

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Análise do efeito HBT em Colisões Pb-Pb no Detector CMS do Large Hadron Collider

Thierre Francisco da Conceição

*Trabalho de conclusão de curso apresentado
como requisito parcial para obtenção do título
de Bacharel em Física.*

Orientador

Prof. Dr. César Augusto Bernardes.

Porto Alegre, RS
Setembro de 2023

*Dedico essa Trabalho ao meus pais, Antonio e
Janeide, a meus irmãos, Thais e Thiago.*

Agradecimentos

Aos meus pais Janeide e Antonio,
aos meus irmãos Thiago e Thais.
Um cheiro!

Um agradecimento especial também ao meu
orientador César A. Bernardes, por me
proporcionar essa oportunidade,
e a todos do grupo SPRACE.

Resumo

As colisões relativísticas de íons pesados permitem o estudo do comportamento da matéria sob condições extremas de pressão e temperatura. Nestas condições são observadas muitas evidências de uma transição de fase da matéria comum (hádrons) para um plasma composto de quarks e glúons (QGP). O estudo das propriedades do QGP são de suma importância para o entendimento da cromodinâmica quântica (QCD), teoria fundamental que descreve as interações entre quarks e glúons. Além disso, é esperado o QGP ser produzido em condições similares às do Universo em seus primeiros microssegundos de vida no modelo do Big Bang e de objetos astrofísicos compactos como estrelas de nêutrons. A análise do efeito Hanbury–Brown–Twiss (HBT) em colisões relativísticas de íons pesados nos possibilita obter informações a respeito das dimensões espaço-temporais da região de emissão de partículas numa colisão através da função de correlação, o que nos permite também investigar o QGP. Esse trabalho apresenta uma análise simplificada do efeito HBT em colisões Pb-Pb a $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV utilizando os dados públicos do detector Compact Muon Solenoid (CMS) no Large Hadron Collider (LHC). O estudo consiste na utilização do efeito HBT para a determinação das dimensões espaço-temporais aparentes do estado final (estágio de emissão de hádrons) do sistema formado em colisões Pb-Pb. A análise é feita para diferentes classes de centralidade (medida da sobreposição entre os dois núcleos de Pb), onde tais dimensões são determinadas em termos de um parâmetro R_{inv} ou R . Observa-se que as dimensões aparentes do sistema formado em tais colisões dependem muito fracamente da centralidade (em nossas condições de análise) ou, equivalentemente, da multiplicidade de partículas carregadas utilizadas no estudo do efeito HBT.

Palavras Chaves: Correlações de Bose-Einstein; Efeito Hanbury-Brown-Twiss; Fentoscopia; Colisores Hadrônicos; Física de Altas Energias.

Áreas do conhecimento: Física; Física de partículas; Colisões de íons pesados.

Abstract

Relativistic heavy-ion collisions allow the study of matter under extreme conditions of pressure and temperature. Under these circumstances, several evidences of a phase transition from ordinary matter (hadrons) to a plasma composed of quarks and gluons (QGP) are observed. The investigation of QGP properties is of utmost importance for understanding quantum chromodynamics (QCD), the fundamental theory describing interactions among quarks and gluons. Furthermore, the production of QGP is expected to mimic conditions similar to the early moments of the Universe in the Big Bang model, as well as compact astrophysical objects like neutron stars. The analysis of the Hanbury–Brown–Twiss (HBT) effect in relativistic heavy-ion collisions enables us to extract information about the space-time dimensions of the particle emission region using correlation functions. This, in turn, provides inputs for the exploration of the QGP. This work presents a simplified analysis of the HBT effect in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76$ TeV, utilizing publicly available data from the Compact Muon Solenoid (CMS) detector at the Large Hadron Collider (LHC). The study involves the utilization of the HBT effect to determine the apparent space-time dimensions of the final state (hadron emission stage) of the system formed in Pb-Pb collisions. Analyses are conducted for different centrality classes (a measure of the overlap between the two Pb nuclei), where these dimensions are determined in terms of a parameter R_{inv} or R . It is observed that the apparent dimensions of the system formed in such collisions depend very weakly on the centrality (at least in our analysis conditions) or, equivalently, on the charged particle multiplicity used in the study of the HBT effect.

Keywords: Bose-Einstein correlations; Hanbury-Brown-Twiss effect; Femtoscopy; Hadronic colliders; High-energy physics.

Knowledge Areas: Physics; Particle physics; Heavy-ion collisions.

Convenções e Notações Adotadas

Ao longo deste trabalho, usaremos a convenção de unidades naturais $c = \hbar = k_B = 1$, em que c é a velocidade da luz, \hbar é a constante de Planck dividida por 2π , e k_B é a constante de Boltzmann. Abaixo, seguem algumas convenções adotadas no texto:

$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$	4 - vetor posição
$k^\mu = (k^0, k^1, k^2, k^3)$	4 - vetor momentum
$q^\mu = k_1^\mu - k_2^\mu$	Momentum relativo q de um par de partículas
$r = \sqrt{x^2 + y^2}$	Coordenadas cilíndricas do CMS
θ	Ângulo entre o momentum p da partícula e o eixo da colisão
$\phi = \arctan(\frac{y}{x})$	Ângulo azimutal associado à posição das partículas
$P_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$	Momento transversal das partículas
$C(k_1, k_2)$	Função de correlação para duas partículas
$\rho(x)$	Densidade de pontos de emissão da fonte
$\bar{\rho}(q, k_1, k_2)$	Transformada de Fourier da densidade da fonte
$\eta = -\ln \left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$	Pseudo-rapidez
dN/dq	Distribuição dos pares de partículas

No caso relativístico, não adotaremos a notação com índices 1, 2, 3; assumiremos x, y, z por facilidade na notação. Por exemplo, p^1 é p_x .

BEC	Correlação de Bose-Einstein
QGP	Plasma de quarks e glúons
CMS	Compact Muon Solenoid
LHC	Large Hadron Collider
ROOT	Ferramenta de análise (C++)
Pb-Pb	Chumbo-Chumbo
IP	Ponto de interação
SR	Single ratios
HF	Calorímetro Hadrônico Frontal
BSC	Contador de Cintilação de Feixe
HFsumET	Soma das energias transversais medidas pelos detectores HFs
CMS Open Data	Dados públicos do CMS
SS (++, --)	Pares de partículas de mesma carga
OS (+ -)	Pares de partículas de cargas opostas
ME	Pares de partículas de eventos distintos
UPC	Colisões ultraperiféricas
Centralidade	Grau de sobreposição dos dois núcleos colidindo
Trigger	Sistema de seleção online de eventos
FSI	Interações de estado final.

Índice

1	Introdução	1
2	Interferometria HBT	3
2.1	Revisão Histórica	3
2.2	Introdução à correlação de partículas idênticas	4
2.2.1	Detecção de uma partícula	5
2.2.2	Detecção de duas partículas idênticas	6
2.3	Distribuições de fontes	10
2.3.1	Parametrizações da função de correlação	10
2.4	Ajuste da Função de Correlação	11
2.5	Interações de estado final	12
2.5.1	Correção Coulombiana	12
3	Análise do efeito HBT utilizando o detector CMS	14
3.1	Detector CMS	14
3.1.1	Geometria do Detector	15
3.1.2	Visão geral do detector CMS	16
3.1.3	Sistema de detecção de traços	17
3.1.4	Seleção online de eventos	18
3.2	Determinação de centralidade	18
3.3	Técnica Experimental	19
3.3.1	Construção da distribuição de sinal	20
3.3.2	Construção da distribuição de referência	21
3.4	Procedimento geral de análise	21
4	Resultados experimentais	23
4.1	Análise HBT em q_{inv}	23
4.1.1	Resultados da distribuição de sinal	23
4.1.2	Resultados da distribuição de referência	24
4.1.3	Resultado da função de correlação (SR)	25
4.1.4	Extração dos parâmetros	27

5	Conclusões	30
A	Considerações finais	32
A.1	Seleção de traços e eventos	32
A.2	Evolução da colisão de íons pesados	34
	Referências	37

Capítulo 1

Introdução

A cromodinâmica quântica (QCD), é a teoria que descreve as interações fortes entre partículas que possuem carga de cor, quarks e glúons. A propriedade do confinamento de quarks e glúons, de modo que os quarks e glúons nunca foram observados de forma isolada, é uma das características fundamentais da teoria [1]. Por outro lado, a confirmação da propriedade da liberdade assintótica da QCD levou à hipótese de que a matéria hadrônica convencional, quando submetida a altas temperaturas e/ou densidades por meio de compressão, poderia passar por uma transição de fase, resultando na formação do plasma de quarks e glúons (QGP). O QGP é uma fase da matéria que se acredita ter existido nos primeiros microssegundos de vida do Universo após o Big Bang, quando o universo estava em um estado de altas temperaturas e densidades. Posteriormente, esse estado teria passado por um processo de transição, marcando o início da formação dos primeiros prótons e nêutrons. As colisões de íons pesados em altas energias possibilitam o estudo da matéria em condições extremas de temperatura e densidade de energia. Por meio dessas colisões, são observadas fortes evidências da transição de fase da matéria convencional para o QGP.

Uma ferramenta crucial para investigar o QGP é o fenômeno conhecido como “Efeito Hanbury–Brown–Twiss” (HBT) ou Femtoscopia. Originalmente observado na astronomia para medir o diâmetro angular de uma estrela usando a correlação entre dois fótons emitidos por ela e posteriormente adaptado para estudos de colisões nucleares de altas energias. O efeito HBT é o estudo de correlações de múltiplas partículas em baixo momento relativo, q_{inv} , usado para investigar quantidades físicas da ordem de femtômetros (10^{-15} m). Essas correlações são sensíveis às estatísticas quânticas (QS) seguidas pelas partículas idênticas produzidas nas colisões (Bose-Einstein para bósons ou Fermi-Dirac para férmions), bem como às interações subjacentes entre as partículas. O método também é sensível às interações no estado final (FSI), ou seja, aquelas às quais as partículas podem estar sujeitas após sua emissão, como a interação de Coulomb, no caso de partículas carregadas, ou as interações fortes entre pares de hádrons.

Este trabalho apresenta uma análise de dados simplificada do efeito HBT do qual iremos correlacionar pions idênticos (correlação de Bose-Einstein para pions idênticos) em colisões Pb-Pb, com energia de centro de massa de $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, utilizando o CMS Open Data que são dados públicos do detector Compact Muon Solenoid (CMS) do Large Hadron Collider (LHC). Nossa análise consiste em medir o tamanho aparente do estado final da colisão (consulte o Apêndice A.2 para mais detalhes) Pb-Pb em 1D (R_{inv} ou R , também chamado de comprimento de homogeneidade, “length of homogeneity”). Iremos medir o tamanho para diferentes classes centralidade, que é o grau de sobreposição entre os núcleos colidentes. A fim de investigar de que modo as propriedades da fonte emissora de partículas variam em resposta à sobreposição entre os núcleos de Pb. Essa análise nos permitirá obter informações cruciais sobre as características das interações fundamentais da matéria.

No capítulo 2, apresentamos uma abordagem histórica da interferometria HBT e posteriormente sobre a teoria das correlações de Bose-Einstein para partículas idênticas, ajuste da função de correlação e a correção de FSI. O Capítulo 3 é o núcleo do trabalho, do qual oferece uma visão geral do detector CMS, os métodos de seleção de eventos e traços que foram aplicados nos dados público que foi utilizado nesse trabalho, e o método de análise. O capítulo 4 revela os resultados obtidos a partir da análise das correlações de pares. O capítulo 5 apresenta nossas principais conclusões e possíveis melhoramentos a serem aplicados em trabalhos futuros. Além disso, um apêndice é dedicado a informações adicionais.

Capítulo 2

Interferometria HBT

Neste capítulo será apresentado o efeito Hanbury-Brown-Twiss (HBT), conhecido como correlação de duas partículas idênticas. Faremos uma breve revisão histórica da origem desse tipo de correlação, discutiremos o formalismo teórico considerando o caso de uma fonte extensa com distribuição gaussiana e Lorentziana (exponencial), onde não iremos considerar efeitos dinâmicos ou FSI, como as interações de Coulomb e a interação forte entre hádrons.

2.1 Revisão Histórica

A interferometria HBT, também conhecida como correlação de duas partículas idênticas, foi idealizada na década de 1950 pelo astrônomo Robert Hanbury-Brown e o matemático Richard Q. Twiss, para determinar as dimensões angulares de estrelas através da medida de fótons em coincidência emitidos por estas [2, 3, 4]. O aparato experimental consistia de dois espelhos parabólicos, ligados entre si a um correlator. Esses parabolóides funcionavam como “coletores” de fótons emitidos pela estrela investigada, detectando a chegada simultânea desses fótons. A distância entre os espelhos podia ser variada, de forma a ser possível comparar a contagem de coincidência em função dela. Em 1956, com a ajuda de E.M Purcell [5], eles mostraram que o fenômeno de detecção simultânea decorre do fato que os fótons tendem a chegar juntos nos detectores devido a um efeito da estatística de Bose-Einstein [2], e também mencionou que férmions idênticos devem apresentar uma anticorrelação, seguindo a estatística de dimensão-Dirac.

Em 1960, Goldhaber, Goldhaber, Lee e Pais (GGLP)[6] fizeram um experimento com o intuito de observar a ressonância ρ^0 através do seu decaimento $\pi^+\pi^-$, em colisões $p\bar{p}$, a 1.05GeV/c. O grupo estava procurando ρ^0 através do seu decaimento em píons, usando a distribuição de massa de pares de píons de sinal oposto, isto é, $\pi^+\pi^-$ e comparando com a medida de pares de píons de sinais iguais, $\pi^+\pi^+$ e $\pi^-\pi^-$ e observaram que as mesmas eram diferentes. A conclusão

do experimento foi que não havia estatística suficiente para estabelecer a existência de ρ^0 , porém, eles observaram que pares de píons idênticos apresentavam uma correlação em seus momentos. Essa correlação observada pelo grupo GGLP tinha a mesma natureza que aquela entre fótons que Hanbury–Brown e Twiss utilizaram para determinar raios estelares: ambas vinham do fato de píons e fótons respeitarem a estatística de Bose–Einstein. O grupo não tinha conhecimento do experimento realizado por Hanbury–Brown e Twiss, de modo que eles haviam descoberto o mesmo efeito, mas em colisões de partículas a altas energias. E dessa forma no caso de GGLP, tornou-se possível estimar dimensões subatômicas em colisões a altas energias, ao invés de raios estelares. A correlação observada foi parametrizada como

$$C(Q^2) = 1 + e^{-Q^2 r^2} = 1 + e^{(q_0^2 - \mathbf{q}^2) r^2} \quad (2.1)$$

$$Q^2 = -q^2 = -(k_1 - k_2)^2 = M_{12}^2 - (m_1 + m_2)^2$$

Essa é a forma gaussiana da relação que é bastante utilizada nos experimentos, devido à simplicidade da fonte emissora e resultados analíticos permitidos por esse perfil de fonte [2].

2.2 Introdução à correlação de partículas idênticas

Nesta seção será introduzido o formalismo teórico básico da função de correlação estatística de duas partículas idênticas que irá permitir o estudo das dimensões do sistema formado em colisões de íons pesados. Para compreender a origem desta correlação é necessário uma descrição do estado das partículas desde a sua origem - instante de sua produção na fonte emissora - até sua detecção, incluindo sua propagação a partir dos pontos da fonte [7].

A função de correlação $C(q)$, é definida como a razão entre a probabilidade, $P_2(k_1, k_2)$, de detecção simultânea de duas partículas com diferença de momentum $q = k_1 - k_2$, normalizada pelo produto da probabilidade, $P(k_1)P(k_2)$, de detecção de cada uma dessas partículas separadamente,

$$C(\mathbf{q}) = \frac{P_2(k_1, k_2)}{P(k_1)P(k_2)}. \quad (2.2)$$

2.2.1 Detecção de uma partícula

Primeiro, vamos considerar uma única partícula de 4-momentum $k = (k^0, \mathbf{k})$ que é emitido no ponto $x = (t, \mathbf{x})$ e detectada no ponto $x' = (t', \mathbf{x}')$. A amplitude de probabilidade para a propagação da partícula livre emitida de x a x' [7] é

$$\begin{aligned}\psi(t' - t, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) &= A(k, x) e^{i\phi(x)} e^{i[k^0(t' - t) - \mathbf{k} \cdot (\mathbf{x}' - \mathbf{x})]} \\ &= A(k, x) e^{i\phi(x)} e^{ik \cdot (x' - x)},\end{aligned}\quad (2.3)$$

onde $A(k, x)$ e $\phi(x)$ são respectivamente a magnitude e a fase de emissão da amplitude de probabilidade. A amplitude de probabilidade $\psi(k : x \rightarrow x')$ para uma partícula de momentum k seja emitida no ponto x da fonte, se propagando ao longo da trajetória clássica e detectada num ponto x' [7]

$$\psi(k : x \rightarrow x') = A(k, x) e^{i\phi(x)} e^{ik \cdot (x' - x)}. \quad (2.4)$$

Como estaremos considerando uma fonte extensa, a partícula poderá ser criada de qualquer ponto desta fonte, portanto, considerando todos os pontos desta fonte a expressão para a amplitude de probabilidade total será:

$$\psi(k : \Sigma_x \rightarrow x') = \sum_x A(k, x) e^{i\phi(x)} e^{ik \cdot (x' - x)}. \quad (2.5)$$

A distribuição de probabilidade, $P(k)$, para uma observação de uma partícula com 4-momentum k , é escrita como o módulo quadrado da amplitude de probabilidade total, ou seja:

$$\begin{aligned}P(k) &= |\psi(k : \Sigma_x \rightarrow x')|^2 = \left| \sum_x A(k, x) e^{i\phi(x)} e^{ik \cdot (x' - x)} \right|^2 \\ &= \left| \sum_x A(k, x) e^{i\phi(x)} e^{ik \cdot x} \right|^2,\end{aligned}\quad (2.6)$$

a expressão (2.6) é geral considerando uma fonte extensa, tanto para o caso caótica como para o coerente. Expandindo o lado direito de eq. (2.6) em termos independentes de $\phi(x)$ e termos contendo $\phi(x)$ obtemos,

$$P(k) = \sum_x A^2(k, x) + \sum_{x \neq y} A(k, x) A(k, y) e^{i\phi(x)} e^{-i\phi(y)} e^{ik \cdot (x - y)}. \quad (2.7)$$

Agora, levando em consideração que a nossa fonte é caótica, o segundo termo

do lado direito da Eq.(2.7) não contribui, em razão dos termos de fase serem aleatórios e se cancelarem na soma, então, em 2.7 fica

$$P(k) = \sum_x A^2(k, x). \quad (2.8)$$

Especificando uma densidade de pontos de emissão $\rho(x)$, podemos substituir o somatório por uma integral, $\sum_x \rightarrow \int dx \rho(x)$, assim podemos integrar sobre todos os pontos x da fonte

$$P(k) = \int dx \rho(x) A^2(k, x). \quad (2.9)$$

2.2.2 Detecção de duas partículas idênticas

O mesmo formalismo pode ser usado para discutir a detecção de duas partículas idênticas na fonte extensa. Na figura 3.1, (linhas contínuas) temos a representação de uma partícula de 4-momentum k_1 , emitida de x_1 e detectada em x'_1 e outra partícula, idêntica à primeira, de 4-momentum k_2 , emitida de x_2 e detectada em x'_2 .

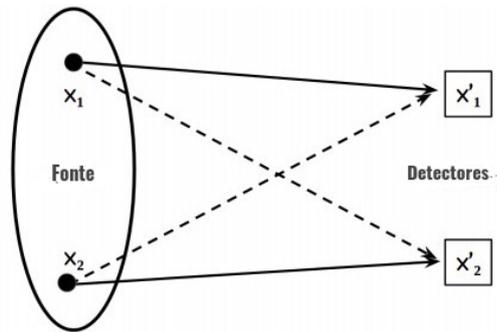


Figura 2.1: Representação simplificada de uma fonte extensa de partículas, onde uma partícula com 4-momentum k_1 , emitida de x_1 e detectada no ponto x'_1 e outra partícula com 4-momentum k_2 , emitida de x_2 e detectada em x'_2 [7]. Como as partículas são idênticas, a possibilidade cruzada também deve ser levada em consideração.

A amplitude de probabilidade de detecção de uma partícula com 4-momentum k_1 em x'_1 e outra partícula idêntica com 4-momentum k_2 em x'_2 , é análogo a Eq. (2.4), é dada por

$$\Psi_{12}\{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} \approx A(k_1, x_1) e^{i\phi(x_1)} A(k_2, x_2) e^{i\phi(x_2)} e^{ik_1 \cdot (x - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_2 - x'_2)}. \quad (2.10)$$

Por serem partículas idênticas, a possibilidade cruzada (linhas tracejadas) também deve ser considerada. Onde a partícula com 4-momentum k_1 é emitida do ponto x_2 e detectada em x'_1 e outra partícula idêntica à primeira, de 4-momentum k_2 é emitida de x_1 e detectada em x'_2 . Assim, temos a amplitude de probabilidade que é dada por

$$\Psi_{21}\{k_1 k_2 : x_2 x_1 \rightarrow x'_1 x'_2\} \approx A(k_1, x_2) e^{i\phi(x_2)} A(k_2, x_1) e^{i\phi(x_1)} e^{ik_1 \cdot (x_2 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_1 - x'_2)}. \quad (2.11)$$

Como ambos os casos podem ocorrer, somamos a Eq. 2.10 e 2.11:

$$\begin{aligned} \Psi\{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_{12}\{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} \pm \Psi_{21}\{k_1 k_2 : x_2 x_1 \rightarrow x'_1 x'_2\}] \\ &= e^{i\phi(x_1)} e^{i\phi(x_2)} \Phi\{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

onde o sinal (\pm) está relacionado com a simetrização da função de onda, para bósons (+), ou antisimetrização, para férmions (-), e $\Phi\{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\}$ é a parte da amplitude de probabilidade que é independente das fases $\phi(x_i)$ de produção, é definida por

$$\begin{aligned} \Phi\{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} A(k_1, x_1) A(k_2, x_2) e^{ik_1 \cdot (x - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_2 - x'_2)} \\ &\pm A(k_1, x_2) A(k_2, x_1) e^{ik_1 \cdot (x_2 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_1 - x'_2)}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Em uma situação real, os pares de partículas são emitidos não de dois pontos, mas de uma região extensa do espaço. Então, somamos todas as possíveis combinações de produção de pares de partículas para dois pontos distintos. A Eq. 2.12 pode ser escrita como

$$\Psi\{k_1 k_2 : \sum_{x_1, x_2} x_1, x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} = \sum_{x_1, x_2} e^{i\phi(x_1)} e^{i\phi(x_2)} \Phi\{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\}. \quad (2.14)$$

A distribuição de probabilidade para uma observação conjunta de duas partículas idênticas com 4-momentum k_1 e k_2 , é escrita como:

$$P(k_1, k_2) = \frac{1}{2!} \left| \Psi\{k_1 k_2 : \sum x_1, x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} \right|^2. \quad (2.15)$$

Os resultados acima são bastante gerais, e podem ser aplicados, por exemplo, para o estudo de correlações de 4-momentum de duas partículas, tanto para fonte caóticas quanto para fontes coerentes. Nesse trabalho, iremos utilizar estes resultados para estudarmos a correlação de 4-momentum de uma fonte caótica¹. Então, escrevemos a soma acima em termo dependentes e independentes de $\phi(x)$:

$$\begin{aligned} P(k_1, k_2) &= \frac{1}{2} \sum_{x_1, x_2} [\Phi^* \{k_1 k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} |_{y_1(y_2)=x_1(x_2)} \Phi \{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} \\ &\quad + \Phi^* \{k_1 k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} |_{y_2(y_1)=x_1(x_2)} \Phi \{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\}] \\ &\quad \pm \frac{1}{2} \sum_{x_1, x_2, y_1, y_2} [e^{i[\phi(x_1)+\phi(x_2)-\phi(y_1)-\phi(y_2)]} \\ &\quad \times \Phi^* \{k_1 k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} \Phi \{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\}]. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Os dois termos na primeira somatória do lado direito da equação acima são iguais devido à simetria dos índices. Sendo a emissão caótica, o último termo deverá ser nulo porque a contribuição de um grande número de termos com magnitudes similares nas fases aleatórias cancelam-se mutuamente. Portanto escrevemos a Eq. (2.16) da seguinte forma:

$$P(k_1, k_2) = \sum_{x_1, x_2} \left| \Phi \{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} \right|^2, \quad (2.17)$$

onde $\Phi \{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\}$ é dado em (2.13).

Especificando uma densidade $\rho(x)$ por unidade de volume, no ponto x da fonte, podemos fazer $\sum x_1, x_2 \rightarrow \int \rho(x_1)\rho(x_2)$ e escrever ((2.17)) como uma integral dupla

$$P(k_1, k_2) = \int \int dx_1 dx_2 \rho(x_1)\rho(x_2) \left| \Phi \{k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2\} \right|^2. \quad (2.18)$$

¹Depende das propriedades das fases $\phi(x)$ associada com os pontos na origem da emissão de partículas, a fonte estendida pode ser: coerente, caótica, ou parcialmente caótica. A função de correlação de duas partículas idênticas é dependente do grau de coerência da fonte.

Expandindo o termo (2.13) e usando (2.9), a Eq.(2.18) fica

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2) \pm \left| \int dx e^{i(k_1 - k_2) \cdot x} \rho(x) A(k_1, x) A(k_2, x) \right|^2. \quad (2.19)$$

Agora iremos introduzir uma função de densidade efetiva $\rho_{eff}(x : k_1, k_2)$, definida como

$$\rho_{eff}(x : k_1, k_2) \equiv \frac{\rho(x) A(k_1, x) A(k_2, x)}{\sqrt{P(k_1)P(k_2)}}, \quad (2.20)$$

poderemos escrever a Eq. (2.19) na seguinte forma:

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2) \left(1 \pm \left| \int dx e^{i(k_1 - k_2) \cdot x} \rho_{eff}(x, k_1, k_2) \right|^2 \right). \quad (2.21)$$

Onde a transformada de Fourier de $\rho_{eff}(x, k_1, k_2)$ é definida como

$$\bar{\rho}(q, k_1, k_2) = \int dx e^{iq \cdot x} \rho_{eff}(x, k_1, k_2), \quad (2.22)$$

onde foi definido o momento relativo do par como $q = k_1 - k_2$ e o momento médio do par como $K = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$. Reescrevendo a densidade de probabilidade $P(k_1, k_2)$, em termos da transformada de Fourier da densidade efetiva, assim, podemos reescrever a equação (2.21) na forma:

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2)(1 \pm |\bar{\rho}(q, k_1, k_2)|^2). \quad (2.23)$$

Portanto, de (2.23) e (2.2), a função de correlação é dada por:

$$C(\mathbf{q}) = 1 \pm |\bar{\rho}(q, k_1, k_2)|^2. \quad (2.24)$$

Assim, para fontes extensas e caóticas, a função de correlação para duas partículas está diretamente ligada a transformada de Fourier da "densidade efetiva", como dada pela equação (2.24). Essa função de correlação para duas partículas pode ser utilizada como uma espécie de "sonda" da configuração do espaço de fase para o instante de emissão dessas partículas. Esse fato nos possibilita, obter informações a respeito do tamanho da região de emissão das partículas através da função de correlação.

2.3 Distribuições de fontes

2.3.1 Parametrizações da função de correlação

Diferentes hipóteses acerca da distribuição de fonte $\rho_{eff}(x, k_1, k_2)$, dão origem a diferentes funções de correlação. A real forma de $\rho_{eff}(x, k_1, k_2)$ não pode ser, contudo conhecida *a priori*. O que se faz, portanto é supor alguma forma para $\rho_{eff}(x, k_1, k_2)$ e, a partir dela, tentar obter uma função de correlação que descreva bem os dados. A parametrização mais simples de $\rho_{eff}(x, k_1, k_2)$ é a forma gaussiana, isto é:

$$\rho_{eff}(x, k_1, k_2) \propto e^{-x^2/2R^2}, \quad (2.25)$$

inserindo a equação (2.25) na Eq.(2.22) e o resultado encontrado na Eq.(2.24), a função de correlação associada a tal sistema, é dado por

$$C(\mathbf{q}) = 1 \pm \lambda e^{-(qR)^2}. \quad (2.26)$$

Adicionamos, como historicamente feito, parâmetro λ , posteriormente chamado de parâmetro de incoerência ou caoticidade. Isso foi introduzido por Deutschmann et al.[8], em 1978, como um meio para reduzir erros sistemáticos no experimento para o ajustes da função de correlação. R é o parâmetro que reflete o raio aparente da fonte emissora, o sinal (\pm), refere-se ao caso bosônico (+), e ao fermiônico (-).

Parâmetro α de Lévy

A fim de estudar a forma da função de correlação experimental e teoricamente, Csörgo, Hegyi e Zajc [9, 10] propôs um grau de liberdade adicional, α , denominado *índice de Levy* ou *índice de estabilidade*, caso em que a correlação é ajustada pela função:

$$C(\mathbf{q}) = 1 \pm \lambda e^{-(qR)^\alpha}, \quad (2.27)$$

Ao ajustar as funções de correlação, esse expoente geralmente retorna um número entre o valor que caracteriza uma função exponencial (Cauchy-Lorentz: $\alpha = 1$) e o valor para uma distribuição gaussiana ($\alpha = 2$).

Função de correlação de Bose-Einstein para Píons idênticos

Uma ampla variedade de partículas é emitida a partir da fonte emissora durante o processo de freeze-out. No entanto, grande parte dessas partículas é composta por píons carregados, que são classificados como bósons. Portanto, é natural que a correlação analisada neste estudo seja a correlação de Bose-Einstein, aplicada aos píons idênticos.

$$C_{\text{BE}}(\mathbf{q}) = 1 + \lambda e^{-(qR)^\alpha}. \quad (2.28)$$

2.4 Ajuste da Função de Correlação

Os ajustes nas funções de correlação, como a correlação de Bose-Einstein (BEC), são cruciais para obter informações quantitativas sobre a fonte emissora de partículas e a natureza das correlações entre elas. Esses ajustes permitem determinar propriedades como o tamanho da fonte, a intensidade das correlações e a presença de correlações de longo alcance, desempenhando um papel fundamental na compreensão detalhada dos sistemas de partículas em colisões de alta energia.

As funções de correlação foram ajustadas usando uma parametrização selecionada a partir das distribuições simétricas de Levy:

$$C_{\text{BE}}(q_{\text{inv}}) = C \left[1 + \lambda e^{-(q_{\text{inv}} R_{\text{inv}})^\alpha} \right] (1 + \epsilon q_{\text{inv}}) \quad (2.29)$$

onde C é uma constante, $R \rightarrow R_{\text{inv}}$ é o parâmetro de ajuste do raio (BEC), também chamado de comprimento de homogeneidade (length of homogeneity) [11], e λ é o parâmetro de intercepção, correspondente à intensidade da função de correlação em $q_{\text{inv}} = 0$. O expoente α é o índice de estabilidade de Levy que satisfaz a desigualdade $0 < \alpha \leq 2$. Mais detalhes podem ser encontrados em Ref. [9]. O termo linear adicional em q_{inv} (proporcional à constante ϵ^2) é introduzido para levar em conta correlações de longo alcance que podem estar ausentes na amostra de referência. O momento relativo do par $q^2 = q_{\text{inv}}^2 = -(k_1 - k_2)^2 = M_{\text{inv}}^2 - 4(m_\pi)^2$, onde M_{inv} é a massa invariante do sistema formado pelas dois píons e m_π é a massa do méson pión.

²Refere-se à presença de correlações entre partículas que estão afastadas por distâncias relativamente grandes em relação ao tamanho típico da fonte emissora. Isso implica que as partículas podem estar correlacionadas mesmo quando separadas por distâncias consideráveis na fonte emissora.

2.5 Interações de estado final

Na Seção 2 e 2.3, o efeito das FSI não foi levado em consideração. No entanto, estudos posteriores de Correlação de Bose-Einstein (efeito HBT) em colisões de alta energia revelaram que os efeitos das interações de estado final entre partículas correlacionadas não podiam ser negligenciados, incluindo interações Coulombianas e Interações Fortes (SI) [12]. Isso abre a possibilidade de estender as aplicações do método femtoscópio a partículas não idênticas. Portanto, os efeitos das interações de estado final nas correlações de partículas na femtoscoia são introduzidos no método a seguir. No caso de píons, frequentemente é possível negligenciar as influências das interações fortes ao se realizar medidas de interferometria HBT [13].

2.5.1 Correção Coulombiana

A interação de Coulomb afeta a distribuição das partículas e, consequentemente, as BEC. Em regiões de baixo- q_{inv} , essas distorções são significativas e precisam ser corrigidas para obtermos medidas precisas das BEC e uma análise mais acurada das propriedades do sistema. Para partículas com a mesma carga (SS), a interação Coulombiana causa uma diminuição na função de correlação devido à repulsão entre elas. Isso resulta em uma separação das partículas e, consequentemente, em um sinal de correlação reduzido. Por outro lado, para partículas com cargas opostas (OS), a interação Coulombiana gera um aumento na função de correlação devido à atração entre elas. Isso faz com que as partículas se aproximem mais do que o esperado, resultando em um sinal de correlação amplificado.

O efeito da interação Coulombiana mútua é levado em conta pelo fator K , a média quadrada da função de onda relativa Ψ , dado por $K(q_{inv}) = \int d^3r f(r) |\Psi(k, r)|^2$, onde $f(r)$ é a intensidade da fonte de partículas emitidas [14]. Para fontes pontuais, $f(r) = \delta(r)$, a integral fornece o chamado fator de Gamow, que no caso de pares SS e OS é dado por:

$$G_{SS}(\zeta) = |\Psi_{SS}(0)|^2 = \frac{2\pi\zeta}{e^{2\pi\zeta} - 1}, \quad G_{OS}(\zeta) = |\Psi_{OS}(0)|^2 = \frac{2\pi\zeta}{1 - e^{-2\pi\zeta}}, \quad (2)$$

onde $\zeta = \frac{\alpha m}{q_{inv}}$ é o parâmetro de Landau, α é a constante de estrutura fina e m é a massa da partícula [15]. Nesta análise, as correções para a interação Coulombiana

do estado final são realizadas usando o fator de Gamow nas distribuições de *signal* e *referência* (Ver seção 3.3.1 e 3.3.2). O que sabemos não ser exatamente o caso para colisões Pb-Pb, pois estas colisões resultam em um sistema de produção de partículas não pontual, contudo, traz uma aproximação satisfatória, como pode ser observado no Cap 5 .

Capítulo 3

Análise do efeito HBT utilizando o detector CMS

Após as partículas serem emitidas da fonte no freeze-out elas seguem em direção ao detector CMS do qual faz a coleta de dados. Para garantir a qualidade e relevância dos dados coletados, as partículas detectadas são submetidas a um criterioso processo de filtragem. Somente após essa filtragem, os dados são disponibilizados ao público por meio do CMS Open Data, em um formato denominado TTree. A análise propriamente dita tem seu ponto de partida ao acessar o arquivo TTree utilizando a ferramenta de análise mantida pelo CERN, ROOT, desenvolvida em C++. A partir desse arquivo, identificamos as variáveis relevantes que servirão como base para a aplicação da análise do efeito HBT, que basicamente consiste na construção e estudo da função de correlação, *single ratios* (SR).

Este capítulo é dedicado a uma breve descrição do detector CMS, seguida pela abordagem dos critérios de filtragem utilizados para selecionar os dados relevantes. Em seguida, descrevemos como foi determinado os intervalos de centralidade e apresentamos os principais aspectos da técnica experimental empregada. Finalizando com uma visão geral do procedimento geral de análise.

3.1 Detector CMS

O Compact Muon Solenoid (CMS) [16] é um detector de propósito geral e um dos quatro principais experimentos do LHC. No LHC, existem quatro experimentos principais com propostas diferentes: A large Ion Collider Experiment (ALICE) [17], A Toroidal LHC ApparatuS (ATLAS) [18], Large Hadron Collider beauty (LHCb) [19] e o Detector Muons Solenoid (CMS) [16]. Além dos quatro experimentos citados acima, o LHC também conta com três detectores menores [20, 21, 22]. O núcleo do CMS, mostrado na Figura 3.1, é um ímã de solenoide supercondutor com um diâmetro interno de 6m, produzindo um campo de magnitude máxima

de 3.8 T. Dentro do volume do solenoide estão dois principais subsistemas de detecção de partículas: sistema de detecção de traços (ver seção 3.1.3), usado para medir a trajetória das partículas carregadas; e sistema de calorímetros responsável por medir a energia depositada pelos elétrons, fótons e hádrons. Múons são medidos em detectores de ionização de gás (muon chambers na figura) embutidos na estrutura de aço utilizada por sustentar o detector e também compactificar o campo magnético produzido pelo solenoide. A geometria do solenoide é refletida no projeto de todo o detector, dada a forma cilíndrica, com uma divisão natural da geometria em barril e tampas (discos que fecham a região do barril) que fornecem uma cobertura quase completa de 4π (aproximadamente 98%) do ângulo sólido ao redor da região de interação.

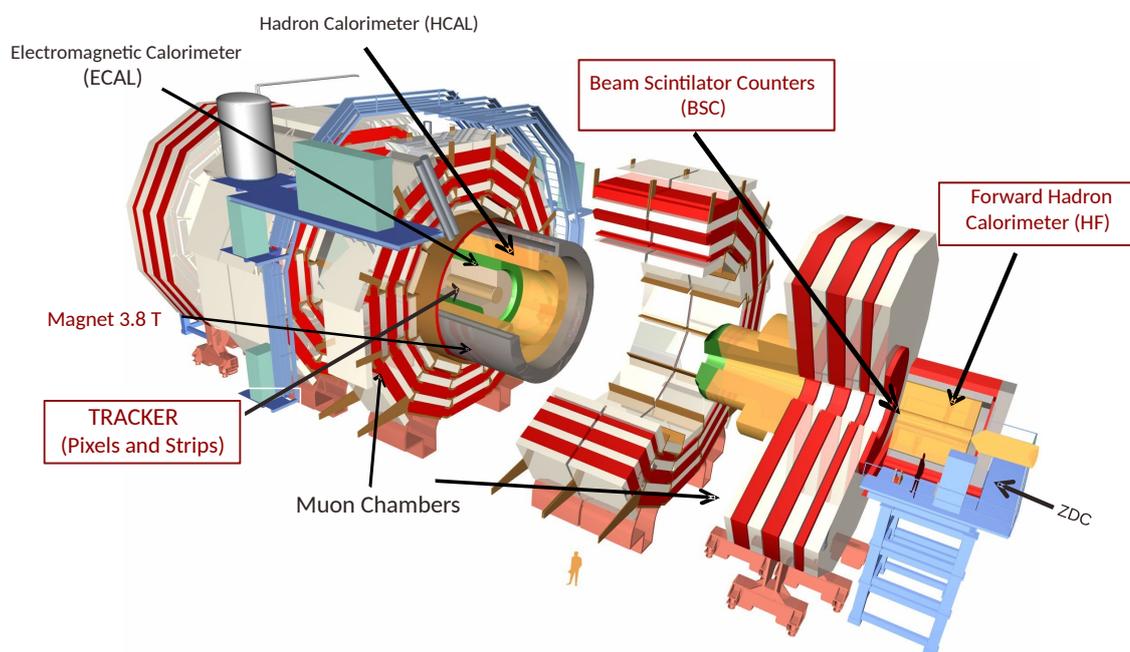


Figura 3.1: Vista em corte do CMS mostrando os principais componentes do detector. Extraído e adaptado de <https://cds.cern.ch/record/2629816> [último acesso em 28/Set/2023].

3.1.1 Geometria do Detector

O CMS usa um sistema de coordenadas com a origem posicionada no centro do detector, chamado de ponto de interação (IP), conforme mostrado na Fig. (3.2). Em coordenadas cartesianas, o eixo z é definido ao longo do feixe do LHC, o eixo x aponta para o centro de anel LHC e o eixo y é vertical e aponta para cima. É comum

usar coordenadas cilíndricas, as distâncias radiais (r) pode ser determinadas no planos transversal (xy) com $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, o ângulo azimutal (ϕ) pode ser medido do eixo x também no plano xy , $\phi = \arctan(y/x)$, conforme mostrado na Fig. (3.2)(esquerda) e o ângulo polar (θ) é medido a partir do eixo $+z$ no plano rz como mostrado na Fig. (3.2)(à direita). Diferente de r e ϕ , o ângulo θ não é um invariante de Lorentz sob boosts longitudinais. A invariância pode ser obtida substituindo θ por outra quantidade chamada pseudorapidez (η), que é uma variável geométrica conveniente para definir regiões de cobertura do detector, que relaciona grandezas cinemáticas das partículas emergente ao ângulo polar θ , definida como:

$$\eta = -\ln \left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right], \quad (3.1)$$

para partículas sem massa ou no limite de alta energia, coincide com a rapidez que é invariante (a menos de uma constante) de Lorentz sobre as transformações ao longo do eixo z . O momento transversal da partícula é definido como $P_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = p \sin(\theta)$, onde p é o momento da partícula.

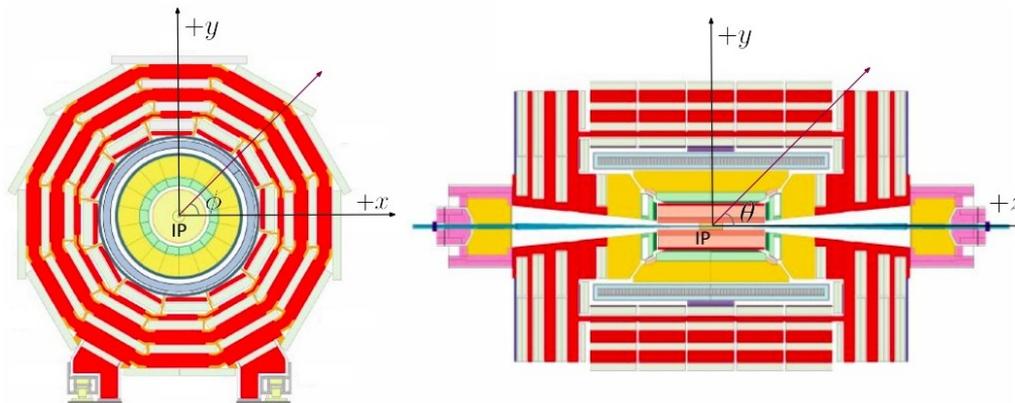


Figura 3.2: Sistema de coordenadas CMS no plano transversal (xy) na esquerda e no plano zy à direita. Extraído do <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/MuonDPGPublic180622>[último acesso em 28/Abr/2023].

3.1.2 Visão geral do detector CMS

Uma maneira simples de ilustrar a detecção de partículas pelo CMS, mostrada na Figura (3.1) é através de uma seção transversal do detector, como representado na Figura (3.3). As partículas (representadas por linhas) são emitidas pelo ponto de colisão no centro do detector. Partículas carregadas deixam trajetórias curvas

no sistema de rastreamento de silício devido ao efeito do campo magnético; no caso de partículas neutras, essa trajetória não é observada. Os elétrons (linha vermelha sólida) e fótons (linha azul tracejada) depositam toda a sua energia no calorímetro eletromagnético, enquanto os elétrons são identificados pelo sistema de rastreamento. Da mesma forma, hádrons carregados e neutros são detidos pelo calorímetro hadrônico, onde sua energia total é medida. Múons atravessam todo o detector e sua medição é feita pela trajetória registrada nos rastreadores e nos detectores de múons. Neutrinos não são detectados diretamente, mas essas partículas são inferidas a partir de um desequilíbrio na energia transversa (chamada de energia transversal faltante).

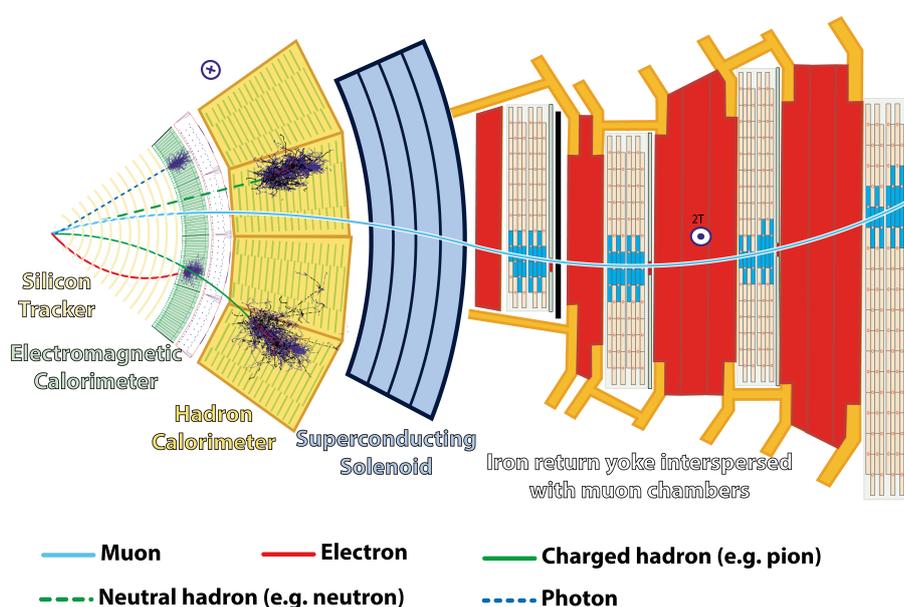


Figura 3.3: Corte transversal do detector CMS e ilustração dos mecanismos de detecção das principais partículas que atravessam o experimento. Extraído do <https://cds.cern.ch/record/2120661/> [último acesso em 28/Fev/2023].

Uma descrição detalhada do experimento CMS, dos subdetectores e dos métodos de detecção pode ser encontrada na Ref. [16].

3.1.3 Sistema de detecção de traços

O sistema de detecção de traços (Tracker) é composto por detectores de silício (*pixel* e *strips*) onde é posicionado perto do ponto de interação (IP), do qual é responsável por medir os sinais deixados pelas trajetórias das partículas carregadas. Devido ao campo magnético, as trajetórias das partículas são curvadas. A interação das partículas com os átomos dos materiais sensíveis deixam sinais

que posteriormente são conectados pelos algoritmos de reconstrução, produzindo traços. Com as informações da carga, campo magnético e raio de curvatura é possível estimar o momento transversal (p_T) da partícula (mais sobre a reconstrução encontra-se em [23, 24]). O Tracker possui 1440 módulos de detectores de silício pixel e 15.148 módulos de detectores de silício strip. Esses módulos estão imersos no campo magnético axial de 3.8T gerado pelo solenoide supercondutor. O principal objetivo deste rastreador interno é reconstruir as trajetórias das partículas carregadas com $p_T > 100\text{MeV}/c$, cobrindo a região de pseudo-rapidez $|\eta| < 2.5$. Informações mais detalhadas sobre o processo de reconstrução dos traços de partículas que foram utilizados nos dados analisados neste trabalho (A.1).

3.1.4 Seleção online de eventos

A ativação da leitura dos eventos capturados pelo detector CMS durante as colisões é realizada por meio da detecção de sinais coincidentes em detectores posicionados nas regiões avançadas, também conhecidas como regiões *forward*[25], que estão localizadas em ambos os lados do ponto de colisão nominal. esses detectores são cintiladores *beam scintillator counter* (BSC), na faixa de $3.23 < |\eta| < 4.65$, e os calorímetros hadrônicos *forward* de aço/fibra de quartzo Cherenkov (HF), na faixa de $2.9 < |\eta| < 5.2$. Ao requerer sinais coincidentes nos BSC ou HF, o detector garante que eventos verdadeiros de colisões estejam sendo selecionados e registrados para análise, enquanto eventos não relacionados a colisões ou ruídos são suprimidos. Essa estratégia de acionamento é fundamental para garantir a qualidade dos dados e permitir estudos precisos sobre as colisões de íons pesados e a produção de partículas em altas energias.

3.2 Determinação de centralidade

Na análise de eventos Pb-Pb, é essencial determinar a centralidade da colisão, o que indica o grau de sobreposição dos dois núcleos colidindo. Para isso, é utilizado o observável HFsumET, que corresponde à soma da energia transversal medida pelos detectores HFs, conforme mostrado na Fig. 3.4. A distribuição de energia transversal total é utilizada para dividir os eventos em intervalos, cada um representando uma fração da seção de choque total de interação núcleo-núcleo. O intervalo 0–5% corresponde aos 5% dos eventos mais centrais, ou seja, aqueles

com menor parâmetro de impacto, e assim por diante.

Para determinar os intervalos de centralidade, os eventos são divididos em bins, cada um correspondendo a uma faixa de energia transversal medida no HF (HFsumET). As faixas de HFsumET são estabelecidas com base nas distribuições observadas nos dados experimentais, o que permite associar diferentes faixas de energia transversal a diferentes níveis de sobreposição nuclear, ou seja, a diferentes centralidades (ver Ref. [26] para detalhes).

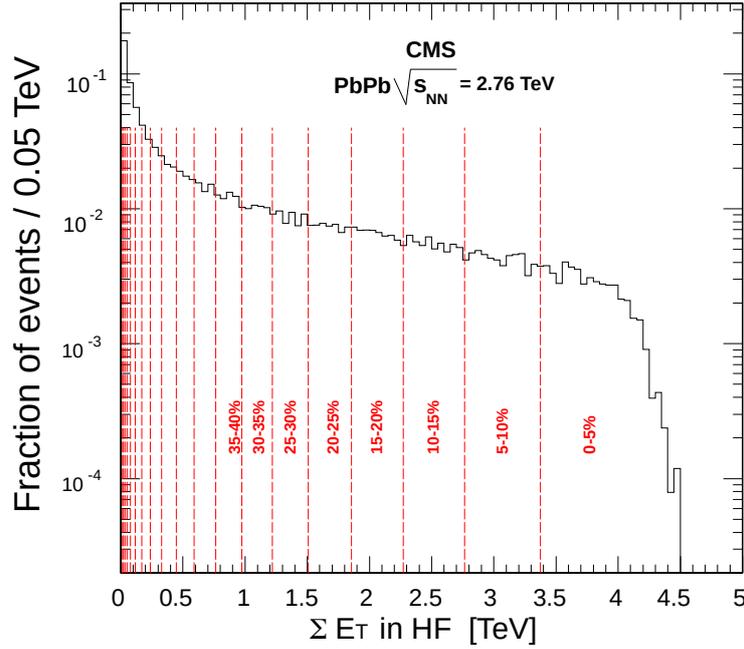


Figura 3.4: Distribuição da energia transversal total no HF usada para determinar a centralidade das interações Pb-Pb. Os limites para cada intervalo de centralidade de 5% são mostrados pelas linhas tracejadas. Extraído de [27].

Os intervalos de centralidade (0-10%, 10%-20%, e 20-100%) foram determinados de forma a corresponder às faixas de HFsumET observadas nos dados experimentais. Esses intervalos de centralidade foram utilizados para classificar as colisões estudadas neste trabalho.

3.3 Técnica Experimental

No Capítulo 2, foi discutida a parte teórica da interferometria HBT do qual modelamos o nosso sistema, usando as funções de fonte e de onda. No entanto, em experimentos de altas energias, essas quantidades não podem ser acessadas

diretamente. O procedimento experimental que leva à medição da função de correlação em q_{inv} começa construindo o sinal, ou seja, a amostra que contém os efeitos de BEC desejados, e as amostras de referência, também chamadas de amostras de fundo (background), ou seja, que visam cobrir o máximo possível de efeitos que não tem origem em BEC, mas que contaminam a amostra de sinal. Em um caso ideal, ao calcular a razão entre as duas amostras, apenas o sinal de interesse permanece. Essa técnica é conhecida como *single ratios* (SR):

$$SR(q_{\text{inv}} = k_1 - k_2) = \frac{S(k_1, k_2)}{B(k_1, k_2)} = \frac{dN_{\text{sinal}}/dq_{\text{inv}}}{dN_{\text{referência}}/dq_{\text{inv}}}, \quad (3.2)$$

onde o **numerador** é a distribuição de pares correlacionados (*sinal*) que corresponde aos pares de partículas de mesma carga (*SS*) e o **denominador** é a distribuição de pares não correlacionados (*referência*), contendo pares de partículas de eventos distintos ou de partículas não idênticas (pares de cargas elétricas opostas (*OS*)). Para cada evento, a amostra que contém o sinal de correlação de Bose–Einstein (BEC) é formada combinando todas as trajetórias de mesmo sinal (ou seja, $++$ ou $--$) com $|\eta| < 2.4$ e $p_T > 0.7$ GeV (Ver Apen. A.1). Pares de sinais opostos (ou seja, $+-$) dentro das mesmas faixas de $|\eta|$ e p_T são utilizados para eliminar contribuições não relacionadas à BEC das funções de correlação. Traços combinados de eventos distintos também são utilizados em um método alternativo para eliminar contribuições não relacionadas à BEC.

Os histogramas de ambos são armazenados em termos do momento relativo do par q_{inv} (usando bins de 0.02 TeV para todos os pares), e são divididos em intervalos de centralidade como definido acima.

3.3.1 Construção da distribuição de sinal

Para cada evento, o sinal contendo as BEC, no **numerador**, é formado combinando todas as trajetórias com (*SS*) no mesmo evento (ver Seção A.1). As distribuições em termos do momento relativo do par q_{inv} , são divididas em intervalos de centralidade da colisão. O efeito BEC é observado como um pico em uma região de baixo- q_{inv} na razão das distribuições de q_{inv} . Embora nenhuma identificação de partícula seja utilizada, espera-se que a contaminação por partículas diferentes de píons seja pequena, uma vez que os píons são a espécie dominante de hádrons na amostra. O impacto dessa contaminação nos resultados é tratado como incerteza sistemática.

3.3.2 Construção da distribuição de referência

A amostra de referência, no **denominador**, é utilizada para corrigir a distribuição de sinal, permitindo assim isolar o sinal relacionado ao efeito BEC. A amostra de referência pode ser construída de várias maneiras, sendo a mais comum a formação por mistura de partículas de diferentes eventos (*pairs from mixed events*) e para partículas não idênticas, pares de cargas elétricas opostas (*opposite-charge(sign) pairs*):

Pares de cargas elétricas opostas: Partículas de (*OS*) podem ser emitidas de fontes não correlacionadas no sistema Pb-Pb, e servem para construção da distribuição. Em geral, também trazem outras formas de correlações que não estão na amostra de sinal, como pares provenientes de uma mesma ressonância (por exemplo $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-$). Essas ressonâncias podem afetar as medições e precisam ser removidas antes de fazer a razão com a distribuição de sinal. Neste trabalho não aplicamos remoção de ressonâncias, pois nos intervalos de centralidade que estudamos esses efeitos mostraram-se muito pequenos.

Pares de mistura de Eventos: Essa técnica utiliza partículas de diferentes eventos para formar pares com uma diferença de momento específica q_{inv} , onde cada partícula k_1 é escolhida de um evento distinto daquela associada à partícula k_2 . O método envolve a seleção criteriosa de eventos similares, com características como produção semelhante de partículas carregadas e posição longitudinal de colisão parecida. Ao combinar todas as partículas de um evento com as de outro, a distribuição é construída.

3.4 Procedimento geral de análise

As partículas produzidas nas colisões do CMS deixam sinais nos detectores, que são processados por algoritmos, incluindo aqueles presentes no software de análise de dados do CMS, **CMSSW (CMS SoftWare)**, para transformar esses sinais em grandezas físicas de interesse, como momento (\mathbf{p}), pseudorrapidez (η) e outras. Na nossa análise, utilizamos colisões de íons Pb-Pb com uma energia de centro de massa de $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. As partículas emitidas durante essas colisões deixam sinais nos detectores, que posteriormente são convertidos em traços por meio do Tracker, o subsistema principal empregado nesta análise (consulte o Apêndice [A.1](#)

para mais detalhes). Através da combinação do Tracker com os sistemas BSC e HF (conforme descrito na Seção 3.1.4), realizamos a seleção de eventos e traços, resultando em um conjunto de 20.500 eventos selecionados de *minimum bias*. Essa amostra é composta principalmente por partículas com $|\eta| < 2.4$ e $p_T > 0.7$ GeV, das quais a maioria (aproximadamente 70-80%) consiste em píons. Somente após essa filtragem, os dados são disponibilizados ao público por meio do CMS Open Data [28], em um formato denominado TTree. A análise propriamente dita tem seu ponto de partida ao acessar o arquivo TTree utilizando a ferramenta de análise mantida pelo CERN, ROOT, desenvolvida em C++ [29].

O procedimento geral de correlação de partículas carregadas [30] pode ser resumido nos seguintes passos:

1. **Dados públicos:** Processamos os dados do CMS Open Data (que está em uma formato específico da colaboração CMS) e salvamos informações em uma TTree do ROOT, que contém variáveis essenciais para nossa análise, como a distribuição de *signal*, *referência*, correções de Coulomb aplicadas a ambas as distribuições, bem como informações sobre os intervalos de centralidade, entre outras.
2. **Obtenção do histograma de sinal:** Corresponde à distribuição de $q_{inv} = k_1 - k_2$ de duas partículas de (*SS*) em um mesmo evento, ver seção 3.3.1.
3. **Obtenção do histograma de referência:** Corresponde à distribuição de duas partículas não correlacionadas. Pode ser para pares de (*OS*) e pares de partículas combinadas de eventos distintos (*ME*), mais detalhes na Seção 3.3.2.
4. **Correção de Coulomb:** A subtração de efeitos devido à interação Coulombiana entre as partículas carregadas é feita por meio de um fator de correção (ver Sec. 2.5).
5. **Obtenção da função de correlação:** É obtida a partir da razão entre os histogramas de *signal* e *referência* (ver seção 3.3) corrigido.
6. **Extração dos parâmetros:** As dimensões espaço-temporais aparentes do estado final (length of homogeneity) associados ao sistema formado nas colisões Pb-Pb são obtidos utilizando ajustes de funções aos dados, mais detalhes na Seção 2.4.

Capítulo 4

Resultados experimentais

4.1 Análise HBT em q_{inv}

A função de correlação (SR) em relação ao momento relativo q_{inv} é obtida em diferentes faixas de centralidade, conforme detalhado na Seção 3.2. Essa obtenção segue os procedimentos delineados na Seção 3.4, que incluem a aplicação dos critérios de seleção de eventos e traços descritos nas Seções 3.1.4 e A.1.

Após a aplicação dos critérios mencionados acima, é possível derivar as distribuições de sinal e referência através da ferramenta mantida pelo CERN, o ROOT, conforme explicado nas Seções 3.3.1 e 3.3.2, respectivamente. Adicionalmente, a correção de Coulomb (conforme detalhada na Seção 2.5) é aplicada às distribuições. A correção é aplicada como um fator de escala para cada bin dos histogramas de q_{inv} . A razão entre essas duas distribuições nos permite calcular o SR para diferentes intervalos de centralidade. Através de um ajuste de função nos pontos de SR , é possível extrair parâmetros da BEC, entre os quais se inclui a determinação do tamanho da fonte emissora de partículas (R_{inv}).

4.1.1 Resultados da distribuição de sinal

Na distribuição (SS , $++$ ou $--$), Fig. 4.1, observamos o número de pares de partículas ($dN_{\text{sinal}}/q_{inv}$) em relação a cada bin de q_{inv} , onde cada *bin* corresponde a uma largura de 0.02 GeV. Uma observação importante é que, para valores de $q_{inv} < 0.2$ GeV, os pares de partículas sem a correção Coulombiana (linha tracejada vermelha) apresentam uma contagem menor em comparação com aqueles após a aplicação da correção (linha contínua preta). Essa discrepância é resultado da natureza dos pares de mesma assinatura de carga (SS , $++$ ou $--$), que experimentam uma força repulsiva devido a interações Coulombianas, levando a uma diminuição na contagem de pares na região de baixo- q_{inv} . Essa variação afeta diretamente o fenômeno de interesse, o efeito HBT. A correção Coulombiana foi aplicada considerando diferentes classes de centralidade, abrangendo desde

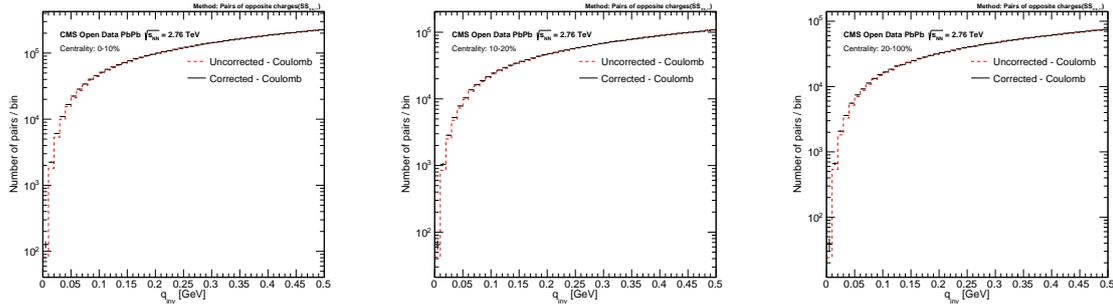


Figura 4.1: Número de pares/bin em função de q_{inv} sem (com) correção Coulombiana em vermelho (preto): Distribuição de sinal com SS ($++,-$).

colisões mais centrais até as mais periféricas (ver Seção 3.2).

4.1.2 Resultados da distribuição de referência

Para a construção da distribuição de referência, emprega-se dois métodos distintos conforme detalhado na Seção 3.3.2, aplicados em diferentes classes de centralidade. Construímos novamente histogramas de pares de partículas ($dN_{referência}/q_{inv}$) em relação com bins em q_{inv} , onde cada bin equivale a uma largura de 0.02 GeV.

No caso dos pares de carga OS ($+ -$), representados na Figura 4.2, observa-se que para valores de $q_{inv} < 0.2$, a contagem de pares de partículas sem a correção Coulombiana (linha tracejada vermelha) é maior em comparação com os pares após a aplicação da correção (linha contínua preta). Essa variação é atribuída à natureza dos pares de carga oposta, os quais experimentam uma força atrativa devido às interações Coulombianas. Essa atração resulta em uma contagem mais elevada de pares na região de baixos valores de q_{inv} , o que por sua vez influencia o efeito HBT.

Na Figura 4.3, referente aos pares de mistura de eventos (ME), não se fez necessária a aplicação da correção Coulombiana, uma vez que se utilizam partículas originadas de eventos distintos. Observa-se que o número de pares de partículas produzidos nessa distribuição é mais elevado (simplesmente porque nosso método combinou mais pares), posteriormente normalizado para cálculo do SR .

Essas abordagens para as distribuições de sinal e referência assegura que o efeito HBT seja estudado com maior precisão, levando em conta as interações Coulombianas entre os pares de partículas, e que o impacto das correções seja bem compreendido e controlado ao longo das diferentes classes de centralidade das

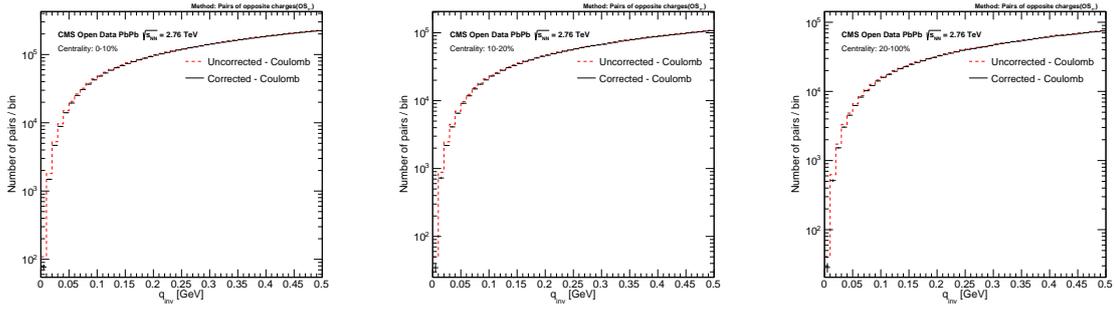


Figura 4.2: Número de pares/bin em função de q_{inv} sem (com) correção Coulombiana em vermelho (preto): Distribuição de referência com OS (+ -).

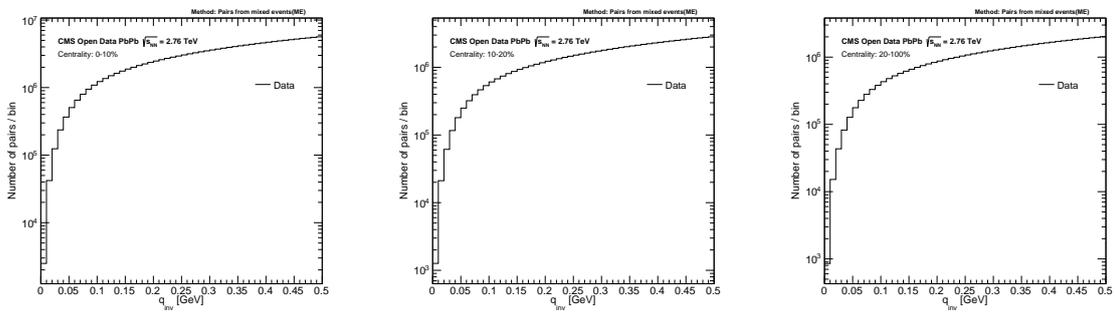


Figura 4.3: Número de pares/bin em função de q_{inv} : Distribuição de referência com Mistura de eventos (ME).

colisões estudadas.

4.1.3 Resultado da função de correlação (SR)

A função de correlação em função (ou em bins) de q_{inv} obtida a partir da razão das distribuições de sinal e referência para diferentes classes de centralidade é apresentada na Fig. 4.4. O tamanho aparente da fonte emissora de partículas, R_{inv} , no sistema de colisão PbPb é obtido utilizando o ajuste da Eq. (2.29). À esquerda temos SR para OS e à direita para ME para as diferentes classes de centralidade (0-10%, 10-20%, 20-100%) para hádrons carregados.

É possível notar que a região em que $q_{inv} < 0.02$ GeV os pontos apresentam grandes incertezas estatísticas, resultante da resolução do detector limitada a 0.02 GeV. Isso implica que o detector não consegue distinguir entre a presença de múltiplas partículas nessa faixa. Como resposta a essa limitação, a aplicação dos ajustes gaussiano e exponencial é restrita a partir desse limiar.

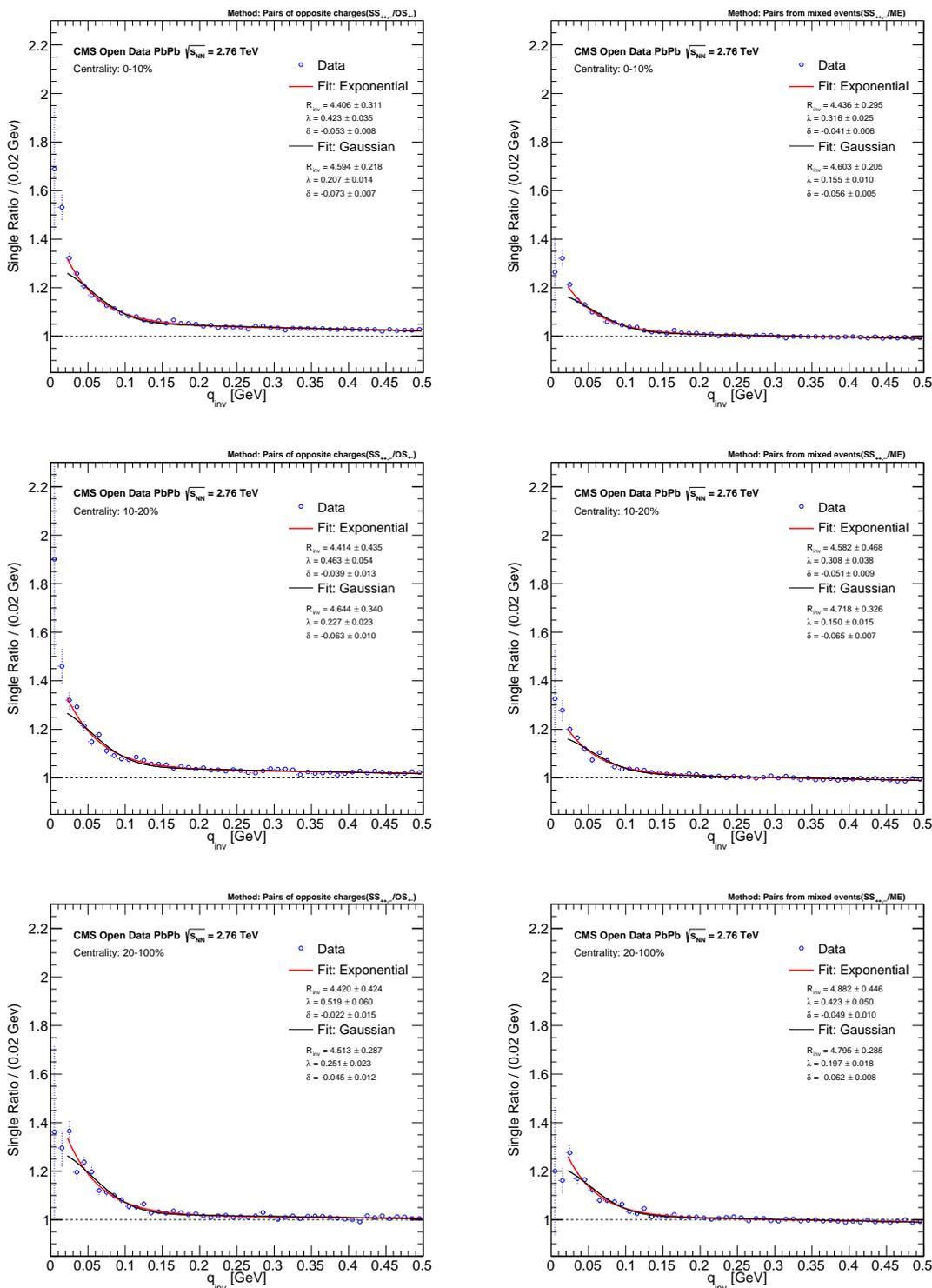


Figura 4.4: Single ratio em função de q_{inv} com ajustes exponencial (vermelho) e gaussiano (preto): Esquerda: Single ratio para OS. Direita: Single ratio para ME.

4.1.4 Extração dos parâmetros

As figuras 4.5 e 4.6 apresentam os valores de R_{inv} e λ obtidos por meios dos ajustes em função da centralidade. A análise considerou somente as incertezas estatísticas provenientes dos ajustes.

λ em função da Centralidade

O parâmetro de intercepção, representado por λ , é uma medida da intensidade das correlações entre pares de partículas idênticas. Idealmente (teoricamente), esse parâmetro manteria constância em relação à centralidade das colisões e seria igual a 1. Entretanto, experimentalmente, podem surgir efeitos que interferem no valor de λ , como podemos observar na Figura 4.5. Vários fatores podem influenciar, alguns exemplos principais:

1. **Utilização de pares de partículas não idênticas:** Uma vez que o BEC é específico para bósons idênticos (no caso aqui o foco seriam píons), a combinação com outras partículas, como káons ou prótons certamente contribuem para redução da magnitude da correlação e conseqüentemente de λ .
2. **Efeitos de resolução do detector:** A resolução do detector também impõe um limite à capacidade de distinguir entre partículas com energias abaixo de 0.02 GeV. Como o parâmetro λ está relacionado com o valor da correlação em q_{inv} igual a zero, a extrapolação utilizando uma função certamente influenciará em seu valor. Inclusive é observado uma grande diferença no valor de λ entre os ajustes exponenciais e Gaussianos (ver Figs. 4.5).

Podemos notar também que os valores do ajuste exponencial é maior comparado ao gaussiano e isso é devido a flexibilidade do ajuste exponencial em capturar diferentes tipos de correlações presentes nos dados, incluindo aquelas não relacionadas ao efeito BEC.

Em resumo, embora na teoria o parâmetro λ seja esperado para ser constante, nos dados experimentais ele pode ser influenciado pelas várias outras partículas presentes e a precisão do detector, tornando a análise mais desafiadora e exigindo abordagens rigorosas para a extração das informações desejadas sobre o efeito BEC.

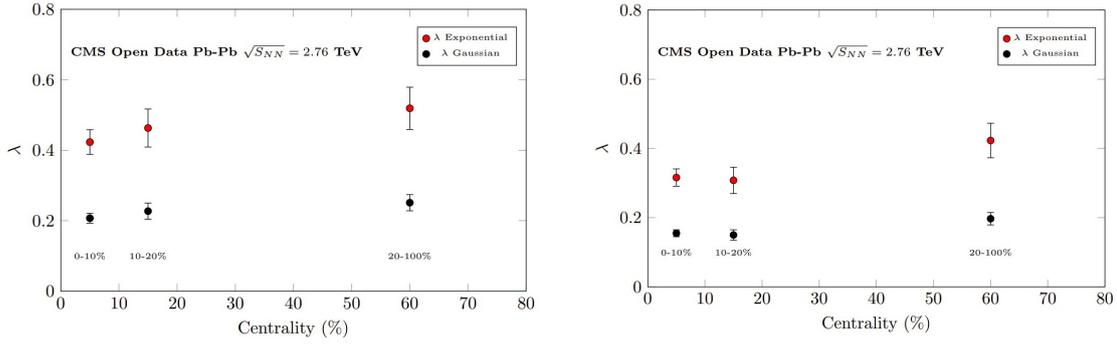


Figura 4.5: λ em função da centralidade (%) com ajustes exponencial (Gaussiano) em vermelho (preto) para $P_T > 0.7$ GeV. Esquerda: Com distribuição de referência com OS. Direita: Distribuição de referência com ME.

R_{inv} em função da Centralidade

O tamanho aparente da nossa fonte emissora de partículas descrito pelo parâmetro R_{inv} é esperado em geral decrescer como função da centralidade. Isso ocorre porque, em colisões mais centrais, há uma maior região de sobreposição entre os núcleos. Entretanto, essas conclusões podem depender do momento das partículas utilizadas para construção da função de correlação.

Nas Figuras 4.6 fizemos uma comparação do ajuste exponencial e Gaussiano e para comparar os parâmetros de raios correspondentes, devemos levar em consideração os fatores de conversão, ou seja, $R_{new}^{gaussian} \sim \sqrt{\pi} R_{old}^{gaussian}$ [31].

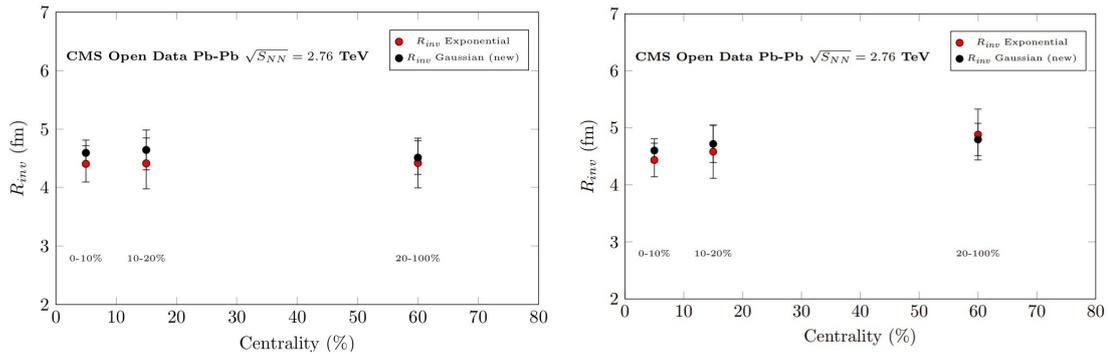


Figura 4.6: R_{inv} em função da centralidade (%) com ajustes exponencial (gaussiano) em vermelho (preto) para $P_T > 0.7$ GeV. Esquerda: Com distribuição de referência com OS. Direita: Distribuição de referência com ME.

O que podemos observar é que o R_{inv} em função da centralidade apresenta grandes incertezas estatísticas (isso é devido à pequena amostra de dados que utilizamos com aproximadamente 20500 eventos selecionados de minimum bias).

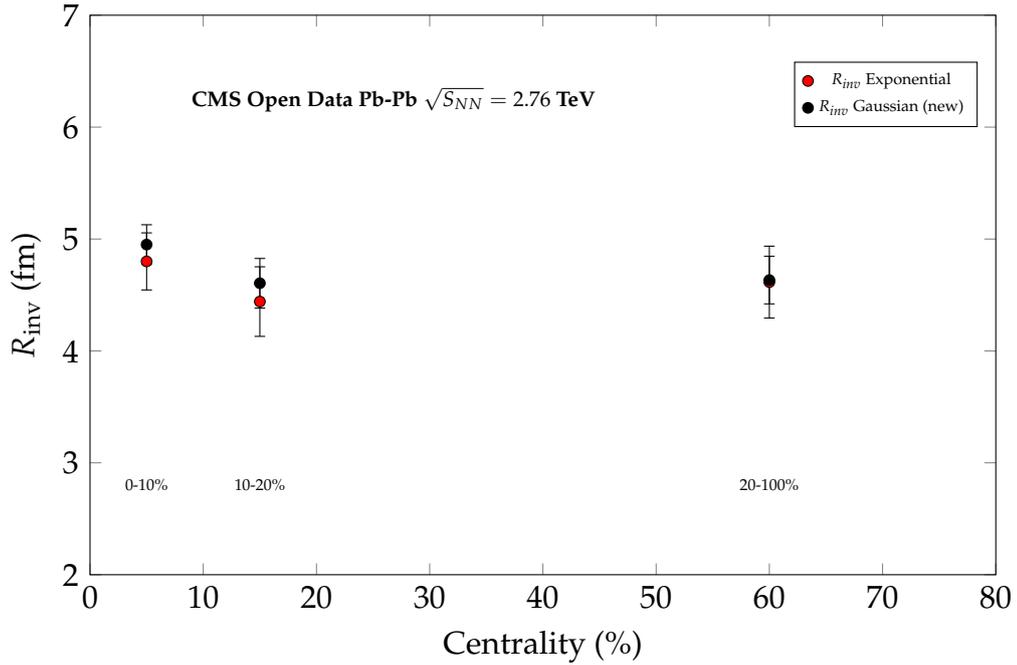


Figura 4.7: R_{inv} em função da centralidade (%) com ajustes exponencial (Gaussiano) em vermelho (preto) para $P_T > 0.5$ GeV. Distribuição de referência com OS.

Além disso, R_{inv} não está diminuindo com o aumento da centralidade. Existem várias razões possíveis, sendo algumas discutidas anteriormente para o parâmetro λ . Outro fator de bastante importância que pode ter influenciado é o valor relativamente alto do momento $P_T > 0.7$ GeV dos traços. Sendo que, ao ser aplicado as mesmas condições de análise, mas com momento reduzido das partículas de $P_T > 0.5$ GeV, obtemos o resultado da Figura 4.7, com um leve decréscimo do parâmetro R_{inv} para eventos mais periféricos. Claro, em termos estatísticos, em todos os casos certamente conseguimos uma compatibilidade com uma constante. Para obter essa amostra com $P_T > 0.5$ GeV foi necessário usar uma seleção de traços menos rigorosa, ou seja, diferente da oficial do CMS. Portanto, nossos resultados principais são com o corte de $P_T > 0.7$ GeV.

Capítulo 5

Conclusões

Apresentamos um estudo sobre a interferometria HBT em colisões PbPb utilizando dados públicos da colaboração CMS do LHC. Por meio dessa técnica, sondamos as características espaciais da fonte emissora de partículas, oferecendo informações valiosas sobre os processos subjacentes a essas colisões.

Ao analisar as distribuições de sinal e referência em intervalos da diferença entre quadrimomentos das partículas q_{inv} , pudemos observar as complexidades das interações que podem impactar as correlações. Identificamos a importância de considerar correções às interações Coulombianas para isolar as verdadeiras correlações de interesse, relacionadas à efeitos de estatística quântica (BEC).

Um aspecto importante discutido foi a variação dos parâmetros de correlação, λ e R_{inv} , em relação à centralidade das colisões. Embora as nossas expectativas teóricas fossem que λ se mantivesse constante e com valor igual a unidade, observamos variações que podem ser atribuídas à presença de diferentes partículas utilizadas na correlação experimental e resolução do detector. Uma peculiaridade se manifestou em relação a R_{inv} , mostrando-se praticamente constante em relação à centralidade da colisão, provavelmente por conta de cortes rigorosos na seleção de traços. Discutimos e analisamos (utilizando diferentes ajustes à função de correlação) a influência da resolução do detector, a qual introduz desvios sistemáticos em nossas medidas.

Importante enfatizar a importância da análise comparativa com modelos teóricos (o que não foi feito neste trabalho), bem como a necessidade de aprimorar nossas técnicas experimentais. Certamente, em um trabalho futuro, seria importante: revisar os métodos de correções Coulombianas, o método de mistura de eventos (mixing), aplicar um método de subtração adicional de fundo (background) sobre a função de correlação. Além de usar um número maior de eventos de colisões para diminuir as incertezas estatísticas. Além disso, pode-se fazer uma análise da dinâmica do tamanho aparente da fonte emissora, analisando o comportamento de R_{inv} em função do momento médio dos pares de partículas utilizados na correlação. Lembrando também que uma medida completa precisaria incluir

uma análise cuidadosa das incertezas sistemáticas. Portanto, esse trabalho oferece uma contribuição significativa para uma breve introdução à análise de dados de correlações de pares de partículas idênticas.

Apêndice A

Considerações finais

A.1 Seleção de traços e eventos

A seção de choque esperada para colisões inelásticas hadrônicas de Pb-Pb em $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76$ TeV é de 7.65 b (barns), de acordo com os parâmetros escolhidos do modelo de Glauber descritos na Ref. [27]. As interações eletromagnéticas dos núcleos colidindo com grande parâmetro de impacto (colisões ultraperiféricas, UPC) podem levar à quebra de um ou ambos os núcleos de Pb com uma seção de choque muito maior. Neste estudo, foram estabelecidos critérios rigorosos para selecionar os eventos que seriam considerados na análise. Esses critérios têm uma finalidade dupla: garantir que apenas eventos com relevância física para o estudo do Efeito HBT sejam incluídos, enquanto ainda mantêm uma amostra representativa de eventos *minimum-bias* (hadrônicos inelásticos com o mínimo de seleções extras).

As condições necessárias para a inclusão dos traços na análise são as seguintes:

1. Evitamos traços divididos (*split tracks*), ou seja, situações em que os sinais no detector (hits) de uma única partícula acabem gerando dois traços diferentes reconstruídos;
2. Evitamos aglutinação de traços (*merged tracks*), i.e., os hits de duas partículas no detector resultam em um único traço reconstruído;
3. Evitamos traços falsos (*fake tracks*), i.e., traços cujos hits são provenientes de outras fontes que não sejam partículas da colisão hadrônica PbPb.

Para evitar ao máximo esses casos descritos acima, apenas traços satisfazendo os cortes abaixo foram utilizados para análise.

1. **High-Purity Tracks** Utiliza um método de boosted decision tree (BDT) para selecionar os traços de alta qualidade [24]. As variáveis utilizadas são

medidas de parâmetro de impacto em várias direções e suas incertezas, resolução no momento transversal, χ^2 do ajuste da trajetória, etc...

2. $p_T > 0.7 \text{ GeV}$ Essa seleção foi uma consequência dos demais cortes de qualidade, que removeram todos os traços de baixo momento na amostra que estávamos usando. Isso ocorre, pois os traços de mais baixo momento tendem a ter uma taxa de fake tracks muito maior.
3. $|\eta| < 2.4$ Usamos esse valor, pois representa a cobertura espacial do detector Tracker do CMS em 2010.
4. $|\sigma(p_T)/p_T| < 0.05$ É aplicado para garantir que as medidas do momento transversal (p_T) das partículas sejam ainda mais precisas, com uma incerteza relativa menor que 5%.
5. $|d_z/\sigma(d_z)| < 3$ com relação ao vértice primário (PV), posição onde ocorre a colisão: É aplicado para selecionar traços que têm uma significância suficientemente alta do parâmetro de impacto longitudinal (d_z) em relação ao vértice primário. Além disso, esses cortes removem partículas com alto valor de parâmetro de impacto, ou seja, que foram produzidas por processos secundários, como decaimento de partículas de longa vida, que atrapalham nossas medidas de BEC.
6. $|d_{xy}/\sigma(d_{xy})| < 3$ com relação ao vértice primário (PV): similar à significância do parâmetro de impacto em z , mas agora no plano transversal xy .
7. $N_{\text{hits}} \geq 12$ Este corte exige que o traço tenha pelo menos 12 hits associados. Requerer um número mínimo de hits garante que o traço seja suficientemente bem medido e tenha informações adequadas para sua reconstrução e identificação. Em compensação, esse corte remove muitos traços de baixo momento, ou seja, sem energia suficiente para deixar muitos sinais no detector.
8. **Pelo menos uma camada de pixel com hits** cada traço deve ter pelo menos um hit registrado em uma das camadas de detecção de pixel. Os detectores de pixel são os mais internos do CMS, sendo a primeira camada localizada a poucos centímetros do feixe, e com alta granularidade. Essa seleção ajuda a evitar principalmente casos de conversão de fótons em um par elétron-pósitron, que poderiam ser interpretados como provenientes da colisão hadrônica.

9. $\chi^2/ndf/N_{\text{hits}} < 0.15$ É uma medida da qualidade do ajuste da trajetória. “Ndf” é o número de graus de liberdade do ajuste, que está relacionado ao número de parâmetros ajustados durante a reconstrução do traço e o número de hits.

As seleções mencionadas anteriormente foram definidas pela colaboração CMS e têm como objetivo garantir a obtenção de uma coleção de traços primários que possuam uma reconstrução de alta qualidade. Uma vez que os eventos e os traços são selecionados, torna-se possível a implementação da análise do Efeito HBT. Os dados utilizados nesta pesquisa foram adquiridos por meio do CMS Open Data [28].

A.2 Evolução da colisão de íons pesados

Podemos descrever a evolução das colisões de íons pesados da seguinte forma, da esquerda para a direita, como mostrado na Figura A.1.

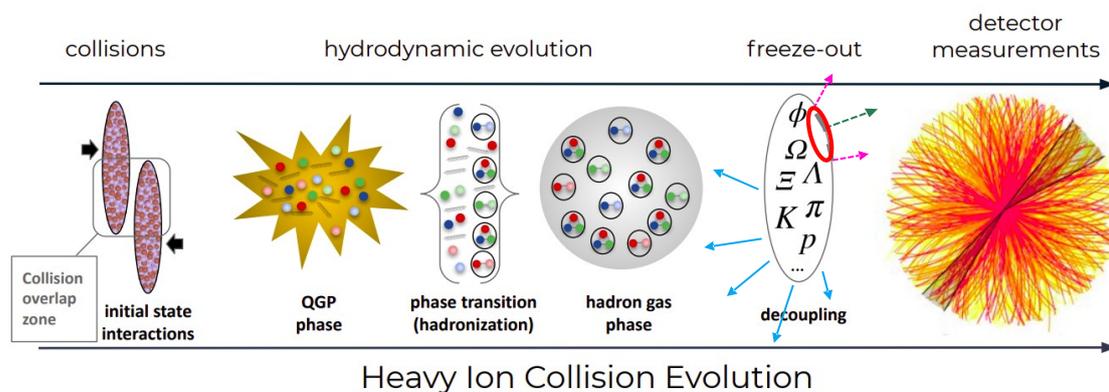


Figura A.1: Visão esquemática da evolução da colisão de íons pesados. O detector a imagem foi extraída e adaptada de <https://cms.cern/news/jet-quenching-observed-cmsheavy-ion-collisions> [último acesso em 13/Set/2023].

1. **Colisão:** Em $t = 0$ temos os dois núcleos acelerados a velocidades próximas à velocidade da luz no vácuo (c) são achatados na direção longitudinal devido

ao efeito do fator de Lorentz. A região de interação, que é a área onde os dois núcleos se sobrepõem, define a centralidade¹ da colisão (consulte a Seção 3.2 para mais detalhes).

2. **Evolução hidrodinâmica:** Quando a colisão ocorre, há uma grande liberação de energia que cria um sistema inicial. Após um processo complexo envolvendo colisões microscópicas entre as partículas constituintes desse sistema, uma matéria quente e densa QGP é formada, encontrando-se em equilíbrio² térmico local. A partir desse momento, podemos aplicar o modelo hidrodinâmico. À medida que a evolução espaço-tempo do sistema prossegue, a matéria formada na colisão se expande e esfria. Durante esse processo, partons começam a se agrupar novamente para formar hádrons. Após um certo tempo, toda a matéria formada na colisão estará na fase hadrônica.
3. **Desacoplamento:** Quando o livre caminho médio das partículas hadrônicas no sistema se torna da mesma ordem de grandeza que a dimensão característica do sistema, a hipótese de equilíbrio térmico deixa de ser válida, e o modelo hidrodinâmico não pode mais ser usado. Nessa fase, o sistema se desconecta (*freeze-out*).
4. **Detector :** Os hádrons formados na colisão, bem como seus produtos de decaimento, se movem livremente em direção ao detector.

O processo de freeze-out é um estágio fundamental em nossa análise, pois é nesse momento que as partículas “congelam” informações cruciais sobre as condições e propriedades do sistema no instante de sua emissão. Essas partículas carregam consigo dados valiosos relacionados à temperatura, densidade de energia, tamanho e outras características do sistema ao longo de sua evolução. Isso ocorre devido à correlação entre partículas idênticas, como os píons, que obedecem à estatística de Bose-Einstein, colocando-os no mesmo estado quântico. Essa condição é notável, pois partículas, como os píons com cargas idênticas, seguem uma distribuição distinta daquelas com cargas opostas, exigindo a consideração da simetrização de suas funções de onda.

¹A centralidade é a quantidade que estima a região de sobreposição entre os núcleos, com 0% correspondendo a uma sobreposição completa (colisão direta) e 100% ao caso em que os núcleos mal se tocam.

²O equilíbrio térmico local significa que cada pequena parte do sistema ainda pode ser aproximadamente descrita pelas leis do equilíbrio térmico.

Essas correlações de momento das partículas refletem sua sensibilidade à separação espaço-temporal dos locais de emissão das partículas, influenciadas pelos efeitos da estatística quântica. Portanto, ao medir a distribuição de momento relativo de partículas idênticas em função de seu momento relativo, podemos acessar informações sobre o tamanho das dimensões espaço-temporais aparentes do estado final (estágio de emissão de hádrons). O estágio de emissão de hádrons, ou fonte emissora de partículas, libera várias espécies de partículas, e muitas delas estão correlacionadas. Isso implica que certas regiões da fonte têm uma probabilidade maior de produzir partículas idênticas correlacionadas, o que chamamos de “comprimento de homogeneidade”. Essa região é marcada em vermelho na figura [A.1](#) e geralmente se localiza na região de freeze-out.

Referências

- [1] F. Karsch and E. Laermann. Thermodynamics and in-medium hadron properties from lattice QCD. (2003). [arXiv:hep-lat/0305025](https://arxiv.org/abs/hep-lat/0305025).
- [2] S. Sandra Padula. HBT Interferometry: Historical Perspective. *Braz. J. Phys.*, 35:70-99, 2005.
- [3] R. Hanbury-Brown and R. Q. Twiss. A new type of interferometer for use in radio astronomy. *Phil. Mag.*, 45:663–682, 1954.
- [4] R. Hanbury-Brown and R. Q. Twiss. Correlation between photons in two coherent beams of light. *Nature*, 177:27–29, 1956.
- [5] E. M. Purcell. The question of correlation between photons in coherent light rays. *Nature*, 178:1449, 1956.
- [6] Lee Goldhaber, Goldhaber and Pais. Influence of bose-einstein statistics on the antiproton-proton annihilation process. *Phys. Rev*, 120:300, 1960.
- [7] C.-Y. Wong. Introduction to high-energy heavy-ion collisions. 1994.
- [8] M. Deutschmann et al. *CERN/EP/PHYS*, pages 78–1, (January, 1978).
- [9] T. Csörgö et al. Bose-einstein correlations for levy stable source distributions. *Eur. Phys. J. C*, 36:67, 2004. [doi:10.1140/epjc/s2004-01870-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s2004-01870-9).
- [10] T. Csörgö et al. Stable bose-einstein correlations. *Nukleonika*, 49:s7, 2004. [arXiv:nucl-th/0402035](https://arxiv.org/abs/nucl-th/0402035).
- [11] A. N. Makhlin and Y. M. Sinyukov. The hydrodynamics of hadron matter under a pion interferometric microscope. *Z. Phys. C* 39 (1988) 69. [doi:10.1007/BF01560393](https://doi.org/10.1007/BF01560393).
- [12]] S. E. Koonin. Proton pictures of high-energy nuclear collisions. *Physics Letters B* 70 (1977), no. 1, 43–47. [doi:https://doi.org/10.1016/0370-2693\(77\)90340-9](https://doi.org/10.1016/0370-2693(77)90340-9).
- [13] S. V. Akkelin J. Pluta Yu. Sinyukov, R. Lednicky and B. Erasmus. Coulomb corrections for interferometry analysis of expanding hadron systems. *Phys.Lett. Lett. B* 432, 248 (1998). [doi:10.1016/S0370-2693\(98\)00653-4](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(98)00653-4).

- [14] CMS Collaboration. Bose-einstein correlations in pp, pPb, and PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 0.9 - 7$ TeV. *Phys. Rev. C* (2018). <https://arxiv.org/abs/1712.07198>.
- [15] L. W. Wilson M. Gyulassy, S. K. Kauffman. Pion interferometry o nuclear collisions. i. theory. *Phys. Rev. C* 20 (1979) 2267.
- [16] CMS Collaboration. The CMS experiment at the CERN LHC. *JINST*, 3:S08004, 2008..
- [17] ALICE Collaboration. The ALICE experiment at the CERN LHC. *JINST*, 3:S08002, 2008.
- [18] ATLAS Collaboration. The ATLAS experiment at the CERN large hadron collider. *JINST*, 3:S08003, 2008.
- [19] LHCb Collaboration. The LHCb detector at the LHC. *JINST*, 3:S08005, 2008.
- [20] TOTEM - CERN Website: <https://home.cern/science/experiments/totem>[último acesso em 27/Abr/2023].
- [21] LHCf CERN Website: <https://home.cern/science/experiments/lhcf>[último acesso em 27/Abr/2023].
- [22] MOEDAL - CERN Website: <https://home.cern/science/experiments/moedal>[último acesso em 27/Abr/2023].
- [23] CMS collaboration. Track reconstruction in the CMS tracker. *CMS Note NOTE-2006-041* (2006). cdsweb.cern.ch/record/934067.
- [24] CMS collaboration. Description and performance of track and primaryvertex reconstruction with the CMS tracker. *JINST*, 9:P10009, 2014. [doi:10.1088/1748-0221/9/10/P10009](https://doi.org/10.1088/1748-0221/9/10/P10009).
- [25] The CMS Collaboration. Long-range and short-range dihadron angular correlations in central PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. *CMS-HIN-11-001*, CERN-PH-EP-2011-056. [arXiv:1105.2438](https://arxiv.org/abs/1105.2438).
- [26] Michael L. Miller, Klaus Reygers, Stephen J. Sanders, and Peter Steinberg. Glauber modeling in high energy nuclear collisions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 57:205–243, 2007.

-
- [27] The CMS Collaboration. Dependence on pseudorapidity and on centrality of charged hadron production in PbPb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76\text{TeV}$. *CMS-HIN-10-001, CERN-PH-EP-2011-092*. <https://arxiv.org/abs/1107.4800>.
- [28] CMS Open Data. <https://opendata.cern.ch/docs/about-cms>.
- [29] ROOT. <https://root.cern/>.
- [30] T. Csörgö. "review of hbt of bose-einstein correlations in high energy heavy ion collisions". [doi:10.1088/1742-6596/50/1/031](https://doi.org/10.1088/1742-6596/50/1/031).
- [31] M. Clark. Femtosopic signatures of small QGP droplets in proton-lead collisions at the Large Hadron Collider. *PhD thesis, Columbia University, 2019*. [doi:10.7916/d8-t50g-tn57](https://doi.org/10.7916/d8-t50g-tn57).