

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS ATRAVÉS DO ALGORITMO CIOA
CONSIDERANDO RESTRIÇÕES DE FREQUÊNCIAS NATURAIS

por

Vitor Miranda Gomes

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, julho de 2023

CIP - Catalogação na Publicação

Miranda Gomes, Vitor

Otimização de estruturas treliçadas através do algoritmo CIOA considerando restrições de frequência natural / Vitor Miranda Gomes. -- 2023.

28 f.

Orientadora: Letícia Fleck Fadel Miguel.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de
Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto
Alegre, BR-RS, 2023.

1. Otimização. 2. Algoritmo meta-heurístico. 3.
Restrição de frequência natural. I. Fleck Fadel
Miguel, Letícia, orient. II. Título.

Vitor Miranda Gomes

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS ATRAVÉS DO ALGORITMO SGA
CONSIDERANDO RESTRIÇÕES DE FREQUÊNCIAS NATURAIS

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Ignacio Iturrioz
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientadora: Profa. Letícia Fleck Fadel Miguel

Comissão de Avaliação:

Prof. Daniel Milbrath De Leon

Prof. Edson Hikaro Aseka

Profa. Letícia Fleck Fadel Miguel

Porto Alegre, 27 de julho

AGRADECIMENTOS

Eu gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos em primeiro lugar à minha família, cujo apoio foi fundamental para que eu pudesse ter acesso a uma instituição de ensino superior pública e, além disso, concluir o curso. Desejo expressar minha gratidão à Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e a todos os funcionários desta instituição, cujo trabalho árduo contribui para a manutenção da excelência na pesquisa e no ensino em nosso país.

Gostaria de estender meus agradecimentos à minha orientadora, a professora Letícia Fleck Fadel Miguel, pela sua orientação e profundo conhecimento na área. Além disso, gostaria de agradecer ao doutorando Otávio Augusto Peter de Souza por sua valiosa assistência ao longo deste trabalho.

GOMES, V. M. Otimização de estruturas treliçadas através do algoritmo CIOA considerando restrições de frequências naturais. 2023. 15 páginas. Monografia de Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2023.

RESUMO

A otimização desempenha um papel fundamental dentro do contexto da crescente competição de mercado atual, o que torna a pesquisa e o desenvolvimento de diferentes métodos de otimização um assunto de grande importância e interesse econômico. Algumas formulações podem resultar em modelos matemáticos bastante complexos e, conseqüentemente, o desenvolvimento de novas ferramentas matemáticas e computacionais se torna necessário, entre eles, observa-se em diversas publicações o emprego de algoritmos meta-heurísticos para resolver problemas complexos de otimização. Nesse contexto, o presente trabalho analisa o uso de um algoritmo meta-heurístico chamado Circle-Inspired Optimization Algorithm (CIOA) na otimização de estruturas treliçadas com restrições de frequência natural. As estruturas apresentadas nesse trabalho já foram estudadas por diversos autores por meio de outros métodos, cujos resultados constam na literatura. Portanto os resultados de otimização obtidos neste trabalho são comparados aos já consagrados, com o intuito de validar o método. Conclui-se que o algoritmo teve um bom desempenho em todos os casos, apresentando inclusive a melhor otimização para dois deles.

PALAVRAS-CHAVE: Circle-Inspired Optimization Algorithm, Otimização, Algoritmo meta-heurístico, Restrição de Frequência Natural

GOMES, V. M. **Optimization of truss structures using the CIOA algorithm considering natural frequency constraints**. 2023. 15 pages. Mechanical Engineering End of Course Monography – Mechanical Engineering degree, The Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2023.

ABSTRACT

Optimization plays a fundamental role within the context of the current growing market competition, making the research and development of different optimization methods a matter of great importance and economic interest. However, some formulations can result in highly complex mathematical models, thus necessitating the development of new mathematical and computational tools. Among these, the use of metaheuristic algorithms to solve complex optimization problems has been validated in many papers. In this context, the present work analyzes the use of a metaheuristic algorithm called Circle-Inspired Optimization Algorithm (CIOA) for optimizing truss structures with natural frequency constraints. The structures used are considered reference, as they have already been studied by various authors using other methods, and their results are documented in the literature. Therefore, the optimization results obtained in this work are compared to the established ones, with the aim of validating the method. It is concluded that the algorithm performed well in all cases, even presenting the best optimization for two of them.

KEYWORDS: Circle-Inspired Optimization Algorithm, Optimization, Metaheuristic Algorithm, Natural Frequency Constraint

NOMENCLATURA

Símbolos

A_i	Área da seção transversal da barra i	[m ²]
c_r	Constante do CIOA	
C_{x1}	Coordenada do ponto C eixo x_1	[m]
C_{x2}	Coordenada do ponto C eixo x_2	[m]
E	Módulo de Young	Pa
\mathbf{K}_i^e	Matriz de rigidez local do elemento i	
\mathbf{K}^g	Matriz de rigidez global	
L_b	Limite inferior de uma variável	
L_{bi}	Novo limite inferior de uma variável no CIOA	
L_i	Comprimento da barra i	[m]
M	Massa total da treliça	[kg]
\mathbf{M}_i^e	Matriz de massa local do elemento i	[kg]
\mathbf{M}^g	Matriz de massa global	[kg]
N_{ag}	Número de agentes de pesquisa	
O	Centro de uma circunferência	[m]
r_j	Vetor de raios no CIOA	[m]
\mathbf{R}	Matriz de rotação	
U_b	Limite superior de uma variável	
U_{bi}	Novo limite superior de uma variável no CIOA	

Símbolos gregos

ρ	Massa específica do sólido	[kg m ⁻³]
--------	----------------------------	-----------------------

Abreviaturas e acrônimos

CIOA	Circle-Inspired Algorithm
PSO	Particle Swarm Optimization (Otimização por enxame de partículas)
HS	Harmony Search (Busca harmônica)
FA	Firefly Algorithm (Algoritmo de vagalumes)
SGA	Search Group Algorithm
WOA	Whale Optimization Algorithm (Algoritmo de otimização de baleias)

SUMÁRIO

ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS.....	1
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	1
4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	1
4.1. Otimização.....	2
4.2. Circle-Inspired Optimization Algorithm (CIOA)	3
4.3. Análise estrutural.....	5
5. METODOLOGIA.....	6
6. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS.....	7
6.1. Otimização paramétrica de uma treliça plana de 10 barras.....	7
6.2. Otimização de forma e paramétrica de uma treliça de 37 barras.....	8
6.3. Otimização de forma e paramétrica de uma treliça espacial de 52 barras....	10
6.4. Otimização paramétrica de uma treliça espacial de 72 barras.....	13
7. CONCLUSÕES.....	15
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	16

1. INTRODUÇÃO

De uma maneira generalizada, Rao (2009) coloca que “a otimização é o ato de obter o melhor resultado sob determinadas circunstâncias”. Evidentemente esse propósito desempenha um papel fundamental dentro do contexto da crescente competição de mercado atual, o que torna a pesquisa e o desenvolvimento de diferentes métodos de otimização um assunto de grande importância e interesse econômico.

Uma vez que o benefício ou custo desejado em qualquer situação prática pode ser expresso em função de certas variáveis de decisão, a otimização pode ser definida como o processo de encontrar as condições que dão o valor máximo ou mínimo de uma função. Entretanto, algumas formulações podem resultar em modelos matemáticos bastante complexos e, conseqüentemente, o desenvolvimento de novas ferramentas matemáticas e computacionais se torna necessário. É o caso dos algoritmos de otimização meta-heurísticos.

Nesse contexto, Souza (2021) desenvolveu um algoritmo de otimização meta-heurístico chamado Circle-Inspired Optimization Algorithm (CIOA), onde buscou-se garantir que os agentes de pesquisa fossem regidos por movimentos oriundos de equações matemáticas amplamente conhecidas. Nesse trabalho, portanto, o algoritmo CIOA será aplicado com a tarefa de minimizar a massa de estruturas treliçadas respeitando restrições de frequência natural. Isso será feito em casos previamente estudados na literatura técnica de otimização, dessa maneira será possível validar e avaliar os resultados do CIOA.

2. OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho consiste em utilizar e validar o algoritmo de otimização chamado CIOA (Circle-Inspired Optimization Algorithm), um método proposto por Souza (2021), disponível no link <https://github.com/oapsouza/>, tanto na linguagem Python como em MATLAB. O algoritmo será aplicado na otimização paramétrica e de forma de treliças de referência na literatura de otimização, levando em consideração restrições de frequências naturais. Essas treliças já foram analisadas e otimizadas por outros pesquisadores usando métodos de otimização diferentes, cujos resultados serão utilizados para comprovar a eficácia do algoritmo CIOA em estudo.

A função objetivo do trabalho é o custo, que é representado pela massa da treliça analisada. As variáveis de projeto são as áreas das barras e as posições dos nós, enquanto que as restrições de projeto são as frequências naturais.

Para alcançar o objetivo principal, é necessário atingir um objetivo secundário, que é o desenvolvimento de uma rotina em elementos finitos capaz de determinar as frequências naturais das treliças planas e espaciais. Essa rotina será elaborada no presente trabalho e será integrada ao algoritmo de otimização a ser avaliado. Além disso, os resultados finais serão validados através de uma análise modal realizada no software Ansys.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A otimização meta-heurística caracteriza-se como um campo de estudo que se concentra em encontrar soluções aproximadas para projetos de otimização complexos, dentre esses problemas encontramos na literatura a otimização de estruturas com múltiplas restrições de frequência natural, pois se trata de um problema complexo, uma vez que os modos de vibração podem mudar devido a modificações da forma e este fato pode levar a alterações significativas nas frequências naturais, causando dificuldades de convergência. Fadel e Fadel

Miguel (2012) mostram que esse é um problema que tem sido estudado desde 1980 e nos quais os algoritmos meta-heurísticos têm se demonstrado adequados para resolução.

Os algoritmos derivados dessa abordagem estão cada vez mais comuns na engenharia e essa crescente popularidade se dá por uma série de motivos, principalmente porque são simples, flexíveis, eficientes e de relativa fácil implementação em qualquer linguagem de programação. Dos diversos algoritmos existentes nessa área, alguns serão apresentados brevemente nessa seção pois seus resultados servirão como parâmetro para validar o CIOA.

Entre eles temos o *Particle Swarm Optimization* (PSO) de Kennedy e Eberhart (1995), o *Harmony Search* (HS) de Geem et al. (2001), o *Firefly Algorithm* (FA), o *Search Group Algorithm* (SGA) de Yang (2009a) e o *Whale Optimization Algorithm* (WOA) de Mirjalili e Lewis (2016). À parte do HS, onde os agentes de pesquisa são considerados como um grupo de músicos na busca de uma harmonia perfeita, todos os outros citados acima baseiam o movimento de seus agentes em comportamentos observados na natureza. Muitas pesquisas afirmam que os algoritmos meta-heurísticos são muito eficientes, e atribuem essa eficiência ao fato de imitarem as melhores características encontradas na natureza, especialmente a seleção dos mais aptos em sistemas biológicos que evoluíram por seleção natural ao longo de milhões de anos.

No FA, por exemplo, é feita uma analogia entre o processo de otimização e a forma como os vagalumes usam suas características luminescentes para atrair parceiros e possíveis presas, já no WOA o processo de otimização foi inspirado na estratégia de caça da baleia jubarte. Embora as principais características do processo de otimização possam ser extraídas de diferentes fontes de inspiração na natureza, os procedimentos e etapas de cada algoritmo podem ser muito diferentes e tais detalhes não serão descritos nesse trabalho.

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1. Otimização

A formulação matemática genérica de um problema de otimização pode ser declarada como na equação 1, onde os componentes x_i de \mathbf{x} são as variáveis de projeto; as funções $f_i(\mathbf{x})$ são as funções objetivo a serem otimizadas; $h_j(\mathbf{x})$ e $g_k(\mathbf{x})$ são, respectivamente, as restrições de igualdade e desigualdade; J , K e M são, respectivamente, o número de restrições de igualdade, o número de restrições de desigualdade e o número de funções objetivo.

$$\begin{array}{l}
 \text{Minimize } f_i(\mathbf{x}), \quad (i = 1, 2, \dots, M), \\
 \text{Sujeito às restrições:} \\
 h_j(\mathbf{x}) = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, J) \\
 g_k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\
 \text{Sendo: } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)
 \end{array} \tag{1}$$

A figura 1 mostra um espaço de concepção bidimensional hipotético em que a região inviável é indicada por linhas hachuradas, essas são definidas através das funções de restrição $g(\mathbf{x})$. Um ponto que está localizado em uma fronteira pode ser viável ou inviável, pois é necessário satisfazer a todas as restrições simultaneamente, por outro lado, um ponto que se situa na região delimitada por todas as fronteiras é considerado um ponto livre.

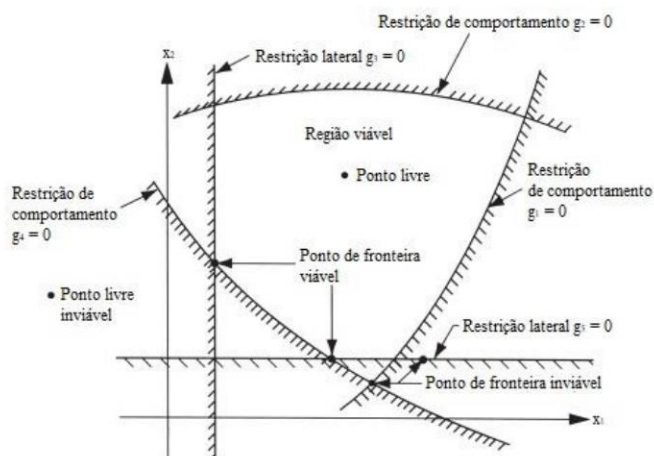


Figura 1 – Superfícies de restrição em um espaço 2D hipotético. Fonte: Souza 2021

No que diz respeito à classificação dos problemas de otimização, existe uma série de categorias e serão apresentadas nessa seção somente as mais relevantes para o trabalho: tem-se a classificação baseada na existência ou não de restrições; uma segunda baseada na natureza das equações envolvidas: linear ou não linear por exemplo. Em seguida, uma outra baseada na natureza das variáveis envolvidas: o problema pode ser caracterizado como determinístico ou estocástico e, finalmente, a classificação quanto ao tipo de otimização estrutural, elas são três: otimização paramétrica, otimização de forma e otimização topológica.

A figura 2 exemplifica os três tipos de otimização. Na otimização paramétrica, são otimizados parâmetros referentes aos elementos estruturais que compõem a estrutura, como por exemplo, a área da seção transversal, mas a forma pré-definida da estrutura é totalmente mantida. Na otimização de forma, são modificadas as coordenadas dos nós da estrutura, alterando a forma final dela e, finalmente, na otimização topológica o material é distribuído dentro de um determinado domínio de projeto, podendo formar uma nova topologia.

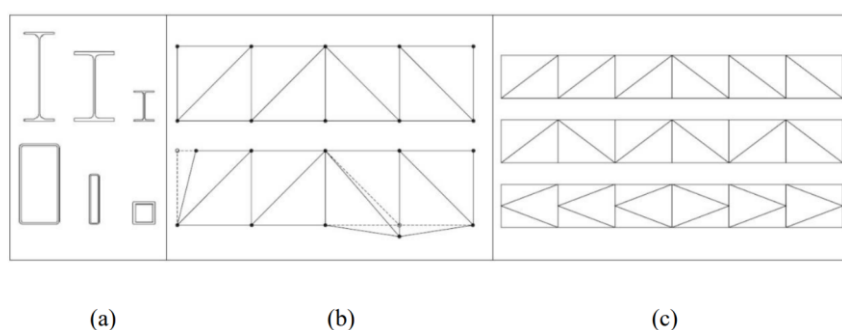


Figura 2 – a) Otimização paramétrica, b) Otimização de forma e c) Otimização topológica.

Fonte: Souza 2021

4.2. Circle-Inspired Optimization Algorithm (CIOA)

Na elaboração do CIOA (disponível em <https://github.com/oapsouza/>), Souza (2021) buscou inspiração na própria matemática, em vez de utilizá-la como uma ferramenta para descrever fenômenos específicos da natureza ou de outras áreas de estudo, deste modo é a

equação de um círculo que rege o comportamento dos agentes de pesquisa, por ser uma das formas geométricas mais conhecidas. Será apresentada nessa seção uma breve descrição do funcionamento do algoritmo, para mais detalhes é necessário consultar o trabalho de Souza (2021), além disso o pseudocódigo do CIOA está no anexo desse trabalho. Dada uma circunferência de centro O e raio r , contida num plano cartesiano x_1x_2 , conforme a figura 3, sabe-se que qualquer ponto C , sobre esta circunferência, pode ter suas coordenadas C_{x1} e C_{x2} calculadas através das equações 2 e 3.

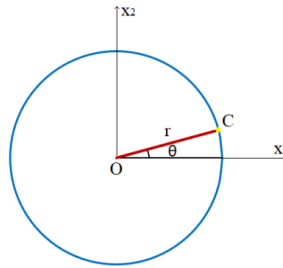


Figura 3 – Circunferência trigonométrica

$$C_{x1} = O_{x1} + r \cos \theta \quad (2)$$

$$C_{x2} = O_{x2} + r \sin \theta \quad (3)$$

No algoritmo temos que cada agente de pesquisa, ou seja, o elemento que vai percorrer a trajetória da circunferência, se move ao longo de arcos regidos por dois parâmetros principais: um ângulo θ , definido pelo próprio usuário e um raio r , calculado pelo algoritmo. Sejam N_{ag} o número de agentes de pesquisa utilizados, L_b e U_b os limites inferior e superior, respectivamente, de cada variável de projeto e n o número total de variáveis de projeto, o algoritmo é inicializado gerando um vetor \mathbf{r} , composto de N_{ag} elementos onde o valor r_j de cada elemento é dado pela equação 4.

$$r_j = \frac{c_r * j^2}{N_{ag}}, \quad 1 \leq j \leq N_{ag} \quad (4)$$

Sendo c_r uma constante determinada através da equação 5. Percebe-se que os vetores \mathbf{r} são organizados em ordem crescente.

$$c_r = \frac{\sqrt{U_b - L_b}}{N_{ag}} \quad (5)$$

Uma vez realizada a inicialização, a primeira solução gerada pelo CIOA é realizada de forma aleatória, como mostra a equação 6.

$$x_i = L_b + (U_b - L_b) \cdot rand \quad (6)$$

Ao longo das iterações do CIOA, cada agente de pesquisa terá suas coordenadas na próxima iteração definidas pela classificação realizada na iteração anterior, de modo que os agentes mais bem classificados, ou seja, aqueles que obtiveram as melhores soluções, façam

movimentos mais curtos (utilizando raios menores do vetor \mathbf{r}) enquanto os agentes que ocupam as piores classificações façam movimentos mais longos.

O processo de alteração de raios e da atualização do centro do círculo é esquematizado na figura 4. No primeiro, em (a), o agente melhora a sua classificação, reduzindo o tamanho do raio, ou seja, $r_{2,3} < r_{1,2}$; no segundo, ilustrado em (b), onde o agente de pesquisa piora a sua classificação, aumentando-se o tamanho do raio, isto é, $r_{2,3} > r_{1,2}$.

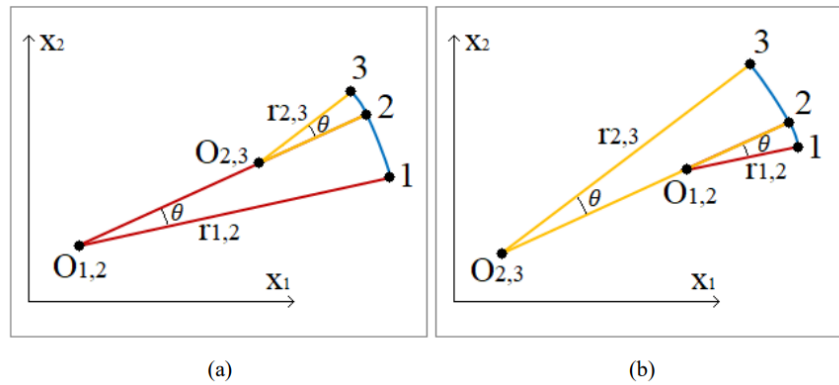


Figura 4 – Alteração de raio e atualização do centro do círculo. Fonte: Souza, 2021

Próximo do fim, torna-se importante que o algoritmo dedique algumas das iterações para uma pesquisa exclusivamente local, onde todos os agentes de pesquisa ficam restritos às áreas mais promissoras do espaço de busca, dessa maneira existe um refinamento da solução. Nesse momento existe uma diminuição da área de busca realizada por meio das equações 7 e 8.

$$U_{b1i} = x_{ibest} + \frac{U_b - L_b}{10000} \quad (7)$$

$$L_{b1i} = x_{ibest} - \frac{U_b - L_b}{10000} \quad (8)$$

A sensibilidade dos parâmetros de inicialização do algoritmo e que são importantes para o bom funcionamento do programa são estudados por Souza (2021), os seguintes resultados são apresentados: o ângulo θ é sugerido ser definido $\theta = 13^\circ$, $\theta = 17^\circ$ ou $\theta = 19^\circ$, o número de agentes de pesquisa deve ser relativamente alto (acima de 100) e com uma relação aproximada de, entre 1 para 3 e 1 para 5 entre agentes de pesquisa e número de iterações e, por fim, aproximadamente 85% das iterações devem ser globais e 15% locais.

4.3. Análise estrutural

Em estruturas mecânicas discretas, elásticas e lineares, a equação que descreve a resposta dinâmica da estrutura frente a uma excitação externa é dada pela equação 9, onde \mathbf{M} é a matriz de massa da estrutura, \mathbf{C} é a matriz de amortecimento, \mathbf{K} é a matriz de rigidez e $\vec{\mathbf{F}}$ é o vetor de carregamentos sobre a estrutura.

$$[\mathbf{M}]\ddot{\vec{\mathbf{x}}} + [\mathbf{C}]\dot{\vec{\mathbf{x}}} + [\mathbf{K}]\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{F}} \quad (9)$$

A análise estrutural dos problemas estudados é feita através de uma rotina computacional de elementos finitos implementada no software MATLAB, que leva em consideração

matrizes de rigidez e massa de cada elemento de barra da treliça, a fim de calcular as frequências naturais da estrutura. Segundo Zienkiewicz (2005), para uma treliça plana, a matriz de rigidez \mathbf{K}_i^e de cada elemento i de barra é dada pela equação 10.

$$\mathbf{K}_i^e = \frac{EA_i}{L_i} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Onde E é o módulo de Young, em GPa, A é a área da seção transversal em m^2 e L é o comprimento da barra em m. A matriz de massa \mathbf{M}_i^e é dada pela equação 11.

$$\mathbf{M}_i^e = \frac{\rho A_i L_i}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Onde ρ é a massa específica do material em kg/m^3 . Para transferir as matrizes de massa e rigidez das coordenadas locais de cada barra para as coordenadas globais da estrutura, utiliza-se a matriz de rotação, que se vale do ângulo θ formado entre os dois sistemas. A matriz de rotação \mathbf{R} é mostrada na equação 12.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (12)$$

A matriz de rigidez global consiste na sobreposição de todas as matrizes locais transpostas para o sistema de referência global, essa transposição é definida na equação 13, onde \mathbf{K}_i^g é a matriz de rigidez do elemento i nas coordenadas globais. De maneira análoga é definida a matriz de massa global, dessa vez com \mathbf{M}_i^g , definida na equação 14.

$$\mathbf{K}_i^g = \mathbf{R}^T \mathbf{K}_i^e \mathbf{R} \quad (13)$$

$$\mathbf{M}_i^g = \mathbf{R}^T \mathbf{M}_i^e \mathbf{R} \quad (14)$$

A matriz \mathbf{R}^T é a transposta da matriz de rotação \mathbf{R} . Montam-se assim as matrizes globais de rigidez e de massa, levando-se em consideração os nós presentes em cada barra. Com as matrizes globais da estrutura é possível então calcular as frequências naturais de vibração da treliça através do cálculo de autovalores e autovetores com o comando $eig(\mathbf{M}^g, \mathbf{K}^g)$ dentro do software MATLAB.

5. METODOLOGIA

As análises realizadas nesse trabalho se deram em três partes, inicialmente foi desenvolvida uma rotina de determinação das frequências naturais para cada uma das estruturas em MATLAB, em seguida esse código foi integrado ao algoritmo CIOA, e por fim, a otimização feita pelo algoritmo é validada por meio de uma análise modal no software

Ansys Student. Foram analisadas quatro estruturas treliçadas que já foram otimizadas utilizando outros métodos e cujos resultados estão documentados na literatura. Essa abordagem permite comparar o desempenho do método avaliado com métodos previamente validados e com eficiência comprovada.

A função objetivo nos problemas estudados é a do cálculo da massa total da treliça, ou seja, o somatório da massa de todos os membros da estrutura, como vemos na equação 14. A massa total M é o produto da massa específica do material ρ em kg/m^3 , A_i é a área de seção transversal da barra em m^2 , e L_i é o comprimento da barra em m.

$$M = \sum_{i=1}^n \rho * A_i * L_i \quad (14)$$

As variáveis de projeto são as áreas das seções transversais nos casos de otimização paramétrica e a posição dos nós nos casos de otimização de forma, enquanto que as restrições são múltiplas frequências naturais das estruturas.

6. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS

6.1. Otimização paramétrica de uma treliça plana de 10 barras

O primeiro exemplo é a treliça plana mostrada na Figura 5. A estrutura possui 6 nós e 10 barras, é construída em alumínio, com módulo de Young igual a 68,95 GPa, possui massa específica de 2767,99 kg/m^3 e massas não estruturais de 453,6 kg aplicadas nos nós livres (1 a 4). As variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras, as restrições de frequência do projeto são $f_1 \geq 7 \text{ Hz}$, $f_2 \geq 15 \text{ Hz}$ e $f_3 \geq 20 \text{ Hz}$ e a área mínima admissível para a seção transversal das barras é $6.45\text{E-}5 \text{ m}^2$. O número de agentes de pesquisa para essa solução foi 500, com 1500 iterações.

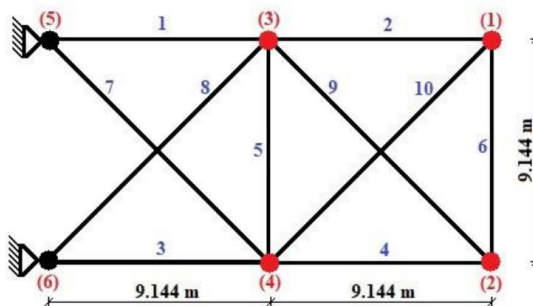


Figura 5 – Treliça plana de 10 barras sujeita a restrições de frequência. Fonte: Souza, 2021

Esta treliça já foi otimizada por vários autores, entre os quais Grandhi e Venkayya (1998), Sedaghati et al. (2002), Wang et al. (2004), Lingyun et al. (2005), Gomes (2011), Miguel e Miguel (2012) e Bonatto (2017) utilizando diversos métodos e seus resultados estão mostrados na Tabela 6.1.1, bem como os resultados do presente trabalho, para fins de comparação.

Tabela 1 - Resultados para a treliça de 10 barras comparados com a literatura.

Membro	Áreas (cm ²)								
	Grandhi e Venkayya (1998)	Sedaghati et al. (2002)	Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) - FA	Bonatto (2017) SGA	Presente trabalho - CIOA
1	36,584	38,245	32,456	42,234	37,712	34,282	36,198	35,680	35,801
2	24,658	9,916	16,577	18,555	9,959	15,653	14,030	14,738	14,673
3	36,584	38,619	32,456	38,851	40,265	37,641	34,754	35,630	34,730
4	24,658	18,232	16,577	11,222	16,788	16,058	14,900	14,855	14,991
5	4,167	4,419	2,115	4,783	11,576	1,069	0,654	0,645	0,662
6	2,070	4,194	4,467	4,451	3,955	4,740	4,672	4,623	4,641
7	27,032	20,097	22,810	21,049	25,308	22,505	23,467	24,001	23,750
8	27,032	24,097	22,810	20,949	21,613	24,603	25,508	24,242	24,353
9	10,346	13,890	17,490	10,257	11,576	12,867	12,707	12,480	13,055
10	10,346	11,451	17,490	14,342	11,186	12,099	12,351	12,471	12,575
Massa	594,0	537,01	553,80	542,75	537,98	534,99	531,28	530,73	530,94

O algoritmo CIOA calculou uma massa mínima de 530,94 kg, um valor que está de acordo com a ordem de grandeza calculada em outros algoritmos, entretanto o melhor resultado foi apresentado por Bonatto com o algoritmo SGA. Nesse caso o CIOA ficou em segundo lugar. Afim de verificar que as restrições não foram ultrapassadas, a tabela 2 apresenta o resultado para o cálculo das cinco primeiras frequências naturais.

Tabela 2 - Resultados para as frequências da treliça de 10 barras.

Frequência (Hz)	1	2	3	4	5
Presente trabalho - CIOA	7,0002	16,167	20,0002	20,0155	28,634

A figura 6 mostra o gráfico de convergência da função objetivo apresentada na resolução.

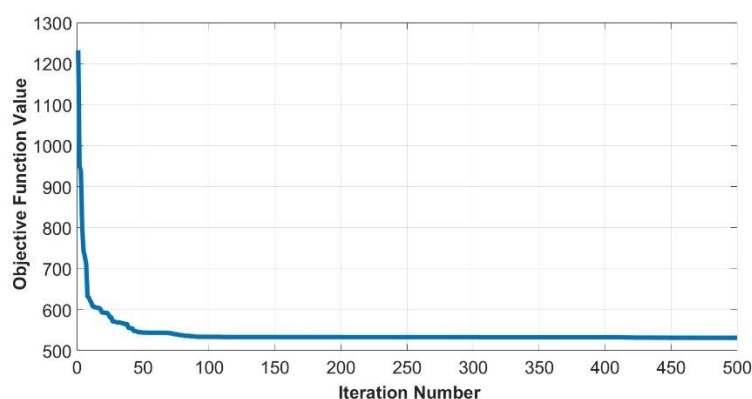


Figura 5 – Convergência da função objetivo para treliça de 10 barras

6.2. Otimização de forma e paramétrica de uma treliça de 37 barras

O segundo exemplo é uma estrutura treliçada composta por 20 nós e 37 elementos de barra, mostrada na Figura 6. O material de construção é aço, com módulo de Young igual a 210 GPa e massa específica de 7800 kg/m³, existem massas não estruturais de 10kg nos nós inferiores, que permanecem fixos. As áreas dos elementos de barra inferiores permanecem fixas, iguais a 4E-3 m² e os demais têm área mínima admissível de 1E-4 m². O número de agentes de pesquisa para essa solução foi 1000, com 1000 iterações.

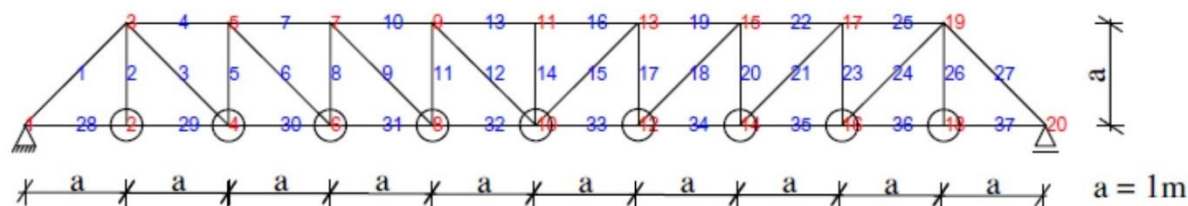


Figura 6 – Treliça plana de 37 barras, design inicial. Fonte: Bonatto, 2017

As restrições à otimização de massa são de frequências naturais que devem ser $f_1 \geq 20 \text{ Hz}$, $f_2 \geq 40 \text{ Hz}$ e $f_3 \geq 60 \text{ Hz}$, as variáveis são as áreas dos elementos 1 a 27 e as coordenadas Y dos nós superiores da treliça. Além disso, coordenadas nodais e áreas das seções transversais devem manter simetria em relação à barra 14, resultando assim em 5 variáveis de forma e 14 variáveis de dimensionamento.

Esta treliça foi estudada por Wang et al. (2004), Lingyun et al. (2005), Gomes (2011), Miguel e Miguel (2012) e Bonatto (2017) utilizando diversos métodos, e cujos resultados estão mostrados na Tabela 3, em comparação aos resultados encontrados no presente trabalho.

Tabela 3 - Resultados para a treliça de 37 barras comparados com a literatura.

Variável	Coordenada Y (m) e área (cm ²)							
	Inicial	Wang et al. (2004)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) -FA	Bonatto (2017) SGA	Presente trabalho-CIOA
Y3, Y19	1,0	1,2086	1,1998	0,9637	0,8415	0,9392	0,9598	1,001
Y5, Y17	1,0	1,5788	1,6553	1,3978	1,2409	1,3270	1,3469	1,431
Y7, Y15	1,0	1,6719	1,9652	1,5929	1,4464	1,5063	1,5393	1,508
Y9, Y13	1,0	1,7703	2,0737	1,8812	1,5334	1,6086	1,6793	1,614
Y11	1,0	1,8502	2,3050	2,0856	1,5971	1,6679	1,7539	1,667
A1, A27	1,0	3,2508	2,8932	2,6797	3,2031	2,9838	2,8800	3,110
A2, A26	1,0	1,2364	1,1201	1,1568	1,1107	1,1098	1,0120	1,085
A3, A24	1,0	1,0000	1,0000	2,3476	1,1871	1,0091	1,0000	1,001
A4, A25	1,0	2,5386	1,8655	1,7182	3,3281	2,5955	2,9293	2,416
A5, A23	1,0	1,3714	1,5962	1,2751	1,4057	1,2610	1,1570	1,110
A6, A21	1,0	1,3681	1,2642	1,4819	1,0883	1,1975	1,2256	1,54
A7, A22	1,0	2,4290	1,8254	4,6850	2,1881	2,4264	2,3454	2,914
A8, A20	1,0	1,6522	2,0009	1,1246	1,2223	1,3588	1,4233	1,311

A9, A18	1,0	1,8257	1,9526	2,1214	1,7033	1,4771	1,4958	1,358
A10, A19	1,0	2,3022	1,9705	3,8600	3,1885	2,5648	2,4431	2,449
A11, A17	1,0	1,3103	1,8294	2,9817	1,0100	1,1295	1,2689	1,125
A12, A15	1,0	1,4067	1,2358	1,2021	1,4074	1,3199	1,2981	1,189
A13, A16	1,0	2,1896	1,4049	1,2563	2,8499	2,9217	2,2693	2,646
A14	1,0	1,0000	1,0000	3,3276	1,0269	1,0004	1,0000	1,000
Massa	336,9	366,5	368,84	377,20	361,5	360,05	359,92	359,82

O algoritmo CIOA calculou uma massa mínima de 359,82 kg, um valor que está de acordo com a ordem de grandeza calculada em outros algoritmos. O CIOA ficou com a primeira posição nesse caso. Afim de verificar que as restrições não foram ultrapassadas, a tabela 4 apresenta o resultado para o cálculo das cinco primeiras frequências naturais.

Tabela 4 - Resultados para as frequências da treliça de 37 barras.

Frequência	1	2	3	4	5
Presente trabalho - CIOA	20,009	40,0335	60,0993	74,7607	94,7633

A figura 7 mostra o gráfico de convergência da função objetivo apresentada na resolução.

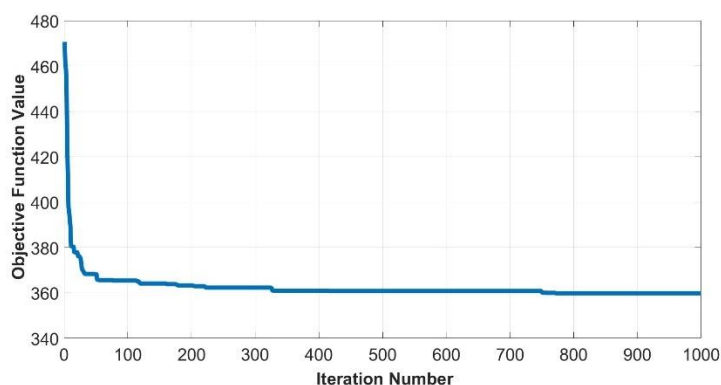


Figura 8 – Convergência da função objetivo para treliça de 37 barras.

Por último, a figura 9 traz a forma otimizada da treliça de 37 barras por meio do algoritmo CIOA.

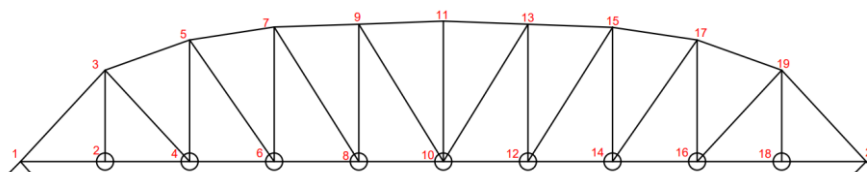


Figura 9 – Forma otimizada da treliça de 37 barras

6.3. Otimização de forma e paramétrica de uma treliça espacial de 52 barras

Neste terceiro exemplo, figura 10, é mostrada a otimização de uma treliça espacial em forma de domo, composta por 21 nós e 52 barras, feita em aço, com módulo de Young de 210

Z1	6,0	4,3201	5,8851	5,5344	4,7374	6,4332	5,9136	5,9560
X2	2,0	1,3153	1,7623	2,0885	1,5643	2,2208	2,2516	2,1042
Z2	5,7	4,1740	4,4091	3,9283	3,7413	3,9202	3,7089	3,7949
X6	4,0	2,9169	3,4406	4,0255	3,4882	4,0296	3,9448	3,9430
Z6	4,5	3,2676	3,1874	2,4575	2,6274	2,5200	2,5002	2,5126
A1	2,0	1,0000	1,0004	0,3696	1,0085	1,0050	1,0000	1,0000
A2	2,0	1,3300	2,1417	4,1912	1,4999	1,3823	1,2362	1,3680
A3	2,0	1,5800	1,4858	1,5123	1,3948	1,2295	1,2990	1,3879
A4	2,0	1,0000	1,4018	1,5620	1,3462	1,2662	1,5918	1,2800
A5	2,0	1,7100	1,9116	1,9154	1,6776	1,4478	1,1555	1,3750
A6	2,0	1,5400	1,0109	1,1315	1,3704	1,0000	1,0000	1,0000
A7	2,0	2,6500	1,4693	1,8233	1,4137	1,5728	1,7443	1,6400
A8	2,0	2,8700	2,1411	1,0904	1,9378	1,4153	1,4814	1,3739
Massa	338,69	298,00	236,05	228,38	214,94	197,53	207,49	197,15

Nesse caso o algoritmo que apresentou o melhor resultado foi o CIOA com 197,15 kg, em seguida o FA e, em terceiro lugar, o SGA. Afim de verificar que as restrições não foram ultrapassadas, a tabela 2 apresenta o resultado para o cálculo das cinco primeiras frequências naturais.

Tabela 7 - Resultados para as frequências da treliça de 52 barras.

Frequência	1	2	3	4	5
Presente trabalho - CIOA	10,8823	28,6832	28,6832	28,9790	28,9897

Vale destacar que o acoplamento de modos é algo a ser evitado em qualquer estrutura, nesse caso os modos 2, 3, 4 e 5 são muito próximos e uma excitação nessa frequência de vibração faria que a estrutura se submetesse à uma forte instabilidade, com grande risco de colapso. A figura 11 mostra o gráfico de convergência da função objetivo apresentada na resolução.

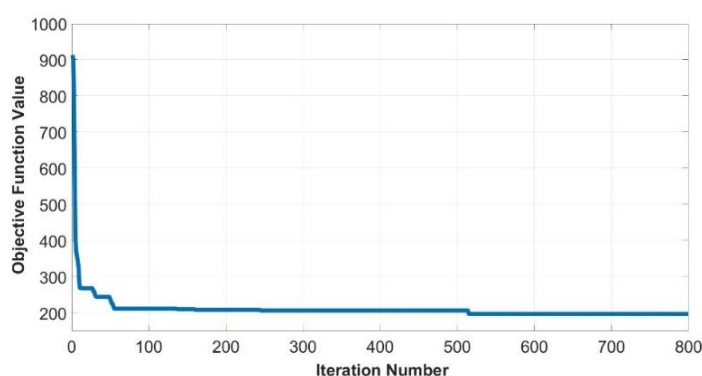


Figura 11 – Convergência da função objetivo para treliça de 52 barras.

Por último, a figura 12 traz a forma otimizada da treliça de 52 barras por meio do algoritmo CIOA.

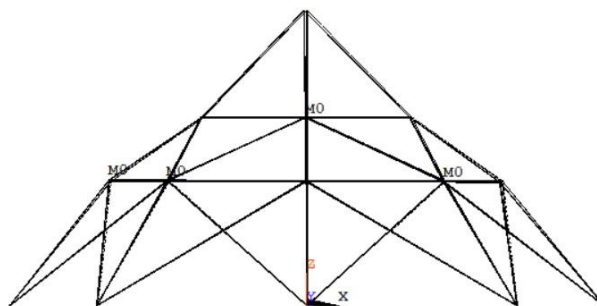


Figura 12 – Forma otimizada da treliça de 52 barras

6.4. Otimização paramétrica de uma treliça espacial de 72 barras

O quarto e último exemplo é uma treliça de 72 barras e 21 nós, mostrada na Figura 13. O material da estrutura é alumínio, com módulo de Young de 68,95GPa e massa específica igual a 2767,99kg/m³. Massas não-estruturais de 2268kg são adicionadas aos nós superiores (1 a 4), o número de agentes de pesquisa para essa solução foi 1000, com 2000 iterações.

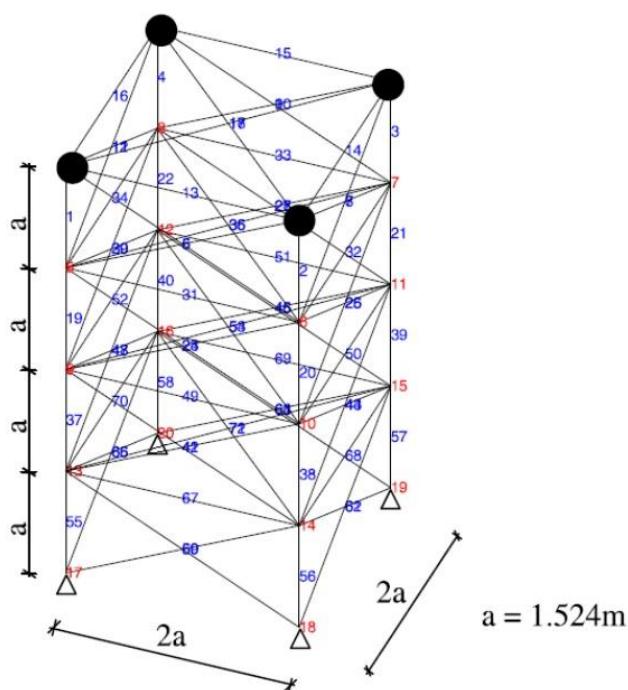


Figura 13 – Treliça espacial de 72 barras, design inicial. Fonte: Bonatto, 2017

As restrições à minimização de massa da estrutura são de frequências naturais, $f_1 = 4 \text{ Hz}$ e $f_3 \geq 6 \text{ Hz}$ e as variáveis de projeto são as áreas dos elementos de barra que, por fins de simetria, são agrupados conforme as tabelas 8 e 9. Tornou-se necessário aumentar o número de agentes de pesquisa e o de iterações pois o algoritmo não apresentava convergência para os valores utilizados nos casos anteriores, provavelmente devido à restrição de igualdade, o que torna o espaço viável mais restrito.

Tabela 8 – Agrupamento dos membros da treliça de 72 barras – parte 1

Número do grupo	1	2	3	4	5	6	7	8
Membros	1-4	5-12	13-16	17-18	19-22	23-30	31-34	35-36

Tabela 9 – Agrupamento dos membros da treliça de 72 barras – parte 2

Número do grupo	9	10	11	12	13	14	15	16
Membros	37-40	41-48	49-52	53-54	55-58	59-66	67-70	71-72

Este problema já foi estudado por Konzelman (1986), utilizando o método dual, Sedaghati (2005), através do método de força, Gomes (2011), usando o algoritmo de enxame de partículas, por Miguel e Miguel (2012), com os algoritmos Harmony Search e Firefly e, finalmente, por Bonatto (2017) com o método SGA. Os resultados que constam na literatura estão na tabela 10, bem como as áreas encontradas através do algoritmo CIOA, objeto deste trabalho.

Tabela 10 - Resultados para a treliça de 72 barras comparados com a literatura.

Variável	Áreas (cm ²)						
	Konzelman (1986)	Sedaghati (2005)	Gomes (2011)	Miguel e Miguel (2012) - HS	Miguel e Miguel (2012) -FA	Bonatto (2017) SGA	Presente trabalho-CIOA
1	3,499	3,499	2,987	3,6803	3,3411	3,5093	3,745
2	7,932	7,932	7,849	7,6808	7,7587	7,9565	8,159
3	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6453	0,645
4	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450	0,646
5	8,056	8,056	8,765	9,4955	9,0202	8,0968	7,638
6	8,011	8,011	8,153	8,2870	8,2567	7,9854	7,778
7	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450	0,645
8	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450	0,646
9	12,812	12,812	13,450	11,4510	12,0450	13,0205	12,446
10	8,061	8,061	8,073	7,8990	8,0401	8,0634	8,046
11	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450	0,645
12	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6451	0,646
13	17,279	17,279	16,684	17,4060	17,3800	17,0574	17,889
14	8,088	8,088	8,159	8,2736	8,0561	8,1122	8,147
15	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450	0,645
16	0,645	0,645	0,645	0,6450	0,6450	0,6450	0,645
Massa	327,605	327,605	328,823	328,334	327,691	327,565	327,730

Nota-se que o método utilizado por Konzelman (1986) já apresentava valores bastante reduzidos de massa e que foi levemente superado pelo algoritmo SGA. O resultado do

algoritmo CIOA é 327,730 kg, ou seja, levemente superior ao melhor colocado. Os valores de frequência natural dos diferentes métodos estão mostrados na Tabela 11.

Tabela 11 - Resultados para as frequências da treliça de 72 barras.

Frequência	1	2	3	4	5
Presente trabalho - CIOA	4,000	4,000	6,000	6,2508	9,1141

A figura 14 mostra o gráfico de convergência da função objetivo apresentada na resolução.

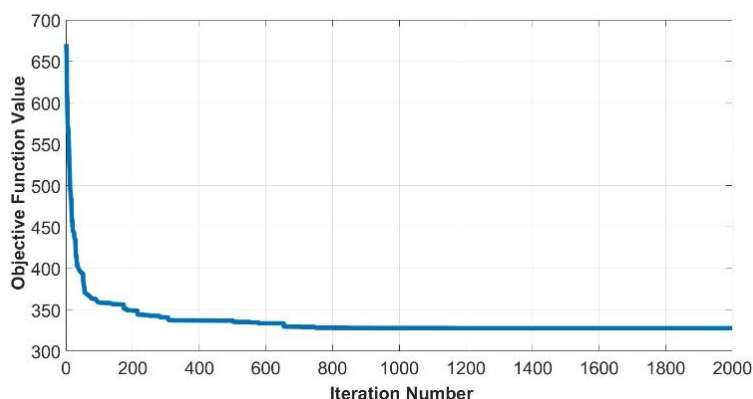


Figura 14 – Convergência da função objetivo para treliça de 72 barras

7. CONCLUSÃO

O presente trabalho atingiu seus objetivos, pois foi possível integrar o algoritmo CIOA à rotina de cálculo de frequências naturais no MATLAB e, por fim, validar os resultados encontrados por meio de uma análise modal realizada no software Ansys. Além disso, os resultados dos testes realizados neste trabalho atestam a validade do algoritmo em estudo, pois são coerentes com as soluções determinadas por outros métodos encontrados na literatura e respeitam as restrições impostas ao projeto.

Dos quatro casos, o CIOA ficou como primeiro colocado na otimização da treliça de 52 barras e de 37 barras, em segundo colocado na treliça plana de 10 barras e por fim, ficou em quarto colocado no caso de 72 barras, isso pode ser um indício que o algoritmo apresenta alguma dificuldade para lidar com restrições de igualdade, pois nesse caso foi necessário aumentar o número de agentes de pesquisa para chegar à convergência.

Apesar de terem sido resolvidos apenas problemas relativamente pequenos em relação a estruturas mais realistas, foi observada uma convergência relativamente rápida, dispendendo baixo custo computacional. Sendo assim, pode-se concluir que o método é eficiente na resolução de problemas de otimização de massa de estruturas treliçadas com restrições de múltiplas frequências naturais. Por se tratar de um algoritmo recente, carece de testes para avaliá-lo em demais situações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BONATTO, I. L. **Otimização de estruturas treliçadas através do algoritmo SGA considerando restrições de frequências naturais**. 2017. 15 páginas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

GEEM, Z. W.; KIM, J. H.; LOGANATHAN, G. V. A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search. **Simulation**, United States of America, v. 76, n. 2, p. 60-68, feb. 2001.

GOMES, H. M. “**Truss optimization with dynamic constraints using a particle swarm algorithm**”, *Expert Systems with Applications*, 38(1), pp 957–968, 2011.

GRANDHI, R. V., & Venkayya, V. B. “**Structural optimization with frequency constraints**”, *AIAA Journal*, 26(7), pp 858–866, 1988.

KENNEDY J.; EBERHART R. Particle swarm optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS. 1995. Perth. **Proceedings** [...] IEEE, 1995, p. 1942-1948.

KONZELMAN, C. J. “**Dual methods and approximation concepts for structural optimization**”, M.A.Sc. thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Toronto, 1986.

LINGYUN, W., MEI, Z., GUANGMING, W., & Guang, M. “**Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints based on genetic algorithm**”, *Computational Mechanics*, 25(5), pp 361–368, 2005.

MIGUEL, L. F. F.; FADEL MIGUEL, L. F. Shape and size optimization of truss structures considering dynamic constraints through modern metaheuristic algorithms. **Expert Systems with Applications**, v. 39, issue 10, p. 9458-9467, August 2012.

MIRJALILI, S.; LEWIS A. The Whale Optimization Algorithm. **Advances in Engineering Software**, v. 95, p. 51-67, may. 2016.

RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 4^a ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2009.

SEDAGHATI, R., SULEMAN, A., & TABARROK, B. “**Structural optimization with frequency constraints using finite element force method**”, *AIAA Journal*, 40(2), pp 382–388, 2002.

SOUZA, O. A. P. **Elaboração de um algoritmo de otimização aplicado à engenharia estrutural: Circle-Inspired Optimization Algorithm (CIOA)**. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre.

SOUZA, O. A. P, MIGUEL, L. F. F. “**CIOA: Circle-Inspired Optimization Algorithm, an algorithm for engineering optimization**”, SoftwareX, volume 19, 2022.

WANG, D., ZHANG, W. H., & JIANG, J. S. “**Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints**”, AIAA Journal, 42(3), pp 622–630, 2004.

YANG, X-S. **Nature-inspired Metaheuristic Algorithms**. 2^a ed. Frome: Luniver Press, 2010c.

YANG, X-S. Harmony Search as a Metaheuristic Algorithm. In: GEEM, Z. W. **Music-Inspired Harmony Search Algorithm: Theory and Applications**. In: Studies in Computational Intelligence. Rockville: Springer, 2009b. v. 191, cap. 1, p. 1-14.

ZIENKIEWICZ, O. C. “**The finite element method**”, Elsevier, 6^o ed, 2005.

ANEXOS

O pseudocódigo do CIOA (Circle-Inspired Optimization Algorithm) está disposto na figura 15.

Início

Defina θ e $Glob_{it}$

Inicialize um vetor de raios r de acordo com a Eq. 4.5

Atribua valores aleatórios às variáveis de projeto conforme Eq. 4.7

Avalie a função objetivo para cada agente de pesquisa

Enquanto 1 ($k \leq Glob_{it} \times \text{Número máximo de iterações}$)

Classifique os agentes de pesquisa quanto à qualidade da solução obtida

Atualize a posição dos agentes através das Eq. 4.8 e 4.9

Verifique se nenhuma variável de projeto excede os limites impostos

Se k for um múltiplo do valor arredondado para baixo de $360/\theta$

Atualize r de acordo com a Eq. 4.10

Fim Se

Fim Enquanto 1

Atribua a todos os agentes a posição que gerou a melhor solução até o momento

Atualize os limites de variáveis conforme as Eq. 4.11 e 4.12

Enquanto 2 ($k \leq \text{Número máximo de iterações}$)

*Repita os procedimentos de **Enquanto 1**, usando os novos limites de variáveis*

Fim Enquanto 2

Visualização dos resultados

Fim

Figura 15 – Pseudocódigo do CIOA (Circle-Inspired Optimization Algorithm)

APÊNDICES

Nessa seção serão inseridas as capturas de tela de cada validação dos resultados realizada no software Ansys.

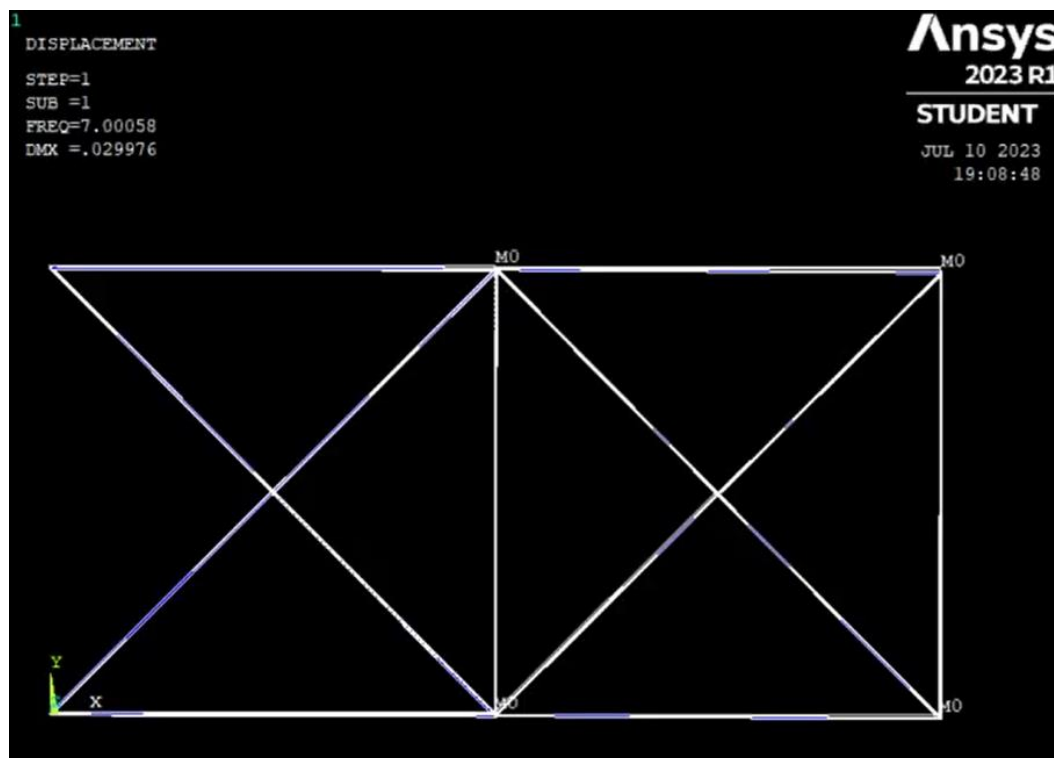


Figura 16 – Primeiro modo de vibração do primeiro caso estudado

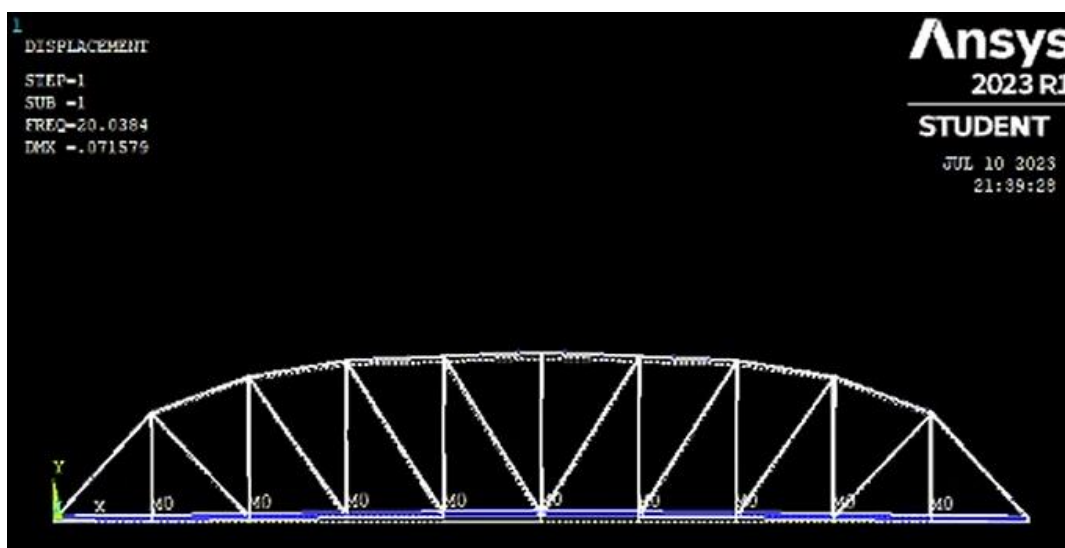


Figura 17 – Primeiro modo de vibração do segundo caso estudado

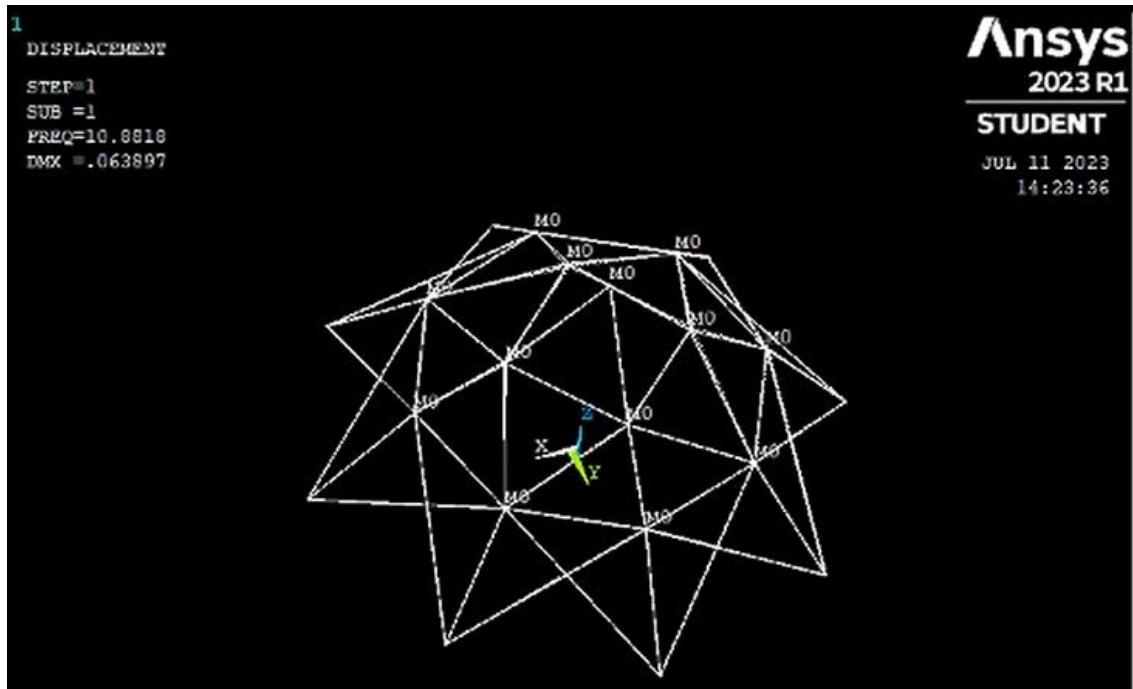


Figura 18 – Primeiro modo de vibração do terceiro caso estudado

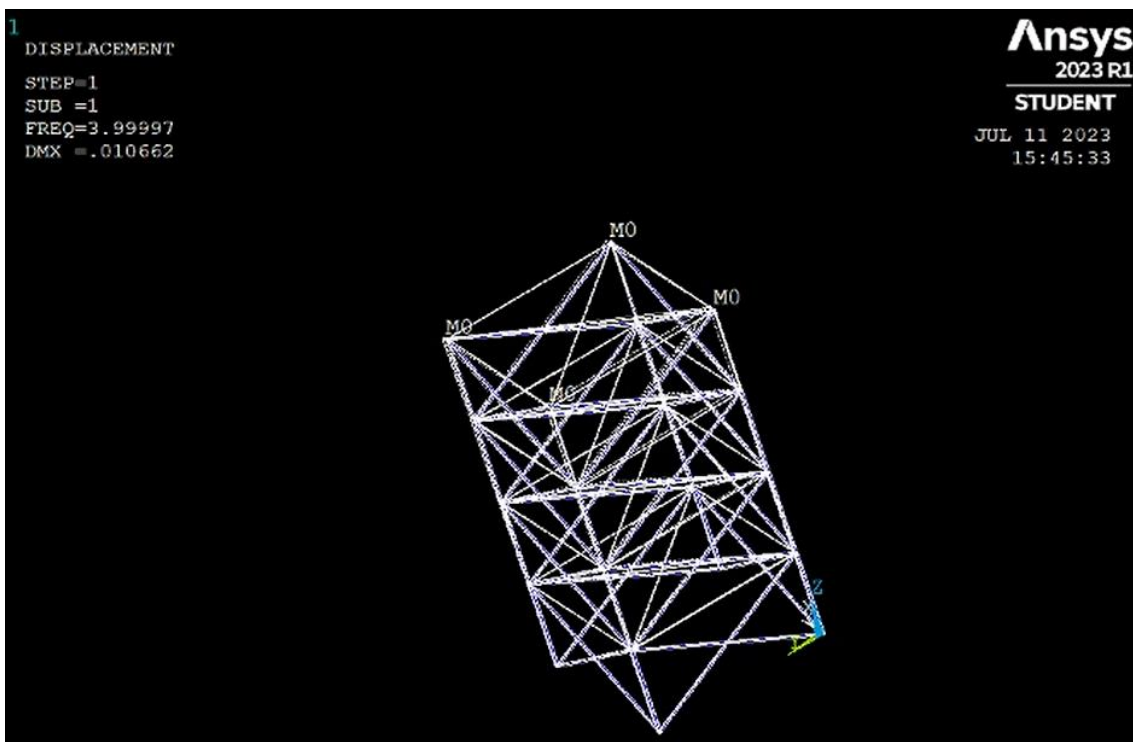


Figura 19 – Primeiro modo de vibração do quarto caso estudado