sem fissuração(concreto protendido)	0,6	—
– com fissuração(concr. arm. comum)	1,6	—
Tabiques ou enchimento amortecedor; prédios de habitação	—	0,3
ALVENARIA	1,9	—
MADEIRA	2,4	—
– Para o estado limite último aumentar os valores desta tabela em 50%.		

A norma belga indica o decremento logarítmico, δ . Os valores da Tabela A.II-3 foram obtidos com a expressão aproximada $\zeta = \delta/2\pi$. Os valores de ζ_b incluem “o amortecimento estrutural e eventuais dispositivos adicionais de amortecimento”. A estes valores “eventualmente pode ser adicionado um suplemento, ζ_n ”.

Tabela A.II-4
Razão de amortecimento crítico, ζ_c , para o modo fundamental
(a usar na falta de informações mais precisas)
Recomendações CIRSOC 1982 [A-9]

Tipo de construção	ζ_c (%)
Edifícios com estrutura de concreto armado, com paredes de alvenaria de tijolo. Construções de alvenaria	2,0
Edifícios com estrutura de aço soldado e divisões de painéis leves	1,0
Torres e chaminés de concreto armado	1,5
Torres e chaminés de concreto protendido	1,0
Torres, chaminés e antenas de aço, soldadas	0,5
Torres, chaminés e antenas de aço, aparafusadas	1,0
Estruturas de madeira	3,0

Tabela A.II-5
Componentes do amortecimento mecânico
em estruturas altas e esbeltas de concreto armado [A-10]

Descrição	Razão de amortecimento crítico(%)
Material (ζ_m)	
Concreto armado (não fissurado), concreto protendido	0,40
Concreto armado (fissurado)	0,72
Estrutura ($\zeta_s - \zeta_m$)	
Construções em casca e caixotão, sem enrijecimento	0,32
Construções em casca e caixotão, com enrijecimento	0,56
Construções aporticadas sem elementos não estruturais	0,40
Construções aporticadas com elementos não estruturais	0,64
Chaminés e torres sem elementos não estruturais	0,16
Chaminés e torres com elementos não estruturais	0,24
Fundação (ζ_g)	
Suporte em rótulas ou rolos	0,08
Apoio deslizante com elastômero	0,24
Estruturas aporticadas de retenção	0,16
Construções autoportantes:	
em suporte de aço	0,16
em suporte de concreto	0,08
em fundações: rocha	0,08
cascalho	0,13
areia	0,16
estacas	0,24

Apêndice A.III

PERÍODOS DE OSCILAÇÃO

A.III.1. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

a) As reais características dinâmicas de uma estrutura são, via de regra, complexas e de difícil tratamento matemático, obrigando em geral à adoção de um modelo matemático mais ou menos simplificado.

Há um grande número de fórmulas empíricas, determinadas a partir de medidas feitas em construções reais. Estas fórmulas consideram poucas variáveis, por vezes apenas uma. Não são consideradas variáveis que influem muito pouco, o que é verificado pelo exame das vibrações medidas em dezenas de construções.

O que parece é que a variável mais importante é a altura total da construção (altura desde o topo da fundação, H), e em segundo lugar, sua profundidade, isto é, sua dimensão horizontal na direção do vento (suposto este soprando perpendicularmente a uma fachada).

As fórmulas mais simples são lineares, com a variável única sendo a altura ou o número de andares. Por exemplo:

Para estruturas de concreto armado: $T_1 = N / 10$ ou $= H / 55$

Para estruturas de aço : $T_1 = N / 12$ ou $= H / 45$

sendo N o número de pavimentos.

Não são consideradas variáveis tais como dimensões em planta, tipo de conexões metálicas (solda, rebites, parafusos), tipo de contraventamento (estrutura apertada, cortinas, treliças, painéis de concreto, etc), influência de paredes divisórias, e assim por diante.

b) São bastante difundidas fórmulas em que o único parâmetro geométrico é a altura total da construção. Porém são também considerados os tipos e materiais da estrutura, bem como o tipo de conexões. Todas as outras variáveis não são consideradas. A justificativa para esta simplificação é a de que levantamentos estatísticos de períodos de vibração medidos em construções reais mostram que, face à complexidade do fenômeno e à relativamente grande dispersão dos resultados (mesmo considerando outras variáveis), o modelo simplificado dá resultados razoáveis.

b) Lagomarsino [A-11] apresenta resultados de um estudo estatístico

que abrangeu 165 edifícios, chegando à seguinte conclusão: “Os dados são linearmente relacionados à altura do edifício, o que é característico de uma prevalência das deformações por cisalhamento”. Sugere, como valor aproximado aplicável ao conjunto de edifícios estudado:

$$T_1 = H / 50 + 0,05 \quad (\text{A.III-1})$$

Considerando o material das estruturas, recomenda:

- estruturas de aço $T_1 = H / 45$ (A.III-2.a)
- estruturas de concreto armado $T_1 = H / 55$ (A.III-2.b)
- estruturas mistas $T_1 = H / 57$ (A.III-2.c)

Quanto ao tipo de estrutura, conclui que estruturas aporricadas de concreto armado e aço, bem como estruturas com cortinas de concreto armado, seguem melhor a lei linear (prevalência de cisalhamento) que as estruturas com núcleo resistente, tubulares e com contraventamento em treliças, para as quais a deformação é principalmente por flexão. Neste caso as dimensões em planta exercem alguma influência.

Entretanto, Lagomarsino conclui que “nenhum outro parâmetro existe (tal como dimensões em planta, fundação, solo, paredes internas, esbeltez) que possa ser inserido no modelo para obter resultados mais confiáveis.”

Para os períodos do segundo e do terceiro modo de vibração são sugeridos:

- para o conjunto de todos os edifícios estudados:

$$T_2 = 0,313 T_1 \text{ e } T_3 = 0,179 T_1 \quad (\text{A.III-3})$$

- considerando os materiais das estruturas:

- estruturas de aço:

$$T_2 = 0,338 T_1 \text{ e } T_3 = 0,185 T_1 \quad (\text{A.III-4.a})$$

- estruturas de concreto armado:

$$T_2 = 0,266 T_1 \text{ e } T_3 = 0,154 T_1 \quad (\text{A.III-4.b})$$

- estruturas mistas:

$$T_2 = 0,274 T_1 \text{ e } T_3 = 0,168 T_1 \quad (\text{A.III-4.c})$$

Também para o período de oscilação em torção é sugerida uma lei linear:

$$T_1 = H / 78 \quad (\text{A.III-5})$$

embora aqui a dispersão dos valores tenha sido maior.

Conforme o tipo de contraventamento:

– estrutura aporticada de concreto armado ou aço, cortinas de concreto armado, núcleo e estrutura aporticada de aço:

$$T_1 = H / 60 \quad (\text{A.III-6})$$

– estrutura com núcleo de concreto armado, estrutura tubular em concreto armado ou aço, contraventamento com treliças:

$$T_1 = H / 108 \quad (\text{A.III-7})$$

As fórmulas propostas por Lagomarsino foram fundamentadas também em modelos teóricos.

c) Hirsch e Bachmann [A-6] também concluíram que a frequência natural depende principalmente da altura da construção. Comentam um estudo de Jeary e Ellis [A-12], concluindo que este estudo “mostrou que cálculos exatos, mesmo com a ajuda de complicados programas de computador, quando comparados com observações em estruturas reais, não proporcionam frequências naturais melhores que as obtidas com fórmulas aproximadas”.

d) Jeary e Ellis [A-12] comentam que “a falta de conhecimento é um tanto obscurecida pela ilusão de precisão fornecida por um procedimento de cálculo relativamente complexo”.

De um estudo sobre 163 edifícios concluíram que “fórmulas simples deram estimativas da frequência natural que estavam melhor correlacionadas com frequências naturais medidas do que estimativas baseadas em métodos computacionais”. Recomendam:

$$f_1 = 46 / H , \text{ ou seja, } T_1 = H / 46 \quad (\text{A.III-8})$$

e, para a frequência torsional (63 edifícios):

$$f_1 = 72 / H , \text{ ou seja, } T_1 = H / 72 \quad (\text{A.III-9})$$

A.III.2 - NORMAS

A.III.2.1. Código de Mendoza [A-13]

a) É a mais complexa das normas que comentaremos. Foi definida tendo em vista a resistência a sismos de edifícios convencionais em concreto armado:

$$T_1 = (H / 100) \{ (30 / \ell_2) + [2 / (1+30\Delta)] \}^{1/2} \quad (\text{A.III-10})$$

onde:

H (m) – altura total do edifício

ℓ_2 (m) – profundidade: dimensão horizontal paralela ao vento

Δ (m^2/m^2) – densidade de paredes. Quociente entre a área da secção transversal das paredes situadas na direção considerada e a área da planta tipo. Ter-se-á em conta só as paredes que continuem em todos os pavimentos do edifício.

b) Para o caso de ausência de paredes internas na direção do vento, $\Delta=0$ e a (A.III-10) fica:

$$T_1 = (H / 100) [(30 / \ell_2) + 2]^{1/2} \quad (\text{A.III-11})$$

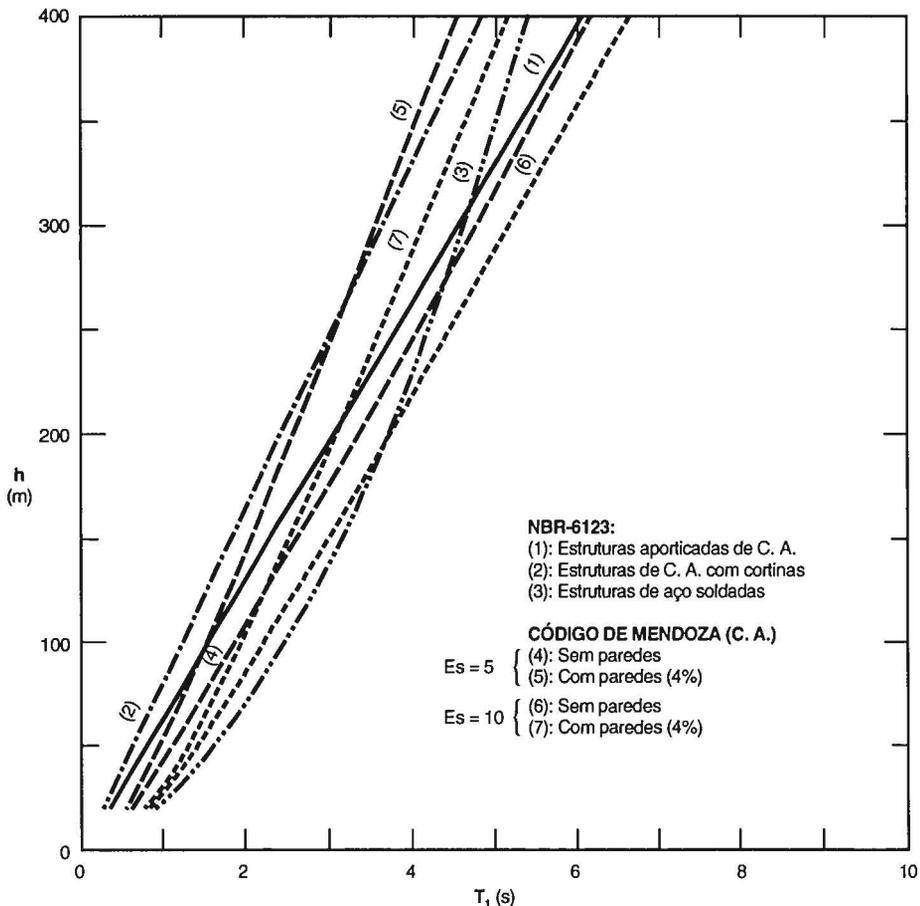


Figura A.III-1 – Período de oscilação - Código de Mendoza

Definiremos o parâmetro Esbeltez, **Es**, por:

$$Es = h / \ell_2 \quad (\text{A.III-12})$$

Substituindo na (A.III-11):

$$T_1 = (H / 100) [(30 Es / H) + 2]^{1/2} \quad (\text{A.III-13})$$

c) Considerando uma densidade de paredes $\Delta=4\%$ (paredes de 15cm, com um espaçamento de cerca de 4m, o que nos parece um caso praticamente limite):

$$T_1 = (H / 100) [(30 Es / H) + 0,9]^{1/2} \quad (\text{A.III-14})$$

A Fig.A.III-1 apresenta curvas de variação de T_1 em função da altura do edifício, para $Es = 5$ e 10 . Aparecem nesta figura curvas correspondentes à NBR-6123, que será apresentada em A.III.2.3.

A.III.2.2. Normas CECM [A-7] e NV-65 [A-14]

a) Estas normas são iguais, com exceção de um caso. A norma belga [A-8] é igual à CECM, enquanto que a norma argentina [A-9] é igual à NV-65. Os parâmetros considerados por estas quatro normas são a altura total da construção e sua profundidade. Elas não são aplicáveis a estruturas de forma assimétrica.

b) Norma CECM

1º – Construções prismáticas

O período natural do primeiro modo de oscilação em flexão pode ser avaliado em um primeiro grau de aproximação por uma das seguintes fórmulas empíricas em termos de:

ℓ_2 – a dimensão em planta na direção de oscilações considerada

H – a altura total da construção

H e ℓ_2 em metros, T_1 em segundos.

1) Contraventamento por alvenaria ou paredes de concreto simples:

$$T_1 = (0,06H / \sqrt{\ell_2}) [H / (2\ell_2 + H)]^{1/2} \quad (\text{A.III-15.a})$$

2) Contraventamento por cortinas de concreto armado:

$$T_1 = (0,08H / \sqrt{\ell_2}) [H / (2\ell_2 + H)]^{1/2} \quad (\text{A.III-16.a})$$

3) Contraventamento com estrutura em concreto armado:

$$T_1 = 0,09 H / \sqrt{\ell_2} \quad (\text{A.III-17.a})$$

4) - Contraventamento com estrutura metálica:

$$T_1 = 0,1 H / \sqrt{\ell_2} \quad (\text{A.III-18.a})$$

2º – Estruturas esbeltas ou alongadas

Como uma primeira aproximação, o período natural do primeiro modo de oscilação de qualquer estrutura esbelta ou alongada pode ser estimada pela fórmula:

$$T_1 = 2 \pi (f_{\max} / g)^{1/2}$$

onde:

g – aceleração da gravidade ($g = 9,81\text{m/s}$)

f_{\max} – deflexão máxima da construção, em metros, por efeito de seu peso agindo na direção do movimento de oscilação considerado

Esta é a fórmula teórica (1.1-23) deduzida no Capítulo 1.

No caso particular de uma chaminé cilíndrica de aço sem sobrecarga permanente, o período natural do primeiro modo de vibração pode ser calculado pela fórmula:

$$T_1 = H^2 / (1025 d)$$

onde H e d são respectivamente, a altura e o diâmetro da chaminé, em metros.

c) Norma NV-65

A única diferença entre a norma francesa (e a argentina) e a norma CECM está na fórmula (A.III-16), que assim aparece:

$$T_1 = (0,08H / \sqrt{\ell_2}) [H / (\ell_2 + H)]^{1/2}$$

d) Substituindo nas fórmulas (A.III-15.a) e (A.III-18.a) ℓ_2 por seu valor tirado da (A.III-12), chega-se, respectivamente, a:

$$1) - T_1 = 0,06 (Es H)^{1/2} [Es / (2 + Es)]^{1/2}$$

$$\text{Fazendo } [Es / (2 + Es)]^{1/2} = k_E; \quad (\text{A.III-19})$$

$$T_1 = 0,06 k_E (Es H)^{1/2} \quad (\text{A.III-15.b})$$

e, para os outros casos:

$$2) - T_1 = 0,08 k_E (Es H)^{1/2} \quad (\text{A.III-16.b})$$

$$3) - T_1 = 0,09 (Es H)^{1/2} \quad (\text{A.III-17.b})$$

$$4) - T_1 = 0,1 H (Es H)^{1/2} \quad (\text{A.III-18.b})$$

Na Fig.A.III-2 aparecem as curvas da variação de T_1 com a altura da construção, para Esbeltez igual a 5 a 10. Para fins de comparação este gráfico inclui curvas da NBR-6123, que será tratada a seguir.

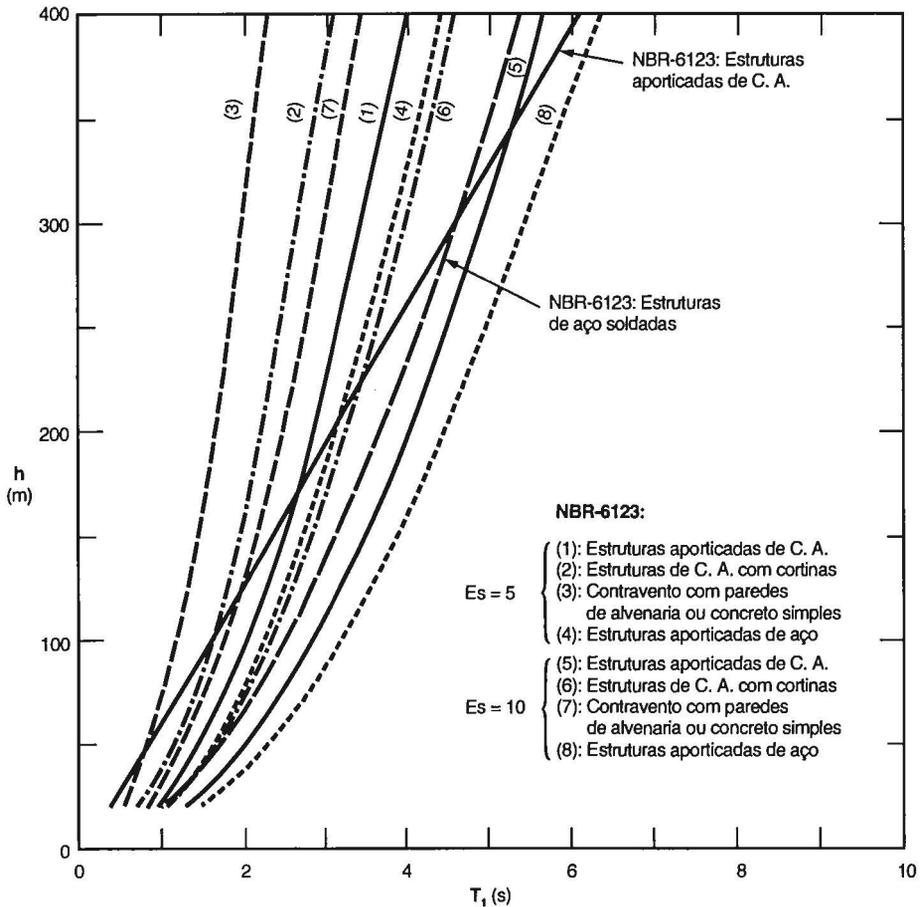


Figura A.III-2 – Período fundamental de oscilação – CECM

A.III.2.3. Norma Brasileira NBR-6123 [A-15]

a) A NBR-6123, em seu capítulo 9, apresenta tabela que inclui expressões aproximadas para o cálculo do período fundamental de vários tipos de edificações usuais. Alternativamente, T_1 pode ser obtido empregando métodos da teoria de vibrações de estruturas. Essas expressões são as seguintes:

– Para edifícios com estrutura aporricada de concreto, sem cortinas:

$$T_1 = 0,05 + 0,015 H \quad (\text{A.III-20})$$

Tratando dos diversos tipos de ações dinâmicas exercidas pelo vento sobre construções civis, *Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento* faz uma revisão dos conceitos fundamentais de vibrações mecânicas de sistemas lineares, conceitua os processos aleatórios, estuda as vibrações causadas pelo vento e apresenta processos para a determinação das forças laterais flutuantes. Os ensaios apresentados foram feitos no Brasil e em vários outros países.