

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
CENTRO DE ESTUDOS E PESQUISA EM SENSORIAMENTO REMOTO  
E METEOROLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SENSORIAMENTO REMOTO

VAGNER CONCEIÇÃO NUNES

**TESTES SOBRE A EFICIÊNCIA DO MODELO DO  
GEOPOTENCIAL EGM2008 NA CIDADE DE  
PORTO ALEGRE**

Porto Alegre  
2010

VAGNER CONCEIÇÃO NUNES

**TESTES SOBRE A EFICIÊNCIA DO MODELO DO  
GEOPOTENCIAL EGM2008 NA CIDADE DE  
PORTO ALEGRE**

Dissertação apresentada como requisito para conclusão de Mestrado em Sensoriamento Remoto, do Programa de Pós-graduação em Sensoriamento Remoto, do Centro de Estudos e Pesquisa em Sensoriamento Remoto e Meteorologia, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Área de Concentração: Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento – Linha de Pesquisa: Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Florêncio de Souza  
Orientador: Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka

Porto Alegre  
2010

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

Reitor: Prof. Dr. Carlos Alexandre Netto

Vice Reitor: Prof. Dr. Rui Vicente Oppermann

**CENTRO DE ESTUDOS E PESQUISA EM SENSORIAMENTO REMOTO E METEOROLOGIA**

Diretora: Profa. Dra. Rita de Cássia Marques Alves

Diretor Substituto: Prof. Dr. Laurindo Antonio Guasselli

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SENSORIAMENTO REMOTO**

Coordenadora: Profa. Dra. Silvia Beatriz Alves Rolim

Coordenador Substituto: Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka

Comissão Coordenadora:

Profa. Dejanira Luderitz Saldanha

Prof. Dr. Jorge Ricardo Ducati

Profa. Eliana Lima da Fonseca

CIP. Brasil. Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação

N972t Nunes, Vagner Conceição

Testes sobre a eficiência do modelo do geopotencial EGM2008 para determinação da ondulação geoidal na cidade de Porto Alegre. / Vagner Conceição Nunes ; orientação Marcelo Tomio Matsuoka , Sérgio Florêncio de Souza. - Porto Alegre, 2010. - Dissertação (mestrado). - Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

1. Nivelamento/GPS 2. Altimetria por GPS  
3. Modelo geoidal 4. EGM2008 5. Geodésia física  
6. Geoide - Porto Alegre I. Matsuoka,  
Marcelo Tomio II. Souza, Sérgio Florêncio de  
III. Título.

CDD 526.1

VAGNER CONCEIÇÃO NUNES

**TESTES SOBRE A EFICIÊNCIA DO MODELO DO GEOPOTENCIAL  
EGM2008 NA CIDADE DE PORTO ALEGRE**

**Banca examinadora:**

Prof. Dr. Francisco Humberto Simões Magro

Prof. Dr. Mauricio Roberto Veronez – UNISINOS

Profa. Dra. Silvia Beatriz Rolim – UFRGS

*Dedico este trabalho a minha doce Juliana,  
que é a motivação de tudo.*

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus queridos pais Alceu e Vera Nunes pelo amor incondicional e pelo tempo dedicado a me transmitir o que de melhor eles possuem.

À Rosana e Jeferson, meus irmãos amados, que são dois exemplos de garra e força.

Às minhas três sobrinhas Luana, Isabeli e Isabel.

À família Peres que agora também é minha família.

Aos Engenheiros Cartógrafos Márcio Lemos e Douglas Mallmann, pelas longas horas de discussão sobre as belezas, desafios e paradoxos dessa nossa árdua missão de mapear o mundo.

Aos futuros Engenheiros Cartógrafos Rodrigo Raupp, Mauro Arruda e Taís que auxiliaram sempre que foi preciso.

Ao meu orientador professor Dr. Sérgio Florêncio, pela idealização do tema para a dissertação e pela oportunidade propiciada.

Ao meu orientador professor Dr. Marcelo Tomio Matsuoka, exemplo de profissional, pelo apoio integral e pela competência inquestionável na condução dessa orientação.

À equipe do LAGEO, sempre pronta a ajudar.

Aos Engenheiros Cartógrafos Rodrigo Salomoni e Ângela Nakahori pelo fornecimento dos dados para o LAGEO.

Aos meus colegas do curso de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, em especial aos colegas Guilherme Oliveira, Fabrício Coelho, Celso Rodrigues, Alan Bisso, Juliana Silveira, Daniel Zanotta e José Caresani pela amizade, cumplicidade e pelos bons jogos de futebol.

Aos amigos Patrick Peres, Ilana Machado e Eduardo do Canto.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e ao Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia (CEPSRM) pela oportunidade que me foi dada.

Ao quadro de professores e servidores do CEPSRM, em especial à Magdalena Assaf pela pró-atividade e profissionalismo.

*A superfície da Terra apresenta uma variedade infinita de lugares.  
Deves fugir de uns e buscar outros.  
Todavia, deves conhecer todos os terrenos com perfeição.*

*(Sun Tzu – A Arte da Guerra)*

*[...] também se disse que tem a forma de um homem  
que aponta para o céu e para a Terra, indicando que o  
mundo inferior é o espelho e o mapa do superior [...]*

*(Jorge Luis Borges – O Aleph)*

*[...] mas afinal que podes tu fazer senão dizer o ponto [...] em  
que tu mesmo te encontras neste planeta.*

*(Herman Melville – Moby Dick)*

## RESUMO

Este estudo apresenta o teste da eficiência do *Earth Global Model 2008* (EGM2008) na geração de um modelo geoidal local, através da compatibilização com a ondulação obtida por posicionamento GPS (*Global Positioning System*) em 63 Referências de Nível (RN's) localizadas no município de Porto Alegre, Rio Grande do Sul. O objetivo geral da dissertação foi analisar a exatidão do modelo geoidal gerado a partir dos coeficientes do modelo geopotencial EGM2008 para nivelamento por GPS no município de Porto Alegre e os objetivos específicos foram: a avaliação do modelo na região de Porto Alegre, a comparação das ondulações geoidais do EGM2008 ( $N_{EGM2008}$ ) com as ondulações geoidais em 63 RN's ( $N_{GPS}$ ), o ajustamento da componente sistemática do geoide que é a diferença entre  $N_{EGM2008}$  e  $N_{GPS}$  e a geração do modelo geoidal local compatibilizado para Porto Alegre. O método adotado apresenta as seguintes etapas: cálculo das ondulações geoidais nas RN's; eliminação de erros grosseiros; geração do modelo geoidal através dos dados do EGM2008 com resolução de 7" de arco; cálculo da componente sistemática do geoide; ajustamento da componente sistemática através de transformação por polinômio de 2° grau com seis parâmetros pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Os resultados obtidos foram: os parâmetros que compatibilizam o modelo geoidal global com o local e modelo geoidal local compatibilizado no formato raster, contendo as ondulações geoidais para todo o município. O novo modelo apresentou erro médio de 1,9 cm e desvio padrão de 7,2 cm. Os resultados da dissertação confirmam que é possível reduzir o erro associado ao modelo global através dos procedimentos adotados. Dessa maneira, conclui que o método utilizado reduziu o valor médio da componente sistemática de 15,4 cm para 1,9 cm após o ajustamento.

**Palavras-chave:** Nivelamento/GPS. Altimetria por GPS. Modelo geoidal. EGM2008. Mapa geoidal. Geoide Porto Alegre.



## ABSTRACT

This study presents the Earth Global Model 2008's (EGM2008) efficiency test on the conception of a local geoid model. The results were acquired through the undulation compatibility obtained by GPS (Global Positioning System) in 63 Bench Mark (BM) located in Porto Alegre, Rio Grande do Sul state, Brazil. The aim of this research was to analyze the accuracy of the geoid model generated from the geopotential model EGM2008's coefficients to GPS leveling in Porto Alegre. The specific goals were the evaluation of the model in Porto Alegre region's, the comparison between the EGM2008 (NEGM2008) geoid undulations and the geoid undulations in 63 BM ( $N_{GPS}$ ), and the adjustment of geoid's systematic component, that is the difference between  $N_{EGM2008}$  and  $N_{GPS}$  and the local geoid model's conception to Porto Alegre. The method used presents the following steps: geoid undulation on RN's's computation; elimination of gross errors; geoid model's conception through EGM2008's data with resolution of 7" of arch; geoid's systematic component computation; adjustment of the systematic component through transformation of 2nd degree polynomial with six parameters by the method of Least Squares. The results were: the parameters that make the models global and local compatible, and local geoid model compatible in raster format, containing the geoid undulations for the entire municipality. The new model showed 1.9 of mean error and 7.2 cm of standard deviation. Through the procedures adopted, the dissertation results' confirm that it is possible to reduce the error associated of the the global model. Therefore, the conclusion is that the method used reduced the mean error of the systematic component from 15,4 cm to 1.9 cm, after the adjustment.

**Keywords:** Levelling/GPS. Altimetry by GPS. Geoid Model. EGM2008. Geoid Map. Porto Alegre Geoid.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<i>Figura 2.1- Lei da gravitação universal</i> .....	20
<i>Figura 2.2- Ondulação geoidal</i> .....	24
<i>Figura 2.3- Transformação de coordenadas</i> .....	26
<i>Figura 2.4- Geopotencial e Esferopotencial</i> .....	29
<i>Figura 2.5- Anomalia e distúrbio da gravidade</i> .....	31
<i>Figura 2.6- Fonte dos dados de anomalia gravimétrica</i> .....	35
<i>Figura 2.7 - Ilustração do satélite CHAMP</i> .....	37
<i>Figura 2.8- Ilustração do satélite GRACE</i> .....	39
<i>Figura 2.9- Influência do grau no modelo</i> .....	42
<i>Figura 2.10- Transformação de similaridade com 7 parâmetros</i> .....	44
<i>Figura 3.1 - Localização</i> .....	57
<i>Figura 3.2 - Processamento de Linhas de Base</i> .....	59
<i>Figura 3.3 - Soluções do processamento das linhas de base</i> .....	60
<i>Figura 3.4 - Mapa das 63 RN's no município de Porto Alegre</i> .....	61
<i>Figura 3.5 - Descrição da Referencia de Nível 243</i> .....	63
<i>Figura 3.6 - Calculation Service</i> .....	66
<i>Figura 3.7 - Arquivo do processamento para elipsoide GRS80</i> .....	67
<i>Figura 3.8 - Modelo Geoidal POA-EGM2008</i> .....	68
<i>Figura 3.9 – Referências de Nível em shapefile sobre raster do modelo</i> .....	69
<i>Figura 3.10 - Comparação numérica entre GRS 1980 e WGS84</i> .....	73

<i>Figura 3.11 -Componente sistemática do geoide nas 63 RN's .....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 3.12 - Separação das RN's para teste e para o ajustamento.....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 4.1- Componente sistemática do geoide ajustada com o transformação de 6 parâmetros, avaliada nas 51 RN's. ....</i>	<i>81</i>
<i>Figura 4.2 - Componente sistemática do geoide ajustada com a transformação de 7 parâmetros, avaliada nas 51 RN's. ....</i>	<i>83</i>
<i>Figura 4.3 - Componente sistemática do geoide ajustada com a transformação de 6 parâmetros, avaliada nas 11 RN's. ....</i>	<i>84</i>
<i>Figura 4.4 - Componente sistemática do geoide ajustada com a transformação de 7 parâmetros, avaliada nas 11 RN's. ....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 4.5- Mapa da Ondulação Geoidal EGM-POA-Compatibilizado .....</i>	<i>87</i>

## LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 2.1: Dados do EGM2008.....</i>	<i>40</i>
<i>Tabela 2.2: Dados do WGS84 (G1150), última realização.....</i>	<i>53</i>
<i>Tabela 2.3: Nivelamento de linhas, circuitos ou seções.....</i>	<i>54</i>
<i>Tabela 3.1: Ajustamento da RN243 .....</i>	<i>60</i>
<i>Tabela 3.2- Referências de Nível em SIRGAS2000.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabela 3.3: Referências de Nível em SIRGAS2000 – Cálculo de <math>N_{GPS}</math> .....</i>	<i>64</i>
<i>Tabela 3.4: Dados do Cálculo no Calculation Service.....</i>	<i>66</i>
<i>Tabela 3.5: Ondulação geoidal nos modelos em SIRGAS200 e WGS84 .....</i>	<i>71</i>
<i>Tabela 3.6: Componente Sistemática nos modelos .....</i>	<i>75</i>
<i>Tabela 3.7: Resumo estatístico de <math>\Delta NSIRGAS-C</math> e <math>\Delta NWGS</math>.....</i>	<i>76</i>
<i>Tabela 4.1: Transformação 6 parâmetros .....</i>	<i>80</i>
<i>Tabela 4.2: Resumo Estatístico de <math>\Delta N_6</math>, calculada para as 51RN's .....</i>	<i>81</i>
<i>Tabela 4.3: Transformação 7 parâmetros .....</i>	<i>82</i>
<i>Tabela 4.4: Resumo estatístico das <math>DN_{ajust7}</math> calculada para as 51RN's.....</i>	<i>82</i>
<i>Tabela 4.5: Resumo estatístico das <math>\Delta N_{ajust6}</math> calculada para as 11RN's-teste.....</i>	<i>84</i>
<i>Tabela 4.6: Resumo estatístico das <math>\Delta N_{ajust7}</math> calculada para as 11RN's-teste.....</i>	<i>85</i>
<i>Tabela 4.7: Comparativo entre as duas transformações.....</i>	<i>86</i>

## LISTA DE SIGLAS

CHAMP	<i>CHAllenging Minisatellite Payload</i> , missão espacial gravimétrica
$\Delta N$	Componente sistemática do geóide
DTM2006.0	Digital Terrain Model 2006
EGM_POA	Modelo Geoidal para Porto Alegre
EGM2008	<i>Earth Global Model 2008</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GOCE	<i>Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer</i> , missão espacial gravimétrica
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i> , missão especial gravimétrica
GRS80	<i>Geodetic Reference System 1980</i> , elipsoide associado ao SIRGAS2000
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ITRF	<i>International Terrestrial Reference Frame</i>
LAGEO	Laboratório de Geodésia da UFRGS
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
$N_{\text{ajustada}}$	Ondulação geoidal ajustada por MMQ
$N_{\text{EGM2008}}$	Ondulação geoidal medida no modelo EGM2008
$N_{\text{GPS}}$	Ondulação geoidal obtida por nivelamento GPS
$N_{\text{GRAV}}$	Ondulação geoidal obtida por método gravimétrico
NMM	Nível médio dos mares
PDOP	<i>Dilution of precision</i> , diluição da precisão do posicionamento tridimensional por GPS
PEC	Padrão de Exatidão Cartográfica
RN	Referência de Nível
RN's	Referências de Nível
SAD69	<i>South American Datum 1969</i> , datum oficial brasileiro utilizado até o ano de 2015, concomitantemente ao SIRGAS2000
SIRGAS2000	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas, época 2000,4, datum oficial brasileiro desde 2005
WGS84	<i>World Geodetic System 1984</i> , sistema geodésico de referência associado ao GPS

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
1.1	Justificativa	16
1.2	Contexto do Estudo	17
1.3	Objetivo Geral	17
1.4	Objetivos Específicos	18
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>19</b>
<b>2.1</b>	<b>Geodésia Física</b>	<b>19</b>
2.1.1	Lei Universal da Gravitação Universal	20
2.1.2	Campo Gravitacional Terrestre	21
2.1.3	Potencial Gravitacional Terrestre expresso em coeficientes dos harmônicos esféricos	22
2.1.4	Campo da Gravidade Normal	28
2.1.5	O Potencial Perturbador	30
<b>2.2</b>	<b>Missões destinadas ao mapeamento do campo de gravidade</b>	<b>34</b>
2.2.1	Missões espaciais gravimétricas	34
2.2.1.1	CHAMP	35
2.2.1.2	GRACE	37
2.2.2	EGM2008	39
2.2.3	Nivelamento por GPS	40
<b>2.3</b>	<b>Compatibilidade entre <math>N_{GPS}</math> e <math>N_{GRAV}</math></b>	<b>42</b>
2.3.1	Determinação da Componente Sistemática	43
2.3.2	Ajustamento da Componente Sistemática pelo Método dos Mínimos Quadrados	45
<b>2.4</b>	<b>Alguns Estudos Realizados a partir de Nivelamento por Satélites</b>	<b>47</b>
2.4.1	Um Geoide Gravimétrico para o Sudeste do Brasil: Determinação pela Integral de Stokes e Avaliação por GPS/Nivelamento	47
2.4.2	O Geoide Gravimétrico e o Nível Médio do Mar na Região do Datum Altimétrico Brasileiro: Um Estudo Comparativo	47
2.4.3	Avaliação de Distorções da Rede Altimétrica Fundamental no Sul/Sudeste do Brasil usando Geoide e GPS	48
<b>2.5</b>	<b>Referenciais Geodésicos</b>	<b>49</b>
2.5.1	Sistema Geodésico Brasileiro (SGB)	50
2.5.2	SIRGAS 2000	50
2.5.3	SAD69	51
2.5.4	Parâmetros de Transformação SAD69 para SIRGAS2000	52
2.5.5	World Geodetic System 84 (WGS84)	53
<b>2.6</b>	<b>Padrão de Exatidão Cartográfica Altimétrico</b>	<b>53</b>
<b>2.7</b>	<b>Nivelamento Clássico – Classes e erro tolerável</b>	<b>54</b>
<b>2.8</b>	<b>Tolerância Posicional</b>	<b>55</b>

<b>3</b>	<b>MÉTODOS</b> .....	<b>56</b>
3.1	Localização do Estudo .....	56
3.2	Análise dos dados das Referências de Nível .....	57
3.2	Geração do modelo geoidal EGM2008 .....	65
3.3	Extração dos dados do modelo .....	69
3.4	Cálculo da componente sistemática .....	72
3.5	Detecção de erro grosseiro no valor da componente sistemática .....	73
3.6	Teste de igualdade entre os dois modelos.....	76
3.7	Ajustamento da componente sistemática .....	78
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b> .....	<b>80</b>
4.1	Vetor dos parâmetros .....	80
4.2	Análise da qualidade nas RN's de teste .....	83
4.2.1	Avaliação das RN's-teste na transformação de polinomial de grau 2 com 6 parâmetros.....	83
4.2.2	Avaliação das RN's-teste na transformação de 7 parâmetros .....	84
4.2.3	Comparação entre as duas transformações.....	85
4.3	Geração do novo modelo EGM-POA-Compatibilizado.....	86
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>88</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>90</b>

# 1 INTRODUÇÃO

A contribuição das missões espaciais vem mudando de maneira significativa o estudo da Terra em diversas áreas do conhecimento. A prospecção climática, análises de áreas suscetíveis a desastres por causas naturais ou pela influência humana, a estimativa de safras e a detecção de ocorrências de degradação do meio ambiente, são exemplos de aplicações das inúmeras missões espaciais. A Geodésia, por sua vez, tem se valido dessa evolução científico-tecnológica para o aperfeiçoamento dos seus objetivos primitivos que são o estudo da forma da Terra e a mensuração de distâncias sobre sua superfície, principalmente através da tecnologia GNSS (*Global Navigation Satellite System*). O posicionamento por GNSS é a solução mais exata quando o objetivo é obter a latitude e a longitude de um ponto na superfície terrestre e a altitude referida ao elipsoide (altitude geométrica).

Apesar dos grandes avanços citados acima, a altitude geométrica não é utilizada para a maioria dos trabalhos de investigação, obras e levantamentos. Nesses casos, o objeto de análise é a altitude ortométrica, referida ao geoide. A utilização do GNSS associado a modelos do geopotencial, é uma das alternativas da conversão da altitude geométrica em altitude ortométrica.

O posicionamento por GNSS tem agregado aos métodos clássicos de levantamento algumas características, como a não necessidade de intervisibilidade entre estações, alta precisão e simplicidade operacional. Além desses fatores, a independência de condições climáticas, torna essa técnica a preferencial para diversas aplicações.

Embora a tecnologia GNSS conte com diversos sistemas de satélites destinados a medições terrestres como o sistema russo de posicionamento global, denominado GLONASS e o sistema europeu, chamado *Galileo* dentre outros, o *Navstar-GPS (Global Positioning System)* foi o primeiro a ser lançado e o mais utilizado até os dias de hoje.

A altitude elipsoidal ( $h$ ), também denominada de geométrica que é obtida por GPS possui natureza puramente geométrica (MONICO, 2000), e por serem referenciadas ao elipsoide necessitam de uma redução ao geoide, superfície equipotencial coincidente com o nível médio dos mares não perturbados (NMM)



(GEMAEL, 1999). O geóide é referência para a altitude ortométrica ( $H$ ), que representa a realidade física e está relacionada ao campo de gravidade terrestre.

Atualmente, o uso de GNSS para nivelamento está limitado à exatidão dos modelos do geopotencial que fornecem a ondulação geoidal ( $N$ ), pois em uma aproximação, pode-se dizer que a altitude ortométrica é dada pela altitude geométrica menos a ondulação geoidal (GEMAEL, 1999).

Nesse contexto, diversas missões para determinação de modelo do geopotencial, através de coeficientes de harmônicos esféricos vêm sendo realizadas, dentre elas pode-se citar as missões CHAMP (*CHALLENGING Minisatellite Payload*) e GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) que até 2008 possibilitaram o cálculo de modelos com coeficientes até o grau 360.

Em 2008, um novo modelo do geopotencial foi elaborado, pela *National Geospatial-Intelligence Agency* - NGA, o EGM2008 - *Earth Geopotential Model 2008*, com coeficientes de grau 2160 (PAVLIS; HOLMES, 2009).

No Brasil, utiliza-se o modelo geoidal MAPGEO2004 (LOBIANCO; BLITZKOW, 2004), obtido através da integração de modelos topográficos, dados do modelo EGM96 (*Earth Geopotential Model 96*), e medições gravimétricas, com erro médio estimado de 50cm (IBGE, 2009).

Além desse método, a realização do rastreamento GPS sobre as Referências de Nível (RN's), nos permite a determinação da ondulação do geóide ( $N_{GPS}$ ), através da interpolação dos valores de ondulação geoidal nas diferentes RN's (ARANA, 2000).

## 1.1 Justificativa

A primeira das justificativas desse trabalho é a possibilidade da utilização da grande quantidade de dados disponibilizados gratuitamente em uma atividade bastante comum no dia a dia dos geodestas, calculistas, enfim, de todos os profissionais, pesquisadores que lidam com GPS e necessitam da altitude ortométrica em suas atividades e pesquisas.

A segunda justificativa é a distância entre os marcos de Referências de Nível existentes no município de Porto Alegre, uma vez que o transporte de altitude pode

variar de poucos metros até alguns quilômetros, o que pode levar a um grande empenho de recursos para a realização do nivelamento.

A terceira justificativa é a facilidade de obter-se a altitude ortométrica independentemente das condições climáticas, com simplicidade operacional em qualquer local da cidade e que possibilitará auxiliar em atividades onde a exatidão do modelo atenda a tolerância posicional do trabalho.

## **1.2 Contexto do Estudo**

O cálculo do EGM2008 precedeu o lançamento da missão GOCE, *Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*, que tem o objetivo de determinar as anomalias do campo de gravidade e o geóide com a exatidão de 1 mGal e de 1 a 2cm, respectivamente (NASA, 2010).

Durante a realização desse trabalho a Prefeitura de Porto Alegre, através de licitação, contratou um grupo de empresas para, entre outros serviços de cartografia, estabelecer um modelo geoidal para o município, o que reforça a relevância do estudo.

Esse serviço contratado pela prefeitura faz parte de um projeto de aproximadamente 20 milhões de reais, embora envolva um trabalho bem mais amplo do que a determinação do geóide local.

Nesse contexto, a cidade de Porto Alegre pode servir de estudo piloto para a modelagem de um geóide local a partir do EGM2008.

## **1.3 Objetivo Geral**

Analisar a exatidão do modelo geoidal gerado a partir dos coeficientes do modelo geopotencial EGM2008 para nivelamento por GPS no Município de Porto Alegre.

#### 1.4 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos da dissertação são:

- a) avaliar a aplicação do modelo em Porto Alegre;
- b) comparar as ondulações geoidais do EGM2008 com obtidas em 63 RN's da Rede de Referência de Nível de Porto Alegre;
- c) ajustar as diferenças entre  $N_{EGM2008}$  e  $N_{GPS}$ ;
- d) gerar o modelo geoidal compatibilizado para Porto Alegre.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão introduzidos conceitos e definições que fundamentaram todo o trabalho. O intuito é elencar os tópicos das diversas áreas do conhecimento que norteiam o estudo, tais como: geodésia física, os métodos de obtenção da ondulação geoidal, tipos de nivelamentos, geodésicos, missões espaciais gravimétricas, o modelo geoidal EGM2008 e ajustamento de observações.

### 2.1 Geodésia Física

A Geodésia Física é o segmento da geodésia que estuda o campo de gravidade e suas aplicações geodésicas (GEMAEL, 1999). O campo gravitacional terrestre é afetado, sobretudo, pelo somatório das massas e pela distância existente entre um dado local e o centro de massa da Terra (um raio  $r$ ). O ponto que está sobre a superfície possui valores de gravidade que dependem da densidade de massa existente ao longo do raio  $r$  e da sua posição geográfica (latitude, longitude e altitude).

O Geoide é a superfície equipotencial coincidente com o nível médio dos mares não perturbados. Portanto, o Geoide tem caráter físico, enquanto a Terra representada por um elipsoide tem aspecto matemático (TORGE, 1980).

Enquanto o geoide tem a função de descrever detalhadamente a superfície terrestre, o elipsoide de referência é uma simplificação que tem por objetivo reduzir a complexidade para o estudo da forma da Terra.

Através da obtenção das anomalias da gravidade, por métodos gravimétricos, é possível o cálculo das componentes do desvio da vertical e das ondulações do geoide, em relação ao elipsoide.

### 2.1.1 Lei Universal da Gravitação Universal

A partir dos enunciados das Leis de Kepler e das observações de Tycho Brahe, Isaac Newton formulou, demonstrando geometricamente, que um planeta durante seu giro em torno do Sol está sujeito a uma força que varia inversamente ao quadrado da distância que os separa (TORGE, 1980).

De acordo com a Lei da Gravitação Universal, dois corpos de massa  $m_1$  e  $m_2$  separados por uma distância  $l$  sofrem ação de uma força (Figura 2.1). No seu enunciado a lei diz: no Universo, duas partículas se atraem mutuamente com uma força proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.

A força, em módulo, é dada pela Equação 2.1 (HOFFMAN-WELLENHOF; MORITZ, 2005).

$$F = G \frac{m_1 \times m_2}{l^2} \quad (2.1)$$

Onde:  $l$  é a distância tridimensional entre as duas partículas;

$m_1$  e  $m_2$  são as massas das partículas atrativas;

$G$  é a constante gravitacional, que tem valor:

$$G = 6,6742 \times 10^{-11} \left[ \frac{m^3}{s^2 kg} \right] \quad (2.2)$$

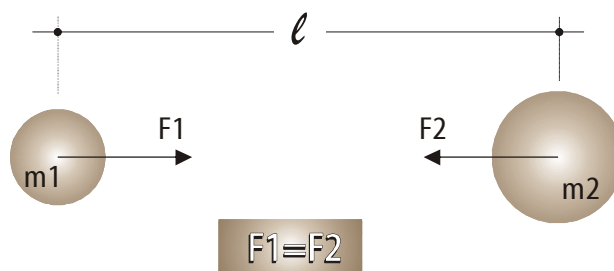


Figura 2.1- Lei da gravitação universal

Como a atração é recíproca, é usual considerar uma partícula como atrativa e a outra como atraída, e atribuir à atraída massa unitária. Dessa forma, a Equação 2.1 é escrita como:

$$F = \frac{Gm}{l^2} \quad (2.3)$$

Onde:  $m$  é a massa unitária.

$l$  é a distância tridimensional entre as duas partículas;

$G$  é a constante gravitacional.

### 2.1.2 Campo Gravitacional Terrestre

Como a gravidade ( $g$ ) é o vetor resultante da aceleração gravitacional (interação das massas) e da aceleração centrífuga (do movimento de aceleração rotacional terrestre), seu valor está diretamente relacionado com (GEMAEL, 1999):

- a) a altitude do ponto, topografia do terreno;
- b) a posição geográfica, em função da variação de  $g$  em relação à latitude. Nos pólos tem-se valores de  $g$  máximos, que diminuem em direção ao equador;
- c) distribuição de massa terrestre;
- d) interação gravitacional de outros corpos do sistema solar.

O último item usualmente é considerado para fins de correção apenas o efeito de maré ou efeito luni-solar. O vetor  $g$  também sofre variação em função das mudanças do nível do lençol freático, do nível dos oceanos e movimento de massas no interior da terra.

### 2.1.3 Potencial Gravitacional Terrestre expresso em coeficientes dos harmônicos esféricos

Para um corpo esférico e homogêneo, o potencial gravitacional é expresso por (HEISKANEN & MORITZ, 1967):

$$V = \frac{Gm}{l} \quad (2.4)$$

Onde:  $V$  é o potencial gravitacional do corpo;

$l$  é o do raio da esfera, que também pode ser escrito com  $r$ ;

$G$  é a constante gravitacional de Newton;

$m$  é a massa do corpo.

Quando se trata de um corpo irregular e de massa heterogeneamente distribuída, que é o caso da Terra, pode-se escrever o potencial gravitacional em harmônicos esféricos (GEMAEL, 1999).

Os harmônicos esféricos sólidos são soluções da equação de Laplace representada em um sistema de coordenadas esféricas (BARTHELMES, 2009).

Os coeficientes dos harmônicos esféricos ou coeficientes de Stokes representam, no domínio espectral a estrutura global e as irregularidades do geopotencial, ou seja, representa o campo de gravidade terrestre.

Os coeficientes do potencial terrestre podem ser determinados de três maneiras:

- a) levantamento gravimétrico;
- b) dados obtidos através do rastreamento de satélites;
- c) altimetria celeste.

A partir da integral de Stokes é possível modelar o geóide em função das anomalias da gravidade. O trabalho de Stokes postula que se conhecendo o valor da gravidade em todos os pontos de uma superfície equipotencial, pode-se determinar a forma dessa superfície,

$$N = \frac{R}{4\pi G} \int \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (2.5)$$

Onde:  $N$  é a ondulação geoidal;  
 $R$  é o raio terrestre médio;  
 $G$  é a gravidade normal (elipsoide);  
 $\Delta g$  é a anomalia gravitacional;  
 $d\sigma$  é o elemento infinitesimal de ângulo na superfície da Terra;  
 $\psi$  é a distância esférica entre o ponto dado de anomalia de gravidade e o ponto em questão;  
 $S(\psi)$  é a função de Stokes, conforme Equação 2.6.

$$S(\psi) = \cos ec(0,5\psi) + 1 - 6sen(0,5\psi) - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \log_e [sen(0,5\psi) + sen^2(0,5\psi)] \quad (2.6)$$

A ondulação geoidal, conforme Figura 2.2, é a distância que separa o geoide do elipsoide. Por isso a relação matemática entre as altitudes ortométricas ( $H$ ) e geométricas ou elipsoidais ( $h$ ), pode ser escrita como sendo a seguinte aproximação (IBGE, 2009):

$$H \approx h - N \quad (2.7)$$

Onde:  $H$  é a altitude ortométrica;  
 $h$  é a altitude geométrica ou elipsoidal;  
 $N$  é a ondulação geoidal.

Trata-se de uma aproximação e não uma igualdade, pelo fato de  $H$  e  $h$  pertencerem à vertical e à normal, respectivamente. O ângulo de separação entre a normal e vertical é chamado de desvio da vertical, conforme Figura 2.2.



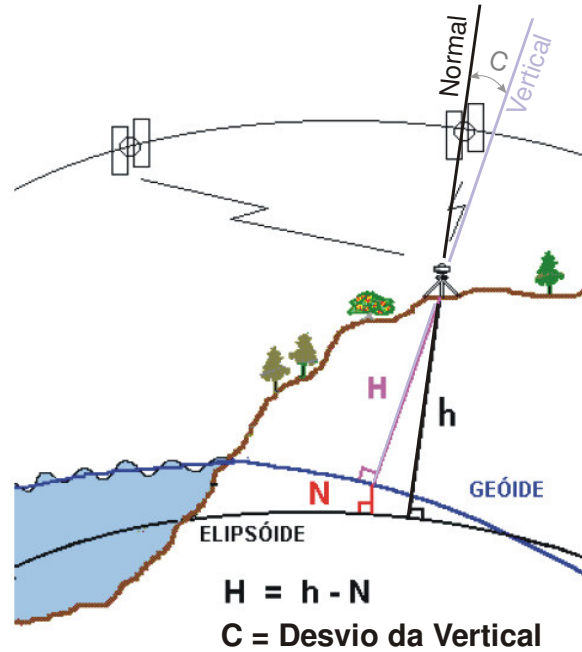


Figura 2.2- Ondulação geoidal  
(IBGE, 2009)

O campo da gravidade é conservativo e pode ser expresso por potencial escalar ( $V$ ), conforme a Equação 2.4 com e a massa  $M$ , sujeita ao potencial em um ponto  $P$  de coordenadas  $x, y, z$ . A derivação do potencial gravitacional pelos seus eixos coordenados fornece as componentes da força de atração gravitacional, conforme Equação 2.8.

$$\vec{F} = \frac{\delta V}{\delta x} \vec{i} + \frac{\delta V}{\delta y} \vec{j} + \frac{\delta V}{\delta z} \vec{k} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} \quad (2.8)$$

Onde:  $\frac{\delta V}{\delta x} \vec{i}$ ,  $\frac{\delta V}{\delta y} \vec{j}$ ,  $\frac{\delta V}{\delta z} \vec{k}$ ,  $\frac{\delta V}{\delta x}$ , são as derivadas do potencial gravitacional em relação aos eixos  $x, y$  e  $z$ , respectivamente.

Para superfícies equipotenciais o lugar geométrico dos pontos do campo que possuem o mesmo potencial escalar:

$$V = V(x, y, z) = Cte. \quad (2.9)$$

Utilizando o operador gradiente, que representa as derivadas parciais em relação aos eixos cartesianos.

$$\Delta = \frac{\partial}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{k} \quad (2.10)$$

$$F = \frac{\partial V}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \bar{k} = \text{grad}V = \Delta V \quad (2.11)$$

O laplaciano em coordenadas esféricas é dado pela derivada segunda da função escalar:

$$\Delta V = 0 \quad (2.12)$$

Essa expressão, a equação de Laplace, diz que é nulo o laplaciano do potencial gravitacional para pontos externos às massas atrativas (GEMAEL, 1999).

Outro conceito importante é o da função harmônica:

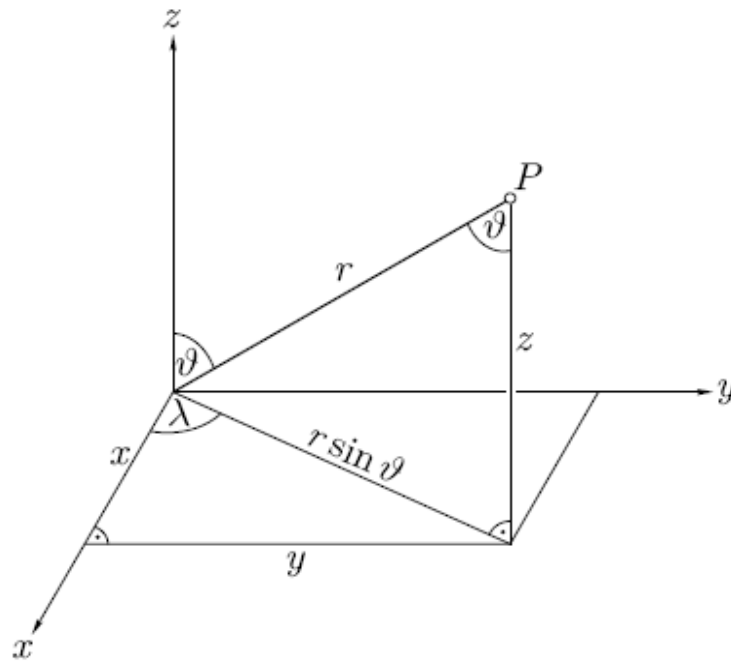
Uma função que satisfaz a equação de Laplace em todos os pontos de uma região do espaço se diz harmônica nessa região; tais funções são analíticas, isto é, tanto elas como suas derivadas são contínuas na região considerada. (GEMAEL, 1999, p. 41).

Já para o interior das massas atrativas, a função definidora do potencial é a Equação de Poisson:

$$\Delta V = -4G\pi\rho \quad (2.13)$$

Onde:  $\rho$  é a densidade da massa atrativa.

A função harmônica mais importante é o harmônico esférico. Para obter o harmônico esférico, faz-se a transformação de coordenadas cartesianas de um ponto  $P(x, y, z)$  para coordenadas esféricas  $(r, \varphi, \lambda)$ , conforme Figura 2.3:



**Figura 2.3- Transformação de coordenadas  
(HOFFMAN-WELLENHOF; MORITZ, 2005)**

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \quad (2.14)$$

$$\vartheta = \tan^{-1} \left[ \frac{(x^2 + y^2)^{1/2}}{z} \right] \quad (2.15)$$

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (2.16)$$

O potencial gravitacional em coordenadas esféricas é dado por (HOFFMAN-WELLENHOF; MORITZ, 2005).

$$Ve(r, \vartheta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n [a_{nm} P_{nm}(\cos \vartheta) \cos m\lambda + b_{nm} P_{nm}(\cos \vartheta) \sin m\lambda] \quad (2.17)$$

Onde:  $P_{nm}$  são polinômios de Legendre de grau  $n$ ;

$a$  e  $b$  são os semi-eixos maior e menor do elipsoide, respectivamente;

$\varphi$  e  $\lambda$  são a latitude e a longitude do ponto, respectivamente.

$$P_n(\psi) = \frac{1}{n! 2^n} \frac{d^n}{dt^n} (t^2 - 1)^n \quad (2.18)$$

Usando coeficientes normalizados e adotando os coeficientes adimensionais  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$ , tem-se (HOFFMAN-WELLENHOF; MORITZ, 2005):

$$Ve(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm} \cos(\theta) \right] \quad (2.19)$$

Onde:

$$a_{nm} = C_{nm} GMa^n$$

$$C_{nm} = \frac{a_{nm}}{GMa^n}$$

$$b_{nm} = S_{nm} GMa^n$$

$$S_{nm} = \frac{b_{nm}}{GMa^n}$$

O campo geopotencial é composto pelo potencial gravitacional ( $V$ ) e centrífugo ( $\Phi$ ):

$$W = V + \Phi \quad (2.20)$$

Onde:  $W$  é o campo geopotencial;

$V$  é o potencial gravitacional;

$\Phi$  é o potencial gravitacional centrífugo.

Aplicando o laplaciano é obtida a equação de Laplace para o exterior das massas atrativas:

$$\Delta^2 W = \Delta^2 V + \Delta^2 \Phi \quad (2.21)$$

Considerando a Terra real é recomendável exprimir o geopotencial em pontos externos às massas através de uma série de harmônicos de superfície (GEMAEL, 1999).

$$W(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \text{sen} m\lambda) P_{nm} \cos(\theta) \right] + R \quad (2.22)$$

Normalizando os coeficientes:

$$\left. \begin{aligned} \bar{C}_{nm} &= \sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)}} C_{nm} \\ \bar{S}_{nm} &= \sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)}} S_{nm} \end{aligned} \right\} , \text{ para } m \neq 0$$

e

$$\bar{C}_{n0} = \frac{1}{\sqrt{2n+1}} C_{n0} \quad , \text{ para } m=0$$

Obtém-se a expressão 2.23:

$$W(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n \left( \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \text{sen} m\lambda \right) P_{nm} \cos(\theta) \right] + R \quad (2.23)$$

O potencial gravitacional, então, descrito por harmônicos esféricos é:

$$V = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n \left( \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \text{sen} m\lambda \right) P_{nm} \cos(\theta) \right] \quad (2.24)$$

#### 2.1.4 Campo da Gravidade Normal

Ao se substituir a Terra Real por um modelo aproximado, reduz-se significativamente os problemas inerentes às variações de densidade da Terra verdadeira. Essa aproximação é chamada de Terra Normal e consiste em um elipsoide de revolução de mesma massa da Terra Real (considerando a massa da

atmosfera) e mesma velocidade de rotação, além de considerar sua superfície equipotencial.

A partir desse recurso leva-se em conta o potencial produzido pela Terra normal que é chamado de Esferopotencial (GEMAEL, 1999) e é definido como:

$$U = Z + Q \quad (2.25)$$

Onde:

$Z$  é o esferopotencial de atração;

$Q$  é o esferopotencial de rotação.

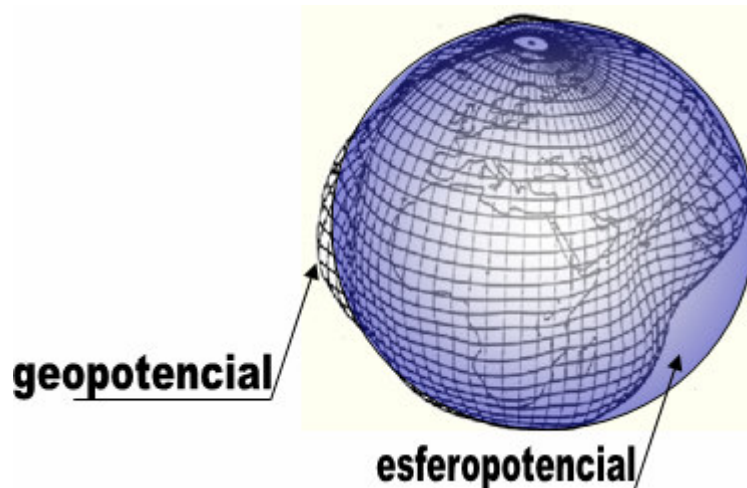


Figura 2.4- Geopotencial e Esferopotencial

Analogamente ao geopotencial, pode-se decompor o esferopotencial por suas componentes cartesianas do vetor da gravidade normal:

$$\text{grad}U = \bar{\gamma} = \frac{\delta U}{\delta x} \bar{i} + \frac{\delta U}{\delta y} \bar{j} + \frac{\delta U}{\delta z} \bar{k} = \Delta U \quad (2.26)$$

No exterior do elipsoide tem-se:

$$\Delta Z = 0 \quad (2.27)$$

Portanto,

$$\Delta Q = \Delta U = 2w^2 \quad (2.28)$$

com  $w$ , sendo a velocidade angular da Terra.

O potencial centrífugo é dado por:

$$Q = 0,5w^2(x^2 + y^2) \quad (2.29)$$

e o esferopotencial de atração é definido como:

$$Z = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} \left( \frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\cos \theta) \right] \quad (2.30)$$

$$C_{2n} = -J_{2n} = (-1)^n \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left( 1 - n + 5n \frac{C-A}{ME^2} \right) \quad (2.31)$$

Onde:  $C$  e  $A$  são os momentos de inércia da Terra Normal em relação aos eixos  $z$  e  $x$ , respectivamente (HOFFMAN-WELLENHOF; MORITZ, 2005).

### 2.1.5 O Potencial Perturbador

O potencial perturbador ( $T$ ) é a diferença entre os potenciais produzidos em um ponto da Terra Real e da Terra Normal. O potencial perturbador também é chamado de potencial anômalo e é definido por:

$$\begin{aligned} T &= W - U \\ T &= V + R - Z - Q \end{aligned} \quad (2.32)$$

Onde:  $T$  é o potencial perturbador;

$V$  é o potencial gravitacional;

$R$  é o potencial gravitacional centrífugo da Terra real;

$Z$  é o esferopotencial;

$Q$  é o potencial gravitacional centrífugo da Terra normal;

Como:

$$Q = R \quad (2.33)$$

Então:

$$T = V - Z \quad (2.34)$$

### 2.1.7 Equação Fundamental da Geodésia Física.

O conceito de anomalia da gravidade também relaciona a Terra normal com a Terra real e é a diferença entre a gravidade real ( $g$ ) e a gravidade normal no elipsoide ( $\gamma$ ).

$$\Delta g = g - \gamma \quad (2.35)$$

Onde:  $\Delta g$  é a anomalia da gravidade;

$g$  é a gravidade real;

$\gamma$  é a gravidade normal.

Avaliando a diferença de potencial nos pontos P e P' da Figura 2.5 pode-se escrever as Equações 2.36 e 2.37.

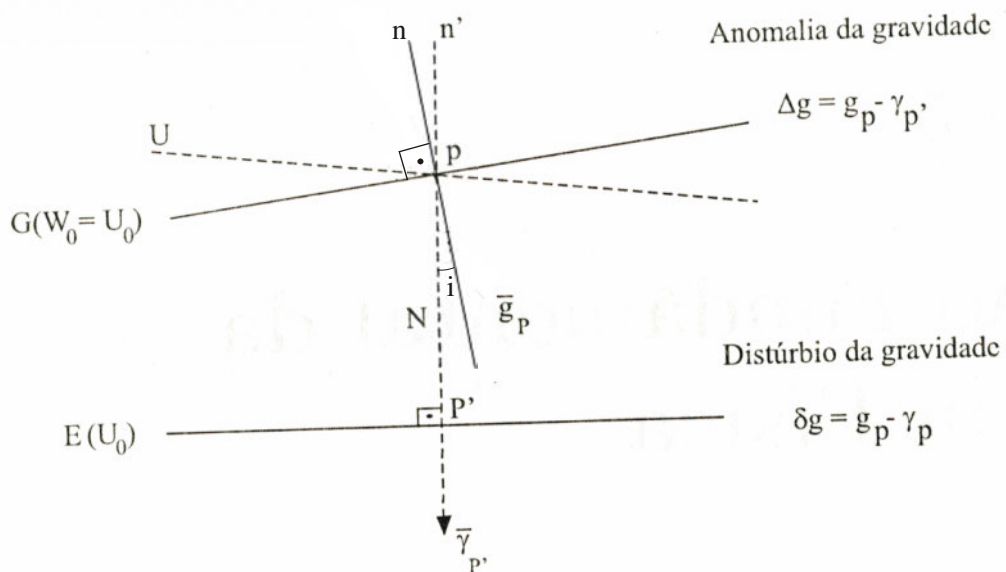


Figura 2.5- Anomalia e distúrbio da gravidade (GEMAEL, 1999)



$$U_0 - U = \bar{N} \cdot \bar{\gamma} \quad (2.36)$$

$$U = U_0 - N \gamma \quad (2.37)$$

Substituindo o valor  $U$  em do 2.34 no ponto P, tem-se:

$$T_p = W_p - U_p = W_0 - U_0 + N\gamma \quad (2.38)$$

Derivando em relação à normal, obtém-se:

$$\frac{\delta T}{\delta n} = \frac{\delta W_o}{\delta n} - \frac{\delta U_o}{\delta n} + N \frac{\delta \gamma}{\delta n} \quad (2.39)$$

$$\frac{\delta T}{\delta n} = g - \gamma + N \frac{\delta \gamma}{\delta n} \quad (2.40)$$

$$g - \gamma = N \frac{\delta \gamma}{\delta n} - \frac{\delta T}{\delta n} \quad (2.41)$$

Chega-se a uma das formas da equação fundamental da Geodésia Física:

$$\Delta g = N \frac{\delta \gamma}{\delta n} - \frac{\delta T}{\delta n} \quad (2.42)$$

Assumindo que o geopotencial sobre o geóide possui módulo igual ao esferopotencial sobre o elipsoide, a equação fundamental se reduz à equação de Bruns (GEMAEL, 1999):

$$T = N\gamma \quad (2.43)$$

Onde:  $T$  é o potencial perturbador

$N$  é a ondulação geoidal;

$\gamma$  é a gravidade normal.

A equação de Bruns relaciona a ondulação geoidal com o potencial perturbador e substituindo na Equação 2.42, obtém-se:

$$\Delta g = \frac{T}{\gamma} \frac{\delta \gamma}{\delta n} - \frac{\delta T}{\delta n} \quad (2.44)$$

Designando a massa da Terra com  $M$  e o raio por  $R$ , utilizando a aproximação esférica que substitui o elipsoide por uma esfera e não considerando a força centrífuga:

$$\gamma = \frac{GM}{R^2} \quad (2.45)$$

$$\frac{\delta \gamma}{\delta n} = -\frac{\delta \gamma}{R} = -\frac{2GM}{R^3} = \frac{-2\gamma}{R} \quad (2.46)$$

Desta forma a equação fundamental torna-se:

$$\Delta g = -\left(\frac{2T}{R} + \frac{\delta T}{\delta R}\right) \quad (2.47)$$

O potencial perturbador pode ser expresso em termos de harmônicos esféricos sólidos:

$$T = \sum_{m=0}^n \frac{1}{R^{n+1}} \left( \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \operatorname{sen} m\lambda \right) P_m(\cos \theta) \quad (2.48)$$

Substituindo  $T$  na equação de Bruns com  $\gamma = G = \text{valor médio}$ , tem-se a ondulação geoidal em termos de harmônicos esféricos:

$$N = \frac{1}{G} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{R^{n+1}} \left( \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \operatorname{sen} m\lambda \right) P_m(\cos \theta) \quad (2.49)$$

Onde:

$$\bar{C}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)}} C_{nm}$$

$$C_{nm} = \frac{a_{nm}}{GMa^n}$$

$$\bar{S}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)}} S_{nm}$$

$$S_{nm} = \frac{b_{nm}}{GMa^n}$$

## 2.2 Missões destinadas ao mapeamento do campo de gravidade

A ondulação do geóide pode ser determinada de várias formas. Fatores como a exatidão da fonte, disponibilidade de dados, recursos humanos e financeiros são preponderantes na escolha do método empregado.

Nos dois subitens abaixo serão abordados duas formas de obtenção da ondulação geoidal, que são as duas formas combinadas nesse trabalho para determinação do modelo geoidal para Porto Alegre. Outros métodos podem ser conhecidos e aprofundados em: HOFFMAN-WELLENHOF (2006); MORITZ (2005); GEMAEL (1999); TORGE (1980); SOUZA (2002); SOUZA (2006); GENRO (2007); ARANA (2000); ZALETNYIK (2008), NÚÑEZ, et al (2008), ELLMANN; JÜRGENSON (2008).

### 2.2.1 Missões espaciais gravimétricas.

As missões gravimétricas espaciais têm como objetivo modelar a superfície terrestre a partir das variações no campo de gravidade terrestre detectadas por satélites.

A partir de dados de missões espaciais apenas ou juntamente com modelos digitais de terreno, informações obtidas através de cartas topográficas, são elaborados modelos de ondulação geoidal como o EGM2008.

Para este caso particular, do EGM2008, a Figura 2.6 apresenta algumas fontes dos dados da anomalia gravimétrica. As fontes de dados são:

- a) ArcGP: *Arctic Gravity Project* (FORSBERG et al, 2005);
- b) Contrib. 5min.: contribuição do EGM2008 com PGM2007;
- c) NGA LSC: do NGA combinação GRACE + SRTM;
- d) GRACE-only: apenas dados do satélite GRACE;
- e) SIO/NOAA: dados do *Scripps Institution of Oceanography* e do satélite NOAA (NGS, 2008);
- f) DNSC07: dados gravimétricos de alta resolução do *Danish National Space Center*;

g) Combined: combinação de dados de diferentes fontes.

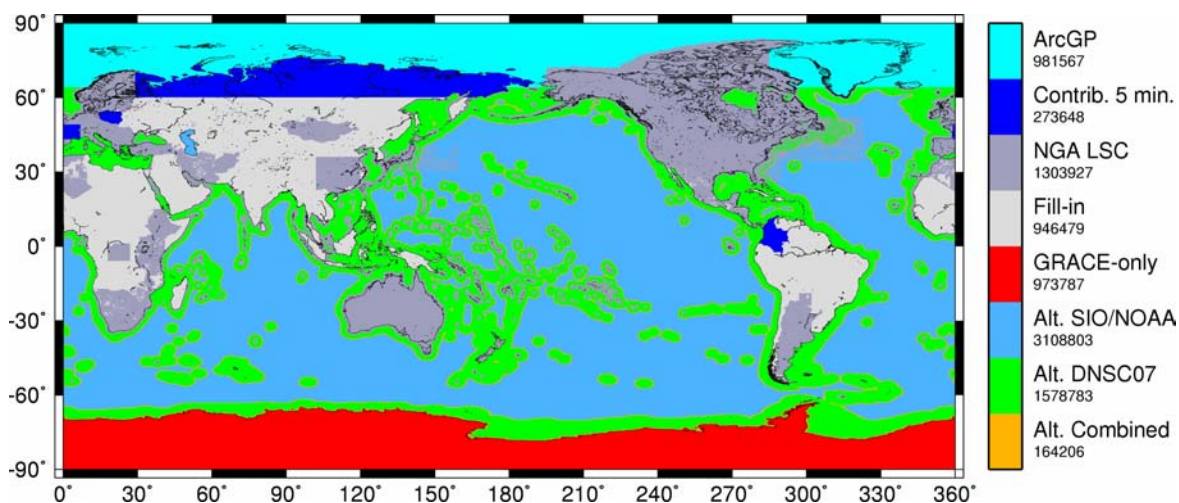


Figura 2.6- Fonte dos dados de anomalia gravimétrica (NGA, 2009)

### 2.2.1.1 CHAMP

A CHAMP (*CHALLENGING Mayload minisatellite P*) é uma missão satelital alemã de investigação geocientífica e aplicações atmosféricas, gerenciado pelo *German Research Centre for Geosciences (GFZ)*.

Com sua alta precisão, com equipamentos multifuncionais embarcados (magnetômetro, acelerômetro, sensor de estrelas, um receptor GPS, laser refletor e medidor de desvio de íons) e com as características da sua órbita (aproximadamente polar baixa, de baixa altitude e de longa duração) a missão CHAMP gerou, pela primeira vez e simultaneamente, medições de gravidade e de campo magnético altamente precisos.

O CHAMP permite além de detectar a variação espacial de ambos os campos também sua variabilidade com o tempo. A missão CHAMP abriu o que ficou conhecido como a Década dos Geopotenciais (GFZ, 2009a).

As principais aplicações da missão são:

- fornecer geoide com resolução espacial de até 650Km e exatidão centimétrica;
- gerar subsídios para a modelagem do campo gravitacional da Terra

- c) detectar mudanças temporárias no campo gravitacional devido à redistribuição de massa na Terra

Para a medição as acelerações gravitacionais o satélite CHAMP possui um sensor acelerômetro STAR. Este sensor mede acelerações gravitacionais que agem sobre o satélite CHAMP livres das interferências da resistência do ar, do albedo da Terra e da radiação solar. O acelerômetro STAR usa o princípio básico de um micro-acelerômetro eletrostático, que é uma massa de prova flutuando livremente dentro de uma cavidade apoiada por uma suspensão eletrostática. As paredes da cavidade são equipadas com eletrodos que captam os movimentos de translação e rotação a que está submetido o corpo de prova. Com o suporte dos dados GPS é possível recuperar a órbita do satélite. Através de um sistema de controle, a massa é forçada a manter-se imóvel no centro da cavidade. A aceleração detectada é proporcional às forças necessárias para cumprir essa tarefa (GFZ, 2009a).

Os parâmetros de desempenho do STAR são obtidos através dos eixo da superfície paralelepipedal da massa de provas, da seguinte maneira:

- a) três de translação (X, Y e Z);
- b) três de rotação ( $\Psi$ , O, K), em relação aos eixos X, Y e Z, respectivamente.

A origem da medição é o centro de massa de provas e a ortogonalidade dos eixos deste paralelepípedo é melhor que  $2,5 \cdot 10^{-5}$  rad.

As medições são realizadas com as seguintes resoluções:

- a) menores que  $3 \times 10^{-9} \text{ m/s}^2$ , para translações nos eixo Y e Z;
- b) menores que  $3 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ , para translações no eixo X;
- c)  $1 \times 10^{-7} \text{ rad/s}^2$ , para o ângulo  $\Psi$ ;
- d)  $5 \times 10^{-7} \text{ rad/s}^2$ , para os ângulos O e K;

O receptor GPS embarcado na plataforma CHAMP é o TRSR-2, fornecido pela NASA. O GPS em combinação com o acelerômetro STAR serve como o principal instrumento para determinação de órbita do satélite.

Em 30 de junho de 2010, o satélite CHAMP completou dez anos de atividade e está se encaminhando para o fim da sua missão.

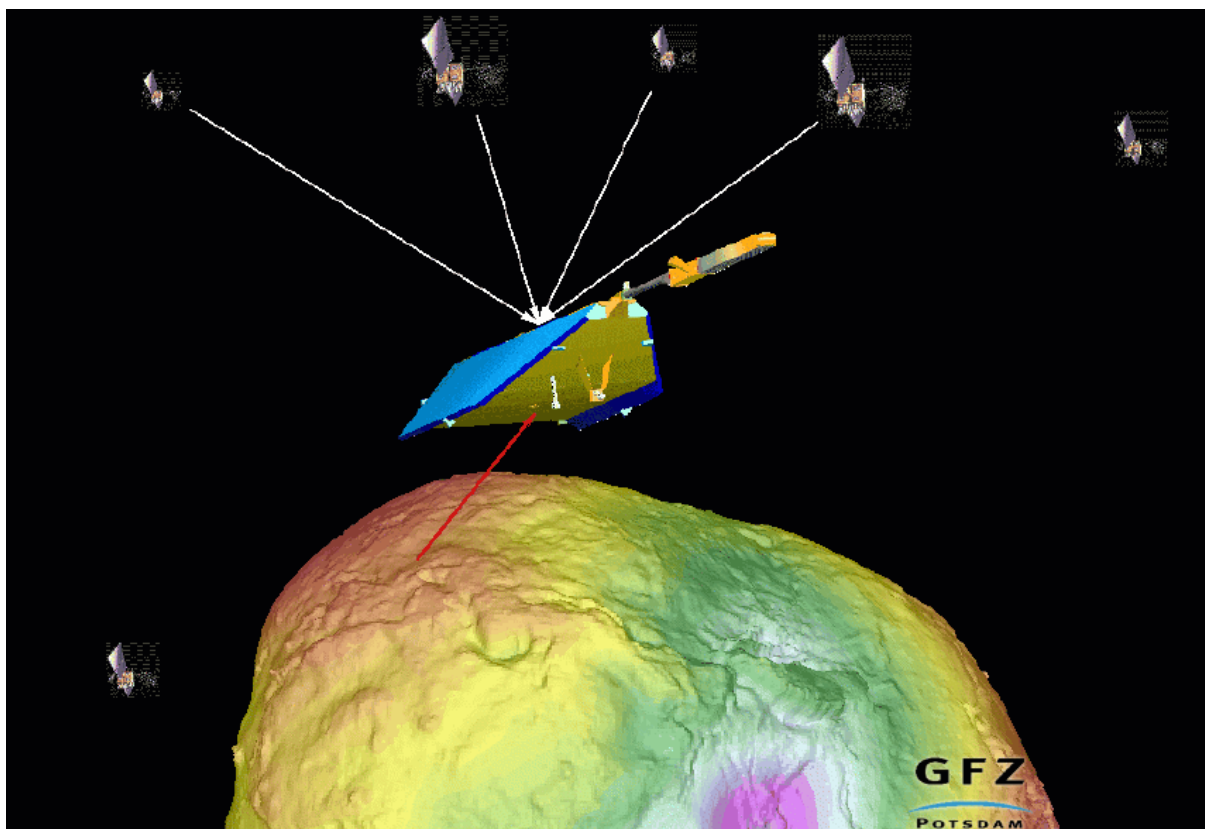


Figura 2.7 - Ilustração do satélite CHAMP  
(GFZ, 2009a)

#### 2.2.1.2 GRACE

O *Gravity Recovery and Climate Experiment* (GRACE) é um projeto conjunto entre a *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) e o *Deutsches Zentrum Luft-und Raumfahrt* (DLR).

O objetivo primário da missão GRACE é de proporcionar modelos globais de alta resolução do campo de gravidade terrestre. Com a sequência temporal das estimativas do campo de gravidade é possível produzir o campo de gravidade média da Terra, bem como um histórico de sua variabilidade. Um segundo objetivo da missão é proporcionar centenas de perfis distribuídos globalmente a cada dia, de atraso ou excesso de ângulo de flexão das medições GPS, devido à ionosfera e à atmosfera, respectivamente. A partir do estudo desses perfis é possível estudar o conteúdo total de elétrons (TEC) e a refração na ionosfera e na troposfera, respectivamente.

A missão também tem como objetivo a melhoria da obtenção do geoide para aplicações terrestre e para estudos oceanográficos.

Os modelos para determinação do campo de gravidade média da Terra são resultantes da combinação de várias bases de dados. Esses dados incluem os levantamentos terrestres por satélite, gravimetria convencional sobre a terra e altimetria de satélites sobre os oceanos. A exatidão dos modelos de gravidade média é limitada pela heterogeneidade da qualidade dos dados, da origem e da falta de uma cobertura global com precisão uniforme.

O GRACE é composto por dois satélites que se seguem na mesma faixa orbital. Estes satélites são interligados por um *link* de microondas em banda K para medir a distância exata separação e sua taxa de mudança para uma precisão superior a 1mm/s.

Os dois satélites possuem 3 receptores GPS com 2 antenas omnidirecional e uma antena de alto ganho tipo hélice com 45 ° campo de visão em direção à ré e a uma caixa eletrônica do receptor, que servem para:

- a) determinar a Órbita do tipo Precisa, na ordem de centímetros;
- b) fazer um posicionamento com erro menor que 50 cm em tempo real;
- c) sincronizar os dados gravimétricos com a posição da órbita;
- d) obter perfis da ionosfera e atmosfera.

Igualmente ao CHAMP a atitude e as forças não-gravitacionais dos dois satélites são medidas com câmeras *STAR* e acelerômetros.

A câmera *STAR* mede, através de seus sensores, a atitude, ou seja, os ângulos em relação aos eixos X, Y e Z com uma precisão 0,3 mrad, por detecção autônoma de constelações, através de um catálogo de estrelas que faz parte do sistema.

A posição e a velocidade dos satélites são medidas utilizando antenas de GPS a bordo. Na Figura 2.9 é apresentado uma ilustração da órbita da missão.

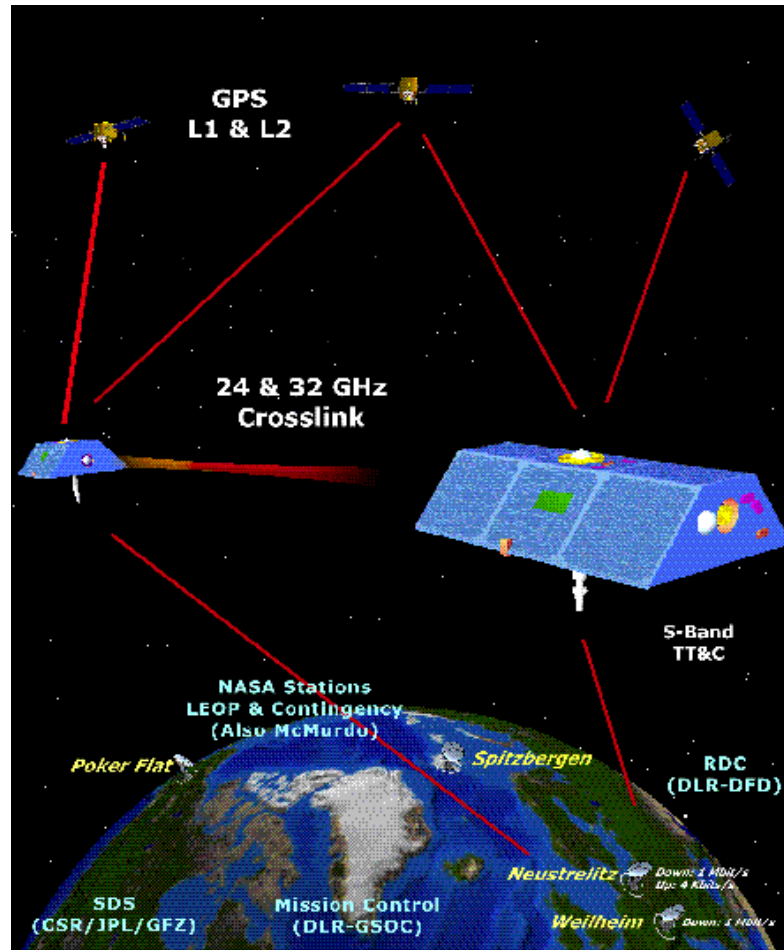


Figura 2.8- Ilustração do satélite GRACE (GFZ, 2009b)

### 2.2.2 EGM2008

O EGM2008 é o modelo gravitacional da Terra com o grau 2160 desenvolvido *National Geospatial-Intelligence Agency* (NGA) dos EUA e seu grupo de apoio na SGT, *Inc* (*Stinger Ghaffarian Technologies*).

Entre outros aspectos, é necessária a elaboração de um banco de dados com uma resolução muito alta para o modelo global topográfico. Esse modelo é primordial para a consistência do cálculo de todas as quantidades relacionadas com o terreno necessárias para o pré-processamento de dados que serão introduzidos no cálculo do modelo EGM2008.



Para atingir este objetivo, foi compilado um modelo topográfico digital global (DTM2006.0), com resolução de 30"x 30". Este modelo utilizou as informações de elevação disponíveis a partir do *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM).

O objetivo do EGM é atingir um erro médio quadrático, em escala global, de aproximadamente 15cm (PAVLIS; HOLMES, 2009). O modelo combina as informações gravitacionais extraídas dos satélites de mapeamento do geopotencial CHAMP e GRACE, com as informações da anomalia da gravidade global com resolução de 5'x5', contidas no banco de dados da NGA (PAVLIS, 2008).

Os dados disponíveis do EGM2008 são quatro arquivos, que apresentam os seguintes elementos (PAVLIS; HOLMES, 2009):

Tabela 2.1: Dados do EGM2008

Arquivos	Dados
EGM2008_to2190_TideFree.gz	Coefficientes $\{C_{nm}, S_{nm}\}$ normalizados do harmônico esférico do potencial gravitacional terrestre e seus desvios padrão
Zeta-to-N_to2160_egm2008.gz	Coefficientes $\{n, m, CC_{nm}, CS_{nm}\}$ normalizados de anomalia altimétrica para ondulação geoidal
Und_min1x1_egm2008_isw=82_WGS84_TideFree.gz	Grid com intervalo de 1 min da ondulação geoidal referida ao WGS84
Und_min2.5x2.5_egm2008_isw=82_WGS84_TideFree.gz	Grid com intervalo de 2,5min da ondulação geoidal referida ao WGS84

### 2.2.3 Nivelamento por GPS

O nivelamento é uma técnica para obtenção de diferença de nível entre pontos sobre a superfície terrestre.

Existem diferentes técnicas para realização do nivelamento, entre elas o nivelamento geométrico, trigonométrico e o nivelamento barométrico (ESPARTEL, 1987).

As duas primeiras técnicas são as mais utilizadas, porém são dependentes da intervisibilidade entre as estações. Para o nivelamento barométrico não há essa necessidade, porém esse método é muito sensível às condições climáticas.

Uma alternativa a essas metodologias é o nivelamento por GPS que consiste na integração do posicionamento pelo NAVSTAR GPS e dados de satélites de observação da gravidade terrestre.

Como mencionado anteriormente, o limitador atualmente é a resolução dos modelos do geopotencial e segundo Pavlis e Holmes (2009), o modelo EGM2008 possui coeficientes até o grau 2160. Isso garante uma resolução de aproximadamente 5 minutos de arco ou 9,5Km sobre a superfície terrestre. Esse valor é obtido através de 2.50:

$$Res = 180^\circ / grau(max) \quad (2.50)$$

Onde: *Res* é a resolução do modelo;

*grau(max)* é o grau máximo do modelo;

180° equivale a meio círculo terrestre.

$$Res = 180^\circ / 2160 = 5' \sim 9,5Km \quad (2.51)$$

Na Figura 2.8 é apresentado um estudo sobre um modelo geoidal onde é possível perceber que a superfície equipotencial truncada no grau 30 se aproxima da forma de uma casca esférica, enquanto que a superfície de um grau maior, no caso 120, já possui irregularidades que a afastam de uma aproximação esférica e o deixa com irregularidades que tendem a aproximá-lo do comportamento do geoide.

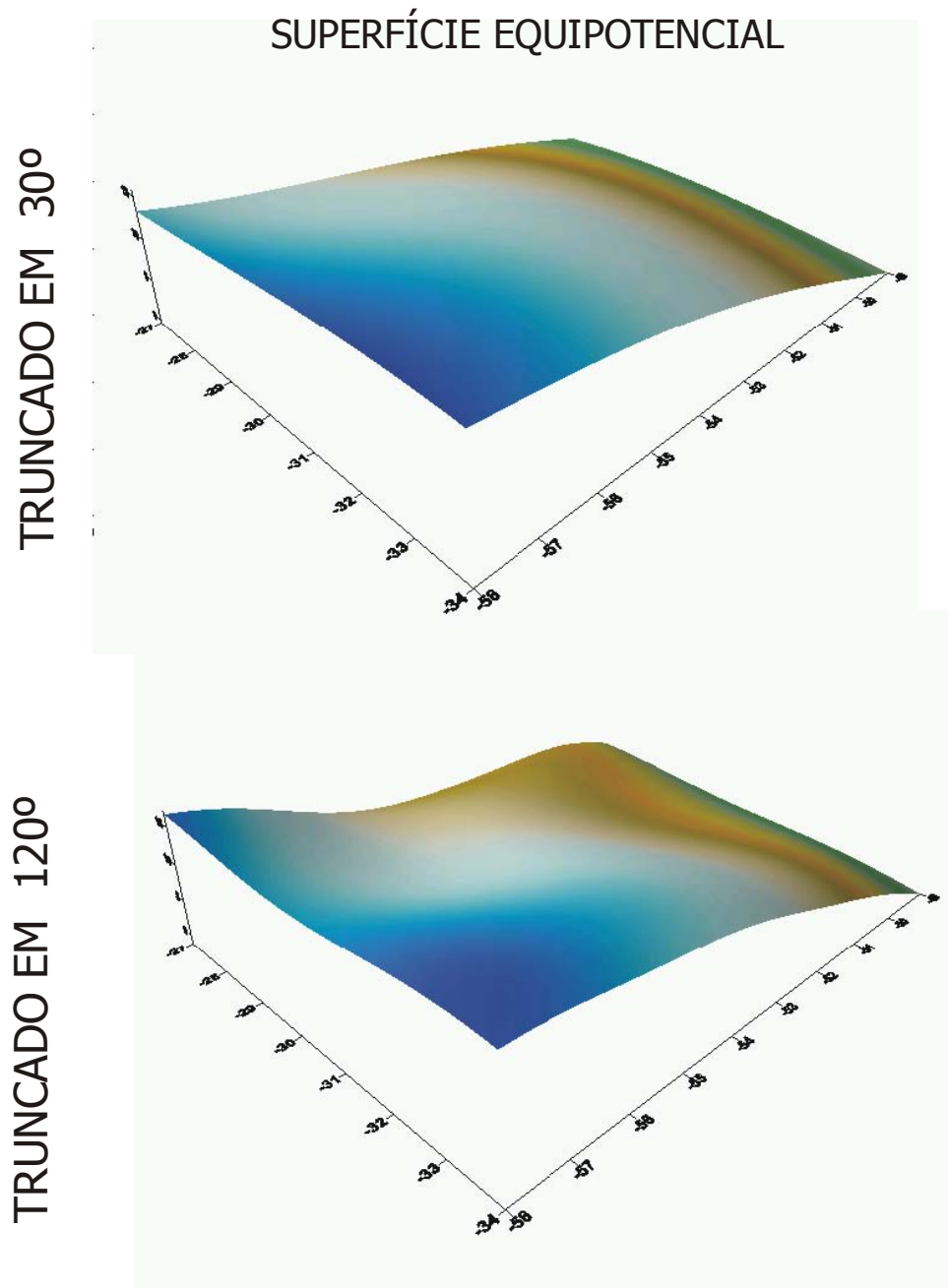


Figura 2.9- Influência do grau no modelo.  
Coeficientes de grau 30 e 120.

### 2.3 Compatibilidade entre $N_{GPS}$ e $N_{GRAV}$

Devido às inconsistências como o ruído aleatório nos valores de  $H$ ,  $h$  e  $N$ , diferenças causadas pelos referenciais, distorções sistemáticas, erros grosseiros e efeitos geodinâmicos (SOUZA, 2006), a igualdade abaixo não é verdadeira:

$$N_{GPS} - N_{GRAV} = 0 \quad (2.52)$$

Onde:  $N_{GPS}$  é a ondulação geoidal obtida na da ocupação da RN por GPS;  
 $N_{GRAV}$  é a ondulação geoidal obtida por método gravimétrico.

Essa diferença é chamada de componente sistemática do geóide, conforme Equação 2.53 (SOUZA, 2006).

$$N_{GPS} - N_{GRAV} = \Delta N \quad (2.53)$$

Onde:  $\Delta N_{GPS}$  é a componente sistemática do geóide

$N_{GPS}$  é a ondulação geoidal obtida na da ocupação da RN por GPS;  
 $N_{GRAV}$  é a ondulação geoidal obtida por método gravimétrico.

### 2.3.1 Determinação da Componente Sistemática

Segundo Souza (2006) e Lopes (2006), podem ser utilizados diversos métodos na determinação da componente sistemática.

A componente sistemática pode ser expressa por (KOTSAKIS, et al., 2001, apud, SOUZA, 2006):

$$\Delta N = A^T X + v \quad (2.54)$$

Onde:  $X$  é o vetor dos parâmetros a serem determinados;  
 $A$  o vetor dos coeficientes;  
 $v$  é o vetor dos resíduos

E a solução é dada pelo Método dos Mínimos Quadrados.

O estudo de Souza (2006), que investigou modelos matemáticos para o ajustamento da componente sistemática, concluiu que a transformação de similaridade com 7 parâmetros foi a que apresentou os melhores resultados. O modelo dos 7 parâmetros é expresso pela Equação 2.55 (KOTSAKIS, et al., 2001 apud SOUZA, 2006).

$$\Delta N = -\cos \phi_i \cos \lambda_i dX + \cos \phi_i \sin \lambda_i dY + \sin \phi_i dZ + \frac{\sin \phi_i \cos \phi_i \cos \lambda_i}{W_i} e^2 ad\omega_x + \frac{\sin \phi_i \cos \phi_i \cos \lambda_i}{W_i} e^2 ad\omega_y + \frac{1 - f^2 \sin^2 \phi_i}{W_i} da + \frac{\sin^2 \phi_i}{W_i} \sqrt{1 - e^2} df \quad (2.55)$$

Onde:

$$W_i = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi_i};$$

$\phi$  e  $\lambda$  são a latitude e a longitude do ponto, respectivamente;

$dX$ ,  $dY$  e  $dZ$  são as translações nos eixos X, Y e Z, respectivamente;

$d\omega_x$  e  $d\omega_y$  são as rotações em relação aos eixos X e Y, respectivamente;

$a$ ,  $f$ ,  $e^2$  são o semi-eixo maior, o achatamento e a excentricidade do elipsoide de referência utilizado pelo sistema, respectivamente;

$da$  é a diferença entre o raio equatorial dos elipsoides;

$df$  é a diferença no achatamento dos elipsoides.

Na Figura 2.10 é apresentado um esquemático da transformação por similaridade com 7 parâmetros.

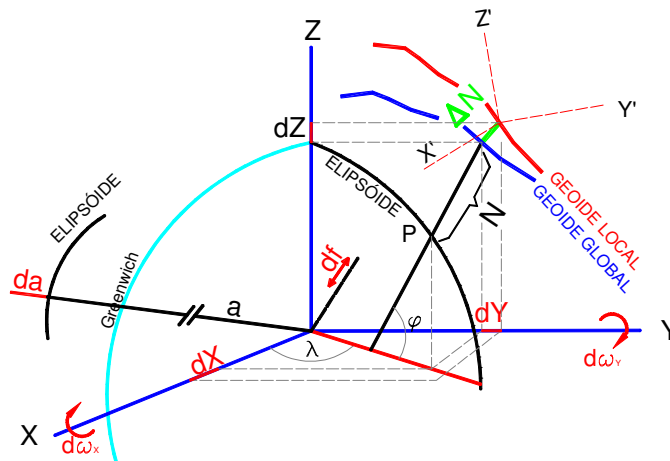


Figura 2.10- Transformação de similaridade com 7 parâmetros.

Outro modelo, bem mais simples e não menos eficiente é a transformação utilizada por Souza (2002) e Genro (2007) que é definida por um polinômio de 2º grau, conforme Equação 2.56.

$$\Delta N = a + b.\lambda_i + c.\lambda_i^2 + d.\phi_i + e.\phi_i^2 + f.\phi_i.\lambda_i \quad (2.56)$$

Onde:

$\phi$  e  $\lambda$  são latitude e longitude do ponto, respectivamente;

$a, b, c, d, e, f$  são os parâmetros a serem determinados.

Nos dois casos, para cada posição de RN, tem-se um  $\Delta N$  e pode-se ajustar o modelo matemático pelo MMQ.

### 2.3.2 Ajustamento da Componente Sistemática pelo Método dos Mínimos Quadrados

A extrapolação das características de uma amostra se dá principalmente pelo número de observações muito inferiores a população.

Nesse caso tem-se um sistema onde o número de equações é maior que o número de incógnitas. Uma das maneiras de resolução de um sistema desse tipo é pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Nesse trabalho foi utilizado o método dos parâmetros.

É possível fazer análise da qualidade do modelo, avaliando estatisticamente a qualidade dos parâmetros determinados, bem como a das observações (ANDRADE, 1998).

Segue abaixo a descrição do método dos mínimos quadrados para modelagem da componente sistemática, por polinômio de segundo grau (GEMAEL, 2004):

$$\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (2.57)$$

$$\sigma_x = (A^T P A)^{-1} \quad (2.58)$$

Onde  $\hat{X}$  é o vetor dos parâmetros estimados,  $A$  é a matriz dos coeficientes,  $P$  é a matriz diagonal dos pesos,  $L$  é o vetor das observações e  $\sigma$  é a matriz variância-covariância (MVC) dos parâmetros ajustados.

O vetor  $L$  representa o valor da componente sistemática, antes do ajuste em cada RN.

a) Equações de observação- transformação 1:

$$\Delta N_i = -\cos \phi_i \cos \lambda_i dX + \cos \phi_i \sin \lambda_i dY + \sin \phi_i dZ + \frac{\sin \phi_i \cos \phi_i \cos \lambda_i}{W_i} e^2 ad\omega_x + \frac{\sin \phi_i \cos \phi_i \cos \lambda_i}{W_i} e^2 ad\omega_y + \frac{1 - f^2 \sin^2 \phi_i}{W_i} da + \frac{\sin^2 \phi_i}{W_i} \sqrt{1 - e^2} df \quad (2.59)$$

b) Equações de observação- transformação 2:

$$\Delta N_i = a + b.\lambda_i + c.\lambda_i^2 + d.\phi_i + e.\phi_i^2 + f.\phi_i.\lambda_i \quad (2.60)$$

Com  $i$  variando de 1 a  $n$ . O número  $n$ , por sua vez, é o total de RN's utilizadas como base para o ajustamento.

A matriz  $A$  é a matriz composta pela derivada das equações de observação em relação aos parâmetros e possui dimensões conforme o número de parâmetros e observações, conforme segue abaixo:

a) número de linhas =  $n$ ;

b) número de colunas = número de parâmetros.

Dessa forma, nas transformações 1 e 2 a matriz  $A$  tem tamanho  $n \times 7$  e  $n \times 6$ , respectivamente.

De posse dos parâmetros é possível modelar as funções, substituindo os valores de  $a, b, c, d, e, f$  (transformação 1) e  $dX, dY, dZ, d\omega_x, d\omega_y, da, df$  (transformação 2) em cada ponto e dessa forma encontrar o valor da componente sistemática da ondulação geoidal.

A análise dos resíduos indicará se o modelo é adequado e se pode ser aplicada à população.

## **2.4 Alguns Estudos Realizados a partir de Nivelamento por Satélites**

Dentre os estudos realizados, que se valeram da técnica de nivelamento por GPS, alguns serão apresentados como exemplo da eficiência do método.

### *2.4.1 Um Geoide Gravimétrico para o Sudeste do Brasil: Determinação pela Integral de Stokes e Avaliação por GPS/Nivelamento.*

Na dissertação de Pereira (2008) foram determinados modelos geoidais com resolução de 2,5' x 2,5' para o Sudeste brasileiro, utilizando os modelos do geopotencial EGM96 e GLC04C, dados gravimétricos e modelo topográfico digital. A avaliação foi realizada com GPS/Nivelamento, analisando-se as diferenças entre as alturas geoidais obtidas pelos dois métodos.

Após a avaliação, o melhor modelo apresentou média de -0,14 m e desvio padrão de 0,62 m. A compatibilização foi realizada com a equação de similaridade de 7 parâmetros, o que resultou uma média de  $-7,17 \times 10^{-7}$  m e desvio padrão de 0,37 m, entre o modelo gerado, que foi chamado de GGL04C B, e o GPS/Nivelamento.

### *2.4.2 O Geoide Gravimétrico e o Nível Médio do Mar na Região do Datum Altimétrico Brasileiro: Um Estudo Comparativo.*

No estudo de Lopes (2006) foi compatibilizado um geoide gravimétrico com o nível médio do mar no *Datum* Altimétrico do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB).



Como metodologia, o autor, comparou o geóide gravimétrico com o nível médio do mar, materializado pelo marégrafo de Imbituba (SC), com os desníveis entre os marégrafos da costa brasileira em relação ao de Imbituba, determinados por nivelamento geométrico e dados oceanográficos.

A determinação da componente sistemática do *Datum* de Imbituba foi realizada a partir da comparação de um geóide gravimétrico da América do Sul, obtido através da colocação por mínimos quadrados, e o geóide GPS/nivelamento, determinado através dos dados da Rede GPS do Sul/Sudeste do Brasil (RGSB). Para representar a componente sistemática no *Datum* altimétrico brasileiro, foram usados três formas:

- a) determinação da componente sistemática na RN fundamental da RAFB (RN 4X);
- b) cálculo da média ponderada da componente sistemática a partir das RN's mais próximas ao Datum;
- c) modelagem da componente sistemática usando modelo matemático da transformação de similaridade a partir de todos os dados da RGSB.

Nos resultados, o autor descreve que as diferenças em relação ao marégrafo de Imbituba são, em grande parte, causadas por mudanças das características oceanográficas (salinidade, temperatura, densidade e pressão) ao longo da costa e que a remoção da componente sistemática, obtida no *Datum*, diminuiu significativamente a diferença entre os geóides gravimétricos e GPS/nivelamento nas RN's da RAFB e ainda que o ajuste da componente sistemática, através da transformação de similaridade, utilizando todos os dados da RGSB, apresentou os melhores resultados na compatibilização dos geóides gravimétricos e GPS/nivelamento.

#### *2.4.3 Avaliação de Distorções da Rede Altimétrica Fundamental no Sul/Sudeste do Brasil usando Geoide e GPS*

Em Souza (2006) são avaliadas eventuais distorções da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil (RAFB). Em consequência da grande extensão do Brasil e o

número reduzido de marégrafos, a implantação da RAFB foi realizada por meio de linhas, que com distâncias que ultrapassam alguns milhares de quilômetros, que, mesmo seguindo os padrões de controle recomendados para redes altimétricas de referência, os erros sistemáticos, grosseiros e aleatórios podem ser observados.

Esses erros geram distorções e, conseqüentemente, deterioram a precisão da rede altimétrica.

O posicionamento por GPS, combinado com um modelo geoidal de alta precisão em algumas regiões brasileiras, permitiram detectar algumas dessas distorções.

A metodologia utilizada foi a comparação de altitudes determinadas pelo GPS/nivelamento com altitudes de referência, primeiramente a partir de uma análise estatística dos dados com o intuito de detectar e eliminar erros grosseiros.

Na seqüência, o modelo geoidal gravimétrico foi ajustado ao do sistema altimétrico pela modelagem da componente sistemática.

A partir do cálculo da altitude ortométrica no modo relativo, a partir de estações da RGSB, sem os erros grosseiros, e do modelo geoidal gravimétrico, possibilitou a identificação de distorções locais e regionais.

A análise estatística da componente sistemática do geoide em 236 estações da RGSB, constatou a existência de uma média não nula, indicando incompatibilidade entre  $N_{GPS}$  e  $N_{grav}$  na região de estudo.

O geoide gravimétrico foi compatibilizado ao sistema altimétrico local através do modelo matemático de correção de 7 parâmetros.

## **2.5 Referenciais Geodésicos**

Para a determinação espacial de pontos sobre a superfície terrestre em relação ao elipsoide de rotação, além da latitude e longitude, usa-se a altitude geométrica que é medida sobre a normal (TORGE, 1980). Essas são as chamadas coordenadas geodésicas do ponto. O referencial geodésico é o sistema de origem das coordenadas.

### 2.5.1 Sistema Geodésico Brasileiro (SGB)

A responsabilidade pela definição, implantação, e manutenção do Sistema Geodésico Brasileiro é do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

A caracterização do Sistema Geodésico Brasileiro ficou estabelecida na resolução do IBGE R.PR-1/2005 de 25/02/2005.

Com objetivo de compatibilizar os levantamentos geodésicos realizados no Brasil com referenciais adotados no mundo todo, e para facilitar a integração com as técnicas de navegação a partir de sistemas globais de posicionamento por satélites (GNSS), o IBGE adotou um novo sistema de referência, geocêntrico, o SIRGAS2000.

### 2.5.2 SIRGAS 2000

Abaixo são apresentadas as características do SIRGAS 2000 com todos os elementos de definição e materialização:

- a) o sistema geodésico de referência é o *International Terrestrial Reference System (ITRS)*;
- b) a figura geométrica para a Terra é elipsoide do Sistema Geodésico de Referência de 1980 (*Geodetic Reference System 1980 – GRS80*) que tem como parâmetros:
  - semi-eixo maior  $a = 6.378.137$  m;
  - Achatamento  $f = 1/298,257222101$ ;
  - Origem no centro de massa da Terra;
- c) a orientação é dada pelos pólos e meridiano de referência consistentes em  $\pm 0,005''$  com as direções definidas pelo BIH (*Bureau International de l'Heure*), em 1984,0;
- d) as 21 estações da rede continental SIRGAS2000, estabelecidas no Brasil, constituem a estrutura de referência a partir da qual o sistema SIRGAS2000 é materializado em território nacional;

- e) a época de referência das coordenadas é 2000,4;
- f) a materialização é estabelecida por intermédio de todas as estações que compõem a Rede Geodésica Brasileira, implantadas a partir das estações de referência.

### 2.5.3 SAD69

O *Datum* usado concomitantemente ao SIRGAS 2000 é o *Datum* Sul-Americano de 1969 (*South American Datum of 1969 – SAD 69*), e poderá ser usado dessa forma até o ano de 2015, quando então, por força da resolução acima citada, será abolido. O SAD69 tem as seguintes características (IBGE, 2005):

- a) figura geométrica para a Terra: Elipsóide Internacional de 1967;
- b) semi eixo maior:  $a = 6.378.160\text{m}$ ;
- c) orientação geocêntrica: eixo de rotação paralelo ao eixo de rotação da Terra;
- d) plano meridiano origem paralelo ao plano meridiano de Greenwich, como definido pelo BIH;
- e) orientação topocêntrica
- f) Ponto Datum = Vértice de triangulação Chuá.

A resolução também define que quando os sistemas Córrego Alegre, SAD 69 e SIRGAS2000 forem empregados, o referencial altimétrico a ser utilizado coincide com a superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra que contém o nível médio do mar definido pelas observações maregráficas tomadas na baía de Imbituba, no litoral do Estado de Santa Catarina, de 1949 a 1957.

#### 2.5.4 Parâmetros de Transformação SAD69 para SIRGAS2000.

Para realizar as transformações entre sistemas geodésicos de referência, são utilizados os parâmetros oficiais divulgados pelo IBGE:

a) SAD 69 para SIRGAS2000

$$a1 = 6.378.160 \text{ m}$$

$$f1 = 1/298,25$$

$$a2 = 6.378.137 \text{ m}$$

$$f2 = 1/298,257222101$$

$$\Delta X = - 67,35 \text{ m}$$

$$\Delta Y = + 3,88 \text{ m}$$

$$\Delta Z = - 38,22 \text{ m}$$

b) SIRGAS2000 para SAD 69

$$a1 = 6.378.137 \text{ m}$$

$$f1 = 1/298,257222101$$

$$a2 = 6.378.160 \text{ m}$$

$$f2 = 1/298,25$$

$$\Delta X = + 67,35 \text{ m}$$

$$\Delta Y = - 3,88 \text{ m}$$

$$\Delta Z = + 38,22 \text{ m}$$

Onde:

$a1, f1$  = parâmetros geométricos do elipsoide do sistema de origem

$a2, f2$  = parâmetros geométricos do elipsoide do sistema de destino

$(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$  = parâmetros de transformação entre os sistemas

A formulação matemática a ser aplicada nas transformações é aquela divulgada na seção 3 do anexo da R.PR nº. 23, de 21 de janeiro de 1989 (DMA, 1998).

### 2.5.5 World Geodetic System 84 (WGS84)

O WGS84 é o sistema geodésico de referência utilizado para efemérides transmitidas do GPS. Atualmente, o WGS84 e o ITRF 2000 são compatíveis, portanto, compatível também com o SIRGAS 2000, não havendo necessidade de transformação entre os dois sistemas (IBGE, 2005).

Na primeira realização do WGS 84 utilizaram-se 1591 estações determinadas pelo DMA (*Defense Mapping Agency*), atual NGA (*National Geospatial-Intelligence Agency*) e obteve-se uma precisão de 1 a 2 metros (DMA, 1987 apud MONICO, 2007).

A última realização chamada de WGS 84(G1150), possui uma precisão de 1cm e passou a ser utilizada a partir de 20 de janeiro de 2002.

Os parâmetros do elipsoide WGS 84 são apresentados na Tabela 2.2 (DMA, 1998).

Tabela 2.2: Dados do WGS84 (G1150), última realização.

Parâmetros do elipsóide WGS 84	
Semi-eixo maior	$a=6378137$ m
Achatamento	$f= 1/298,257223563$
Velocidade angular da Terra	$\omega_e=7292115 \times 10^{-8}$ rad/s
Constante Gravitacional da Terra	$GM=3986004,418 \times 10^8$ m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>

## 2.6 Padrão de Exatidão Cartográfica Altimétrico

O Decreto nº. 89.817 de 1984 estabeleceu as Instruções Reguladoras das Normas Técnicas da Cartografia Nacional e criou critérios para a classificação de produtos cartográficos.

As cartas, quanto à sua exatidão, devem obedecer ao Padrão de Exatidão Cartográfica – PEC. O PEC deve ser seguido para planimetria e altimetria, porém, aqui é apresentado apenas o PEC altimétrico que determina que noventa por cento dos pontos isolados de altitude, obtidos por interpolação de curvas-de-nível, quando

testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao Padrão de Exatidão Cartográfica – Altimétrico - estabelecido.

Para a altimetria os valores que classificam a carta quanto à exatidão são:

- a) Classe A: metade da equidistância entre as curvas-de-nível, sendo de um terço desta equidistância o erro-padrão correspondente;
- b) Classe B: três quintos da equidistância entre as curvas-de-nível, sendo de dois quintos o erro-padrão correspondente;
- c) Classe C: três quartos da equidistância entre as curvas-de-nível, sendo de metade desta equidistância o erro-padrão correspondente.

## 2.7 Nivelamento Clássico – Classes e erro tolerável

Com o objetivo de enquadrar os resultados finais desse trabalho em uma das classes adotadas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), para nivelamento clássico, foi consultada a NBR 13.133 que trata da Execução de Levantamento Topográfico. Nessa norma são apresentadas as diretrizes que regem os levantamentos planialtimétricos. A Tabela 2.3 apresenta um resumo das classes, dos erros admissíveis no nivelamento e na última coluna um exemplo do erro tolerável para uma linha de nivelamento com extensão de 1 (um) quilômetro.

Tabela 2.3: Nivelamento de linhas, circuitos ou seções  
(Adaptado de ABNT, 1994)

Classe	Linha/Seção	Tolerâncias de Fechamento	Extensão Máxima	Lance Máximo	Lance Mínimo	Tolerâncias para K=1Km
IN Geométrico	-	$12 \text{ mm } \sqrt{K}$	10 Km	80m	15m	12mm
IIN Geométrico	-	$20 \text{ mm } \sqrt{K}$	10 Km	80m	15m	20mm
IIIN Trigonométrico	Principal	$0,15 \text{ m } \sqrt{K}$	10 Km	500m	40m	150mm
	Secundária	$0,20 \text{ m } \sqrt{K}$	5Km	300m	20m	200mm
IVN Taqueométrico	Principal	$0,30 \text{ m } \sqrt{K}$	5Km	150m	40m	300mm
	Secundária	$0,40 \text{ m } \sqrt{K}$	2Km	150m	20m	400mm

$K$  = extensão nivelada em km, medida num único sentido.

Embora os erros da tabela acima sejam o que a ABNT admite, pode-se afirmar que atualmente, através da grande disponibilidade de equipamentos de medição, sobretudo estações totais e níveis digitais é possível se obter melhores estimativas de precisão do que as definidas através da NBR 13.333.

## **2.8 Tolerância Posicional**

Um conceito bastante abrangente é o da tolerância posicional, ou seja, o quanto de discrepância pode haver entre a coordenada tida como exata e aquela apresentada em um mapa ou carta.

Em Rocha (2002), é analisado o conceito de tolerância para diversos usuários de cartografia digital.

Os usuários devem definir qual a tolerância máxima a ser aceita na representação cartográfica que não comprometa a execução do serviço a ser desenvolvido pelo usuário. Desta forma, cada usuário poderá chegar à conclusão de sua tolerância, e, conseqüentemente, a exatidão necessária para a elaboração de sua carta digital. Uma vez definido estes valores, os executores das bases cartográficas poderão definir o processo de geração das cartas digitais que atendam aos quesitos especificados. (ROCHA, 2002, p. 28).

Em suma, a finalidade para a qual o mapa produzido irá determinar a técnica e o erro aceitável. Nesse contexto, o modelo geoidal e os parâmetros obtidos podem ser usados em trabalhos posteriores desde que não supere a tolerância estabelecida pelo usuário final da carta.



## 3 MÉTODOS

A combinação de um modelo geoidal global com a técnica nivelamento/GPS, já apresentou bons resultados, como é possível observar em Souza (2002); Arana (2000); Souza (2006); Genro (2007), Pereira (2008) Santos (2005);

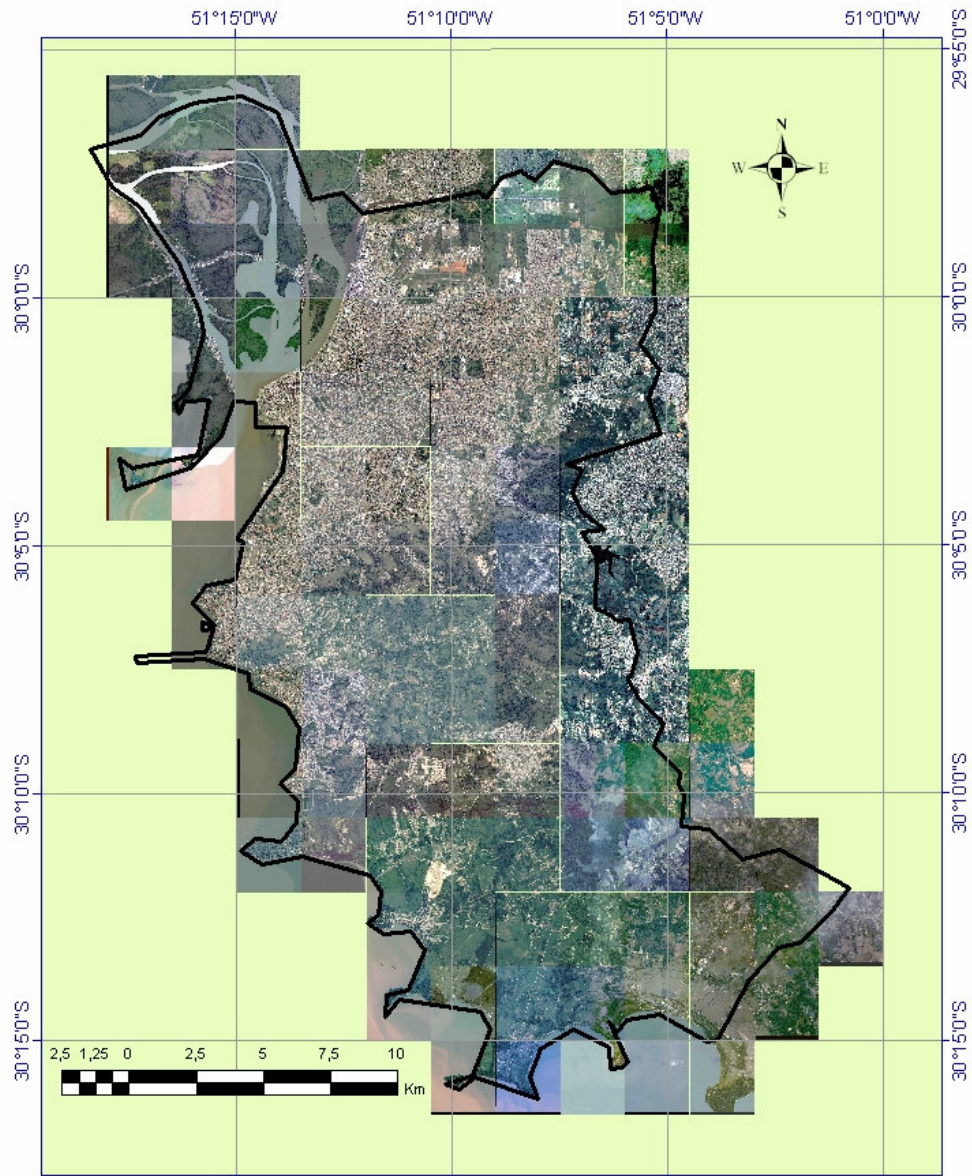
Para avaliar a eficiência do modelo EGM 2008 e sua aplicabilidade para um contexto local foram inseridas “amostras” da ondulação geoidal no município de Porto Alegre para compatibilizar o geóide global ao local. Para tanto foram realizados os procedimentos metodológicos descritos neste capítulo.

### 3.1 Localização do Estudo

O estudo foi desenvolvido na cidade de Porto Alegre, capital do estado do Rio Grande do Sul. Foi utilizado o limite oficial do IBGE, na projeção UTM, meridiano central  $51^{\circ} W$ , *DATUM* SIRGAS2000, com um *buffer* de 500 metros além do limite. Como o limite municipal fornecido pelo IBGE está representado na escala 1:250.000 e conforme o PEC, o erro máximo que se pode encontrar nessa escala é de 250m, foi utilizada a distância de 500m além desse limite, para garantir que nenhuma parte do município estivesse fora do estudo.

O município possui uma área de 476,30 Km<sup>2</sup>, sendo 431,85 Km<sup>2</sup> de área continental e 44,45 Km<sup>2</sup> de ilhas. Porto Alegre está localizada na região do paralelo  $30^{\circ}$  Sul e no meridiano  $51^{\circ}$  Oeste de Greenwich. A área compreende aproximadamente 15' de longitude e 20' de latitude. Quanto ao relevo, o município possui uma área plana, homogênea, onde dominam os modelados de acumulação representados pelas planícies e terraços lacustres. Já a formação de relevo mais elevada composta por morros e colinas correspondem às características do Planalto Uruguaio Sul Riograndense. A variação altimétrica é de 0,1 metros (na Ilha das Flores) a 311,20 metros (no topo do Morro Santana).

O modelo geoidal estudado está situado entre as latitudes  $29^{\circ}50'00''S$  e  $30^{\circ}26'00''S$  e entre as longitudes  $50^{\circ}54'00''W$  e  $51^{\circ}26'00''W$ , conforme Figura 3.1:



**Figura 3.1 - Localização**

### **3.2 Análise dos dados das Referências de Nível**

No ano de 2002, foi realizado o levantamento altimétrico de 62 referências de nível no município de Porto Alegre com o intuito de gerar um mapa geoidal do município por nivelamento/GPS. Nesse trabalho foi executado o rastreamento por GPS através do posicionamento relativo estático sobre os marcos de referências de nível. Como bases do posicionamento relativo foram utilizadas as estações POAL da RBMC, estação da Rede Inbra de Bases Comunitárias (RIBAC) e a uma estação

pertencente a uma empresa privada. Após a obtenção das alturas geoidas nas RN's foi gerado o mapa de isolinhas da ondulação geoidal. O resultado final do trabalho foi publicado em Salomoni, et al (2002) e os dados foram fornecidos para o LAGEO/UFRGS.

As RN's pertencem ao município e as altitudes ortométricas foram obtidas através de nivelamento geométrico. As altitudes estão referenciadas ao Datum Vertical Marégrafo de Imbituba. Não foi possível obter o erro associado à rede de referências de nível de Porto Alegre porque não foi realizado o ajustamento das altitudes.

Além dessas RN's mais uma referência de nível foi agregada ao trabalho, a RN 243, localizada na Zona Sul de Porto Alegre.

De posse das coordenadas tridimensionais das RN's procedeu-se a transformação de *Datum*, uma vez que as coordenadas finais do trabalho de 2002 estavam referenciadas ao SAD69. A transformação foi realizada utilizando os parâmetros oficiais divulgados pelo IBGE, conforme 2.6.4.

A importação das coordenadas foi realizada no software TCGEO (IBGE, 2005) pelo método de inserção de arquivo ASCII. A entrada de dados foram as coordenadas geodésicas SAD69 com a altitude geométrica e as coordenadas obtidas foram inseridas em um *Shapefile*.

A Referência de Nível 243 foi rastreada por aproximadamente 20 minutos no dia 16 de março de 2010. O receptor utilizado foi o *Trimble 5700* de dupla frequência e os procedimentos do posicionamento seguiram o que está designado em IBGE (1993). No rastreamento foram observados os seguintes itens:

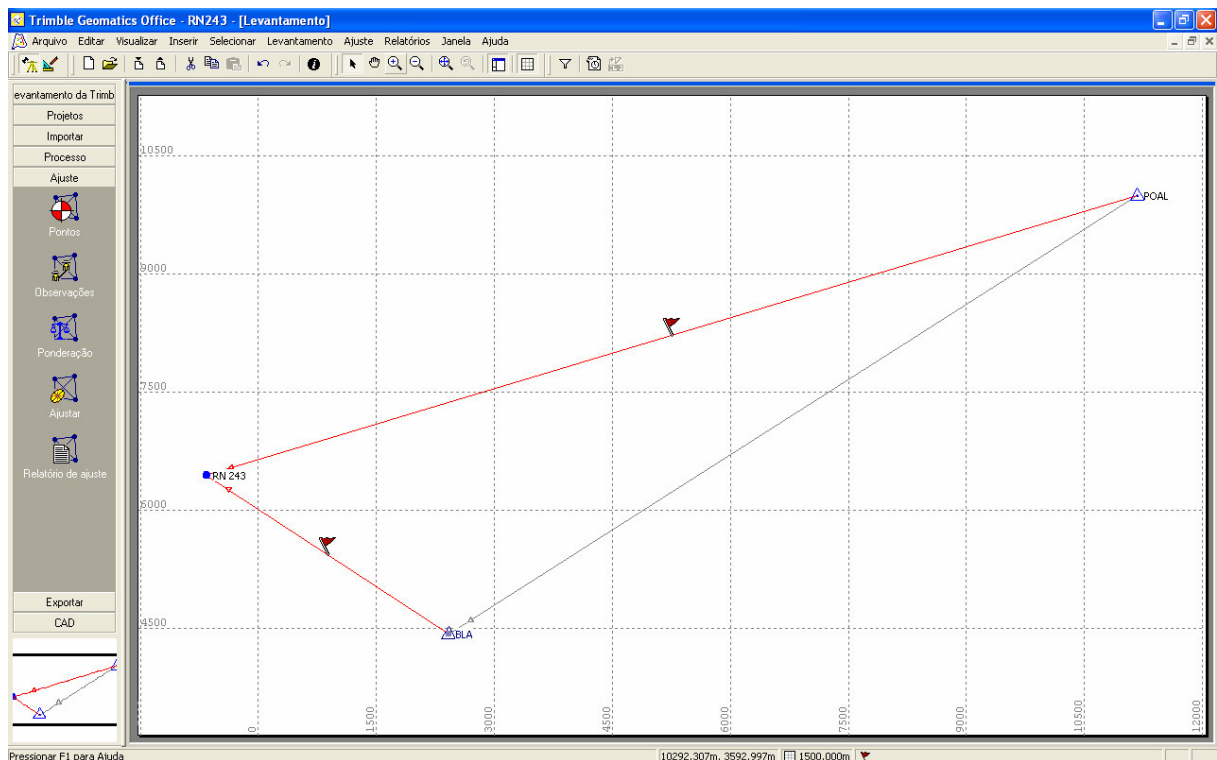
- a) utilização pelo menos cinco satélites que apresentem PDOP de cinco ou menor;
- b) observação de satélites com elevação mínima de 15° acima do horizonte;
- c) a taxa da observação foi de 5 segundos;
- d) centralização e nivelamento da antena;
- e) medição da altura da antena sobre os marcos.

O processamento foi realizado no software *Trimble Geomatics Office* (TGO). A estação POAL da RBMC e a estação BLA serviram de base para esse processamento. A estação BLA, localizada na empresa Aerogeo, no bairro Vila Nova foi ocupada pelo GPS Base da mesma marca e modelo do receptor móvel. As coordenadas de BLA foram obtidas através do posicionamento relativo estático com

base em duas estações da RBMC, a POAL e SMAR localizadas em Porto Alegre e Santa Maria, respectivamente.

Na mesma empresa existe um receptor ativo de simples frequência (Estação TRS), porém esta não foi utilizada.

A Figura 3.2 apresenta o processo das linhas de base: POAL para RN243 e BLA para RN243.



**Figura 3.2 - Processamento de Linhas de Base  
Módulo de Levantamento do TGO**

Para as duas linhas de base houve fixação das ambigüidades.

As combinações lineares que apresentaram menores valores de variância foram:

- a) *Ion Free* (Sem Iono Fixo) para a linha de base POAL para RN243;
- b) *Wide Lane* (Via Larga) para a linha de base BLA para RN243.

A Figura 3.3 apresenta a solução do processamento das linhas de base:

	Ident	Da estação	Para estação	Comprimento d...	Tipo de solução	Razão	VarRef	RMS
<input checked="" type="checkbox"/>	BL1	BLA	RN 243	3688,230m	Via larga fixo	5,0	2,356	0,028m
<input checked="" type="checkbox"/>	BL3	POAL	RN 243	12358,162m	Sem lono fixo	2,9	2,527	0,014m

Sobrescrever soluções duplicadas da linha de base

Pendientes 2 aceit, 0 rejeit

Figura 3.3 - Soluções do processamento das linhas de base

O ajustamento de rede é apresentado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Ajustamento da RN243  
(Adaptada do *Adjustment Report TGO*)

PONTO	LATITUDE	ERRO (NORTE)	LONGITUDE	ERRO (ESTE)	ALTITUDE ELIPSOIDAL	ERRO (ALT.)	FIXAR
BLA	30°07'27,85677"s	0,004m	51°12'38,15979"O	0,003m	56,583m	0,005m	Lat Long a
RN 243	30°06'21,92634"s	0,005m	51°14'33,17790"O	0,005m	37,787m	0,0150m	
POAL	30°04'26,55270"s	0,002m	51°07'11,15320"O	0,002m	76,750m	0,004m	Lat Long a

As coordenadas geodésicas acima estão em SIRGAS 2000. Novamente foi utilizado o TCGEO para conversão de coordenadas geodésicas para UTM fuso 22. A RN243 foi inserida no *shapefile* das demais RN's.

O limite municipal foi extraído dos dados cartográficos do IBGE na escala 1/250.000, que originalmente está referenciado ao SAD69. Para a utilização nessa dissertação o limite foi reprojeto no *software ArcMap* utilizando os parâmetros oficiais do IBGE.

A localização das 63 RN's dentro do limite do município é apresentada no mapa que consta na Figura 3.4:

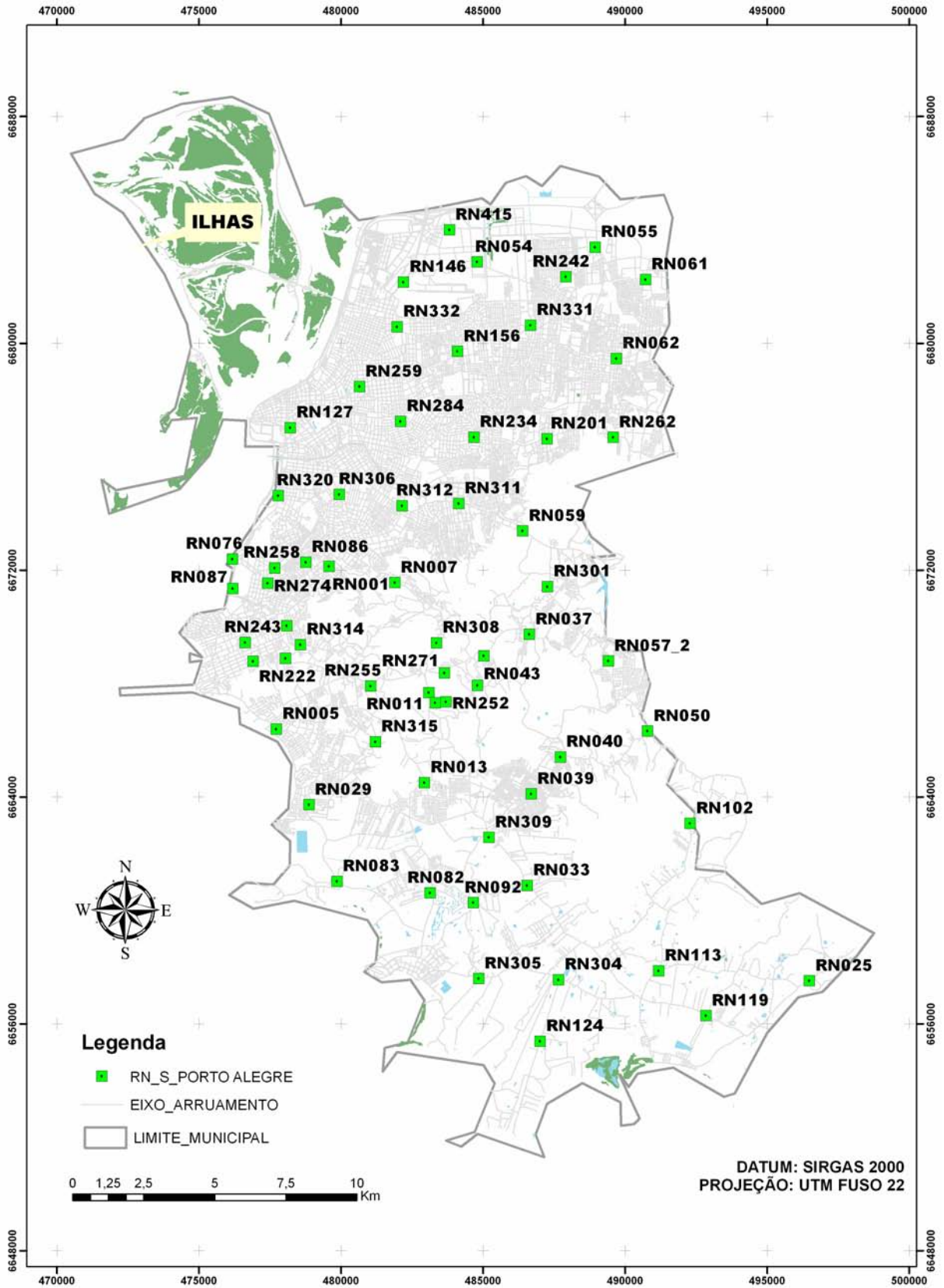


Figura 3.4 - Mapa das 63 RN's no município de Porto Alegre

As coordenadas das 63 referências de nível são apresentadas na Tabela

3.2.

**Tabela 3.2- Referências de Nível em SIRGAS2000**

Seq.	RN	Norte (m)	Este (m)	Latitude	Longitude	Alt. Elipsoidal (m)	Alt. Ortométrica (m)
1	RN001	6672120,609	479577,767	-30,08189881	-51,21191813	54,320	48,928
2	RN005	6666379,712	477722,958	-30,13367445	-51,23128568	10,770	5,256
3	RN007	6671546,392	481892,087	-30,08711733	-51,18791272	113,070	107,572
4	RN013	6664489,061	482935,729	-30,15082057	-51,17719616	26,980	21,479
5	RN025	6657501,830	496488,365	-30,21399039	-51,03648828	31,720	26,299
6	RN029	6663713,236	478869,969	-30,15775809	-51,21943045	19,520	13,753
7	RN037	6669723,014	486625,756	-30,10363337	-51,13881276	135,880	130,473
8	RN38_2	6668961,275	485027,918	-30,11048906	-51,15540761	67,690	62,257
9	RN039	6664095,490	486696,366	-30,15441921	-51,13815059	41,910	36,456
10	RN040	6665399,106	487721,989	-30,14266566	-51,12748498	40,680	35,217
11	RN043	6667922,340	484805,605	-30,1198621	-51,15773007	42,130	36,713
12	RN054	6682857,519	484798,273	-29,98507941	-51,15759262	7,350	2,296
13	RN055	6683378,499	488940,166	-29,98042216	-51,11464931	8,930	3,897
14	RN057_2	6668783,228	489412,999	-30,11214118	-51,1098931	89,990	84,630
15	RN061	6682235,824	490718,818	-29,99074912	-51,09622128	14,660	9,564
16	RN062	6679448,749	489695,010	-30,01589314	-51,10686238	47,870	42,681
17	RN074	6670031,008	478091,734	-30,10073047	-51,22738149	22,330	16,889
18	RN076	6672377,788	476182,075	-30,07951638	-51,24714864	10,760	5,418
19	RN078	6668874,119	478047,576	-30,1111699	-51,22786375	27,280	21,828
20	RN082	6660602,165	483137,790	-30,18590005	-51,17515996	11,020	5,387
21	RN086	6672264,922	478758,480	-30,08058248	-51,22041679	121,160	115,798
22	RN087	6671334,951	476194,543	-30,08892762	-51,24704265	9,120	3,702
23	RN092	6660256,908	484657,197	-30,18903588	-51,15938185	17,920	12,388
24	RN113	6657854,788	491180,653	-30,21077823	-51,09163602	25,070	19,700
25	RN119	6656271,093	492844,824	-30,22508092	-51,07435548	15,160	9,662
26	RN124	6655374,607	487012,127	-30,23312266	-51,1349789	11,500	6,085
27	RN127	6677012,180	478218,595	-30,03773153	-51,22592169	10,510	5,194
28	RN146	6682144,019	482199,164	-29,99148345	-51,18454876	8,090	2,926
29	RN201	6676616,295	487252,422	-30,04143175	-51,13222581	68,810	63,568
30	RN222	6668773,451	476901,097	-30,11205718	-51,23976618	52,340	46,856
31	RN234	6676676,353	484677,556	-30,04086021	-51,15893298	89,750	84,477
32	RN252	6667340,057	483697,524	-30,12510254	-51,16924176	84,280	78,867
33	RN255	6667904,384	481045,719	-30,11997146	-51,19676087	86,090	80,627
34	RN258	6672062,914	477670,201	-30,08238607	-51,23171371	23,060	17,667
35	RN259	6678458,890	480650,549	-30,02471658	-51,20067075	34,340	29,082
36	RN262	6676667,898	489578,014	-30,0409881	-51,10810285	90,820	85,590
37	RN274	6671520,669	477423,927	-30,08727498	-51,23428078	26,810	21,347
38	RN284	6677233,331	482097,737	-30,0357987	-51,18568282	39,090	33,807
39	RN301	6671403,486	487265,594	-30,08847487	-51,13215166	110,710	105,375
40	RN304	6657544,144	487657,753	-30,21355089	-51,12824372	18,520	12,915
41	RN306	6674658,317	479936,766	-30,05900333	-51,20814495	67,350	61,980
42	RN308	6669423,672	483367,071	-30,10629467	-51,1726396	178,330	172,864
43	RN309	6662558,985	485207,483	-30,16826799	-51,15363323	20,620	15,080
44	RN311	6674336,421	484140,564	-30,06197008	-51,16453785	38,510	33,205
45	RN312	6674259,438	482156,865	-30,06263744	-51,18511945	26,140	20,806
46	RN314	6669357,389	478575,593	-30,10681806	-51,22237326	48,240	42,793
47	RN315	6665932,842	481208,414	-30,13776593	-51,19510695	80,900	75,382
48	RN320	6674613,711	477794,001	-30,05936881	-51,23037573	7,530	2,170
49	RN331	6680626,306	486675,086	-30,00523705	-51,1381641	18,210	13,047
50	RN332	6680569,597	481977,611	-30,00568869	-51,1868723	8,410	3,195
51	RN415	6683988,076	483815,903	-29,97486401	-51,16775943	7,560	2,134
52	RN244	6667303,276	483322,655	-30,12542939	-51,17313397	102,040	97,117
53	RN011	6667662,516	483095,452	-30,12218433	-51,17548691	108,110	102,627
54	RN033	6660867,305	486549,806	-30,18354988	-51,13971361	28,260	22,701
55	RN050	6666309,711	490796,391	-30,1344751	-51,09555499	115,310	110,002
56	RN059	6673366,793	486399,387	-30,07074772	-51,14111557	42,640	37,371
57	RN083	6661012,198	479856,436	-30,18214984	-51,20923776	10,390	4,621
58	RN102	6663050,407	492289,793	-30,16389873	-51,08007376	47,450	41,978
59	RN156	6679702,943	484100,017	-30,01353926	-51,16487831	19,560	14,310
60	RN242	6682332,163	487916,651	-29,98985526	-51,12527118	9,290	4,181
61	RN271	6668364,391	483637,091	-30,11585772	-51,16985332	75,070	69,562
62	RN305	6657581,860	484844,816	-30,21317867	-51,15747128	9,800	4,233
63	RN243	6669434,052	476631,589	-30,10609053	-51,24254909	37,788	32,368



Além da altitude geométrica, foi inserido, na Tabela 3.3, o valor da altitude ortométrica extraído dos relatórios de pontos geodésicos da prefeitura. Esses relatórios chamados de Descrição da Referência de Nível apresentam a altitude, localização, por vezes fotos das RN's e conforme mencionado anteriormente não apresenta o erro altimétrico associado à RN, conforme Figura 3.5.


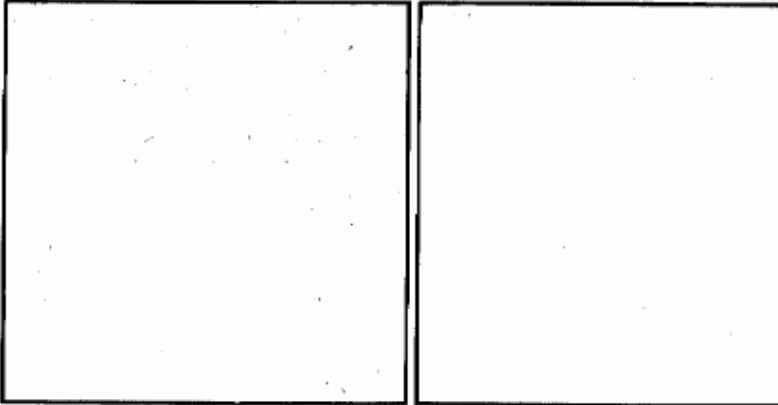

 CONVÊNIO PMPA - METROPLAN SECRETARIA DO PLANEJAMENTO MUNICIPAL FUNDAÇÃO METROPOLITANA DE PLANEJAMENTO			RN Nº 243
DESCRIÇÃO DA REFERÊNCIA DE NÍVEL			ALTITUDE 32,368 m
ORIGEM / COTA	DATA DE COLOCAÇÃO	DATUM ALTIMÉTRICO	
CNPM	06/07	MAREGRÁFO DE IMBITUBA	
			
			
LOCALIZAÇÃO: CARTA 1:10 00 Nº 2987-2-K			K.18
OBS.: REVISADO EM 14/04/94. RN EM CONDIÇÕES.			
LOCALIZADO - REV. MAR/06 - ENG. <b>MARCELO</b>			

Figura 3.5 - Descrição da Referência de Nível 243  
(GEOPINOS, 2010)

A partir dos dados dessa planilha foi extraído o valor de  $N_{GPS}$ , ou seja, o valor da ondulação geoidal calculada a partir da subtração da altitude ortométrica da geométrica. A Tabela 3.3 apresenta o valor de  $N_{GPS}$ .



Tabela 3.3: Referências de Nível em SIRGAS2000 – Cálculo de  $N_{GPS}$ 

Seq.	RN	Alt. Elipsoidal (m)	Alt. Ortométrica (m)	NGPS (m)
1	RN001	54,320	48,928	5,392
2	RN005	10,770	5,256	5,514
3	RN007	113,070	107,572	5,498
4	RN013	26,980	21,479	5,501
5	RN025	31,720	26,299	5,421
6	RN029	19,520	13,753	5,767
7	RN037	135,880	130,473	5,407
8	RN38_2	67,690	62,257	5,433
9	RN039	41,910	36,456	5,454
10	RN040	40,680	35,217	5,463
11	RN043	42,130	36,713	5,417
12	RN054	7,350	2,296	5,054
13	RN055	8,930	3,897	5,033
14	RN057_2	89,990	84,630	5,360
15	RN061	14,660	9,564	5,096
16	RN062	47,870	42,681	5,189
17	RN074	22,330	16,889	5,441
18	RN076	10,760	5,418	5,342
19	RN078	27,280	21,828	5,452
20	RN082	11,020	5,387	5,633
21	RN086	121,160	115,798	5,362
22	RN087	9,120	3,702	5,418
23	RN092	17,920	12,388	5,532
24	RN113	25,070	19,700	5,370
25	RN119	15,160	9,662	5,498
26	RN124	11,500	6,085	5,415
27	RN127	10,510	5,194	5,316
28	RN146	8,090	2,926	5,164
29	RN201	68,810	63,568	5,242
30	RN222	52,340	46,856	5,484
31	RN234	89,750	84,477	5,273
32	RN252	84,280	78,867	5,413
33	RN255	86,090	80,627	5,463
34	RN258	23,060	17,667	5,393
35	RN259	34,340	29,082	5,258
36	RN262	90,820	85,590	5,230
37	RN274	26,810	21,347	5,463
38	RN284	39,090	33,807	5,283
39	RN301	110,710	105,375	5,335
40	RN304	18,520	12,915	5,605
41	RN306	67,350	61,980	5,370
42	RN308	178,330	172,864	5,466
43	RN309	20,620	15,080	5,540
44	RN311	38,510	33,205	5,305
45	RN312	26,140	20,806	5,334
46	RN314	48,240	42,793	5,447
47	RN315	80,900	75,382	5,518
48	RN320	7,530	2,170	5,360
49	RN331	18,210	13,047	5,163
50	RN332	8,410	3,195	5,215
51	RN415	7,560	2,134	5,426
52	RN244	102,040	97,117	4,923
53	RN011	108,110	102,627	5,483
54	RN033	28,260	22,701	5,559
55	RN050	115,310	110,002	5,308
56	RN059	42,640	37,371	5,269
57	RN083	10,390	4,621	5,769
58	RN102	47,450	41,978	5,472
59	RN156	19,560	14,310	5,250
60	RN242	9,290	4,181	5,109
61	RN271	75,070	69,562	5,508
62	RN305	9,800	4,233	5,567
63	RN243	37,788	32,368	5,430

### 3.2 Geração do modelo geoidal EGM2008

No início da pesquisa, a aquisição dos dados para a geração dos modelos geoidais com as informações do EGM2008 se davam de quatro formas, como descrito no item 2.6.2. Em 2009, foi lançado o *Calculation Service* (BARTHELMES, 2009), um serviço de cálculo on-line desenvolvido em *JAVA SCRIPT* onde é possível escolher o geóide, o modelo, a resolução, o tipo de dado (anomalia gravimétrica, distúrbio gravitacional, geóide, etc), que se deseja obter.

No *calculation service*, foi escolhida na região de Porto Alegre, um geóide com resolução de 7 segundos de arco.

A escolha dessa resolução se deu através de testes da variabilidade de pontos escolhidos aleatoriamente no município e testados no MAPGEO2004. O resultado mostrou que em um raio de 200 a 250 metros, não ocorre variação da ondulação geoidal. Os 7 segundos de arco equivalem a aproximadamente 210 metros.

Nas tentativas iniciais do estudo foram obtidos geóides com resoluções menores e a densificação foi realizada por interpolação pelo método da *Krigagem*, porém, os resultados ficaram aquém do esperado pois nos testes para pontos de ondulação geoidal conhecidos e erro médio foi muito alto, indicando que a qualidade do modelo final poderia ficar comprometida. Por esse motivo abandonou-se a técnica e partiu-se para o cálculo do geóide com uma resolução espacial maior que a inicial.

Neste trabalho, inicialmente, foi calculado o modelo geoidal para o GRS80, elipsoide usado no SIRGAS2000. Todos os procedimentos metodológicos a partir desse ponto são comuns para SIRGAS2000 e WGS84. A única diferença, sem dúvida, é para quando é requerido o sistema de geodésico de referência.

Para que o entendimento seja facilitado será apresentado o passo a passo do modelo em SIRGAS 2000.

Como será visto no próximo capítulo, os resultados após diversas análises do valor da ondulação geoidal para esse elipsoide apresentou um erro sistemático. Por esse motivo, foi calculado também o geóide para WGS84.

Os dados de entrada para os dois modelos foram os apresentados na Tabela 3.4, variando apenas os sistemas de referência.

**Tabela 3.4: Dados do Cálculo no *Calculation Service***

Parâmetros	Dados
Sistema de Referência	GRS80, WGS84
Pasta	EGM2008
Funcionalidade	GEOID
Maré	TIDE FREE
Termo de grau zero	YES
Intervalo	0,001944444
Limite Oeste	-51,50
Limite Este	-50,9
Limite Sul	-30,50
Limite Norte	-29,75

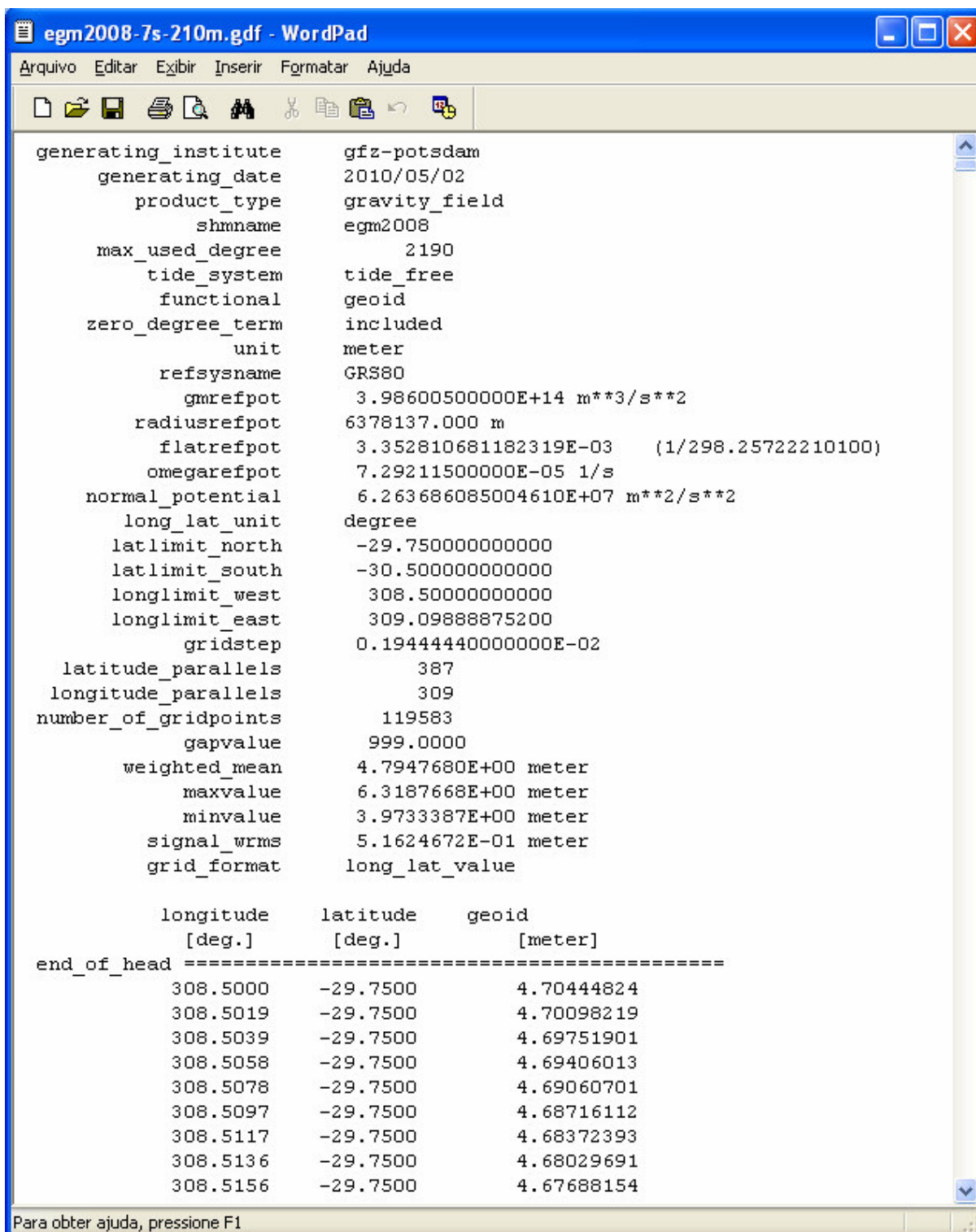
Na Figura 3.6 é apresentada a interface do *Calculation Service* quando da realização do processamento do modelo para WGS84.

The screenshot displays the 'Calculation Service' interface with the following parameters and values:

model and reference selection	
refsys	WGS84
radiusrefpot	6378137.0
flatrefpot	298.257223563
gmrefpot	3.986004416d+14
omegarefpot	7.292115d-5
model directory	gfc-models
modelfile	egm2008
functional	geoid
tide_system	tide free
zero_degree_term	yes
grid selection	
gridstep	0.001944444
longlimit_west	308.5
longlimit_east	309.1
latlimit_south	-30.5
latlimit_north	-29.75
height_over_ell	0
truncation	
max_used_degree	** max degree of model **
startgentlecut	** unused **
Gaussian filtering	
flength_definition	** unused **
filterlength_degree	5
filterlength_meter	556597

**Figura 3.6 - *Calculation Service***

O produto obtido do *Calculation Service*, a partir dos parâmetros acima é um arquivo formato GDF, com os parâmetros do processamento e um *grid* contendo latitude, longitude e ondulação geoidal, conforme Figura 3.7.



```

egm2008-7s-210m.gdf - WordPad
Arquivo  Editar  Exibir  Inserir  Formatar  Ajuda

generating_institute    gfz-potsdam
generating_date         2010/05/02
product_type            gravity_field
shmname                 egm2008
max_used_degree         2190
tide_system            tide_free
functional              geoid
zero_degree_term       included
unit                   meter
refsysname              GRS80
gmrefpot                3.986005000000E+14 m**3/s**2
radiusrefpot            6378137.000 m
flatrefpot              3.352810681182319E-03 (1/298.25722210100)
omegarefpot            7.292115000000E-05 1/s
normal_potential        6.263686085004610E+07 m**2/s**2
long_lat_unit           degree
latlimit_north          -29.750000000000
latlimit_south          -30.500000000000
longlimit_west          308.500000000000
longlimit_east          309.09888875200
gridstep                0.194444400000000E-02
latitude_parallels     387
longitude_parallels    309
number_of_gridpoints    119583
gapvalue                999.0000
weighted_mean           4.7947680E+00 meter
maxvalue                6.3187668E+00 meter
minvalue                3.9733387E+00 meter
signal_wrms             5.1624672E-01 meter
grid_format             long_lat_value

      longitude    latitude    geoid
      [deg.]      [deg.]      [meter]
end_of_head =====
      308.5000    -29.7500    4.70444824
      308.5019    -29.7500    4.70098219
      308.5039    -29.7500    4.69751901
      308.5058    -29.7500    4.69406013
      308.5078    -29.7500    4.69060701
      308.5097    -29.7500    4.68716112
      308.5117    -29.7500    4.68372393
      308.5136    -29.7500    4.68029691
      308.5156    -29.7500    4.67688154

Para obter ajuda, pressione F1

```

Figura 3.7 - Arquivo do processamento para elipsoide GRS80

Após processamento em planilha eletrônica para adequar ao formato compatível com o *ArcView*, o modelo foi transformado em um *shapefile* de pontos com a ondulação como atributo e reprojetoado de coordenadas geodésicas para UTM Fuso 22 SIRGAS2000.

Através da função *point to raster* do ARC/INFO 9.3 foi criado um modelo onde o valor do *pixel* do arquivo *raster* (TIFF) é igual à ondulação geoidal (Figura 3.8).

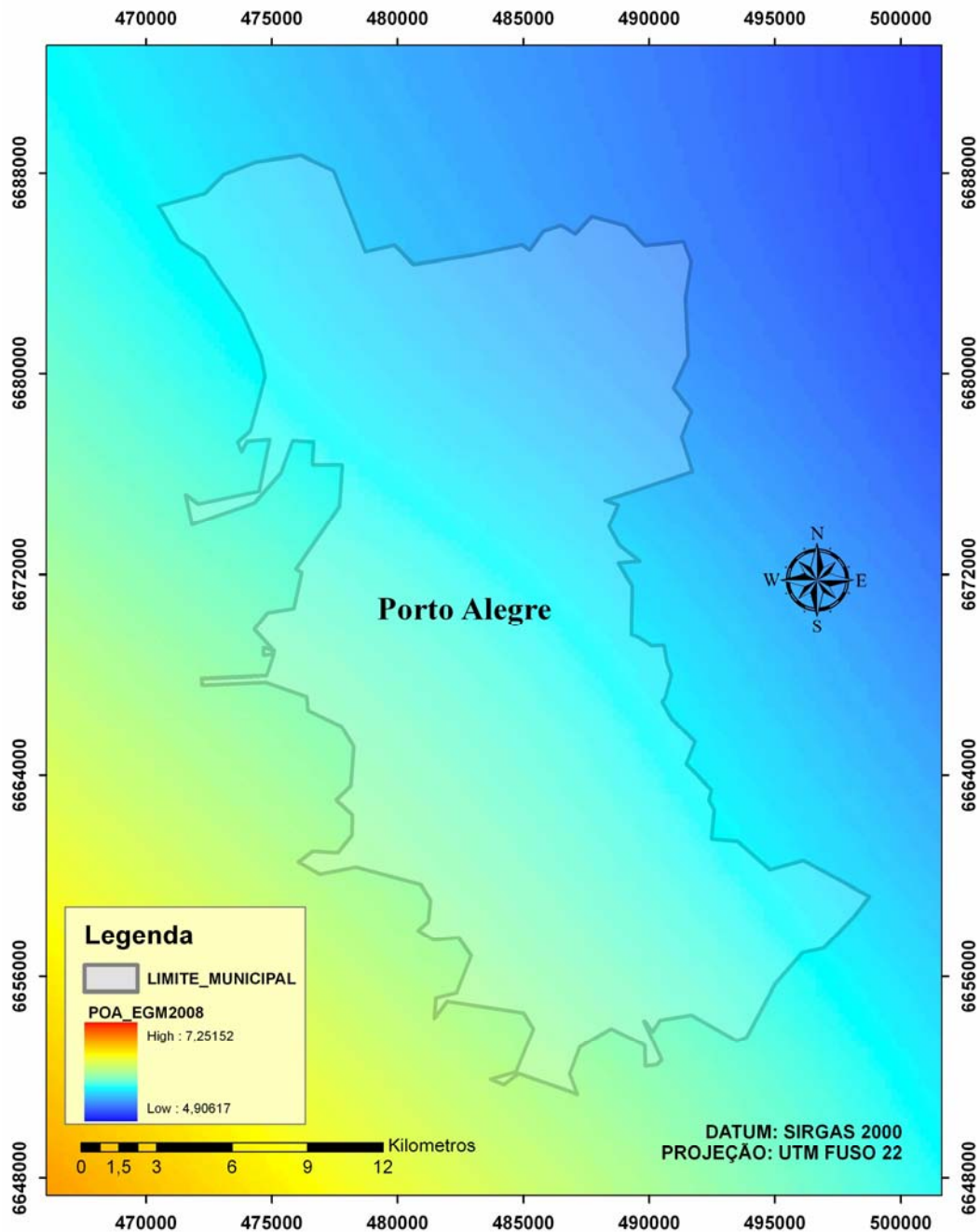


Figura 3.8 - Modelo Geoidal POA-EGM2008

### 3.3 Extração dos dados do modelo

Com a sobreposição do arquivo de pontos das RN's e do arquivo raster do modelo (Figura 3.9), utilizando a função *Extract Values to Points* da extensão *Spatial Analyst Tools* foram extraídas as ondulações do modelo POA\_EGM na posição das 63 RN's.

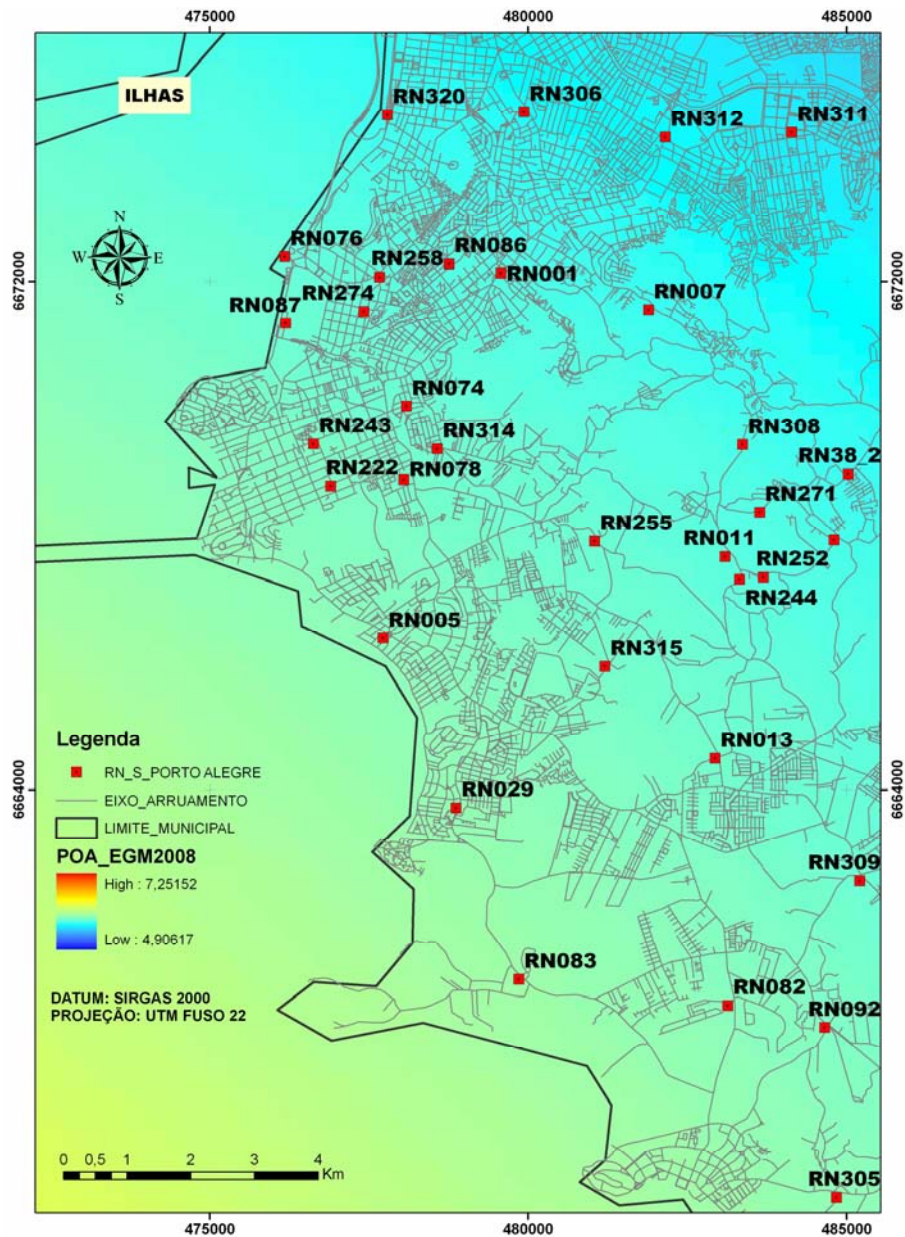


Figura 3.9 – Referências de Nível em *shapefile* sobre *raster* do modelo

Na Tabela 3.5, são apresentados os valores de  $N_{GPS}$ ,  $N_{SIRGAS}$  e  $N_{WGS}$ , que são as ondulações obtidas a partir do posicionamento GPS sobre as RN's, do modelo calculado para SIRGAS e do modelo calculado para WGS84, respectivamente.



Tabela 3.5: Ondulação geoidal nos modelos em SIRGAS200 e WGS84

Seq	RN	NGPS(m)	NSIRGAS(m)	NWGS(m)
1	RN001	5,392	4,654	5,587
2	RN005	5,514	4,777	5,710
3	RN007	5,498	4,633	5,565
4	RN013	5,501	4,724	5,657
5	RN025	5,421	4,574	5,507
6	RN029	5,767	4,798	5,730
7	RN037	5,407	4,592	5,525
8	RN38_2	5,433	4,632	5,565
9	RN039	5,454	4,667	5,600
10	RN040	5,463	4,631	5,564
11	RN043	5,417	4,648	5,581
12	RN054	5,054	4,404	5,337
13	RN055	5,033	4,344	5,277
14	RN057_2	5,360	4,559	5,492
15	RN061	5,096	4,328	5,261
16	RN062	5,189	4,382	5,315
17	RN074	5,441	4,708	5,641
18	RN076	5,342	4,693	5,626
19	RN078	5,452	4,730	5,663
20	RN082	5,633	4,774	5,707
21	RN086	5,362	4,660	5,593
22	RN087	5,418	4,709	5,642
23	RN092	5,532	4,754	5,687
24	RN113	5,370	4,670	5,603
25	RN119	5,498	4,666	5,599
26	RN124	5,415	4,792	5,724
27	RN127	5,316	4,585	5,518
28	RN146	5,164	4,448	5,381
29	RN201	5,242	4,464	5,397
30	RN222	5,484	4,745	5,677
31	RN234	5,273	4,499	5,432
32	RN252	5,413	4,675	5,608
33	RN255	5,463	4,704	5,636
34	RN258	5,393	4,678	5,611
35	RN259	5,258	4,523	5,456
36	RN262	5,230	4,426	5,359
37	RN274	5,463	4,692	5,625
38	RN284	5,283	4,527	5,460
39	RN301	5,335	4,555	5,488
40	RN304	5,605	4,736	5,669
41	RN306	5,370	4,602	5,535
42	RN308	5,466	4,651	5,584
43	RN309	5,540	4,712	5,645
44	RN311	5,305	4,550	5,483
45	RN312	5,334	4,580	5,513
46	RN314	5,447	4,715	5,648
47	RN315	5,518	4,735	5,668
48	RN320	5,360	4,629	5,562
49	RN331	5,163	4,406	5,339
50	RN332	5,215	4,471	5,404
51	RN415	5,426	4,403	5,336
52	RN244	4,923	4,680	5,613
53	RN011	5,483	4,677	5,610
54	RN033	5,559	4,708	5,641
55	RN050	5,308	4,565	5,498
56	RN059	5,269	4,536	5,469
57	RN083	5,769	4,822	5,755
58	RN102	5,472	4,576	5,509
59	RN156	5,250	4,458	5,391
60	RN242	5,109	4,366	5,299
61	RN271	5,508	4,659	5,592
62	RN305	5,567	4,791	5,724
63	RN243	5,430	4,740	5,672



De posse dos dados acima, resumidamente, seguiu-se a etapa do cálculo da componente sistemática.

### 3.4 Cálculo da componente sistemática

Nesta etapa foi encontrada, primeiramente, a diferença entre o  $N_{GPS}$  e o  $N_{SIRGAS}$  e  $N_{WGS}$ , a chamada componente sistemática do geóide.

$$\Delta N_{SIRGAS} = N_{GPS} - N_{SIRGAS} \quad (3.1)$$

Onde:  $\Delta N_{SIRGAS}$  é a componente sistemática em SIRGAS2000;

$N_{GPS}$  é ondulação geoidal obtida de através do GPS sobre a RN;

$N_{SIRGAS}$  é altura geoidal obtida no modelo EGM2008 calculado em SIRGAS2000.

$$\Delta N_{WGS} = N_{GPS} - N_{WGS} \quad (3.2)$$

Onde:  $\Delta N_{WGS}$  é a componente sistemática em WGS84;

$N_{GPS}$  é ondulação geoidal obtida de através do GPS sobre a RN;

$N_{WGS}$  é ondulação geoidal obtida no modelo EGM2008 calculado para WGS84.

Foi detectada uma diferença entre o modelo calculado com o elipsoide GRS80 e  $N_{GPS}$  em média de 93 cm conforme planilha 3.5, o que indica que há um erro sistemático no modelo, além da componente sistemática do geóide.

A Figura 3.11, apresenta uma comparação entre os dois elipsoides GRS80 e WGS84 que são considerados como iguais para algumas aplicações, porém, para o cálculo do potencial gravitacional através da Equação 2.19, a diferença entre os valores da constante gravitacional nos dois elipsoides resulta no erro sistemático citado acima de aproximadamente 93 cm.

Parâmetro	GRS 1980	WGS 84
$GM$	$3\,986\,005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$	$3\,986\,004.418 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
$1/f$	298.257 222 101	298.257 223 563
$b$	6 356 752.3141 m	6 356 752.3142 m
$e^2$	0.006 694 380 022 90	0.006 694 379 990 14
$e'^2$	0.006 739 496 775 48	0.006 739 496 742 28
$E$	521 854.0097 m	521 854.0084 m
$c$	6 399 593.6259 m	6 399 593.6258 m
$U_0$	$62\,636\,860.850 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$	$62\,636\,851.7146 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$
$\gamma_a$	$9.780\,326\,7715 \text{ m s}^{-2}$	$9.780\,325\,3359 \text{ m s}^{-2}$
$\gamma_b$	$9.832\,186\,3685 \text{ m s}^{-2}$	$9.832\,184\,9378 \text{ m s}^{-2}$
$m$	0.003 449 786 003 08	0.003 449 786 506 84

**Figura 3.10 - Comparação numérica entre GRS 1980 e WGS84**  
(Adaptada de HOFFMAN-WELLENHOF; MORITZ, 2005)

Nesse momento é importante ressaltar que o termo sistemática, quando se fala em componente sistemática do geóide, é assim chamado por que “pontualmente” há um erro sistemático, diferentemente do erro sistemático médio detectado no modelo referenciado ao SIRGAS2000. Tanto esse fato é verdade que o valor da componente ajustada dependerá, primordialmente, das coordenadas geodésicas do local.

Esse erro foi levado em consideração no cálculo do ajustamento pelo MMQ e somado ao  $\Delta N_{SIRGAS}$ . Em função dessa compensação o termo  $\Delta N_{SIRGAS}$  será substituído por:

$$\Delta N_{SIRGAS-C} = \Delta N_{SIRGAS} + 0,93m \quad (3.3)$$

### 3.5 Detecção de erro grosseiro no valor da componente sistemática

A média de valores de componente sistemática obtidos foram 0,154m e 0,156m para os modelos em SIRGAS2000 e WGS84, respectivamente. A RN 244

apresentou valor de  $\Delta N = 0,687\text{m}$  para SIRGAS e  $\Delta N = 0,690\text{m}$  para WGS84, por isso foi considerada como um ponto onde ocorreu algum tipo de erro grosseiro e foi, então, excluída das análises posteriores a essa etapa. A Tabela 3.6 apresenta os valores de  $\Delta N$  para os dois modelos, com destaque para a RN 244.

Tabela 3.6: Componente Sistemática nos modelos

ID	RN	$\Delta N(\text{SIRGAS})$	$\Delta N(\text{SIRGAS}) + 0,93\text{m}$	$\Delta N(\text{WGS})$
1	RN001	-0,738	0,192	0,195
2	RN005	-0,737	0,193	0,196
3	RN007	-0,865	0,065	0,067
4	RN013	-0,777	0,153	0,156
5	RN025	-0,847	0,083	0,086
6	RN029	-0,969	-0,039	-0,037
7	RN037	-0,815	0,115	0,118
8	RN38_2	-0,801	0,129	0,132
9	RN039	-0,787	0,143	0,146
10	RN040	-0,832	0,098	0,101
11	RN043	-0,769	0,161	0,164
12	RN054	-0,650	0,280	0,283
13	RN055	-0,689	0,241	0,244
14	RN057_2	-0,801	0,129	0,132
15	RN061	-0,768	0,162	0,165
16	RN062	-0,807	0,123	0,126
17	RN074	-0,733	0,197	0,200
18	RN076	-0,649	0,281	0,284
19	RN078	-0,722	0,208	0,211
20	RN082	-0,859	0,071	0,074
21	RN086	-0,702	0,228	0,231
22	RN087	-0,709	0,221	0,224
23	RN092	-0,778	0,152	0,155
24	RN113	-0,700	0,230	0,233
25	RN119	-0,832	0,098	0,101
26	RN124	-0,623	0,307	0,309
27	RN127	-0,731	0,199	0,202
28	RN146	-0,716	0,214	0,217
29	RN201	-0,778	0,152	0,155
30	RN222	-0,739	0,191	0,193
31	RN234	-0,774	0,156	0,159
32	RN252	-0,738	0,192	0,195
33	RN255	-0,759	0,171	0,173
34	RN258	-0,715	0,215	0,218
35	RN259	-0,735	0,195	0,198
36	RN262	-0,804	0,126	0,129
37	RN274	-0,771	0,159	0,162
38	RN284	-0,756	0,174	0,177
39	RN301	-0,780	0,150	0,153
40	RN304	-0,869	0,061	0,064
41	RN306	-0,768	0,162	0,165
42	RN308	-0,815	0,115	0,118
43	RN309	-0,828	0,102	0,105
44	RN311	-0,755	0,175	0,178
45	RN312	-0,754	0,176	0,179
46	RN314	-0,732	0,198	0,201
47	RN315	-0,783	0,147	0,150
48	RN320	-0,731	0,199	0,202
49	RN331	-0,757	0,173	0,176
50	RN332	-0,744	0,186	0,189
51	RN415	-1,023	-0,093	-0,090
52	RN011	-0,806	0,124	0,127
53	RN033	-0,851	0,079	0,082
54	RN050	-0,743	0,187	0,190
55	RN059	-0,733	0,197	0,200
56	RN083	-0,947	-0,017	-0,014
57	RN102	-0,896	0,034	0,037
58	RN156	-0,792	0,138	0,141
59	RN242	-0,743	0,187	0,190
60	RN271	-0,849	0,081	0,084
61	RN305	-0,776	0,154	0,157
62	RN243	-0,690	0,240	0,242

A Figura 3.11 apresenta a componente sistemática nos dois modelos.

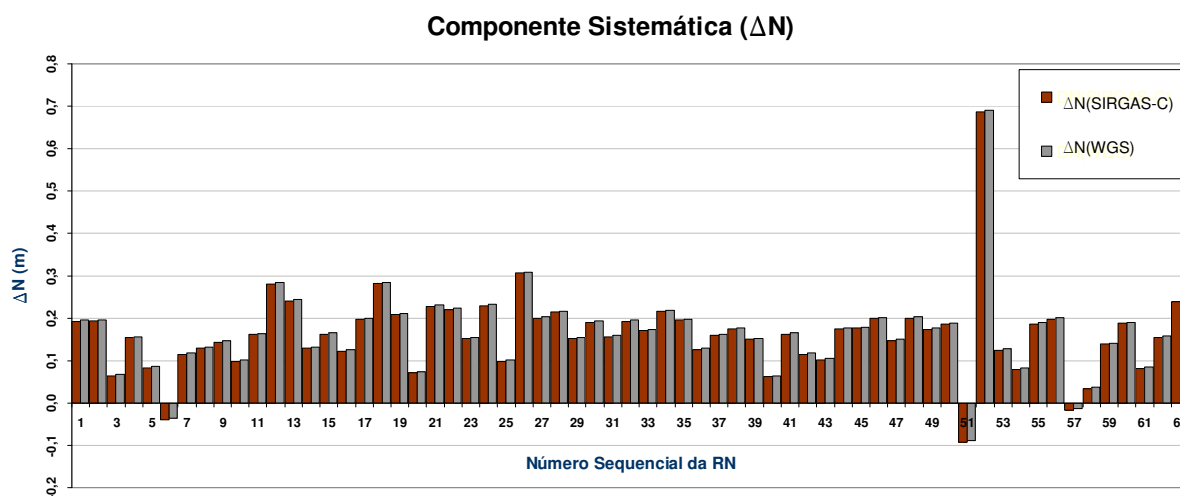


Figura 3.11 -Componente sistemática do geóide nas 63 RN's

Os resumos estatísticos das componentes sistemáticas dos dois modelos, avaliados nas, agora, 62 RN's são apresentados na Tabela 3.7.

**Tabela 3.7: Resumo estatístico de  $\Delta N_{SIRGAS-C}$  e  $\Delta N_{WGS}$**

Estatísticas	Valores	
	$\Delta N_{SIRGAS-C}$	$\Delta N_{WGS}$
Número de Valores	62	62
Média	0,154	0,156
Desvio padrão	0,072	0,072
Variância	0,005	0,005
Curtose	2,057	2,056
Assimetria	-0,951	-0,951
Mínimo	-0,093	-0,090
Máximo	0,307	0,309
Soma	9,527	9,702

### 3.6 Teste de igualdade entre os dois modelos

Como os valores da Tabela 3.7 são numericamente muito parecidos, foi realizado o teste de igualdade da média e da variância para avaliar se estatisticamente os dois modelos são iguais.

Conforme Landim (2003), para que duas variâncias de populações diferentes sejam consideradas iguais, basta que seja satisfeito o seguinte teste estatístico:

$$H_0 : \sigma_{WGS} = \sigma_{SIRGAS-C}$$

$$H_1 : \sigma_{WGS} \neq \sigma_{SIRGAS-C}$$

Para o caso dos modelos EGM-POA em SIRGAS2000 (compensado) e em WGS84 o teste com confiabilidade de 99% comportou-se da seguinte forma (GEMAEL, 2004; p. 314):

$$F_{calc} = 1$$

$$F_{(Tabelado\ 1\% \text{ com } 50 \text{ graus de liberdade})} = 1,70$$

$$F_{(Tabelado\ 1\%)} = 1/1,70 = 0,59$$

Como  $F_{calc}$  está no intervalo de confiança, aceita-se a hipótese nula e concluímos que as variâncias populacionais são iguais com uma confiabilidade de 99%.

Analogamente, as médias também podem ser testadas para ver se existe igualdade, pelo seguinte teste estatístico (LANDIM, 2003):

$$H_0 : \mu_{WGS} = \mu_{SIRGAS-C}$$

$$H_1 : \mu_{WGS} \neq \mu_{SIRGAS-C}$$

Nos modelos EGM-POA em SIRGAS2000 (compensado) e em WGS84 o teste para a média com confiabilidade de 99% comportou-se da seguinte forma (GEMAEL, 2004; p. 308-309):

$$Z_{calc} = -0,038$$

$$Z_{(\text{Tabelado } 1\%)} = -2,32$$

$$Z_{(\text{Tabelado } 99\%)} = 2,32$$

Como  $Z_{calc}$  está entre os dois intervalos de confiança, aceita-se a hipótese nula e concluímos que as médias populacionais são iguais com uma confiabilidade de 99%.

A partir da verificação de igualdade entre os modelos e como o modelo em SIRGAS2000 encontrou-se um erro que foi compensado, ficou estabelecido que apenas o modelo em WGS84 será utilizado no trabalho pois após o teste de igualdade, pode-se afirmar que:

$$\mathbf{EGM-POA}_{(\text{SIRGAS2000-C})} = \mathbf{EGM-POA}_{(\text{WGS84})} \quad (3.4)$$

### 3.7 Ajustamento da componente sistemática

O ajustamento foi realizado pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), primeiramente, utilizando a transformação por polinômio de grau 2 com 6 parâmetros, conforme Equação 2.52 para os modelo e posteriormente utilizando a transformação de similaridade com 7 parâmetros, Equação 2.51 para o modelo WGS84.

Das 62 referências de nível, foram utilizadas apenas 51, para calcular os parâmetros da componente sistemática. De maneira aleatória, foram escolhidas 11 RN's para realizar o teste da qualidade do modelo.

Na Figura 3.12 são identificadas as RN's utilizadas no ajustamento e as RN's utilizadas no teste de qualidade.

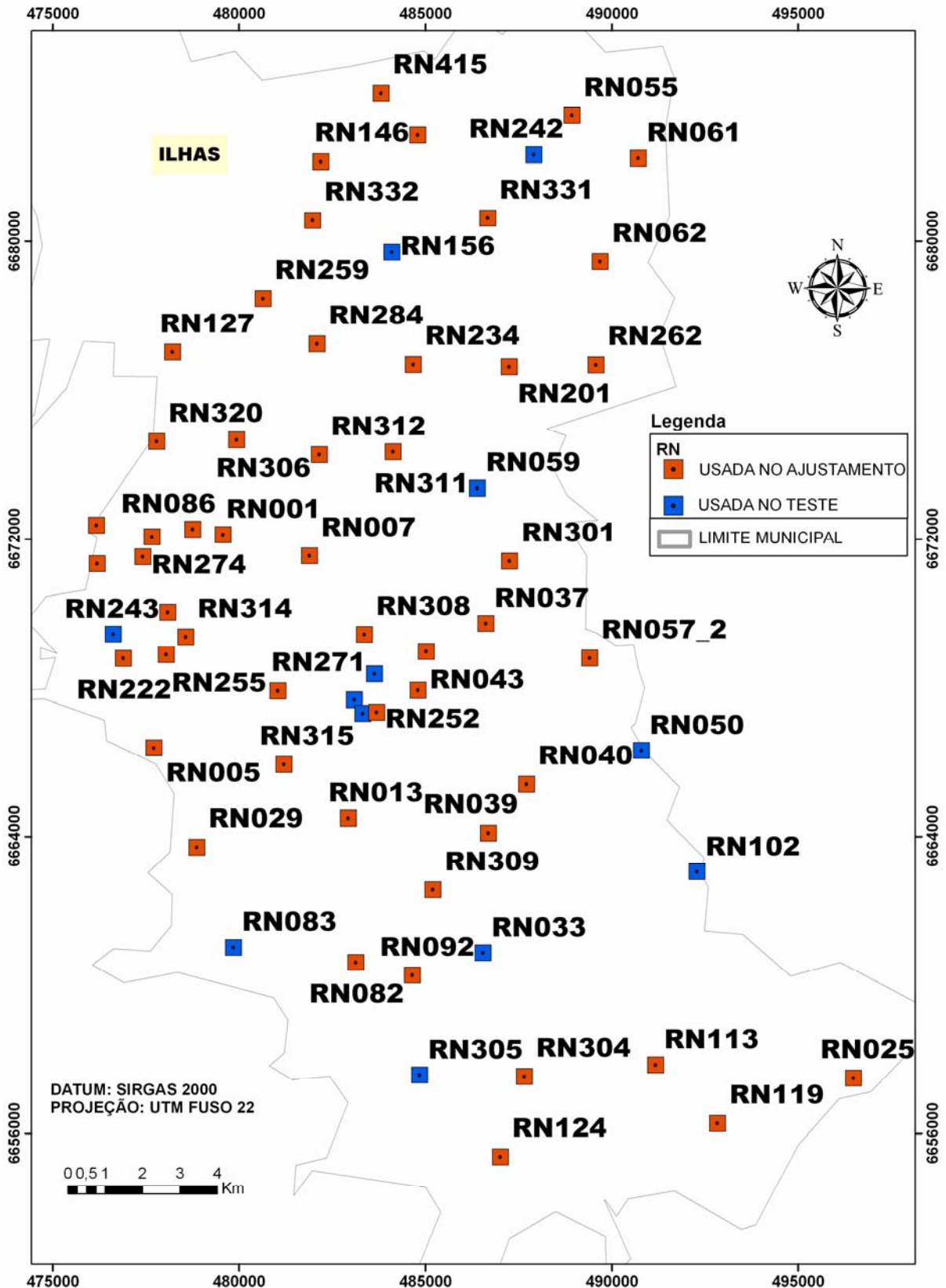


Figura 3.12 - Separação das RN's para teste e para o ajustamento

Os valores dos parâmetros foram obtidos calculando o ajustamento no *software* MATLAB 6.5.



## 4 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados mais importantes deste trabalho, que são o vetor dos parâmetros, o modelo que apresentou melhor resultado e os gráficos e tabelas pertinentes a esses resultados.

### 4.1 Vetor dos parâmetros

Os parâmetros que modelam a componente sistemática do modelo EGM-POA obtidos através da transformação de 6 parâmetros estão na Tabela 4.1. Vale lembrar que esses valores são os elementos do vetor X do ajustamento pelo MMQ.

Tabela 4.1: Transformação 6 parâmetros  
Parâmetros da Modelagem da Componente Sistemática

Parâmetros	Valores
a	-6323,67538452148
b	-14291,60949707030
c	-9129,12186431884
d	187,07919311523
e	-3030,22707748413
f	3785,10018920898

Com a obtenção dos parâmetros, foi calculado um novo valor para a componente sistemática nas RN's através da transformação de 6 parâmetros.

$$\Delta N_{ajust6_i} = a + b.\lambda_i + c.\lambda_i^2 + d.\phi_i + e.\phi_i^2 + f.\phi_i.\lambda_i \quad (4.1)$$

Então, foi calculada a nova ondulação geoidal local, através da expressão 4.2 e o resíduo da componente sistemática ( $\Delta N6$ ) na expressão (4.2a):

$$N_{ajust6_i} = N_i + \Delta N_{ajust6_i} \quad (4.2)$$

$$\Delta N6_i = N_{GPS_i} - N_{ajust6_i} \quad (4.2a)$$

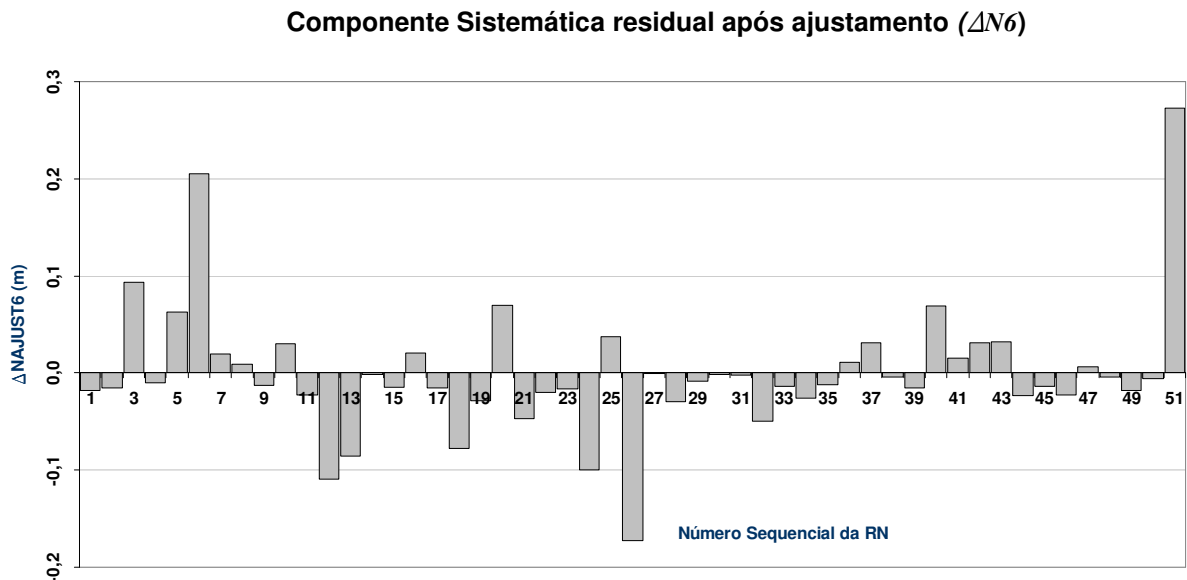
As estatísticas desses valores são apresentadas na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2:** Resumo Estatístico de  $\Delta N_6$ , calculada para as 51 RN's

Estatísticas	Valores
Número de Valores	51
Média	-0,00003009
Desvio padrão	0,067
Variância	0,004
Curtose	6,718
Assimetria	1,535
Mínimo	-0,173
Máximo	0,273
Soma	-0,002

A componente sistemática ( $\Delta N_6$ ) possui média aproximadamente igual à zero, o que significa que em média não há diferença entre  $N_{GPS}$  e  $N$  do modelo.

O desvio padrão, ou seja, o erro que ocorre quando se utiliza essa técnica é de 6,7cm. A Figura 4.1 apresenta o resultado da componente sistemática obtida após o ajustamento.



**Figura 4.1-** Componente sistemática do geóide ajustada com o transformação de 6 parâmetros, avaliada nas 51 RN's.

Na transformação com 7 parâmetros, o resultado não apresenta um ganho de qualidade em relação ao polinômio de grau 2. Os parâmetros obtidos estão na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Transformação 7 parâmetros  
Parâmetros da Modelagem da Componente Sistemática

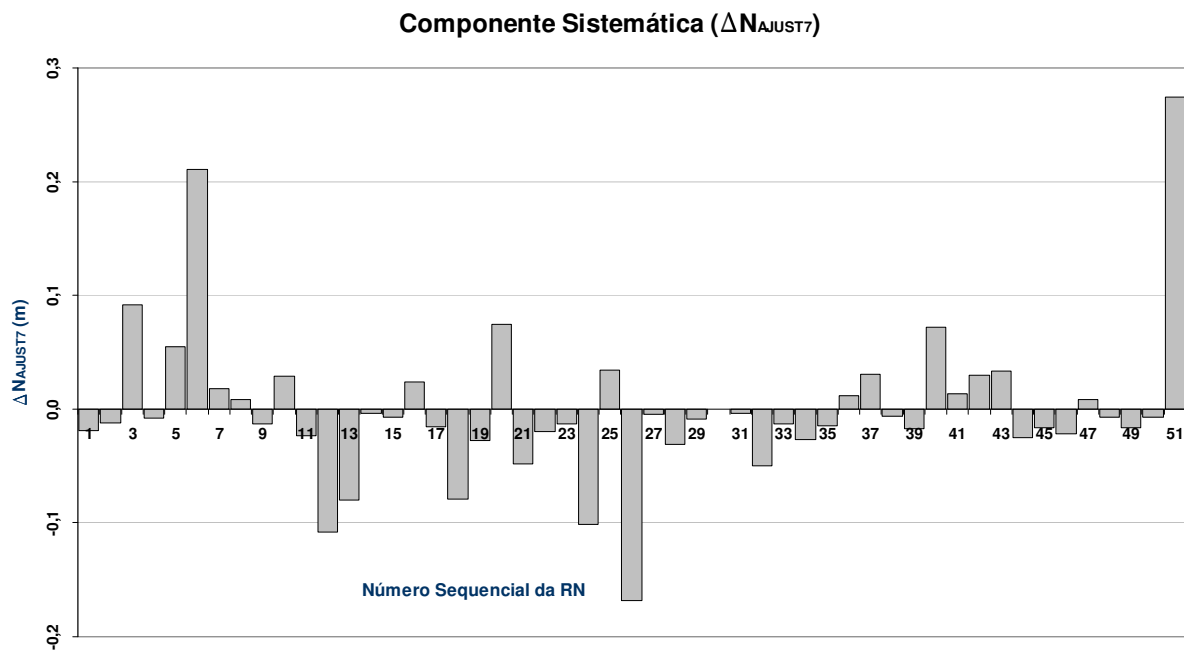
Parâmetros	Valores
dX	13811,17338885980
dY	-16413,02088296690
dZ	0,00000000183
d $\omega_x$	-389,03365722760
d $\omega_y$	389,06614020783
da	-21983,99072060230
df	11875,65216356890

A Tabela 4.4 apresenta o resumo estatístico do valor da componente sistemática nas 51 RN's após o ajustamento com a transformação de 7 parâmetros.

Tabela 4.4: Resumo estatístico das DNajust7 calculada para as 51RN's

Estatísticas	Valores
Número de Valores	51
Média	-0,0000108927
Desvio padrão	0,067
Variância	0,004
Curtose	6,910
Assimetria	0,442
Mínimo	-0,168
Máximo	0,274
Soma	-0,001

Já na Figura 4.2 é possível analisar o comportamento da componente sistemática em cada RN.



**Figura 4.2 - Componente sistemática do geóide ajustada com a transformação de 7 parâmetros, avaliada nas 51 RN's.**

Como não é conhecido o erro associado à altitude ortométrica das referências de nível, não foi realizada o teste de qualidade do ajustamento através da distribuição qui-quadrado. Passou-se então para a verificação da qualidade através das referências de nível de teste.

## 4.2 Análise da qualidade nas RN's de teste

Utilizando os parâmetros das duas transformações nas 11 RN's, onde é conhecida a ondulação geoidal através de GPS/Nivelamento, se obtém os resultados finais da qualidade do modelo compatibilizado.

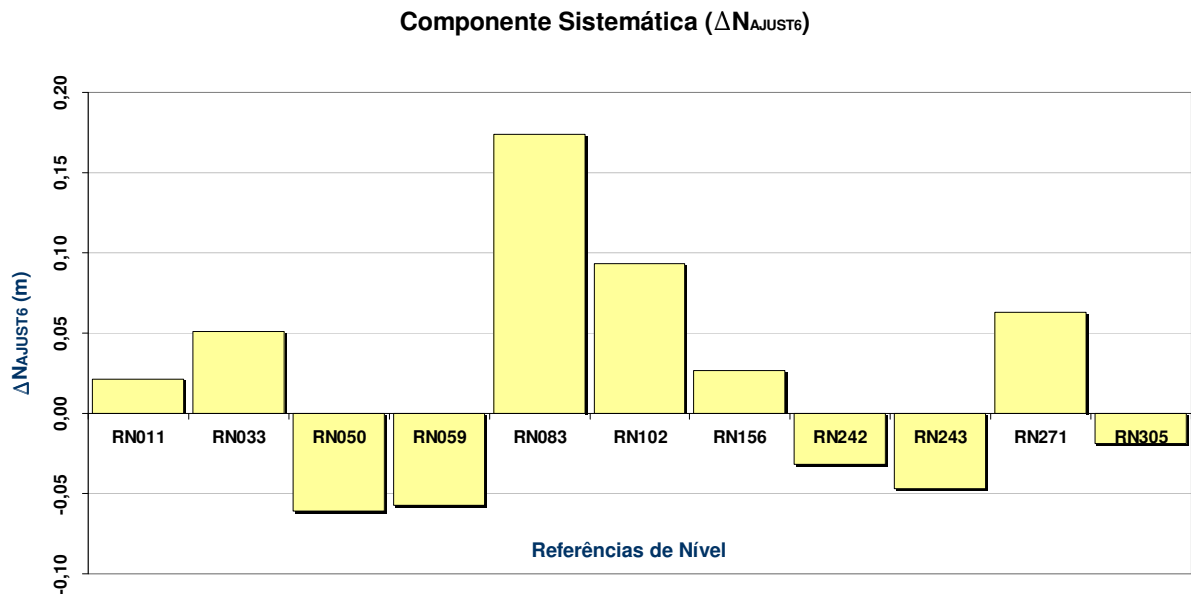
### 4.2.1 Avaliação das RN's-teste na transformação de polinomial de grau 2 com 6 parâmetros

Os resultados obtidos nas RN's-teste são apresentados na Tabela 4.5. Em média, a componente sistemática é de 1,94 cm e o desvio padrão de 7,29 cm.

**Tabela 4.5: Resumo estatístico das  $\Delta N_{ajust6}$  calculada para as 11RN's-teste**

<b>Estatísticas</b>	<b>Valores</b>
Número de Valores	11
Média (m)	0,0194
Desvio padrão (m)	0,0729
Variância (m <sup>2</sup> )	0,0053
Curtose	0,4441
Assimetria	0,8713
Mínimo (m)	-0,0608
Máximo (m)	0,1740
Soma (m)	0,2138

A Figura 4.3 demonstra o comportamento da componente sistemática em cada RN de teste.



**Figura 4.3 - Componente sistemática do geóide ajustada com a transformação de 6 parâmetros, avaliada nas 11 RN's.**

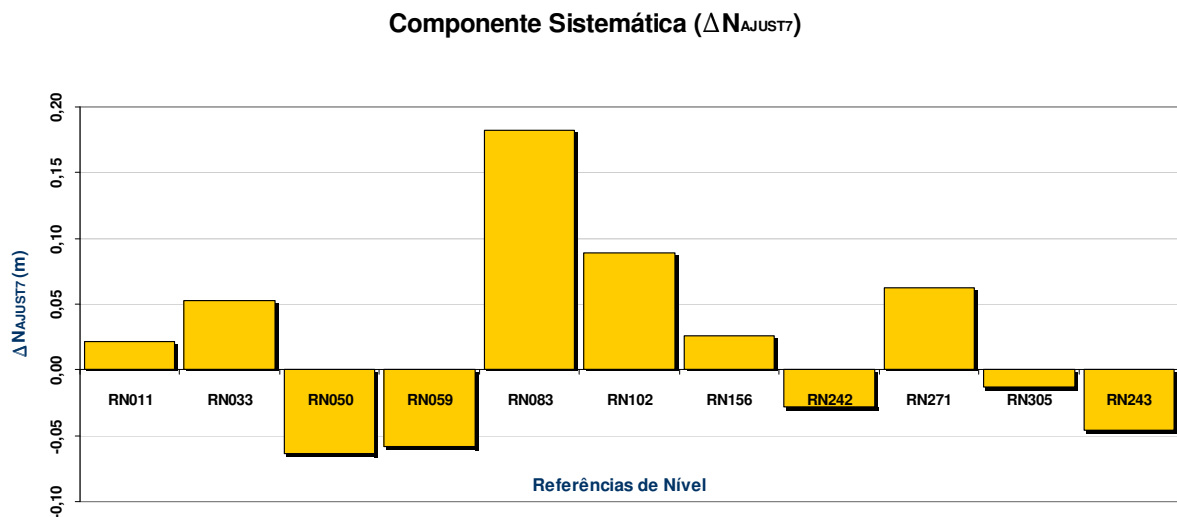
#### 4.2.2 Avaliação das RN's-teste na transformação de 7 parâmetros

A transformação de 7 parâmetros efetuada na 11 RN's-teste apresentou os resultados que constam na Tabela 4.6. Em média, a componente sistemática é 2,23 cm e o desvio padrão de 7,40 cm.

**Tabela 4.6: Resumo estatístico das  $\Delta N_{ajust7}$  calculada para as 11RN's-teste**

Estatísticas	Valores
Número de Valores	11
Média (m)	0,0223
Desvio padrão (m)	0,0740
Variância (m <sup>2</sup> )	0,0055
Curtose	0,8563
Assimetria	0,9409
Mínimo (m)	-0,0638
Máximo (m)	0,1818
Soma (m)	0,2237

O comportamento da componente sistemática em cada RN-teste, após a transformação, é apresentado na Figura 4.4.



**Figura 4.4 - Componente sistemática do geóide ajustada com a transformação de 7 parâmetros, avaliada nas 11 RN's.**

#### 4.2.3 Comparação entre as duas transformações

A partir da comparação dos resultados se conclui que através das duas transformações chega-se a valores com diferenças de aproximadamente 3mm no valor médio e de 1mm para o desvio padrão.

Na Tabela 4.7 é apresentado o comparativo entre as estatísticas das duas transformações:

Tabela 4.7: Comparativo entre as duas transformações

<b>Estatísticas</b>	<b>DNajust6</b>	<b>DNajust7</b>
Número de Valores	11	11
Média (m)	0,0194	0,0223
Desvio padrão (m)	0,0729	0,0740
Variância (m <sup>2</sup> )	0,0053	0,0055
Curtose	0,4441	0,8563
Assimetria	0,8713	0,9409
Mínimo (m)	-0,0608	-0,0638
Máximo (m)	0,1740	0,1818
Soma (m)	0,2138	0,2237

O polinômio com 6 parâmetros obteve melhor qualidade em todos os comparativos, mesmo que a diferença entre as duas transformações seja quase desprezível, principalmente se for levado em consideração que se partiu de um modelo geoidal global.

### 4.3 Geração do novo modelo EGM-POA-Compatibilizado

Como nos processos de levantamentos e cálculos GPS e na geração do modelo ocorrem erros sucessivos que se propagam e que resultam na degradação da qualidade posicional, é conveniente que se utilize, para gerar o modelo final, a transformação que apresentou melhor resultado.

Para gerar o modelo geoidal EGM-POA-Compatibilizado foram utilizados os parâmetros da Tabela 4.5 e a Equação 2.27.

A Figura 4.5 apresenta o modelo geoidal compatibilizado.

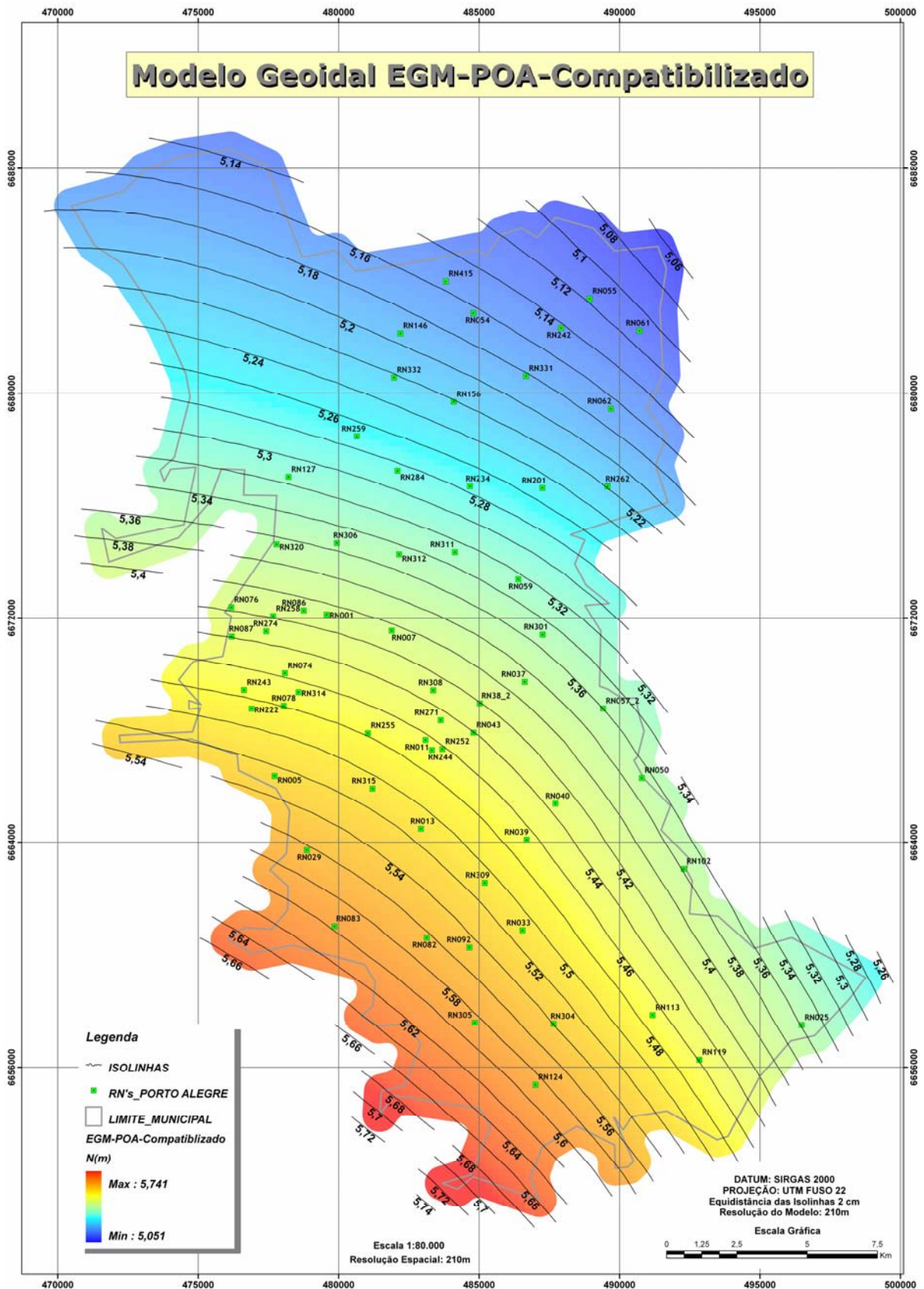


Figura 4.5- Mapa da Ondulação Geoidal EGM-POA-Compatibilizado



## 5 CONCLUSÕES

Ao final do estudo foram atingidos os objetivos específicos e o objetivo geral da dissertação.

Através da análise da exatidão do modelo geoidal, concluiu-se que foi possível produzir um mapa da ondulação geoidal local, a partir dos dados do modelo do geopotencial EGM2008.

O método utilizado mostrou-se eficiente, uma vez que ocorreu uma redução do valor inicial da componente sistemática calculada através da diferença entre o valor da ondulação geoidal do EGM2008 e da ondulação obtida em cada um dos 62 marcos da Rede de Referência de Nível de Porto Alegre. Do valor inicial, 15,4cm de média, houve uma redução de aproximadamente oito vezes no valor da componente sistemática, após o ajustamento.

Conclui-se, também, a partir da análise estatística realizada nas RN's-teste que o modelo geoidal compatibilizado de Porto Alegre possui um erro médio de 1,9 cm e um desvio padrão de 7,3cm.

É importante ressaltar, que o principal limitador do estudo é a questão espacial. Em função da disponibilidade dos dados, os testes ficaram restritos à cidade de Porto Alegre e como se utilizou uma transformação de similaridade é provável que quando os parâmetros forem testados fora da área do município não se obtenha a mesma qualidade dos resultados aqui apresentados.

Considerando o valor do desvio padrão da componente sistemática nas RN's-teste, chega-se a um erro altimétrico compatível com curvas com equidistância de 15cm para um padrão de exatidão cartográfica classe A.

Por esse fato fica a critério do usuário, principalmente, pelo aspecto da tolerância posicional admitida no seu trabalho, a utilização desse mapa ou de outro gerado através dessa metodologia.

Na comparação com as tolerâncias apresentadas na Tabela 2.3, referente ao erro de fechamento em levantamentos altimétricos, conclui-se que a altitude elipsoidal obtida por GPS reduzida ao geoide através do EGM-POA-Compatibilizado, pode substituir o nivelamento trigonométrico sem perda de qualidade, em nivelamentos trigonométricos com distâncias a partir de 400m,.

Como recomendação, é aconselhável que em outros estudos se analise o quanto é eficaz o método adotado para regiões onde o geoide não se comporte de forma homogênea como em Porto Alegre, pois há pouca variação no valor da ondulação geoidal no município.

Outra análise que pode ser realizada é estimar o quanto os parâmetros podem ser propagados para regiões vizinhas à área de estudo, pois atualmente ainda existem vazios cartográficos no Brasil, incluindo uma grande porção do país onde não se conhece a ondulação geoidal, como é o caso da Amazônia brasileira.

Além desses locais onde as informações cartográficas são raras, existem regiões onde as referências de nível são escassos e se faz necessário realizar o transporte de altitude, muitas vezes por dezenas de quilômetros. Nesses locais, a partir de uma amostragem das ondulações geoidais e da componente sistemática, juntamente com o modelo geoidal global EGM2008 pode-se obter resultados semelhantes aos aqui apresentados.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, Jose Bittencourt de. **Fotogrametria**. Curitiba: SBEE, c1998. 242 p.: il.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 13133: Execução de levantamento topográfico**. Rio de Janeiro, 1994. 35 p. Disponível em: <<http://www.topografia.ufsc.br/NBR%2013133.pdf>>. Acesso em: 06 jul. 2010.

ARANA, José Milton. **O uso do GPS na elaboração de carta geoidal**. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Paraná, 2000.

\_\_\_\_\_. Associação do GPS/Nivelamento ao Geoide gravimétrico do Estado de São Paulo. In: Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, 2002, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: UFSC, 2002. Disponível em <[http://geodesia.ufsc.br/Geodesia-online/arquivo/cobrac\\_2002/038/038.HTM](http://geodesia.ufsc.br/Geodesia-online/arquivo/cobrac_2002/038/038.HTM)>. Acesso em: 10 jul. 2008.

BARTHELMES, Franz. **Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models**: Theory and formulas used by the calculation service of the ICGEM. Potsdam, GFZ: 2009. Disponível em: <<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/theory/str-0902.pdf>>. Acesso em: 03 dez 2009

DAL POZ, Willian Rodrigo. **Posicionamento relativo na região equatorial em diversas condições ionosféricas**. Dissertação de Mestrado, Presidente Prudente: Universidade Estadual Paulista, 2005.

DEFENSE MAPPING AGENCY. **Technical Manual 8358.1 Datums, Ellipsoids, Grids, and Grid Reference Systems**. DMA, 1998. Disponível em: <[https://www1.nga.mil/ProductsServices/GeodesyGeophysics/WorldGeodeticSystem/Related%20Documents/8358\\_1a.pdf](https://www1.nga.mil/ProductsServices/GeodesyGeophysics/WorldGeodeticSystem/Related%20Documents/8358_1a.pdf)> Acesso em: 12 Maio 2010.

ELLMANN, Artu; JÜRGENSON, Harli. Evaluation of a Grace-Based Combined Geopotential Model over the Baltic Countries. **Journal Geodesy and Cartography**. Warsaw: Versita, v. 34, n. 2, 2008. p. 35-44. Disponível em: <<http://versita.metapress.com/content/121369/?p=4b928f324c154ae898d6f18b8a22bd24&pi=0>>. Acesso em: 14 abr. 2009.

ESPARTEL, Lélis. **Curso de Topografia**. 9. ed. Rio de Janeiro: Globo, 1987. 655p.: il.

FORSBERG et al: The gravity field and GGOS. **Journal of Geodynamics** v. 40 p. 387–393, 2005. Disponível em: <http://www.igfs.net/>. Acesso em: 03 abr. 2010.

GEMAEL, Camil. **Introdução à geodésia física**. Curitiba: Ed. da UFPR, 1999. 302 p.: il.

\_\_\_\_\_. **Introdução ao ajustamento de observações**: aplicações geodésicas. Curitiba: Ed. da UFPR, 1994. 319 p.: il.

GENRO, Rafael Santo; QUINTAS, Márcia Cristina Lopes. Determinação de um Geoide Gravimétrico para o Estado do Paraná Utilizando Colocação por Mínimos Quadrados. **Boletim de Ciências Geodésicas**, Curitiba, v. 13, n. 1, p.186-208, jan-jun. 2007.

GERMAN RESEARCH CENTRE FOR GEOSCIENCES. **The CHAMP Mission**. Potsdam, Germany. Disponível em <<http://op.gfz-potsdam.de/champ/>>. Acesso em: 30 mar. 2009a.

\_\_\_\_\_. **The GRACE Mission**. Potsdam, Germany. Disponível em <[http://op.gfz-potsdam.de/grace/index\\_GRACE.html](http://op.gfz-potsdam.de/grace/index_GRACE.html)>. Acesso em: 30 mar. 2009b.

HEISKANEN, Weikko Aleksanteri; MORITZ, Helmut. **Physical Geodesy**. San Francisco: Freeman and Co., 1967, 364p.

HOFMANN-WELLENHOF, Bernhard; MORITZ, Helmut. **Physical Geodesy**. 2. ed. New York: SpringerWienNewYork, 2005, 411p.

HOLMES, Simon A.; PAVLIS, Nikolaos K. **Some Aspects of Harmonic Analysis of Data Gridded on the Ellipsoid**. National Geospatial–Intelligence Agency, USA. Disponível em: <[http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new\\_egm/EGM08\\_papers/P4\\_1\\_Revised.pdf](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new_egm/EGM08_papers/P4_1_Revised.pdf)> Acesso em: 05 jul. 2008a.

HOLMES, Simon A.; PAVLIS, Nikolaos K.; FACTOR, John K. **Terrain-Related Gravimetric Quantities Computed for the Next EGM**. National Geospatial – Intelligence Agency, USA. Disponível em: <[http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new\\_egm/EGM08\\_papers/NPavlis&al\\_S8\\_Revised111606.pdf](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new_egm/EGM08_papers/NPavlis&al_S8_Revised111606.pdf)>. Acesso em: 13 jul. 2008b.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Resolução PR n. 22, de 21-07-1983**: Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos. Disponível em: <<ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/bservico1602.pdf>>. Acesso em: 05 jul. 2009.

\_\_\_\_\_. **Norma de Serviço número 001/2008 de 01/09/2008**: Padronização de Marcos Geodésicos. Disponível em: <[ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/Padronizacao\\_marcos\\_geodesicos\\_ago08.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/Padronizacao_marcos_geodesicos_ago08.pdf)>. Acesso em: 05 jul. 2009.

\_\_\_\_\_. **Resolução do Presidente do IBGE Nº 1/2005**: Altera a caracterização do Sistema Geodésico Brasileiro. Disponível em <[ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pmrg/legislacao/RPR\\_01\\_25fev2005.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pmrg/legislacao/RPR_01_25fev2005.pdf)>. Acesso em: 03 dez. 2008.

\_\_\_\_\_. **Resolução PR nº. 22 (21/07/1983)**: Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos. Disponível em: <<ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/bservico1602.pdf>>. Acesso em: 03 dez. 2008.

\_\_\_\_\_. **Resolução PR nº. 5 (31/03/1993)** - Especificações e Normas Gerais para Levantamentos GPS (versão preliminar). Disponível em: <[ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/normas\\_gps.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/normas_gps.pdf)>. Acesso em: 03 dez. 2008.

\_\_\_\_\_. **Resolução PR nº. 23 (21/02/1989)** - Parâmetros para Transformação de Sistemas Geodésicos. Disponível em: <<ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/rpr-2389.pdf>>. Acesso em: 05 dez. 2008.

\_\_\_\_\_. **Modelo de Ondulação Geoidal**. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo\\_geoidal.shtm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal.shtm)>. Acesso em: 05 fev. 2009.

LANDIM, Paulo Milton Barbosa. **Análise estatística de dados geológicos**. 2. ed. rev. e ampl. São Paulo: UNESP, 2003. 253 p.: il.

LEICK, Alfred. **GPS Satellite Surveying**. 2.ed. New York: John Wiley, 1995. 560p.

LOBIANCO, Maria Cristina B.; BLITZKOW, Denizar. Modelo de Ondulação Geoidal: MAPGEO2004. In: SEMINÁRIO SOBRE REFERENCIAL GEOCÊNTRICO NO

BRASIL, 2, 2004. Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IBGE, 2004. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/seminario\\_referencial\\_geocentrico/portugues/arquivos/Lobianco\\_30nov2004\\_Geoide\\_II\\_Seminario.pdf](http://www.ibge.gov.br/seminario_referencial_geocentrico/portugues/arquivos/Lobianco_30nov2004_Geoide_II_Seminario.pdf)>. Acesso em: 15 jul. 2008.

LOBIANCO, Maria Cristina B.; BLITZKOW, Denizar; ANCIÃES, Cláudia Lellis Callado. **GEOIDE 2000**: uma resolução de 10'. In: Seminário sobre Referencial Geocêntrico no Brasil, 1, 2000, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IBGE, 2000. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/canal\\_artigos/pdf/2000-Geoide2000\\_Uma\\_resolucao\\_de\\_10.pdf](http://www.ibge.gov.br/canal_artigos/pdf/2000-Geoide2000_Uma_resolucao_de_10.pdf)>. Acesso em: 20 out. 2008.

LOPES, Alexandre Bernardino. **O geóide gravimétrico e o nível médio do mar na região do datum altimétrico brasileiro**: um estudo comparativo. Dissertação (Mestrado em Geofísica), Departamento de Geofísica, Instituto de Astronomia Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 82 p. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0102-261X2007000100010](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-261X2007000100010)>. Acesso em: 22 fev. 2009.

MATSUOKA, Marcelo Tomio; CAMARGO, Paulo de Oliveira. Cálculo do TEC usando dados de receptores GPS de dupla frequência para a produção de mapas da ionosfera para a região brasileira. **Revista Brasileira de Cartografia**, Rio de Janeiro, n. 56/01, 2004. Disponível em: <[http://www.rbc.ufrj.br/\\_pdf\\_56\\_2004/56\\_1\\_02.pdf](http://www.rbc.ufrj.br/_pdf_56_2004/56_1_02.pdf)>. Acesso em: 15 jul. 2008.

MONICO, João Francisco Galera. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS**: descrição, fundamentos e aplicações. São Paulo: UNESP, c2000. 287 p.: il.

\_\_\_\_\_. **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2. ed. São Paulo: UNESP, c2008. 477 p.: il.

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. **GOCE**: Satellite Information, Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer. Washington, D.C.: NASA, 2010. Disponível em: <[http://ilrs.gsfc.nasa.gov/satellite\\_missions/list\\_of\\_satellites/goce\\_general.html](http://ilrs.gsfc.nasa.gov/satellite_missions/list_of_satellites/goce_general.html)>. Acesso em: 05 maio 2010.

NATIONAL GEODETIC SURVEY. **NOAA**: Gravity for the Redefinition of the American Vertical Datum (GRAV-D). Disponível em: <<http://www.ngs.noaa.gov/grav-d/>>. Acesso em: 10 maio 2010

NÚÑEZ, M. A. et al. High-Precision Geoid Determination in Small Areas: a Case Study in Doñana National Park (Spain). **Studia Geophysica et Geodaetica Springer Netherlands**, v. 52, n. 3, p. 361-380, 2008. Disponível em:

<<http://www.springerlink.com/content/e70562r5q1747614/>>. Acesso em: 14 abr. 2009.

PAVLIS, Nikolaos. K. et al. **An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008**, In: GENERAL ASSEMBLY OF THE EUROPEAN GEOSCIENCES UNION, 2008. Vienna: EGU, 2008. Disponível em: <[http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/anomalies\\_dov.html](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/anomalies_dov.html)>. Acesso em: 10 ago. 2008.

PAVLIS, Nikolaos K.; HOLMES, Simon A. **A Preliminary Gravitational Model to Degree 2160**. National Geospatial –Intelligence Agency, USA. Disponível em: <[http://earth-info.nima.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new\\_egm/EGM08\\_papers/PGM2004A\\_paper\\_final.pdf](http://earth-info.nima.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new_egm/EGM08_papers/PGM2004A_paper_final.pdf)>. Acesso em: 15 ago 2009.

PAVLIS, Nikolaos K.; SALEH, J. Error propagation with geographic specificity for very high degree geopotential models. **International Association of Geodesy Symposia**, v. 129, Springer-Verlag, Berlin, 2005. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/content/h31107780lt13047/>>. Acesso em: 14 abr. 2009.

PEREIRA, Álvaro Augusto. **Um Geoide Gravimétrico para o Sudeste do Brasil: Determinação pela Integral de Stokes e avaliação por GPS/Nivelamento**. Dissertação (Mestrado). Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Departamento de Geofísica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. 89p.

PREFEITURA MUNICIPAL DE PORTO ALEGRE. **Mapa Digital Oficial de Porto Alegre**: Geopinos. Disponível em: <[http://geopinos.procempa.com.br/cgi-bin/mapserv?map=/programas/apache/htdocs/geopinos/mapa.map&imgext=163500+1670300+202500+1667500&imgxy=224.5+224.5&layers=ruas+nomeRuas+pesqRuasSemN+pinos+infoPinos&mode=browse&item=CODLOGR&value=7878093&zoom=&codigo=&numini=0&numfin=99999&parImpar=s&recebeLogr=PCA+RUI+BARBOSA&recebeCep=&recebeBairro=&tipoLayer=10010&backupLayers=ruas+nomeRuas+pesqRuasSemN&fotosat=\[fotosat\]&tipoZoom=c](http://geopinos.procempa.com.br/cgi-bin/mapserv?map=/programas/apache/htdocs/geopinos/mapa.map&imgext=163500+1670300+202500+1667500&imgxy=224.5+224.5&layers=ruas+nomeRuas+pesqRuasSemN+pinos+infoPinos&mode=browse&item=CODLOGR&value=7878093&zoom=&codigo=&numini=0&numfin=99999&parImpar=s&recebeLogr=PCA+RUI+BARBOSA&recebeCep=&recebeBairro=&tipoLayer=10010&backupLayers=ruas+nomeRuas+pesqRuasSemN&fotosat=[fotosat]&tipoZoom=c)>. Acesso em: 28 mar. 2010.

ROCHA, Ronaldo dos Santos da. **Exatidão Cartográfica para as Cartas Digitais Urbanas**. Tese (Doutorado), Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2002.

SÁ, Nelsi Côgo et al. O GPS no Estado de São Paulo: potencialidades, desafios e estratégias. **A Mira**, Criciúma, v. 111, p. 23-30, 2002. Disponível em: <[http://www.amiranet.com.br/compra.php?edicao\\_cod=111](http://www.amiranet.com.br/compra.php?edicao_cod=111)>. Acesso em: 14 ago. 2008.

SALOMONI, Rodrigo et al. **Determinação de um Geióde Local para o Município de Porto Alegre**. Trabalho de conclusão de curso (Graduação), Faculdade de Engenharia Cartográfica, Departamento de Geodésia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002.

SANTOS, Marcelo Soares Teles. **Potencialidades do GPS em levantamentos geofísicos terrestres**. Dissertação (Mestrado). Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Departamento de Geofísica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005. 140 p.

SEEBER, Gunter. **Satellite Geodesy: Foundations, Methods And Applications**. Berlin: Walter de Gruyter, 1993. 531 p.: il.

SOUZA, Débora Valandro. **Avaliação de distorções da rede altimétrica fundamental no sul/sudeste do Brasil usando o geóide e GPS**. Dissertação (Mestrado), Departamento de Geofísica, Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Departamento de Geofísica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. 124 p.

SOUZA, Sérgio F. **Contribuição do GPS para o aprimoramento do geóide no Estado de São Paulo**. Tese (Doutorado), Departamento de Geofísica, Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Departamento de Geofísica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

TORGE, Wolfgang. **Geodesy, an introduction**. Berlin: Walter de Gruyter, 1980.

ZALETNYIK, Piroska; VÖLGYESI, Lajos; PALÁNCZ, Béla. Modelling Local Gps/Levelling Geoid Undulations Using Support Vector Machines. **Periodica Polytechnica**, v. 52, n. 1, p. 39-43, 2008. Disponível em: <[http://www.pp.bme.hu/ci/2008\\_1/pdf/ci2008\\_1\\_06.pdf](http://www.pp.bme.hu/ci/2008_1/pdf/ci2008_1_06.pdf)>. Acesso em: 13 abr. 2009.