





# Potencialidades dos jogos Catan e Pindorama na criação de noções probabilísticas

## Potentialities of the games Catan and Pindorama on the creation of probabilistic notions

Rafael Eduardo Ferronato Fontanella<sup>1,\*</sup> , Cristina Cavalli Bertolucci<sup>2</sup> 

1. Universidade Federal do Rio Grande do Sul  – Instituto de Matemática e Estatística – Departamento de Matemática Pura e Aplicada – Porto Alegre (RS), Brasil.

2. Universidade Federal do Rio Grande do Sul  – Faculdade de Educação – Departamento de Ensino e Currículo – Porto Alegre (RS), Brasil.

**Autor correspondente:** rafaelfontanella@gmail.com

**Editor de Seção:** Hawbertt Rocha Costa

**Recebido:** 10 jul. 2023 | **Aprovado:** 06 set. 2023

**Como citar:** FONTANELLA, R. E. F.; BERTOLUCCI, C.C. Potencialidades dos jogos Catan e Pindorama na criação de noções probabilísticas. *Ensino & Multidisciplinaridade*, São Luís (MA), v. 9, n.1, e0523, 2023. <https://doi.org/10.18764/2447-5777v9n1.2023.5>

### RESUMO

Este trabalho retoma e aprofunda discussões iniciadas na pesquisa de trabalho de conclusão de curso (TCC) do primeiro autor, sob orientação da segunda autora. O principal objetivo da pesquisa é investigar possíveis contribuições dos jogos Catan e Pindorama para o desenvolvimento de saberes matemáticos e, neste artigo, o foco é direcionado particularmente para questões envolvendo noções probabilísticas. Para isso, foram analisados dados produzidos a partir de uma prática pedagógica realizada com estudantes do 9º ano do ensino fundamental, aplicada em oito encontros no laboratório de matemática de uma escola estadual de Porto Alegre, estado do Rio Grande do Sul. A pesquisa foi desenvolvida sob a perspectiva qualitativa, devido ao interesse nos processos de pensamento realizados pelos estudantes. Na análise dos dados, foram identificadas contribuições desses jogos para a produção de algumas noções matemáticas, como o pensamento estratégico, a modelagem de situações da realidade para o contexto do jogo, além de questões como a cooperação e a competição entre jogadores. Em especial, destacam-se o desenvolvimento de conceitos probabilísticos, como a compreensão das noções de espaço amostral, eventos e cálculo de probabilidades, a comparação entre chances de ocorrência de determinados eventos e a percepção do fator aleatório presente nos jogos.

**Palavras-chave:** Jogos. Pensamento probabilístico. Laboratório de matemática. Educação matemática.

### ABSTRACT

This article recaptures and deepens the discussions initiated on the research for the final paper of the first author's graduation, under the guidance of the second author. The main goal of the research is to investigate possible contributions of the games Catan and Pindorama on the production of mathematical knowledge, and in this article, the focus is directed particularly towards matters involving probabilistic notions. The data analyzed was produced through a pedagogical practice held with 9th grade students, in the mathematics laboratory of a public school in Porto Alegre, state of Rio Grande do Sul. The research was developed from a qualitative perspective, due to the interest in the processes carried out by the students. In the data analysis, contributions of these games to the production of some mathematical notions were identified, such as strategic thinking, modeling of situations from reality to the context of the game, in addition to matters like competition and cooperation between the players. In particular, the development of probabilistic concepts is highlighted, such as understanding the notions of sample space, events and probability calculation, comparing the chances of occurrence of certain events and the perception of the random factor present in games.

**Keywords:** Games. Probabilistic thinking. Mathematical laboratory. Mathematical education.

## INTRODUÇÃO

A busca pelo desenvolvimento de ações pedagógicas que propiciem a criação de novos saberes é um dos pilares que fundamentam o trabalho de professores pesquisadores em sua missão pela educação. Essa ideia implica a abertura para experiências, reflexões sobre possíveis recursos didáticos e investigações acerca das potencialidades e limitações de propostas de aula, promovendo a concepção de que a aprendizagem está em diversos espaços e ocorre continuamente na vida das pessoas.

Considerando essa noção, neste artigo, destaca-se uma das diversas possibilidades a serem exploradas em contextos de educação matemática, que são os jogos. Embora possa existir a percepção de que jogar é uma atividade somente voltada para diversão e entretenimento, defendemos que esse pode ser um valioso recurso pedagógico. Nesse sentido, o trabalho de conclusão de curso (TCC) de graduação do primeiro autor, orientado pela segunda autora, teve como objetivo "identificar as potencialidades apresentadas pela criação e aplicação do jogo Pindorama, desenvolvido com base no jogo The Settlers of Catan, em aulas de matemática" (FONTANELLA, 2023, p. 27).

Os jogos apresentam grande potencial como recursos didáticos no ensino de probabilidade. Herzog et al. (2019) apresentam uma investigação utilizando jogo de dados e probabilidade, denominado 7 da sorte, no qual os jogadores lançavam um par de dados e observavam os resultados. Nesse estudo, os autores observaram que "o experimento da soma de dois dados parece ter despertado uma ideia intuitiva de probabilidade nestes alunos, que ao final da atividade representaram de forma adequada o espaço amostral deste experimento" (HERZOG et al., 2019, p. 12). Ou seja, indicam que a prática com esse jogo viabilizou um ambiente favorável para a aprendizagem de noções probabilísticas.

Outro estudo pertinente sobre jogos de tabuleiro no ensino de matemática foi realizado por Krohl et al. (2021), no qual propuseram algumas opções de jogos que abordam o conteúdo de probabilidade e, dentre as alternativas citadas, destaca-se The Settlers of Catan. Segundo os autores, "[...] o jogo pode ser usado para explorar muitos aspectos da matemática, seja em nível universitário ou básico de uma forma inovadora e divertida" (Krohl et al., 2021, p. 172).

A intensão de realizar esta pesquisa se justifica especialmente pelo entendimento de que "jogar" é uma ação que movimenta pensamentos, permitindo a criação de ideias pelos jogadores para que um determinado objetivo seja alcançado. Nessa direção, os jogos podem desenvolver habilidades que dialogam com a educação matemática, favorecendo a consolidação de competências. Ao considerar a interação entre o brincar e aprender matemática, a investigação realizada foi norteada pela seguinte pergunta: "Quais contribuições a construção e aplicação do jogo Pindorama podem propiciar para a aprendizagem de matemática?"

A partir dos jogos Catan e Pindorama, foi realizada uma prática pedagógica por meio da qual os dados foram produzidos e analisados. Por meio da análise dos dados, foram identificadas possíveis contribuições dos jogos estudados para a produção de alguns saberes e noções matemáticas, como o pensamento estratégico, a modelagem de situações da realidade para o contexto do jogo, além de questões como a cooperação e a competição entre jogadores.

Neste artigo, em particular, voltamos as atenções para algumas potencialidades desses jogos no desenvolvimento de conceitos probabilísticos, como a compreensão das noções de espaço amostral, eventos e cálculo de probabilidades, a comparação entre chances de ocorrência de determinados eventos e a percepção do fator aleatório presente nos jogos. Os referenciais teóricos nos quais baseamos nossas análises, e que consideramos relevantes também para as discussões neste artigo, são Bryant e Nunes (2012), abordando ideias sobre o pensamento probabilístico, e Grando (2007; 2015), sobre jogos na educação matemática.

Na sequência desta escrita, apresentamos a seção de referencial teórico, que visa discutir os conceitos de probabilidade envolvidos na prática proposta, além de ressaltar a relevância de jogos em educação matemática. Em seguida, dedicamos uma seção para a metodologia adotada para a pesquisa realizada no TCC, explicando o contexto da produção dos dados. Na análise dos dados, busca-se aprofundar as práticas desenvolvidas com os estudantes, evidenciando limites e possibilidades dos jogos escolhidos e, na última seção do artigo, tecemos considerações finais sobre a pesquisa realizada, destacando possíveis caminhos para a continuidade do estudo.

## REFERENCIAL TEÓRICO

A proposta do estudo está centrada na ideia de investigar as potencialidades de jogos, com foco específico em *The Settlers of Catan*<sup>1</sup> e *Pindorama*<sup>2</sup>, no desenvolvimento de saberes matemáticos, por meio de cenários de resolução de problemas. *Pindorama* é um jogo que foi desenvolvido em conjunto com os participantes da pesquisa, com base nas regras e mecânicas de *Catan*. Essa criação se deu por meio de oficinas nas quais os estudantes puderam jogar e explorar o jogo *Catan* e, em seguida, foi sugerida pelo professor pesquisador a criação de uma versão personalizada desse jogo, com elementos brasileiros. A partir dessa sugestão, os participantes realizaram buscas por informações, discussões sobre regras e características para o jogo que, posteriormente, apelidaram de *Pindorama*.

Ao refletir sobre como os jogos podem se tornar recursos em contextos educacionais, percebe-se importante estabelecer uma noção do que é o jogo, de modo que seja possível haver um aprofundamento na compreensão das suas características. O filósofo Johan Huizinga (2019), ao refletir sobre a natureza e o significado do jogo, define a ideia:

Resumindo as características formais do jogo, poderíamos considerá-lo uma atividade livre, conscientemente tomada como “não-séria” e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total (p. 34).

Observa-se que, segundo o autor, em uma tentativa de caracterizar aquilo que podemos chamar de jogo, considera-se que esse é uma atividade informal, mas interessante e atraente para quem joga. Além disso, Huizinga (2019) argumenta que o jogo não é uma ação única dos humanos, pois animais também brincam, seguindo determinadas regras. Portanto, o jogo precede a cultura, e essa surge a partir dele. A partir disso, surge a percepção de que jogos são objetos culturais (GRANDO, 2007), existindo ampla diversidade desses, criados em diferentes culturas. Grando (2007) também discute a influência do contexto sociocultural no desenvolvimento de atividades lúdicas, reforçando o argumento de que o jogo é objeto cultural importante em nossas vidas.

Nesse entendimento, e lançando um olhar particular para a forma como o jogar se insere em aulas de matemática, percebe-se que essa ação pode ser acompanhada de diversas novas descobertas. Smole, Diniz e Milani (2007, p. 10) afirmam que “por sua dimensão lúdica, o jogar pode ser visto como uma das bases sobre a qual se desenvolve o espírito construtivo, a imaginação, a capacidade de sistematizar e abstrair e a capacidade de interagir socialmente”. Habilidades como essas, portanto, podem ser potencializadas a partir da brincadeira.

Com relação aos jogos de tabuleiro e seu papel como recurso didático, Giordani e Ribas (2015, p. 31) afirmam que “os jogos lógicos de tabuleiro [...] se apresentam como um instrumento pedagógico de grande potencial e valia pelos inúmeros benefícios associados ao raciocínio lógico e à interação interpessoal”, destacando que esse tipo de jogo apresenta potencial para a prática dessas habilidades. Além disso, os autores apontam que

[...] a promoção dos jogos lógicos de tabuleiro em processos de escolarização retoma a concepção de que o raciocínio lógico pode ser desenvolvido e estimulado através de brincadeiras, desafios, enigmas, quebra-cabeças, entre outras atividades que exigem certo exercício mental. Este exercício tem impacto direto no aprendizado de conteúdos que requerem associações lógicas (GIORDANI; RIBAS, 2015, p. 36).

Nesse sentido, conceitos matemáticos podem ser trabalhados por meio de jogos, dado o caráter lógico e estratégico da ação de jogar. Além disso, destaca-se que, mesmo em jogos nos quais não há um conteúdo específico, necessariamente, sendo abordado por meio deles, uma aula de matemática com base nesse recurso ainda pode promover ganhos no desenvolvimento do pensamento, principalmente por meio da criação de estratégias. Muitas vezes, a matemática de um jogo se faz no pensamento estratégico dos jogadores, já que a estratégia é um lugar criativo (GRANDO, 2022)<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> Também conhecido como *Catan*, é um jogo de tabuleiro criado por Klaus Teuber nos anos 1990, que envolve estratégia e gestão de recursos.

<sup>2</sup> Nome escolhido pelos estudantes para o jogo desenvolvido na prática pedagógica com base no jogo *The Settlers of Catan*. Esse nome faz referência ao nome dado por um grupo indígena às terras brasileiras.

<sup>3</sup> Fala da professora doutora Regina Célia Grando durante a transmissão ao vivo realizada em 14/07/2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=PF8yF-2ga9Y>

Nesta pesquisa, tem-se o entendimento de que jogos de estratégia, como Catan e Pindorama, proporcionam ações de tomada de decisão, análise de cenários e antecipação de jogadas dos adversários. Assim, os jogadores estão constantemente pensando em soluções criativas para as situações que vão sendo criadas pelo jogo, de modo que o jogar, nesses casos, se aproxima da ideia de resolução de problemas. Desse modo, o jogo “representa uma situação-problema determinada por regras, em que o indivíduo busca a todo o momento, elaborando estratégias, procedimentos e reestruturando-os, vencer o jogo, ou seja, resolver o problema” (GRANDO, 2015, p. 399-400).

Assim sendo, argumenta-se que o jogo pode ser um recurso pedagógico por meio da problematização de situações. Nesse contexto, considera-se relevante refletir sobre o que é um problema, destacando que essa determinação é carregada de subjetividades. Como descrito por Vianna (2002, p. 401), “para que eu possa pensar em uma situação como problemática eu preciso ter consciência dela, preciso ter a necessidade de responder às questões... eu preciso saber”. Isso coloca em evidência o caráter relativo do problema, já que esse envolve o interesse particular, um desejo de resolver a questão. Na busca pela aproximação de uma definição para o problema, esse autor elenca:

1. Um sujeito está diante de um problema quando se confronta com uma questão à qual não sabe dar resposta ou quando está diante de uma situação que não sabe resolver usando os conhecimentos de que já dispõe.
2. Um sujeito está diante de um problema quando: a) tem uma questão para resolver; b) quer ter uma resposta para essa questão; c) não tem, previamente, uma resposta para essa questão.
3. Um problema é uma situação em que um sujeito é solicitado a realizar uma tarefa para a qual não possui um método de resolução determinado. Se a realização da tarefa não for desejada pelo sujeito a situação não pode ser considerada um problema.
4. É problema tudo o que, de uma maneira ou de outra, implica da parte do sujeito a construção de uma resposta ou de uma ação que produza um certo efeito. A noção de problema não tem sentido se o sujeito puder aplicar um sistema de respostas inteiramente constituído (VIANNA, 2002, p. 402-403).

A partir desse entendimento, surge a noção de que, para que uma situação seja um problema para alguém, ela precisa ser não rotineira, e a resposta não pode ser conhecida previamente pela pessoa, além da necessidade do envolvimento da vontade de encontrar uma solução. Nesse sentido, os jogos estão ligados à resolução de problemas, já que apresentam, constantemente, momentos que despertam a demanda de ideias para lidar com adversidades e a busca de maneiras, que não são óbvias de início, para alcançar um objetivo: a vitória no jogo.

Diante dessas percepções, nessa pesquisa busca-se enfatizar a relevância dos jogos em contextos de educação matemática aliada à ideia de desenvolver elementos do pensamento probabilístico e seu papel neste estudo. Nessa direção, Morgado et al. (1991, p. 119) afirma que “a Teoria das Probabilidades é o ramo da Matemática que cria, desenvolve e em geral pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios”. Nessa área de estudos são realizadas investigações relacionadas a situações incertas sobre as quais não é possível fazer previsões com precisão.

Em nossas vidas cotidianas, é comum termos contato com eventos aleatórios. Com relação a essas situações, Bryant e Nunes (2012) afirmam que essas são menos previsíveis, em comparação com alguns eventos certos, pois ocorrem aleatoriamente.

Podemos, no entanto, raciocinar logicamente sobre eventos aleatórios. Esse raciocínio nos permite calcular a probabilidade de resultados particulares, e por meio disso entender os riscos e possíveis benefícios de agir de uma maneira ao invés de outra (BRYANT; NUNES, 2012, p. 3, tradução nossa).

Nesse entendimento, é possível perceber que estudos sobre a teoria das probabilidades são importantes nas escolas, permitindo que estudantes desenvolvam habilidades de tomada de decisão com base em análises lógicas. Bryant e Nunes (2012, p. 34, tradução nossa) também argumentam que o processo para a produção de saberes sobre probabilidade ocorre a partir de quatro demandas cognitivas: (1) entender a aleatoriedade; (2) identificar o espaço amostral; (3) comparar e quantificar probabilidades; e (4) entender as relações entre eventos.

Sobre o primeiro aspecto (1), os autores salientam que a compreensão da natureza e das consequências de eventos aleatórios em nossas vidas cotidianas é essencial, além de apontarem que um erro comum entre crianças e adultos é o descuido com o fato de que eventos aleatórios são independentes. Com relação à identificação do

espaço amostral (2), explicam que se trata de um passo fundamental para a resolução de problemas envolvendo probabilidades, já que o espaço amostral, definido como o conjunto completo de possibilidades em um problema probabilístico, é elemento central e importante para a interpretação clara daquilo que está sendo investigado (BRYANT; NUNES, 2012).

Com relação à terceira demanda cognitiva (3), os autores definem a probabilidade como quantidade baseada em proporções e que usualmente é expressa como número decimal, porcentagem ou razão, além de defenderem a ideia de que alguns problemas probabilísticos podem ser resolvidos por meio de relações lógicas, como comparações. A quarta demanda (4) está ligada a situações nas quais dois eventos ocorrem simultaneamente, e tais eventos podem ocorrer aleatoriamente ou resultarem de uma relação. Sobre essas relações, destacam que

Já que a maioria das relações é imperfeita (pessoas mais altas usualmente são mais pesadas do que pessoas mais baixas, mas algumas pessoas baixas pesam mais do que o esperado e algumas pessoas altas pesam menos do que o esperado), nós devemos identificar se as imperfeições da associação se deve a aleatoriedade ou a uma relação regular com exceções. Portanto, o pensamento correlacional depende, ao menos em partes, de uma compreensão da aleatoriedade (BRYANT; NUNES, 2012, p. 8, tradução nossa).

Sendo assim, o discernimento das associações entre fatos é um fator importante para o pensamento probabilístico, já que engloba reflexões sobre possíveis causas e consequências dos eventos investigados, permitindo análises de probabilidades com base nessas reflexões.

Ainda, encerrando esta seção, registra-se a definição para o cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento (equação 1) utilizado durante esta pesquisa. Morgado et al. (1991, p. 121) definem

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{(número de casos favoráveis)}}{\text{(número de casos possíveis)}} \quad (1)$$

Com base nas ideias discutidas nesta seção, foram realizadas a prática pedagógica e as análises dos dados produzidos para o estudo. A seguir, apresentamos as considerações metodológicas sobre a pesquisa, com foco nas tarefas desenvolvidas e no ambiente escolhido para esse momento de produção de dados.

## METODOLOGIA

Este estudo tem como objetivo geral identificar potencialidades na aprendizagem matemática de estudantes propiciadas pela construção e utilização do jogo Pindorama, baseado em The Settlers of Catan. Sendo assim, a metodologia adotada para este trabalho é caracterizada sob o viés da pesquisa qualitativa, já que há um interesse particular nos processos realizados pelos estudantes na “compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos participantes da investigação” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 16). Com isso, busca-se entender as possibilidades oferecidas pela prática envolvendo os jogos.

Os dados para esta investigação foram produzidos a partir da prática pedagógica realizada em uma escola estadual de Porto Alegre, estado do Rio Grande do Sul, com a participação de seis estudantes de uma turma de 9º ano do ensino fundamental, denominados aqui E1, E2, E3, E4, E5 e E6. A prática foi desenvolvida no ambiente do laboratório de matemática da escola, que consiste em uma sala dedicada à aprendizagem de matemática na qual costumam ser aplicadas oficinas com jogos e outros materiais. Consideramos esse espaço ideal para a realização das tarefas propostas, pois, como apontado por Dalcin, Bertolucci e Silva (2020), trata-se de uma sala-ambiente propícia à construção coletiva de conhecimentos matemáticos, indo ao encontro dos objetivos que determinamos para o estudo. Ainda, “proporciona a construção, com compreensão, de conceitos e procedimentos matemáticos, além de desenvolver habilidades específicas, estimulando também o espírito investigativo e a autonomia de estudantes e professores” (DALCIN; BERTOLUCCI; SILVA, 2020, p. 28).

A prática organizada foi desenvolvida em oito encontros nos quais ocorreram oficinas envolvendo momentos de jogar e criar. Nessas oficinas, inicialmente, os estudantes foram convidados a jogar Catan, explorando suas características. Na sequência das tarefas, com base nos elementos desse jogo, e partindo de investigações

sobre recursos produzidos nas cinco regiões do Brasil, os participantes desenvolveram o jogo Pindorama com algumas particularidades e regras novas. Em seguida, foi disponibilizado um espaço para os participantes jogarem Pindorama, analisando e refletindo sobre os resultados obtidos.

Catan é um jogo de tabuleiro no qual os jogadores exploram e criam civilizações em uma ilha repleta de recursos. Nessa ilha, há cinco regiões, com diferentes terrenos, e cada uma produz um tipo de recurso. Com esses recursos, os jogadores criam construções, realizam trocas comerciais e progridem rumo à vitória. Os locais para as construções devem ser pensados estrategicamente, assim como as trocas e alianças a serem feitas com outros jogadores, já que esses costumam ser elementos determinantes para o sucesso no jogo. Cada terreno no tabuleiro tem um número e a determinação de quais recursos serão produzidos na ilha é feita por meio do lançamento de dois dados ao acaso, de modo que os terrenos associados ao número sorteado produzem recursos para os jogadores que têm construções nesse local. Por exemplo, no cenário da Fig. 1, caso o número 8 fosse sorteado, o jogador vermelho receberia uma carta de argila.



Fonte: Catan Universe.

**Figura 1:** Tabuleiro original de Catan<sup>4</sup>.

Neste artigo, escolhemos analisar particularmente as habilidades desenvolvidas pelos participantes durante a prática relacionadas ao pensamento probabilístico. Destacam-se, portanto, momentos específicos da prática que consideramos relevantes para a observação dessas habilidades, analisando discussões e ideias dos participantes com base nos referenciais teóricos apresentados.

A produção dos dados para esta investigação consistiu em filmagens dos encontros, além de registros escritos solicitados aos estudantes e diários de campo produzidos durante todo o desenvolvimento das tarefas. Os registros de imagem foram posteriormente transcritos, juntamente com percepções próprias do pesquisador sobre as ações dos estudantes. Na sequência, apresentamos as análises e discussões com foco nos conceitos de probabilidade.

## ANÁLISE DA PRÁTICA DESENVOLVIDA

Nesta seção, descrevem-se e analisam-se os dados produzidos para esta pesquisa, considerando nossas percepções sobre potencialidades identificadas na prática, com sustentação nos referenciais teóricos apresentados.

<sup>4</sup> Para melhor compreensão das mecânicas e funcionamento do jogo, recomenda-se que o leitor acesse o manual completo do Pindorama, criado pelo pesquisador, bem como o vídeo ensinando a jogar The Settlers of Catan. Como Pindorama foi desenvolvido pelos participantes da pesquisa com base em Catan, as regras dos dois jogos são semelhantes. Disponível em: <https://trite-dugout-79a.notion.site/Pindorama-f141087b593543a6a8c8af564c062f37>



Lembra-se que o estudo foi realizado como parte do TCC de licenciatura em matemática do primeiro autor, com orientação da segunda autora. O principal objetivo aqui é retomar algumas das discussões levantadas anteriormente, destacando os aspectos observados com relação ao pensamento probabilístico.

Primeiramente, lança-se um olhar para as descobertas dos participantes que ocorreram no momento de criação do Pindorama. Após o primeiro encontro, no qual os participantes aprenderam as regras e o funcionamento do Catan, além de jogarem algumas partidas, o pesquisador propôs a criação de um jogo personalizado que posteriormente seria apelidado pelos estudantes de Pindorama, com base nas mecânicas de Catan. Na sequência das oficinas, diversas ideias foram debatidas e, a partir dessas discussões, foram determinados os elementos que constituiriam Pindorama.

Os dois jogos estudados se baseiam em um sistema de produção de recursos determinado a partir do lançamento de dois dados ao acaso. A soma dos resultados obtidos em cada dado indica quais terrenos no tabuleiro produzem recursos e, desse modo, a probabilidade se torna um elemento importante para o desenvolvimento das partidas, já que há diferentes chances para os possíveis números.

Pensando nesse sistema, os participantes da pesquisa se engajaram em um debate sobre como manter o balanceamento da produção de recursos caso o tabuleiro do novo jogo fosse maior do que o original. Como pode ser observado na Fig. 1, 19 terrenos compõem o tabuleiro do Catan, sendo 18 numerados. Com objetivo de expandir esse espaço, para que mais jogadores pudessem jogar ao mesmo tempo, foi pensado um tabuleiro com 36 terrenos numerados (que produzem recursos) e, nesse momento, fez-se necessária uma reflexão sobre a distribuição dos números nos terrenos para que o equilíbrio na produção dos recursos fosse mantido.

Nesse momento, a partir de uma intervenção do pesquisador, foram debatidos os conceitos de evento, casos possíveis e casos favoráveis, espaço amostral, bem como o procedimento para o cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento. Aqui, é importante observar que os participantes da pesquisa ainda não conheciam esses conceitos, o que nos indica a possibilidade da introdução de noções como essas a partir desses jogos. Desse modo, o debate foi guiado pelo pesquisador, que usou o exemplo do lançamento de um dado ao acaso, situação vivenciada no jogo, para chegar nas definições.

Inicialmente, o espaço amostral foi definido como todas as possibilidades do cenário analisado, nesse caso os possíveis resultados do dado. Em seguida, foi apresentada a noção de evento como uma situação ou grupo de resultados específicos que escolhemos para analisar. Também foram abordados os conceitos de casos favoráveis, que são os casos que satisfazem a ocorrência do evento, e casos possíveis, que é o espaço amostral. Na sequência, foi apresentada a relação que fornece a probabilidade de ocorrência de um evento, dada pela equação 2,

$$P(A) = \frac{m}{n} \tag{2}$$

onde  $m$  é o número de elementos do evento  $A$  e  $n$  é o número de elementos do espaço amostral (MORGADO et al., 1991).

Partindo desses conceitos, foi realizada a análise sobre as probabilidades de cada resultado no lançamento de dois dados cúbicos ao acaso e da distribuição desses resultados no tabuleiro original. Como representado na Fig. 1, a distribuição de números nos terrenos é a seguinte: os números com menor probabilidade de serem sorteados (2 e 12) aparecem, cada um, em apenas um terreno, enquanto os demais resultados (com exceção do número 7) aparecem duas vezes cada. Usando uma lógica semelhante para o novo tabuleiro, os estudantes pensaram no esquema para a distribuição dos números apresentado no Quadro 1.

**Quadro 1:** Distribuição dos números designados para os terrenos do Pindorama.

Número	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	15	16
Quantidade de terrenos	2	2	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	2	2

Fonte: Fontanella (2023).

Para que chegassem até esse esquema, os participantes analisaram todos os possíveis resultados ao serem lançados dois dados com oito faces (posteriormente comentaremos sobre a escolha por esses dados diferentes). Ou seja, foi determinado o espaço amostral desse cenário, com o auxílio do pesquisador (Fig. 2).

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								9
2							9	9
3						9	9	9
4					9	9	9	9
5			9	9	9	9	9	9
6	9	9	9	9	9	9	9	9
7	9	9	9	9	9	9	9	9
8	9	9	9	9	9	9	9	9

Fonte: Fontanella (2023, p. 44).

**Figura 2:** Registro do espaço amostral de uma situação criado por um participante.

Ao verem que o número 9 é o resultado que aparece mais vezes no espaço amostral (Fig. 2), os estudantes perceberam que a probabilidade desse número ser sorteado é maior em comparação a todos os outros. Portanto, esse foi o resultado escolhido para ter um papel semelhante ao número 7 no jogo original, que não é associado a nenhum terreno e, quando sorteado, ativa uma mecânica especial do jogo. Por esse motivo, o 9 não está no esquema da Tabela 1.

Aqui, observam-se alguns aspectos com relação ao desenvolvimento do pensamento probabilístico dos participantes durante esses momentos na criação do Pindorama. Ao esboçarem todas as possibilidades representadas na Fig. 3, os estudantes estavam praticando a segunda demanda cognitiva apontada por Bryant e Nunes (2012), a identificação do espaço amostral. Além disso, no momento em que analisaram esse espaço amostral e verificaram que o 9 é o resultado com maior probabilidade de ocorrência, já que é o mais recorrente, os estudantes estavam realizando uma ação de comparação. Embora, nesse momento, não tenha ocorrido a realização de cálculos para a determinação exata das probabilidades, os participantes identificaram que o número 9 deveria ter chances maiores de ser sorteado por meio de uma comparação entre as quantidades de cada resultado no espaço amostral observado. Essa percepção nos remeteu a ideia de que “a solução para a maioria dos problemas probabilísticos se baseia no cálculo de uma ou mais proporções, porém alguns podem ser solucionados com base em simples relações como ‘maior’ ou ‘menor’” (BRYANT; NUNES, 2012, p. 6, tradução nossa). Ou seja, nesse caso, os participantes resolveram um problema probabilístico por meio de uma relação lógica que não exigiu um cálculo exato. Essa mesma lógica foi aplicada para a definição de um comparativo entre todos os possíveis resultados e, com base nisso, o esquema para distribuição dos números no tabuleiro foi criado.

Ainda, como mencionado anteriormente, nesse caso, os possíveis resultados no lançamento dos dados são os números de 2 a 16, devido à escolha dos participantes durante a criação do Pindorama, de utilizar dois dados d8<sup>5</sup> no novo jogo, em vez de dois dados cúbicos, como no original. Essa foi uma ideia que partiu inteiramente dos estudantes e gerou discussões interessantes do ponto de vista matemático. Foi pensada com a intenção de haver maior variedade nos números do tabuleiro quando esse fosse expandido, e de utilizar os “dados de Role Playing Game (RPG)” que alguns dos participantes possuíam.

A partir dessa sugestão de substituir os dados cúbicos por dados com mais faces, surgiu uma reflexão sobre as possibilidades de resultados ao serem lançados diferentes tipos de dados. Antes da escolha definitiva pelo uso de dois dados d8, diversas possibilidades foram analisadas, como utilizar um único dado d20<sup>6</sup>, por exemplo.

<sup>5</sup> d8 é um dado com oito faces, em formato de octaedro regular.

<sup>6</sup> d20 é um dado com 20 faces, em formato de icosaedro regular. É comumente utilizado em jogos de RPG.



Nesse caso, entretanto, devido ao fato de o resultado ser determinado por apenas um dado sendo lançado, todos os 20 possíveis números teriam a mesma probabilidade de serem sorteados. Ao perceberem isso, os estudantes descartaram rapidamente essa ideia.

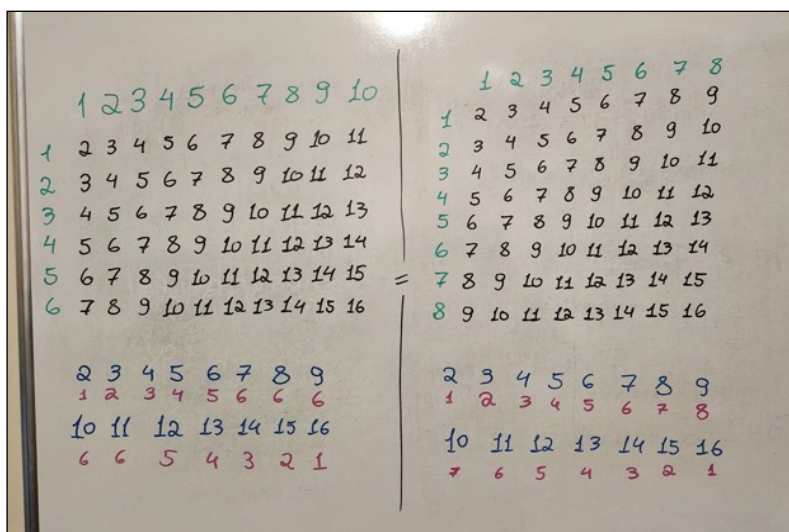


Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

**Figura 3:** Tabuleiro e cartas do Pindorama.

Porém, outra possibilidade discutida foi a utilização de um dado  $d10^7$  com 10 faces e um dado cúbico comum, com seis faces. Essa surgiu por apresentar os mesmos possíveis resultados da dupla de dois dados  $d8$ , os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16. Contudo, há diferenças importantes nas chances de sorteio de cada um desses números nos dois casos.

Na Fig. 4, há dois quadros que contêm as somas de cada número dos dados nas duas situações mencionadas (o caso de um dado  $d10$  com um dado cúbico comum e o caso com dois dados  $d8$ ) e, abaixo dos quadros, há números na cor rosa que indicam a quantidade de combinações que geram cada resultado.



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

**Figura 4:** Comparação dos possíveis resultados com diferentes combinações de dados.

<sup>7</sup>  $d10$  é um dado com 10 faces, em formato de decaedro regular.

Aqui, é possível observar que, embora os valores dos possíveis resultados sejam os mesmos, as probabilidades para que cada um desses resultados seja sorteado não são as mesmas nos dois casos, pois os espaços amostrais são distintos. Vemos, por exemplo, que o número 9, na situação em que são lançados um dado cúbico comum e um dado d10, é resultado de seis combinações: (6+3),(5+4),(4+5),(3+6),(2+7) e (1+8). Portanto, tem a seguinte probabilidade de ser sorteado (equação 3):

$$P(A) = \frac{6}{60} = 0,1 = 10\% \quad (3)$$

Já no cenário em que são lançados dois dados d8, as combinações que resultam em 9 são: (8+1),(2+7),(3+6),(4+5), (5+4),(6+3),(7+2) e (1+8). Sendo assim, a probabilidade do 9 ser sorteado nessa situação é (equação 4)

$$P(B) = \frac{8}{64} = 0,125 = 12,5\% \quad (4)$$

Ou seja, a escolha dos tipos de dados para Pindorama é uma decisão impactante para o funcionamento de uma mecânica essencial do jogo. Os participantes da pesquisa, com orientação do pesquisador, consideraram esse aspecto em sua escolha, e optaram pela utilização de dois dados d8, já que, dessa forma, as características se mantêm semelhantes às do jogo original. Durante essas discussões e análises, percebemos novamente que as demandas cognitivas de análise do espaço amostral e comparação de probabilidades (BRYANT; NUNES, 2012) foram praticadas, embora as probabilidades exatas de cada resultado não tenham sido calculadas.

Além dessas questões percebidas durante a criação do Pindorama, destacam-se algumas observações evidenciadas nos momentos em que os participantes jogaram os jogos (Fig. 5). Conforme argumentado por Grando (2015), o jogo pode ser interpretado como um problema que o jogador está constantemente tentando resolver, por meio do desenvolvimento de procedimentos e estratégias, na busca pela vitória. Percebe-se que, no caso dos jogos investigados nesta pesquisa, um elemento no qual os jogadores costumam basear suas táticas é a probabilidade.



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

**Figura 5:** Participantes da pesquisa jogando Catan.

Como apontado anteriormente, os terrenos no tabuleiro desses jogos têm diferentes numerações, o que implica chances maiores e menores de produção de recursos entre os terrenos. Sendo assim, uma das estratégias mais populares, que também foi percebida e utilizada pelos participantes da pesquisa, é buscar posicionar as construções nos terrenos com probabilidades mais altas de produção.

Portanto, habilidades de identificação e comparação de eventos mais e menos prováveis são praticadas constantemente durante uma partida de Catan e de Pindorama. Além disso, ressaltamos outra habilidade relacionada ao pensamento probabilístico cuja prática é proporcionada por esses jogos. Trata-se da compreensão da aleatoriedade, caracterizada por Bryant e Nunes (2012) como a primeira demanda cognitiva para o pensamento probabilístico.

Em um relato sobre a experiência de participar das oficinas, um dos estudantes comenta que o jogo não se baseia puramente em estratégia, mas também em sorte. Essa fala, vinda de alguém que experimentou os jogos e vivenciou diversas situações que esses proporcionam, nos indica que, de fato, a presença do fator aleatório é perceptível e pode determinar o sucesso ou insucesso de uma estratégia, porém isso não diminui a relevância do pensar matematicamente nas jogadas. Como apontado em Fontanella (2023),

O próprio reconhecimento de situações que dependem apenas de sorte é importante e pode trazer benefícios, pois indica que o jogador possui uma boa compreensão das mecânicas do jogo, e o ajuda planejar objetivos considerando a possibilidade de os eventos ocorrerem de diversas formas (p. 46).

Ou seja, a partir da percepção de que certos momentos são imprevisíveis, o jogador pode antecipar jogadas e traçar planos com base em diferentes cenários, exercitando também a criatividade, por meio de uma ação de imaginar o futuro de forma particular e pensar em todos os possíveis eventos que podem ocorrer em um contexto particular (BRYANT; NUNES, 2012).

Um exemplo disso, que foi vivenciado pelos participantes da pesquisa, é a tentativa de prever qual será a localização do ladrão em uma rodada futura. Este é um evento que depende, primeiramente, do sorteio do número sete nos dados, em Catan, e do número nove em Pindorama, e em seguida, depende da escolha do jogador que sorteou esse número. Essa escolha pode ser determinada por fatores como: a presença de vilas ou cidades adversárias em um determinado terreno, a probabilidade de geração de recursos daquela área, ou mesmo a relação pouco ou muito amigável entre os jogadores durante a partida (FONTANELLA, 2023, p. 46).

Sendo assim, é possível notar que esses jogos proporcionam momentos nos quais o pensar matematicamente, por meio de noções probabilísticas como as citadas anteriormente, pode beneficiar o jogador que desenvolve e pratica essa habilidade. Desse modo, identificamos potencialidades para a realização de práticas pedagógicas envolvendo Catan e Pindorama no âmbito dos estudos relacionados à teoria das probabilidades.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tem como objetivo discutir potencialidades de jogos, em particular Catan e Pindorama, para o desenvolvimento de noções probabilísticas. Para isso, foi feita a análise de dados produzidos durante uma prática pedagógica de oito encontros, desenvolvida com a participação de seis estudantes de uma turma de 9º ano do ensino fundamental, no laboratório de matemática de uma escola estadual de Porto Alegre. A prática e os dados constituíram o TCC do primeiro autor, com orientação da segunda autora, e, neste artigo, buscou-se retomar alguns aspectos do jogo relacionado ao desenvolvimento do pensamento probabilístico.

A análise desses dados possibilitou identificar que, durante os momentos de criação do jogo Pindorama, os estudantes puderam praticar habilidades como a visualização e interpretação de espaços amostrais e a comparação de probabilidades, demandas cognitivas para o pensamento probabilístico, segundo Bryant e Nunes (2012). Também foram abordados os conceitos de eventos, casos possíveis, casos favoráveis e o procedimento para o cálculo de probabilidade de ocorrência de um evento. Além disso, o debate envolvendo a escolha dos tipos de dados para o novo jogo proporcionou situações de reflexão e imaginação, com base em conceitos de probabilidade, que têm influência direta na mecânica do jogo que estava sendo criado.

Com relação aos momentos em que os participantes puderam jogar e explorar os dois jogos, destacamos que a quantificação e comparação de diferentes probabilidades (BRYANT; NUNES, 2012) são habilidades que podem determinar uma estratégia vencedora, pois podem influenciar a quantidade de recursos que o jogador terá durante a partida. Ainda, percebemos que a compreensão da aleatoriedade e o papel que essa desempenha nos jogos

também é uma habilidade que os jogos investigados podem desenvolver a partir de situações de imprevisibilidade que surgem durante as partidas.

Por meio das análises dos dados produzidos pela pesquisa em diálogo com os referenciais teóricos estudados, apontamos que os jogos Catan e Pindorama apresentam potencialidades para a criação de noções probabilísticas, embora os estudos sobre esse tema possam ser ampliados. Nesse sentido, enxergamos possibilidades para futuras aplicações das oficinas, a fim de descobrir novas contribuições de um recurso didático com grande potencial criativo.

## CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

**Conceitualização:** Fontanella REF; Bertolucci CC; **Curadoria de dados:** Fontanella REF; **Análise formal:** Fontanella REF; Bertolucci CC; **Pesquisa:** Fontanella REF; Bertolucci CC; **Metodologia:** Fontanella REF; Bertolucci CC; **Administração do projeto:** Fontanella REF; **Recursos:** Fontanella REF; **Supervisão:** Bertolucci CC; **Validação:** Fontanella REF; **Visualização:** Fontanella REF; **Redação - Preparação do rascunho original:** Fontanella REF; Bertolucci CC; **Redação - Revisão e edição:** Fontanella REF; Bertolucci CC.

## DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA

Os dados estão disponíveis no Catálogo on-line do Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. <http://www.bibliotecadigital.ufrgs.br/da.php?nrb=001171937&loc=2023&l=b67726363435c1e8>

## FINANCIAMENTO

Não aplicável.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Escola Pública de Porto Alegre por ter disponibilizado o laboratório de matemática para a realização da aplicação das atividades da pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Editora, 1994.
- BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability.** A literature review (full report). Londres: Nuffield Foundation, 2012.
- DALCIN, A.; BERTOLUCCI, C. C.; SILVA, T. R. Laboratório de matemática: uma parceria entre UFRGS e escolas públicas de Porto Alegre. **Revista da extensão da UFRGS**, Porto Alegre, v. 21, p. 26-32, 2020.
- FONTANELLA, R. E. F. **Contribuições do Jogo Catan para o Desenvolvimento de Saberes Matemáticos.** 2023. TCC (Graduação) – Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2023.
- GIORDANI, L. F.; RIBAS, R. P. Jogos Lógicos de Tabuleiro: imersão no território escolar. **Revista Didática Sistêmica**, Rio Grande, v. 17, n. 1, p. 29-42, 2015.
- GRANDO, R. C. Concepções quanto ao uso de jogos no ensino da Matemática. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 12, p. 45-52, 2007.

GRANDO, R. C. **Conversando sobre Jogos na Educação Matemática**. Matemática Humanista. Youtube, 14 jul. 2022. Disponível em: <https://www.youtube.com/live/PF8yF-2ga9Y?feature=share>. Acesso em: 12 Jun. 2023.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na Educação Matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, Vila Velha, v. 5, n. 2, p. 393-416, 2015. <https://doi.org/10.36524/dect.v5i02.117>

HERZOG, R. C. B. et al. Probabilidade na Educação Básica: uma proposta de jogo como recurso didático. **Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 10, n. 2, p. 1-14, 2019. <https://doi.org/10.36397/emteia.v10i2.239544>

HUIZINGA, J. **Homo ludens: o jogo como elemento de cultura**. São Paulo: Perspectiva, 2019.

KROHL, D. R.; POTRIKUS, B. H. P.; ARAUJO, K. F.; OLIVEIRA, L.; DUTRA, T. C. Aprendizagem baseada em jogos: reflexões sobre o uso de jogos de tabuleiro durante período de isolamento social na educação matemática. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, Vila Velha, v. 11, n. 1, p. 155-180, 2021. <https://doi.org/10.36524/dect.v11i01.1248>

MORGADO, A. C. O. et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. S. V.; MILANI, E. **Jogos de matemática do 6º ao 9º ano**. Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed, 2007.

VIANNA, C. R. Resolução de Problemas. In: **Livro Temas em Educação I: Jornadas**. Curitiba: Futuro Congressos e Eventos, 2002.