

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Instituto de Física

**Odderon Máximo puro
e espalhamento elástico no LHC:
o papel dos polos duplos
na direção frontal**

Gustavo Barbosa Bopsin

Porto Alegre, Brasil
Outubro de 2023

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Instituto de Física

**Odderon Máximo puro
e espalhamento elástico no LHC:
o papel dos polos duplos
na direção frontal**

Gustavo Barbosa Bopsin

Trabalho de conclusão de curso em
Física, sob orientação do Prof. Dr.
Emerson Gustavo de Souza Luna.

Porto Alegre, Brasil
Outubro de 2023

Agradecimentos

A Deus...

Aos meus pais, Carla e Darlei, por todo apoio nesta nova fase, à minha irmã Lara, pelo momentos de descontração, e a toda minha família.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Emerson Gustavo de Souza Luna, pela orientação neste trabalho e pela disposição em me ajudar.

Ao meu amigo Felipe, pelas conversas sobre Física e pela amizade desde a licenciatura.

Aos amigos que fiz aqui na UFRGS, em especial ao Cristiano e ao Júlio.

À banca, composta pelos Prof. Dr. Dimiter Hadjimichef e Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado, pelas críticas construtivas que com certeza melhoraram o trabalho.

À coordenadora do curso, Prof. Dra. Raquel Giulian, pela ajuda com os aproveitamentos de estudos.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pelo ensino gratuito e de qualidade.

Resumo

Analizamos dados experimentais de seção de choque total, parâmetro ρ e seção de choque diferencial medidos no LHC, explorando em detalhe a tensão entre os dados obtidos pelas colaborações ATLAS e TOTEM em $\sqrt{s} = 7, 8$ e 13 TeV. Estes observáveis são descritos por meio de uma amplitude de espalhamento cuja parte ímpar é assintoticamente dominada por dois polos complexos conjugados que colapsam, em $t = 0$, em um polo duplo localizado em $J = 1$ e que satisfaz o teorema de Auberson–Kinoshita–Martin, onde t é o quadrado do momento transferido e J é o momento angular. Este polo duplo é usualmente denominado *Odderon Máximo*. A partir de uma análise estatística pelo método de χ^2 , adotando um nível de confiança de 90%, obtemos um excelente acordo entre teoria e experimento, mostrando que os dados de espalhamento elástico em altas energias podem ser bem descritos sem a presença de polos simples de Regge.

Palavras-chave: Odderon. Teoria de Regge. Espalhamento elástico.

Abstract

We analyze experimental data on the total cross section, the ρ parameter, and the differential cross section measured at the LHC, exploring in detail the tension between the data obtained by the ATLAS and TOTEM collaborations at $\sqrt{s} = 7, 8$ and 13 TeV. These observables are described using a scattering amplitude whose odd part is asymptotically dominated by two complex conjugate poles collapsing, at $t = 0$, into a double pole located at $J = 1$ and which satisfies the Auberson-Kinoshita-Martin theorem, so that t is the squared momentum transfer and J is the angular momentum. This double pole is usually called Maximum Odderon. From a statistical analysis using the χ^2 method, adopting a confidence level of 90%, we obtain an excellent agreement between theory and experiment, showing that the elastic scattering data at high energies can be well described without the presence of simple Regge poles.

Key-words: Odderon. Regge theory. Elastic scattering.

Sumário

Introdução	7
1 Preliminares	9
1.1 Invariantes de Mandelstam	9
1.2 Expansão em ondas parciais	10
1.3 Funções analíticas	10
2 Propriedades da Matriz-S	12
2.1 Observáveis na Física de Partículas	13
2.2 Unitariedade	15
2.3 Analiticidade	16
2.4 Simetria de Cruzamento	17
2.5 Alguns teoremas	19
3 Modelo AGN simplificado	21
3.1 Teoria de Regge	21
3.2 O Odderon	22
3.3 As amplitudes	22
3.4 Seção de choque total e parâmetro ρ	24
4 Resultados e discussões	27
4.1 Ajuste χ^2 e MINUIT	27
4.2 Dados experimentais	27
4.3 Resultados numéricos: ATLAS vs TOTEM	28
4.3.1 Sem o Odderon	29
4.3.2 Com o Odderon	30
Considerações finais	36

Introdução

Gostaríamos de descrever os dados experimentais do LHC para alguns observáveis cinemáticos utilizando a mesma abordagem de Martynov e Nicolescu [1]. Os observáveis a serem descritos são as seções de choque diferencial e total e o parâmetro ρ . A partir da amplitude de espalhamento, obtida no contexto da Matriz-S, podemos encontrar estes observáveis e fazer a conexão entre modelo teórico e os dados experimentais.

Esta amplitude de espalhamento, por estar definida em um espaço complexo, apresenta singularidades e são estas singularidades que regem o comportamento da amplitude e por consequência dos observáveis. Conforme veremos, estas singularidades podem ser polos ou cortes de ramificações e foram analisados por Ávila-Gauron-Nicolescu (AGN) [2] antes do advento do LHC. Em nosso trabalho, utilizamos um modelo com uma amplitude de espalhamento cuja parte ímpar é assintoticamente dominada por dois polos complexos conjugados que colapsam, em $t = 0$, em um polo duplo localizado em $J = 1$ e que satisfaz o teorema de Auberson–Kinoshita–Martin [3], onde t é o quadrado do momento transferido e J é o momento angular. Na literatura um polo duplo desta natureza é usualmente denominado *Odderon Máximo* [4]–[14].

Nosso principal resultado é mostrar que os dados experimentais obtidos em anos recentes no LHC podem ser bem descritos no contexto de uma abordagem simplificada do modelo AGN, ou seja, sem a presença de polos simples e cortes de ramificações na amplitude de espalhamento. Por esta razão daqui por diante nos referiremos ao nosso modelo por *modelo AGN simplificado*. Estes dados são advindos dos experimentos ATLAS e TOTEM e apresentam divergências entre eles, como por exemplo, o experimento ATLAS obteve um valor de 104.68 mb [15] para a seção de choque total, enquanto o experimento TOTEM obteve 110.3 mb [16].

No Capítulo 1, apresentamos algumas preliminares para o estudo que se segue. Introduzimos as variáveis de Mandelstam, a expansão em ondas parciais das amplitudes de espalhamento e fazemos uma brevíssima revisão sobre funções analíticas.

No Capítulo 2, apresentamos o formalismo da matriz-S e suas principais propriedades, essenciais para a construção das amplitudes de espalhamento. Abordamos os observáveis cinemáticos da Física de Partículas, a seção de choque, tanto a total quanto a diferencial, e o parâmetro ρ . Ainda neste capítulo,

apresentamos as três principais propriedades da matriz-S: a unitariedade, a analiticidade e a simetria de cruzamento. Por fim, apresentamos alguns teoremas, consequências das três propriedades listadas anteriormente, que são muito importantes no estudo das seções de choque.

No Capítulo 3, iniciamos apresentando brevemente a Teoria de Regge e aspectos que aparecerão no restante do capítulo. A seguir, exploramos as contribuições para a amplitude de espalhamento que serão utilizadas na descrição dos observáveis cinemáticos. Vemos a forma explícita das amplitudes como uma função de s e t , necessárias para o cálculo da seção de choque diferencial e em seguida a forma para $t = 0$, necessárias para o cálculo da seção de choque total e do parâmetro ρ .

No Capítulo 4, realizamos uma análise fenomenológica para nosso modelo. Performamos uma minimização de parâmetros livres para obtermos o melhor ajuste seguindo uma distribuição χ^2 para dois *ensembles* de dados: ATLAS e TOTEM. Realizamos duas análises: uma desconsiderando o termo de contribuição do Odderon; e uma considerando o termo do Odderon. Em seguida apresentamos as seções de choque totais e parâmetro ρ como função de \sqrt{s} e as seções de choque diferenciais em função de q^2 .

Capítulo 1

Preliminares

Neste capítulo, introduzimos algumas definições e conceitos importantes para o entendimento dos capítulos posteriores.

1.1 Invariantes de Mandelstam

Para uma reação de dois corpos

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4, \quad (1.1)$$

podemos definir três variáveis, usualmente chamadas de variáveis de Mandelstam. Estas variáveis são invariantes de Lorentz e podem ser definidas como [17, 18, 19]

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \quad (1.2)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \quad (1.3)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2 \quad (1.4)$$

onde p_1, p_2, p_3 e p_4 são os quadrimomenta das partículas no processo 1.1. A quantidade s é o quadrado da energia centro de massa e t e u são os momenta transferido ao quadrado. Este processo 1.1 está definido no chamado *canal-s*, de forma que podemos reescrevê-lo nos *canais t* e u , respectivamente

$$1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4 \quad (1.5)$$

$$1 + \bar{4} \rightarrow \bar{2} + 3. \quad (1.6)$$

Na Figura 1.1, vemos uma representação dos canais. Estas três variáveis não são independentes, e a partir de suas definições (1.2)-(1.4), obtemos

$$s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2 \quad (1.7)$$

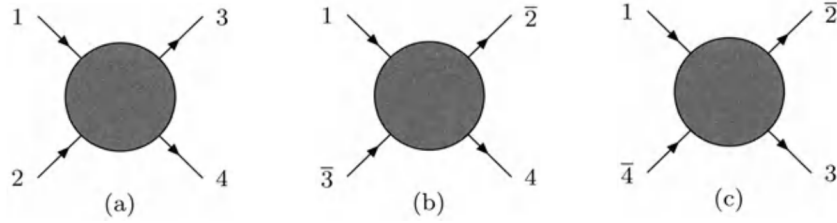


Figura 1.1: Canais das variáveis de Mandelstam.

1.2 Expansão em ondas parciais

As chamadas amplitudes de espalhamento são muito utilizadas no tratamento de espalhamentos, sejam clássicos ou quânticos, pois fornecem toda informação sobre a interação da colisão. No contexto da Mecânica Quântica [17], supondo que o estado antes da interação é uma onda plana, então o estado final, assintoticamente, será uma superposição da onda incidente e uma onda esférica centrada no potencial espalhador $V(\mathbf{r})$

$$\psi(\mathbf{r}) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (1.8)$$

onde $f(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ é a nossa amplitude de espalhamento. Para potenciais esfericamente simétricos, a amplitude de espalhamento independe da coordenada azimutal ϕ , de modo que

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = f(k, \theta) \quad (1.9)$$

Uma forma de representar esta amplitude é através da expansão em ondas parciais

$$f(k, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(k) P_l(\cos \theta), \quad (1.10)$$

onde l é o momento angular, $P_l(\cos \theta)$ são os polinômios de Legendre e $a_l(k)$ são as amplitudes de ondas parciais, dadas por

$$a_l(k) = \frac{e^{2i\delta_l(k)} - 1}{2ik}, \quad (1.11)$$

com $\delta_l(k)$ sendo a fase de deslocamento da l -th onda.

1.3 Funções analíticas

Outro conceito importante que surgirá ao longo do texto são as singularidades no plano complexo no contexto das funções analíticas. Se uma função $f(z)$ é diferenciável em $z = z_0$ e em uma pequena região em torno de z_0 , então

1.3 Funções analíticas

$f(z)$ é analítica [20, 21, 22]. Podemos escrever uma função analítica como uma série de Laurent (generalização da série de Taylor)

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n (z - z_0)^n, \quad (1.12)$$

onde os coeficientes a_n são dados por

$$a_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z') dz'}{(z' - z_0)^{n+1}}, \quad (1.13)$$

em que C é o caminho que define a região do plano complexo onde a função $f(z)$ é analítica.

Pela expressão (1.12), vemos que existirá singularidades na minha função nos pontos onde $z = z_0$ para $m < 0$. Em particular, teremos dois tipos principais de singularidades, os polos e os pontos de ramificações. Se $a_m = 0$ para $m < -n < 0$ e $a_{-n} \neq 0$, dizemos que z_0 é um polo de ordem n . Por exemplo, se $n = 1$, então $\frac{a_{-1}}{(z-z_0)}$ é o primeiro termo que não desaparece na série de Laurent, e significa que temos um polo de ordem 1, usualmente denominado de polo simples. Entretanto, se o somatório continuar até $m = -\infty$, então z_0 é um polo de ordem infinita, usualmente chamado de singularidade essencial. Já os pontos de ramificação são os pontos onde a função $f(z)$ é multivalorada. Um exemplo é a função $f(z) = z^a$, onde a não é inteiro. Se o caminho C for um círculo unitário, então a função f terá valores diferentes para e^{0ia} e $e^{2\pi ia}$, mesmo que os pontos e^{0i} e $e^{2\pi i}$ no plano complexo coincidam.

Capítulo 2

Propriedades da Matriz-S

Neste capítulo, estudamos algumas propriedades da matriz-S [17, 18, 19, 23].

A matriz de espalhamento ou matriz-S¹ é responsável por evoluir um estado inicial $|i\rangle$ para um estado final $|f\rangle$

$$S|i\rangle = |f\rangle, \quad (2.1)$$

de forma que estes estados inicial e final são definidos em um tempo $t = -\infty$ e $t = \infty$, respectivamente, e representam partículas livres. Podemos relacionar os elementos da matriz-S com a probabilidade de encontrar o sistema no estado final, partindo do estado inicial pela definição

$$P_{i \rightarrow f} = |\langle f|S|i\rangle|^2 = |S_{if}|^2. \quad (2.2)$$

Escrevendo a matriz-S em termos da matriz de transição T , temos

$$S = \mathbb{I} + iT, \quad (2.3)$$

e os elementos S_{if} podem ser escritos como

$$S_{if} \equiv \langle f|S|i\rangle = \delta_{if} + iT_{if} \quad (2.4)$$

$$= \delta_{if} + i(2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) F(i \rightarrow f), \quad (2.5)$$

onde $F(i \rightarrow f)$ é a amplitude de espalhamento.

Uma outra forma de escrever a matriz-S é através de uma série de Dyson

$$S = \mathbb{I} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int d^4x_1 \dots d^4x_n \mathcal{T}(H_{int}(x_1) \dots H_{int}(x_n)), \quad (2.6)$$

onde H_{int} é o hamiltoniano de interação e \mathcal{T} é o operador de ordenamento temporal. Outras três propriedades muito importantes da matriz-S são: *unitariedade*, *analiticidade* e *cruzamento*. Estudaremos com mais detalhes estas propriedades da matriz-S nas seções a seguir.

¹S de *scattering*.

2.1 Observáveis na Física de Partículas

Um dos observáveis mais importantes na Física de Partículas é a seção de choque, que pode ser escrita como uma seção de choque diferencial ou uma seção de choque total. Além da seção de choque, podemos estudar o chamado parâmetro ρ , que é uma relação entre as partes real e imaginária da amplitude de espalhamento. Nesta seção vamos definir o que é a seção de choque e como ela pode ser experimentalmente medida.

Vamos considerar o caso de um espalhamento do tipo

$$1 + 2 \rightarrow 1 + 2 + \dots + n, \quad (2.7)$$

onde duas partículas iniciais colidem e produzem n partículas finais. A seção de choque diferencial é definida como a taxa de transição de um fluxo unitário incidente à um grupo de estados finais. Ou seja, dividimos a taxa de transição de encontrarmos um determinado estado (ou vários estados) pelo fluxo incidente. A taxa de transição está relacionada com a amplitude de espalhamento, uma vez que pela expressão (2.2), vemos que os elementos da matriz-S estão relacionados com a probabilidade de obtermos um estado final partindo de um estado inicial. Dessa forma, a taxa de transição para *um* estado final é definido como

$$(2\pi)^4 \delta^4 \left(p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^n p'_j \right) |F(i \rightarrow f_n)|^2. \quad (2.8)$$

Para levarmos em conta todas as possibilidades de estados finais, multiplicamos a taxa de transição (2.8) por

$$\prod_{j=1}^n \frac{d^3 \mathbf{p}'_j}{(2\pi)^3 2E'_j}. \quad (2.9)$$

O fluxo incidente Φ pode ser calculado como

$$\Phi = 2E_1 E_2 |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|. \quad (2.10)$$

Este fluxo é invariante de Lorentz, de modo que o reescrevendo considerando as duas partículas incidentes em um referencial colinear

$$\Phi = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}. \quad (2.11)$$

Definindo a função triangular λ como

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2xz, \quad (2.12)$$

e da definição de s (1.2), temos

$$\begin{aligned} \Phi &= 4\sqrt{\left(\frac{s - m_1^2 - m_2^2}{2}\right)^2 - m_1^2 m_2^2} \\ &= 2\sqrt{s^2 + m_1^4 + m_2^4 - 2sm_1^2 - 2sm_2^2 - 2m_1^2 m_2^2} \\ &= 2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Unificando todos os resultados, a seção de choque diferencial fica

$$d\sigma = \frac{1}{2\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)} \prod_{j=1}^n \frac{d^3\mathbf{p}'_j}{(2\pi)^3 2E'_j} \times (2\pi)^4 \delta^4 \left(p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^n p'_j \right) |F(i \rightarrow f_n)|^2. \quad (2.14)$$

A seção de choque total será obtida integrando (2.14) e somando sobre todas as possíveis partículas finais

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{2\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)} \sum_n \int \prod_{j=1}^n \frac{d^3\mathbf{p}'_j}{(2\pi)^3 2E'_j} \times (2\pi)^4 \delta^4 \left(p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^n p'_j \right) |F(i \rightarrow f_n)|^2. \quad (2.15)$$

Como o nosso caso de interesse é o espalhamento $p+p \rightarrow p+p$, ou $p+\bar{p} \rightarrow p+\bar{p}$, podemos escrever (2.14) explicitamente para este processo

$$d\sigma = \frac{1}{2\lambda^{\frac{1}{2}}(s, m^2, m^2)} \frac{d^3\mathbf{p}'_1}{(2\pi)^3 2E'_1} \frac{d^3\mathbf{p}'_2}{(2\pi)^3 2E'_1} \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) |F(pp \rightarrow pp)|^2. \quad (2.16)$$

A δ^3 pode ser usada para integrar $d^3\mathbf{p}'_2$. Escrevendo (2.16) em termos das variáveis s e t , em termos de $(|\mathbf{p}'_2|, \theta', \phi')$ e usando a última δ para integrar $d|\mathbf{p}'_2|$, encontra-se

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{1}{64\pi^2 s \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_1^2, m_2^2)} |F(s, t)|^2. \quad (2.17)$$

Será útil reescrever (2.17) em termos de t . O ângulo θ' é o ângulo de espalhamento entre os tri-momenta do centro de massa antes e depois da colisão, de modo que pode ser reescrito em termos do momentum transferido $t = (p_1 - p'_1)^2$. Com esta mudança e assumindo que F não depende de ϕ' , (2.17) fica

$$\frac{d\sigma}{dt}(s, t) = \frac{|F(s, t)|^2}{16\pi \lambda(s, m_1^2, m_2^2)}. \quad (2.18)$$

Como estamos interessados no caso de $m_1 = m_2$, a função triangular fica

$$\lambda(s, m^2, m^2) = s^2 - 4sm^2, \quad (2.19)$$

de forma que (2.18) fica

$$\frac{d\sigma}{dt}(s, t) = \frac{|F(s, t)|^2}{16\pi \lambda(s, m^2, m^2)}. \quad (2.20)$$

2.2 Unitariedade

Se considerarmos que $s \rightarrow \infty$, então esta última expressão se reduz a uma forma ainda mais simples

$$\frac{d\sigma}{dt}(s, t) = \frac{1}{16\pi s^2} |F(s, t)|^2. \quad (2.21)$$

A seção de choque total pode ser obtida de (2.17) integrando-se em Ω' , entretanto, conforme veremos nas seções seguintes, podemos obter a seção de choque total tomando a parte imaginária da amplitude de espalhamento F , utilizando o chamado Teorema Óptico.

Por fim, podemos definir o parâmetro ρ como sendo a divisão entre a parte real e parte imaginária da amplitude de espalhamento

$$\rho(s) = \frac{\text{Re } F(s, t = 0)}{\text{Im } F(s, t = 0)}. \quad (2.22)$$

2.2 Unitariedade

A unitariedade da matriz-S pode ser escrita como

$$S^\dagger S = S S^\dagger = \mathbb{I}, \quad (2.23)$$

que decorre diretamente da conservação de probabilidade. Substituindo (2.3) em (2.23), obtemos

$$(\mathbb{I} - iT^\dagger)(\mathbb{I} + iT) = \mathbb{I}, \quad (2.24)$$

$$\mathbb{I} + iT - iT^\dagger + T^\dagger T = \mathbb{I}, \quad (2.25)$$

$$i(T^\dagger - T) = T^\dagger T. \quad (2.26)$$

Multiplicando pela esquerda por $\langle f|$ e pela direita $|i\rangle$ a expressão (2.26) e inserindo a relação de completeza, obtemos

$$i \langle f| T^\dagger - T |i\rangle = \sum_{\{n\}} \langle f| T^\dagger |n\rangle \langle n| T |i\rangle. \quad (2.27)$$

A expressão anterior pode ser simplificada da seguinte forma

$$i(T_{if}^* - T_{if}) = \sum_{\{n\}} T_{fn}^* T_{in}, \quad (2.28)$$

$$i(\text{Re}\{T_{if}\} - i \text{Im}\{T_{if}\} - \text{Re}\{T_{if}\} - i \text{Im}\{T_{if}\}) = \sum_{\{n\}} T_{fn}^* T_{in}, \quad (2.29)$$

$$2 \text{Im } T_{if} = \sum_{\{n\}} T_{fn}^* T_{in}. \quad (2.30)$$

A soma em (2.30) contém toda integração sobre todos os momenta e a soma sobre todos os números quânticos discretos:

$$\sum_{\{n\}} = \sum_n \int \prod_{j=1}^n \frac{d^3 \mathbf{q}_j}{(2\pi)^3 2E_j}. \quad (2.31)$$

As equações (2.30) formam um conjunto acoplado de equações integrais das quais podemos extrair toda informação sobre a unitariedade. A Figura 2.1 a exemplifica.

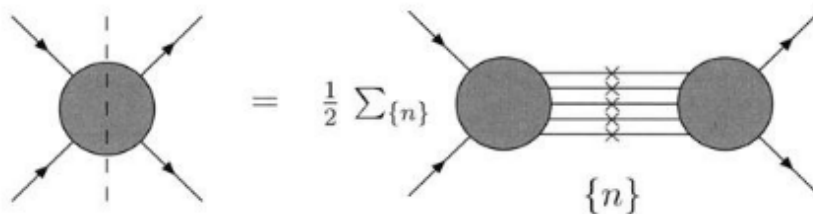


Figura 2.1: Representação gráfica das equações de unitariedade [17].

Na Figura 2.1, no lado esquerdo, o corte representa a descontinuidade da amplitude, enquanto que no lado direito, os \times representam as partículas em uma camada de massa.

Podemos reescrever a expressão (2.30) em termos da amplitude de espalhamento F . Substituindo os elementos da matriz-T dados por (2.5) em (2.30), obtemos

$$2 \operatorname{Im} F(i \rightarrow f) = \sum_n \int \prod_{j=1}^n \frac{d^3 \mathbf{p}'_j}{(2\pi)^3 2E'_j} \times (2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) F^*(f \rightarrow n) F(i \rightarrow n), \quad (2.32)$$

A expressão (2.32) é de extrema importância porque podemos relacionar os elementos da matriz de transição com a amplitude de espalhamento. Com a amplitude de espalhamento, podemos obter as seções de choque, que são observáveis importantes da física de partículas os quais exploraremos melhor no próximo capítulo. Além disso, de posse da parte imaginária da amplitude de espalhamento, podemos obter a parte real através de relações de dispersão [20] e encontrar a amplitude de espalhamento completa.

2.3 Analiticidade

A segunda principal propriedade da matriz-S é a analiticidade. Ela nos diz que as amplitudes de espalhamento (elementos da matriz-S) são funções analíticas das variáveis cinemáticas, quando estas são continuadas para valores complexos. As amplitudes físicas são as fronteiras reais dessas funções analíticas [17]. Em nosso caso, um processo de dois corpos, a amplitude $F = F(s, t)$ será uma função de s e t , fazendo s e t quantidades complexas. As amplitudes físicas serão obtidas quando fizermos $s \rightarrow \text{real}$ e $t \rightarrow \text{real}$.

Conforme visto na seção 1.3, as amplitudes, por serem funções complexas, apresentam singularidades [20, 21, 22] do tipo polos e pontos de ramificações. Considerando o caso mais simples de um processo de espalhamento

2.4 Simetria de Cruzamento

entre dois corpos de mesma massa m , e denominando $F_I(s, t)$ a amplitude de espalhamento que descreve este processo no canal- s , então deve existir uma singularidade do tipo polo simples em $s = m^2$ devido a troca de *uma* partícula no canal- s . Além de polos simples, as amplitudes também exibem pontos de ramificação no eixo real de s nos limites $s = (2m)^2$, $s = (3m)^2$, que são interpretados como trocas de *duas ou mais* partículas físicas. Na Figura 2.2 apresentamos esquematicamente o plano complexo s .



Figura 2.2: Singularidades da amplitude $F_I(s, t)$ no eixo real de s pra o canal- s [17].

O mesmo raciocínio pode ser utilizado para os canais t e u . Supondo que tenhamos uma amplitude $F_{II}(s, t)$ que descreve o processo no canal- t , esta amplitude terá polo simples em $t = m^2$ e pontos de ramificação em $t = (2m)^2, (3m)^2$. Para uma amplitude $F_{III}(s, t)$ no canal- u , teremos polos simples em $u = m^2$ e pontos de ramificação em $u = (2m)^2, (3m)^2$. Da mesma forma, polos simples descrevem troca de uma partícula enquanto pontos de ramificação descrevem troca de duas ou mais partículas. Na próxima seção veremos que estas três amplitudes $F_I(s, t)$, $F_{II}(s, t)$ e $F_{III}(s, t)$ que a princípio poderiam ter expressões explícitas diferentes, têm na verdade a mesma forma, nas variáveis de Mandelstam.

2.4 Simetria de Cruzamento

Outra importante propriedade é a simetria de cruzamento. Ela nos diz que, em uma colisão, uma partícula de momento p “entrando” pode ser vista como uma anti-partícula com momento $-p$ “saindo”. Em uma colisão $2 \rightarrow 2$, essa operação de cruzamento pode ser exemplificada como

$$1 + 2 \rightarrow 3 + 4 \quad \text{canal} - s \quad (2.33)$$

$$1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4 \quad \text{canal} - t \quad (2.34)$$

$$1 + \bar{4} \rightarrow \bar{2} + 3 \quad \text{canal} - u. \quad (2.35)$$

Além disso, temos as reações transformadas por uma operação CPT ²

$$\bar{3} + \bar{4} \rightarrow \bar{1} + \bar{2} \quad \text{canal} - s \quad (2.36)$$

$$2 + \bar{4} \rightarrow \bar{1} + 3 \quad \text{canal} - t \quad (2.37)$$

$$2 + \bar{3} \rightarrow \bar{1} + 4 \quad \text{canal} - u. \quad (2.38)$$

²Carga, paridade e reversão temporal.

O cruzamento postula que a mesma amplitude de espalhamento, ou combinações de amplitudes, descreve os 3 diferentes processos (2.33-2.38). Se conhecermos as propriedades analíticas da amplitude, então pode-se fazer uma continuação analítica para os outros canais. A força desse postulado reside no fato de que, conhecendo a amplitude como uma função das variáveis de Mandelstam em um canal, também conhecemos nos outros canais.

Assumindo que $F(s, t)$ é a amplitude de espalhamento para todos os processos (2.33)-(2.38), podemos escrever s em termos de t e u a partir da relação 1.7. Para o caso de partículas de mesma massa

$$s + t + u = 4m^2, \quad (2.39)$$

$$s = 4m^2 - t - u. \quad (2.40)$$

A estrutura analítica do plano complexo s , quando t é considerado fixo, pode ser vista na Figura 2.3.

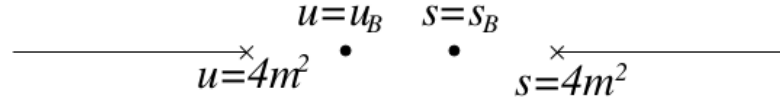


Figura 2.3: Polos e cortes (pontos de ramificação) no plano complexo s para um espalhamento de partículas de massas iguais, considerando t fixo [23].

Agora, inserindo as singularidades do canal- u , podemos escrever as singularidades no plano complexo s como

$$s = 3m^2 - t \quad \text{polo simples} \quad (2.41)$$

$$\left. \begin{array}{l} s = -t \\ s = -5m^2 - t \end{array} \right\} \text{pontos de ramificação} \quad (2.42)$$

Os polos e os pontos de ramificação podem ser visualizados na Figura 2.4. Um

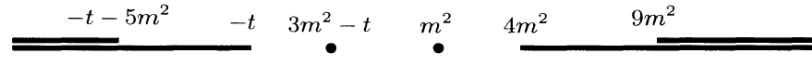


Figura 2.4: Singularidades no plano complexo s [17].

último resultado importante decorrente da simetria de cruzamento, válida para partículas escalares idênticas, é o vínculo

$$F(s + i\epsilon, t) = F(4m^2 - s - t - i\epsilon, t), \quad (2.43)$$

decorrente de $F_I(s, t) = F_{III}(s, t) = F(s, t)$. No limite de altas energias,

$$F(s, t) = F(-s, t). \quad (2.44)$$

2.5 Alguns teoremas

Para partículas reais, precisamos introduzir amplitudes simétricas e antissimétricas, baseado em (2.44). Considerando o espalhamento pión-próton, temos que no canal-s

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p. \quad (2.45)$$

Nos canais u e t , de (2.35) e (2.34), obtemos

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p \quad (2.46)$$

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^- + \pi^+. \quad (2.47)$$

Com isso a condição (2.44) para este espalhamento será

$$F_{\pi+p}(s, t) = F_{\pi-p}(-s, t), \quad (2.48)$$

e dessa forma podemos definir as amplitudes simétrica e antissimétrica

$$F^+(s, t) = F_{\pi+p}(s, t) + F_{\pi-p}(-s, t) \quad (2.49)$$

$$F^-(s, t) = F_{\pi+p}(s, t) - F_{\pi-p}(-s, t) \quad (2.50)$$

e no limite de altas energias, obtemos

$$F^\pm(s, t) = \pm F^\pm(-s, t). \quad (2.51)$$

2.5 Alguns teoremas

Apresentamos três importantes consequências das propriedades da matriz-S vistas nas seções anteriores.

O primeiro grande teorema que veremos é o chamado *Teorema Óptico*, que relaciona a parte imaginária da amplitude de espalhamento com a seção de choque total. Se os estados inicial e final são iguais, ou seja, os momenta das partículas não se alteram na colisão, então para uma colisão $2 \rightarrow 2$, temos que $t = p_{1f} - p_{1i} = 0$. A partir de (2.32), escrevemos

$$2 \operatorname{Im} F(s, t = 0) = \sum_n \int d\Pi_n |F(i \rightarrow n)|^2 \quad (2.52)$$

onde unimos o produtório, as deltas e os elementos de integração em $d\Pi_n$. Identificamos que o lado direito de (2.52) como o produto da seção de choque total pelo fator de fluxo, logo

$$\sigma_{tot} = \frac{2}{\Phi} \operatorname{Im} F(s, t = 0). \quad (2.53)$$

No limite de altas energias $s \rightarrow \infty$, vemos de (2.13) que $\Phi \approx 2s$, logo

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{s} \operatorname{Im} F(s). \quad (2.54)$$

O segundo resultado importante é o chamado *limite de Froissart-Martin*. Este teorema impõe um limite para o crescimento da seção de choque total no limite $s \rightarrow \infty$

$$\sigma_{tot} \leq C \ln^2 s, \quad (2.55)$$

onde C é uma constante. A prova deste teorema envolve escrever a amplitude de espalhamento na representação integral de Froissart-Gribov³ assumindo o regime de $s \rightarrow \infty$.

³A representação de Froissart-Gribov é uma representação integral para as amplitudes em ondas parciais.

Capítulo 3

Modelo AGN simplificado

Neste capítulo, estudamos uma forma simplificada das amplitudes de espalhamento do modelo AGN para as reações

$$p + p \rightarrow p + p, \quad (3.1)$$

$$p + \bar{p} \rightarrow p + \bar{p}. \quad (3.2)$$

Tais amplitudes são construídas como uma combinação de contribuições pares e ímpares F_+ e F_- .

No modelo completo, as contribuições pares são dadas por [2, 24, 25]

$$F_+ = F_+^H + F_+^R + F_+^P + F_+^{PP} + F_+^{RP}, \quad (3.3)$$

onde F_+^H representa a contribuição de Froissart, F_+^R representa a contribuição par do reggeon secundário, F_+^P representa o polo de Regge do Pomeron, F_+^{PP} representa o corte de Reggeon-Pomeron-Pomeron e F_+^{RP} representa o corte de Regge Reggeon-Pomeron.

Já as contribuições ímpares são dadas por

$$F_- = F_-^{MO} + F_-^R + F_-^O + F_-^{OP} + F_-^{RP}, \quad (3.4)$$

onde F_-^{MO} representa o Odderon Máximo, F_-^R representa a contribuição ímpar do reggeon secundário, F_-^O representa o polo de Regge do Odderon, F_-^{OP} representa a contribuição do corte de Regge do Odderon-Pomeron e F_-^{RP} representa o corte de Regge do Reggeon-Pomeron.

As contribuições que levaremos em consideração neste trabalho são apenas F_+^H , F_-^{MO} , F_+^R e F_-^R , seguindo a metodologia de [1]. Na seção 3.3 apresentaremos a forma explícita das amplitudes que serão utilizadas na análise fenomenológica.

3.1 Teoria de Regge

A ideia central da teoria de Regge [26, 27] é considerar que as amplitudes de espalhamento dependem não de um momento angular inteiro, mas sim de

um momento angular complexo

$$F(t)_l \longrightarrow F(l, t). \quad (3.5)$$

Esta função resultante $F(l, t)$ possui polos simples em

$$l = \alpha(t) \quad (3.6)$$

Além disso, a amplitude de espalhamento se comporta, assintoticamente, como

$$F(s, t) \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} s^{\alpha(t)}. \quad (3.7)$$

A quantidade $\alpha(t)$ é chamada de trajetória de Regge e para pequeno t , pode ser expandida em séries de potência ao redor de $t = 0$, o que resulta em

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t, \quad (3.8)$$

onde $\alpha(0)$ é a intercepto e α' é a inclinação da trajetória.

3.2 O Odderon

O odderon é definido como uma singularidade no plano complexo de momento angular localizada em $J = 1$ quando $t = 0$ e que contribui para a parte ímpar da amplitude de espalhamento F_- [1]. No contexto da QCD, o Pomeron é uma trajetória de Regge e pode ser interpretado como troca de três glúons, enquanto sua contrapartida par, o Pomeron, é interpretado como uma troca de dois glúons. Além disso, a existência do Odderon ajuda a explicar a diferença entre as seções de choque de reações pp e $p\bar{p}$ no limite assintótico [17].

3.3 As amplitudes

As amplitudes para pp e $p\bar{p}$ podem ser tomadas como

$$F_{pp} = F_+ + F_- \quad (3.9)$$

$$F_{p\bar{p}} = F_+ - F_- \quad (3.10)$$

Conforme mencionado, seguindo a metodologia [1], as contribuições F_{\pm} que utilizamos podem ser escritas como

$$F_+ = F_+^H + F_+^R \quad (3.11)$$

$$F_- = F_-^{MO} + F_-^R. \quad (3.12)$$

Escrevendo estas contribuições separadamente:

$$\begin{aligned} \frac{1}{is} F_+^H(s, t) &= H_1 \ln^2 \bar{s} \frac{2J_1(K_+ \bar{\tau})}{K_+ \bar{\tau}} \exp(b_1^+ t) \\ &+ H_2 \ln \bar{s} J_0(K_+ \bar{\tau}) \exp(b_2^+ t) \\ &+ H_3 [J_0(K_+ \bar{\tau}) - K_+ \bar{\tau} J_1(K_+ \bar{\tau})] \exp(b_3^+ t), \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.3 As amplitudes

$$\bar{s} = \left(\frac{s}{s_0} \right) \exp \left(-\frac{i\pi}{2} \right), \quad \bar{\tau} = \left(-\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{1}{2}} \ln \bar{s}, \quad (3.14)$$

onde J_n são as funções de Bessel de primeiro tipo e $H_1, H_2, H_3, b_1^+, b_2^+, b_3^+$ e K_+ são constantes e s_0 e t_0 são iguais a 1 GeV^2 para preservar a dimensionalidade. F_+^H representa a contribuição de um polo triplo localizado em $J = 1$ e satisfaz o teorema assintótico de Auberson-Kinoshita-Martin [3]. Este teorema nos permite obter a dependência em t das amplitudes a partir de $t = 0$, seguindo a prescrição

$$F_+(s, t) \rightarrow F_+(s, 0)g_+(\tau) \quad (3.15)$$

$$F_-(s, t) \rightarrow F_-(s, 0)g_-(\tau) \quad (3.16)$$

onde $g_{\pm}(\tau)$ são funções inteiras de ordem $1/2$ de τ^2 .

Quando tomamos $t = 0$ nesta expressão e substituimos em (2.54), vemos que recaímos na amplitude de Heisenberg (uma forma quadrática em $\ln s$ para a seção de choque total).

$$\begin{aligned} \frac{1}{s} F_-^{MO}(s, t) &= O_1 \ln^2 \bar{s} \frac{\sin(K_- \bar{\tau})}{K_- \bar{\tau}} \exp(b_1^- t) \\ &+ O_2 \ln \bar{s} \cos(K_- \bar{\tau}) \exp(b_2^- t) \\ &+ O_3 \exp(b_3^- t), \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde $O_1, O_2, O_3, b_1^-, b_2^-, b_3^-$ e K_- são constantes. F_-^{MO} representa a contribuição do *Odderon Máximo*, resultando em dois polos localizados em $J = 1$ e também satisfaz o teorema assintótico de Auberson-Kinoshita-Martin.

$$\frac{1}{s} F_+^R(s, t) = C_R^+ \gamma_R^+(t) \exp(\beta_R^+ t) \left[i - \cot \left(\frac{\pi}{2} \alpha_R^+(t) \right) \right] \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_R^+(t)-1}, \quad (3.18)$$

onde C_R^+ e β_R^+ são constantes. F_+^R é a contribuição de uma trajetória de Regge secundária, cuja interceptação está localizada ao redor de $J = \frac{1}{2}$ e está associado com as partículas $f_0(980)$ e $a_0(980)$.

$$\frac{1}{s} F_-^R(s, t) = -C_R^- \gamma_R^-(t) \exp(\beta_R^- t) \left[i + \tan \left(\frac{\pi}{2} \alpha_R^-(t) \right) \right] \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_R^-(t)-1}, \quad (3.19)$$

onde C_R^- e β_R^- são constantes. F_-^R a contribuição de uma trajetória de Regge secundária localizada ao redor de $J = \frac{1}{2}$ e está associado com as partículas $\rho(770)$ e $\omega(782)$. Além disso, definimos as quantidades γ_R^{\pm} e α_R^{\pm} como

$$\gamma_R^{\pm}(t) = \frac{\alpha_R^{\pm}(t) [\alpha_R^{\pm}(t) + 1] [\alpha_R^{\pm}(t) + 2]}{\alpha_R^{\pm}(0) [\alpha_R^{\pm}(0) + 1] [\alpha_R^{\pm}(0) + 2]} \quad (3.20)$$

$$\alpha_R^{\pm}(t) = \alpha_R^{\pm}(0) + (\alpha_R')^{\pm} t, \quad (3.21)$$

onde $\alpha_R^+(0), \alpha_R^-(0), (\alpha_R')^+$ e $(\alpha_R')^-$ são constantes e $\alpha_R^+ = \alpha_R^- = 0.88 \text{ GeV}^2$.

3.4 Seção de choque total e parâmetro ρ

A partir das expressões das amplitudes, mostradas na seção anterior, é instrutivo calcular as expressões para a seção de choque total e parâmetro ρ , uma vez que em $t = 0$ as expressões (3.13)-(3.19) simplificam de forma significativa. Primeiramente, tomando $t = 0$ em (3.14), encontramos $\bar{\tau} = 0$. Dessa forma, teremos

$$\lim_{\bar{\tau} \rightarrow 0} \frac{J_1(K_+\bar{\tau})}{K_+\bar{\tau}} = \frac{1}{2}, \quad (3.22)$$

$$J_0(0) = 1, \quad (3.23)$$

$$\lim_{\bar{\tau} \rightarrow 0} \frac{\sin(K_-\bar{\tau})}{K_-\bar{\tau}} = 1, \quad (3.24)$$

$$\gamma_R^\pm(0) = 1 \quad (3.25)$$

Com isso, as amplitudes (3.13)-(3.19), escritas apenas como função de s ficam

$$F_+^H(s) = is[H_1 \ln^2 \bar{s} + H_2 \ln \bar{s} + H_3], \quad (3.26)$$

$$F_-^{MO}(s) = s[O_1 \ln^2 \bar{s} + O_2 \ln \bar{s} + O_3], \quad (3.27)$$

$$F_+^R(s) = sC_R^+ \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_R^+(0)-1} \left[i - \cot\left(\frac{\pi}{2}\alpha_R^+(0)\right) \right], \quad (3.28)$$

$$F_-^R(s) = -sC_R^- \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_R^-(0)-1} \left[i + \tan\left(\frac{\pi}{2}\alpha_R^-(0)\right) \right]. \quad (3.29)$$

O que precisamos fazer agora é explicitar a parte real e a parte imaginária destas amplitudes. Para isso, lembremos que \bar{s} é complexo, dado por (3.14). Começando com F_+^H ,

$$\begin{aligned} F_+^H(s) &= is \left\{ H_1 \left[\ln\left(\frac{s}{s_0}\right) - \frac{i\pi}{2} \right]^2 + H_2 \left[\ln\left(\frac{s}{s_0}\right) - \frac{i\pi}{2} \right] + H_3 \right\} \\ &= is \left\{ H_1 \left[\ln^2\left(\frac{s}{s_0}\right) - \frac{\pi^2}{4} - i\pi \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. + H_2 \left[\ln\left(\frac{s}{s_0}\right) - \frac{i\pi}{2} \right] + H_3 \right\} \\ &= sH_1\pi \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) + sH_2\frac{\pi}{2} \\ &\quad + i \left\{ sH_1 \left[\ln^2\left(\frac{s}{s_0}\right) - \frac{\pi^2}{4} \right] + sH_2 \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) + sH_3 \right\}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

3.4 Seção de choque total e parâmetro ρ

O cálculo é análogo para as demais amplitudes, de modo que escreveremos apenas o resultado final,

$$F_-^{MO}(s) = sO_1 \left[\ln^2 \left(\frac{s}{s_0} \right) - \frac{\pi^2}{4} \right] + sO_2 \ln \frac{s}{s_0} + sO_3 - i \left\{ sO_1 \pi \ln \left(\frac{s}{s_0} \right) + sO_2 \frac{\pi}{2} \right\}, \quad (3.31)$$

$$F_+^R(s) = \frac{sC_R^+}{\sin \left(\frac{\pi}{2} \alpha_R^+(0) \right)} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_R^+(0)-1} \times \left\{ -\cos \left(\frac{\pi}{2} \alpha_R^+(0) \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} \alpha_R^+(0) \right) \right\}, \quad (3.32)$$

$$F_-^R(s) = -\frac{sC_R^-}{\cos \left(\frac{\pi}{2} \alpha_R^-(0) \right)} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_R^-(0)-1} \times \left\{ \sin \left(\frac{\pi}{2} \alpha_R^-(0) \right) + i \cos \left(\frac{\pi}{2} \alpha_R^-(0) \right) \right\}. \quad (3.33)$$

Antes de continuarmos com o cálculo de σ_{tot} e ρ , é importante notar que existe uma certa simetria entre as partes reais e imaginárias das contribuições F_+ e F_-

$$\text{Re } F_-(s) \sim \text{Im } F_+(s), \quad (3.34)$$

$$\text{Im } F_-(s) \sim \text{Re } F_+(s). \quad (3.35)$$

Vemos uma simetria entre F_+^H e F_-^{MO} e outra simetria (menos evidente) entre F_+^R e F_-^R .

Com esses resultados, podemos obter σ_{tot}^{pp} e ρ^{pp} através de (2.54) e (2.22), onde $F(s)$ será dado por (3.9). Com efeito,

$$\sigma_{tot}^{pp}(s) = \frac{1}{s} \text{Im } F_{pp} \quad (3.36)$$

$$= H_1 \left[\ln^2 \left(\frac{s}{s_0} \right) - \frac{\pi^2}{4} \right] + H_2 \ln \left(\frac{s}{s_0} \right) + H_3 - O_1 \pi \ln \left(\frac{s}{s_0} \right) - O_2 \frac{\pi}{2} + C_R^+ \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_R^+(0)-1} - C_R^- \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_R^-(0)-1}. \quad (3.37)$$

Como o parâmetro ρ é uma divisão entre somas, podemos computar $\sigma_{tot}\rho$, que

é simplesmente a parte real da amplitude.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{tot}^{pp}(s)\rho^{pp}(s) &= \frac{1}{s} \operatorname{Re} F_{pp} \\
 &= H_1\pi \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) + H_2\frac{\pi}{2} \\
 &\quad + O_1\left[\ln^2\left(\frac{s}{s_0}\right) - \frac{\pi^2}{4}\right] + O_2 \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) + O_3 \\
 &\quad - \frac{sC_R^+}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha_R^+(0)\right)} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_R^+(0)} \cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha_R^+(0)\right) \\
 &\quad - \frac{sC_R^-}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha_R^-(0)\right)} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_R^-(0)} \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha_R^-(0)\right). \quad (3.38)
 \end{aligned}$$

Vemos que as expressões (3.37) e (3.38) são muito semelhantes às expressões obtidas por [1]. Entretanto elas não são idênticas pois [2] utiliza uma definição levemente diferente para as amplitudes das trajetórias de Regge secundárias F_{\pm}^R e eles também não consideram o termo corretivo devido a massa das partículas.

As seção de choque total e parâmetro ρ para $\bar{p}p$ são obtidas simplesmente trocando o sinal das contribuições F_-^{MO} e F_-^R , seguindo a prescrição (3.10).

Capítulo 4

Resultados e discussões

Neste capítulo, apresentamos a análise realizada para descrever os dados experimentais. Seleccionamos dois *ensembles* de dados e ajustamos os parâmetros procurando minimizar o valor de χ^2 .

4.1 Ajuste χ^2 e MINUIT

O ajuste χ^2 utilizado é dado por [28]

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2}, \quad (4.1)$$

onde (x_i, y_i) são os dados experimentais, $f(x)$ é a expressão analítica com a qual faremos o ajuste e σ_i é a incerteza da variável y_i . Ao final utilizaremos o chamado χ -quadrado reduzido, ou seja

$$\chi_{red}^2 = \frac{\chi^2}{n - p} = \frac{\chi^2}{\nu} \quad (4.2)$$

onde p é o número de parâmetros e ν é o chamado graus de liberdade do nosso *ensemble*.

Para realizar esta minimização, utilizamos a biblioteca MINUIT do CERN [29]. O MINUIT é uma ferramenta projetada para encontrar valores mínimos de uma função com múltiplos parâmetros e analisar o formato da solução ao redor do mínimo. Suas principais aplicações são: análises estatísticas, funções χ^2 e log-verossimilhança e cálculo do melhor ajuste para parâmetros e incertezas, incluindo correlação entre as incertezas.

4.2 Dados experimentais

Recentemente diferentes experimentos do LHC obtiveram resultados divergentes para os observáveis cinemáticos. Para a seção de choque total à 13 TeV,

o experimento ATLAS obteve um valor de 104.68 mb [15] enquanto o experimento TOTEM obteve 110.3 mb [16]. Para o parâmetro ρ à 13 TeV, foram encontrados valores 0.098 [15] e 0.10 [16] pelo ATLAS e TOTEM, respectivamente.

Com isto em mente, adotamos dois *ensembles* diferentes, ambos contendo os mesmos dados para energia mais baixa, da ordem de $\sqrt{s} < 1$ TeV. A diferença entre os *ensembles* reside nos valores superiores à 7 TeV, de modo que definimos o *ensemble* A, com os dados do ATLAS [15, 30, 31] e o *ensemble* T, com os dados do TOTEM [32]-[40]. Na Tabela 4.1, apresentamos o conjunto de todos os dados utilizados.

	ATLAS	TOTEM
σ_{tot}^{pp}	70	79
$\sigma_{tot}^{p\bar{p}}$	30	30
ρ^{pp}	49	52
$\rho^{p\bar{p}}$	12	12
$\frac{d\sigma}{dt}$ (7 TeV)	18	41
$\frac{d\sigma}{dt}$ (8 TeV)	18	30
$\frac{d\sigma}{dt}$ (13 TeV)	37	114
TOTAL	234	358

Tabela 4.1: Número de pontos para cada observável.

4.3 Resultados numéricos: ATLAS vs TOTEM

O nosso modelo descrito no capítulo anterior possui um total de 20 parâmetros livres quando consideramos simultaneamente a seção de choque total, diferencial e parâmetro ρ . Com os dados experimentais, realizamos uma minimização de χ^2 , adotando um nível de confiança de 90%, a fim de obter os parâmetros que melhor ajustam uma curva aos dados experimentais.

A seguir, apresentamos os resultados obtidos através desta minimização. O procedimento adotado foi utilizar os valores de [2] como parâmetros iniciais. Os valores obtidos nesta primeira minimização não foram satisfatórios, apresentando um χ^2 muito alto. Com isso, usamos estes parâmetros como *inputs* para uma segunda minimização, que resultou em um χ^2 bastante satisfatório. Os parâmetros apresentados neste trabalho foram resultado desta segunda minimização. Nas seções posteriores deste capítulo, mostramos os ajustes obtidos com e sem a amplitude do Odderon Máximo. Veremos que tanto os valores

4.3 Resultados numéricos: ATLAS vs TOTEM

de χ^2 quanto o comportamento dos observáveis se mostram diferentes quando levamos em consideração a presença do Odderon Máximo.

4.3.1 Sem o Odderon

Sem levar em conta a contribuição do Odderon Máximo (3.17), as amplitudes de espalhamento (3.9) e (3.10) se tornam

$$F_{pp} = F_+^H + F_+^R + F_-^R, \quad (4.3)$$

$$F_{\bar{p}p} = F_+^H + F_+^R - F_-^R. \quad (4.4)$$

Verificando as expressões para as amplitudes, vemos que nosso modelo sem o Odderon Máximo possui 13 parâmetros livres. Os valores obtidos para o *ensemble* A estão dispostos na tabela 4.2 e para o *ensemble* T na tabela 4.3.

H_1	H_2	H_3	b_1^+	b_2^+	b_3^+	K_+
(mb)	(mb)	(mb)	(GeV ⁻²)	(GeV ⁻²)	(GeV ⁻²)	
0.35868	6.8872	6.2321	12.073	3.6546	0.51372	0.19718
±0.08259	±1.5736	±1.3349	±3.30058	±3.3055	±8.8497	±0.04996
α_R^+	α_R^-	C_R^+	C_R^-	β_R^+	β_R^-	
		(mb)	(mb)	(GeV ⁻²)	(GeV ⁻²)	
0.76958	0.47646	175.01	76.044	-12.007	-18.677	
±0.04579	±0.09911	±25.54	±42.643	±2.311	±4.875	
$\nu = 221$						
$\frac{\chi^2}{\nu} = 0.7921$						

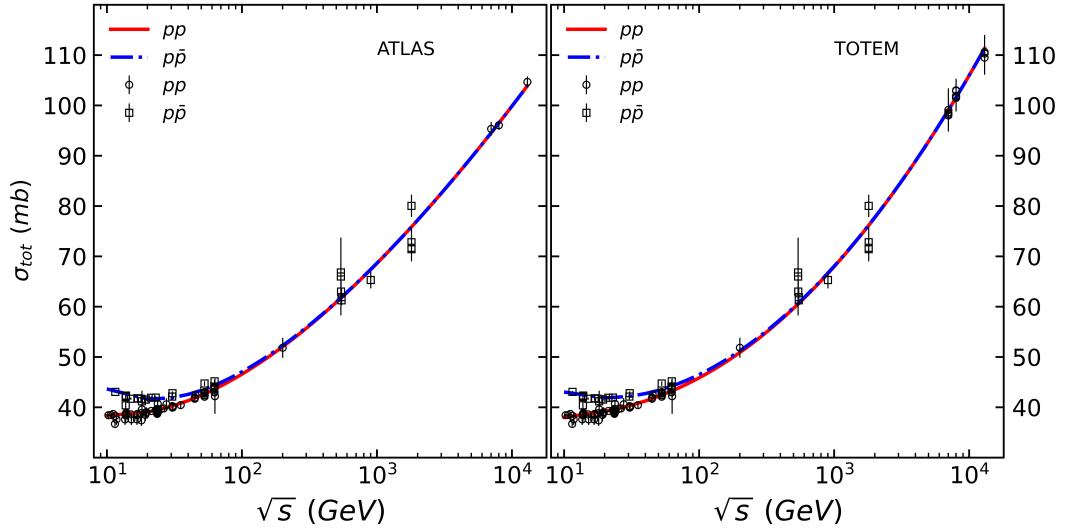
Tabela 4.2: Parâmetros obtidos para o caso sem Odderon para o *ensemble* A.

Os valores de χ^2 obtidos estão muito razoáveis, considerando que estamos estudando uma versão simplificada do modelo AGN. Podemos ver que alguns parâmetros obtidos tiveram um erro maior do que o próprio valor e isto pode significar que estes valores são compatíveis com zero, ou seja, em um estudo posterior, poderíamos tomar estas contribuições como nulas e diminuir o número de parâmetros livres do nosso modelo. Nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 podemos ver o comportamento da seção de choque total, do parâmetro ρ e da seção de choque diferencial quando não levamos em conta o Odderon Máximo.

Conforme vimos na seção 3.2, o Odderon é responsável pela diferença entre as seções de choque totais das reações $pp \rightarrow pp$ e $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}$ no limite assintótico de $s \rightarrow \infty$. Quando não o levamos em consideração, as seções de choque totais, e por consequência o parâmetro ρ , se coincidem neste limite. Vemos também que para pequeno \sqrt{s} , o modelo descreve bem os dados.

H_1	H_2	H_3	b_1^+	b_2^+	b_3^+	K_+
(mb)	(mb)	(mb)	(GeV ⁻²)	(GeV ⁻²)	(GeV ⁻²)	
0.97825	-10.354	133.32	6.0320	22.547	17.243	0.29768
±0.04613	±0.752	±3.07	±1.7162	±4.624	±4.326	±0.04501
α_R^+	α_R^-	C_R^+	C_R^-	β_R^+	β_R^-	
		(mb)	(mb)	(GeV ⁻²)	(GeV ⁻²)	
-0.91410	0.55668	353.12	49.477	-344.03	1976.6	
±0.00681	±0.02511	±6.29	±6.030	±6.22	±6.3	

$\nu = 345$
 $\frac{\chi^2}{\nu} = 0.8940$

 Tabela 4.3: Parâmetros obtidos para o caso sem Odderon para o *ensemble* T.

 Figura 4.1: Seção de choque total para os *ensembles* A (esquerda) e T (direita), desconsiderando o Odderon.

4.3.2 Com o Odderon

Quando levamos em conta a contribuição do Odderon Máximo, as amplitudes de espalhamento ficam completas

$$F_{pp} = F_+^H + F_-^{MO} + F_+^R + F_-^R, \quad (4.5)$$

$$F_{\bar{p}p} = F_+^H - F_-^{MO} + F_+^R - F_-^R. \quad (4.6)$$

O modelo com a presença do Odderon possui 20 parâmetros livres. Os valores obtidos para o *ensemble* A e para o *ensemble* T estão dispostos nas tabelas 4.4 e 4.5, respectivamente.

Novamente, os valores de χ^2 obtidos estão muito razoáveis, considerando que estamos estudando uma versão simplificada do modelo AGN e com isso

4.3 Resultados numéricos: ATLAS vs TOTEM

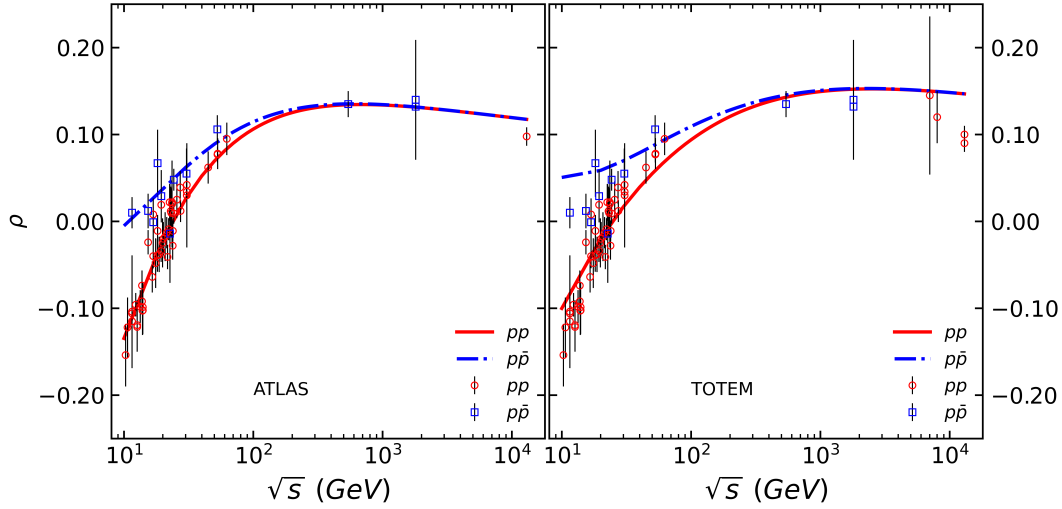


Figura 4.2: Parâmetro ρ para os *ensembles* A (esquerda) e T (direita), desconsiderando o Odderon.

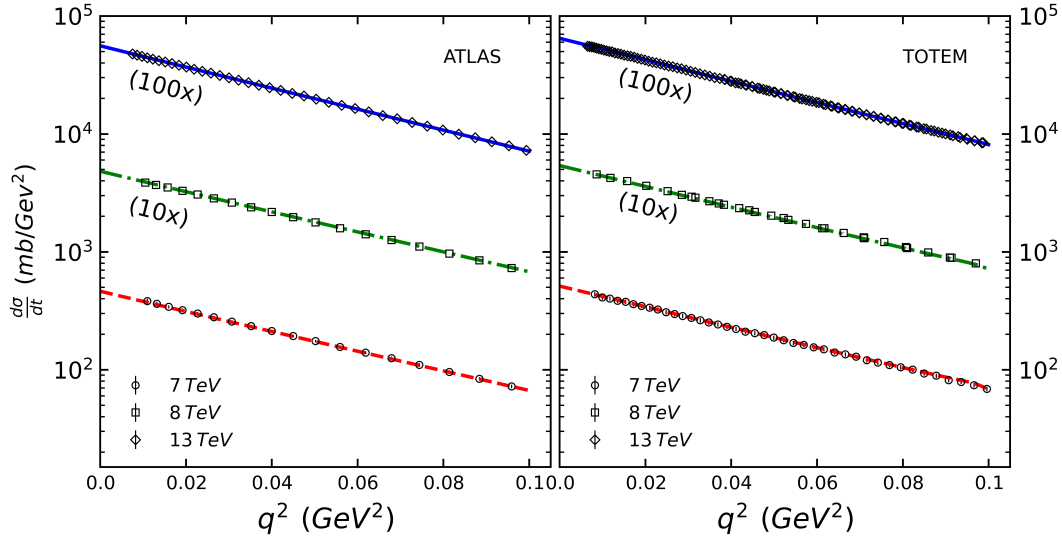


Figura 4.3: Seção de choque diferencial para os *ensembles* A (esquerda) e T (direita), desconsiderando o Odderon.

encontramos valores mais baixos do que [1] e [2]. De forma semelhante ao caso sem o Odderon máximo, alguns parâmetros obtidos tiveram um erro maior do que o próprio valor e isto pode significar que estes valores são compatíveis com zero. Como o número de parâmetros livres aumentou com a presença do Odderon, a hipótese de que alguns termos possam ser descartados ganha mais força, uma vez que gostaríamos de descrever os dados utilizando um número mínimo de parâmetros livres. Nas Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 podemos ver o comportamento da seção de choque total, do parâmetro ρ e da seção de choque diferencial quando consideramos o Odderon Máximo. As seções de choque diferenciais estão plotadas em função de q^2 , onde temos $-t = q^2$.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

H_1	H_2	H_3	b_1^+	b_2^+	b_3^+	K_+
(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	
0.53289	0.29609	69.018	0.36871	128.92	1.5472	0.27680
±0.03238	±0.65218	±6.289	±4.25240	±7.5377	±4.7444	±0.06786
O_1	O_2	O_3	b_1^-	b_2^-	b_3^-	K_-
(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	
-0.12669	2.9204	-15.720	-5.2860	741.19	2687.7	0.74159
±0.07343	±1.2704	±5.950	±7.0586	±7.54	±7.5	±0.44718
α_R^+	α_R^-	C_R^+	C_R^-	β_R^+	β_R^-	
		(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	
0.63772	0.16918	131.93	181.28	-35.276	323.47	
±0.04217	±0.09918	±7.42	±7.54	±7.521	±7.54	
$\nu = 214$						
$\frac{\chi^2}{\nu} = 0.5078$						

Tabela 4.4: Parâmetros obtidos para o caso com Odderon para o *ensemble* A.

H_1	H_2	H_3	b_1^+	b_2^+	b_3^+	K_+
(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	
0.84364	-7.0222	114.47	9.9712	6.0952	3.1927	0.099918
±0.05566	±1.2151	±7.2943	±2.7942	±6.3611	±3.9819	±0.081712
O_1	O_2	O_3	b_1^-	b_2^-	b_3^-	K_-
(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	
-0.050917	-0.18250	11.399	551.91	-17.263	6.8808	-0.078156
±0.044605	±0.63327	±5.957	±7.54	±7.446	±7.5297	±0.56291
α_R^+	α_R^-	C_R^+	C_R^-	β_R^+	β_R^-	
		(<i>mb</i>)	(<i>mb</i>)	(<i>GeV</i> ⁻²)	(<i>GeV</i> ⁻²)	
0.43458	0.74116	92.881	23.126	-19.699	-25.827	
±0.10940	±0.05679	±7.500	±6.723	±7.538	±7.534	
$\nu = 338$						
$\frac{\chi^2}{\nu} = 0.5366$						

Tabela 4.5: Parâmetros obtidos para o caso com Odderon para o *ensemble* T.

Agora com a presença do Odderon Máximo, vemos a diferença entre as seções de choque totais e o parâmetro ρ quando $s \rightarrow \infty$. Além disso, não percebemos a presença do Odderon nas seções de choque diferenciais porque

4.3 Resultados numéricos: ATLAS vs TOTEM

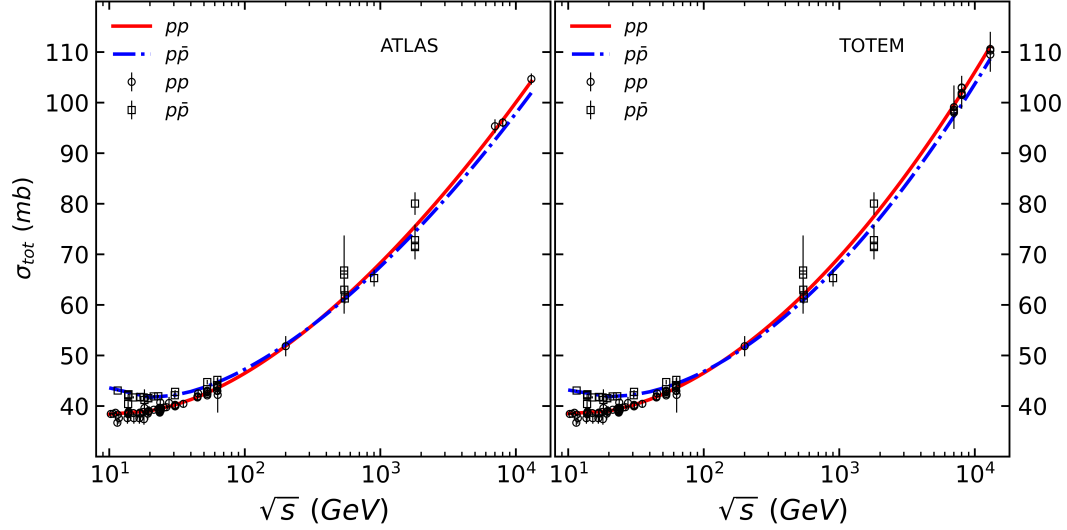


Figura 4.4: Seção de choque total para os *ensembles* A (esquerda) e T (direita), considerando o Odderon.

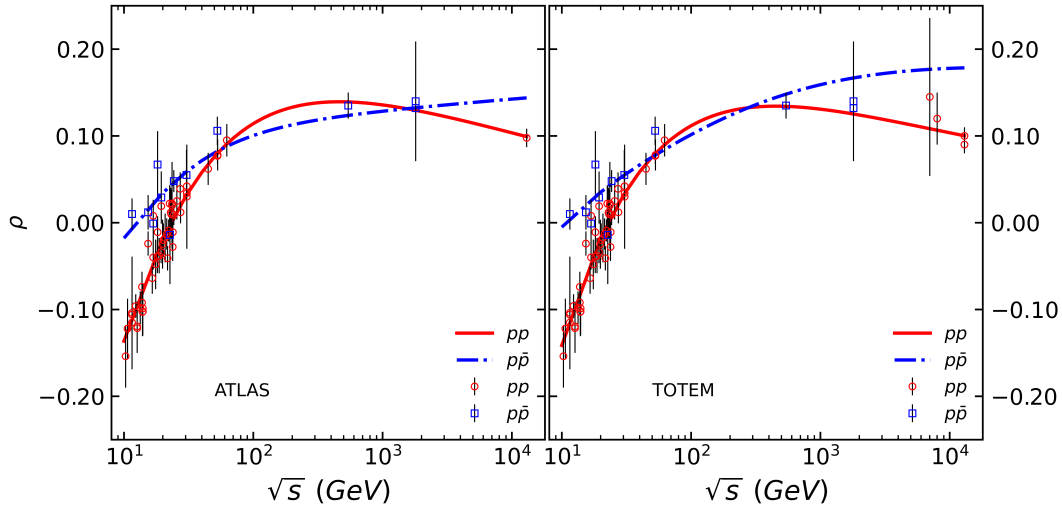


Figura 4.5: Parâmetro ρ para os *ensembles* A (esquerda) e T (direita), considerando o Odderon.

estamos estudando uma região de $|t| \leq 0.1$.

Em relação aos parâmetros encontrados, obtivemos alguns valores negativos pra os parâmetros β_R^\pm , para os casos com e sem a presença do Odderon Máximo. Estes parâmetros são os responsáveis pela dependência exponencial em t das amplitudes, e como $t < 0$, valores negativos destes parâmetros aumentariam exponencialmente as amplitudes. Entretanto, como estamos analisando uma região de $|t| \leq 0.1$, estes parâmetros com sinal aparentemente incorreto acabam por não ter um comportamento físico.

Além disso, obtivemos também alguns parâmetros compatíveis com zero, ou seja, barra de erro maior do que o valor médio. Os parâmetros compatíveis

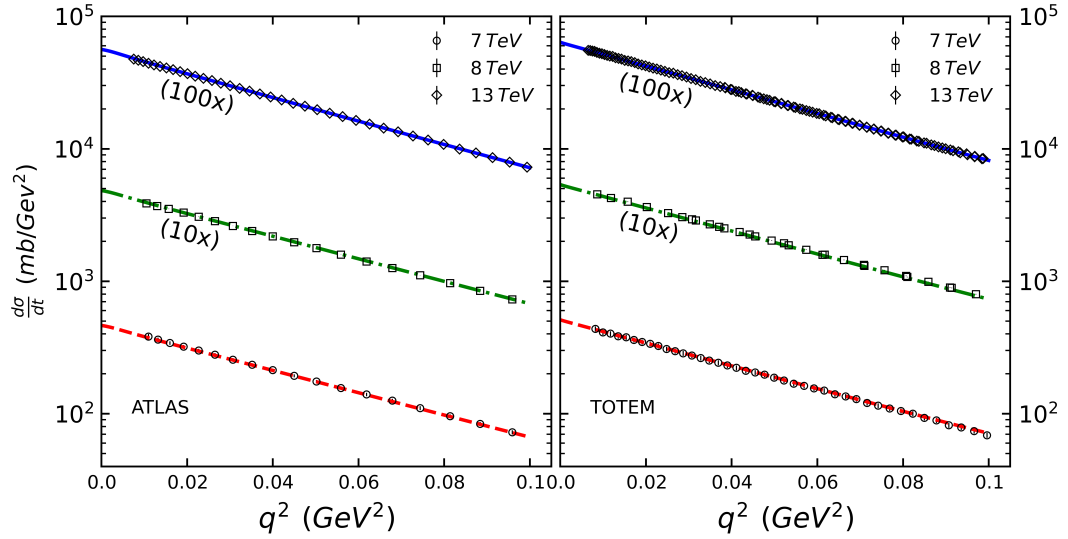


Figura 4.6: Seção de choque diferencial para os *ensembles* A (esquerda) e T (direita), considerando o Odderon.

com zero obtidos foram

- ATLAS
 - Sem Odderon: b_3^+
 - Com Odderon: H_2, b_1^+, b_3^+, b_1^-
- TOTEM
 - Sem Odderon: –
 - Com Odderon: $b_2^+, b_3^+, O_2, b_3^-, K_-$.

Podemos ainda sintetizar os resultados encontrados para a seção de choque total e parâmetro ρ na Tabela 4.6.

4.3 Resultados numéricos: ATLAS vs TOTEM

\sqrt{s} (TeV)	σ_{tot}^{pp} (mb)		ρ^{pp}	
	ATLAS	Previsto	ATLAS	Previsto
7	95.35 ± 1.36	94.51	–	0.10941
8	96.07 ± 0.92	96.54	–	0.10722
13	104.68 ± 1.09	104.23	0.09780 ± 0.01064	0.09916

\sqrt{s} (TeV)	σ_{tot}^{pp} (mb)		ρ^{pp}	
	TOTEM	Previsto	TOTEM	Previsto
7	99.1 ± 4.3	99.5	0.145 ± 0.091	0.108
	98.0 ± 2.5		–	
	98.6 ± 2.2		–	
	98.3 ± 2.8		–	
8	101.5 ± 2.1	101.9	0.12 ± 0.03	0.11
	101.9 ± 2.1		–	
	103.0 ± 2.3		–	
	102.9 ± 2.3		–	
	101.7 ± 2.9		–	
13	110.6 ± 3.4	111.1	0.10 ± 0.01	0.10
	109.5 ± 3.4		0.09 ± 0.01	
	110.3 ± 3.5		–	

Tabela 4.6: Seção de choque e parâmetro ρ obtidos para ambos os *ensembles*.

Considerações finais e perspectivas

Neste trabalho, estudamos uma forma simplificada do modelo AGN . Consideramos apenas as contribuições de Froissart e dos reggeons secundários em uma primeira abordagem. Em um segundo momento, incluímos a contribuição do Odderon Máximo. Com esta descrição, foi possível obter parâmetros livres, ajustados aos dados experimentais provenientes do ATLAS e do TOTEM. Realizamos uma análise estatística de χ^2 , minimizando estes parâmetros e obtivemos valores de χ^2 muito satisfatórios. Para o caso sem o Odderon, encontramos os valores $\chi^2/\nu = 0.7921$ e $\chi^2/\nu = 0.8940$ para os *ensembles* do ATLAS e do TOTEM, respectivamente. Para o caso com o Odderon, encontramos os valores $\chi^2/\nu = 0.5078$ e $\chi^2/\nu = 0.5366$ para os *ensembles* do ATLAS e do TOTEM, respectivamente.

Com os valores dos parâmetros minimizados, apresentados nas Tabelas 4.2-4.5, traçamos as curvas das seções de choque totais e parâmetro ρ em função de \sqrt{s} e das seções de choque diferenciais em função de q^2 . Foi possível observar que, para os observáveis em $t = 0$, o Odderon Máximo é o responsável pela diferença entre os observáveis das reações $pp \rightarrow pp$ e $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}$ no limite assintótico $s \rightarrow \infty$. Além disso, em nossa análise, obtivemos alguns parâmetros compatíveis com zero, ou seja, uma barra de erro maior do que o valor médio do parâmetro.

Em relação as perspectivas futuras, podemos adotar dois caminhos. O primeiro seria refazer o trabalho desconsiderando os observáveis compatíveis com zero e verificando qual é o impacto na descrição dos dados. O segundo é incluir os polos simples e os cortes do Pomeron e do Odderon, conforme as prescrições (3.3) e (3.4) e verificar como estas contribuições impactam a descrição dos observáveis.

Referências Bibliográficas

- [1] E. Martynov and B. Nicolescu, Phys. Lett. B 778, 414 (2018).
- [2] R. F. Avila, P. Gauron and B. Nicolescu, Eur. Phys. J. C 49, 581 (2007).
- [3] G. Auberson, T. Kinoshita and A. Martin, Phys. Rev. D 3, 3185 (1971).
- [4] L. Lukaszuk, B. Nicolescu, Nuovo Cim. Lett. 8, 405 (1973).
- [5] Y. Hatta, E. Iancu, K. Itakura, L. McLerran, Nucl. Phys. A 760, 172 (2005).
- [6] A. Breakstone et al., Phys. Rev. Lett. 54, 2180 (1985).
- [7] S. Erhan et al., Phys. Lett. B 152, 131 (1985).
- [8] W. Heisenberg, Z. Phys. 133, 65 (1952).
- [9] M. Froissart, Phys. Rev. 123, 1053 (1961).
- [10] S. Pakvasa and H. Sugawara, Phys. Lett. B 48, 333 (1974).
- [11] A. Martin, Nuovo Cim. A 42, 930 (1965).
- [12] S.B. Giddings, Phys. Rev. D 67, 126 001 (2003).
- [13] E. Ferreira *et al.*, Nucl. Phys. A 710, 373 (2002).
- [14] J.R. Cudell et al., Phys. Rev. D 65, 074 024 (2002).
- [15] G.Aad *et al.* Eur. Phys. J. C 83, 441 (2023).
- [16] G.Antchev *et al.*, Eur. Phys. J. C 79, 785 (2019).
- [17] V. Barone and E. Predazzi, *High Energy Particle Diffraction*, Springer (2002).
- [18] E. Butkov, *Introduction to Regge Theory and High Energy Physics*, Cambridge University Press (1977).
- [19] J. R. Forshaw and D. A. Ross. *Quantum Chromodynamics and the Pomeron*, Cambridge University Press (1997).

- [20] F. W. Byron and R. W. Fuller, *Mathematics of Classical and Quantum Physics*, Dover (1992).
- [21] G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical Methods for physicists*, Elsevier (2007).
- [22] E. Butkov, *Mathematical Physics*, Addison-Wesley (1973).
- [23] S. Donnachie *et al.*, *Pomeron Physics and QCD*, Cambridge University Press (2002).
- [24] P. Gauron and B. Nicolescu, Nucl. Phys. B 299, 640 (1988).
- [25] P. Gauron, B. Nicolescu and E. Leader, Phys. Lett. B 238, 406 (1990)
- [26] T. Regge, Il Nuovo Cimento 8, 671 (1958).
- [27] T. Regge, Il Nuovo Cimento 14, 951 (1959).
- [28] J. H. Vuolo, *Fundamentos da Teoria de Erros*, Edgar Blücher LTDA (1996).
- [29] F. James, MINUIT - Function Minimization and Error Analysis version 94.1, CERN Program Library (1994).
- [30] G.Aad *et al.* Nucl. Phys. B 889, 486 (2014).
- [31] M.Aaboud *et al.*, Phys. Lett. B 761, 158 (2016).
- [32] G.Antchev *et al.*, EPL 95, 41001 (2011).
- [33] G.Antchev *et al.*, EPL 96, 21002 (2011).
- [34] G.Antchev *et al.*, Europhys. Lett. 101, 21002 (2013).
- [35] G.Antchev *et al.*, Europhys. Lett. 101, 21004 (2013).
- [36] G.Antchev *et al.*, Phys. Rev. Lett. 111, 012001 (2013).
- [37] G.Antchev *et al.*, Nucl. Phys. B 889, 527 (2015).
- [38] G.Antchev *et al.*, Eur. Phys. J. C 76, 661 (2016).
- [39] G.Antchev *et al.*, Eur. Phys. J. C 79, 103 (2019).
- [40] G.Antchev *et al.*, Eur. Phys. J. C 79, 861 (2019).