UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE CIÊNCIAS BÁSICAS DA SAÚDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Lenize Rodrigues da Conceição

ATIVIDADES VISUAIS NO ESTUDO DE ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR NEUROCIENTÍFICO PARA A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Porto Alegre
2023

Lenize Rodrigues da Conceição

ATIVIDADES VISUAIS NO ESTUDO DE ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR NEUROCIENTÍFICO PARA A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde do Instituto de Ciências Básicas da Saúde da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de mestra em Educação em Ciências.

Orientadora: Profª. Drª. Angela Terezinha de Souza Wyse

Porto Alegre

2023

CIP - Catalogação na Publicação

Conceição, Lenize Rodrigues da
Atividades visuais no estudo de álgebra no Ensino Fundamental: um olhar neurocientífico para a aprendizagem de matemática / Lenize Rodrigues da Conceição. -- 2023.
82 f.
Orientador: Angela Terezinha de Souza Wyse.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Ciências Básicas da Saúde, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, Porto Alegre, BR-RS, 2023.

1. Educação. 2. Matemática. 3. Neurociências. 4. Álgebra. 5. Recurso didático. I. Wyse, Angela Terezinha de Souza, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Lenize Rodrigues da Conceição

ATIVIDADES VISUAIS NO ESTUDO DE ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR NEUROCIENTÍFICO PARA A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde do Instituto de Ciências Básicas da Saúde da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de mestra em Educação em Ciências.

Aprovado em: ____ de _______ de _____.

BANCA EXAMINADORA

____

Profª. Drª. Márcia Finimundi Nóbile – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

____

Prof. Dr. Rogério Ricardo Steffenon – Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS)

____

Dr. Osmar Vieira Ramires Júnior - Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

____

Profª. Drª. Angela Terezinha de Souza Wyse - Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) (orientadora)

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Universidade Federal do Rio Grande do Sul, ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela oportunidade de realizar este estudo.

À minha orientadora, professora Drª. Angela T. S. Wyse, por ter aceitado desbravar caminhos unindo as áreas de educação e neurociências, pelos conselhos, pelo tempo dedicado a este estudo e por tantas contribuições na minha formação enquanto pesquisadora. Levarei para minha vida muito do que aprendi com esta grande cientista e professora!

Ao Prouni, por ter possibilitado que eu cursasse a graduação em Licenciatura em Matemática, de 2013 a 2017. Sem esta bolsa durante a graduação, eu não teria conseguido cursar o nível superior e não estaria concluindo um curso de mestrado atualmente.

Aos meus professores da Unisinos, que desde a graduação são fontes inesgotáveis de incentivo e orientações, professor Dr. Rogério Ricardo Steffenon e professora Drª. Rosane Wolff, sem os quais eu não teria chegado até aqui. Gratidão por ter tido vocês na condução da minha jornada acadêmica e profissional.

À professora Rosangela de Assis, que foi minha supervisora durante os 4 anos em que eu fui bolsista do PIBID durante a graduação. Devo a ti muito da professora que eu sou hoje! Obrigada por ter me mostrado tantas possibilidades de ensinar e de aprender Matemática, entre elas, o uso do Material Azul e Vermelho, mesmo recurso que eu utilizei neste estudo.

À minha família, por todo incentivo desde minha infância e por compreender minhas ausências neste período do mestrado. Vocês me ensinaram a lutar pelos meus sonhos e me deram forças para não desistir diante das dificuldades (que foram muitas!).

Aos meus amigos e aos colegas de profissão, pelas trocas de ideias e de vivências, pelos conselhos e palavras de carinho nos momentos desafiadores. O compartilhamento de saberes enriquece a educação.

Aos meus alunos da escola pública e da privada, por manterem acesa a chama da esperança de que podemos, juntos, fazer do mundo um lugar melhor, mais humano

e de oportunidades iguais a todos. Educação é sempre a melhor escolha e o melhor investimento!

RESUMO

O ensino de álgebra na educação básica tem sido frequentemente pautado em memorização e repetição, resultando em uma falta de conexão com outros conteúdos e com situações do cotidiano. Essa abordagem desconectada contribui para as dificuldades enfrentadas pelos estudantes nessa etapa escolar. Neste contexto, estudos recentes na área de neurociência têm destacado a importância da visualização no aprendizado de matemática. Baseado nisso, este trabalho tem como objetivo investigar a influência da utilização de recursos visuais no ensino de álgebra no Ensino Fundamental. O estudo foi realizado com duas turmas de oitavo ano em uma escola pública estadual no município de São Leopoldo/RS. Uma turma estudou o conteúdo de álgebra sem recursos visuais, enquanto a outra utilizou uma adaptação do material ALGEPLAN, que possibilita a visualização dos conceitos algébricos por meio da relação com a geometria. O estudo seguiu uma abordagem quantitativa, utilizando um desenho de estudo de caso. Foram realizadas três etapas: pré-teste, aplicação dos planos de aula com o uso dos recursos visuais e pós-teste. Para a análise estatística, foi utilizado o teste de Mann-Whitney. Os resultados obtidos não mostraram diferenças significativas entre os grupos, mas revelaram uma tendência de melhora nos resultados do grupo que utilizou os recursos visuais. As análises indicam a necessidade de realizar novas pesquisas, com uma amostra maior de estudantes, a fim de investigar mais profundamente o impacto do uso de recursos visuais no ensino de álgebra. Em suma, este estudo contribui para a discussão sobre o ensino de álgebra e destaca a relevância dos recursos visuais como uma estratégia potencialmente eficaz para promover o aprendizado significativo de matemática.

Palavras-chave: Ensino de Álgebra. Recurso Didático Visual. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The teaching of algebra in elementary school has often been based on memorization and repetition, resulting in a lack of connection to other content and everyday situations. This disconnected approach contributes to the difficulties students face at this stage of schooling. In this context, recent studies in neuroscience have highlighted the importance of visualization in learning mathematics. Based on this, this paper aims to investigate the influence of the use of visual aids in the teaching of algebra in elementary school. The study was carried out with two eighth grade classes in a public state school in the city of São Leopoldo/RS. Two eighth grade classes were used; one of them studied the algebraic content without the use of visual aids, while the other class used an adaptation of the ALGEPLAN material, which allows the visualization of algebraic concepts through the relationship with geometry. The study followed a quantitative approach, using a case study design. Three phases were carried out: pre-test, application of the lesson plans with the use of visual resources, and post-test. The Mann-Whitney test was used for statistical analysis. The results obtained did not show significant differences between the groups, but showed a tendency to improve the results of the group that used visual aids. These results indicate the need to conduct further research with a larger sample of students to further investigate the impact of using visual aids in the teaching of algebra. In conclusion, this study contributes to the discussion of algebra instruction and highlights the importance of visuals as a potentially effective strategy for promoting meaningful mathematics learning.

Keywords: Algebra Teaching. Visual Teaching Aid.. Elementary Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1 - Representação das peças que compõem o material ALGEPLAN 17
Ilustração 2 - Adaptação do material ALGEPLAN 18
Ilustração 3 - Exemplo de perímetro algébrico utilizando o recurso concreto 19
Ilustração 4 - Exemplo de resolução um produto notável usando a adaptação do ALGEPLAN 20
Ilustração 5 - Exemplo visual do produto notável o quadrado da diferença de dois termos $(x – y)^2 = x^2 – 2xy + y^2$ 21
Ilustração 6 - Gráfico boxplot indicando os acertos nos pré e no pós-teste por grupos 28

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 11
1.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE ÁLGEBRA 11
1.2 NEUROCIÊNCIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 13
1.3 RECURSO DIDÁTICO VISUAL E CONCRETO PARA O ESTUDO DA ÁLGEBRA 16
2 OBJETIVO GERAL 23
2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 23
3 METODOLOGIA 24
3.1 LOCAL DE EXECUÇÃO DO PROJETO 24
3.2 SELEÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DA AMOSTRA 24
3.3 ETAPAS DO TRABALHO 24
3.4 ASPECTOS ÉTICOS 25
3.5 ANÁLISE ESTATÍSTICA 25
3.6 ARTIGO 26
4 RESULTADOS 27
4.1 ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS 27
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 30
6 CONCLUSÃO 32
7 PERSPECTIVAS 33
REFERÊNCIAS 35
APÊNDICE A – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE 38
APÊNDICE B – PLANO DE AULAS VISUAL 41
APÊNDICE C – LISTAS DE EXERCÍCIOS DO GRUPO VISUAL 50
APÊNDICE D – PLANO DE AULAS TRADICIONAL 55
APÊNDICE E – LISTAS DE EXERCÍCIOS DO GRUPO TRADICIONAL 62
APÊNDICE F – CARTA DE ACEITE 67
APÊNDICE G – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO 68
APÊNDICE H – ARTIGO ACEITO PELA REVISTA ACADÊMICA LICENCIA&ACTURAS 69

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE ÁLGEBRA

Em outubro de 2022, mais de 336 mil estudantes da rede pública do Estado do Rio Grande do Sul foram avaliados pelo Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do RS (SAERS) com relação aos conhecimentos em língua portuguesa e matemática. Os resultados indicaram que apenas 13% dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental alcançaram desempenho adequado ou avançado em matemática. Além disso, 87% dos alunos avaliados apresentaram desempenho abaixo do básico ou básico em matemática (Costa, 2023). Estes dados indicam que os estudantes gaúchos estão concluindo o Ensino Fundamental com lacunas evidentes em relação aos conhecimentos matemáticos, que se encontram abaixo do que é considerado adequado para que estes cidadãos tenham oportunidades de ingresso no nível superior de ensino ou possam disputar melhores vagas de trabalho.

A falta de interesse e a desmotivação dos jovens para estudar matemática podem ter interferido neste resultado. As aulas de matemática, em muitas escolas, continuam seguindo o padrão tradicional de transmissão de conteúdos de maneira descontextualizada, sem relação com a realidade dos estudantes e sem significados para eles. A busca por aulas de matemática mais significativas para os alunos pode proporcionar maior interesse e engajamento pelo estudo, o que pode refletir em melhores resultados em avaliações como o SAERS.

Para promover uma aprendizagem significativa, segundo Ausubel (1963), um novo conhecimento precisa ser assimilado por meio de relações com conhecimentos antigos, já aprendidos pelos alunos e presentes na sua estrutura cognitiva. Desse modo, o aprendizado se dá a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes, aos quais são integrados novos conhecimentos e informações. Neste processo, novos significados são incrementados aos saberes preexistentes, formando um conhecimento mais abrangente. Segundo Pinheiro, Araújo e Alves (2021, p. 51):

> a aprendizagem, do ponto de vista da Teoria da Aprendizagem Significativa, é constante; um novo conceito compreendido e assimilado pelo sujeito, torna-se,

> juntamente com outros anteriormente apreendidos, referência para a aprendizagem de novos significados.

De acordo com Ausubel (1963), para que ocorra a aprendizagem significativa é necessário que o estudante esteja disposto a aprender, que o material utilizado seja potencialmente significativo e que existam conceitos preexistentes em sua estrutura cognitiva. Portanto, utilizar um material concreto, que possibilita a atribuição de significados aos conceitos algébricos de modo relacionado com conhecimentos prévios de geometria, pode ser uma maneira de alcançar a aprendizagem significativa de álgebra. Segundo Silva (2020, p. 9), o material potencialmente significativo "deve apresentar significado lógico, coerente, plausível, suscetível de ser logicamente relacionável com qualquer estrutura cognitiva apropriada". Então, um material potencialmente significativo precisa estabelecer relações com os conhecimentos prévios dos estudantes. Além disso, o material em si não é significativo, apenas potencialmente significativo, pois o significado está no aluno. É ele quem poderá – ou não – atribuir significação ao estudo utilizando o material, o que depende da existência prévia de estruturas cognitivas (Moreira, 2012).

Vasconcellos (1992) faz críticas à metodologia expositiva de ensino, pois através dela os estudantes não aprendem, não dialogam e não interagem significativamente com o objeto de conhecimento. Em contrapartida, o autor defende que seja utilizada uma metodologia dialética em sala de aula. Uma das fases dessa metodologia é a mobilização para o conhecimento, na qual o professor orienta atividades pelas quais os estudantes se motivem ao estudo e, ao mesmo tempo, façam relações com seus saberes e experiências prévios (Vasconcellos, 1992). Dessa forma, o papel do professor é facilitar as relações dos estudantes com os objetos de estudo e problematizar as situações, mediando o processo de aprendizagem.

> O conhecimento novo se constrói a partir do antigo. O educador tem uma tarefa muito exigente: estabelecer a dialética entre a continuidade e ruptura em relação aos educandos. Se fica só na continuidade, não ajuda a crescer; se vai apenas pela ruptura, pode avançar sozinho. Deve partir de onde o educando se encontra (senso comum, visão fragmentada, parcial, sincrética) e, através de sua mediação, propiciar a análise e síntese do educando, de forma a que chegue ao conhecimento mais elaborado (Vasconcellos, 1992, p. 13).

No oitavo ano, o ensino da álgebra (que abrange expressões algébricas, produtos notáveis e fatoração) pode ser visto como um conhecimento sem sentido e desconectado da realidade. A álgebra escolar tem sido ensinada de maneira isolada, sem que se estabeleça conexões com outros conceitos matemáticos ou com a vida dos alunos. Os livros didáticos costumam apresentar atividades repetitivas e desvinculadas da vida real. Essa abordagem mecânica e descontextualizada impede que os alunos criem relações com outros conceitos matemáticos e percebam a aplicação prática da álgebra. Essas dificuldades na álgebra podem comprometer a aprendizagem de conhecimentos matemáticos futuros e gerar desinteresse pelo assunto.

É necessário enriquecer o ensino da álgebra com significado para que os alunos compreendam sua relevância além do cálculo com letras e, assim, reconheçam sua presença em problemas do cotidiano. De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009 apud Pereira, 2017), muitas dificuldades dos alunos na resolução de equações decorrem de erros cometidos no trabalho com expressões algébricas. Isto acontece devido à falta de compreensão do significado dessas expressões ou das condições de equivalência envolvidas. Nesse sentido, Pereira (2017) enfatiza a importância de tornar as atividades em sala de aula mais atraentes e significativas para os estudantes, de modo que eles possam se apropriar do conhecimento e compreender o processo.

1.2 NEUROCIÊNCIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Desde a última década do século XX, considerada a década do cérebro, muitos estudos a respeito do funcionamento e da anatomia cerebral trouxeram avanços no entendimento deste órgão e tornaram possível o início da compreensão dos mecanismos de aprendizagem e memória (Ansari; Coch; De Smedt, 2011; Bear; Connors; Paradiso, 2008; Boaler *et al*., 2016; Dehaene, 1997; Gazzaniga; Ivry; Mangun, 2006; Herculano-Houzel, 2002; Lent, 2001; Rodrigues; Ciasca, 2010). No entanto, por serem estudos de linguagem teórica científica e/ou pouco traduzidos para a língua portuguesa, tornam-se inacessíveis para a maioria dos professores brasileiros. Estes poderiam se beneficiar do uso dos conhecimentos na qualificação de seu trabalho na sala de aula, proporcionar aprendizagens de matemática mais significativas e refletir sobre como o cérebro de seus alunos processa o pensamento matemático, o que pode contribuir para um melhor aprendizado.

Algumas pesquisas, como as de Jo Boaler (2020), afirmam que várias das regiões e áreas funcionais do cérebro que são ativadas durante o processamento de declarações matemáticas estão fortemente envolvidas na atenção visual, no processamento visual, na recordação e na memória de trabalho. Segundo Boaler, Munson e Williams (2020, p. 9), mesmo simples cálculos aritméticos envolvem diversas áreas cerebrais como: a rede pré-frontal (na memória de trabalho e no controle executivo), o córtex pré-frontal ventrolateral e a ínsula anterior (no controle de atenção e na detecção de saliência), o lobo temporal medial/hipocampo e o lobo temporal anterior (no sistema de memória episódica e semântica). Além destas áreas destacadas, o processo também envolve áreas visuais como: o sulco intraparietal/lóbulo parietal superior (no processamento de informações sobre quantidades em formatos visuoespaciais) e o córtex occipital ventral temporal (no processamento de informações sobre números como símbolos visuais).

Trabalhos envolvendo o estudo de álgebra e o funcionamento cerebral tornaram-se possíveis nas últimas décadas devido aos avanços das técnicas de imageamento cerebral. Lee *et al*. (2010) usaram imagens de ressonância magnética funcional (IRMf) para comparar padrões cerebrais enquanto pessoas resolviam questões algébricas simples apresentando soluções numéricas a partir de modelos esquemáticos ou representações álgebras simbólicas. Os resultados obtidos sugerem que as soluções geradas a partir de representações simbólicas exigem mais recursos gerais de processamento cognitivo e numérico do que os processos que envolvem representações de modelos esquemáticos.

O estudo realizado por Thomas *et al*. (2010) analisou a atividade cerebral, usando IRMf, durante a transformação de funções de sua forma algébrica para a forma gráfica. Assim, fica evidente a relevância do foco dos professores nas propriedades das funções e a importância de integrar o conhecimento gráfico e algébrico das funções. As implicações desse estudo para a prática educacional incluem a necessidade de um ensino mais integrado e dinâmico, que permita aos alunos visualizarem e compreenderem melhor os conceitos matemáticos.

Outro estudo importante é o de Bornemann *et al*. (2010), que investigou o desempenho em geometria e em álgebra de estudantes considerados com altas habilidades em matemática em comparação com estudantes com desempenho dentro do padrão. Os resultados indicam que estudantes com altas habilidades utilizam processos de resolução mais eficientes pois designam uma quantidade maior de recursos cognitivos. Portanto, ao relacionar novos conceitos com conceitos já aprendidos anteriormente, o aprendizado será mais significativo e eficiente. As conexões cerebrais estabelecidas durante o novo aprendizado basear-se-ão em rotas cerebrais já existentes, utilizando uma quantidade maior de recursos cognitivos.

De Smedt e Verschaffel (2010) afirmam que relacionar a neurociência cognitiva com a educação matemática pode permitir compreender como ocorre e como podemos qualificar o aprendizado de matemática. No entanto, os autores alertam que os estudos que relacionam as neurociências com a educação matemática geralmente têm deixado de considerar o contexto educacional em que os alunos se encontram, o que pode causar interferências nos resultados, uma vez que o contexto pode influenciar na atividade cerebral e no desempenho matemático.

Na perspectiva educacional, o estudo das regiões cerebrais de processamento visual pode contribuir para a compreensão do funcionamento do encéfalo no aprendizado de matemática. Já se sabe que os processos de atenção são predominantemente visuais e que isto potencialmente ativa as regiões do cérebro envolvidas no pensamento matemático. Desta forma, um problema matemático pode ser melhor compreendido pelo estudante se for baseado em representações visuais. Embora existam cada vez mais pesquisas confiáveis a respeito da neurociência cognitiva da aprendizagem, também há muito material divulgado pelas mídias com simplificações ou interpretações equivocadas. Isto permite que mitos com relação às neurociências (os chamados neuromitos) perpetuem-se (Geake, 2008; Lilienfeld; Ammirati; David, 2012; Pasquinelli, 2012; Waterhouse, 2006).

A utilização de representações visuais na aprendizagem matemática pode ajudar os alunos a entender conceitos matemáticos abstratos e a resolver problemas mais facilmente. São exemplos: gráficos, diagramas e outras representações visuais que podem contribuir para a compreensão dos alunos acerca de conceitos matemáticos como geometria, álgebra e estatística (Boaler, 2018; Boaler; Munson; Williams, 2020; Boaler *et al*., 2016).

1.3 RECURSO DIDÁTICO VISUAL E CONCRETO PARA O ESTUDO DA ÁLGEBRA

A álgebra é um ramo da matemática cuja compreensão pelos alunos é difícil, especialmente nos primeiros contatos com conceitos algébricos. A abstração necessária é uma novidade. Quando os alunos não são incentivados a relacionar este novo conhecimento com outro já existente, ou quando não veem a utilização da álgebra em situações reais, o estudo se torna ainda mais difícil. Segundo Ausubel (1973 apud Silva; Schirlo, 2014, p. 41), para o aprendizado de novos conceitos, os professores devem identificar um conceito que já esteja presente na estrutura cognitiva do estudante para, a partir dele, desenvolver o novo conhecimento:

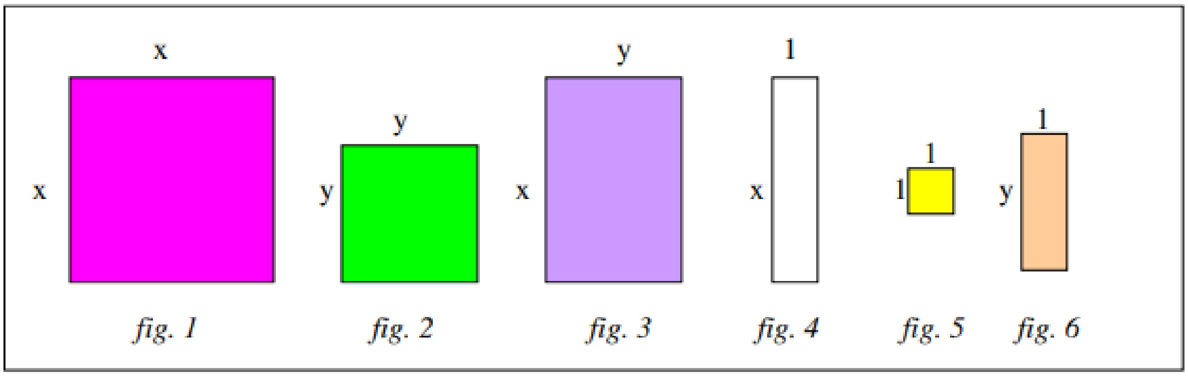
> Nesse caso, o professor pode ressaltar relações entre os conteúdos novos e os conteúdos velhos, oferecendo uma visão geral do material em um nível mais elevado de abstração (Ausubel, 1973 apud Silva; Schirlo, 2014, p. 41).

Quando os professores planejam aulas, buscam melhores formas de ensinar álgebra, de forma que seja significativo aos alunos e que promova um aprendizado real, não apenas uma memorização de procedimentos. Devido a isso, conhecer possibilidades de ensino de álgebra que possam facilitar a atribuição de significados pelos estudantes pode contribuir para um melhor aprendizado deste conhecimento. O ALGEPLAN é um recurso didático concreto que já é utilizado por alguns professores para o ensino de álgebra (Pasquetti, 2008). No entanto, ainda é pouco conhecido e possibilidades de uso ainda são pouco aprofundadas. Este material consiste em seis peças, sendo elas:

a) três quadrados de lados x, y e 1. Desse modo, eles têm áreas x^2, y^2 e 1, respectivamente. Na Ilustração 1, podem ser visualizados nas cores rosa, verde e amarelo;
b) três retângulos, um de lado x e y, outro de lado x e 1 e o último de lado y e 1. Sendo assim, possuem áreas xy, x e y, respectivamente. Na Ilustração 1, podem ser conferidos nas cores lilás, branco e bege.

   Todas estas peças representam apenas valores positivos.

Ilustração 1 - Representação das peças que compõem o material ALGEPLAN

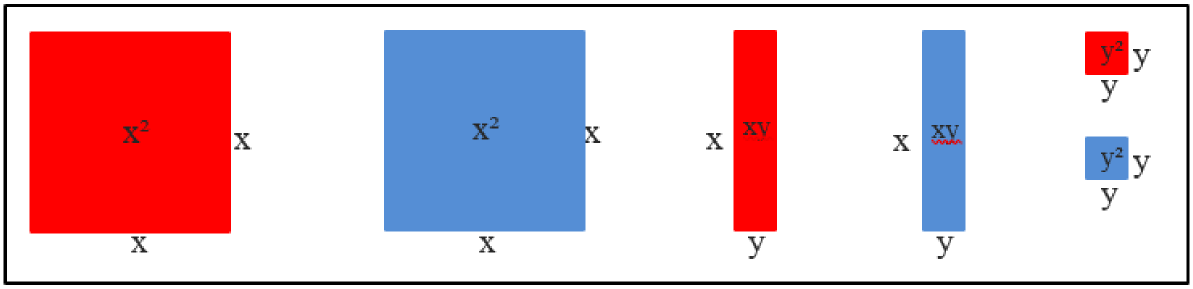


Fonte: Pasquetti (2008, p. 26).

Utilizando o material ALGEPLAN é possível visualizar, através da área de quadrados e de retângulos, vários conceitos algébricos. Como exemplo, é possível demonstrar a subtração dos polinômios: $(2x^2 + 3xy + 4) - (x^2 + 2xy + 1)$. Para isso, separam-se as peças da seguinte maneira: 2 peças de área x^2 (quadrado rosa), 3 peças de área xy (retângulo lilás) e 4 peças de área 1 (quadrado amarelo). Em seguida, retiram-se dessas peças separadas uma peça x^2 (quadrado rosa), duas peças xy (retângulo lilás) e uma peça de área 1 (quadrado amarelo). Assim, verifica-se que restaram: um quadrado rosa (x^2), um retângulo lilás (xy) e três quadrados amarelos (1), o que pode ser representado pelo polinômio $x^2 + xy + 3$, que é o resultado da subtração dos polinômios $(2x^2 + 3xy + 4) - (x^2 + 2xy + 1)$.

Existe uma adaptação deste material, conforme indicado na Ilustração 2, na qual são utilizados apenas quatro quadrados e dois retângulos com cores diferentes para representar números positivos e números negativos. Geralmente, utiliza-se a cor azul para representar peças com valores positivos e a vermelha para representar os negativos. Devido a isso, geralmente é chamado de Material Azul e Vermelho. Este material possibilita o estudo de álgebra a partir da área de quadrados e de retângulos, atribuindo um significado visual e geométrico a este conteúdo. Embora se saiba que não existe área negativa, sua consideração é importante para o estudo de situações que envolvem valores negativos.

Ilustração 2 - Adaptação do material ALGEPLAN

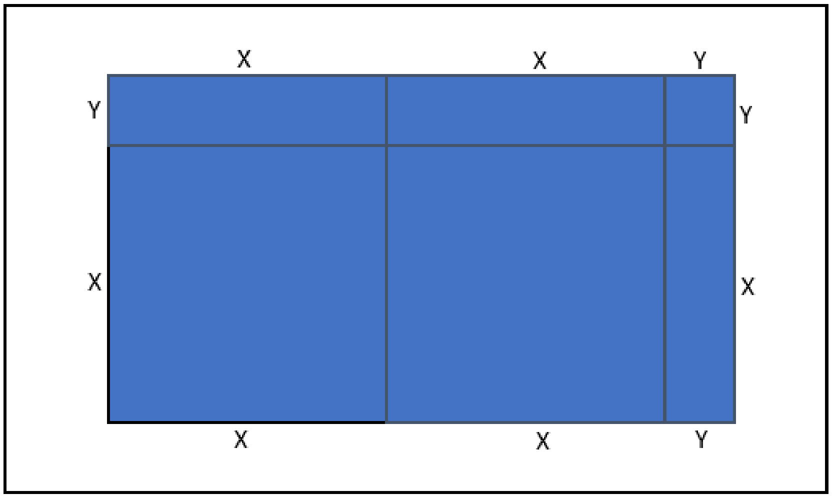


Fonte: elaborado pelos autores (2023).

Nesta adaptação, considera-se uma medida maior como medida x e uma menor como medida y. No quadrado em que os lados medem x, a área é dada pela expressão x^2 (“x” vezes “x” é igual a “x^2”). O mesmo ocorre com o quadrado de lado medindo y, em que a área é y^2. No reconhecimento das peças já é possível estudar com os alunos os conceitos de dimensão e área de quadrados e retângulos. Além disso, é possível relacionar a leitura da potenciação de expoente 2 com a área do quadrado formado pelo lado com medida igual à base da potência (x^2, lê-se x elevado ao quadrado, pois a representação geométrica é a de um quadrado cujo lado tem medida x). Além dos dois quadrados x^2 e y^2, há um retângulo de lados medindo x e y e área xy (“x” vezes “y” é igual a “xy”). Estas três peças de cor azul representam valores positivos, enquanto as mesmas peças de cor vermelha representam valores negativos.

Utilizando este recurso concreto, é possível ensinar e aprender diversos saberes matemáticos, especialmente os algébricos. Pode-se utilizar apenas as peças azuis para determinar o perímetro de retângulos. Como exemplo, pedir aos alunos que formem um retângulo utilizando dois quadrados de área x^2, três retângulos de área xy e um quadrado de área y^2. Em seguida, observando a figura formada, pedir que determinem o perímetro algébrico (soma de todos os lados da figura), conforme a Ilustração 3.

Ilustração 3 - Exemplo de perímetro algébrico utilizando o recurso concreto

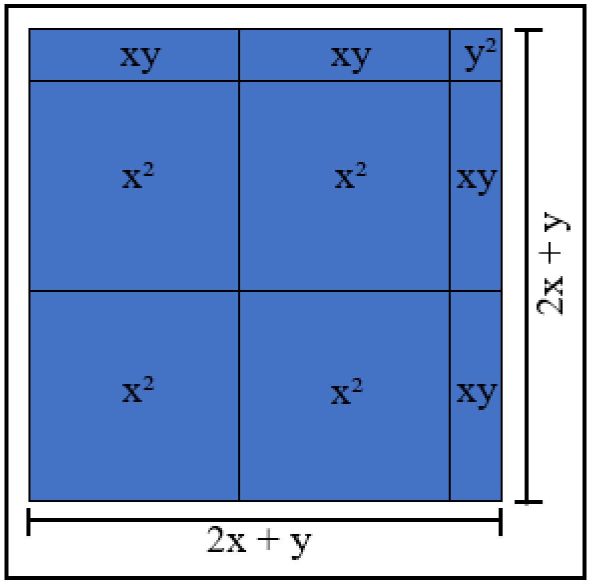


Fonte: elaborado pelos autores (2023).

Através dessa representação é possível verificar que foi construído um retângulo de dimensões (2x + y) e (x + y). Para calcular o perímetro é necessário somar algebricamente todos os lados desta figura: (2x + y) + (x + y) + (2x + y) + (x + y). Verifica-se, então, que a soma é 6x + 4y. Neste exemplo, ao mesmo tempo em que se estuda soma de polinômios, relembra-se (ou aprende-se) sobre perímetro.

Outra possibilidade de utilização do Material Azul e Vermelho é no cálculo de produtos notáveis, de forma prática e visual. Por exemplo, para determinar o quadrado da soma de 2x com y (ou seja, $(2x + y)^2$), o professor pode solicitar que os alunos montem um quadrado com lados medindo 2x + y. Os estudantes devem observar que para fazer esta figura foi necessário utilizar quatro quadrados de área x^2, quatro retângulos de área xy e um quadrado de área y^2. Portanto, a área total da figura é $4x^2 + 4xy + y^2$ (Ilustração 4).

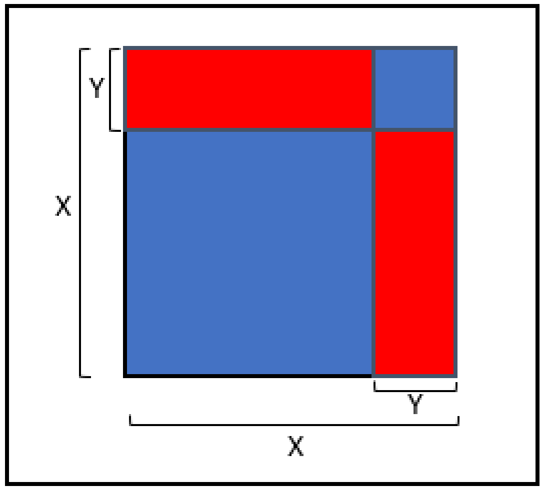
Ilustração 4 - Exemplo de resolução um produto notável usando a adaptação do ALGEPLAN



Fonte: elaborado pelos autores (2023). Nota: Pode-se perceber que o lado desse quadrado mede $2x + y$ e que ele é formado por quatro quadrados de área x^2, quatro retângulos de área xy e por um quadrado de área y^2. Isso demonstra visualmente que $(2x + y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$.

A utilização das peças vermelhas pode facilitar a compreensão do quadrado da diferença, por exemplo. Ao solicitar que os alunos construam um quadrado de lados medindo $x - y$, eles devem perceber que é preciso subtrair y de x, então, sobrepor um retângulo vermelho em cada lado do quadrado azul x^2. No entanto, os estudantes também podem notar que os retângulos vermelhos ficarão sobrepostos um ao outro e que não é possível subtrair duas vezes da mesma parte do quadrado x^2. Para isso, será necessário acrescentar um quadrado azul y^2 entre os retângulos vermelhos. Dessa forma, por um caminho concreto e visual, os estudantes aprendem que $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$, pois utilizaram um quadrado azul x^2, dois retângulos vermelhos xy e um quadrado azul y^2 (Ilustração 5).

Ilustração 5 - Exemplo visual do produto notável o quadrado da diferença de dois termos $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$



Fonte: elaborado pelos autores (2023).

As situações citadas anteriormente são alguns exemplos de utilização do Material Azul e Vermelho, porém, existem diversas outras possibilidades de relacionar conceitos algébricos com representações visuais e concretas com este recurso didático. Cabe enfatizar que é necessário que os professores orientem os estudantes a registrar as situações em seu caderno (expressões algébricas, operações, produtos notáveis, entre outros) para, gradualmente, fazer a transição de situações concretas para situações puramente abstratas, uma vez que a abstração é necessária e fundamental na matemática e, em especial, na álgebra. De acordo com Rosa Neto (1992, p. 45), “a aprendizagem deve processar-se do concreto para o abstrato. Toda atividade feita com material pode ser repetida, de diversas formas graficamente. É o primeiro processo de abstração”.

Partindo da premissa de que o estabelecimento de relações é fundamental para o processo de aprendizagem, a pergunta norteadora desta pesquisa é: a utilização de recursos visuais contribui com o aprendizado de álgebra em turmas de oitavo ano do Ensino Fundamental? A hipótese é de que a utilização de atividades visuais, que relacionam o estudo de álgebra com conhecimentos prévios de geometria, pode promover um aprendizado mais significativo de álgebra. Vasconcellos (1992, p. 3) respalda essa intenção ao destacar que "conhecer é estabelecer relações", assim, quanto mais amplas e complexas forem essas relações, maior será o nível de conhecimento alcançado pelo indivíduo.

2 OBJETIVO GERAL

Investigar a influência da utilização de recursos visuais para o estudo de álgebra no oitavo ano do Ensino Fundamental, a partir de um olhar neurocientífico para a aprendizagem de matemática.

2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

a) elaborar dois planos de aula, com duração de duas semanas, para o ensino de conceitos iniciais de álgebra para turmas de oitavo ano do Ensino Fundamental: um plano utilizando recursos visuais, relacionando a álgebra com a geometria, e outro plano sem utilizar recursos visuais;
b) aplicar cada plano em uma turma diferente de oitavo ano de uma escola pública no município de São Leopoldo;
c) comparar os resultados obtidos nos pré e pós-testes, avaliando se a utilização de recursos visuais contribui para uma aprendizagem mais significativa da álgebra do oitavo ano.

3 METODOLOGIA

Este trabalho apresenta um estudo de caso de abordagem quantitativa no qual, segundo Sampieri et al. (2013, p. 30), “o pesquisador formula um problema de estudo delimitado e concreto. Suas perguntas de pesquisa versam sobre questões específicas”. É um estudo exploratório, pois o tema de estudo foi pouco abordado em pesquisas anteriores (Sampieri, 2013, p. 101). O desenho é experimental pois, de acordo com Creswell (2009 apud Sampieri, 2013, p. 141), o “pesquisador cria uma situação para tentar explicar como ela afeta aqueles que participam dela em comparação com aqueles que não participam”. O levantamento de dados se deu através da aplicação de pré-teste e pós-teste sobre o conteúdo de álgebra em estudo.

3.1 LOCAL DE EXECUÇÃO DO PROJETO

Este trabalho foi realizado em duas turmas de oitavo ano, que possuíam dois diferentes professores titulares de matemática, na Escola Estadual de Ensino Médio Profª Helena Câmara, localizada no município de São Leopoldo/RS, entre os meses de julho e agosto de 2022.

3.2 SELEÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DA AMOSTRA

Foram avaliados um total de 32 alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, sendo 18 da turma chamada Grupo Tradicional e 14 da turma Grupo Visual.

3.3 ETAPAS DO TRABALHO

O presente estudo foi conduzido em três fases: pré-teste, implementação dos planos de aula e pós-teste, aplicados pelos professores responsáveis pelas suas respectivas turmas.

Primeiramente, os alunos de ambas turmas realizaram um pré-teste (Apêndice A) para avaliar seus conhecimentos prévios sobre o conteúdo de álgebra.

Na segunda fase, uma das turmas participou de atividades que exploraram conceitos visuais de álgebra, estabelecendo conexões com a geometria, por meio do uso do material Azul e Vermelho (uma adaptação do ALGEPLAN, Apêndices B e C). Essa turma foi denominada Grupo Visual. A outra turma, chamada de Grupo Tradicional, participou apenas de atividades sem representações geométricas a respeito dos mesmos temas (Apêndices D e E). A segunda fase teve duração de duas semanas, correspondendo a 10 períodos de aulas de matemática.

A terceira fase consistiu na realização do pós-teste (Apêndice A), com o objetivo de avaliar os impactos do uso de atividades visuais no estudo da álgebra.

Ao final dessas fases, os planos e materiais utilizados pelo Grupo Visual foram compartilhados com o professor do Grupo Tradicional para que pudessem ser implementados também com sua turma.

3.4 ASPECTOS ÉTICOS

O projeto foi aprovado pela Comissão de Pesquisa de Ciências Básicas da Saúde da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), em 6 de abril de 2022, sob o número 42022. Para a realização deste trabalho, a instituição de ensino formalizou concordância em participar por meio de uma carta de aceite (Apêndice F). Além disso, foi disponibilizado aos participantes o termo de assentimento (Apêndice G), uma vez que se trata de um procedimento experimental com humanos.

3.5 ANÁLISE ESTATÍSTICA

A análise estatística aplicada nos dados do pré-teste e do pós-teste foi o teste de Mann-Whitney (*Wilcoxon rank-sum test*). Foi utilizado o software R (R CORE TEAM, 2022) para realizar a análise dos dados e o pacote ggplot2 para geração dos gráficos.

3.6 ARTIGO

Os resultados desta dissertação geraram um artigo científico intitulado “Atividades visuais no ensino de álgebra no ensino fundamental: um olhar neurocientífico para a aprendizagem de matemática”, que foi aceito para publicação na Revista Acadêmica Licencia&acturas, nível B1 no quadriênio 2017/2020 do Qualis Capes, e encontra-se no Apêndice H.

4 RESULTADOS

4.1 ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS

O estudo contou com a participação de um total de 32 estudantes, sendo 18 alunos da turma chamada de Grupo Tradicional, a qual contou com atividades sem o uso de recursos visuais, e 14 alunos da turma denominada Grupo Visual, que realizou atividades com o emprego de recursos visuais. A média de idade dos alunos em ambas as turmas foi de 14 anos, conforme demonstrado na tabela 1.

Tabela 1 – Perfil dos estudantes que participaram da pesquisa

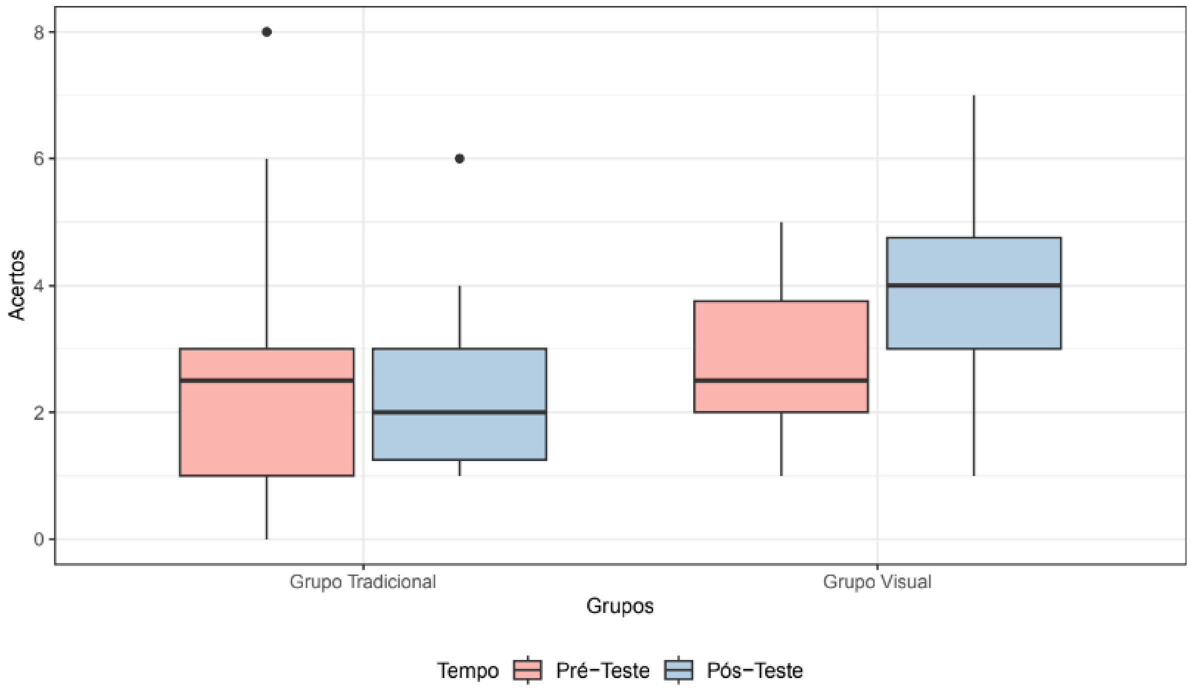
Grupo	Sexo		Idade (Média ± Desvio Padrão)
	Feminino (%)	Masculino (%)	
Tradicional (n = 18)	9 (50%)	9 (50%)	14,56 ± 0,96
Visual (n = 14)	3 (21,4%)	11 (78,6%)	14,07 ± 0,80
Total (n = 32)	**12 (37,5%)**	**20 (62,5%)**	**14,31 ± 0,88**

Fonte: elaborado pelos autores (2023).

Com base no gráfico boxplot por grupos (Ilustração 6), em que a cor rosa representa os acertos no pré-teste e a cor azul indica os acertos no pós-teste, podemos observar que, de forma geral, ambas as turmas apresentaram um baixo número de acertos no pré-teste. O Grupo Tradicional teve uma média de 2,67 questões corretas, enquanto a média do Grupo Visual foi de 2,71. Assim, antes das intervenções em sala de aula, o Grupo Visual já obteve um resultado ligeiramente melhor do que o Grupo Tradicional.

No pós-teste, observamos que o Grupo Tradicional apresentou uma redução na média, atingindo 2,5 questões corretas (uma diminuição de 6,37%). Por outro lado, o Grupo Visual alcançou uma média de 3,71 questões corretas, um aumento de 36,9%. Portanto, apesar da variação ser pequena, é possível notar que o Grupo Visual manifestou um aumento na média de acertos, o que não foi observado no Grupo Tradicional. Além disso, podemos observar na Ilustração 6 que a mediana do pós-teste do Grupo Visual ficou muito acima da mediana do pré-teste do mesmo grupo, o que não ocorre no Grupo Tradicional.

Ilustração 6 - Gráfico boxplot indicando os acertos nos pré e no pós-teste por grupos



Fonte: elaborado pelos autores (2023).

Dado que a amostra não apresenta distribuição normal, foi realizado o teste de Mann-Whitney (*Wilcoxon rank-sum test*), um teste não paramétrico apropriado para comparar se duas amostras independentes foram extraídas da mesma população. Ao aplicá-lo, foi observada uma diferença significativa na mediana de acertos no pós-teste entre o Grupo Tradicional e o Grupo Visual ($p < 0,05$). Por outro lado, não foram encontradas evidências para afirmar que os acertos no pré-teste ($p > 0,05$) e as diferenças nos acertos ($p > 0,05$) foram distintos entre os dois grupos.

O p-valor adotado no teste estatístico foi de 0,05. O resultado encontrado para as diferenças dos acertos entre os grupos foi de 0,13, que é um resultado próximo ao p-valor considerado. Portanto, considerando que este estudo foi realizado com 32 estudantes, podemos dizer que o resultado foi significativo devido ao p-valor muito próximo ao esperado.

Observou-se uma tendência de melhoria nos acertos do Grupo Visual. Portanto, podemos afirmar que relacionar conhecimentos prévios de geometria com os conteúdos de álgebra proporcionou um aprendizado mais significativo, confirmando a nossa hipótese. Ainda, algumas variáveis poderiam influenciar os resultados de forma mais significativa, o que poderia levar a uma melhora mais acentuada nos resultados de desempenho no pós-teste. Essas variáveis incluem: uma intervenção mais prolongada nas turmas, um maior número de estudantes envolvidos, a presença do mesmo professor em ambas as turmas e o momento em que as aulas ocorrem (este estudo se deu durante o retorno às aulas pós-pandemia).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de recursos visuais e conhecimentos da geometria para visualizar conceitos abstratos de matemática desempenha um papel fundamental no aprendizado dos estudantes, pois ajuda a atribuir significado a conteúdos que podem parecer desconexos da realidade. De acordo com Boaler (2018, p. 56), quando não incentivamos os alunos a pensarem visualmente, perdemos uma oportunidade valiosa de ampliar sua compreensão. Embora o teste estatístico utilizado neste estudo não tenha apontado diferenças significativas entre o Grupo Tradicional e o Grupo Visual, o resultado encontrado ficou muito próximo ao valor esperado. Desse modo, podemos considerar que há diferença significativa entre os acertos obtidos no grupo que relacionou o estudo de álgebra com conceitos visuais de geometria. Portanto, a investigação sobre o uso de recursos visuais pode contribuir para a melhoria da educação matemática, conscientizando os professores sobre a importância dessas estratégias no ensino e aprendizado da álgebra.

A inclusão da álgebra como uma matéria nos primeiros anos do Ensino Fundamental na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) só ocorreu a partir de 2017. As diretrizes sugerem que conceitos iniciais de álgebra podem ser introduzidos desde o início do Ensino Fundamental, enfocando a identificação de padrões, a formulação de generalizações e algumas propriedades de igualdade. De modo geral, a BNCC busca superar a segmentação do conhecimento por disciplinas, promovendo sua aplicação no mundo real, conferindo significado ao aprendizado e incentivando a participação ativa dos alunos em suas jornadas de aprendizado (Brasil, 2017). Portanto, a BNCC enfatiza a importância da integração entre disciplinas, a contextualização do conhecimento, o ensino visando à formação completa dos alunos e a autonomia do estudante no que se refere ao seu processo de aprendizado.

É importante ressaltar que o contexto em que o estudo foi realizado pode ter influenciado os resultados. A pesquisa foi conduzida em uma escola pública de um bairro periférico do município de São Leopoldo no ano de 2022, logo após os alunos terem retornado às aulas presenciais em período integral após dois anos de impacto da pandemia de Covid-19. Durante esse período, os estudantes enfrentaram desafios significativos no aprendizado, com aulas em formato híbrido e falta de acesso consistente ao ensino remoto. Esses fatores podem ter contribuído para lacunas nos conhecimentos prévios dos alunos, especialmente em relação a conteúdos fundamentais para este estudo (como números inteiros, área e perímetro de figuras planas). Cabe informar que outras duas escolas convidadas a participar da pesquisa, uma pública e uma particular, optaram por não participar, citando as dificuldades enfrentadas devido à pandemia.

Após a conclusão da intervenção, o professor responsável pela aplicação das atividades do Grupo Visual expressou sua satisfação em utilizar o material e manifestou o desejo de mantê-lo em uso com futuras turmas. Essa atitude demonstra o reconhecimento do valor dos recursos visuais no processo de ensino e a sua intenção de utilizá-los como uma ferramenta pedagógica eficaz no contexto da matemática. A receptividade positiva do professor reforça a importância de investir em abordagens que envolvam recursos visuais no ensino dessa disciplina, buscando proporcionar uma experiência de aprendizado mais significativa e estimulante para os estudantes.

Cabe ressaltar que o Grupo Visual apresentou uma melhora de 43,27% em relação ao Grupo Tradicional nos resultados do pós-teste, quando comparados ao pré-teste. Essa diferença sugere um potencial promissor na utilização de recursos visuais para o ensino de matemática. No entanto, é necessário realizar mais estudos com amostras maiores e intervenções em sala de aula mais prolongadas, em um período mais distante das vivências da pandemia, para confirmar esses resultados.

Dessa forma, a utilização de recursos visuais no ensino de matemática tem o potencial de melhorar a compreensão dos alunos, atribuindo significado aos conceitos abstratos. Apesar das limitações deste estudo, incluindo o contexto pós-pandemia e as lacunas de aprendizado dos alunos, é importante continuar investigando o papel dos recursos visuais na educação matemática, buscando formas de aprimorar o ensino e aprendizado desse componente fundamental.

6 CONCLUSÃO

Com base nos resultados e nas reflexões apresentadas neste estudo, podemos concluir que a visualização de conceitos abstratos de matemática, por meio do uso de recursos visuais e da integração com a geometria, desempenha um papel relevante no processo de aprendizado de álgebra. A utilização de recursos visuais proporcionou aos estudantes a oportunidade de atribuir significado aos conteúdos algébricos, tornando-os mais concretos e conectados com a realidade. Isso pode ter contribuído para um aprendizado mais significativo e uma compreensão mais profunda dos conceitos abordados. Portanto, a integração dos conhecimentos das neurociências com o ensino e a aprendizagem de matemática pode ser uma estratégia importante para a melhoria da educação matemática. No entanto, é importante considerar que o contexto específico em que o estudo foi realizado – o período de retorno às aulas presenciais pós-pandemia e as lacunas de aprendizado dos alunos – pode ter influenciado os resultados.

Em suma, este estudo ressalta a importância de explorar abordagens que envolvam recursos visuais e a conexão com a geometria no ensino da álgebra. Embora ainda sejam necessárias pesquisas adicionais, os resultados indicam que essa abordagem pode contribuir para um aprendizado mais significativo e despertar o interesse dos estudantes, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. Essas descobertas fornecem subsídios valiosos para aprimorar as práticas pedagógicas e estimular o desenvolvimento de estratégias que tornem o ensino da matemática mais envolvente e eficaz.

7 PERSPECTIVAS

A seguir são apresentadas perspectivas de estudos que podem surgir a partir deste trabalho:

a) estudo longitudinal: realizar um estudo longitudinal que acompanhe os alunos ao longo de um período mais extenso, envolvendo múltiplos anos letivos, para investigar os efeitos do uso de recursos visuais no aprendizado da matemática a longo prazo. Isso permitiria uma análise mais abrangente e a identificação de possíveis mudanças de desempenho ao longo do tempo;
b) intervenção mais prolongada: ampliar a duração da intervenção com o grupo visual, proporcionando um período mais prolongado de exposição aos recursos visuais e explorando diferentes estratégias de ensino que envolvam a visualização de conceitos matemáticos. Isso permitiria avaliar se um tempo maior de imersão nesse tipo de abordagem resultaria em ganhos mais significativos no aprendizado;
c) variação de conteúdos e níveis de ensino: explorar o uso de recursos visuais em diferentes conteúdos e níveis de ensino da matemática. Dessa forma, investigar se a visualização de conceitos abstratos é benéfica para outros tópicos além da álgebra e se os efeitos variam de acordo com a complexidade dos conteúdos e a faixa etária dos alunos;
d) comparação com outros métodos: realizar estudos comparativos entre o uso de recursos visuais e outros métodos de ensino, como abordagens tradicionais ou o uso de tecnologias digitais. Isso permitiria avaliar quais abordagens são mais eficazes em diferentes contextos e identificar as vantagens específicas do uso de recursos visuais;
e) formação de professores: investigar a formação de professores em relação ao uso de recursos visuais no ensino da matemática. A partir disso, desenvolver programas de capacitação e oferecer suporte aos professores para que possam integrar efetivamente essas estratégias em sua prática pedagógica;
f) impacto no engajamento e na motivação dos alunos: explorar o impacto do uso de recursos visuais no engajamento e na motivação dos alunos em relação ao estudo da matemática. Investigar se essa abordagem pode despertar maior interesse

pelos conteúdos matemáticos e influenciar positivamente a atitude dos alunos em relação à disciplina.

Essas são apenas algumas perspectivas para trabalhos futuros nesse campo. À medida que a pesquisa avança, novas questões e abordagens podem surgir, contribuindo para o melhor entendimento sobre o uso de recursos visuais no ensino e aprendizado da matemática.

REFERÊNCIAS

ANSARI, Daniel; COCH, Donna; DE SMEDT, Bert. Connecting Education and Cognitive Neuroscience: Where will the journey take us?. **Educational philosophy and theory**, v. 43, n. 1, p. 37-42, 2011. Disponível em: https://doi.org/10.1111/j.1469-5812.2010.00705.x. Acesso em: 5 set. 2023.

AUSUBEL, David Paul. **The Psychology of meaningful verbal learning**. New York: Grune and Stratton, 1963.

BEAR, Mark F.; CONNORS, Barry W.; PARADISO, Michael A. **Neurociências:** desvendando o sistema nervoso. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

BOALER, Jo. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOALER, Jo; MUNSON, Jen; WILLIAMS, Cathy. **Mentalidades matemáticas na sala de aula**: ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2020.

BOALER, Jo *et al*. Seeing as understanding: The importance of visual mathematics for our brain and learning. **Journal of Applied & Computational Mathematics**, v. 5, n. 5, p. 1-6, 2016. Disponível em: https://doi.org/10.4172/2168-9679.1000325. Acesso em: 5 set. 2023.

BORNEMANN, Boris *et al*. Mathematical cognition: individual differences in resource allocation. **ZDM Mathematics Education**, v. 42, p. 555-567, 2010. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s11858-010-0253-x. Acesso em: 5 set. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/CNE. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 5 set. 2023.

COSTA, Diego da. **Governo divulga resultados do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de 2022**. Secretaria de Educação, Porto Alegre, 13 abr. 2023. Disponível em: https://educacao.rs.gov.br/governo-divulga-resultados-do-sistema-de-avaliacao-do-rendimento-escolar-de-2022. Acesso em: 8 jun. 2023.

DE SMEDT, Bert; VERSCHAFFEL, Lieven. Traveling down the road: from cognitive neuroscience to mathematics education… and back. **ZDM Mathematics Education**, v. 42, p. 649-654, 2010. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s11858-010-0282-5. Acesso em: 5 set. 2023.

DEHAENE, Stanislas. **The number sense**: how the mind creates mathematics. New York: Oxford University Press, 1997.

GAZZANIGA, Michael S.; IVRY, Richard B.; MANGUN, George Ronald. **Neurociência Cognitiva:** a biologia da mente. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

GEAKE, John. Neuromythologies in education. **Educational research**, v. 50, n. 2, p. 123-133, 2008. Disponível em: https://doi.org/10.1080/00131880802082518. Acesso em: 5 set. 2023.

HERCULANO-HOUZEL, Suzana. Do you know your brain? A survey on public neuroscience literacy at the closing of the decade of the brain. **The Neuroscientist**, v. 8, n. 2, p. 98-110, 2002. Disponível em: https://doi.org/10.1177/107385840200800206. Acesso em: 5 set. 2023.

LEE, Kerry *et al*. Computing solutions to algebraic problems using a symbolic versus a schematic strategy. **ZDM Mathematics Education**, v. 42, 2010, p. 591-605. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s11858-010-0265-6. Acesso em: 5 set. 2023.

LENT, Roberto. **Cem bilhões de neurônios?** Conceitos fundamentais da Neurociência. São Paulo: Atheneu, 2001.

LILIENFELD, Scott O.; AMMIRATI, Rachel; DAVID, Michal. Distinguishing science from pseudoscience in school psychology: Science and scientific thinking as safeguards against human error. **Journal of School Psychology**, v. 50, n. 1, p. 7-36, 2012. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.jsp.2011.09.006. Acesso em: 5 set. 2023.

MOREIRA, Marco Antonio. ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? **Revista Qurriculum**, v. 1, n. 25, p. 29 - 56, 2012. Disponível em: http://riull.ull.es/xmlui/handle/915/10652. Acesso em: 5 set. 2023.

PASQUETTI, Camila. **Proposta de aprendizagem de polinômios através de materiais concretos**. 2008. 48f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Departamento de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Erechim, 2008. Disponível em: https://www.uricer.edu.br/cursos/arq_trabalhos_usuario/845.pdf. Acesso em: 5 set. 2023.

PASQUINELLI, Elena. Neuromyths: Why do they exist and persist?. **Mind, Brain, and Education,** v. 6, n. 2, p. 89-96, 2012. Disponível em: https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2012.01141.x. Acesso em: 5 set. 2023.

PEREIRA, Celia Alves. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, v. 8, n.

17, e5047, 2017. Disponível em: http://dx.doi.org/10.3895/recit.v8i17.5047. Acesso em: 11 jan. 2022.

PINHEIRO, José M. L.; ARAUJO, Juscimar da S.; ALVES, Giovana. A Teoria da Aprendizagem Significativa: uma Abordagem na Educação Matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática,** v. 14, n. 1, p. 50-60, 2021. Disponível em: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2021v14n1p50-60. Acesso em: 5 set. 2023.

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2022. Disponível em: https://www.R-project.org/. Acesso em: 6 set. 2023.

RODRIGUES, Sônia das Dores; CIASCA, Sylvia Maria. Aspectos da relação cérebro-cooportamento: histórico e considerações neuropsicológicas. **Revista Psicopedagogia**, v. 27, n. 82, p. 117-126, 2010. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?pid=S0103-84862010000100012&script=sci_arttext. Acesso em: 5 set. 2023.

ROSA NETO, Ernesto. **Didática da matemática**. 4. ed. São Paulo: Ática, 1992.

SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernández; LUCIO, Pilar Baptista. **Metodologia de pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SILVA, João Batista da. A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel: uma análise das condições necessárias. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 4, 2020. Disponível em: http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i4.2803. Acesso em: 5 set. 2023.

SILVA, Sani de Carvalho Rutz; SCHIRLO, Ana Cristina. Teoria da aprendizagem significativa de Ausubel: reflexões para o ensino de Ciências frente às novas realidades da sociedade. **Imagens da Educação**, v. 4, n. 1, p. 36-42, 2014. Disponível em: https://doi.org/10.4025/imagenseduc.v4i1.22694. Acesso em: 5 set. 2023.

THOMAS, Michael O. J. *et al*. Evidence from cognitive neuroscience for the role of graphical and algebraic representations in understanding function. **ZDM Mathematics Education,** v. 42, p. 607-619, 2010. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s11858-010-0272-7. Acesso em: 5 set. 2023.

VASCONCELLOS, Celso dos S. Metodologia dialética em sala de aula. **Revista de Educação AEC**, v. 21, n. 83, p. 28-55, 1992.

WATERHOUSE, Lynn. Inadequate evidence for multiple intelligences, Mozart effect, and emotional intelligence theories. **Educational psychologist**, v. 41, n. 4, p. 247-255, 2006. Disponível em: https://doi.org/10.1207/s15326985ep4104_5. Acesso em: 5 set. 2023.

APÊNDICE A – PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

PPgECi PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS | UFRGS	**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE** Estudante: ____ Idade: ____________ Turma: ________ Data: ____/____/_____

Esse é um instrumento investigativo que, no ambiente escolar, pretende colaborar para uma pesquisa de mestrado acadêmico. **<u>Sua identidade não será revelada.</u>** Sua participação é muito importante. Obrigada por colaborar!

➢ *<u>"Todas as informações contidas neste questionário serão mantidas no mais absoluto sigilo e serão usadas apenas para fins estatísticos".</u>*

Responda as questões a seguir, assinalando a alternativa correta:

1) Em certa loja um livro custa x reais e um caderno custa y reais. Qual é a expressão algébrica que representa o valor total pago por Caio ao comprar 5 livros e 8 cadernos iguais a esse nessa loja?

a) 13xy

b) 3xy

c) 5x + 8y

d) 5x – 8y

e) (5 + 8)(x + y)

2) Luíza tinha x reais. Foi a uma loja de esportes e comprou 2 pares de tênis. Cada par custou y reais. Qual expressão algébrica pode representar a quantia que sobrou para Luíza, depois de comprar os pares de tênis?

a) x + 2y

b) x – 2y

c) 2xy

d) $2 - xy$

e) $xy - 2$

3) Qual é a forma mais simples de escrita da expressão algébrica a seguir?

$$10bc - 12bc + 7bc - 3bc$$

a) $32bc$

b) $17bc - 15\ bc$

c) $26bc$

d) bc

e) $2bc$

4) Marque a alternativa que indica o polinômio que representa a expressão algébrica abaixo:

$$(8x^2 + 10xy - y^2) + (-3x^2 + 4xy - y^2)$$

a) $5x^2 + 14xy - 2y^2$

b) $17x^2xyy^2$

c) $11x^2 + 14xy + 2y^2$

d) $5x^2 + 14xy$

e) $11x^2 + 14xy - 2y^2$

5) Marque a alternativa que indica o polinômio que representa a expressão algébrica abaixo:

$$(15a^2 - 7a + 4b) - (-\ 8a + 3b - 9a^2)$$

a) $7a^2 - 4ab - 5ba^2$

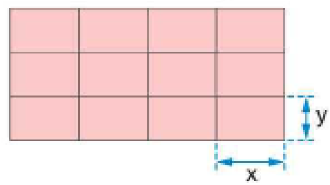
b) $24a^2 + a + b$

c) $23a^2 - 10ab + 13ba^2$

d) $6a^2 - 15a + 7b$

e) $6a^2 + a + 7b$

6) A área de um retângulo pode ser calculada fazendo COMPRIMENTO X LARGURA. Qual é a expressão algébrica que você pode escrever para representar a área da figura a seguir?



a) xy

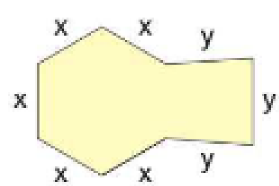
b) 12

c) $12x^2y^2$

d) 12xy

e) 7xy

7) Suponha que um terreno tenha a forma da figura mostrada abaixo e suas medidas sejam representadas, em unidades de comprimento, pelas letras x e y. Qual é a expressão algébrica que representa o perímetro desse terreno?



a) 8(x + y)

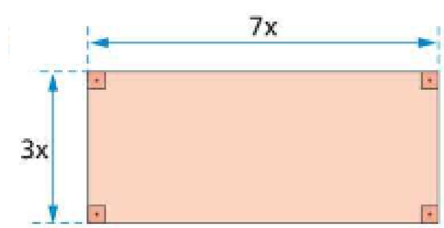
b) 8xy

c) 5x + 3y

d) $5x^2 + 3y^2$

e) 3xy + 2x

8) Qual das expressões abaixo corresponde ao perímetro da figura abaixo, em sua forma mais simplificada?



a) $21x^2$

b) $20x^2$

c) 10x

d) $10x^2$

e) 20x

APÊNDICE B – PLANO DE AULAS VISUAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Plano de aulas 2 – Visual

1° período (50 min): realização do pré-teste

2° período (50 min): Introdução a expressão algébrica

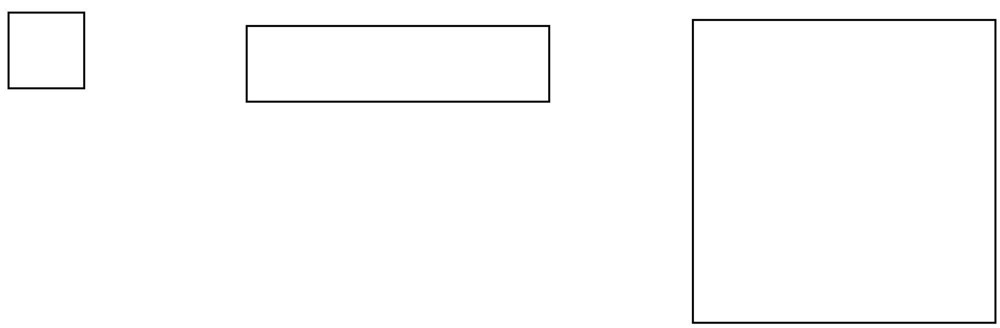
Objetivos:

- Reconhecimento do material Algeplan;
- Representar números por meio de letras;
- Reconhecer uma expressão numérica e uma expressão algébrica.

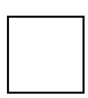
Registrar na lousa:

Reconhecimento das peças do material Algeplan simplificado.

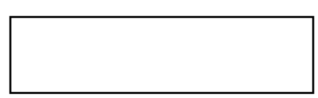
- dizer que cada medida de lado se chama x ou y



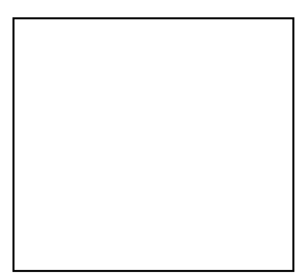
- determinar o perímetro de cada figura (soma da medida de todos os lados):



P = y + y + y + y
P = 4y

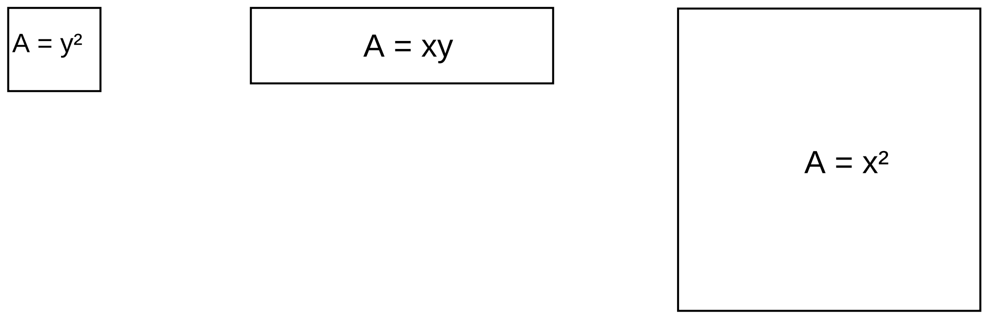


P = x + y + x + y
P = 2x + 2y

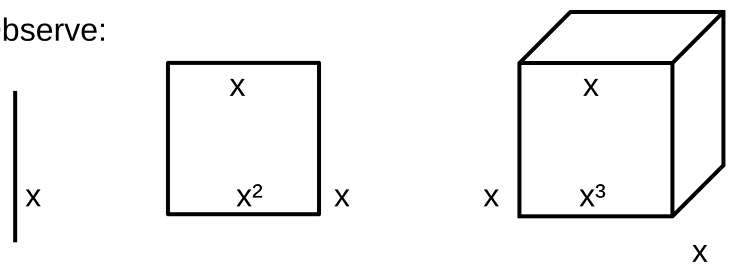


P = x + x + x + x
P = 4x

- determinar a área de cada figura



Observe:



$$\mathbf{x \neq x^2 \neq x^3}$$

- conversar sobre quais peças são semelhantes e quais não são

Pedir para cada aluno pegar 3 quadrados grandes azuis e escrever a área deles: $3x^2$

Pegar 4 retângulos azuis xy e dizer a área total: $4xy$

Pegar 3 quadrados grandes azuis e 4 retângulos azuis xy e dizer a área total: $3x^2 + 4xy$

Registrar no quadro:

Uma expressão matemática que apresenta números e letras, ou somente letras, é denominada <u>expressão algébrica</u>. As letras, que normalmente representam números reais, são chamadas <u>variáveis</u>.

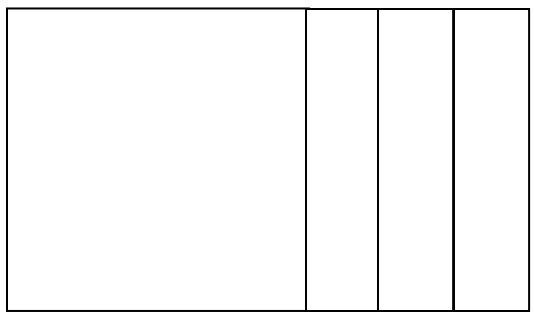
Há dois tipos de expressões matemáticas:

Expressões numéricas (apresentam apenas números)	**Expressões algébricas (apresentam letras e números, ou apenas letras)**
$7 - 1 + 4$	**$x + y - z$**
$2 \cdot 5 - 3$	**$2x - 4a + 1$**
$8^2 - 1 + 4$	**$3x^2 + 4xy$**

Exercícios:

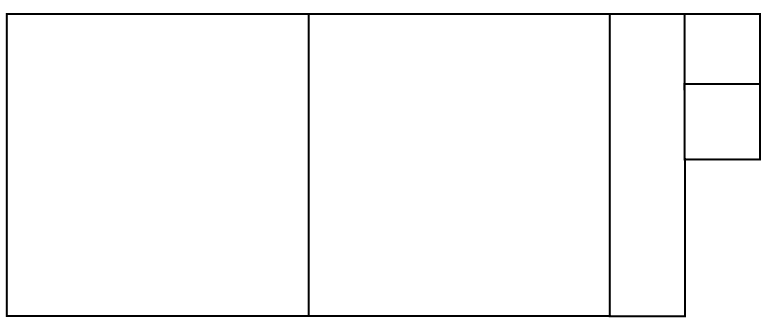
1) Usando as áreas das peças do material Algeplan, escreva uma expressão que represente a área total das figuras abaixo:

a)



$x^2 + 3xy$

b)



$2x^2 + xy + 2y^2$

2) Qual expressão algébrica poderia ser utilizada para responder à questão a seguir: Quantos dias há em um período de x semanas mais 20 dias? $7x + 20$

3° período (50 min): Valor numérico

Objetivo:

- Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica quando se atribuem valores às variáveis.

Valor numérico de uma expressão algébrica

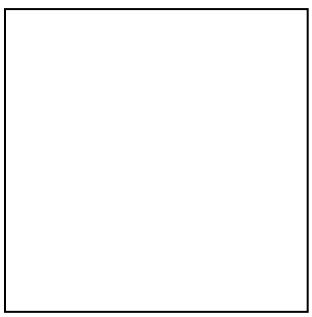
Se dissermos que cada lado que chamamos de x, mede 10 cm e que cada lado que chamamos de y mede 2 cm, poderíamos substituir as incógnitas pelo seu respectivo valor e calcular os perímetros e as áreas. Por exemplo:

$x = 10$ e $y = 2$

O perímetro desse retângulo é $P = x + y + x + y = 2x + 2y$

Então, $P = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 2 = 24$ cm

A área é $A = xy = 10 \cdot 2 = 20$ cm²



O perímetro desse quadrado é $P = x + x + x + x = 4x$

Então, $P = 4 \cdot x = 4 \cdot 10 = 40$ cm

A área é $A = x^2 = 10^2 = 100$ cm²

Quando substituímos as variáveis de uma expressão algébrica por números e efetuamos os cálculos indicados, obtemos o valor numérico da expressão algébrica dada para esses números.

➔ Convém utilizar parênteses quando substituímos letras por **números negativos**.

Exemplo:

Qual é o valor numérico da expressão $2x + 3y$ quando $x = 5$ e $y = -4$?

$2x + 3y =$

$2 \cdot 5 + 3 \cdot (-4) =$ ← substituímos as letras pelos números dados

$10 + (-12) =$

$10 - 12 =$

$\mathbf{-2}$ ← valor numérico procurado

4° período (50 min): Introdução à álgebra e valor numérico - exercícios

Objetivos:

- Representar sentenças usando a linguagem matemática;
- Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica quando se atribuem valores às variáveis.

Lista de exercícios n° 1 - tradução de sentença para linguagem matemática e valor numérico.

5° período (50 min): Monômios – Introdução

Objetivo:

- Conceituar um monômio e identificar coeficiente, valor numérico, grau de monômio e monômios semelhantes.

Registrar na lousa:

Monômios

Monômios são expressões algébricas que possuem multiplicações entre números e incógnitas (letras que representam algum número desconhecido).

Em geral, podemos identificar duas partes nos monômios: o coeficiente e a parte literal. O coeficiente corresponde à parte numérica, e a parte literal corresponde às variáveis, incluindo seus expoentes.

Exemplos:

Monômio	coeficiente	parte literal
$7x$	**7**	**x**
$-5a^2b$	**-5**	**a^2b**
$-xyz$	**-1**	**xyz**

Exercícios:

1) Identifique o coeficiente e a parte literal dos monômios:

a) $-3a^2b$

b) $3abc$

c) $-x^2y$

d) $\frac{1}{3}x$

➔ Monômios com a mesma parte literal são chamados monômios semelhantes.

Exemplos:

- **$5m$** e **$-7m$** são termos semelhantes
- **$2xy^3$** e **$9y^3x$** são termos semelhantes (não importa a ordem dos fatores literais)

Exercício:

Observe os monômios e ligue os que são semelhantes:

$350a^2b^3$	$- a^2b^3$
$7ad^3bc$	$2abcd^3$
$- 2x^3$	$4{,}5x^3$

Grau de um monômio: É a soma dos expoentes de todas as variáveis.

Exemplos:

$- 5xy^3$ → grau 4

$+abc$ → grau 3

$1{,}3a^3b^2$ → grau 5

6° período (50 min): Polinômios – Introdução

Objetivo:

- Reconhecer um polinômio e escrevê-lo na sua forma reduzida, somando os termos semelhantes.

Registrar na lousa:

Polinômios

Polinômio é um monômio ou uma soma finita de monômios. O termo do polinômio que não apresenta variáveis (letras) é chamado de termo independente.

Exemplos:

$4xy^2 + 3x + 6$ tem três termos e o termo independente é 6

$3x^2y + x^2 + 7x – 10$ tem quatro termos e o termo independente é – 10.

$2xy$ → monômio

$3x + 4y$ → binômio

$7x^2 + 8y^3 + 10$ → trinômio

ab – 5c + 7ª + 6b → polinômio

Pegar 3 quadradinhos pequenos, 2 retângulos e 1 quadrado grande, todos azuis. Registrar essa situação: $3y^2 + 2xy + 1x^2$ e reservar as peças.

Pegar 2 quadradinhos pequenos, 3 retângulos e 2 quadrados grandes. Registrar: $2y^2 + 3xy + 2x^2$.

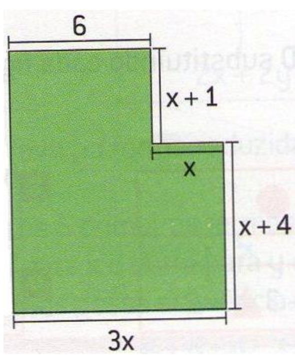
Juntar os dois conjuntos de peças, unindo as peças semelhantes:

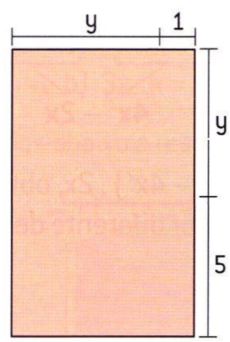
$3y^2 + 2xy + 1x^2 + 2y^2 + 3xy + 2x^2 = 5y^2 + 5xy + 3x^2$

Discutir com os alunos sobre como são os termos semelhantes que a gente pode juntar na forma escrita.

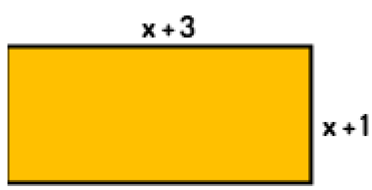
Exercícios:

a) Determine o perímetro das figuras a seguir:





b) Escreva uma expressão algébrica simplificada que representa o perímetro do retângulo abaixo:



7° e 8° períodos (100 min): Polinômios – Adição e Subtração

Objetivo:

- Somar e subtrair polinômios, reduzindo os termos semelhantes.

Lista de exercícios n° 2 - adição e de subtração de polinômios.

9° período (50 min): Polinômios – Multiplicação

Objetivo:

- Efetuar a multiplicação de um monômio por um monômio.

Registrar na lousa:

Multiplicação de monômios

Usando as peças do material Algeplan, monte um retângulo com largura **x** e comprimento **x + y**. Determine a área total deste retângulo.

→ Para montar a figura, foi usado um quadrado x^2 e um retângulo xy. Portanto, a área dessa figura é $\mathbf{x^2 + xy}$.

Agora, monte um retângulo com **2 x** de largura e **2 y** de comprimento. Determine a área total desse retângulo.

→ Para montar esta figura, você utilizou 4 retângulos xy. Então, a área total é de **4xy**.

Observe numericamente:

1° exemplo: $x \cdot (x + y) = x^2 + xy$

2° exemplo: $2x \cdot 2y = 4xy$

A multiplicação de monômios é efetuada multiplicando-se coeficiente por coeficiente e parte literal por parte literal.

Exemplos:

$3x \,.\, 4xy = (3 \,.\, 4).(x \,.\, x \,.\, y) = 12x^2y$

$(-7ab) \cdot (-4a^2xy) = + 28a^3bxy$

Exercícios:

1) Calcule:
   a) $2xy \cdot 3xy =$
   b) $4ab^3 \cdot (-5a^2b) =$

c) $2xy^5 \cdot (-4xy) \cdot x^3y^6 =$

10° período (50 min): Polinômios – Multiplicação

Objetivo:

- Efetuar a multiplicação de um monômio por um monômio.

Lista de exercícios n° 3 – multiplicação de monômios.

11° período (50 min): realização do pós-teste

APÊNDICE C – LISTAS DE EXERCÍCIOS DO GRUPO VISUAL

PPgECi PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS | UFRGS	**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE** Estudante: ____ Idade: ____________ Turma: ________ Data: ____/____/_______

Lista de exercícios 1 – Tradução de sentença para a linguagem matemática e valor numérico

1) Represente as situações abaixo utilizando expressões algébricas:

a) O dobro de um número real adicionado ao dobro de outro número real.

b) A soma dos quadrados de dois números reais quaisquer.

c) A soma do quadrado com o triplo de um número real qualquer.

d) Uma caneta custa x reais e uma lapiseira custa y reais. Como podemos representar algebricamente o custo de duas lapiseiras e 5 canetas? E a diferença entre o preço de uma caneta e duas lapiseiras?

e) Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Chamando de x o número de dias que a bicicleta permanece alugada e de y o valor total do aluguel, é correto afirmar que $y = 30 + 20x$?

f) Marília tinha x reais. Foi a uma livraria e comprou 3 livros. Cada livro custou y reais. Qual a expressão algébrica que representa a quantia que restou para Marília depois de pagar os livros?

2) Utilize as peças do material ALGEPLAN para montar figuras com as seguintes áreas. Faça o desenho das representações. Depois, considere $x = 10$ e $y = 2$ para determinar o valor numérico das expressões:

a) $2x^2+xy$ b) $3xy+4y^2$ c) x^2+4y^2

3) Utilize as peças do material ALGEPLAN para montar figuras com os seguintes perímetros. Faça o desenho das representações. Depois, considere x = 10 e y = 2 para determinar o valor numérico das expressões:

a) 4x+2y b) 2(x+y)+2(x+y) c) 2(2x+y)+2y

Resolva os problemas a seguir, utilizando seu conhecimento de valor numérico das expressões algébricas:

4) O número de palavras conhecidas por uma criança, dos 20 aos 50 meses, depende de sua idade. Uma fórmula que descreve esse fato é $n = 60a - 900$**,** em que **n** é o número de palavras e **a** é a idade da criança em meses.

a) Quantas palavras uma criança de 25 meses possui em seu vocabulário?

b) Quantos meses deve ter uma criança que conhece 1500 palavras?

5) A temperatura **T** na qual a água ferve depende da altura **A** acima do nível do mar. A altitude (em metros) e a temperatura (em graus Celsius) são relacionadas pela expressão:

$$A = 1000.(100 - T) + 580.(100 - T)^2$$

a) Em que altitude o ponto de ebulição é 99,5 ºC?

b) E para T = 100 ºC?

6) Um fabricante gasta x reais para produzir uma bicicleta. Ele vende para um lojista por 200 reais a mais do que gasta na produção. O lojista vende a bicicleta pelo dobro do preço que pagou por ela, ou seja, a fórmula que dá o preço de venda da bicicleta na loja é ***v = 2(x + 200)*****,** onde v é o valor de venda e x é o valor da produção. Por quanto é vendida essa bicicleta na loja se o custo de produção foi de 500 reais?

7) Uma caixa-d’água tem capacidade para mil litros. Quando ela está com 200 litros uma torneira dispara despejando 25 litros de água por minuto para enchê-la. A fórmula matemática que relaciona a quantidade de água na caixa com o tempo é **y = 25x +**

200. Sendo y os litros de água e x o tempo em minutos. Quanto tempo leva para essa caixa ficar totalmente cheia?

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Estudante: ____

Idade: _____________ Turma: ________ Data: ____/____/_______

Lista de exercícios 2 – Adição e subtração de polinômios

1) Utilize as peças do material ALGEPLAN para montar figuras com as seguintes medidas de lados. Faça o desenho das representações. Depois, determine o perímetro das figuras construídas, utilizando expressões algébricas:

a) Comprimento: 2x+3y Largura: x b) Comprimento: x+2y Largura: 2y

2) Reduza os polinômios a seguir o máximo possível, somando os termos semelhantes:

a) $4x^2-7yx+9xy+8x^2=$

b) $2x+2x^2+2x^3+5x-2x^2+10x^3=$

c) $\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}y-\frac{2}{3}x+8y=$

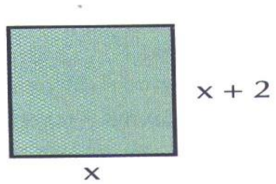
d) $(9x-4xy)+(7x+8xy)=$

e) $(6ab-5b)-(-3ab+9b)=$

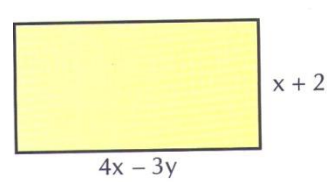
f) $\left(\frac{2}{3}a-5\right)-\left(\frac{6}{5}-7a\right)=$

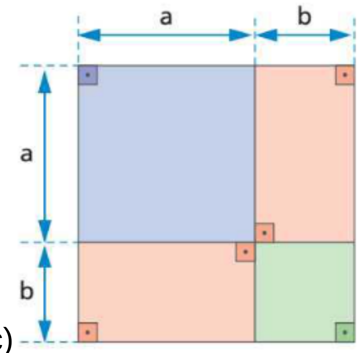
3) Determine o perímetro (soma das medidas de todos os lados) das figuras abaixo:

a)



b)



c) 

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

PPgECi — PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS | UFRGS

Estudante: ____

Idade: _____________ Turma: ________ Data: ____/____/_______

Lista de exercícios 3 – Multiplicação de monômios

1) Utilize as peças do material ALGEPLAN para montar figuras com as seguintes medidas de lados. Faça o desenho das representações. Depois, determine a área das figuras construídas, utilizando expressões algébricas:

a) Comprimento: $2x+3y$ Largura: x

b) Comprimento: $x+2y$ Largura: $2y$

2) Multiplique os monômios a seguir:

a) $5x^2 \cdot 6x^3 =$

b) $3x^2 \cdot 4x \cdot 3 =$

c) $(-2y^5) \cdot (-7y) =$

d) $(+3x^2) \cdot (5y) \cdot (-xy^2) =$

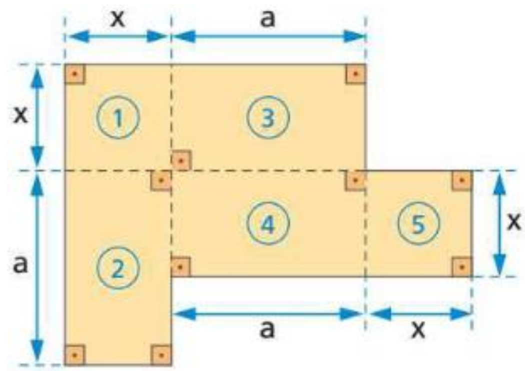
e) $(-am) \cdot (am^2) \cdot (3m) =$

f) $(-x^3) \cdot (2ax^2) \cdot (3a^3) \cdot 4 =$

g) $\left(\frac{1}{2}x\right) \cdot \left(\frac{3}{5}x^3\right) =$

h) $\left(+\frac{3}{7}ax^2\right) \cdot \left(-\frac{7}{2}abx\right)$

3) Escreva o polinômio reduzido que representa a área da figura a seguir:


x
a
x
a
1
3
4
5
2
x
a
x

APÊNDICE D – PLANO DE AULAS TRADICIONAL

PPgECi – PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS | UFRGS	**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE** **Plano de aulas 1 – Tradicional**

1° período (50 min): realização do pré-teste

2° período (50 min): Introdução a expressão algébrica

Objetivos:

- Representar números por meio de letras;
- Reconhecer uma expressão numérica e uma expressão algébrica.

Registrar na lousa:

Para fazer um frete, Gerson cobra uma taxa fixa de R$ 40,00 e mais R$ 1,50 por quilômetro rodado. Qual é a expressão que representa o valor que ele cobra para fazer um frete num percurso (ida e volta) de x quilômetros?

Deixar os alunos pensarem por alguns minutos.

Registrar na lousa:

Como cada quilômetro rodado custa R$ 1,50, então para x quilômetros o custo é 1,50x reais. Logo, o preço P do frete é dado por:

$P = 40 + 1{,}50x$

Uma expressão matemática que apresenta números e letras, ou somente letras, é denominada <u>expressão algébrica</u>. As letras, que normalmente representam números reais, são chamadas <u>variáveis</u>.

Há dois tipos de expressões matemáticas:

Expressões numéricas (apresentam apenas números)	Expressões algébricas (apresentam letras e números, ou apenas letras)
$7 - 1 + 4$	$x + y - z$
$2 \cdot 5 - 3$	$2x - 4a + 1$
$8^2 - 1 + 4$	$3x^2 - 5x + 9$

Exercícios:

3) Usando duas letras (por exemplo, x e y), escreva uma expressão que represente:

a) O dobro de um número adicionado ao dobro de outro número. $2x + 2y$

b) A diferença dos quadrados de dois números quaisquer. $x^2 - y^2$

4) Qual expressão algébrica poderia ser utilizada para responder à questão a seguir:

Quantos dias há em um período de x semanas mais 20 dias? $7x + 20$

3° período (50 min): Valor numérico

Objetivo:

- Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica quando se atribuem valores às variáveis.

Registrar na lousa:

Valor numérico de uma expressão algébrica

Ângela, Sandra e Solange vão sempre juntas ao cinema. Supondo que cada entrada para o cinema custe x reais, a expressão algébrica que representa o gasto delas com as entradas é 3x.

Supondo que, no domingo, cada entrada custe 18 reais, elas deverão pagar 54 reais pelas três entradas:

$$3x = 3 \cdot 18 = 54$$

Dizemos que 54 é o valor numérico da expressão algébrica 3x para x = 18.

Supondo que, na quarta-feira, cada entrada custe 15 reais, elas deverão pagar pelas três entradas 45 reais:

$$3x = 3 \cdot 15 = 45$$

Dizemos que 45 é o valor numérico da expressão algébrica 3x para x = 15.

Quando substituímos as variáveis de uma expressão algébrica por números e efetuamos os cálculos indicados, obtemos o valor numérico da expressão algébrica dada para esses números.

➔ Convém utilizar parênteses quando substituímos letras por **números negativos**.

Exemplo:

Qual é o valor numérico da expressão $2x + 3y$ quando $x = 5$ e $y = -4$?

$2x + 3y =$

$2 \cdot 5 + 3 \cdot (-4) =$ ← substituímos as letras pelos números dados

$10 + (-12) =$

$10 - 12 =$

– 2 ← valor numérico procurado

Exercícios:

1) As fábricas de calçados utilizam a fórmula matemática $S = \frac{5p+28}{4}$ para determinar a numeração dos calçados, na qual S é o número do sapato e p é o comprimento do pé, em centímetros. Qual é o número do sapato de uma pessoa cujo pé tem 24 centímetros de comprimento?

2) Calcule o valor da expressão $2x^2 - x + 3$ quando x é igual a 2.

3) Determine o valor numérico da expressão $\frac{t+2p+3b}{6}$, para t = 8, p = 5 e b = 6.

4° período (50 min): Introdução à álgebra e valor numérico - exercícios

Objetivos:

- Representar sentenças usando a linguagem matemática;
- Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica quando se atribuem valores às variáveis.

Lista de exercícios n° 1 - tradução de sentença para linguagem matemática e valor numérico.

5° período (50 min): Monômios – Introdução

Objetivo:

- Conceituar um monômio e identificar coeficiente, valor numérico, grau de monômio e monômios semelhantes.

Registrar na lousa:

Monômios

Monômios são expressões algébricas que possuem multiplicações entre números e incógnitas (letras que representam algum número desconhecido).

Em geral, podemos identificar duas partes nos monômios: o coeficiente e a parte literal. O coeficiente corresponde à parte numérica, e a parte literal corresponde às variáveis, incluindo seus expoentes.

Exemplos:

Monômio	coeficiente	parte literal
$7x$	**7**	**x**
$-5a^2b$	**-5**	**a^2b**
$-xyz$	**-1**	**xyz**

Exercícios:

2) Identifique o coeficiente e a parte literal dos monômios:

a) $-3a^2b$

b) $3abc$

c) $-x^2y$

d) $\frac{1}{3}x$

➔ Monômios com a mesma parte literal são chamados monômios semelhantes.

Exemplos:

- **$5m$** e **$-7m$** são termos semelhantes
- **$2xy^3$** e **$9y^3x$** são termos semelhantes (não importa a ordem dos fatores literais)

Exercícios:

1) Observe os monômios e ligue os que são semelhantes:

$350a^2b^3$	$-a^2b^3$
$7ad^3bc$	$2abcd^3$
$-2x^3$	$4{,}5x^3$

Grau de um monômio: É a soma dos expoentes de todas as variáveis.

Exemplos:

$-5xy^3 \rightarrow$ grau 4

$+abc \rightarrow$ grau 3

$1{,}3a^3b^2 \rightarrow$ grau 5

6° período (50 min): Polinômios – Introdução

Objetivo:

- Reconhecer um polinômio e escrevê-lo na sua forma reduzida, somando os termos semelhantes.

Registrar na lousa:

Polinômios

Polinômio é um monômio ou uma soma finita de monômios. O termo do polinômio que não apresenta variáveis (letras) é chamado de termo independente.

Exemplos:

$4xy^2 + 3x + 6$ tem três termos e o termo independente é 6

$3x^2y + x^2 + 7x - 10$ tem quatro termos e o termo independente é – 10.

$2xy \rightarrow$ monômio

$3x + 4y \rightarrow$ binômio

$7x^2 + 8y^3 + 10 \rightarrow$ trinômio

$ab - 5c + 7^a + 6b \rightarrow$ polinômio

Exercício:

Lívia vende salgados e doces para festas. O cento de salgados custa R$ 45,00, e o de doces custa R$ 58,00. No caso de uma encomenda de x centenas de salgados e y centenas de doces, qual é a expressão que representa o total arrecadado com essa encomenda?

Alguns polinômios possuem termos semelhantes. Nesses casos, convém adicionar esses termos semelhantes para obter o polinômio reduzido.

Exemplo:

$3x^2y - 4x^2 + y^2 + 3 - 2x^2y + 6x^2 - y^2 - 8 =$

$(3 - 2)x^2y + (-4 + 6)x^2 + (1 - 1)y^2 + (+3 - 8) =$

$x^2y + 2x^2 - 5$

Exercício:

Obtenha o polinômio reduzido:

a) $3a^3 + 2b^2 - 5 + 2z^2 - 7a^3 + 10 =$

b) $5ab - 10ab^2 + 14ab - a =$

c) $12m^2 + 9mn + 9mn - 12m^2 =$

7° e 8° períodos (100 min): Polinômios – Adição e Subtração

Objetivo:

- Somar e subtrair polinômios, reduzindo os termos semelhantes.

Lista de exercícios n° 2 - adição e de subtração de polinômios.

9° período (50 min): Polinômios – Multiplicação

Objetivo:

- Efetuar a multiplicação de um monômio por um monômio.

Registrar na lousa:

Multiplicação de monômios

A multiplicação de monômios é efetuada multiplicando-se coeficiente por coeficiente e parte literal por parte literal.

Exemplos:

$3x \,.\, 4xy = (3 \,.\, 4).(x \,.\, x \,.\, y) = 12x^2y$

$(-7ab) \cdot (-4a^2xy) = +28a^3bxy$

Exercícios:

1) Calcule:

a) $2xy \cdot 3xy =$

b) $4ab^3 \cdot (-5a^2b) =$

c) $2xy^5 \cdot (-4xy) \cdot x^3y^6 =$

10° período (50 min): Polinômios – Multiplicação

Objetivo:

- Efetuar a multiplicação de um monômio por um monômio.

Lista de exercícios n° 3 – multiplicação de monômios.
11° período (50 min): realização do pós-teste

APÊNDICE E – LISTAS DE EXERCÍCIOS DO GRUPO TRADICIONAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Estudante: ____

Idade: ______________ Turma: _________ Data: ____/____/_______

Lista de exercícios 1 – Tradução de sentença para a linguagem matemática e valor numérico

1) Represente as situações abaixo utilizando expressões algébricas:

a) O dobro de um número real adicionado ao dobro de outro número real.

b) A soma dos quadrados de dois números reais quaisquer.

c) A soma do quadrado com o triplo de um número real qualquer.

d) Uma caneta custa x reais e uma lapiseira custa y reais. Como podemos representar algebricamente o custo de duas lapiseiras e 5 canetas? E a diferença entre o preço de uma caneta e duas lapiseiras?

e) Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Chamando de x o número de dias que a bicicleta permanece alugada e de y o valor total do aluguel, é correto afirmar que $y = 30 + 20x$?

f) Marília tinha x reais. Foi a uma livraria e comprou 3 livros. Cada livro custou y reais. Qual a expressão algébrica que representa a quantia que restou para Marília depois de pagar os livros?

2) Considere $x = 10$ e $y = 2$. Determine o valor numérico das seguintes expressões:

a) $2x^2+xy$

b) $3xy+4y^2$

c) x^2+4y^2

d) $4x+2y$

e) $2(x+y)+2(x+y)$

f) $2(2x+y)+2y$

Resolva os problemas a seguir, utilizando seu conhecimento de valor numérico das expressões algébricas:

3) O número de palavras conhecidas por uma criança, dos 20 aos 50 meses, depende de sua idade. Uma fórmula que descreve esse fato é $n = 60a - 900$**,** em que **n** é o número de palavras e **a** é a idade da criança em meses.

a) Quantas palavras uma criança de 25 meses possui em seu vocabulário?

b) Quantos meses deve ter uma criança que conhece 1500 palavras?

4) A temperatura **T** na qual a água ferve depende da altura **A** acima do nível do mar. A altitude (em metros) e a temperatura (em graus Celsius) são relacionadas pela expressão:

$$A = 1000.(100 - T) + 580.(100 - T)^2$$

a) Em que altitude o ponto de ebulição é 99,5 ºC?

b) E para T = 100 ºC?

5) Um fabricante gasta x reais para produzir uma bicicleta. Ele vende para um lojista por 200 reais a mais do que gasta na produção. O lojista vende a bicicleta pelo dobro do preço que pagou por ela, ou seja, a fórmula que dá o preço de venda da bicicleta na loja é ***v = 2(x + 200)*,** onde v é o valor de venda e x é o valor da produção. Por quanto é vendida essa bicicleta na loja se o custo de produção foi de 500 reais?

6) Uma caixa-d’água tem capacidade para mil litros. Quando ela está com 200 litros uma torneira dispara despejando 25 litros de água por minuto para enchê-la. A fórmula matemática que relaciona a quantidade de água na caixa com o tempo é **y = 25x + 200.** Sendo y os litros de água e x o tempo em minutos. Quanto tempo leva para essa caixa ficar totalmente cheia?

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

PPgECi – PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS | UFRGS

Estudante: ____

Idade: ______________ Turma: ________ Data: ____/____/_______

Lista de exercícios 2 – Adição e subtração de polinômios

1) Reduza os polinômios a seguir o máximo possível, somando os termos semelhantes:

a) $2x+3y+5x-7y=$

b) $-8ab+5b+3ab-6b+7c=$

c) $4x^2-7yx+9xy+8x^2=$

d) $2x+2x^2+2x^3+5x-2x^2+10x^3=$

e) $\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}y-\frac{2}{3}x+8y=$

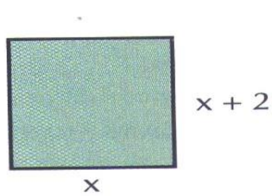
f) $(9x-4xy)+(7x+8xy)=$

g) $(6ab-5b)-(-3ab+9b)=$

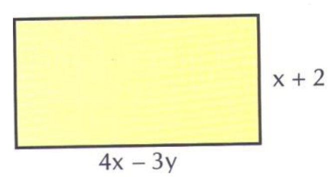
h) $\left(\frac{2}{3}a-5\right)-\left(\frac{6}{5}-7a\right)=$

2) Determine o perímetro (soma das medidas de todos os lados) das figuras abaixo:

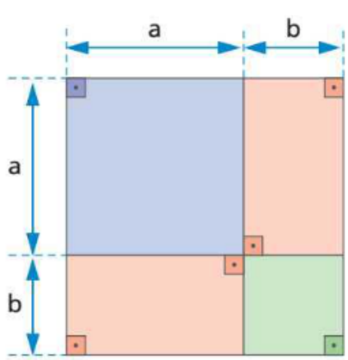
a)



b)



c)



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

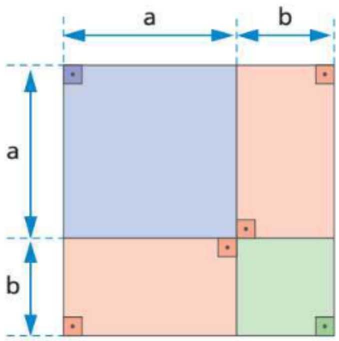
Estudante: ____

Idade: _____________ Turma: ________ Data: ____/____/_____

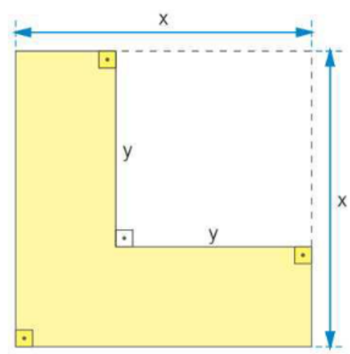
Lista de exercícios 3 – Multiplicação de monômios

1) Escreva uma expressão algébrica que representa a área de cada figura a seguir:

a)



b)



2) Multiplique os monômios a seguir:

a) $5x^2 \cdot 6x^3 =$

b) $3x^2 \cdot 4x \cdot 3 =$

c) $(-2y^5) \cdot (-7y) =$

d) $(+3x^2) \cdot (5y) \cdot (-xy^2) =$

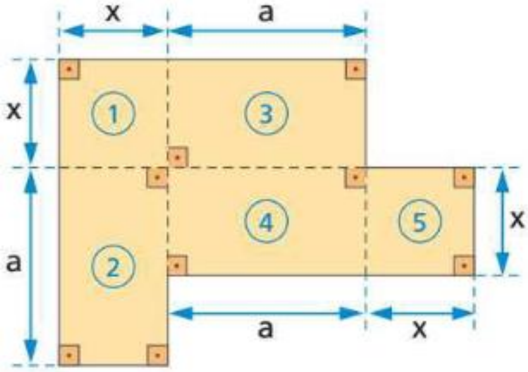
e) $(-am) \cdot (am^2) \cdot (3m) =$

f) $(-x^3) \cdot (2ax^2) \cdot (3a^3) \cdot 4 =$

g) $\left(\frac{1}{2}x\right) \cdot \left(\frac{3}{5}x^3\right) =$

h) $\left(+\frac{3}{7}ax^2\right) \cdot \left(-\frac{7}{2}abx\right) =$

3) Escreva o polinômio reduzido que representa a área da figura a seguir:



APÊNDICE F – CARTA DE ACEITE

UFRGS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PPG EDUCAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

CARTA DE ACEITE

Declaramos, para os devidos fins, que concordamos em disponibilizar o(s) alunos (as) desta Instituição, Escola Estadual de Ensino Médio Profª Helena Câmara, para o desenvolvimento de atividades referentes ao Projeto de Pesquisa, intitulado: Atividades visuais no ensino de álgebra em turmas de oitavo ano do Ensino Fundamental, sob a responsabilidade da Professora / Pesquisadora Lenize Rodrigues da Conceição, mestranda da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pelo período de execução previsto no referido Projeto.

São Leopoldo, 29 de março de 2022.

César A. N. Moura
Diretor
I.D.: 1859838 D.O. 03/[illegible]

Assinatura e Carimbo do Diretor Responsável

Lenize R da Conceição

Assinatura da Pesquisadora

APÊNDICE G – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PPG EDUCAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Título do projeto: Atividades visuais no ensino de álgebra em turmas de oitavo ano do Ensino Fundamental.
Pesquisador responsável: Angela Teresinha de Souza Wyse
Instituição/Departamento: Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Telefone para contato: (51) 99537-6040
Pesquisador participante: Lenize Rodrigues da Conceição

Os alunos de oitavo ano da Escola Estadual de Ensino Médio Profª Helena Câmara, localizada na cidade de São Leopoldo, Rio Grande do Sul, estão sendo convidados a participar como voluntários em uma pesquisa. **A participação dos alunos será assentida por este termo, que será assinado em duas vias, uma ficará de posse da escola e as outras vias de posse do pesquisador.**

Antes de concordar em participar, é importante que você entenda as informações e instruções contidas neste documento. Após ser esclarecido sobre as informações a seguir, caso aceite participar do estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Caso o aluno se recuse a participar, não será penalizado de forma alguma.

Através desta pesquisa: "Atividades visuais no ensino de álgebra em turmas de oitavo ano do Ensino Fundamental", pretende-se investigar a influência da utilização de recursos visuais para o aprendizado Matemática, com foco no estudo de álgebra no oitavo ano do Ensino Fundamental.

O estudo será dividido em três etapas: pré-teste, aplicação dos planos de aulas e pós-teste. Os planos de aulas utilizarão como recurso didático o ALGEPLAN, que possibilita a visualização dos conceitos algébricos ao relacioná-los com a Geometria, especificamente com os conhecimentos de área de quadrados e de retângulos.

Riscos: Esta pesquisa implica em riscos mínimos, talvez certa fadiga durante a realização das atividades em sala de aula.

Benefícios: Ao fazer parte desta pesquisa, o aluno poderá ter seu primeiro contato com a álgebra de forma visual e concreta, o que pode contribuir para a consolidação de aprendizados posteriores, cujos conhecimentos de álgebra sejam a base. É assegurado o sigilo com relação aos dados e às informações coletadas nos questionários. Também é assegurada a opção de retirar este consentimento a qualquer momento, sem qualquer prejuízo.

As informações coletadas serão utilizadas única e exclusivamente para a execução deste projeto. As informações somente poderão ser divulgadas de forma anônima e serão mantidas na UFRGS, por um período de cinco anos, sob a responsabilidade dos pesquisadores. Após este período, os dados serão destruídos.

Você poderá solicitar informações ou esclarecimentos sobre o andamento da pesquisa em qualquer momento com o professor/pesquisador responsável.

São Leopoldo, 29 de março de 2022.

Lenize R. da Conceição
Assinatura da Mestranda

Assinatura do Aluno

Assinatura da Orientadora

César Augusto N. Moura
Assinatura do Diretor Responsável pela Escola

César A. N. Moura
Diretor
I.D.: 1859838 D.O. 03/01/2022