

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

IDENTIFICAÇÃO DE LEIS CONSTITUTIVAS DE MATERIAIS METÁLICOS

por

Elias Fell Plentz

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, setembro de 2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO

FELL PLENTZ, Elias
IDENTIFICAÇÃO DE LEIS CONSTITUTIVAS DE MATERIAIS
METÁLICOS / Elias FELL PLENTZ. -- 2023.
31 f.
Orientador: Jakson Manfredini Vassoler.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de
Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto
Alegre, BR-RS, 2023.

1. Identificação de Lei Constitutiva. 2.
Otimização. 3. Materiais Metálicos. 4. Modelos
Elementos Finitos. 5. Método FEMU. I. Manfredini
Vassoler, Jakson, orient. II. Título.

Elias Fell Plentz

IDENTIFICAÇÃO DE LEIS CONSTITUTIVAS DE MATERIAIS METÁLICOS

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Ignacio Iturrioz
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Jakson Manfredini Vassoler

Comissão de Avaliação:

Prof. Jakson Manfredini Vassoler

Prof. Rogerio Jose Marczak

Prof. Felipe Tempel Stumpf

Porto Alegre, setembro de 2023

AGRADECIMENTOS

O trabalho de conclusão de curso é um momento importante em minha jornada acadêmica, e tive a sorte de ser cercado por pessoas incríveis que me ajudaram a desenvolver este trabalho, me apoiaram nos momentos difíceis e celebraram os bons momentos.

Primeiramente, quero agradecer calorosamente a minha parceira Vanessa RHODEN, que esteve constantemente ao meu lado para discutir e me ouvir durante este período. Seu apoio inabalável foi uma incrível fonte de motivação para encontrar as melhores soluções para os desafios que enfrentei. Muito obrigado também por ter se esforçado para me visitar durante esse período agitado.

Desejo expressar minha gratidão ao meu orientador de estágio, Sylvain ZAMBELLI. Foi um privilégio ser seu estagiário durante esse período. Você me inspirou a abordar os problemas mecânicos com um olhar crítico, sempre mantendo um sorriso e positividade. Muito obrigado por me dar a oportunidade de aprender com você, essa experiência certamente mudou minha percepção do mundo e direcionou o curso de minha carreira.

Também gostaria de expressar minha gratidão à equipe de professores da ENSTA Bretagne e UFRGS. Ao longo desses sete anos na engenharia, tive a oportunidade de conhecer alguns professores, cada um me inspirando da sua maneira. Sua contribuição para o aprimoramento de minhas habilidades técnicas e habilidades interpessoais foi inestimável. Um agradecimento especial a Cédric Doudart, que me incentivou a aceitar este projeto de estágio durante uma conversa significativa. Também quero agradecer calorosamente Jakson Manfredini Vassoler, que sempre esteve disponível para me ajudar durante o desenvolvimento deste projeto.

Um grande obrigado também a toda a equipe do departamento de materiais metálicos da SAFRAN pela sua boa disposição e bondade. Graças a vocês, sempre me senti bem-vindo no ambiente de trabalho. Meus agradecimentos também vão para os outros estagiários, Anna, Mathis, Clarisse, Anthony, Louis-Maël, Julien e Quentin, que contribuíram para tornar essa experiência ainda mais agradável.

Agradeço também à CAPES por ter me concedido uma bolsa de estudos que possibilitou a realização do programa de duplo-diploma entre a UFRGS e a ENSTA-Bretagne, na França, ao longo de dois anos.

Finalmente, quero expressar meus mais sinceros agradecimentos à minha família, que sempre confiou em mim, me apoiou e acompanhou em minhas escolhas. Seus conselhos, mesmo sobre assuntos que lhes eram desconhecidos, foram valiosos. Eles sempre trabalharam para me dar os meios de alcançar meus objetivos, mesmo que isso exigisse sacrifícios.

O autor agradece ao apoio dado pela Capes pelo pagamento de uma bolsa de estudos durante 2 anos para a realização do programa de Duplo-Diploma entre a UFRGS e a ENSTA Bretagne.

Nas profundezas da estrutura de cada material, encontramos lições sobre a complexidade e interconexão de todas as coisas na vida.

Autor Desconhecido

FELL PLENTZ, Elias. **Identificação de Leis Constitutivas de Materiais Metálicos**. 2023. 31. Monografia de Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2023.

RESUMO

O presente trabalho de conclusão de curso, realizado na SAFRAN Aircraft Engines, tem como objetivo analisar o método de otimização com medição de deslocamentos para identificar leis constitutivas de materiais metálicos de forma eficaz. Utilizando o método FEMU (*Finite Element Model Updating*), baseado na comparação entre simulações numéricas e testes, analisou-se os deslocamentos locais – deslocamentos nos nós – de forma a ajudar na identificação de leis de comportamento. A ideia central consiste em utilizar um corpo de prova com singularidade geométrica num ensaio de tração para gerar um campo de deslocamentos heterogêneo e assim tornar possível a utilização de deslocamentos locais para a identificação de leis constitutivas. Utilizou-se uma placa entalhada como corpo de prova e o material foi o Inconel 718. Essa placa foi fixada na parte inferior e aplicou-se um deslocamento de 1,6 mm na outra extremidade oposta. Os resultados demonstram que, ao utilizar os campos de deslocamentos, obteve-se resultados piores do que apenas com a força medida na célula de carga. Todavia, os campos de deslocamentos foram importantes para a identificação do parâmetro n de Hosford. Este projeto contribui com avanços no conhecimento da identificação de leis constitutivas de materiais, o que pode favorecer para reduzir o número de testes necessários e melhorar a eficiência dos procedimentos de identificação das propriedades dos materiais na indústria aeronáutica.

PALAVRAS-CHAVE: Método FEMU, Propriedades dos Materiais Metálicos, Simulações Elementos Finitos, Otimização.

FELL PLENTZ, Elias. **Identification of Metallic Material Law**. 2023. 31. Mechanical Engineering End of Course Monography – Mechanical Engineering degree, The Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2023.

ABSTRACT

The present final project, conducted at SAFRAN Aircraft Engines, aims to analyze the optimization method with displacement measurements to effectively identify constitutive laws of metallic materials. Using the FEMU method (Finite Element Model Updating), which is based on the comparison between numerical simulations and tests, local displacements – displacements at nodes – were analyzed to assist in identifying behavioral laws. The central idea involves using a specimen with geometric singularity in a tensile test to generate a heterogeneous displacement field and thus make it possible to use local displacements for constitutive law identification. A notched plate was used as the specimen, and the material was Inconel 718. This plate was fixed at the bottom, and a displacement of 1.6 mm was applied at the opposite end. The results demonstrate that when using displacement fields, worse results were obtained compared to using only the force measured in the load cell. However, the displacement fields were important for identifying the Hosford's n parameter. This project contributes to advancing the knowledge of constitutive law identification for materials, which can lead to a reduction in the number of required tests and improvement in the efficiency of material property identification procedures in the aerospace industry.

KEYWORD: FEMU Method, Metallic Material Properties, Finite Element Simulations, Optimization.

NOMENCLATURA

Abreviaturas e acrômimos

FEMU	Finite Element Model Updating
LDC	Lei Constitutiva
RSM	Método por Superfície de Resposta
ONERA	Office national d'études et de recherches aérospatiales

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Gráfico feito a partir da equação (6), com $R_0=1260$ MPa, $Q=150$ MPa e $b=20$	3
Figura 2 – Identificação da Lei Constitutiva por meio de medições de campos de deslocamento (LIU, 2015).	4
Figura 3 – Ilustração do funcionamento do método de otimização	5
Figura 4 – Modelagem por elementos finitos da simulação de referência. À direita: deformação plástica equivalente.	9
Figura 5 – Convergência da malha na simulação por elementos finitos	9
Figura 6 – Diferença de deslocamento horizontal (esquerda) e vertical (direita). . .	10
Figura 7 – Força vs. Deslocamento global para diferentes valores de α	12
Figura 8 – Diferença de deslocamento vertical entre a simulação de referência e o resultado da otimização.	12
Figura 9 – Função de custo versus parâmetros do materiais.	13
Figura 10 – Função de custo versus parâmetro de Hosford (segunda otimização) . .	14
Figura 11 – Tensão equivalente de Von Mises	17
Figura 12 – Deformação plástica	17
Figura 13 – Modelo elementos finitos para a otimização	18
Figura 14 – Corpo de prova utilizado para a simulação de elementos finitos. (PAE 2 - (Bettonte, 2017)	18
Figura 15 – Encruamento Isotrópico. [Ilustração da Wikipedia]	18
Figura 16 – Encruamento Cinemático. [Ilustração da Wikipedia]	19
Figura 17 – Plano de Experiência Hipercubo Latino	19

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação entre os resultados de referência e os resultados da otimização.	14
Tabela 2 – Propriedades do material INCO 718	17

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	2
2.1	LEIS CONSTITUTIVAS	2
2.1.1	Critérios de Plasticidade	2
2.1.2	Leis de Encruamento	3
2.1.2.1	<i>Encruamento Isotrópico</i>	3
2.1.2.2	<i>Encruamento Cinemático</i>	4
2.2	PRINCÍPIOS DA IDENTIFICAÇÃO DE LEIS CONSTITUTIVAS COM MEDIÇÃO DE CAMPOS DE DESLOCAMENTO	4
2.3	MÉTODO FEMU COM SUPERFÍCIE DE RESPOSTA	5
2.4	FUNÇÃO OBJETIVO	6
3	MÉTODO FEMU USANDO UMA SIMULAÇÃO DE REFERÊNCIA	7
3.1	MÉTODO FEMU COM SUPERFÍCIE DE RESPOSTA	7
3.1.1	Função Objetivo	7
3.2	SIMULAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS DE REFERÊNCIA	8
3.3	SIMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS PARA OTIMIZAÇÃO	9
3.4	PROJEÇÃO DOS RESULTADOS EF DE REFERÊNCIA NA SIMULAÇÃO EF PARA OTIMIZAÇÃO	10
3.5	PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS HIPERCUBO LATINO	10
4	RESULTADOS UTILIZANDO A SIMULAÇÃO DE REFERÊNCIA	12
4.1	CORREÇÃO DO PARÂMETRO DE HOSFORD	13
5	CONCLUSÃO	15
	REFERÊNCIAS	16
	APÊNDICE A –	17

1 INTRODUÇÃO

Na indústria aeronáutica, as peças e componentes das aeronaves enfrentam desafios cada vez mais rigorosos, sujeitos a cargas mecânicas e térmicas extremas, à medida que os padrões de desempenho evoluem, constantemente. Essas peças vitais são projetadas para resistir a essas solicitações complexas, com base na caracterização precisa dos materiais dentro do domínio de aplicação. É nesse contexto dinâmico e desafiador, que emerge o propósito deste projeto de conclusão de curso.

Os materiais metálicos utilizados na indústria aeronáutica devem suportar essas condições adversas, o que torna a análise de seu comportamento, em situações de grandes deformações, um desafio significativo. As altas cargas mecânicas e temperaturas elevadas, exigem uma compreensão profunda do comportamento dos materiais sob essas condições extremas. Além disso, a necessidade de otimizar o peso das aeronaves requer uma análise precisa, para garantir o uso eficiente dos materiais.

A identificação precisa das leis constitutivas dos materiais em grandes deformações é fundamental para o aprimoramento contínuo do *design* e do desempenho das peças aeronáuticas. A precisão nessa área pode resultar em economias significativas de recursos, redução de peso e aumento da durabilidade das aeronaves. Atendendo assim, as demandas cada vez mais exigentes do setor aeroespacial.

Este projeto de conclusão de curso concentra-se em abordar um aspecto crucial da análise de materiais aeronáuticos: o método de identificação de leis constitutivas de materiais metálicos em grandes deformações, a partir de campos de deslocamentos. Ao melhorar o processo de caracterização de materiais, pode-se contribuir para avanços significativos na indústria aeronáutica, pois com essa técnica pode-se diminuir a quantidade de ensaios mecânicos de caracterização dos materiais.

Sendo assim, tem-se como objetivo central para o desenvolvimento do presente projeto extrair informações sobre as propriedades elásticas e plásticas de materiais metálicos, mesmo quando sujeitos a grandes deslocamentos. A abordagem baseia-se no princípio conceitual de distinguir a parte elástica, que se manifesta na superfície de carregamento do material, da parte plástica, que está relacionada ao fenômeno do encruamento. Ao fazer isso, busca-se uma compreensão mais profunda e precisa do comportamento desses materiais, o que é fundamental para avanços significativos na engenharia e na indústria.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, será apresentada de forma resumida os conceitos teóricos mais importantes para a compreensão do presente trabalho. De forma que a área da lei constitutiva é abordada, incluindo os conceitos de encruamento isotrópico e cinemático, bem como o critérios de plasticidade. Em seguida, é discutido o método FEMU, (Finite Element Model Updating, em inglês), assim como a estratégia utilizada para a identificação das leis constitutivas.

2.1 LEIS CONSTITUTIVAS

A lei constitutiva é um conceito fundamental na mecânica dos sólidos, que permite modelar e prever o comportamento dos materiais, sob a ação de cargas e tensões externas. Essa lei é utilizada para descrever matematicamente a relação entre as tensões aplicadas e as deformações resultantes (MICHAEL F. ASHBY, DAVID R.H. JONES, 2013).

A mesma é essencial para entender o comportamento mecânico dos materiais. Nos materiais metálicos os tipos de endurecimento e os critérios de plasticidade são aspectos importantes, pois descrevem, respectivamente, o aumento da resistência à deformação plástica e às condições de transição entre os regimes elástico e plástico. A compreensão desses conceitos é crucial para projetos em diversas áreas da engenharia (HOSFORD, 2010).

2.1.1 Critérios de Plasticidade

Um critério de plasticidade é uma formulação matemática que descreve as condições nas quais um material começa a sofrer deformações plásticas, ou seja, deformações permanentes. Geralmente, esses critérios são utilizados para prever quando um material sólido atingirá seu limite de elasticidade e começará a fluir plasticamente, de acordo com as tensões e estados de tensão atuantes.

A literatura expõe muitos critérios, e é por isso que este projeto será limitado a algumas opções, as quais são critérios clássicos na plasticidade dos metais: geralmente dependem da parte desviadora da tensão.

No presente estudo, a elasticidade e a plasticidade serão consideradas isotrópicas: não há orientação preferencial do material, e todas as direções do espaço são consideradas equivalentes.

Pode-se descrever a função de escoamento na faixa elástica como:

$$f \leq 0 \quad (1)$$

Onde f é a superfície de carregamento.

Para este trabalho são estudados os critérios de escoamento segundo as equações de Von mises, equação (2); Tresca, equação (3) e Hosford, equação (4), conforme apresentado abaixo.

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (2)$$

$$\sigma_{Tr} = \frac{1}{2} \text{Max}|\sigma_i - \sigma_j| \quad (3)$$

$$\sigma_{Hf} = \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^n - (\sigma_1 - \sigma_3)^n - (\sigma_2 - \sigma_3)^n \right]^{\frac{1}{n}} \quad (4)$$

Onde σ_1 , σ_2 e σ_3 são as tensões nas 3 direções do plano cartesiano, i e j podem ser substituídos por 1, 2 ou 3 (LEMAITRE *et al.*, 2009).

O critério de plasticidade é definido por uma função do carregamento que utiliza essa tensão equivalente. A superfície de carregamento (f) permitem uma abordagem mais visual do que é um critério de plasticidade. Essa função determina se um ponto da estrutura é elástico ($f < 0$) ou se está no limite de escoamento ($f = 0$). Além disso, é possível representar cada critério de plasticidade no espaço das tensões principais por meio de uma superfície de carga, que é a fronteira da região elástica.

Ao analisar a superfície de carga em 2D pode-se observar que, quando é aplicada uma tensão uniaxial na direção do plano desviatrio, todos os critérios fornecem a mesma tensão equivalente. No entanto, quando uma tensão de cisalhamento é aplicada, cada critério produz um resultado diferente. E é por isso que se faz necessário identificar o parâmetro n de Hosford.

2.1.2 Leis de Encruamento

2.1.2.1 Encruamento Isotrópico

A plasticidade dos metais se dá principalmente devido a presença de defeitos de discordâncias, na estrutura cristalina. Distinguem-se dois tipos de encruamento, o primeiro é o encruamento isotrópico, que é expresso, para o critério de Von Mises por meio da equação abaixo (LEMAITRE *et al.*, 2009):

$$f = J_2(\underline{S}) - R(p) \quad (5)$$

Entretanto, pode-se usar a lei de encruamento de Voce para descrever esse comportamento isotrópico para um caso de tração simples, descrito por meio da equação abaixo:

$$\sigma(p) = R_0 + Q(1 - e^{-bp}) \quad (6)$$

Onde p é a deformação plástica equivalente acumulada. O gráfico de σ vs p pode ser visto na figura 1. O endurecimento isotrópico corresponde a um aumento de rigidez (aumento do limite de elasticidade) do material em todas as direções de solitação, resultando em um deslocamento homotético da superfície de carga sob a tensão. Como pode ser visto na Figura 15 no Anexo II.

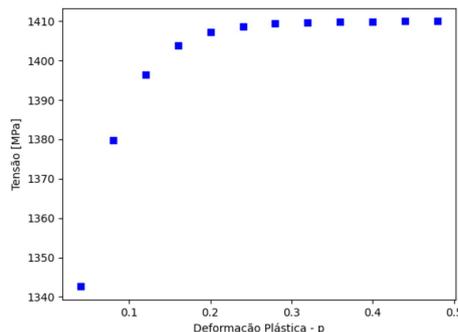


Figura 1 – Gráfico feito a partir da equação (6), com $R_0=1260$ MPa, $Q=150$ MPa e $b=20$

2.1.2.2 Encruamento Cinemático

O segundo tipo de endurecimento é conhecido como encruamento cinemático, que é expresso, para o critério de Von Mises por meio da equação (7) (LEMAITRE *et al.*, 2009):

$$f = J_2(\underline{S} - \underline{X}) - R_0 \quad (7)$$

Pode-se utilizar, por exemplo, a Lei de Armstrong-Frederick para desenvolver a expressão para esse tipo de encruamento, o resultado é mostrado na equação (8):

$$d\underline{X} = \frac{2}{3}C\underline{\epsilon}dp - D\underline{X}dp \quad (8)$$

Para o encruamento cinemático, a superfície de carga é deslocada ao longo da direção de carregamento, resultando em um endurecimento em algumas direções e um amolecimento em outras. Como pode ser visto na Figura 16 em Anexo II.

2.2 PRINCÍPIOS DA IDENTIFICAÇÃO DE LEIS CONSTITUTIVAS COM MEDIÇÃO DE CAMPOS DE DESLOCAMENTO

O procedimento geralmente empregado para a identificação de leis constitutivas é similar ao ilustrado na Figura 2. A primeira parte (à esquerda) envolve a captura de imagens de um ensaio de tração, que posteriormente serão transformadas em campos de deslocamento à partir dos pixels. Em seguida, com base nesses deslocamentos adicionados as medidas de força de uma célula de carga, a identificação da lei constitutiva do material pode ser realizada (HILD; ROUX, 2013).

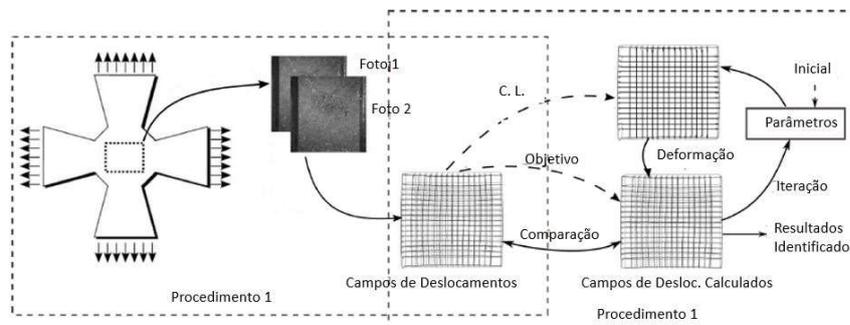


Figura 2 – Identificação da Lei Constitutiva por meio de medições de campos de deslocamento (LIU, 2015).

Assim, a identificação da lei constitutiva por meio de campos de deslocamentos pode ser dividida em duas etapas (LIU, 2015):

- Com a medição dos campos de deslocamento durante um ensaio de tração usando uma câmera; e adicionalmente com a obtenção da força a partir de uma célula de carga;
- Em seguida, por meio da aplicação de uma estratégia de simulação por elementos finitos para a determinação da lei constitutiva, os parâmetros do material são ajustados de modo a coincidir com os resultados obtidos nos ensaios.

Para o presente projeto utilizou-se o método FEMU como técnica de obtenção dos parâmetros materiais.

2.3 MÉTODO FEMU COM SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

A estratégia de identificação de parâmetros usada no presente estudo é conhecida como FEMU. Essa técnica será aplicada com a finalidade de comparar os resultados de uma simulação por elementos finitos com dados experimentais para obter os parâmetros da lei constitutiva. O objetivo é minimizar a diferença entre os resultados numéricos e experimentais, sendo que os parâmetros materiais são considerados como variáveis a serem otimizadas (BETTONTE, 2017).

No presente trabalho, utilizou-se o Método de Superfície de Resposta (RSM) como técnica de otimização. O mesmo baseia-se no planejamento de experimentos (DOE, *Design of Experiments*, em inglês). O processo essencial envolve o cálculo dos valores previstos em diversos pontos do espaço amostral dos parâmetros materiais. Em seguida, a superfície de resposta é elaborada, possibilitando a realização de uma otimização com o foco em encontrar os valores que minimizam a referida superfície de resposta (CHAKRABORTY; SEN, 2014).

É possível observar o esquema da otimização proposta na Figura 3. Nessa ilustração, os dados de entrada da simulação de referência estão à esquerda, enquanto os dados dos materiais do plano de experimento estão à direita. Em seguida, calcula-se a função objetivo para todos os conjuntos de parâmetros materiais do DOE. E a otimização é realizada com base na superfície de resposta das funções objetivas em relação aos parâmetros do material (ZHU *et al.*, 2023).

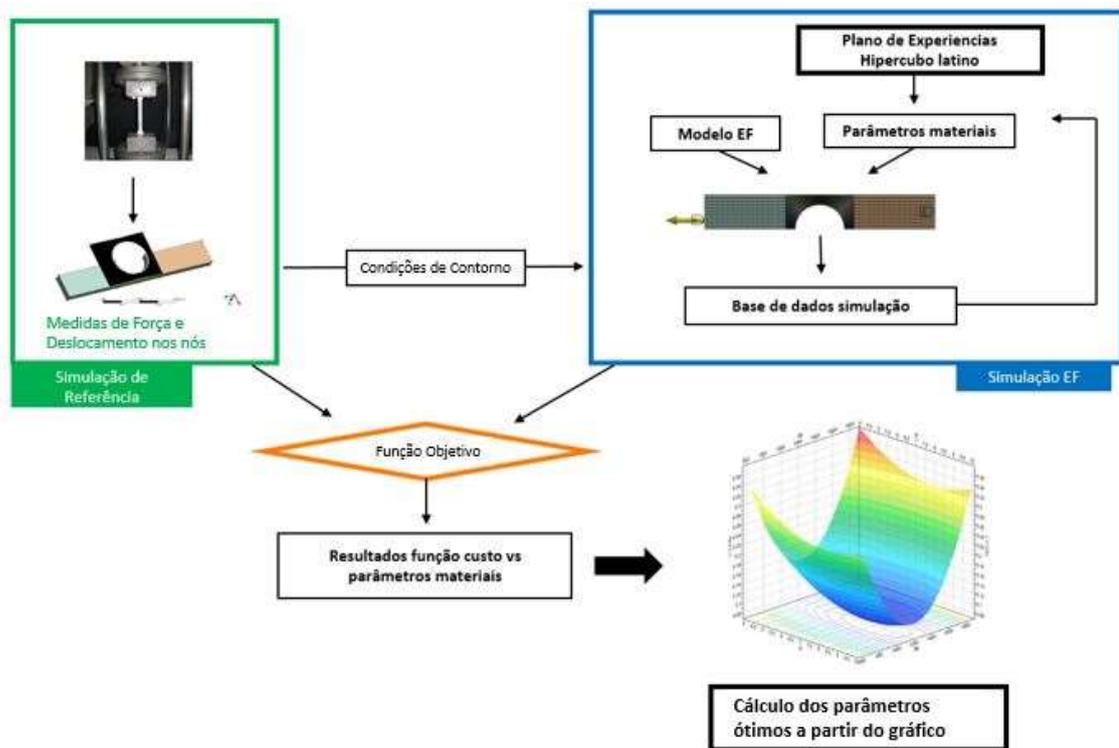


Figura 3 – Ilustração do funcionamento do método de otimização

Fonte: Adaptado de (ZHU *et al.*, 2023)

2.4 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo é um dos elementos essenciais dos métodos de otimização FEMU. A mesma é definida como a norma da diferença entre os resultados experimentais e os numéricos, sendo essa diferença chamada de resíduo. Uma função objetivo pode ser representada por uma função escalar ψ :

$$\psi = \sum_{i=1}^m |r_i(\theta)|^p \quad (9)$$

Onde m é o número de intervalos de tempo, θ é o vetor de incógnitas e r_i é uma função de diferença entre as grandezas elementos finitos e experimentais, pode ser deslocamentos ou forças. Os planos de estudo geralmente usam o valor $p=2$, pois isso permite obter uma função de objetivo diferenciável e o problema de minimização é geralmente formulado com uma abordagem de mínimos quadrados (BETTONTE, 2017).

A função objetivo é frequentemente dividida por uma das grandezas de força ou deslocamento para obter um escalar adimensional (PONTHOT; KLEINERMANN, 2005).

O cálculo da função objetivo para o deslocamento nos nós e para força são apresentados, respectivamente, pelas equações (10) e (11). A base do cálculo consiste na diferença entre os resultados experimentais e os resultados numéricos (KAJBERG; LINDKVIST, 2004).

$$\psi_d = \frac{r_i(u^{EF}(\theta) - u^{EXP}(\theta))}{W_d} \quad (10)$$

$$\psi_f = \frac{r_i(F^{EF}(\theta) - F^{EXP}(\theta))}{W_f} \quad (11)$$

Onde u e F significam respectivamente os deslocamentos locais (nos nós) e a força medida na célula de carga. EF e Exp representam respectivamente os valores numéricos e experimentais. W_d e W_f são os coeficientes usados para a ponderar a função objetivo, tornando-a uma função escalar.

Na literatura, diferentes abordagens são utilizadas para a ponderação, por exemplo, a normalização pelos valores máximos e mínimos experimentais, ou a normalização pelo primeiro valor de deslocamento e força. Além disso, alguns estudos consideram tanto o deslocamento quanto a força na função objetivo. Para isso, é possível definir uma função objetivo total (Ψ), como ilustrado na equação abaixo.

$$\Psi = \alpha * \psi_d + (1 - \alpha) * \psi_f \quad (12)$$

O parâmetro α representa o peso atribuído a função objetivo dos deslocamentos nodais em comparação com a função objetivo da força. Para esse estudo, considera-se diferentes valores de α , a saber, $\alpha=0$, $\alpha=0,5$ e $\alpha=1$, com o objetivo de realizar uma análise com diferentes valores de α para testar se o campo de deslocamento ou a força é mais eficiente para encontrar os parâmetros materiais (BETTONTE, 2017).

3 MÉTODO FEMU USANDO UMA SIMULAÇÃO DE REFERÊNCIA

Nesta seção, serão apresentados e explicados todos os elementos utilizados para construir os resultados da análise do método de otimização. Será abordado o método de identificação da lei constitutiva, os modelos de elementos finitos (EF), bem como uma análise do planejamento de experimento do tipo hipercubo latino e a construção da superfície de resposta.

Para todos os cálculos de elementos finitos realizados durante o projeto foi utilizado o *solver* Ansys com a biblioteca de comportamentos de materiais ZMat do *solver* Zebulon. O pós-processamento foi feito no Ansys Workbench e em Python.

No que diz respeito ao material, ele é dividido em uma parte elástica e uma parte plástica, seguindo o critério de Hosford e apresentando três tipos de encruamento cinemático. Estas leis de encruamento e a superfície de carregamento são consideradas como variáveis em nosso problema. Assim, foram conduzidas simulações com diversos valores para cada parâmetro, com o objetivo de encontrar o conjunto de valores que melhor se aproxima da simulação de referência.

3.1 MÉTODO FEMU COM SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Existem inúmeros métodos para realizar a otimização visando obter os mínimos de uma função. Nesse trabalho, optou-se por utilizar um planejamento de experimento do tipo hipercubo latino para mapear a função objetivo em relação aos parâmetros do material (JIN; JUNG, 2016).

O objetivo é variar os parâmetros do material usando um DOE e, em seguida, realizar um número fixo de simulações por elementos finitos que serão usadas para calcular a superfície de resposta e, posteriormente, estimar os parâmetros do material que minimizam a função objetivo. Isso nos permitirá reduzir a quantidade de cálculos, pois as simulações numéricas serão realizadas apenas uma vez.

Com relação a superfície de resposta utilizou-se a interpolação por Kriging. As superfícies desse tipo interpolação não preveem o comportamento a ser modelado, deixando assim aberta à possibilidade para não linearidades locais em uma função. No entanto, é imperativo ter um controle minucioso da cobertura do espaço de *design*.

3.1.1 Função Objetivo

A função objetivo é um dos pilares do método FEMU. No presente trabalho utiliza-se a função objetivo para deslocamentos locais - equação (13) e também a função objetivo com relação a força global (aplicada pelo atuador) - equação (14).

$$\psi_d = \sqrt{\frac{\sum_0^I \sum_{k=1}^n \sum_{i=x,y} (U_{i,k}^{EF} - U_{i,k}^{Exp})^2}{2 * n * I * (U_{i,k,max}^{Exp})^2}} \quad (13)$$

$$\psi_f = \sqrt{\frac{\sum (F_t^{EF} - F_t^{Exp})^2}{I (F_{max}^{Exp})^2}} \quad (14)$$

Onde: n é a quantidade de nós, I é quantidade de imagens, $U_{i,k}^{EF}$ é o deslocamento dos nós de elementos finitos (otimização). $U_{i,k}^{EXP}$ é o deslocamento dos nós na simulação

de referência, $U_{i,k,max}^{EXP}$ é o deslocamento máximo vertical ou horizontal em cada instante (simulação de referência) e F_{max}^{EXP} é força máxima vertical aplicada à peça em cada instante (simulação de referência).

3.2 SIMULAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS DE REFERÊNCIA

Uma simulação por elementos finitos foi utilizada no lugar dos dados experimentais. É importante notar que esta simulação não possui a mesma quantidade de nós que a simulação da otimização. Assim, foi necessário realizar a projeção dos deslocamentos deste modelo sobre a malha da simulação de otimização.

O corpo de prova utilizado para o modelo de elementos finitos é ilustrado na Figura 14 no anexo I. Trata-se de uma placa entalhada dos dois lados. Quanto à modelagem, decidiu-se representar a peça em 3D, pois se essa placa estivesse sujeita a um ensaio mecânico, não seria observado um comportamento homogêneo em termos de tensão e deformação na espessura. Portanto, uma modelagem em 2D não é justificada. Ilustra-se essa hipótese com as Figuras 11 e 12 em anexo, onde observa-se a estricção local na região próxima ao furo e a heterogeneidade das deformações e tensões.

Para simplificar a simulação e acelerar o cálculo, modelou-se apenas a região de interesse próxima aos entalhes. Além disso, aplicou-se uma simetria em relação à espessura e uma simetria em relação ao eixo horizontal. O corpo de prova modelado é apresentado na Figura 4.

No que diz respeito aos materiais, utiliza-se as propriedades do Inconel 718. A formulação matemática do encruamento cinemático é descrita na equação (15) (LEMAITRE *et al.*, 2009):

$$\underline{dX}(p) = \frac{2}{3}C_1\underline{\underline{\epsilon}}dp - D_1\underline{X_1}dp + \frac{2}{3}C_2\underline{\underline{\epsilon}}dp - D_2\underline{X_2}dp + \frac{2}{3}C_3\underline{\underline{\epsilon}}dp - D_3\underline{X_3}dp \quad (15)$$

Onde \underline{dX} é a matriz de tensões de todos os encruamentos cinemáticos, sendo que $\underline{X_1}$, $\underline{X_2}$ e $\underline{X_3}$ são os três tipos de encruamentos considerados. C_1 , C_2 , C_3 , D_1 , D_2 e D_3 são os parâmetros do encruamento cinemático que se busca encontrar.

Os parâmetros com essa formulação foram inseridos através do Zebulon, o qual é um solver implícito desenvolvido pela École des Mines e ONERA. Os valores dos parâmetros foram identificados anteriormente por meio de testes realizados pela Safran Aircraft Engines. Devido às considerações de confidencialidade, os valores específicos dos parâmetros não serão divulgados, mas a ordem de grandeza será apresentada, o que será suficiente para a progressão do projeto (ver Tabela 2 - em Apêndice I).

Para as condições de contorno da simulação, fixou-se a superfície inferior da peça e aplicou-se um deslocamento de 1,6 mm na superfície superior. Isso resultou em grandes deformações na região central do corpo de prova (entorno de 40% de deformação plástica), conforme apresentado na Figura 4. Aplicou-se um limite máximo de deslocamento de 1,6 mm nas simulações como condições de contorno. Também foi imposto 10 etapas intermediárias de 0,16mm de deslocamento cada, assim, tem-se 10 imagens, logo, a simulação de referência e as simulações de elementos finitos passarão pelo mesmo instante de tempo. Portanto, pode-se calcular a função objetivo entre as simulações de referência e otimização nos mesmos instantes.

Por meio da Figura 4 observa-se também a malha de elementos finitos. Utilizou-se elementos pequenos com tamanho de 0,1 mm próximos ao entalhe e elementos maiores com 0,3 mm em regiões mais distantes. O objetivo é obter informações mais precisas na região

próxima ao entalhe, pois trata-se da área de interesse. No total, o modelo conta com 50.000 elementos. E quanto ao tipo de elemento, utilizou-se hexágonos (SOLID186-quadrático). Ainda, observa-se na região da direita a deformação plástica obtida na última etapa do cálculo. Também observa-se que a peça sofre plasticidade na região adjacente ao entalhe. As deformações plásticas locais atingiram níveis de 40% de deformação.

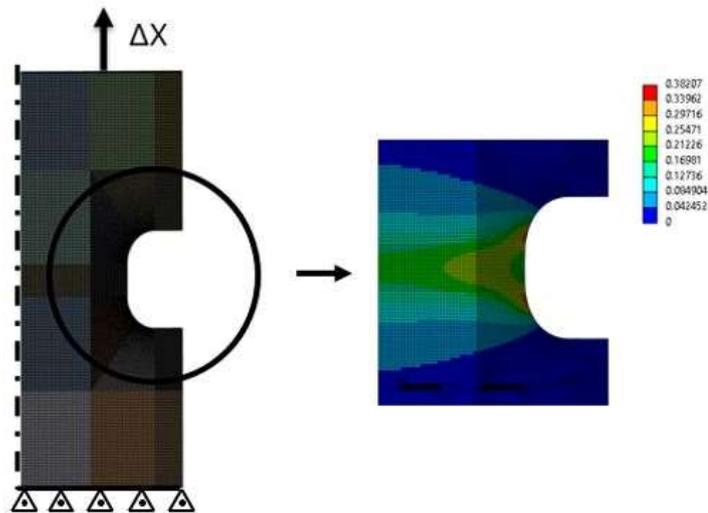


Figura 4 – Modelagem por elementos finitos da simulação de referência. À direita: deformação plástica equivalente.

3.3 SIMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS PARA OTIMIZAÇÃO

Nesta seção, é apresentada a simulação utilizada como modelo de elementos finitos para a otimização. Serão destacados as diferenças na malha de elementos finitos em relação ao modelo anterior. O corpo de prova e as condições de contorno serão mantidos iguais.

Optou-se por realizar a simulação de otimização com uma discretização de 1600 elementos (com dimensões variando de 0,8 mm a 1,2 mm), conforme apresentado na Figura 13 em Apêndice II. Utilizou-se hexágonos (SOLID186-quadrático) como tipo de elemento.

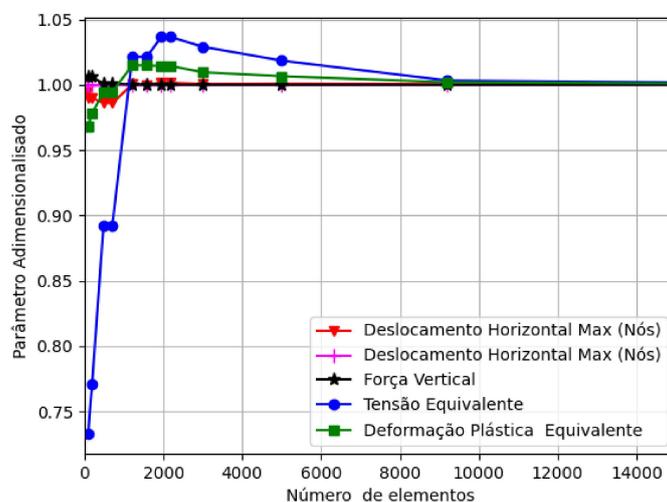


Figura 5 – Convergência da malha na simulação por elementos finitos

A Figura 5 ilustra a convergência da malha na simulação por elementos finitos. No eixo das ordenadas, representam-se o deslocamento vertical e horizontal, a força, a tensão equivalente e a deformação plástica, todos normalizados em relação aos seus valores convergidos, enquanto que a quantidade de elementos é indicado no eixo das abscissas.

Pode-se observar que a força e o deslocamento horizontal alcançam a convergência com cerca de 1200 elementos. O que é significativamente mais rápido em comparação com a deformação plástica e a tensão equivalente, as quais apresentam uma estabilização satisfatória a partir da utilização de mais de 9000 elementos. Dado que planejamos utilizar os valores de deslocamentos horizontal e vertical e força no processo de otimização, é viável usar o modelo com uma discretização de mais de 1200 elementos.

3.4 PROJEÇÃO DOS RESULTADOS EF DE REFERÊNCIA NA SIMULAÇÃO EF PARA OTIMIZAÇÃO

O modelo EF de referência não é utilizado para obter os parâmetros de material, pois o mesmo possui um grande número de elementos e, portanto, exige um tempo de cálculo considerável (4 horas). A solução encontrada consiste em projetar os deslocamentos do modelo elementos finitos de referência na malha da simulação de otimização, ou seja, projetar os deslocamentos do modelo da seção 3.2 na malha do modelo da seção 3.3. Utiliza-se o *plug-in* Mascot para o Workbench para transferir os dados entre as simulações.

Na Figura 6, apresenta-se a diferença entre os deslocamentos dos nós na simulação EF de referência projetada e a simulação de otimização usando os mesmos parâmetros de material. Observa-se que os erros devido à transição de uma malha para outra são muito pequenos. As diferenças máximas nos deslocamentos verticais estão na ordem de 0,02 mm, cerca de 1,3% em relação ao deslocamento imposto como condição de contorno. Além disso, essas discrepâncias ocorrem principalmente nas bordas. Para eliminar esse erro, excluiu-se as bordas superior e inferior ao calcular a função objetivo. Portanto, o erro introduzido pela projeção da malha é considerado muito pequeno.

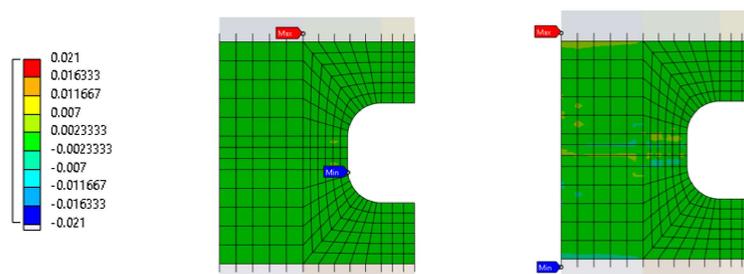


Figura 6 – Diferença de deslocamento horizontal (esquerda) e vertical (direita).

3.5 PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS HIPERCUBO LATINO

Escolheu-se como planejamento de experimentos o hipercubo latino. O planejamento de experimentos hipercubo latino divide o espaço dos parâmetros em subintervalos iguais e seleciona um único ponto aleatório em cada intervalo. Isso possibilita uma melhor cobertura do espaço de parâmetros, reduzindo o risco de viés e interações indesejadas entre as variáveis. Essa abordagem é especialmente útil quando o número de experimentos é limitado, pois permite uma exploração mais eficiente do espaço de parâmetros. Considerou-se

uma faixa de variação de $\pm 50\%$ para os parâmetros do material em relação aos valores da simulação de referência.

Na prática, o processo de criação de um DOE hipercubo latino geralmente envolve três etapas. Primeiro, a faixa de cada parâmetro é definida e, em seguida, o espaço de parâmetros é dividido em subintervalos iguais. Depois, um ponto é selecionado aleatoriamente em cada subintervalo para construir o planejamento de experimento completo. Pode-se visualizar essa descrição na Figura 17, apresentada no Anexo III (LETICIA STECKEL, 2018).

4 RESULTADOS UTILIZANDO A SIMULAÇÃO DE REFERÊNCIA

Nesta seção, são apresentados os resultados para a utilização dos campos de deslocamento na identificação da lei constitutiva. São apresentados os resultados da otimização para três valores diferentes de α : $\alpha = 0$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 1$ na função objetivo. Com $\alpha = 0$, levou-se em consideração apenas a força global na função objetivo. $\alpha = 0,5$ representa um peso igual entre a força e os deslocamentos nodais, enquanto $\alpha = 1$ leva em consideração somente os deslocamentos nodais.

Na Figura 7, observa-se o gráfico da força em função do deslocamento para diferentes valores de α . O cálculo de referência representa os resultados da simulação de referência. Destaca-se que a otimização com $\alpha = 0$ está mais próxima do resultado de referência; os gráficos se sobrepõem quase completamente. Esse resultado é coerente, pois quando se utiliza apenas a força para construir a função objetivo, é legítimo encontrar parâmetros do material que correspondem bem à curva de força em relação ao deslocamento global.

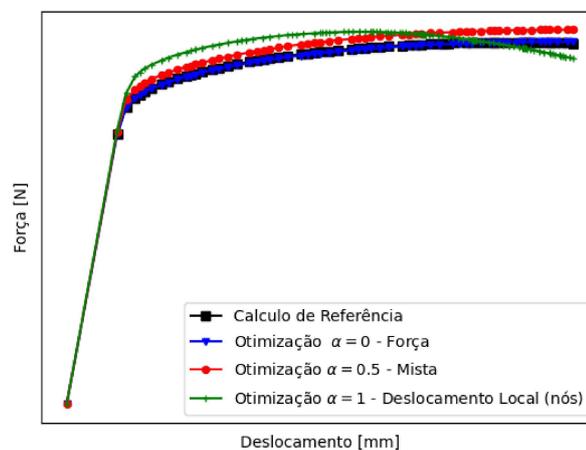


Figura 7 – Força vs. Deslocamento global para diferentes valores de α .

Em seguida, apresenta-se a diferença de deslocamento vertical em mm entre a simulação de referência e a otimização com $\alpha = 0$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 1$ para a última etapa do cálculo. Espera-se que a diferença entre a simulação de referência e a otimização seja a menor possível.

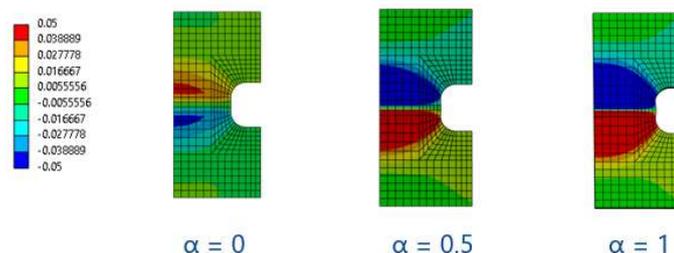


Figura 8 – Diferença de deslocamento vertical entre a simulação de referência e o resultado da otimização.

Na Figura 8, nota-se que a diferença de deslocamentos vertical entre o cálculo de referência e a otimização é maior com $\alpha = 1$. Como a função objetivo para $\alpha = 1$ leva em consideração apenas os deslocamentos nodais, esperava-se uma diferença menor para esse

parâmetro. Uma análise de sensibilidade dos parâmetros materiais em relação às funções objetivos ψ_f (força) e ψ_d (deslocamentos nodais), pode ser realizada para entender melhor os resultados.

Na Figura 9, apresenta-se o gráfico da função objetivo em relação aos parâmetros do material R_0 e C_3 para $\alpha = 0$ (função objetivo relacionada somente à força), $\alpha = 0,5$ (função objetivo mista) e $\alpha = 1$ (função objetivo relacionada aos deslocamentos nodais). Escolheu-se R_0 porque o mesmo exerce uma influência significativa na função objetivo, enquanto C_3 possui uma influência menor. Esses gráficos representam simplificações das superfícies de resposta utilizadas para a minimização da função objetivo.

Observa-se que a derivada da função objetivo, $\alpha = 0$ (força), em relação aos parâmetros materiais é significativamente maior do que a inclinação ao utilizar os deslocamentos nodais. Isso sugere que a função objetivo é mais sensível a força em comparação aos deslocamentos nodais. Logo, é mais fácil encontrar o mínimo da curva utilizando a força.

Além disso, o mínimo da função custo relacionada aos deslocamentos nodais ($\alpha = 1$) está ligeiramente deslocado em comparação com os outros casos. Essa discrepância pode ser explicada pela menor magnitude da função objetivo ψ_d ($\alpha = 1$, somente deslocamentos nodais) em relação aos parâmetros materiais. O menor erro (de convergência na malha ou projeção de resultados), faz com que o mínimo mude de posição e, conseqüentemente, a otimização se torne imprecisa. Isso explica por que encontramos resultados imprecisos utilizando a função objetiva baseada em deslocamentos ($\alpha = 1$).

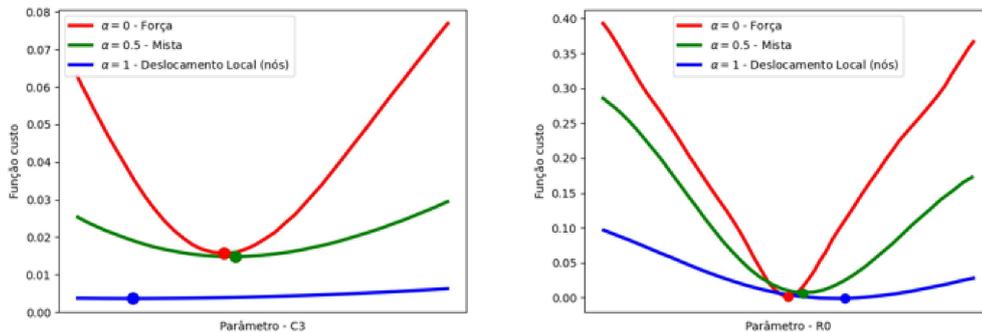


Figura 9 – Função de custo versus parâmetros do materiais.

Encontrou-se os melhores resultados para os parâmetros materiais utilizando a otimização somente com a força ($\alpha=0$). Contudo, quando utiliza-se um ensaio de tração num corpo de prova liso (gráfico de Força *vs* Deslocamento) o parâmetro n de Hosford não pode ser identificado. Logo propõe-se em seguida uma correção desse parâmetro utilizando os deslocamentos nodais.

4.1 CORREÇÃO DO PARÂMETRO DE HOSFORD

Para aprimorar a aproximação do parâmetro n de Hosford durante a otimização com $\alpha = 0$ (função objetivo baseada na força), propõe-se fixar os parâmetros de limite de elasticidade e encruamento que foram encontrados pela otimização anterior com $\alpha = 0$. Em seguida, foi conduzida uma segunda otimização focada especificamente no parâmetro n de Hosford.

Nesta seção, utilizou-se a mesma função de custo anterior, equações (13) e (14). No entanto, separou-se os deslocamentos verticais e horizontais na função objetivo.

Na Figura 10, observa-se a variação da função objetivo em relação aos diferentes parâmetros de Hosford. Tem-se a função objetivo com os deslocamentos horizontais nos nós, deslocamentos verticais nos nós e a força global.

Observa-se que a otimização com os deslocamentos horizontais está muito mais próxima do valor de referência. O valor mínimo do parâmetro de Hosford encontrado pela otimização desta seção apresenta uma diferença de 0,7% em relação ao valor de referência, enquanto que antes desta segunda otimização, essa diferença era de 7%.

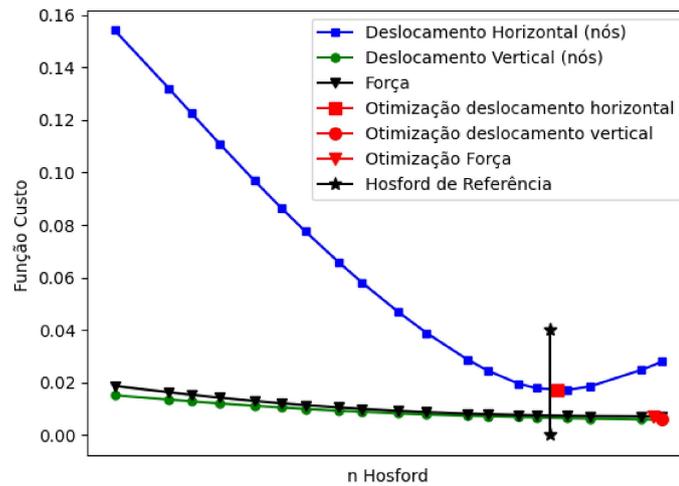


Figura 10 – Função de custo versus parâmetro de Hosford (segunda otimização)

Assim, a abordagem de tratar o valor de n de Hosford da primeira otimização como uma pré-identificação prova ser muito favorável. De fato, essa abordagem alivia a carga de trabalho da primeira otimização e, em seguida, nos permite encontrar esse parâmetro com mais facilidade e precisão durante a segunda otimização.

Na Tabela 1, apresenta-se o erro relativo em relação a simulação de referência para cada tipo de otimização realizada. Nota-se que a otimização com $\alpha = 0$ se aproxima mais dos resultados de referência para quase todos os parâmetros.

Tabela 1 – Comparação entre os resultados de referência e os resultados da otimização.

	Resultado de Referência	Erro $\alpha=0$	Erro $\alpha=0.5$	Erro $\alpha=1$
n	Unidade	1%	6%	-2%
R0 [MPa]	Milhar	0%	-4%	-10%
C1 [MPa]	Milhar	-6%	-11%	45%
D1	Unidade	-8%	-6%	34%
C2 [MPa]	Milhar	-1%	9%	-10%
D2	Dezena	9%	8%	-10%
C3 [MPa]	Dezena de Milhar	8%	10%	16%
D3	Centena	-6%	-2%	16%

5 CONCLUSÃO

Em conclusão, este projeto teve como objetivo inicial analisar o método de otimização para a identificação de uma lei constitutiva a partir de medidas de campos de deslocamento. Uma simulação de elementos finitos foi utilizada como referência. Assim, conseguiu-se avaliar a eficiência dos deslocamentos locais na identificação de leis constitutivas, eliminando os ruídos das medições e os erros de ajuste entre os testes e os cálculos. Vale destacar que a adição de ruídos e erros de medição poderia potencialmente afetar alguns resultados.

Durante a condução do presente projeto, deparou-me com várias dificuldades que impactaram significativamente o desenvolvimento. Uma das principais barreiras foi a necessidade de dominar o uso dos softwares Abaqus-Workbench e a programação em Python para automatizar os cálculos de elementos finitos. Esta curva de aprendizado demandou um esforço considerável e tempo para adquirir as habilidades necessárias. Além disso, enfrentou-se desafios ao tentar incorporar dados experimentais para otimização inicialmente. A incerteza associada aos erros de medição e às coordenadas utilizadas durante a coleta desses dados resultou em erros substanciais, tornando-os inutilizáveis para os propósitos. Diante dessa situação, optou-se por recorrer a uma simulação de referência como alternativa para prosseguir com o trabalho, superando assim esse obstáculo.

Ao longo do desenvolvimento do projeto, observou-se que o uso da força como único critério na função custo teve um desempenho melhor do que o uso dos deslocamentos ou de uma combinação dos dois. No entanto, precisou-se dos deslocamentos nos nós para identificar o parâmetro n de Hosford.

As implicações e recomendações resultantes desse projeto sugerem a possibilidade de conduzir um segundo projeto focado diretamente nos erros de medição dos testes. Idealmente pode-se começar por introduzir ruídos de forma aleatória na simulação de referência, visando uma análise aprofundada dos ruídos. Em seguida, seria interessante estudar como realizar testes de forma a minimizar os ruídos e erros de medição. Por fim, pode-se aplicar o método encontrado nesse trabalho num caso real de ensaio de tração sobre uma placa entalhada, buscando encontrar as propriedades do material testado.

REFERÊNCIAS

- BETTONTE, Francesco. **Development of a parameter identification strategy using Finite Element Model Updating on Digital Image Correlation measurements : towards the application to a non-local model**. Nov. 2017. Theses – Université Paris sciences et lettres.
- CHAKRABORTY, Subrata; SEN, Arunabh. Adaptive response surface based efficient Finite Element Model Updating. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 80, p. 33–40, 2014. ISSN 0168-874X.
- HILD, François; ROUX, Stephane. Evaluating Damage with Digital Image Correlation: A. Introductory Remarks and Detection of Physical Damage. *In: [S.l.: s.n.]*, jan. 2013. P. 1–19. ISBN 978-1-4614-8968-9.
- HOSFORD, William F. **Mechanical behavior of materials**. [S.l.]: Cambridge university press, 2010.
- JIN, Seung-Seop; JUNG, Hyung-Jo. Sequential surrogate modeling for efficient finite element model updating. **Computers Structures**, v. 168, p. 30–45, 2016. ISSN 0045-7949.
- KAJBERG, J.; LINDKVIST, G. Characterisation of materials subjected to large strains by inverse modelling based on in-plane displacement fields. **International Journal of Solids and Structures**, v. 41, n. 13, p. 3439–3459, 2004. ISSN 0020-7683.
- LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.L.; BENALLAL, A.; DESMORAT, R. **Mécanique des matériaux solides - 3ème édition**. [S.l.]: Dunod, 2009. (Physique). ISBN 9782100541331.
- LETICIA STECKEL, Valmir Francisco Risso. AJUSTE DE HISTÓRICO PELO MÉTODO HIPERCUBO LATINO. **Realize Editora**, 2018.
- LIU, Shun. Identification of Complex Models Based on digital image correlation. **Safran internal report**, 2015.
- MICHAEL F. ASHBY, DAVID R.H. JONES. **Engineering Materials 2**. 4. ed. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2013.
- PONTHOT, Jean-Philippe; KLEINERMANN, Jean-Pascal. Optimisation methods for initial/tool shape optimisation in metal forming processes. English. **International Journal of Vehicle Design**, Inderscience Enterprises Ltd., v. 39, n. 1-2, 2005.
- ZHU, Qingyu; HAN, Qingkai; LIU, Jinguo; YU, Changshuai. High-Accuracy Finite Element Model Updating a Framed Structure Based on Response Surface Method and Partition Modification. **Aerospace**, v. 10, n. 1, 2023. ISSN 2226-4310.

APÊNDICE A –

APÊNDICE I - METODOLOGIA: SIMULAÇÃO DE REFERÊNCIA

Nesta seção, está apresentado algumas imagens adicionais da metodologia de simulação de referência. As imagens estão sendo incluídas em um apêndice devido ao espaço limitado no corpo do texto.

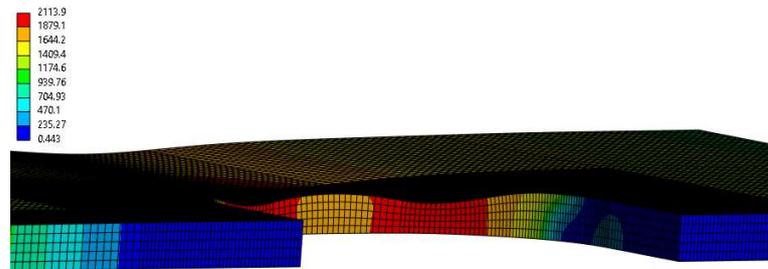


Figura 11 – Tensão equivalente de Von Mises

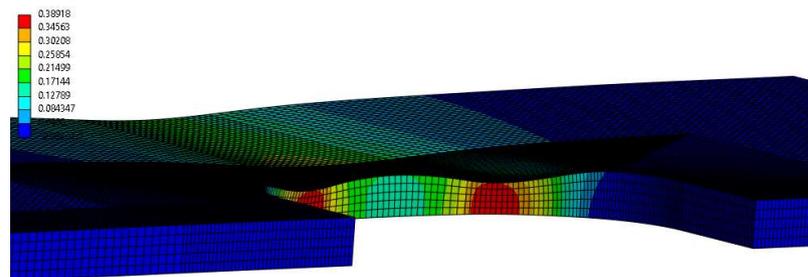


Figura 12 – Deformação plástica

Tabela 2 – Propriedades do material INCO 718

Parâmetro	Ordem de grandeza
Limite de Elasticidade - R0 [MPa]	Milhar
Parâmetro n de Hosford	Dezena
C1 - [MPa]	Milhar
D1	Unidade
C2 - [MPa]	Dezena de Milhar
D2	Dezena
C3 - [MPa]	Dezena de Milhar
D3	Centena de Milhar

APÊNDICE II - METODOLOGIA: SIMULAÇÃO OTIMIZAÇÃO

Nesta seção, apresenta-se o modelo elementos finitos para fazer a otimização.

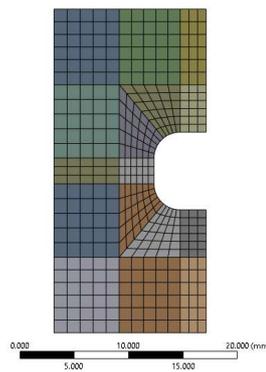


Figura 13 – Modelo elementos finitos para a otimização

ANEXO I - CORPO DE PROVA USADO NO PROJETO

Na imagem 14 está apresentado o corpo de prova utilizado no projeto. (BETTONTTE, 2017)

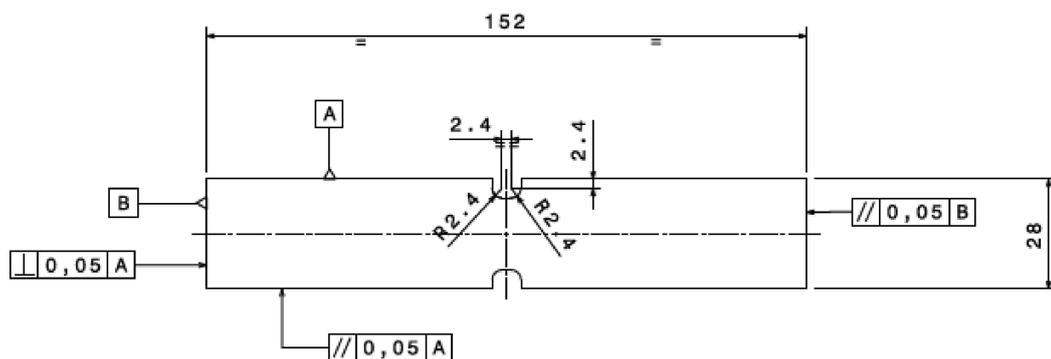


Figura 14 – Corpo de prova utilizado para a simulação de elementos finitos. (PAE 2 - (Bettonte, 2017)

ANEXO II - IMAGENS DE ENCRUAMENTO ISOTRÓPICO E CINEMÁTICO

Nesta seção, está apresentado ilustrações do encruamento isotrópico e cinemático, com o objetivo de mostrar ao leitor as características desses dois tipos de encruamento. A descrição detalhada de cada encruamento é feita no corpo do texto.

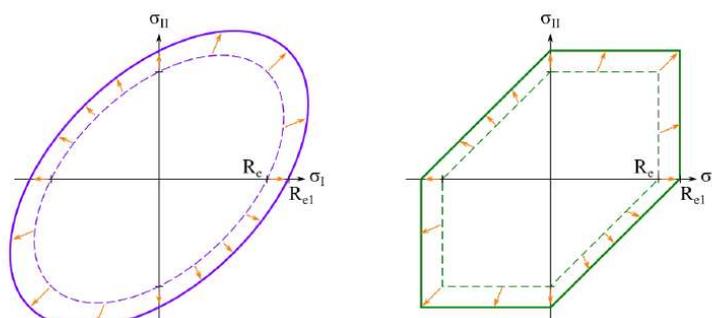


Figura 15 – Encruamento Isotrópico. [Ilustração da Wikipedia]

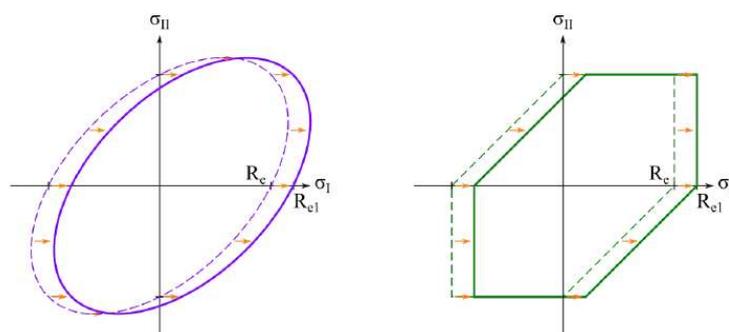


Figura 16 – Encruamento Cinemático. [Ilustração da Wikipedia]

ANEXO III - PLANO DE EXPERIÊNCIA HIPERCUBO LATINO

Na figura 17 tem-se uma ilustração do plano de experiência hipercubo latino.

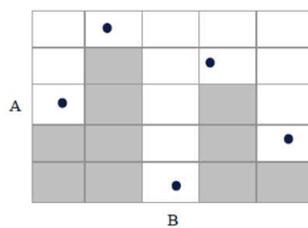


Figura 17 – Plano de Experiência Hipercubo Latino