# IV ENCONTRO ESTADUAL DE ENSINO DE FÍSICA – RS



ATAS









## Porto Alegre, Instituto de Física, UFRGS 15 a 17 de setembro de 2011

ATAS

Organizadores: Leonardo Albuquerque Heidemann Eliane Angela Veit Ives Solano Araujo Marco Antonio Moreira

UFRGS – Instituto de Física Porto Alegre 2011 **Organizadores do evento:** Eliane Angela Veit (UFRGS) Ives Solano Araujo (UFRGS) Marco Antonio Moreira (UFRGS) Pedro Fernando Teixeira Dorneles (UNIPAMPA)

O IV Encontro Estadual de Ensino de Física – RS foi realizado em Porto Alegre, RS, no período de 15 a 17 de setembro de 2011 e organizado pelo Grupo de Ensino de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

## Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Professora Ruth de Souza Schneider

| E56a | Encontro Estadual de Ensino de Física – RS ( 4. : 2011 :<br>Porto Alegre, RS ).                                                                                                                                                   |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|      | Atas [recurso eletrônico] / Encontro Estadual de<br>Ensino de Física - RS ; organizadores: Leonardo<br>Albuquerque Heidemann [et al.]. – Porto Alegre :<br>UFRGS – Instituto de Física, 2011.                                     |
|      | Organizado pelo Grupo de Ensino de Física da<br>Universidade Federal do Rio Grande do Sul.<br>Modo de acesso:<br><http: 4eeefis="" atas_iveeefis_rs.<br="" mpef="" www.if.ufrgs.br="">pdf &gt;<br/>ISBN 978-85-64948-04-4</http:> |
|      | 1. Ensino de Física. 2. Congressos. I. Heidemann,<br>Leonardo Albuquerque. II. Título                                                                                                                                             |

#### VISUALIZAÇÃO CONCEITUAL DA MECÂNICA QUÂNTICA

**Michel Betz** [betz@if.ufrgs.br] Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, RS

#### Resumo

Dentre as teorias da física, a mecânica quântica destaca-se pela distância entre os seus alicerces matemáticos e conceituais e os experimentos que a comprovam. A ponte entre estes dois polos é fornecida pela "interpretação", um quadro conceitual para o qual existem várias escolhas possíveis. Animações por computador constituem-se, sem dúvida, num recurso valioso na tentativa de tornar mais palpáveis os elementos da teoria e mais concretos os argumentos necessários para a sua interpretação. Porém, o caráter abstrato da teoria, bem como a sua relação indireta com os fenômenos, acarreta para sua apresentação sobre a tela, dificuldades e limitações não encontradas em outros ramos da física. Neste trabalho, apresenta-se uma discussão crítica das animações destinadas ao ensino-aprendizagem da física quântica a nível introdutório. Enfatiza-se a distinção entre um simulador, que permite ao aluno realizar experimentos virtuais, e animações que procuram explicitar elementos da teoria. Dentre estas, as mais conhecidas ilustram fundamentalmente aspectos da mecânica ondulatória. Outras, que constituem o foco principal deste trabalho, explicitam a dualidade onda-partícula nos seus aspectos mais peculiares, tais como a decomposição e recomposição do pacote de onda associado a uma partícula, e o "colapso" deste pacote sob efeito da medida. Ao considerar este último aspecto, tais animações abraçam, e traduzem "literalmente" sobre a tela, uma interpretação específica. As vantagens e os perigos de tal abordagem são avaliados.

Palavras-chave: animações, mecânica quântica, colapso do estado.

#### 1. INTRODUÇÃO

Não é possível compreender a estrutura da matéria e as interações entre as partículas que a compõem sem possuir, no mínimo, alguns conhecimentos básicos de mecânica quântica. Concomitantemente, a tecnologia moderna faz amplo uso de fenômenos que só podem ser entendidos à luz desta teoria. De um ponto de vista meramente cultural, nota-se que vem crescendo o fascínio exercido pelo mundo quântico sobre as pessoas leigas. Portanto, o ensino dos conceitos básicos da mecânica quântica, a nível introdutório, não pode ser considerado como uma tarefa para alguns especialistas apenas, mas constituise num desafio para todos os professores de física [1].

Contudo, a alfabetização em física quântica esbarra em consideráveis dificuldades. As ferramentas matemáticas avançadas que podem facilitar a sua exposição a uma audiência restrita de futuros profissionais são inacessíveis à maioria. Por outro lado, a simples intuição se torna inoperante quando se lida com processos físicos em escalas muito pequenas. Apesar de ser claramente formulada e ter ampla comprovação experimental, a mecânica quântica nos causa estranheza, a ponto de ter sido rotulada de "incompreensível" até por Richard Feynman [2], um dos mais brilhantes físicos dos tempos modernos.

O mesmo Feynman enfatizou que a principal dificuldade encontrada no desenvolvimento dos conceitos quânticos é a dificuldade de visualização. Como nenhum de nós jamais viu o que acontece dentro de um átomo, temos que recorrer à imaginação se quisermos concretizar de alguma maneira o conteúdo das equações. Mas como podemos comunicar as nossas imagens mentais? Desenhos e figuras são as ferramentas tradicionais para tanto, mas, com a disseminação dos computadores de mesa na maioria das instituições de ensino e em muitos lares, novas opções tornam-se possíveis. Imagens estáticas podem ser substituídas por animações bem mais ricas em informação.

Há considerável diversidade nos objetivos que se pode querer alcançar ao utilizar uma animação no ensino da física. Pode-se desejar apresentar, sobre a tela do computador, o mais fielmente possível, aquilo que o aluno poderia observar no laboratório, permitindo até que ele realize algum experimento de maneira "virtual". Tem-se, então, um simulador. Pode-se também querer mostrar gráficos de funções, como se faria sobre uma folha de papel, mas com visualização da evolução temporal destas funções, facultada pela animação. Pode-se, ainda, oferecer representações de entidades que fazem parte da descrição teórica do sistema, embora não sejam diretamente observáveis, por exemplo, forças, linhas de campo e, na mecânica quântica, pacotes de onda.

No caso da mecânica quântica, surge um ingrediente adicional, que talvez seja o mais difícil de compreender e comunicar. Trata-se da *interpretação*. Uma interpretação da mecânica quântica é uma ponte jogada entre o formalismo matemático e os dados experimentais, necessária para explicitar operacional e conceitualmente a relação entre eles. A grande peculiaridade da mecânica quântica é que ela admite várias interpretações, bastante diversas, mas igualmente válidas [3]. Ao explanar este ramo da física, o professor inescapavelmente terá de adotar uma interpretação, embora deva-se reconhecer que muitos docentes, e até livros-texto, procuram escamotear este ponto. Também são poucas as animações computarizadas que focam a questão da interpretação.

Este trabalho analisa os problemas enfrentados no desenvolvimento de animações destinadas a facilitar o ensino-aprendizagem da mecânica quântica. Tentativas de utilizá-las para comunicar elementos de interpretação são apresentadas.

#### 2. SIMULAÇÃO DE UM EXPERIMENTO

Um programa de computador interativo tem muito em comum com um dispositivo experimental. O usuário dispõe de botões que ele pode apertar, cursores que ele pode ajustar, e outros recursos semelhantes. Ao realizar tais ações, ele pode observar como o programa reage, e procurar entender por que. Se não conseguir, pode consultar a ajuda do programa. Todas estas ações são bastante semelhantes àquelas realizadas por um aluno num laboratório didático. Portanto, é natural desenvolver software que permita que o aluno-usuário realize "virtualmente" um experimento educativo. Tal programa faz jus ao nome *simulador*, já que "simula" um experimento real.

Como exemplo, pode-se citar um excelente simulador [4, 5] do interferômetro de Mach-Zehnder, que tem sido adaptado e utilizado por um grupo de pesquisadores brasileiros [6]. A interface do programa oferece uma visão tridimensional de uma bancada sobre a qual o usuário pode dispor filtros e contadores, como mostra a Fig. 1. Uma fonte laser injeta fótons cujos impactos sobre telas de detecção formam figuras de interferência. O ponto de vista pode ser modificado por rotação do dispositivo. Não há nada na interface do programa que não possa ser observado no laboratório. A explicação teórica dos resultados [7], bem como as questões relativas à interpretação [8], devem ser apresentadas pelo professor oralmente, ao demonstrar o uso do programa em sala de aula, ou fornecidas em documentos digitais adicionais.



Figura 1 - Simulador do interferômetro de Mach-Zehnder.

#### 3. VISUALIZAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE PROBABILIDADE

Uma boa parte da discussão teórica da física quântica a nível introdutório diz respeito à mecânica ondulatória, fundamentada na equação de Schrödinger, que descreve a propagação de ondas de probabilidade. Nem sempre o estudante terá preparo para deduzir as soluções desta equação, mesmo nos casos simples. Mas, de qualquer maneira, uma visualização, em especial se for dinâmica, o ajudará bastante a compreender o significado das expressões matemáticas resultantes. Para tanto, é natural produzir gráficos animados da função de onda ou da densidade de probabilidade associada.

Existem vários conjuntos de animações nesta linha. Para exemplificar, a Fig. 2 apresenta três quadros sucessivos de uma animação oriunda do sítio *Quantum Physics Online* [9]. Vê-se a evolução de um pacote de onda ao encontrar um salto de potencial. A função plotada é a densidade de probabilidade. O aluno pode observar as ondas formadas pelo impacto do pacote sobre o salto e a divisão do pacote em duas componentes, uma transmitida e a outra refletida. Estes comportamentos são de fácil aceitação por um aluno que já observou uma onda do mar alcançando o estuário de um rio, por exemplo. Deve-se notar, porém, que nada na visualização alude à interpretação corpuscular do fenômeno. É preciso que a animação seja acompanhada de um texto no qual se enfatize que, apesar de o pacote estar associado a uma partícula, não há divisão desta, e que as duas partes do pacote, após o encontro com o salto, estão associadas às probabilidades de a partícula ser transmitida ou refletida.





A densidade de probabilidade depende apenas do módulo da função de onda, que é uma função complexa. Pode-se desejar uma visualização também da sua fase. Para tanto, vários autores têm lançado mão do uso da cor, associando convencionalmente a cada valor da fase (módulo  $2\pi$ ) uma cor do arco-íris. Como ilustração, veja a Fig. 3, uma captura de tela de um miniaplicativo incluído obra Physlets Quantum na Physics [10]. А representação, mais convencional mas menos sugestiva, das partes real e imaginária da função complexa, é oferecida como alternativa. Outro exemplo é fornecido pela Fig. 4, extraída de um objeto de aprendizagem baseado no clássico experimento da fenda dupla [11].



Figura 3 - Representação da função de onda associada a uma partícula livre aproximadamente localizada. O código de cores utilizado na representação da fase é fornecido na parte superior. O módulo é representado simetricamente em relação ao eixo horizontal. O instantâneo (b) é posterior a (a); observa-se o alargamento do pacote.



Figura 4 - Onda estacionária no experimento da fenda dupla. A onda plana incide da esquerda e o anteparo com as fendas é absorvedor. A densidade de probabilidade é indicada pelo brilho e a fase pela cor. Uma frente de onda de determinada cor desloca-se com o tempo, permitindo a visualização da propagação das ondas através do dispositivo. Vê-se também o histograma de intensidade medida sobre a tela.

#### 4. SEPARAÇÃO E RECOMBINAÇÃO DE COMPONENTES DOS ESTADOS

O princípio de superposição constitui-se num dos pilares da mecânica quântica. Embora familiar na discussão das ondas clássicas, ele suscita dificuldades conceituais quando aplicado a ondas de probabilidade. Qual o significado de um estado de uma partícula representado por um pacote constituído de duas componentes localizadas em regiões distintas do espaço? Esta pergunta já era pertinente para a animação da Fig. 2, mas, neste caso, talvez o aluno-usuário nem chegaria a indagar a respeito, dado o caráter natural, em termos de ideias clássicas, daquilo que é mostrado na tela.



Figura 5 - Pacote de onda de um átomo atravessando o aparato de Stern-Gerlach: (a) na entrada, a cor intensa do único pacote indica probabilidade 100%; (b) na saída, quanto menor a probabilidade associada a cada um dos dois pacotes, mais tênue a sua cor. Um bom exemplo de separação de um pacote de onda em duas componentes é fornecido pelo clássico experimento de Stern-Gerlach. A força aplicada pelo campo magnético não-uniforme sobre o momento magnético do átomo resulta na separação do pacote de onda em duas componentes<sup>1</sup>, cada uma delas associada a um valor da projeção do spin sobre o plano de simetria do campo. A Fig. 5 mostra duas capturas de tela de uma animação simples [12] na qual a intensidade da cor foi utilizada para comunicar visualmente a informação a respeito do peso probabilístico de cada componente. Já que isto diz respeito à descrição teórica, e não àquilo que se observa no laboratório, não se pode falar aqui de simulador, apesar da representação esquemática do aparato sobre a tela. Também não há tentativa de representar detalhadamente soluções completas da equação de Schrödinger.



Figura 6 - Propagação de pacotes associados a fótons individuais no interferômetro de Mach-Zehnder. A cor branca intensa corresponde a probabilidade 100%. Dentro do aparato, cada componente tem probabilidade 50%. A captura (b) mostra a situação na saída quando uma lâmina transparente (não visível na parte da tela capturada) está inserida num dos braços do aparato.

A intensidade da cor também é usada para indicar a probabilidade associada a uma componente de um pacote de onda, como na visualização conceitual do interferômetro de Mach-Zehnder [13, 14], cujo simulador já foi mencionado. Neste caso, como pode ser visto na captura de tela da Fig. 6(a), o primeiro espelho semi-refletor encontrado pelo feixe separa o pacote de onda associado a um fóton em duas componentes de probabilidade 50% cada. Após seguir caminho, cada uma por um braço do interferômetro, sofrendo uma defasagem de  $\pi/2$  em cada reflexão, as duas componentes se reencontram na saída do aparato. Simplesmente contando o número de reflexões, é fácil verificar que a interferência entre elas será construtiva na direção do feixe incidente (horizontal na figura) e destrutiva, na direção perpendicular. Introduzindo uma lâmina de material transparente no caminho de um dos

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Supomos aqui que o átomo possui spin 1/2.

feixes, pode-se modificar a diferença de fase entre as duas componentes. Tem-se, então, na saída, propagação em ambas direções, com pesos (probabilidades), que são funções desta defasagem, como ilustrado pela captura de tela da Fig. 6(b)<sup>2</sup>.

Na Fig. 7 tem-se um último exemplo de visualização esquemática da separação de um pacote de onda em componentes, com uso da cor para fornecer informação relevante para a interpretação probabilística. Nela, está apresentada a passagem de um único fóton pelo dispositivo de fenda dupla já considerado acima [11]. Neste caso, a intensidade da cor (branca) é utilizada para indicar a densidade de probabilidade em cada ponto. Após a passagem pelas fendas, o pacote de onda associado ao fóton está dividido em componentes concentradas nas regiões de maior brilho da Fig. 4, ou seja, nas regiões de interferência construtiva. Sabe-se que um pacote de onda, descrevendo uma partícula aproximadamente localizada, deve ter extensão  $\Delta x$  bem maior que o comprimento de onda médio  $\bar{\lambda}$  das ondas que o compõem. Por outro lado, para se obter um padrão de interferência observável, a distância *d* entre as fendas deve ser da mesma ordem de grandeza que o comprimento de onda<sup>3</sup>.Por esta razão, as fendas estão muito próximas na escala da figura, diferente daquela adotada na Fig. 4.



Figura 7 - Passagem de um fóton pelo dispositivo de duas fendas: (a) antes da passagem pelas fendas; (b) depois da passagem pelas fendas; (c) no instante da detecção.

#### 5. COLAPSO DO ESTADO NA MEDIDA

Dentre todos os questionamentos que se possa fazer a respeito da mecânica quântica, talvez o mais debatido seja: o que ocorre na medida ou na observação? A cada estado de um sistema, a teoria associa uma função de onda, que permite apenas calcular as probabilidades de se obter os vários resultados possíveis na medida de qualquer observável. Ao realizar uma medida, adquirimos informação adicional, que, tipicamente, irá influir nas probabilidades associadas a medidas subsequentes. Mais corretamente, ocorre,

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> A lâmina transparente, cuja espessura e cujo índice de refração podem ser ajustados pelo aluno-usuário, não está visível na parte da tela capturada.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Os casos mostrados nas capturas de tela correspondem a  $d/\bar{\lambda} = 4$ .

em geral, uma troca de informação: diminui a precisão no conhecimento de um observável e aumenta a precisão no conhecimento de outro. Assim, uma medida útil, inevitavelmente, modifica as probabilidades associadas aos vários observáveis, o que pode ocorrer apenas se a própria função de onda for modificada.

É principalmente na conceituação do efeito da medida sobre o estado do sistema que surge a diferenciação entre as várias interpretações possíveis da mecânica quântica. Portanto, se quisermos tentar explicitar na tela do computador este efeito, precisamos escolher uma interpretação. Não é surpreendente que a maioria das animações disponíveis procuram evitar esta problemática. Simulações apenas reproduzem o incontestável: aquilo que se observa no laboratório. Animações de cunho teórico mostram a evolução da função de onda de um sistema num estado já preparado mas ainda não observado, evitando assim aspectos não abrangidos pela equação de Schrödinger.

Mas, talvez, valha a pena assumir uma postura um tanto mais aventurada: adotar uma interpretação e, a partir do que ela prevê para o ato da observação, procurar explicitar isso na tela. Esta estratégia é seguida por algumas das animações já utilizadas aqui para ilustrar aspectos relacionados com a propagação. Elas são baseadas na interpretação mais difundida da mecânica quântica, atribuída principalmente a Bohr [15] e von Neumann [16], e conhecida como "interpretação de Copenhague" [17].

O que esta interpretação afirma estar ocorrendo no ato da observação pode ser convenientemente discutido no contexto do experimento de Stern-Gerlach. Na Fig. 5, observava-se o pacote de onda, divido em duas componentes, propagando-se rumo a um detector colocado na saída do aparato, no caminho da componente inferior do feixe dividido. Supõe-se que este detector possui eficiência de 100%, ou seja, se o átomo passar, ele "clica" sem falhar nunca. Observa-se, que às vezes, o detector clica, às vezes não. Se o detector clicou, sabemos que o átomo passou por ele; se ele não clicou, o átomo não passou por ele e, portanto, seguiu na outra componente (superior na figura) do feixe. Mas, a partir do instante em que o clique ocorreu, a componente inferior do pacote assumiu a probabilidade 100% e, portanto, a componente superior anulou-se. Semelhantemente, no segundo caso, a partir do momento em que o átomo ultrapassou a posição horizontal do detector e este não clicou, a componente superior adquiriu probabilidade 100% e a componente inferior desapareceu. Estas duas possibilidades estão mostradas nas Fig. 8(a) e (b), respectivamente.

Este processo de seleção de uma componente de uma superposição linear, com o concomitante sumiço das demais, é frequentemente denominado "colapso do pacote de onda". O caso (b) é particularmente intrigante, pois aparentemente não aconteceu nada – o detector não clicou – e, mesmo assim, resultou no colapso do pacote, em uma região onde não há nada que possa atuar sobre o átomo. Na tela, o aluno-usuário observará o repentino sumiço da componente inferior, ao atingir o detector, acompanhado do aumento da intensidade da cor da componente superior que avança.



Figura 8 - Observação do átomo na saída do aparato de Stern-Gerlach: (a) o átomo foi detectado; (b) o átomo não foi detectado.

Uma visualização semelhante do efeito da observação também é utilizada na animação [13] do interferômetro de Mach-Zehnder. Coloca-se um detector adicional num dos braços do aparato, com o objetivo de determinar se o fóton passou por aquele ou pelo outro braço. De novo, supõe-se que este detector nunca falha. O resultado é mostrado na Fig. 9. O detector observa 50% dos fótons, em média. Se um determinado fóton é observado pelo detector, o seu estado "colapsa" no braço no qual o detector foi colocado; senão ele "colapsa" no outro braço. Seja qual for o caminho seguido pelo fóton, apenas uma componente do pacote associado chega até o segundo espelho semi-refletor (*S2* na figura), que o separa em duas componentes de peso estatístico 50% cada. Assim, cada um dos detectores colocados na saída do aparato conta, em média, metade dos fótons. A presença da lâmina transparente num dos braços não influi neste resultado.



Figura 9 - Visualização esquemática do interferômetro de Mach-Zehnder com um detector inserido num dos braços para determinar o caminho seguido pelo fóton. No experimento da fenda dupla, observa-se os impactos dos fótons sobre uma tela. Cada fóton a atinge num ponto e é a distribuição destes pontos que exibe franjas de interferência. A interpretação de Copenhague afirma que no instante do impacto, o pacote de onda que se propagava radialmente a partir das fendas "colapsa" no ponto (na verdade uma região bem pequena) do impacto. O leitor atento poderá ter reparado a visualização deste colapso na Fig. 7 (c): detectores contíguos foram colocados sobre a tela, cada um ocupando uma pequena parte desta. Apenas um destes detectores registra o fóton, e o pacote de onda colapsa na região ocupada por ele. Na captura de tela mostrada, foi o nono detector, contando de baixo para cima, que disparou.

Indagar sobre o caminho seguido pelo fóton faz parte de qualquer discussão do experimento da fenda dupla. Para tanto, pode-se colocar próximo a cada fenda um dispositivo capaz de "espiar" a passagem do fóton por ela. Se estes dispositivos tiverem eficiência de 100%, o fóton necessariamente será observado por um deles e saber-se-á por qual fenda ele passou<sup>4</sup>.Haverá colapso do estado: sobreviverá apenas a componente do pacote oriunda daquela fenda. Não haverá mais interferência, apenas difração. É o que pode ser visto na Fig. 10 (a). Como, por razões já explicadas, a separação das fendas é muito pequena na escala da tela, não é possível distinguir visualmente as ondas oriundas da primeira fenda daquelas oriundas da segunda. Na escala da figura, é como se houvesse apenas uma fenda.



Figura 10 - Observação da passagem do fóton pela fendas no experimento da fenda dupla; (a) detectores de eficiência 100%; (b) e (c): detectores de eficiência 50%. Na captura (b), um dos detectores observou o fóton. Na captura (c), ambos detectores falharam na tentativa de observar o fóton.

Não é muito difícil generalizar a discussão para o caso de detectores imperfeitos. Aqueles fótons que são detectados próximo às fendas sofrem

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Evidentemente, se ele for perfeitamente eficiente, um detector observando uma das fendas bastará para determinar por qual fenda o fóton passou. Veja a discussão semelhante do experimento de Stern-Gerlach. Um segundo detector ajudará caso os detectores tenham eficiência limitada, como discutido na sequência do texto.

"colapso" e, para eles, vale a distribuição da Fig. 10 (a). Este caso pode ser visto na Fig. 10 (b). Já os fótons que escapam desta detecção, não sofrem colapso, e, para eles, vale a distribuição da Fig. 7. A captura da Fig. 10 (c) mostra um destes fótons. Obviamente, neste experimento com detectores parcialmente eficientes, a distribuição total de impactos sobre a tela resulta da sobreposição das duas distribuições já mencionadas (sem e com franjas de interferência, respectivamente), com pesos facilmente determinados sabendo-se a eficiência dos dois detectores. As Fig. 10 (b)-(c) correspondem a 50% de eficiência para cada detector.

#### 6. FREQUÊNCIAS RELATIVAS E PROBABILIDADES TEÓRICAS

A teoria quântica permite prever apenas as probabilidades de se obter determinados resultados num dado experimento. Para confrontar teoria e experimento, é necessário repetir o mesmo experimento muitas vezes. Se o valor *a* associado a um observável *A* for obtido *Na* vezes em *N* repetições do experimento, então à medida que *N* aumenta, a frequência relativa *Na/N* deve aproximar-se da probabilidade  $P_a$  fornecida pela teoria (se esta for correta, evidentemente).

Este processo de acumulação repetitiva de dados pode ser observado no simulador já mencionado. Vê-se na Fig. 1 que os impactos aleatórios dos fótons sobre as telas vão paulatinamente formando franjas de interferência, que devem ser explicadas pela teoria, sabendo-se os detalhes do experimento (presença de polarizadores, etc.).

Nas animações conceituais do experimento de Stern-Gerlach e do interferômetro de Mach-Zehnder, contam-se átomos ou fótons. Os detectores realizam estas contagens, e os valores das frequências relativas são continuamente atualizados e mostrados na tela, para comparação com os valores previstos pela teoria (veja as Fig. 8 e 9).

Quando a quantidade medida é uma variável contínua, como é o caso da posição dos fótons sobre a tela do experimento da fenda dupla, um experimento poderá utilizar detectores pequenos, cujo tamanho define uma discretização da posição. As frequências relativas de impactos nestes detectores formam um histograma que, no limite de muitas repetições, deve aproximar-se da discretização correspondente da curva contínua (densidade de probabilidade) prevista pela teoria. Isto pode ser visto nas Fig. 7 e 10, nas quais a curva teórica está representada pela linha verde.

### 7. COMENTÁRIOS FINAIS

Algumas maneiras de aproveitar animações computacionais para facilitar o ensino-aprendizagem da física quântica foram apresentadas e discutidas. Procurou-se distinguir três abordagens principais: simulações realistas de dispositivos experimentais, gráficos animados de quantidades calculadas pela teoria, e visualizações de cunho conceitual destinadas a comunicar inclusive elementos de "interpretação". Esta última categoria foi focada com mais detalhe, adotando-se a interpretação de Copenhague. Foram apresentadas algumas animações nas quais o colapso do estado na medida, característico desta interpretação, ocorre concretamente na tela. Sem dúvida, ao defrontar tal acontecimento, o aluno-usuário dificilmente deixará de sentir algum desconforto. Se a animação estiver sendo apresentada por um professor, este terá muito que falar. Senão, espera-se que o aluno tenha vontade de consultar os materiais que acompanham estas animações e, assim, evitará tirar conclusões errôneas a respeito de ação a distância e transmissão instantânea de informação, em especial.

#### REFERÊNCIAS

- [1] I. M. Greca e M. A. Moreira, Investig. Ens. Ciências, 6, 29 (2001).
- [2] R. P. Feynman, R. B. Leighton e M. Sands, The Feynman Lectures on Physics, v. 3, Addison-Wesley, Reading, EUA (1963).
- [3] O. Pessoa Jr, **Conceitos de Física Quântica**, 2. ed., Livraria da Física, São Paulo, Brasil (2005).
- [4] A. Huber, **Quantum Eraser**, http://www.didaktik.physik.uni-muenchen.de/ materialien/, Munique, Alemanha (2001).
- [5] R. Müller e H. Wiesner, **Am. J. Phys.**, 70, 200 (2002).
- [6] F. Ostermann, S. D. Prado e T. dos S. F. Ricci, Física na Escola, 7, 22 (2006).
- [7] T. F. Ricci, F. Ostermann e S. D. Prado, **Rev. Bras. Ens. Fis.**, 29, 79 (2007).
- [8] F. Ostermann e S. D. Prado, **Rev. Bras. Ens. Fis.**, 27, 193 (2005).
- [9] M. Joffre, J.-L. Basdevant e J. Dalibard, **Quantum Physics Online**, Ecole Polytechnique, http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/, França (2000).
- [10] M. Belloni, W. Christian e A. J. Cox, **Physlets Quantum Physics**, Prentice Hall, EUA (2006).
- [11] M. Betz e I. de Lima, em preparação.
- [12] M. Betz, http://www.if.ufrgs.br/~betz/quantum/SGtexto.htm, Porto Alegre, Brasil (2000).
- [13] M. Betz, I. de Lima e G. Mussatto, http://www.if.ufrgs.br/~betz/dualidade/, Porto Alegre, Brasil (2008).
- [14] M. Betz, I. de Lima e G. Mussatto, aceito para publicação na **Rev. Bras. Ens. Fis.**
- [15] N. Bohr, **Atomic Theory and the Description of Nature**, Cambridge University Press, Inglaterra (1934).
- [16] J. von Neumann, **Mathematical Foundations of Quantum Mechanics**, Princeton University Press, EUA (1955).
- [17] Para uma explicitação didática dos postulados assumidos por esta interpretação, veja C. Cohen-Tannoudji, B. Diu e F. Lalöe, **Quantum Mechanics**, Hermann, França (1977).