

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

EXPLORANDO O PENSAMENTO PROBABILÍSTICO NOS ANOS INICIAIS

PEDRO GUILHERME SEIDEL BARCELOS

Porto Alegre

2023

PEDRO GUILHERME SEIDEL BARCELOS

EXPLORANDO O PENSAMENTO PROBABILÍSTICO NOS ANOS INICIAIS

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora:
Prof^a Dr^a Cristina Cavalli Bertolucci

Porto Alegre
2023

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de matemática

EXPLORANDO O PENSAMENTO PROBABILÍSTICO NOS ANOS INICIAIS
Pedro Guilherme Seidel Barcelos

Banca examinadora:

Professora Doutora Cristina Cavalli Bertolucci
Faculdade de Educação da UFRGS

Professora Doutora Débora da Silva Soares
Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS

Professora Doutora Luciana Neves Nunes
Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS

AGRADECIMENTOS

Início agradecendo a Deus pela vida que tenho e pelas pessoas especiais que ele colocou em minha vida. Agradeço em primeiro lugar aos meus pais, aqueles que estão comigo em todos momentos, me apoiando, me incentivando e respeitando a minha liberdade. Não importando o caminho que irei traçar, sei que sempre posso contar com eles. Amo vocês incondicionalmente. Obrigado por tudo, sou quem sou hoje graças a vocês.

Agradeço também a minha irmã Manuela que esteve comigo durante cada dia, seja me ouvindo, seja me contando algo sobre seu dia, seja cantando, vendo uma série ou até mesmo só estando do meu lado. Te amo, a essa altura do campeonato espero que já saiba que estarei sempre aqui para você, assim como conto contigo na minha vida.

Aos meus familiares que estiveram presentes em minha vida. Em especial à minha avó Teresinha, por estar todo dia me apoiando, me alimentando e me dando um cafézinho. Amo a todos.

Aos meus amigos da escola e do CLJ, a vida é melhor compartilhando com vocês. Obrigado por cada momento de alegria, de apoio e de resenha.

Aos colegas que se tornaram amigos nessa Universidade, com certeza a jornada seria muito diferente sem vocês, obrigado pelo apoio e parceria. Juntos somos mais fortes, que possamos fazer a diferença nesse mundo.

Aos professores que estiveram presentes na minha vida, agradeço por cada conhecimento passado, muito obrigado de verdade, vocês são inspirações para mim. Aqui agradeço em especial à professora Cristina, orientadora deste trabalho, por acreditar em mim, me incentivar e me ajudar a construir esta pesquisa.

A banca examinadora pela disponibilidade na leitura e contribuições para a pesquisa.

A Escola Estadual, por abrir as portas não só para meu estágio, mas também para a realização desta investigação. As professoras e alunos da escola por permitirem e apoiarem essa pesquisa.

Por fim, gostaria de fazer um agradecimento especial a uma pessoa que entrou há pouco tempo na minha vida, mas já faz toda a diferença. Ana Paula, obrigado pelo apoio, parceria e por ser quem és. Te amo.

“Aprender é proceder a uma síntese indefinidamente renovada entre a continuidade e a novidade”
Bärbel Inhelder

RESUMO

A pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso investiga aspectos do pensamento probabilístico nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da aplicação de jogos. Tomando caráter qualitativo com os objetivos de ensino, os quais buscam desenvolver as habilidades de identificar entre os eventos aleatórios, aqueles que são mais prováveis de acontecer; identificar em eventos aleatórios todos os resultados possíveis, analisando os que têm maiores ou menores chance ocorrência; analisar dados apresentados em tabela de dupla entrada e produzir texto com síntese em sua análise. Além disso, pretendeu-se responder o seguinte questionamento: “Como um jogo com foco na introdução ao pensamento probabilístico poderá auxiliar no processo de aprendizagem de aleatoriedade, espaço amostral e ocorrência de eventos dos estudantes dos anos iniciais?”. Visando encontrar respostas e atingir o objetivos da pesquisa de propiciar uma vivência que possibilite uma experiência de aprendizagem Matemática do pensamento probabilístico, a investigação se desenvolveu por meio de três encontros com crianças do 3º ano dos anos iniciais em uma Escola Estadual, nos quais utilizamos como instrumentos de investigação os jogos “Cara ou Coroa” e a “Corrida de Cavalos”, inspirados pelo caderno de jogos do Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa. Utilizando como base ao desenvolvimento da prática e sua análise, o referencial teórico desta investigação é composto por dois eixos principais: as teorias de aprendizagem e o ensino de probabilidade nos anos iniciais. Ao fazer a análise é observado o desenvolvimento das habilidades dos estudantes em relação à compreensão de aleatoriedade de um evento, a construção do espaço amostral e da capacidade de estimar a ocorrência de eventos, se mais ou menos prováveis. Portanto, com esse estudo concluímos que nossa pesquisa é pertinente à educação matemática, utilizando a tendência de jogos para o ensino, apresentamos possibilidades à introdução do pensamento probabilístico nos anos iniciais, e acentuamos a necessidade de trabalhar mais a probabilidade nessa etapa escolar.

Palavras-chave: Jogos; Educação Matemática; Probabilidade; Aleatoriedade; Espaço Amostral;

ABSTRACT

The Graduation Final Work research investigates aspects of probabilistic thinking in the early years of Elementary School through the application of games. Taking a qualitative character with the teaching objectives, which seek to develop the skills of identifying among random events, those that are most likely to happen; identify all possible outcomes in random events, analyzing those with a greater or lesser chance of occurrence; analyze data presented in a double-entry table and produce text with synthesis in its analysis. Furthermore, we intended to answer the following question: "How can a game focusing on the introduction to probabilistic thinking help in the learning process of randomness, sample space and the occurrence of events for early years students?" Aiming to find answers and achieve the research objectives of providing an experience that enables a Mathematics learning experience of probabilistic thinking, the investigation was developed through three meetings with children from the 3rd year of the initial years at a State School, in which we used as research instruments were the games "Heads or Tails" and "Horse Racing", inspired by the game notebook of the National Pact for Literacy at the Right Age. Using the development of practice and its analysis as a basis, the theoretical framework of this investigation is composed of two main axes: learning theories and the teaching of probability in the initial years. When carrying out the analysis, the development of students' skills in relation to understanding the randomness of an event, the construction of the sample space and the ability to estimate the occurrence of events, whether more or less likely, is observed. Therefore, with this study we conclude that our research is pertinent to mathematics education, using the trend of games for teaching, we present possibilities for the introduction of probabilistic thinking in the early years, and we emphasize the need to work more on probability at this school stage.

Keywords: Games; Mathematics Education; Probability; Randomness; Sample Space;

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Tabuleiro do jogo cara ou coroa.....	34
Figura 2- Tabuleiro do jogo corrida dos cavalos.....	36
Figura 3- Tabela de dupla entrada das possibilidades na soma de dois dados.....	37
Figura 4 - Resposta.....	40
Figura 5 - Resposta.....	41
Figura 6 - Resposta.....	41
Figura 7 - Resposta.....	43
Figura 8 - Resposta.....	43
Figura 9 - Resposta.....	44
Figura 10 - Resposta.....	44
Figura 11 - Tabuleiro da Corrida de Cavalos preenchido por estudante.....	49
Figura 12 - Tabuleiro da Corrida de Cavalos.....	51
Figura 13 - Resposta.....	52
Figura 14 - Resposta.....	52
Figura 15 - Resposta.....	53
Figura 16 - Resposta.....	53
Figura 17 - Tabela de dupla entrada das possibilidades na soma de dois dados preenchida por estudante.....	55
Figura 18 - Resposta.....	56

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
1.1 Pesquisas relacionadas ao tema investigado.....	14
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	17
2.1 Teorias de Aprendizagem.....	18
2.2 O ensino de probabilidade para os anos iniciais.....	22
3 METODOLOGIA.....	30
3.1 Considerações sobre a metodologia da pesquisa.....	30
3.2 Detalhamento da prática.....	33
4 ANÁLISE DOS DADOS.....	38
4.1 Identificação de eventos equiprováveis e eventos independentes.....	38
4.2 Identificar todos resultados possíveis, estimando os que têm maior e menor chance de ocorrência.....	45
4.3 Analisar dados apresentados por meio de tabela de dupla entrada.....	54
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	58
6 REFERÊNCIAS.....	63
APÊNDICE A – TABULEIRO CARA OU COROA E FOLHA REGISTRO.....	65
APÊNDICE B – TABULEIRO CORRIDA DOS CAVALOS E FOLHA REGISTRO... 	67
APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO (RESPONSÁVEIS PELOS ESTUDANTES).....	70
APÊNDICE D – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (ESTUDANTES).....	72
APÊNDICE E - CARTA DE ANUÊNCIA DA ESCOLA.....	74

1 INTRODUÇÃO

Gostaria de iniciar esse Trabalho de Conclusão de Curso, refletindo acerca da necessidade da Educação Matemática; para isso a que talvez seja a pergunta mais ouvida pelos professores de Matemática, possa nos auxiliar: “Quando que vou usar isso na minha vida?”, e a partir deste questionamento podemos pensar que, realmente, o estudante nunca mais usará isso na sua vida.

Entretanto, ignoramos o fato que aprender a como resolver um problema é o que torna a matemática presente no dia a dia das pessoas. Durante os anos escolares desenvolvemos diferentes métodos e táticas para resolvermos problemas de matemática, mas na vida surgirão outros problemas com soluções distintas, e para encontrar as respostas utilizamos o pensamento matemático.

Ao se tratar da minha relação com o tema da pesquisa, posso afirmar que existem dois pontos na minha trajetória que me levam ao desejo de realizar a investigação acerca da introdução ao pensamento probabilístico para crianças dos anos iniciais utilizando a tendência de jogos na educação matemática. Primeiramente, meu gosto por jogos; desde pequeno sou uma pessoa muito competitiva que não gosta de perder, então jogos sempre fizeram parte da minha história. Já no início do curso de Licenciatura ouvi que uma tendência do ensino de matemática é a de jogos, a partir desse momento já me interessei pela área. Contudo, foi no PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) que pude realizar minha primeira experiência, na qual em uma oficina para o sétimo ano desenvolvi um jogo de tabuleiro para o ensino da regra de sinais. Essa foi uma vivência em que pude apreciar vários dos processos envolvidos, desde a criatividade para desenvolver o jogo até a prática que eu tive com os alunos.

Aliado a isso, realizei um estágio não obrigatório, no qual desenvolvi um trabalho de reforço com os anos iniciais. Dessa forma, pela faixa etária dos estudantes, é necessária uma abordagem mais lúdica a qual jogos se adequam a perspectiva de ensino. Influenciado por esse estágio também ocorre uma das decisões chaves para a investigação deste trabalho, sobre qual nível escolar iremos desenvolver a prática de ensino. No estágio pude ter contato não só com alunos, mas também com pedagogas. Com minha experiência criei afeto pelas crianças, me interessei pelo modo na qual elas

desenvolvem seus pensamentos; além disso, pelo fato de ter contato com as docentes, pude perceber que são variadas as suas pré-disposições para o ensino de matemática, tendo algumas com mais afinidade e outra com menos. Por essas razões, enxerguei como uma possibilidade de auxiliar o ensino de matemática na produção deste trabalho, gerando materiais que possam contribuir para a construção do conhecimento.

Ainda durante o estágio pude, em uma aula, refletir e assim tomar a decisão acerca do conteúdo abordado nessa pesquisa. Nessa experiência, a aula iniciou com o objetivo de os alunos compreenderem e definirem quatro termos que utilizamos quando falamos de probabilidade, sendo eles: muito provável, pouco provável, improvável e impossível. Para essa explicação, a professora primeiramente solicitou aos alunos que registrassem em seus cadernos com as suas palavras o que eles entendiam por aqueles termos. Na sequência da aula a professora “corrigiu” o primeiro exercício pedindo que os alunos compartilhassem suas respostas, criando assim a definição da turma para cada termo, os quais ficaram registrados como: Muito provável, pouco provável, improvável e impossível.

De um modo geral, os alunos não apresentaram dificuldades em compreender os conceitos, visto que algumas palavras já estão inseridas em seus cotidianos, como por exemplo “impossível” que transmite a ideia de algo que não vai acontecer em nenhum momento. Percebi que alguns ficaram em dúvida em relação a improvável e pouco provável, já que possuem significados muito parecidos. Inclusive, um aluno me perguntou se podia colocar a mesma definição em ambas palavras, como a definição se aplicava às duas, deixei sem problemas. Outro aspecto interessante de se observar é que alguns alunos não sabiam o significado da palavra “provável”, mas a partir de uma breve explanação já se habilitaram a definir tanto o muito, quanto o pouco provável.

Dando continuidade à aula, a professora solicitou outro exercício aos estudantes, que elencassem uma situação para exemplificar o conceito definido. Com as definições prontas, os alunos abusaram da criatividade nesse momento, trazendo exemplos variados e alguns até “exagerados”. Alguns dos exemplos citados pelos alunos que me chamaram a atenção foram: “É pouco provável que eu quebre a perna hoje.”, “é muito provável que eu coma pizza na janta hoje.” E por fim um que gerou até uma discussão

rápida “é impossível que morra hoje” alguns colegas falaram “é possível sim”, resposta que a professora só concordou e mudou rapidamente de assunto para não gerar nenhum desconforto.

Por fim, já concluindo o período, um aluno fez uma provocação à professora da seguinte maneira "Profa. por quê estamos estudando isso em matemática? Não teve nenhuma continha", nesse momento já fiquei atento e notei que os colegas dele pensavam do mesmo modo. A partir disso, a professora aproveitou minha presença na sala de aula e pediu que eu explicasse um pouco o porquê de estudarmos esses conceitos em matemática. Tendo a palavra, busquei explicar aos estudantes que a matemática é composta por cinco grandes áreas e as “continhas” são apenas uma área da matemática e o conteúdo da aula estava presente em outra. Além disso, busquei trazer aspectos que os alunos estão acostumados a ver quando tratamos de probabilidade, como a previsão meteorológica num aspecto mais social ou até mesmo a importância nas decisões que vamos tomar na nossa vida, pois sempre analisamos as possibilidades e assim escolhemos que rumo tomar.

Concluindo, a partir desta aula surgiu o meu interesse em propor um jogo que trate do ensino probabilístico aos estudantes dos anos iniciais. Principalmente pelo fato de os alunos não reconhecerem esta área como parte da matemática, devido ao foco exacerbado na área de números e aritmética. Desse modo, busquei desenvolver o pensamento dos alunos em relação às possibilidades e chances de ocorrer certo evento.

Levando em consideração as vivências e escolhas feitas para este trabalho de conclusão de curso, ele foi dedicado à exploração do pensamento probabilístico nos anos iniciais por meio de três encontros presenciais com alunos do terceiro ano de uma Escola Estadual, localizada na zona norte de Porto Alegre. A pergunta diretriz da pesquisa é: **“Como um jogo com foco na introdução ao pensamento probabilístico poderá auxiliar no processo de aprendizagem de aleatoriedade, espaço amostral e ocorrência de eventos dos estudantes dos anos iniciais?”**. A fim de procurarmos resposta para esse questionamento utilizamos dois jogos retirados dos cadernos de jogos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC, 2014) com o intuito

de propiciar uma vivência que possibilite uma experiência de aprendizagem matemática do pensamento probabilístico, sendo eles o “Cara ou Coroa” e a “Corrida de Cavalos”.

Em virtude disso, este trabalho se organizou em cinco capítulos, sendo eles introdução, referencial teórico, metodologia, análise dos dados e as considerações finais. No referencial teórico apresentamos autores e trabalhos que possam contribuir à investigação realizada nesta pesquisa, além de dividirmos em dois subcapítulos, sendo o primeiro em relação às teorias de aprendizagem, enquanto o segundo abordamos o ensino de probabilidade nos anos iniciais. Na sequência, a metodologia apresentou a pergunta diretriz da pesquisa, os seus objetivos, quem são os sujeitos e como foram contatados, além de conter o detalhamento do instrumento de investigação e como ele pode possibilitar a produção de dados de uma pesquisa que busca tomar caráter qualitativo. No nosso quarto capítulo se desenvolveu a análise dos dados coletados da prática feita com os estudantes, a fim de observar como ocorre o processo de aprendizagem acerca do pensamento probabilístico utilizamos nossas percepções aliado aos referências teóricos; sendo ele dividido em três seções com base em nossos objetivos de ensino listados na metodologia. Por fim, manifestamos as considerações finais desta exploração, tendo como base as reflexões e aprendizagens produzidas durante a construção deste trabalho.

1.1 Pesquisas relacionadas ao tema investigado

Ao pensar no ensino de probabilidade nos anos iniciais já conseguimos encontrar diferentes pesquisas relacionadas à probabilidade e estatística nos Anos Iniciais . Nesta breve seção apresentamos o que alguns autores já pesquisaram nesta área. Inicialmente nos apoiaremos em Beck et al. (2018), os quais por meio de sua investigação em relação às pesquisas brasileiras que abordam a Educação Estatística no Anos Iniciais, notam uma crescente na produção científica nesta temática, sendo que desde 2006, os autores identificaram a publicação de pelo menos um trabalho por ano nos eventos científicos de Educação Matemática. No levantamento realizado, os autores puderam observar três tendências investigativas relacionadas à Educação Estatística: “a formação de professores, o uso de tecnologias e a inclusão de conceitos combinatórios desde os primeiros anos escolares” (BECK et al., 2018, p. 46).

Para esta revisão de literatura focaremos também em trabalhos com a inclusão de conceitos combinatórios desde os primeiros anos escolares. Nesse sentido apresentamos dois artigos que se relacionam diretamente com esta pesquisa. Primeiramente o artigo intitulado “Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da Base Nacional Comum Curricular” escrito por Samá e Silva (2020), as quais inicialmente mostram como está presente o ensino de probabilidade e estatística nos currículos da educação básica, em seguida apresentam propostas pedagógicas planejadas por pesquisadores para serem desenvolvidas em sala de aula. Neste aspecto citam a dissertação de mestrado de Toledo (2018), o qual propõe a atividade da Corrida dos Cavalos, também realizada nesta investigação; por fim analisam as atividades propostas à luz da BNCC e percebem que

Os trabalhos de pesquisa de Souza (2007), Buehring (2006) e Toledo (2018) revelam possibilidades e compreensões que podem ser trabalhadas pelos estudantes nos anos iniciais do EF de forma a contribuir para o desenvolvimento das habilidades relacionadas ao estudo da Probabilidade e Estatística. Além disso, os resultados das pesquisas desses autores mostram que viver experiências que despertam o interesse dos estudantes contribui para que eles permaneçam ativos, questionadores e imaginativos, ao longo da atividade, conforme a sua própria natureza. Também favorecem o desenvolvimento das competências socioemocionais como a comunicação (capacidade de escutar, compreender e passar adiante informações com o uso da fala), a curiosidade (cultivo de uma mentalidade que busca sempre aprender, compreender o mundo e explorar novas ideias), a resiliência (capacidade de lidar de maneira adequada com desafios e mudanças, sem abrir mão da sua identidade e do aprendizado) e o pensamento crítico (tomada de decisões e aprendizado de novos conceitos a partir da análise crítica de informações e declarações com as quais o indivíduo é confrontado (SAMÁ, SILVA, 2020, p. 19).

Dessa maneira, notamos a potencialidade presente nesta proposta pedagógica e diferentes habilidades que podem ser desenvolvidas. Aliado a esta pesquisa encontramos o trabalho “Acaso e probabilidades nos anos iniciais: potencial dos jogos como mediadores na construção do conhecimento” escrito por Conti e Bôas (2019), as quais começam tratando de aspectos históricos e filosóficos a respeito da probabilidade, transitando para a questão curricular deste conteúdo, e chegando em sua proposta pedagógica do jogo “Campeonato dos Números”, o qual se torna interessante por obter objetivos de ensino semelhantes a esta investigação. Em suas considerações finais as autoras dizem que

Consideramos que o jogo e as tarefas de natureza investigativa apresentadas, envolvendo o jogo, durante seu desenvolvimento, contribuíram para o desenvolvimento de importantes noções iniciais de Probabilidade, quais sejam: distribuição de probabilidade, espaço amostral, noções de aleatoriedade, simetria da frequência das somas do lançamento de dois dados (CONTI, BÔAS, 2019, p. 398).

Além desses dois artigos, a revista *Educação Matemática em Foco* fez um número temático em 2021, intitulado “Probabilidade e Estatística na Educação Infantil e Anos iniciais do Ensino Fundamental” organizado por Conti, Bôas e Faustino (2021). Nesta revista são apresentadas 14 produções, sendo 11 artigos e 3 relatos de experiência, ou seja, recentemente podemos encontrar pesquisadores dedicados a este tema. Na revista encontramos o artigo de Toledo e Lopes (2021), as quais realizam um mapeamento das pesquisas brasileiras de 2015 a 2020 sobre o Letramento Estatístico, Probabilístico ou Estocástico no ensino fundamental. Em seu trabalho as autoras buscam teses e dissertações na Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoas de Nível Superior (Capes), e encontram 18 trabalhos, sendo 13 dissertações de mestrado e 5 teses de doutorado, números que já se mostram interessantes, visto que temos mais que o dobro nos mestrados. Outro número interessante é que apenas 7 trabalhos abordam este tema nos Anos Iniciais; sendo em sua maioria focados não só no Letramento Probabilístico, com ideias relacionadas à chance do evento ocorrer, aleatoriedade e espaço amostral, mas também na utilização de jogos. Em relação a quantidade de investigações nesta área, as autoras afirmam que

“As teses e dissertações analisadas demonstram uma escassez de pesquisas que envolvam os tipos de letramento buscados, especialmente com estudantes dos anos iniciais. [...] Diante disso, concluímos que é preciso ampliar as pesquisas com focos nos processos de desenvolvimento dos letramentos estatístico, probabilístico e estocástico, uma vez que favorecem uma formação aos estudantes a qual contribuiu para sua criticidade e tomada de decisões mais assertivas em suas vidas” (TOLEDO, LOPES, 2021, p. 127-128).

Portanto, ao observarmos pesquisas relacionadas ao nosso tema, podemos perceber o potencial de desenvolvimento das habilidades relacionadas não só ao pensamento probabilístico, mas também à competências socioemocionais dos estudantes. Além da necessidade de ampliar pesquisas com o foco na introdução ao pensamento probabilístico e da sua importância para a formação do discente.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo da pesquisa apresentou-se autores e trabalhos que possam contribuir à investigação realizada nesta pesquisa. O referencial teórico foi dividido em dois subcapítulos, sendo o primeiro em relação às teorias de aprendizagem, enquanto o segundo abordamos o ensino de probabilidade nos anos iniciais.

Ao citarmos as teorias de aprendizagem, um autor que guiou nossa pesquisa foi o professor Fernando Becker, o qual atua no Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação da UFRGS, focando nos seus dois artigos intitulados “Aprendizagem – concepções contraditórias” (BECKER, 2008) e “Modelos pedagógicos e modelos epistemológicos” (BECKER, 1994). O primeiro artigo é guiado por perguntas aos estudantes de pedagogia do terceiro semestre, da disciplina de aprendizagem, questões sobre o conceito de aprendizagem e reflexões acerca das justificativas apresentadas pelos discentes. Já o segundo, o professor apresenta três diferentes formas de representar a relação ensino/aprendizagem, sendo elas a pedagogia diretiva, pedagogia não-diretiva e pedagogia relacional; além de mostrar que cada modelo pedagógico é sustentado por determinada epistemologia, além de tratar um pouco sobre sua trajetória na educação do Brasil. Além dos trabalhos de Fernando Becker, ao abordar sobre aprendizagem nos apoiaremos em Marco Antonio Moreira, doutor em Ensino de Ciências (1977) pela Cornell University/USA e professor titular durante 45 anos na UFRGS, tendo como base em seu livro “Teorias de aprendizagem” (MOREIRA, 1999), o qual apresenta três enfoques teóricos relacionados à aprendizagem e ao ensino: o comportamentalismo, o cognitivismo e o humanismo.

O eixo do estudo de probabilidade nos anos iniciais foi embasado por três artigos. O primeiro deles “Probabilidade na Educação Básica: Uma proposta de jogo como recurso didático” (HERZOG, 2019), este artigo visa analisar uma experiência com o jogo “7 da sorte” realizada com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola particular em Porto Alegre, sendo esse jogo similar ao aplicado na pesquisa deste projeto, por essa razão torna-se interessante o artigo. Além desse trabalho, há outros dois artigos nos quais se investiga o conhecimento dos docentes dos anos iniciais acerca do estudo de probabilidade, sendo intitulados: “Minicurso de

Probabilidade: uma Proposta de Formação Continuada para Docentes dos Anos Iniciais” (BRAGA, BALLEJO e VIALI, 2020), e “Conhecimento Profissional de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental Sobre Espaço Amostral e Quantificação de Probabilidades” (PINHEIRO, SILVA e PIETROPAOLO, 2020). Além dos artigos neste eixo também foi estudado o relatório escrito por Peter Bryant e Terezinha Nunes (2012) acerca do entendimento de probabilidade das crianças.

2.1 Teorias de Aprendizagem

Durante toda nossa vida fizemos diferentes ações, algumas por pouco tempo, outras por muito tempo; mas algumas passamos a vida inteira executando, uma dessas é aprender. Com o passar do tempo o homem buscou compreender essas ações e com a aprendizagem não foi diferente. Dessa forma surgiram as teorias de aprendizagem, as quais estão diretamente envolvidas com as ações de ensinar e aprender e tentam entender como relacionamos os conhecimentos já existentes com novos conhecimentos.

Uma teoria busca sistematizar uma área de conhecimento; as teorias de aprendizagem têm como objetivo sistematizar o processo de aprendizagem. Explicar analisando as diferentes variáveis envolvidas nesse processo de observar, prever e também de solucionar problemas. É uma construção do homem para sistematizar a aprendizagem (MOREIRA, 1999).

Nesse aspecto Moreira explica que a teoria de aprendizagem tem como principal propósito compreender por que meios os estudantes realizam o processo de aprendizagem. Sendo necessário perceber as diversas particularidades que transitam durante esse processo.

Com base em dois autores citamos brevemente essas teorias, dando ênfase à escolhida para a prática da investigação realizada neste trabalho. Falaremos de três teorias que, para Moreira (1999), no caso das teorias de aprendizagem, são três as filosofias subjacentes: a comportamentalista (behaviorismo), a humanista e a cognitivista (construtivismo). No entanto, o professor Fernando Becker (1994) tratará de

outras terminologias, falaremos das teorias epistemológicas: empirismo, apriorismo e construtivismo.

Moreira(1999) em seu trabalho caracteriza a visão comportamentalista do seguinte modo:

A tônica da visão de mundo behaviorista está nos comportamentos observáveis e mensuráveis do sujeito, isto é, nas respostas que ele dá aos estímulos externos. Está também naquilo que acontece após a emissão das respostas, ou seja, na consequência (Moreira, 1999, p.14).

Becker (1994) ao falar na linguagem epistemológica, sujeito objeto, apresenta o sujeito nessa visão como uma folha de papel em branco; é tabula rasa, no qual todo conhecimento vem do “objeto” que seria os meios físicos e sociais. Becker(1994) critica este modelo da seguinte forma:

Nesta relação, o ensino e a aprendizagem são pólos dicotômicos: o professor jamais aprenderá e o aluno jamais ensinará. Como diz um professor ao responder à pergunta "qual o papel do professor e qual o do aluno?": "O professor ensina e o aluno aprende; qual é a tua dúvida?". Ensino e aprendizagem não são pólos complementares. A própria relação é impossível. É o modelo, por excelência, do fixismo, da reprodução, da repetição. Nada de novo pode - ou deve - acontecer aqui. (Becker, 1994, p. 3)

Dessa forma, conseguimos refletir e perceber a incompatibilidade entre essa teoria de aprendizagem e a exploração realizada nessa pesquisa, devido ao fato que enxergamos o aluno capaz de carregar consigo conhecimentos que podem agregar a um novo conteúdo abordado. Além disso, ao ensinar probabilidade não podemos nos prender ao modelo do fixismo, da reprodução e da repetição; pois ao tratarmos do conceito de aleatoriedade, por exemplo, notamos que podemos repetir a mesma ação diversas vezes e obter resultados diferentes em cada uma delas, sendo necessário estar preparado para o novo em experimentos aleatórios.

Em contraposição, sobre a lógica humanista, Becker (1994) explica que o aluno já traz consigo o saber necessário, ele precisa organizar ou recheiar de conteúdo. Neste pensamento o professor deve intrometer-se o mínimo possível para que o aluno por si só chegue à aprendizagem, o professor cita o regime de *laissez-faire*: “deixa fazer” que ele encontrará seu caminho. Moreira (1999) ainda diz que em tempos mais recentes, o

humanismo mais viável para sala de aula se encontra nos pensamentos de Joseph Novak com a aprendizagem significativa, a qual ocorre quando um novo conceito se relaciona aos conhecimentos prévios, em alguma situação proposta pelo professor. No entanto, Becker(1994) reflete acerca do papel do professor neste modelo.

O professor, imbuído de uma epistemologia apriorista - inconsciente, na maioria das vezes - renuncia àquilo que seria a característica fundamental da ação docente: a intervenção no processo de aprendizagem do aluno. Ora, o poder que é exercido sem reservas, com legitimidade epistemológica, no modelo anterior, é aqui escamoteado. Ora, a trama de poder, em qualquer ambiente humano, pode ser disfarçada, mas não eliminada. Acontece que, na escola, há limites disciplinares intransponíveis. O que acontece, então, com o pedagogo não diretivo? Ou ele arranja uma forma mais “subliminar” de exercer o poder ou ele sucumbe (Becker, 1994, p. 5).

Por essas razões também não vemos como uma possibilidade o uso dessa linha de aprendizagem neste trabalho. Visto que o professor não deve abrir mão de utilizar seu poder quando necessário, se não se perde o controle dentro da sala de aula acarretando de modo que os alunos não consigam fazer o desenvolvimento necessário das habilidades necessárias à sua aprendizagem.

Por fim, dissertaremos a respeito da lógica adotada para compor este trabalho: a construtivista. Moreira (1999) explica a contraproposta que este ensino tem em relação ao comportamentalismo, pois o estudante passa a ser visto como um agente de construção da sua própria estrutura cognitiva, sem importar como recebe e organiza essas informações, ele deixa de ser um mero receptor de conhecimento. O professor Becker (1994) cita o processo de aprendizagem explicado por Piaget (1977) o qual denomina que a aprendizagem se fará por reflexionamento e reflexão. Ou seja, a partir dos questionamentos trazidos pelo professor e as questões trazidas pelos próprios alunos ocorrem os desdobramentos necessários para que aconteça a aprendizagem e mostra as condições necessárias para que isso ocorra.

Há duas condições necessárias para que algum conhecimento novo seja construído: a) que o aluno aja (assimilação) sobre o material que o professor presume que tenha sido de cognitivamente interessante, ou melhor, significativo para o aluno; b) que o aluno responda para si mesmo às perturbações (acomodação) provocadas pela assimilação deste material, ou, que o aluno se aproprie, neste segundo momento,

não mais do material, mas dos mecanismos íntimos de suas ações sobre este material (Becker, 1994, p. 6).

Pensando nessas condições se desenvolveu a prática desta exploração acerca do pensamento probabilístico. Ao utilizar uma abordagem com jogos, buscamos atrair cognitivamente o estudante para a atividade por meio da ludicidade presente nesta tendência de educação matemática. Além disso, no segundo momento, após a prática do jogo, é proposto aos estudantes que reflitam respondendo perguntas específicas, registrando não só sua assimilação do material, mas também acerca das suas ações no jogo.

Outro aspecto desta teoria é acerca do manejo que o professor terá em sala de aula com seus estudantes; utilizando-se do modelo pedagógico relacional. Ou seja, “O professor não acredita no ensino em seu sentido convencional ou tradicional” (BECKER, 1994, p.7), visto que é incapaz do conhecimento sair da cabeça do professor e transitar até a cabeça do estudante, ou ainda que o aluno não carregue nada de conhecimento se tornando a tábula rasa, a qual, ao se deparar com um conceito novo tenha o dever de aprender tudo diretamente do início.

Ele acredita que tudo o que o aluno construiu até hoje em sua vida serve de patamar para continuar a construir e que alguma porta abrir-se-á para o novo conhecimento - é só questão de descobri-la: ele descobre isto por construção (BECKER, 1994, p. 7).

Acreditando nessa perspectiva de pensamento a investigação aconteceu, pois foi proposto aos alunos a descoberta do novo conhecimento a partir das construções que vão se criando. Tendo em vista que o jogo da Corrida de Cavalos, o qual não é jogado apenas uma vez, e após a primeira partida, as primeiras reflexões, os estudantes têm a oportunidade de jogar novamente e construir novos conhecimentos, utilizando os que já construíram após a primeira experiência e assim gerando o processo de aprendizagem.

Por último Becker (1994) cita a ideia de Freire (1979) na qual para o professor não basta ensinar, é necessário também aprender. Neste caso, a aprendizagem que o professor deve fazer é em relação à construção do conhecimento do aluno, para que com essa informação possa gerar condições a aprendizagens futuras. Ademais, para o

estudante não basta aprender, é necessário ensinar e, conseqüentemente, isso reflete na sala de aula. Segundo BECKER (1994)

A tendência, nessa sala de aula é a de superar, por um lado, a disciplina policial e a figura autoritária do professor que a representa, e, por outro, a de ultrapassar o dogmatismo do conteúdo (BECKER, 1994, p. 9).

Deste modo, visamos trazer na prática com os estudantes a coragem necessária para uma atitude de descoberta para algo novo e assim descobriremos e construiremos as habilidades juntos, produzindo assim a aprendizagem.

2.2 O ensino de probabilidade para os anos iniciais

O ensino do pensamento probabilístico aos estudantes é deveras fundamental para o desenvolvimento de habilidades como a interpretação, análise, argumentação e para a capacidade do aluno se posicionar criticamente frente às situações que necessitam tomada de decisão. Tendo em vista a importância deste pensamento podemos nos questionar a partir de qual momento devemos começar a ensinar esta lógica. Pinheiro, Silva e Pietropaolo (2020) afirmam que

Currículos de vários países — entre eles, o da Espanha, de Portugal, dos Estados Unidos e do Brasil — orientam que noções relativas à Probabilidade devem ser ensinadas desde o início da escolaridade básica até os anos finais e Ensino Médio, além de recomendar que elas sejam incluídas no Ensino Superior (PINHEIRO, SILVA e PIETROPAOLO, 2020, p. 1).

Dessa forma, podemos perceber que no Brasil é proposto o ensino do pensamento probabilístico, desde o início da escola básica até o Ensino Médio, sendo indicada inclusive ao Ensino Superior (PINHEIRO, SILVA e PIETROPAOLO, 2020). Ou seja, a probabilidade está presente no currículo do estudante brasileiro durante todo seu percurso escolar. No entanto, a construção dos primeiros pensamentos relacionados à probabilidade está diretamente ligada à base dos conhecimentos que serão desenvolvidos no decorrer da vida escolar. Esta pesquisa se desenvolveu com o intuito não só de agregar possibilidades ao ensino destes conceitos, mas também compreender os pensamentos das crianças nos anos iniciais da escolarização.

Elencamos no quadro 1, para melhor visualização, as habilidades relacionadas à temática: probabilidade e estatística presentes na Base Nacional Curricular Brasileira (BNCC).

Quadro 1 – Habilidades de probabilidade e estatística a serem desenvolvidas nos anos iniciais.

Ano Escolar	Habilidades desenvolvidas
1º ano	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano. (EF01MA21) Ler dados expressos em tabelas e em gráficos de colunas simples. (EF01MA22) Realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis categóricas de seu interesse e universo de até 30 elementos, e organizar dados por meio de representações pessoais.
2º ano	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”. (EF02MA22) Comparar informações de pesquisas apresentadas por meio de tabelas de dupla entrada e em gráficos de colunas simples ou barras, para melhor compreender aspectos da realidade próxima. (EF02MA23) Realizar pesquisa em universo de até 30 elementos, escolhendo até três variáveis categóricas de seu interesse, organizando os dados coletados em listas, tabelas e gráficos de colunas simples.
3º ano	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência. (EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas. (EF03MA27) Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas, envolvendo resultados de pesquisas significativas, utilizando termos como maior e menor frequência, apropriando-se desse tipo de linguagem para compreender aspectos da realidade sociocultural significativos. (EF03MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais.

4º ano	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações. (EF04MA27) Analisar dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada e em gráficos de colunas ou pictóricos, com base em informações das diferentes áreas do conhecimento, e produzir texto com a síntese de sua análise. (EF04MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas e organizar dados coletados por meio de tabelas e gráficos de colunas simples ou agrupadas, com e sem uso de tecnologias digitais.
5º ano	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não. (EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis). (EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões. (EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

Fonte: Elaboração do autor.

A partir das habilidades elencadas no quadro 1 acima, observamos que há um desenvolvimento em relação a linguagem que é utilizada com os estudantes, além do aprofundamento dos conceitos presentes no pensamento probabilístico. Notamos uma mudança maior do quarto para o quinto ano, pois a partir desse ponto iniciam-se os cálculos de probabilidade utilizando as razões presentes nas frações, o que pode criar dificuldades aos estudantes, os quais não estavam habituados a quantificar.

Por essa razão, ao refletirmos acerca do ensino de probabilidade nos anos iniciais, devemos pensar também em quem é o responsável por isso. Diferentemente dos outros níveis de ensino, nos anos iniciais o responsável não é um professor especializado no ensino de matemática; o responsável é um pedagogo, ou seja,

encontramos duas pessoas distintas, com formações diferentes para ensinar o mesmo pensamento.

Pinheiro, Silva e Pietropaolo (2020) apontam que está presente na formação inicial dos docentes dos anos iniciais aspectos da Estatística e da Probabilidade¹, entretanto ocasionalmente são insuficientes pois não se faz necessário apenas o conhecimento dos conteúdos, é necessária a didática específica para o exercício da docência. Corroboram ao pensamento dos autores previamente citados, como Braga, Ballejo e Viali (2020), os quais apresentam a formação do docente de anos iniciais como generalista, ou seja, dizem que os profissionais, em sua maioria, carecem de um conhecimento avançado dos conceitos matemáticos. Além disso os autores citam um balanço realizado por Santos (2017)

Mediante um balanço de 29 teses e dissertações brasileiras, Santos (2017) constatou que a formação inicial inadequada ou insuficiente é consensual no Brasil. O autor verificou que dificuldades enfrentadas por professores da educação básica frente ao ensino de estatística, probabilidade e combinatória provêm de lacunas ou ideias equivocadas oriundas da graduação, de atitudes negativas diante do trabalho com a estatística e de didática inadequada adotada por docentes de estatística durante a faculdade. Essa incongruência na formação do professor também está no conhecimento pedagógico, indispensável na práxis educativa no desenvolvimento da estocástica (BRAGA, BALLEJO E VIALI, 2020, p.4).

Com base em diversos autores podemos concluir que hoje é insuficiente a formação de professores da educação básica em relação ao ensino de estatística e probabilidade. No entanto, podemos pensar em meios para aos poucos ir aprimorando a formação dos docentes. Inicialmente Braga, Ballejo e Viali (2020) dizem que primeiramente precisamos ter professores entusiasmados pelo tema. Outro aspecto que deve ser fortalecido segundo os autores é a formação continuada, com o propósito de melhorar o conhecimento pedagógico e assim ter instrumentos para o ensino de probabilidade. Aliado a isso, os autores Pinheiro, Silva e Pietropaolo (2020) explanam que esta abordagem por meio da formação continuada deve ter dois focos principais, sendo o primeiro relacionado ao processo de ensino e aprendizagem das crianças, analisando seus raciocínios e as diferentes possibilidades que o professor tem para

¹ A Resolução 02 do CNE/CP 2019 define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial de professores para a Educação Básica e institui a BNCC. Sendo assim, o currículo vigente dos cursos de Licenciatura em Pedagogia já está alinhado com a BNCC, estando presente no eixo de Estatística e Probabilidade.

explorar estes conceitos. O segundo refere-se acerca da produção de materiais didáticos que possam auxiliar o trabalho dos professores.

Consolida esta ideia Braga, Ballejo e Viali (2020), os quais sinalizam que:

É fundamental a elaboração de cursos e a produção de materiais que forneçam subsídios à práxis educativa, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio estocástico (estatístico e probabilístico) dos estudantes (BRAGA, BALLEJO E VIALI, 2020, p.3).

Desse modo, a exploração realizada nesta pesquisa buscou não só compreender e analisar os pensamentos probabilísticos dos estudantes, mas também contribuir com materiais anexos aos jogos, retirados do caderno de jogos do Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)², possibilitando que ali os estudantes possam registrar e refletir acerca das decisões tomadas durante os jogos.

Para tanto, a tendência utilizada nesta pesquisa foi a de jogos matemáticos e com ela procuramos trazer ludicidade às atividades realizadas, as quais se justificam também na BNCC (2017, p.266): “[...]o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).” Outros autores corroboram a ideia apresentada, como Smole (2007), a qual afirma que “todo o jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas livros, o caderno e o lápis” (SMOLE, 2007, p.14).

Por essas razões tentamos propiciar aos alunos um espaço de construção de saberes, no qual os estudantes estejam motivados. Trobia (2016, p.6) ressalta que “Encontramos no jogo uma forma de motivação que acolhe tanto educando quanto educador, gerando um ensinar e aprender eficaz.” Em outras palavras, o jogo não só é capaz de motivar o discente, mas também o docente para que seus deveres sejam realizados de modo agradável.

No entanto, é importante destacar a escolha do jogo; os professores devem não só pensar no aspecto do jogo como uma forma de ludicidade ou de diversificar a aula, é necessário conhecer as habilidades que serão proporcionadas ao desenvolvimento do

² Link de acesso ao caderno de jogos: <https://wp.ufpel.edu.br/obeducpacto/files/2019/08/Caderno-de-Jogos.pdf>

aluno nas ações tomadas dentro do jogo, sempre priorizando a aprendizagem dos estudantes. Esse entendimento é reforçado por Trobia (2016)

O jogo quando bem escolhido, pode mudar as decisões de uma criança, além disso, trabalha várias habilidades como: trabalho em grupo, inibição da timidez, voz de comando, decisão própria, autonomia, criação de hipóteses, levantamento de dados e valores. O aluno deixa de ser monótono e passa a ser ativo durante as aulas de matemática (TROBIA, 2016, p. 6).

Essas habilidades apontadas por Trobia são levadas em consideração no capítulo da análise dos dados desta pesquisa. Ademais a essas habilidades citadas, analisamos o conhecimento dos estudantes em relação a três conceitos específicos do pensamento probabilístico, devido ao fato que estão presentes na proposta pedagógica deste trabalho, sendo eles: eventos aleatórios, eventos independentes e o espaço amostral. Para tal intuito, utilizamos a teoria proposta por Peter Bryant e Terezinha Nunes (2012), os quais tratam de quatro demandas cognitivas necessárias para a compreensão do conceito de probabilidade. Contudo vale ressaltar que damos foco às duas primeiras, relacionadas a compreensão de aleatoriedade e a formação do espaço amostral, em razão de que ao trabalhar com crianças dos anos iniciais ainda não abordamos o aspecto de quantificação e cálculos de probabilidade, dando prioridade a introdução ao pensamento probabilístico.

Acerca da aleatoriedade, os autores afirmam que é uma parte importante e que está presente no dia a dia das pessoas, devido a esse fato é importante que os indivíduos consigam compreender a natureza de cada evento. Além disso, citam pesquisas, as quais sugerem a difícil compreensão desse conceito pelas crianças (BRYANT; NUNES, 2012). Pinheiro (2020) pensa que “a aleatoriedade, por exemplo, gera incertezas que podem ser de difícil compreensão” (PINHEIRO et. al., 2020, p. 3), e isso se dá devido ao fato que ao pensarmos em uma aula de matemática, pensamos em uma ciência exata, no entanto quando desenvolvemos o pensamento probabilístico percebemos as incertezas que cada evento pode conter.

Os autores comentam que as crianças pensam a respeito da aleatoriedade, com reflexões acerca dos eventos, classificando-os entre justo e não justo, e acrescentam que cabe ao professor explorar tal conceito em sala de aula, dando como sugestão o

uso de jogos, permitindo que ao final os alunos possam analisar se são justos ou não (BRYANT; NUNES, 2012). Braga, Ballejo e Viali (2020) corroboram com Bryant e Nunes (2012), uma vez que apresentam a seguinte ideia acerca da abordagem necessária para o conceito de aleatoriedade:

O desenvolvimento do conceito de aleatoriedade deve ser gradual, iniciando com a aplicação de jogos e de simulações objetivando a explicitação das regularidades observadas nos dados coletados (BRAGA, BALLEJO E VIALI, 2020, p.3).

Ainda a respeito da aleatoriedade é enfatizado que a compreensão do conceito de eventos independentes é essencial em seu aprendizado; no entanto, é argumentado que esse é um dos principais erros realizados tanto por adultos, quanto por crianças. Para exemplificar um dos erros os autores citam o seguinte cenário:

A chance de um de obter coroa no próximo lançamento de uma moeda não é afetada pelo que aconteceu em lances anteriores. Mesmo que as últimas seis jogadas tenham sido coroas, o resultado não é mais ou menos provável de ser coroa novamente no próximo lançamento do que era no primeiro. (BRYANT; NUNES, 2012, p. 5, tradução nossa)

E para explicar esse pensamento os autores Bryant e Nunes (2012) utilizam o termo recência, o qual possui dois vieses: o efeito de recência positiva e o efeito de recência negativa. Esse termo tem como significado que em uma lista de acontecimentos, no caso utilizado os lançamentos das moedas, as pessoas têm duas tendências possíveis, sendo elas: acreditar que o último acontecimento irá se repetir, no caso cair coroa novamente; ou a partir dele contrapor e supor que não irá se repetir, crendo que ao lançar a moeda a face seja a cara.

No que se refere à compreensão do espaço amostral, Bryant e Nunes (2012, p. 4) apresentam este conceito como “elemento essencial na compreensão da natureza da probabilidade”. Tendo em vista que a resolução de qualquer problema de probabilidade inicia-se pela identificação de todos os resultados possíveis em um evento aleatório, dessa maneira possibilitando o cálculo das probabilidades, aspecto que não será utilizado neste trabalho, nos ateremos a identificação do espaço amostral.

Além disso, para resolver problemas acerca da probabilidade, não só devemos listar todas as possibilidades, mas também saber classificar elas; e neste segundo

aspecto é onde as crianças têm mais dificuldade, à qual chamam de “agregação”. (BRYANT; NUNES, 2012). Para exemplificar os autores utilizam o seguinte situação:

Por exemplo, se você lança dois dados ao mesmo tempo, há 36 possíveis resultados equiprováveis (1,1; 1,2; 1,3 etc.). Mas, se você registrar os resultados em termos da soma dos dois números lançados, há apenas 11 possíveis resultados para as somas, que são do 2 ao 12, e eles não são equiprováveis: um total de sete é duas vezes mais provável do que um total de quatro, por exemplo, pois apenas três dos 36 possíveis pares somam quatro, enquanto seis deles somam sete. Portanto os resultados individuais são equiprováveis, porém os resultados agregados não são (BRYANT; NUNES, 2012, p. 6, tradução nossa).

Este cenário se tornou interessante a essa pesquisa devido ao fato que justamente é o espaço amostral da soma de dois dados que está presente no jogo da corrida de cavalos. Ademais, o exemplo evidencia a importância do conhecimento acerca do espaço amostral e como isso pode influenciar nos resultados obtidos, resultados esses que não serão quantificados, mas sim classificados entre “mais provável”, “menos provável” e “impossível”.

Bryant e Nunes (2012) em seu estudo ainda apontam que existem pesquisas sobre a capacidade de crianças anteciparem eventos futuros particulares e também altamente determinados. Sendo interessante pensar a velocidade de percepção das crianças acerca do espaço amostral, visto que é capaz de encontrarmos diferentes construções de pensamentos sobre como o evento irá se desenvolver.

Portanto, a partir dos referenciais teóricos apresentados neste capítulo da pesquisa, foi pensado a proposta pedagógica; além de serem a fonte para a análise dos dados produzidos nesta investigação.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo apresenta-se a abordagem metodológica utilizada nesta pesquisa; a investigação tem como objetivo geral propiciar a experiência do pensamento probabilístico para as crianças do 3º ano do Ensino Fundamental por meio da utilização de jogos nas aulas de matemática. Por essa razão explora-se não só os conhecimentos que os estudantes trazem consigo, mas também o processo de aprendizagem que fazem durante a prática proposta. Dessa forma, na sequência do capítulo apresentaremos a pergunta diretriz da pesquisa, os seus objetivos, quem são os sujeitos e como foram contatados. Por fim, ocorreu o detalhamento do instrumento de investigação e como ele pôde possibilitar a produção de dados de uma pesquisa que busca tomar caráter qualitativo.

3.1 Considerações sobre a metodologia da pesquisa

A pergunta que norteia essa pesquisa é: “Em quais aspectos um jogo com foco na introdução ao pensamento probabilístico poderá auxiliar no processo de aprendizagem dos estudantes dos anos iniciais?”. Desse modo, com o intuito de responder a pergunta, buscamos compreender e refletir acerca da aprendizagem matemática produzida durante a aplicação da prática, a qual traz elementos como a ludicidade, o espírito cooperativo e a participação. Além disso, também traz habilidades específicas à aprendizagem da probabilidade dentro do jogo, tais como os eventos aleatórios cotidianos, a visualização do espaço amostral e a estimativa de qual evento possui mais chance de ocorrência.

O objetivo geral da pesquisa é propiciar uma vivência que possibilite uma experiência de aprendizagem matemática do pensamento probabilístico, para tanto observamos as potencialidades do jogo “Corrida de Cavalos” inspirado pelo caderno de jogos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC, 2014), como também as aprendizagens da aula introdutória com o jogo “Cara ou Coroa” também presente no caderno de jogos do PNAIC. Além disso, temos como objetivos

específicos de ensino desenvolver não só os aspectos humanos presentes em um jogo, mas também as seguintes habilidades matemáticas descritas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

- (EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
- (EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas.
- (EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.

O estudo se diferencia ao tratarmos da matemática nos anos iniciais, a qual é deveras importante devido a dois aspectos principais: o desenvolvimento do raciocínio lógico e como base para a matemática estudada nos anos seguintes da vida escolar do aluno. Encontra-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente (BRASIL, 2017, p.266).

Dessa maneira, é com essa linha de pensamento que a pesquisa buscou se desenvolver, focando no letramento matemático. A partir da utilização de jogos, o objetivo foi trazer ludicidade às atividades realizadas as quais se justificam também na BNCC (2017, p.266): “[...]o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).” Outros autores corroboram as ideias já apresentadas como Moura e Viamont (2005) os quais afirmam:

Os jogos educativos, sobretudo aqueles com fins pedagógicos, revelam a sua importância em situações de ensino-aprendizagem ao aumentar a construção do conhecimento, introduzindo propriedades do lúdico, do prazer, da capacidade de iniciação e ação activa e motivadora, possibilitando o acesso da criança a vários tipos de conhecimentos e habilidades (MOURA; VIAMONT; 2005, p. 1-2).

Hoje vemos como essencial a abordagem da probabilidade desde o primeiro

ano do estudante no Ensino Fundamental como previsto na BNCC. No entanto, professores atuantes nos anos iniciais recebem uma formação generalizada, não possuindo o foco no ensino de probabilidade e além disso o conteúdo envolve as ideias de incerteza e aleatoriedade, pouco trabalhadas na matemática, por ser uma ciência determinista (BRAGA, BALLEJO e VIALI, 2020).

Aliado a esses fatores, o desenvolvimento do pensamento probabilístico está presente no cotidiano das pessoas, pois todos os dias de nossas vidas estamos sujeitos a realizar tomadas de decisões, as quais podem ocorrer em diversos ambientes. Sendo assim, a BNCC instrui:

Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (BNCC, 2017, p. 274).

Dessa forma, a pesquisa toma caráter qualitativo, pois buscou enxergar as potencialidades dos jogos, focado em uma necessidade da aprendizagem matemática, a qual está em constante desenvolvimento e não focando apenas nos estudantes, mas também nos professores com o intuito que o material possa se tornar auxiliador para ambos. Além dessas características podemos citar Bogdan e Biklen (1994), os quais nos apresentam cinco características de pesquisas qualitativas, sendo elas: ambiente natural, descrição, interesse pelo processo, analisar os dados de forma indutiva e o significado.

Contextualizando a pesquisa, ela se desenvolveu em uma Escola Estadual, localizada na zona norte do município de Porto Alegre, com estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, os quais mostraram-se muito entusiasmados com as práticas, participativos e solícitos as normas de convivência estabelecidas em sala de aula, respeitando não só ao professor pesquisador, mas também uns aos outros. A escolha desta escola se deu por conveniência do pesquisador, visto que ao mesmo tempo das práticas desta pesquisa, esse estava realizando o Estágio Curricular Supervisionado nessa escola, à qual possui Ensino Fundamental e Médio, tem em torno de mil estudantes matriculados e é composta por mais de oitenta professores. Além disso,

foi muito receptiva ao estudante universitário, cedendo seu espaço para a produção de conhecimento.

Ademais, escolhem-se estudantes do 3º ano, pois segundo a BNCC é durante esse período que deve-se desenvolver o objeto de conhecimento da análise de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral, conceito que estará presente na prática do jogo “corrida de cavalos”. Vale ressaltar que esses termos não serão expostos aos alunos, mas sim as ideias subjacentes a eles. Além do fator que foi possível explorar habilidades que talvez já tenham sido desenvolvidas no 2º ano pelos estudantes, como a classificação dos resultados em eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.

Pelas razões apresentadas, enxergamos nossa pesquisa com potencial de agregar conteúdo à temática de ensino e aprendizagem de conteúdos específicos de matemática, em nosso caso particular a introdução ao pensamento probabilístico aos estudantes dos anos iniciais. Em seguida apresenta-se o detalhamento das atividades que foram praticadas com os alunos, para gerar os dados a serem analisados.

3.2 Detalhamento da prática

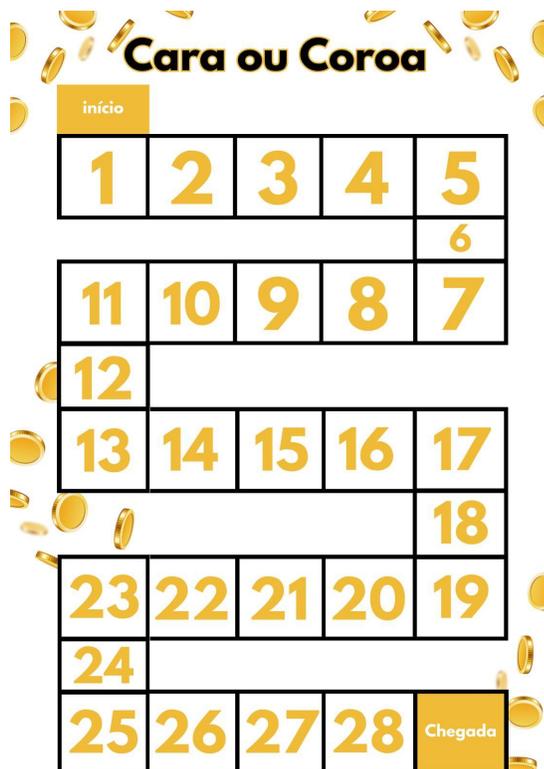
A prática de ensino foi desenvolvida em três encontros e teve como instrumento dois jogos: “Cara ou Coroa” e a “Corrida de Cavalos”, sendo o primeiro trazendo aspectos introdutórios, enquanto o segundo propõe novas reflexões aos alunos. A fim de realizar a exploração em relação a percepção não só de alguns estudantes, mas da turma em geral, foram convidados todos os estudantes da turma a participarem da pesquisa. Os dados foram produzidos por meio de folhas de registros individuais, além da gravação do áudio na sala de aula, permitida pelos responsáveis via termo para utilização de imagem e som de voz para os fins de pesquisa acadêmica. Os registros de áudio foram posteriormente transcritos, complementando assim a análise da prática. A fim de preservarmos a identidade dos participantes da pesquisa, utilizamos E1, E2, E... para nos referirmos aos estudantes e PP ao professor pesquisador. .

Sendo assim, o primeiro encontro tratou acerca das habilidades que os

estudantes têm em desenvolvimento, como uma introdução para o jogar a “corrida de cavalos” por meio do jogo cara ou coroa. Inicialmente, a prática se iniciou com o pesquisador agradecendo a oportunidade de realizar os encontros à professora titular da turma, e se apresentando brevemente aos estudantes. Em seguida foi pedido aos estudantes que sentassem em duplas e foi entregue o tabuleiro do jogo a cada dupla e a primeira folha de registro individual, a qual está nos anexos deste trabalho. A intenção da folha individual foi que os estudantes pudessem registrar seus pensamentos. Em seguida foi explicado aos estudantes as instruções para jogar, descritas da seguinte forma: Os jogadores deverão decidir quem será o jogador A e o jogador B e, em seguida, deverão lançar moedas, as quais são disponibilizadas pelo pesquisador, sendo que:

- Se sair duas coroas: o jogador A avança três casas.
- Se sair duas caras: o jogador B avança três casas.
- Se sair uma cara e uma coroa: os dois jogadores avançam uma casa.
- Ganha o jogador que chegar primeiro ao final do percurso.

Figura 1- Tabuleiro do jogo cara ou coroa



Fonte: Elaboração própria

Desse modo, os participantes tiveram que responder uma pergunta antes de jogar, palpitando quem vencerá e explicando o porquê. Após terem a experiência do jogo, registrou-se o vencedor do jogo, assim como a opinião dos jogadores se existe algum lado que é mais provável de sair, cara ou coroa. Por fim, responderam a uma pergunta hipotética visando compreender eventos independentes, escrita da seguinte forma: “Na sua vez, Marcos lançou a 1ª moeda e saiu “coroa”. Ao lançar a 2ª moeda, qual é a face que tem mais chances de sair? Por quê?”.

Após o primeiro encontro, a exploração seguiu por meio do jogo da “corrida de cavalos”, no qual cada grupo escolheu dois cavalos para disputar a corrida, jogado em um tabuleiro com 13 cavalos. Por essa razão, e aliado ao fato de o jogo ser o principal instrumento de investigação dessa pesquisa, ela se desenvolveu com 12 a 18 participantes. Devido ao fato de a prática ocorrer em três encontros distintos nos deparamos com a falta de frequência de alguns estudantes em determinados dias. A proposta foi que o jogo fosse composto por 6 equipes, pela quantidade de participantes formaram-se duplas e trios. A partir da divisão das equipes foi distribuído um tabuleiro em folha A3 por equipe, conforme a figura 2 abaixo.

Figura 2- Tabuleiro do jogo corrida dos cavalos

CHEGADA													
10													
9													
8													
7													
6													
5													
4													
3								2+5					
2						3+3	3+4						
1				1+3	2+3	5+1	1+5	2+6					
Número de voltas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
													

Fonte: PNAIC, 2014.

O jogo ocorreu da seguinte forma: os cavalos andam conforme a soma de dois dados lançados, os quais são jogados alternadamente pelas equipes, o número da soma deve ser comunicado a todas equipes e o número do cavalo com a soma obtida andará no tabuleiro. No tabuleiro anota-se o valor da soma para que o cavalo avance, e vence o cavalo que completar primeiro a corrida. O jogo foi explicado e então realizamos uma primeira prática com os estudantes visando compreender se eles já pensaram em alguma estratégia ou apenas escolheram seus números favoritos, por exemplo. O encontro foi dedicado exclusivamente para jogar a corrida de cavalos, pensando que os estudantes necessitam do tempo de jogo para que possam refletir e por meio da brincadeira ocorra o processo de aprendizagem.

Ao iniciar o terceiro encontro, jogamos uma segunda vez, porém com 5 rodadas, devido ao tempo necessário para problematizar a situação com os estudantes. Desta vez foi permitido trocarem os cavalos, nesse ponto o intuito foi enxergar se os alunos já conseguiam criar suas primeiras conjecturas em relação a colocação dos cavalos, acentuando o pensamento de Batista e Borba (2016) acerca dos jogos que buscam desenvolver os pensamentos probabilísticos

[...] além de permitirem a reflexão de uma forma lúdica e espontânea, possibilitam a criação de estratégias para se ganhar o jogo que perpassam pela compreensão de elementos concernentes ao desenvolvimento do pensamento probabilístico (BATISTA; BORBA, 2016, p. 19)

Por fim, se conduziu um debate problematizando a situação no qual iniciou-se abordando aprendizados que foram constituídos durante as partidas. Com intuito de auxiliar os estudantes a enxergarem o espaço amostral e assim enxergarem as possibilidades da soma de dois dados, apresentamos a seguinte tabela de dupla entrada, a qual foi preenchida com o auxílio do professor pesquisador.

Figura 3- Tabela de dupla entrada das possibilidades na soma de dois dados

+						
						
						
						
						
						
						

Fonte: PNAIC, 2014.

Aliado a isso, buscou-se potencializar as escolhas dentro do jogo, através dos questionamentos: "Existe algum cavalo que tem mais chances de ganhar?" "Necessariamente o cavalo que possui mais chances de vencer, vencerá?"

Portanto, devido a metodologia aplicada no trabalho, acreditamos que esta pesquisa possui cunho qualitativo, haja vista o interesse no processo de aprendizagem dos estudantes, não focando simplesmente no resultado dos dados produzidos. Bogdan e Biklen (1994) ainda comentam sobre a necessidade da abordagem da investigação qualitativa exigir que tudo deve ser examinado, sem pensar que existem dados triviais; tudo tem potencial para auxiliar na compreensão da investigação. Nesse sentido, no próximo capítulo a análise da prática ocorrida tem como objetivo olhar para os diferentes processos de aprendizagens dos estudantes e com isso produzir reflexões e conjecturas acerca do nosso objeto de estudo: a introdução ao pensamento probabilístico nos anos iniciais do ensino fundamental.

4 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo da pesquisa se desenvolveu a análise dos dados produzidos por meio da prática realizada com os estudantes, com o intuito de observar o processo de aprendizagem do pensamento probabilístico. Este capítulo foi dividido em três seções, sendo elas relacionadas às habilidades desejadas ao propor os jogos em nossa metodologia, buscou-se com os recursos da gravação de áudio e da folha de registro aliado aos referenciais teóricos citados perceber os conhecimentos construídos, parcialmente construídos e os que não foram construídos.

4.1 Identificação de eventos equiprováveis e eventos independentes

A proposta da investigação acerca do pensamento probabilístico nos anos iniciais iniciou-se com o propósito de perceber os conhecimentos dos estudantes em relação aos chamados eventos equiprováveis, aqueles que têm dentro do seu espaço amostral os pontos amostrais com a mesma probabilidade de acontecer. Dessa maneira, a aplicação do jogo cara ou coroa permitiu trabalhar tanto com algo simples e que pertence ao cotidiano dos alunos, uma moeda, quanto a equiprobabilidade de um evento; tudo isso aliado ao lado lúdico que o jogo carrega.

Ao tratarmos do ensino da probabilidade podemos enfrentar algumas situações que vão contra nossa intuição, gerando assim algum tipo de dificuldade. A aleatoriedade carrega consigo incertezas as quais podem dificultar a compreensão dos estudantes. Nunes (2011, apud PINHEIRO, SILVA, PIETROPAOLO; 2020) problematiza em seu artigo a seguinte situação:

Não sabemos, em um conjunto de eventos possíveis que conhecemos, quais deles vão acontecer, não havendo a possibilidade de determinar quando um evento particular acontecerá nem de prever com certeza a forma como os eventos ocorrem em uma sequência (PINHEIRO, SILVA, PIETROPAOLO; 2020)

Pensando nessa perspectiva, ao planejar a proposta inicial realizada com os estudantes no jogo cara ou coroa, esse aspecto é contemplado durante as ações dos jogadores, visto que todos sabiam das possibilidades após o lançamento da moeda,

apenas duas opções, cara ou coroa. No entanto, antes de iniciar o jogo foi pedido aos estudantes que respondessem a seguinte pergunta: “quem tem mais chances de ganhar o jogo? por quê?” Esse questionamento foi realizado para compreender se conseguiam perceber que não é possível prever o vencedor, pelo fato de depender das jogadas, as quais ocorrem de forma aleatória.

Dessa forma, por meio da folha de registro que os estudantes receberam com o intuito de expressarem seus pensamentos, foi feita parte da análise de dados para serem refletidos nesta pesquisa, além das gravações de áudio. Antes de entregar a folha de registro, foi realizado um diálogo entre o professor pesquisador.

PP: Quem vocês acham que tem mais chance de ganhar o jogo?

E1: Ela.

E2: Eu.

E3: Nenhum, por que a gente não vai saber.

E4: É verdade.

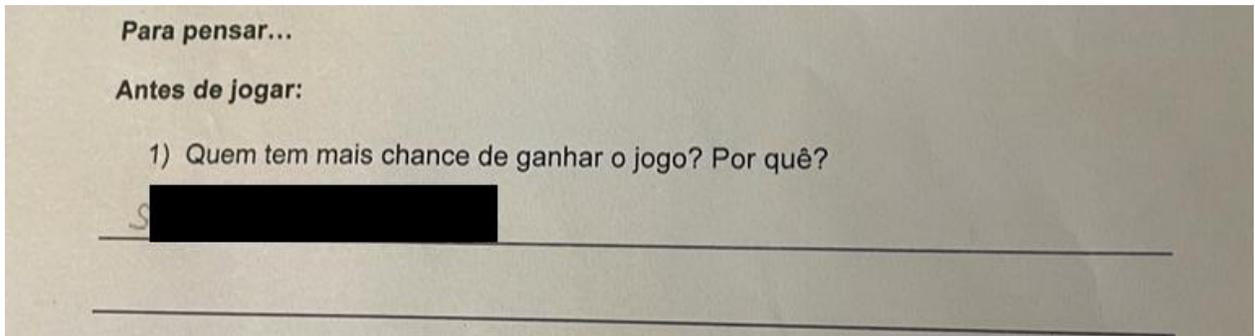
PP: vocês só saberão depois de jogar então?

E3: Sim.

Nesse breve recorte do diálogo, já conseguimos perceber os diferentes pensamentos dos estudantes. Inicialmente E1, ao apontar para a colega da dupla e dizer que ela venceria e E2 confirmar, mostra a ideia de os estudantes vincularem a chance de vencer a uma pessoa específica. No entanto, E3 interrompeu e apresentou para a turma a ideia da imprevisibilidade, visto que não teria como saber quem venceria antes da realização das jogadas, ideia que E4 concordou. Por fim, o professor pesquisador fez uma pergunta tentando extrair da estudante a ideia da independência de eventos, tendo em vista que se um lado ganhar o jogo, não necessariamente ele possuirá mais chances de ganhar novamente. Porém a estudante não percebe isso na hora e o professor pesquisador deu sequência na atividade, pois em outro momento o conceito de eventos independentes iria retornar e ser mais aprofundado, além de não querer influenciar nas futuras respostas dos participantes.

Aliado ao diálogo analisado, também se obteve as respostas por meio da folha de registro, as quais o pesquisador pôde observar três diferentes tipos de pensamentos em relação a esta primeira pergunta registrada pelos participantes.

Figura 4 - Resposta



Para pensar...

Antes de jogar:

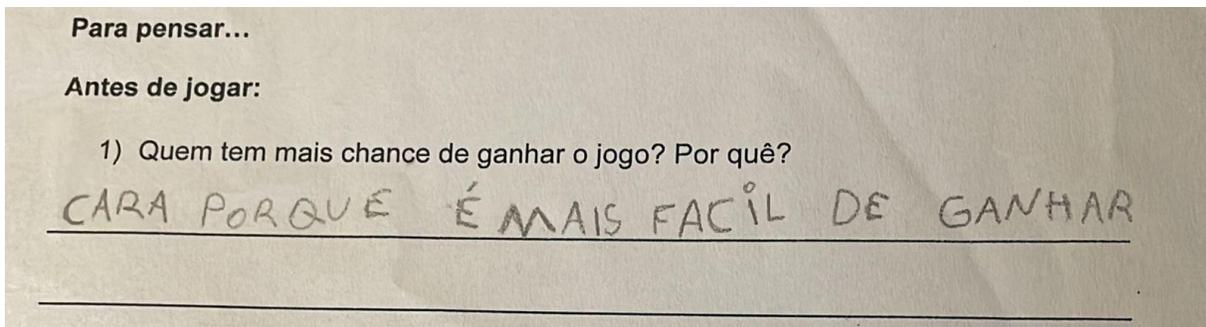
1) Quem tem mais chance de ganhar o jogo? Por quê?

S [REDACTED]

Fonte: A pesquisa

Primeiramente, pôde-se perceber que alguns estudantes atrelaram a chance de vencer com a pessoa de sua dupla, conforme reportado na resposta da figura 4. Com o intuito de preservar o anonimato dos estudantes foi ocultado o nome, sendo exibida somente a inicial. Nessa resposta fazem uma comparação entre os jogadores e assim decidem quem estava mais apto a vencer o jogo, sem se apegar ao fator do lado da moeda escolhido como decisivo à vitória, nem à imprevisibilidade do resultado.

Figura 5 - Resposta



Para pensar...

Antes de jogar:

1) Quem tem mais chance de ganhar o jogo? Por quê?

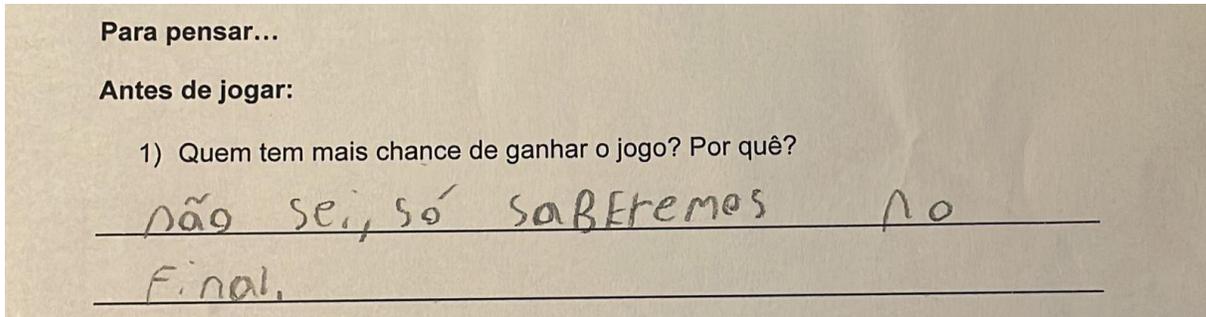
CARA PORQUE É MAIS FÁCIL DE GANHAR

Fonte: A pesquisa

A maioria dos estudantes respondeu tomando um lado da moeda como vencedor, alguns disseram cara, outros coroa; e trazendo justificativas de modo

semelhante ao da figura 5, por exemplo: “cara, porque tem mais chance”, “coroa, porque sempre que jogo dá isso”. E por fim duas estudantes trouxeram o fator imprevisibilidade para definir o vencedor da partida, relatando a resposta da seguinte forma, a qual observamos na figura 6:

Figura 6 - Resposta



Fonte: A pesquisa

Desse modo, ao enxergarmos esses três tipos de respostas é possível afirmar que a turma, em sua maioria, antes de jogar o Cara ou Coroa, não havia desenvolvido o conceito de aleatoriedade de um evento. Braga, Ballejo e Viali (2019) evidenciam que o ensino de probabilidade deve ser feito por meio de diferentes abordagens, propiciando aos estudantes espaço para explorar, analisar, elaborar conjecturas e também realização de generalizações. A fim de propor diferentes abordagens, os estudantes são convidados a primeiramente jogar “Cara ou Coroa”, para que após a experiência do jogo pudessem retomar os pensamentos em relação ao conceito inicial explorado.

Sendo assim, os estudantes tiveram a oportunidade de jogar cara ou coroa, e durante esse momento o professor pesquisador circulou na sala de aula entre as duplas para retirar possíveis dúvidas a respeito do funcionamento do jogo, o qual já havia sido explicado anteriormente. Os alunos, em geral, compreenderam facilmente as instruções do jogo. Dessa forma, conforme os alunos acabaram suas partidas foram orientados a responder três perguntas acerca do jogo recém jogado. Neste momento vale ressaltar que alguns alunos, assim que acabaram de responder, perguntaram se poderiam jogar mais partidas, ou seja, evidencia a ideia de Batanero (2016), a qual sugere que a probabilidade deve ser abordada nos anos iniciais permitindo ao estudante perceber a

aleatoriedade por meio de jogos, experimentos e materiais manipulativos. Pois, desse modo, os alunos podem se sentir motivados a realizar a atividade e por consequência desenvolver seu processo de aprendizagem, no caso do jogo cara ou coroa desenvolvendo o conceito de aleatoriedade a cada vez que joga-se a moeda para cima.

Dando sequência à nossa análise, neste momento refletimos novamente acerca das habilidades da identificação de eventos aleatórios e também de eventos independentes, agora com os alunos tendo praticado o jogo do cara ou coroa. Na primeira pergunta bastava os estudantes responderem quem venceu a partida jogada, o jogador A ou o jogador B, sendo os lados coroa e cara respectivamente. Nesse ponto ocorreu o que era esperado: em parte das duplas ganhou o jogador A e parte ganhou o jogador B, sem disparidade.

Entretanto, torna-se interessante a resposta da pergunta 2 ao fazer conexões com a resposta da pergunta 3 que questiona os estudantes se é mais fácil sair cara ou coroa e o porquê dessa opinião deles. A turma em geral obteve o mesmo pensamento, o lado vencedor da moeda é o lado que tem mais chance de cair; exemplificando em duas respostas dos alunos, conforme as figuras 7 e 8:

Figura 7 - Resposta

Depois de jogar:

2) Quem venceu o jogo, jogador A ou jogador B?

A

3) É mais fácil sair cara ou coroa? Por quê?

COROA CAIU MUITAS VEZES

COROA

Fonte: A pesquisa

Figura 8 - Resposta

Depois de jogar:

2) Quem venceu o jogo, jogador A ou jogador B?

B

3) É mais fácil sair cara ou coroa? Por quê?

cara não sei pq

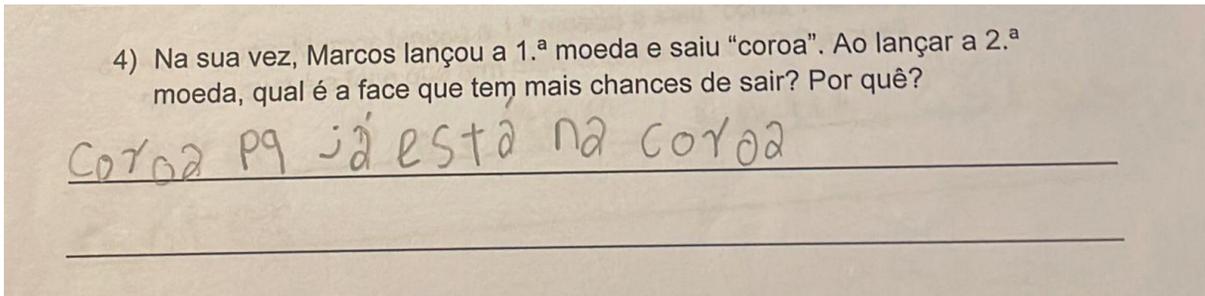
Fonte: A pesquisa

Nesses recortes conseguimos perceber o que Bryant e Nunes (2012) apresentam em seu relatório no qual sugerem que o entendimento da aleatoriedade já é difícil para os adultos, e pesquisas apontam que para as crianças esse entendimento é ainda mais complicado. Além disso, um dos erros, tanto de adultos quanto crianças, é negligenciar o fato dos eventos serem independentes em situações de aleatoriedade, visto que pelo fato de primeiramente ter vencido a coroa não quer dizer que ela vencerá no próximo jogo; poderia ser lançado cinco vezes a moeda para cima e ter caído cara cinco vezes, e ainda assim não seria possível dizer que é mais ou menos provável cair cara no sexto lançamento do que no primeiro lançamento.

Aliado a isso, ao olharmos para a quarta pergunta, a qual possui como principal elemento a independência de eventos, nota-se que há dois tipos de respostas: os que acreditam que, após o primeiro lançamento sair coroa, no segundo lançamento cairá a coroa novamente; e os que pensam que, pelo fato de já ter saído a coroa previamente, no próximo lançamento sairá a cara. Bryant e Nunes (2012) utilizam dois termos para esses pensamentos, efeito de recência negativa e efeito de recência positiva, respectivamente, os quais significam que em uma lista de acontecimentos, a tendência das pessoas é de recordar o último acontecimento e a partir dele ou contrastar ou acreditar que ele se repetirá. Ainda no relatório desses autores, é citada uma pesquisa feita por Chiesi e Primi (2009), a qual apresenta uma maior proporção de erros de recência positiva entre as crianças do que entre adultos. A presente pesquisa corrobora com o estudo realizado, visto que a maioria da turma investigada apontou que, ao

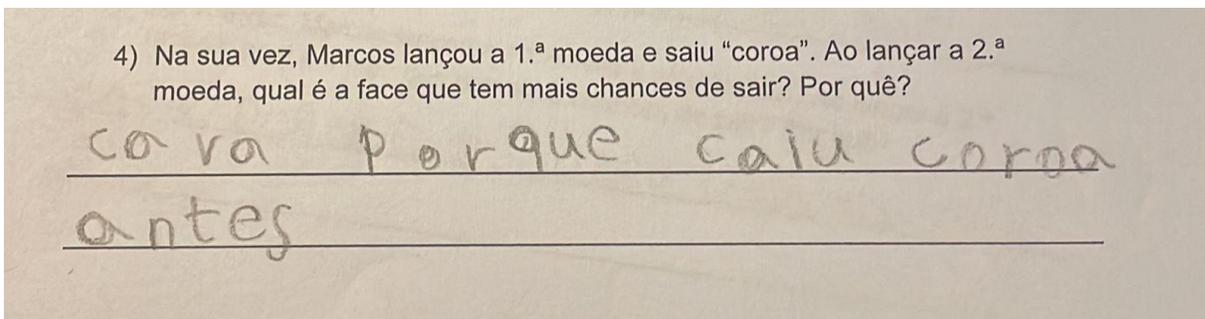
lançar pela segunda vez a moeda cairia coroa, pelo fato de já ter saído coroa previamente.

Figura 9 - Resposta



Fonte: A pesquisa

Figura 10 - Resposta



Fonte: A pesquisa

Portanto, ao concluir a primeira prática com os estudantes do jogo cara ou coroa, pôde-se observar que ainda está em desenvolvimento as habilidades de identificar a aleatoriedade de um evento e também independência entre eventos, conceitos que levam tempo e necessitam de oportunidades para ser realizado o processo do aprendizado. Por essa razão, o professor pesquisador resolveu iniciar o segundo encontro com a turma retomando os conceitos estudados no primeiro encontro por meio de um diálogo com os alunos.

PP: Bom dia, gostaria de começar conversando com vocês, vocês se lembram do jogo que jogamos cara ou coroa?

Turma: Sim.

PP: Levanta a mão aqueles que no jogo o que mais saiu foi cara. (parte da turma ergue os braços)

PP: Agora levanta a mão quem no jogo saiu mais a coroa. (outra parte da sala ergue os braços)

PP: Ficou bem dividido, mais ou menos metade de vocês falaram coroa e metade falou cara. Queria ver com vocês, por que vocês acham que saiu mais cara ou por que saiu mais coroa?

E1: Porque a coroa ganhou.

E2: Mas no meu a coroa perdeu.

E3: No meu a coroa também perdeu.

E4: No meu a coroa venceu.

PP: Tem como a gente prever o que irá acontecer?

Turma: Não.

PP: A informação que temos é que ou vai sair cara ou vai sair coroa, realmente não temos como prever e falamos que o resultado é aleatório.

A partir desse último diálogo pudemos perceber o compartilhamento das vivências dos estudantes e a percepção, com o auxílio do professor pesquisador, da aleatoriedade presente no evento de lançamento de uma moeda. Desse modo, a aula introdutória ao pensamento probabilístico exerceu seu papel de iniciar as reflexões, as quais foram aprofundadas nos outros encontros.

4.2 Identificar todos resultados possíveis, estimando os que têm maior e menor chance de ocorrência

Neste subcapítulo da análise adentramos em outro conceito matemático, o espaço amostral. O espaço amostral é o conjunto de todos resultados possíveis em um experimento aleatório. O significado laplaciano de probabilidade ainda define como uma fração cujo numerador é o número de casos favoráveis e o denominador é o número de todos os casos possíveis (BRAGA, BALLEJO, VIALI, 2020). Ou seja, permite-se o cálculo da probabilidade por meio do espaço amostral, mas na investigação realizada nesta pesquisa não abordamos o cálculo visto que são crianças do 3º ano do

fundamental. Trabalhamos de forma simples, no jogo cara ou coroa, e aprofundamos no jogo da Corrida de Cavalos com noções intuitivas, estimando maior e menor chance da ocorrência de eventos específicos.

Pinheiro, Silva e Pietropaolo (2020) em seu estudo afirmam como essencial determinar o espaço amostral em um evento aleatório para solucionar problemas envolvendo probabilidade, pois normalmente a solução é bastante óbvia para quem conhece todas as possibilidades. Além disso, os autores comentam que a análise do espaço amostral e sua determinação derivam de um raciocínio contrafactual, isto é, não se deve pensar apenas em eventos que ocorreram, mas também em eventos que não aconteceram, no entanto poderiam acontecer. Por essa razão, a primeira análise que é feita em relação a esse conceito nessa investigação é a respeito da percepção e escolha dos cavalos, no jogo corrida dos cavalos.

O jogo da corrida de cavalos foi explorado durante o segundo encontro com os estudantes, para tanto a turma foi dividida em seis equipes. Logo após a divisão foi explicado as regras do jogo e como seria feito sua dinâmica, com o professor pesquisador dando ênfase ao fato do cavalo andar conforme a soma dos dados e que isso poderia influenciar na velocidade do cavalo, buscando assim perceber se algum aluno já faria alguma conjectura em relação a futura escolha. Em seguida foi feita a escolha dos cavalos, a qual foi feita na seguinte ordem: 10, 12, 13, 9, 11, 8, 7, 6, 1, 4, 2, 3. A escolha teve duas rodadas, sendo a primeira escolha do grupo um e assim por diante. Já na segunda rodada começou pelo grupo seis e se fez o caminho contrário, buscando certa igualdade na hora das escolhas. Portanto, os cavalos das equipes ficaram dispostos dessa forma:

Quadro 2 – Escolha dos cavalos na Corrida de Cavalos pelos estudantes.

Grupos	Cavalos
1	10 e 3
2	13 e 2
3	12 e 4
4	9 e 1

5	11 e 6
6	8 e 7

Fonte: Elaboração do autor.

Ao analisarmos o quadro podemos perceber certo padrão nas primeiras escolhas das equipes, na primeira rodada foram escolhidos os cavalos de números maiores. Enquanto na segunda rodada, dentre as possibilidades restantes, a maioria dos estudantes utilizou o mesmo critério para fazer sua escolha. Desse modo, nota-se um padrão, mas ao mesmo tempo ainda não se formula pensamentos em relação aos cavalos que possuem mais chance de vencer a corrida, nem em relação aos cavalos que não venceriam a corrida em nenhuma hipótese, tanto que eles são escolhidos de certa forma até rapidamente pelas equipes.

Bryant e Nunes (2012) em seu estudo apontam que existem pesquisas sobre a capacidade de crianças anteciparem eventos futuros particulares e também altamente determinados. No entanto, não ocorrem estudos acerca da capacidade de crianças construírem listas de possibilidades e eventos incertos de acontecerem. Ou seja, a antecipação é alvo de interesse, visto que por meio dela podemos compreender o campo de visão dos estudantes a respeito do evento que está prestes a acontecer.

O segundo encontro da investigação realizada neste trabalho teve como foco a exploração do jogo da corrida de cavalos. Dessa maneira foi jogado uma partida por completa, com dez rodadas, a fim de que os alunos pudessem vivenciar cada momento e também elaborassem suas primeiras percepções a respeito das habilidades que o jogo desenvolve. Em relação ao espaço amostral, durante o jogo, diversos alunos foram percebendo que os cavalos 1 e 13 não avançaram nenhuma casa, pelo fato de a soma de dois dados ter o valor mínimo 2 e máximo 12. Apresentamos o recorte do áudio em que o primeiro estudante percebe e comenta com o professor pesquisador a respeito do cavalo que não se move com o seguinte comentário: “Prof, o um e o treze é uma combinação que não dá pra andar. O treze e um não vai andar”.

A partir da fala realizada pelo estudante pôde-se ressaltar dois aspectos: a noção da existência de eventos impossíveis e a necessidade da prática para o processo de aprendizagem. O primeiro está presente na Base Nacional Comum

Curricular - BNCC, na seguinte habilidade (EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”. Além disso, a BNCC propõe uma abordagem específica para os anos iniciais, focando no desenvolvimento da noção de aleatoriedade dos eventos e dividindo em três categorias: eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis.

Neste aspecto, pela fala do estudante, notamos que a habilidade está se desenvolvendo conforme ele tem a experiência do jogo da corrida de cavalos; no entanto ele consegue observar a impossibilidade dos cavalos 1 e 13 de andar após diversas rodadas, pelo fato que o cavalo escolhido por ele mesmo, ainda não havia se movimentado. Ou seja, o aluno percebe somente ao fazer as simulações repetidas vezes. Por essa razão acreditamos que devemos trabalhar a classificação dos eventos aleatórios nos anos iniciais, tendo como uma das possibilidades utilizar as simulações práticas como aliadas para a aprendizagem dos estudantes.

Dando continuidade à análise da aprendizagem dos estudantes em relação ao primeiro encontro e momento de prática do jogo corrida de cavalos, os estudantes não tiveram dificuldades em jogar, visto que o jogo possui fácil jogabilidade. No entanto, pelo fato de o cavalo necessitar andar 10 casas até a chegada, o professor pesquisador pôde notar que aqueles que tiveram seus cavalos correndo no páreo ficaram muito atentos, enquanto aqueles que os cavalos não andaram muito acabaram se dispersando. Ao final do primeiro encontro e primeira corrida, o tabuleiro ficou da seguinte forma:

Figura 11 - Tabuleiro da Corrida de Cavalos preenchido por estudante.

	CHEGADA												
10									5+4				
9									6+3				
8				3+1					3+6				
7				3+1					3+6				
6				3+1		4+2	2+5		3+6				
5				1+3	4+1	3+3	3+4		3+6				
4				1+3	4+1	3+3	3+4		6+3				
3			2+1	3+1	1+4	5+1	4+3	3+5	3+6	6+4			
2			1+2	2+2	3+2	1+5	3+4	2+6	3+6	6+4			
1		1+1	2+1	3+1	2+3	3+3	1+6	3+5	5+4	4+6			
Número de voltas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Fonte: A pesquisa

Pela imagem do tabuleiro registrado pela dupla, a qual escolheu os cavalos 2 e 13, podemos perceber o resultado do jogo, o cavalo de número 9 venceu. Resultado interessante, pois ao pensarmos nas possibilidades de soma de dois dados, o número 7 teria vantagem em relação aos demais, visto que seu espaço amostral é maior. No entanto, retoma-se a ideia do evento aleatório, o qual não necessariamente o evento mais provável irá ocorrer. Por fim, ao finalizar o jogo o professor pesquisador encerra o primeiro encontro, deixando espaço para jogar novamente no último encontro, além de fazer as reflexões acerca da prática executada.

No terceiro e último encontro a proposta é de novamente os estudantes jogarem a corrida de cavalos. Devido a experiência do segundo encontro e pelo fato de ser necessário fazer reflexões acerca do jogo, o professor pesquisador decide, fazer com os estudantes uma versão reduzida do jogo sendo que o cavalo que avançasse 5 casas era o vencedor.

Outra vez, se torna interessante analisarmos as escolhas referentes aos cavalos de cada equipe, pois nesse momento os estudantes já tiveram uma experiência com o jogo e com suas peculiaridades. Inicialmente ao revelar aos estudantes que iríamos jogar novamente o jogo, aconteceram os seguintes comentários: “não dá pra ser o

treze, nem o um”, “eu não vou escolher o um” a estudante ainda acrescenta “nem o 12, nem o 11” outro ainda diz “o 11 e o 12 dá sim”, “olha só professor se eu tirar o um aqui, e o um aqui não vai dar” argumentando que seria impossível a soma dar o número um, e o professor responde “agora que tu percebeu isso, no próximo momento da escolha, não escolha o número um”. Em razão da primeira partida, a maioria dos estudantes já conseguiu perceber quais cavalos nunca iam se movimentar e já os excluíram de suas escolhas.

Após os comentários iniciais, a turma foi dividida novamente entre as equipes e iniciaram a escolha dos cavalos. Manteve-se o mesmo critério de escolha do segundo encontro, tendo duas rodadas, sendo a primeira escolha do grupo um e assim por diante. Já na segunda rodada começou pelo grupo seis e se fez o caminho contrário, buscando certa igualdade no momento das escolhas. Sendo assim, as escolhas foram feitas na seguinte ordem: 9, 6, 4, 5, 8, 1, 13, 10, 7, 11, 3, 2.

Quadro 3 – Escolha dos cavalos na Corrida de Cavalos pelos estudantes.

Grupos	Cavalos
1	9 e 2
2	6 e 10
3	4 e 11
4	5 e 7
5	8 e 3
6	1 e 13

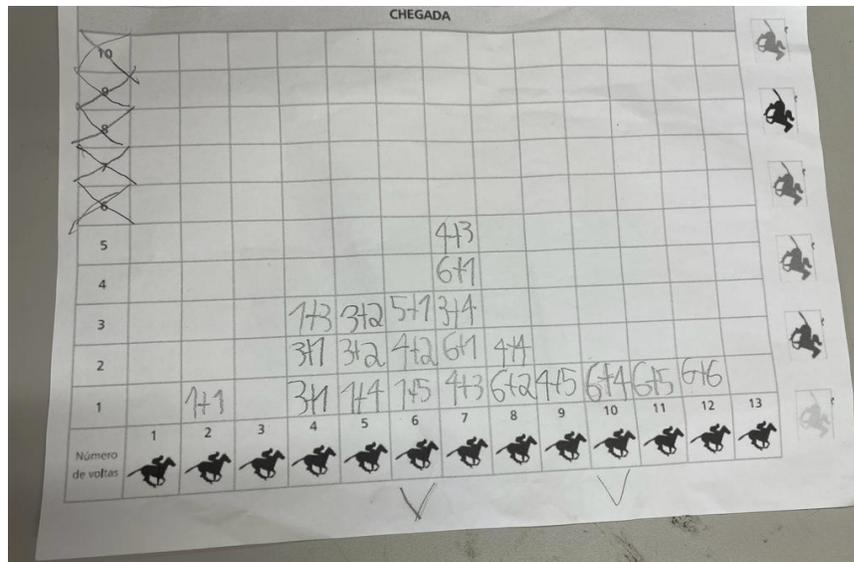
Fonte: elaboração do autor.

Ao analisarmos o quadro podemos perceber pensamentos diferentes em relação a escolha dos cavalos pelos estudantes. O primeiro cavalo que é escolhido é justamente o que venceu a corrida no segundo encontro. O grupo 6 é feito de membros que faltaram no dia do segundo encontro, por essa razão ainda não tinham desenvolvido a questão do evento impossível e escolheram os dois cavalos das extremidades, os quais não se movimentam. Algumas equipes pensaram em

possibilidades do cavalo escolhido andar conforme a soma dos dados, nesse aspecto damos ênfase para equipe 4, a qual por meio do diálogo entre os membros, listou possibilidades de somas e por isso conseguiram fazer duas boas escolhas.

A partir dessas escolhas foi realizada novamente a corrida de cavalos, desta vez de modo reduzido com apenas 5 rodadas até a chegada. Podemos observar o resultado final da corrida no tabuleiro completado pela equipe 2, conforme a figura 12 abaixo:

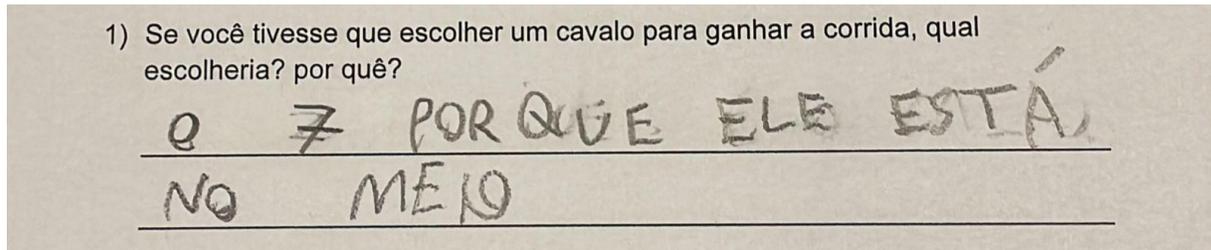
Figura 12 - Tabuleiro da Corrida de Cavalos.



Fonte: Registro feito por estudante

Ao final da partida o professor pesquisador entregou aos estudantes uma folha com o intuito que ali os estudantes pudessem não só refletir acerca do jogo, mas também registrar seus pensamentos. Para tanto, a primeira pergunta contida era “se você tivesse que escolher um cavalo para ganhar a corrida, qual escolheria? por quê?”. Para essa pergunta, a resposta consensual da turma foi a escolha do cavalo de número 7, contudo somos capazes de observar três pensamentos distintos dos estudantes em relação à explicação do porquê a escolha pelo número 7.

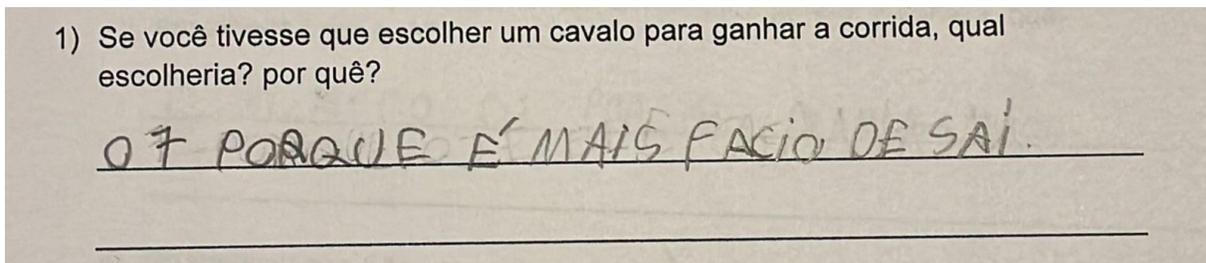
Figura 13 - Resposta



Fonte: A pesquisa

Essa primeira resposta foi dada pelos membros da equipe 2, os quais tiraram essa conclusão após a partida recém jogada, visto que se olharmos geometricamente para a tabela da corrida, o número 7 pode ser descrito como a mediana, o número que está no centro do tabuleiro. Ou seja, pela visão deles o número 7 seria uma boa escolha para vencer a corrida.

Figura 14 - Resposta



Fonte: A pesquisa

Outro tipo de resposta encontrada foi as respostas da equipe 4, conforme figura 14, a vencedora da corrida, na qual explicita que o número 7 é mais fácil de sair. Na sua escrita a estudante não comenta acerca das possibilidades, no entanto ao pensar na escolha dos cavalos, este foi o grupo que pensou em possibilidades de somas, por essa razão a estudante chegou a esta conclusão.

Figura 15 - Resposta

1) Se você tivesse que escolher um cavalo para ganhar a corrida, qual escolheria? por quê?

O NÚMERO 07 POR QUE ELE GANHOU.

Fonte: A pesquisa

Por fim, a resposta que foi dada pela maioria das equipes levou em consideração o fato de que o número 7 havia vencido o jogo e por essa razão seria a escolha dos estudantes.

Dando sequência na investigação foi perguntado aos alunos “Há cavalos que não vencerão a corrida? quais?”. Para essa pergunta a resposta foi unânime, todos os estudantes conseguiram perceber que os cavalos 1 e 13 não poderiam vencer em nenhuma hipótese, pois quando tratamos da soma de dois dados esses dois números não se encontram no espaço amostral do evento. Vale ressaltar que inclusive o grupo 6, o qual faltou ao segundo encontro e escolheu estes cavalos, pôde notar essa impossibilidade, devido ao fato que seus cavalos não andaram nenhuma vez na corrida.

Figura 16 - Resposta

2) Há cavalos que não vencerão a corrida? quais?

SIM O 1 E O 13.

Fonte: A pesquisa

Por essa razão podemos dizer que os estudantes atingiram um desenvolvimento satisfatório em relação a percepção de eventos impossíveis. No entanto, ainda estão desenvolvendo as habilidades de classificação dos eventos como mais prováveis e

menos prováveis. O próximo subcapítulo desta pesquisa busca analisar a compreensão dos estudantes em relação ao espaço amostral do evento da corrida de cavalos tendo como objeto de auxílio a tabela de dupla entrada.

4.3 Analisar dados apresentados por meio de tabela de dupla entrada

Por fim, buscando contemplar os aspectos trazidos na habilidade (EF03MA26) “Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas” iremos fazer a análise da interpretação dos estudantes acerca das informações geradas por uma tabela de dupla entrada construída com o auxílio do professor pesquisador.

Bryant e Nunes (2012) ressaltam que para resolver problemas acerca da probabilidade, não só devemos listar todas as possibilidades, mas também saber classificar elas; e neste segundo aspecto é onde as crianças têm mais dificuldade e o chamam de “agregação”. Para mostrar essa dificuldade os autores utilizam a seguinte situação:

Por exemplo, se você lança dois dados ao mesmo tempo, há 36 possíveis resultados equiprováveis (1,1; 1,2; 1,3 etc.). Mas, se você registrar os resultados em termos da soma dos dois números lançados, há apenas 11 possíveis resultados para as somas, que são do 2 ao 12, e eles não são equiprováveis: um total de sete é duas vezes mais provável do que um total de quatro, por exemplo, pois apenas três dos 36 possíveis pares somam quatro, enquanto seis deles somam sete. Portanto os resultados individuais são equiprováveis, porém os resultados agregados não são (BRYANT; NUNES, 2012, p. 6, tradução nossa).

A ideia da construção da tabela surge justamente como auxílio à percepção do espaço amostral do jogo da Corrida de Cavalos, o qual não é equiprovável, contrastando com o que os estudantes tinham visto recentemente no jogo Cara ou Coroa. Dessa forma, neste subcapítulo, a partir das respostas dos estudantes a dois questionamentos, poderemos comparar a compreensão acerca do espaço amostral antes e depois do preenchimento da tabela de dupla entrada.

O preenchimento da tabela de dupla entrada pelos estudantes ocorreu simultaneamente ao professor pesquisador no quadro, de modo conjunto, completa dessa forma:

Figura 17 - Tabela de dupla entrada das possibilidades na soma de dois dados preenchida por estudante.

Para pensar juntos...

Possibilidades da soma de dois dados

+	■	■	■	■	■	■
■	2	3	4	5	6	7
■	3	4	5	6	7	8
■	4	5	6	7	8	9
■	5	6	7	8	9	10
■	6	7	8	9	10	11
■	7	8	9	10	11	12

Fonte: A pesquisa

A partir da tabela completa, o professor pesquisador realizou um diálogo com os estudantes visando auxiliar a interpretação.

PP: Olhando para a tabela, quais as chances de cair o número 1?

Turma: Zero.

PP: E de cair o número 2?

Turma: Uma vez.

PP: E o número 12?

Turma: Uma.

PP: Uma só também.

Nesse sentido, se desenvolveu o diálogo falando acerca das possibilidades de soma, para agregar cada resultado. Ao final da análise da probabilidade de cada cavalo vencer, o professor pesquisador, visando explorar o conceito de aleatoriedade, segue as percepções de Bryant e Nunes (2012), que dão como sugestão para abordagem desse conceito o uso de jogos, e acrescentam que cabe ao professor explorar tal

conceito em sala de aula, permitindo que ao final os alunos possam refletir se os eventos são justos ou não justos. Desse modo, dá-se continuidade ao diálogo.

PP: O número 7, tem seis chances de se formar. (finalizando a análise das possibilidades de soma)

PP: Então, vocês acham que é uma corrida justa?

Turma: Não.

PP: Mas quer dizer que o número 7 sempre vai ganhar?

Turma: Não.

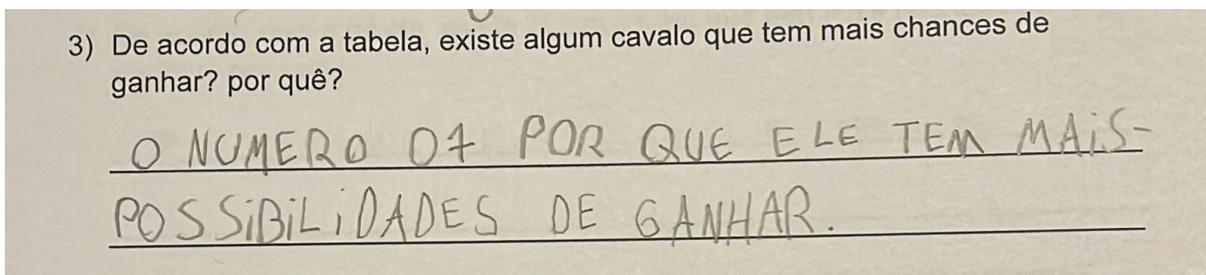
PP: Lembram da outra partida que jogamos? Quem venceu?

Turma: O nove.

PP: Ou seja, tem mais chances de ser o 7, mas não quer dizer que ele vá ganhar.

Na sequência do diálogo, os estudantes responderam a duas perguntas na folha de registro. Sendo a primeira: “De acordo com a tabela existe algum cavalo que tem mais chances de ganhar? por quê?”. Após o preenchimento da tabela a resposta foi consensual que o cavalo de número 7 teria mais chances. Ademais, para explicar o porquê, os estudantes utilizaram em sua maioria os termos “mais possibilidades” e “mais chances”, como ilustra a figura 18:

Figura 18 - Resposta



Fonte: A pesquisa

Por fim, responderam a pergunta: “Necessariamente o cavalo que possui mais chance de vencer, vencerá?” . Também de forma consensual os alunos responderam que não, visto que já haviam experienciado na sua primeira partida da Corrida de

cavalos a vitória do cavalo de número nove. Corroborando o pensamento do professor Fernando Becker (1994, p.12) “é a ação que dá significado às coisas”.

Portanto, podemos dizer que a utilização da tabela de dupla entrada auxiliou no ensino do espaço amostral às crianças, fazendo com que elas pudessem listar todas as possibilidades da soma de dois dados. E assim, dando significado a resposta dos estudantes à pergunta analisada na seção anterior “Se você tivesse que escolher um cavalo para ganhar a corrida, qual escolheria? por quê?” Em consenso escolheram o número 7, mas no momento da justificativa observamos diferentes explicações.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ser hábil a investigar no ambiente escolar proporciona a união do meio acadêmico com a realidade vivenciada no meio colegial. Por essa razão, ter a oportunidade de agregar conhecimento matemático realizando uma abordagem com jogos é entusiasmante.

Guiados pela pergunta “Em quais aspectos um jogo com foco na introdução ao pensamento probabilístico poderá auxiliar no processo de aprendizagem dos estudantes dos anos iniciais?”, a presente pesquisa se desenvolveu; aliado a isso buscamos o objetivo de propiciar uma vivência que possibilite uma experiência de aprendizagem matemática do pensamento probabilístico por meio de dois jogos “Cara ou Coroa” e “Corrida de Cavalos”, os quais são inspirados no caderno de jogos do Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC).

Com intuito de contribuir à investigação realizada nesta pesquisa, apresentamos autores e trabalhos acadêmicos em nosso referencial teórico, o qual foi dividido em dois subcapítulos, sendo o primeiro em relação às teorias de aprendizagem, enquanto o segundo abordamos o ensino de probabilidade nos anos iniciais.

Em relação às teorias de aprendizagem citamos dois autores principais: Fernando Becker e Marco Antonio Moreira. Estes autores apresentam em seus trabalhos diferentes teorias de aprendizagem; comentamos brevemente acerca do comportamentalismo e do humanismo e por qual razão não as adotamos como metodologia em nossa investigação. Na sequência abordamos a teoria construtivista, lógica adotada para compor este trabalho, e argumentamos que pelas razões de utilizar uma abordagem com jogos, pensamos em atrair cognitivamente o estudante para a atividade por meio da ludicidade presente nesta tendência de educação matemática, além de realizar reflexões por meio de perguntas não só sobre a assimilação do material, mas também acerca das suas ações no jogo. Ainda apresentamos outro aspecto que influencia a escolha por essa teoria de aprendizagem, o modelo pedagógico relacional e a perspectiva de manejo que o professor tem em sala com seus estudantes.

Acerca do ensino de probabilidade nos anos iniciais, temos como base três artigos acadêmicos, sendo dois deles relacionando a formação de docentes e o ensino

de probabilidade e o outro sobre a experiência de ensino, a qual possuem elementos similares a prática realizada neste trabalho, além do relatório escrito por Peter Bryant and Terezinha Nunes a respeito do entendimento das crianças de probabilidade.

Inicialmente, percebemos que no Brasil o ensino do pensamento probabilístico está presente no currículo do estudante durante todo seu percurso escolar. Por esse motivo, necessitamos refletir também sobre quem é o encarregado de levar esses conceitos aos estudantes; após analisar diferentes pensamentos concluímos que a formação de professores da educação básica em relação ao ensino de estatística e probabilidade é incipiente, necessitando de aprimoramento profissional nesta área. Pensando em alternativas para aprimorar a formação dos docentes, falamos no entusiasmo necessário e na necessidade da formação continuada. Formação, a qual deve ter dois focos: analisar o raciocínio das crianças e a produção de materiais didáticos.

Nesse sentido, a pesquisa buscou contribuir por meio da reflexão acerca dos pensamentos desenvolvidos pelos estudantes durante à prática dos jogos, retirados do Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), justificando também a escolha por essa tendência de educação matemática, utilizando da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Smole (2007) e Trobia (2016) com argumentos favoráveis ao uso de jogos como meio de ensino na sala de aula.

Para encerrar este subcapítulo, abordamos três conceitos que são explorados na proposta pedagógica desenvolvida nesta investigação, sendo eles: eventos aleatórios, eventos independentes e o espaço amostral. Utilizamos como referencial os autores Peter Bryant e Terezinha Nunes (2012) e sua teoria acerca das demandas cognitivas, focando nas duas primeiras, relacionadas a compreensão da aleatoriedade e a formação do espaço amostral.

A abordagem metodológica da pesquisa se deu por meio de três encontros, com crianças do 3º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual. O primeiro encontro foi dedicado à prática do jogo “Cara ou Coroa”. Enquanto o segundo e terceiro encontros foram dedicados à prática do jogo da “Corrida de Cavalos”. Tanto no primeiro, quanto no terceiro encontro os estudantes foram convidados a refletirem não só aspectos dos jogos, mas também as suas ações durante as partidas.

Ao analisarmos os dados coletados nos três encontros, os organizamos dividindo o capítulo em três, visando perceber o desenvolvimento das habilidades descritas nos objetivos de ensino da pesquisa. Em relação à percepção prévia ao jogo Cara ou Coroa, os estudantes não haviam desenvolvido o conceito de aleatoriedade de um evento. No entanto, após a prática do jogo foi possível observar que as habilidades de compreensão de eventos aleatórios e também da independência entre eventos ainda estão em desenvolvimento. Conceitos esses que estarão presentes durante a fase escolar do aluno, ou seja, necessitam tempo e oportunidades para que ocorra o processo de aprendizagem; entretanto com a aplicação desta atividade os estudantes já puderam ser introduzidos ao pensamento probabilístico.

Na sequência investigamos acerca da compreensão do espaço amostral e da capacidade de estimativa de ocorrência dos eventos. Na primeira partida do jogo da Corrida de Cavalos pode-se notar a construção da noção de eventos impossíveis e a necessidade da prática para o processo de aprendizagem, pois os alunos percebem esses eventos a partir das repetidas simulações. Já a partir da segunda partida, iniciou por parte de alguns estudantes o pensamento sobre o espaço amostral, listando as possibilidades da soma de dois dados; além da percepção dos eventos impossíveis listados na primeira partida.

Por fim, com o intuito de auxiliar na percepção e listagem do espaço amostral presente no jogo da Corrida de Cavalos, utilizou-se uma tabela de dupla entrada para realizar a agregação dos resultados. Dessa forma, os estudantes conseguiram dar significado às conclusões que tinham chegado anteriormente ao jogar, além de ajudar a identificar os eventos que têm mais e menos chance de ocorrência. Ou seja, podemos dizer que a utilização da tabela de dupla entrada favoreceu o ensino do espaço amostral às crianças.

Nesse sentido, buscando responder a pergunta diretriz, com base nas reflexões, referenciais e dados produzidos, podemos dizer que os jogos escolhidos nesta investigação puderam auxiliar o processo de aprendizagem tanto da aleatoriedade, quanto do espaço amostral e da percepção da probabilidade na ocorrência de eventos. Em cada um dos encontros realizados foi possível observar a apropriação dos conceitos citados a partir das suas falas e construção de estratégias empregadas

durante as jogadas. Os jogos em si são vistos como instrumentos aliados à aprendizagem dos estudantes, e que possuem potencial de desenvolver as habilidades por meio da prática e das experiências proporcionadas.

Portanto, acreditamos que nossa pesquisa é pertinente à educação matemática, utilizando a tendência de jogos para o ensino, apresentamos possibilidades à introdução do pensamento probabilístico. Acrescentamos que em relação a experiência vivenciada nesta exploração consideramos muito satisfatória, visto que os estudantes mostraram-se interessados não só em jogar, mas também em refletir os aspectos do jogo; desse modo atingindo o objetivo de introduzir o pensamento probabilístico. Ressaltamos que a experiência realizada nesta investigação não resolve as dificuldades enfrentadas no ensino da probabilidade em si, mas sim surge como um recurso que busca auxiliar no desenvolvimento das habilidades que podem ser desenvolvidas com as crianças, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Além da prática realizada com os estudantes nesta pesquisa, pensamos que novas explorações acerca dessa temática podem ser realizadas. Uma delas seria o exercício da construção de gráficos, apresentando por exemplo as possibilidades de soma de dois dados, explorando também conceitos de simetria e frequência, os quais alguns estudantes perceberam, por exemplo, a partir da construção de gráficos de barras.

Realizar essa pesquisa foi importante para mim enquanto professor, pois possibilitou não só uma prática elaborada com a tendência de jogos na educação matemática, mas também a percepção do desenvolvimento das habilidades e compreensão dos conceitos em relação ao pensamento probabilístico dos estudantes.

No entanto, durante o processo de elaboração desta investigação, encontrei desafios: elementos que pareciam corretos, poderiam ser ajustados ou melhorados; pensamentos em relação ao ensino e aprendizagem das crianças foram se modificando a partir das orientações e leitura de referenciais. Contudo, foram esses desafios que permitiram com que ocorresse meu aprendizado, seja no aspecto da minha formação docente, quanto no amadurecimento do pesquisador que pretendo ser.

Por fim, cito Bryant e Nunes (2012), os quais ressaltam em seu trabalho que já encontraram pesquisas com conclusões interessantes sobre o entendimento do

conceito de aleatoriedade e das dificuldades enfrentadas em quantificar. Entretanto, citam que alguns aspectos poderiam ter mais atenção e gerar valiosas informações, sendo assim para o futuro da pesquisa de crianças e probabilidades sugerem abordar as habilidades de desenvolvimento da base cognitiva para construção do espaço amostral, cálculo de proporções como frações. Além disso, afirmam ser necessário estudar como o entendimento introdutório das crianças influencia no seu aprendizado no futuro.

Nesse sentido, as investigações nesta temática estão evoluindo com o passar do tempo, no entanto ainda encontramos espaços para o desenvolvimento de pesquisas com em ensino e aprendizagem de probabilidade. Sendo assim, pretendo aproveitar desse espaço e contribuir com pesquisas nessa área de ensino, com o intuito de agregar e qualificar o processo de aprendizagem dos estudantes por meio de trabalhos futuros.

6 REFERÊNCIAS

BECK, Vinicius Carvalho et al. Uma Revisão sobre Pesquisas Brasileiras que Abordam a Educação Estatística nos Anos Iniciais. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 25, 2018.

BECKER, Fernando. Aprendizagem - concepções contraditórias. **Schème Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**. Vol. 1, n. 1 (jan/jun. 2008), p. 53-73.

BECKER, Fernando. Modelos pedagógicos e modelos epistemológicos. **Educação & realidade**. Porto Alegre. Vol. 19, n. 1 (jan./jun. 1994), p. 89-96.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari K. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto Editora, 1994.

BRAGA, Elisabete R. BALLEJO, Clarissa C. VIALI, Lori. Minicurso de Probabilidade: uma Proposta de Formação Continuada para Docentes dos Anos Iniciais. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**. Vol 13, n. 4. 2020, p. 461-471.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: 25 de abril de 2022.

BRASIL. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: jogos na alfabetização matemática no pacto nacional pela alfabetização na idade certa** / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão

BRYANT, Peter. NUNES, Terezinha. 2012. **Children's Understanding of Probability: a literature review**. London: Nuffield Foundation. Recuperado em http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_FINAL.pdf

Congresso Nacional de Educação, VI, 2019. Erematsul, XXII, 2016. **A importância da matemática nos anos iniciais**.

CONTI, Keli Cristina; BÔAS, Sandra Gonçalves Vilas. Acaso e probabilidades nos anos iniciais: potencial dos jogos como mediadores na construção do conhecimento. **Revista Brasileira De Educação Em Ciências E Educação Matemática**, v. 3, n. 2, p. 379-399, 2019.

HERZOG, Rodrigo C. B. et al. PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA PROPOSTA DE JOGO COMO RECURSO DIDÁTICO. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. Vol 10, n. 2. 2019.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo. 1999.

MOURA, P. C. VIAMONTE, A. **Jogos Matemáticos como recurso ditáctico**. Lisboa: APM, 2005.

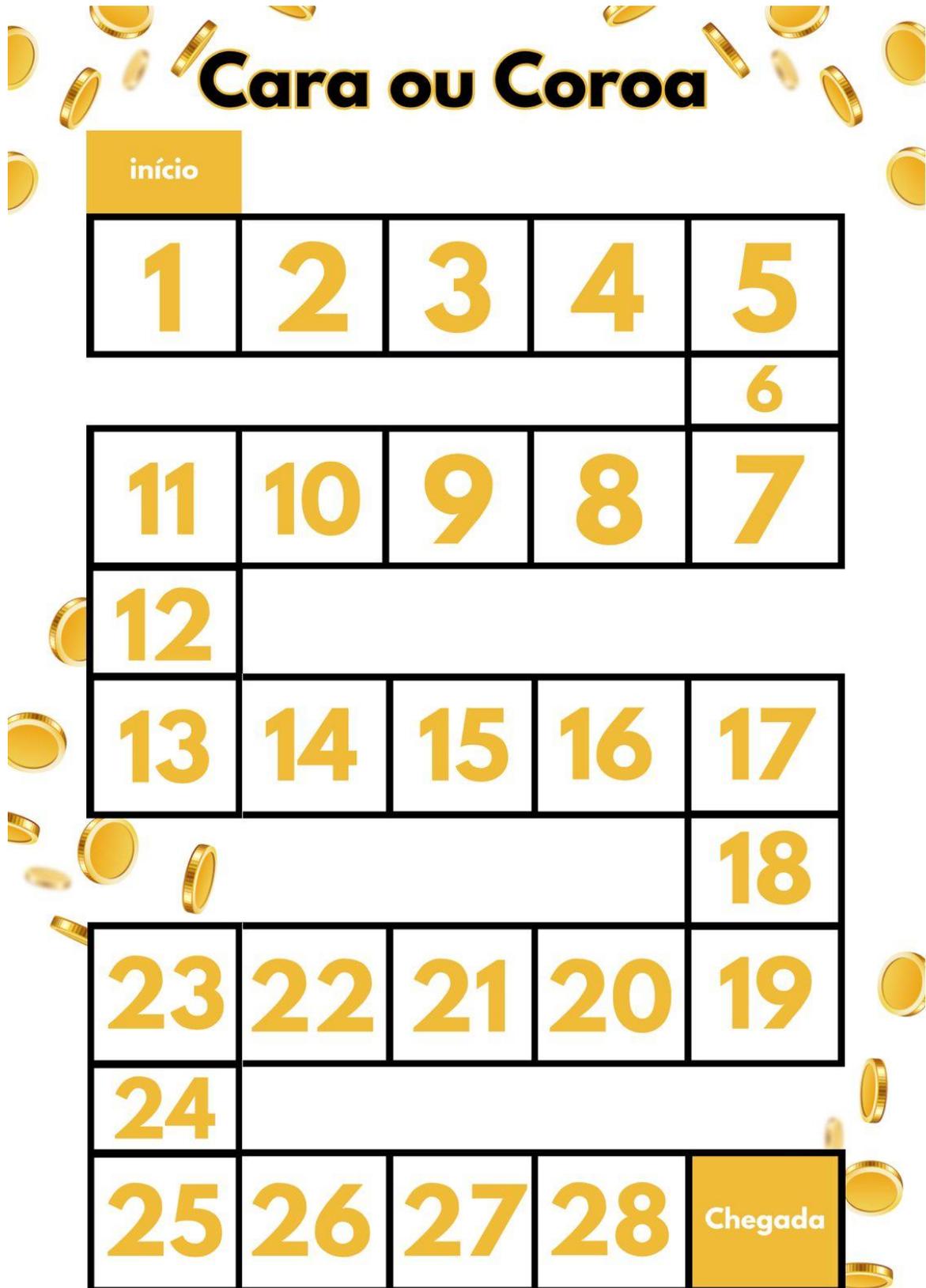
PINHEIRO, Maria G. C. SILVA, Angélica F. G. PIETROPAULO, Ruy C. **Conhecimento Profissional de Professores dos Anos Iniciais** do Ensino Fundamental Sobre Espaço Amostral e Quantificação de Probabilidades. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*. Vol. 13, n.4. 2020, p. 410-419.

SAMÁ, Suzi; SILVA, Rejane Conceição Silveira da. Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da Base Nacional Comum Curricular. **ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática**, v. 28, p. 1-21, 2020.

DE TOLEDO, Sezilia Olmo; LOPES, Lopes. Mapeamento de pesquisas brasileiras sobre o letramento estatístico, probabilístico e estocástico, realizadas no período de 2015 a 2020. **Revista Educação Matemática em Foco**, v. 10, n. 1, p. 112-130, 2021.

TROBIA, Isabelle Alves. TROBIA, José. **Jogos Matemáticos: uma tendência metodológica para ensino e aprendizagem de matemática**. In: *Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades*, XII, 2016, São Paulo. Encontro Nacional de Educação Matemática... Local de impressão do documento: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2016. p. nº 1- nº 12.

APÊNDICE A – TABULEIRO CARA OU COROA E FOLHA REGISTRO



JOGO “CARA E COROA”

Instruções:

- Os jogadores deverão decidir quem será o jogador A e o jogador B.
- Em seguida, deverão lançar duas moedas sendo que:
 - Se sair duas coroas: o jogador A avança três casas.
 - Se sair duas caras: o jogador B avança três casas.
 - Se sair uma cara e uma coroa: os dois jogadores avançam uma casa.
- Ganha o jogador que chegar primeiro ao final do percurso.

Para pensar...

Antes de jogar:

- 1) Quem tem mais chance de ganhar o jogo? Por quê?

Depois de jogar:

- 2) Quem venceu o jogo, jogador A ou jogador B?

- 3) É mais fácil sair cara ou coroa? Por quê?

- 4) Na sua vez, Marcos lançou a 1.^a moeda e saiu “coroa”. Ao lançar a 2.^a moeda, qual é a face que tem mais chances de sair? Por quê?

JOGO “CORRIDA DE CAVALOS”

- 1) Se você tivesse que escolher um cavalo para ganhar a corrida, qual escolheria? por quê?

- 2) Há cavalos que não vencerão a corrida? quais?

Para pensar juntos...

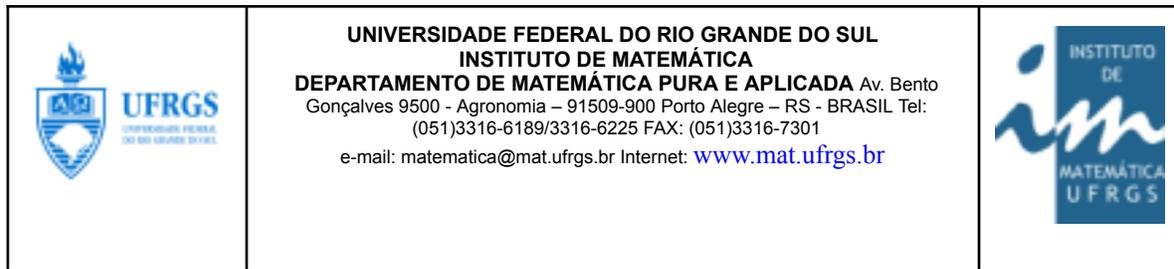
Possibilidades da soma de dois dados

+						
						
						
						
						
						
						

- 3) De acordo com a tabela, existe algum cavalo que tem mais chances de ganhar?
por quê?

- 4) Necessariamente o cavalo que possui mais chances de vencer, vencerá?

APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO (RESPONSÁVEIS PELOS ESTUDANTES)



TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada “Explorando o pensamento probabilístico nos anos iniciais”, desenvolvida pelo pesquisador Pedro Guilherme Seidel Barcelos. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pela professora Doutora Cristina Cavalli Bertolucci, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (xx) xxxxx-xxxx ou e-mail xxxxxxxxxxx@xxxx.xxx.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são: potencialidade de ensino por meio da utilização de jogos, reflexões acerca das vivências do período de prática das atividades.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação.

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre o ensino de probabilidade para os anos iniciais, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx, xx/telefone (xx) xxxxx-xxxx/e-mail xxxxxxxxxxxx@xxxx.xxx.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa:

APÊNDICE D – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (ESTUDANTES)

	<p style="text-align: center;">UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL INSTITUTO DE MATEMÁTICA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br</p>	
---	---	---

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TALE

Você está sendo convidado(a) a participar como voluntário do projeto de pesquisa “Explorando o pensamento probabilístico nos anos iniciais” sob responsabilidade da professora/pesquisadora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) Doutora Cristina Cavalli Bertolucci. O estudo será realizado com os estudantes dos anos iniciais durante o período das oficinas matemáticas realizadas no laboratório de matemática da escola, momento no qual os alunos participam não só de jogos do cotidiano, mas também jogos matemáticos. Neste momento será oportunizado a construção do pensamento probabilístico acerca das práticas dos jogos. No decorrer da pesquisa será gravado o áudio, e posteriormente a imagem dos trabalhos realizados por eles para a potencialidade de ensino por meio da utilização de jogos, reflexões acerca das vivências do período de prática das atividades. Poderá haver um risco de se sentir cansado ou desconfortável ao responder os questionários e participar de uma das etapas citadas, caracterizado por jogo de tabuleiro da corrida de cavalos em grupos.

Os seus pais (ou responsáveis) autorizaram você a participar desta pesquisa, caso você deseje. Você não precisa se identificar e está livre para participar ou não. Caso inicialmente você deseje participar, posteriormente você também está livre para, a qualquer momento, deixar de participar da pesquisa. O responsável por você também poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento.

Você não terá nenhum custo e poderá consultar o(a) pesquisador(a) responsável sempre que quiser, por e-mail ou pelo telefone da instituição, para esclarecimento de qualquer dúvida. Todas as informações por você fornecidas e os resultados obtidos serão mantidos em sigilo, e estes últimos só serão utilizados para divulgação em reuniões e revistas científicas. Você será informado de todos os resultados obtidos, independentemente do fato de estes poderem mudar seu consentimento em participar da pesquisa. Você não terá quaisquer benefícios ou direitos financeiros sobre os eventuais resultados decorrentes da pesquisa. Este estudo é importante porque seus resultados fornecerão informações sobre o ensino de probabilidade para os anos iniciais, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

Diante das explicações, se você concorda em participar deste projeto de pesquisa, forneça o seu nome e coloque sua assinatura a seguir.

Nome: _____
 Data: _____, _____ de _____ de 20__

Participante Pesquisador(a) responsável

OBS.: Termo apresenta duas vias, uma destinada ao participante e a outra ao pesquisador.

Nome Pesquisador(a): Pedro Guilherme Seidel Barcelos
Cargo/função: licenciando em matemática
E-mail: xxxxxxxxxxxx@xxxx.xxx
Instituição: Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Endereço: xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx, xx
Telefone: (xx) xxxxx-xxxx

APÊNDICE E - CARTA DE ANUÊNCIA DA ESCOLA

	<p>UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL INSTITUTO DE MATEMÁTICA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA Av. Bento Gonçalves 9500 - Agronomia – 91509-900 Porto Alegre – RS - BRASIL Tel: (051)3316-6189/3316-6225 FAX: (051)3316-7301 e-mail: matematica@mat.ufrgs.br Internet: www.mat.ufrgs.br</p>	
---	---	---

CARTA DE ANUÊNCIA DA ESCOLA

O(A) Diretor(a) da escola.....localizada na cidade de.....declara estar ciente e de acordo com a participação dos estudante(s) e/ou professor(es) desta escola nos termos propostos no projeto de pesquisa intitulado “EXPLORANDO O PENSAMENTO PROBABILÍSTICO NOS ANOS INICIAIS”, que tem como objetivos verificar a potencialidade do ensino por meio da utilização de jogos, reflexões acerca das vivências do período de prática das atividades. Este projeto de pesquisa encontra-se sob responsabilidade da professora e pesquisadora Doutora Cristina Cavalli Bertolucci, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e é desenvolvido pelo acadêmico Pedro Guilherme Seidel Barcelos vinculado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

A presente autorização está condicionada ao cumprimento dos requisitos das resoluções 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional da Saúde, Ministério da saúde, comprometendo-se os pesquisadores a usar os dados pessoais dos sujeitos da pesquisa exclusivamente para fins científicos, mantendo o sigilo e garantindo a não utilização das informações em prejuízo dos sujeitos.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Nome do(a) Diretor(a):

Assinatura _____

Professor(a)/Pesquisador(a) responsável (UFRGS):

Assinatura _____