Análise Dinâmica Não-Linear Aplicada à Sintetização de Imagens "TRUE-MOTIONS" de Estruturas Flexíveis

Eduardo A. Perondi[1]
Roberto G. Teixeira[2]
Luciano A. Mendes[1]
[1]UFRGS- Escola de Engenharia, Departamento de Engenharia Mecânica 90050-000 Rua Sarmento Leite,425 Porto Alegre,RS Brasil
[2]UFRGS-CESUP- Centro Nacional de Supercomputação 90035-190 Rua Oswaldo Aranha, 99 Porto Alegre,RS, Brasil

ABSTRACT.
This paper presents a new algorithm for dynamic analysis of nonlinear structural system that makes it possible to automatically simulate, using natural laws (elasticity, platicity, mass, dumping, field forces, collision, etc..), the true motion of such systems. The computer program is based on a rigid body spring model and takes into account physical and geometrical nonlinearities. Some results, as a waving flag and falling three dimensional letters are presented.

RESUMO
Este trabalho apresenta um novo algoritmo para análise dinâmica de sistemas estruturais não-lineares que permite através do uso de leis naturais da física (elasticidade, plasticidade, massa, amortecimento, forças de campo, colisão, etc..), a simulação do movimento real (**true motion**) de tais sistemas. O programa computacional é baseado em um modelo simples de barras (**rigid body spring model**) e considera não-linearidades físicas e geométricas. Alguns resultados, como uma bandeira ao vento e uma esfera quicando são apresentados.

INTRODUÇÃO

Dentre as várias técnicas de animação por computador hoje disponíveis, aborda-se neste trabalho a técnica conhecida como ***TrueMotion***, que tem por objetivo simular o movimento de objetos de forma natural, ou seja, de maneira coerente com a realidade física. Para isso, deve-se atribuir propriedades mecânicas aos objetos e levar em consideração as leis que regem a mecânica dos sólidos. Dada à complexidade normalmente envolvida nesse tipo de simulação, é difícil encontrar justificativas econômicas para empregar os *softwares* de uso tradicional na Engenharia (que se baseiam normalmente no método de elementos finitos), em problemas de animação gráfica que tenham como único objetivo o efeito visual. Matematicamente, o resultado de uma simulação fisicamente coerente é obtido da solução de um sistema de equações diferenciais parciais que pode ser linear ou não-linear. Tais sistemas não possuem solução analítica fechada, exceto para casos muito simples. Sob a ótica da Engenharia, os objetos flexíveis em estado de movimento são vistos como sistemas estruturais submetidos a cargas dinâmicas (variáveis no tempo), cuja solução é obtida numericamente através de métodos de discretização do meio contínuo (Diferenças Finitas e Elementos Finitos) aliados a algoritmos de integração no tempo (Newmark, Houboult, Diferenças Finitas Centrais e etc.). Estes métodos apresentam um alto custo computacional na análise dinâmica de problemas não-lineares devido, principalmente, à manipulação de grandes matrizes (montagem e decomposição) e aos algoritmos iterativos tipo passo a passo (Newton-Raphson). Este trabalho tem por objetivo apresentar um método numérico alternativo para a simulação dinâmica de sistemas estruturais e que é plenamente justificável de ser aplicado como técnica de ***TrueMotion***, em animação por computador, devido à alta eficiência computacional do algoritmo. Trata-se de um método implementado especificamente para a solução de estruturas espaciais utilizando como modelo de discretização o chamado ***rigid body spring model***, sendo na verdade um método a parâmetros concentrados. Assim, um sistema físico real (com propriedades distribuídas) deve ser modelizado de forma aproximada por um sistema com propriedades concentradas, ou seja: a massa, a rigidez e o amortecimento são localizados em pontos discretos (pontos nodais). Neste método, o sistema real é substituído por um sistema de massas puntiformes interconectadas por molas e amortecedores. Aliado a este modelo de discretização, utiliza-se o método das diferenças finitas centrais para a integração no tempo do sistema de equações diferenciais. Este é um método do tipo explícito que tem como principal vantagem a alta eficiência computacional decorrente da eliminação da manipulação algébrica de matrizes. A aplicação desta técnica em animações ***TrueMotion*** surgiu como um subproduto de uma linha de pesquisa do Departamento de Engenharia Mecânica de UFRGS, onde foi desenvolvido o Sistema Dinam utilizado na simulação dinâmica de estruturas e mecanismos.

EQUACIONAMENTO BÁSICO

O algoritmo abrange a solução de problemas que envolvem sistemas de vários graus de liberdade a parâmetros concentrados cujo comportamento dinâmico pode ser descrito pela seguinte equação de equilíbrio:

$$\mathbf{M\ddot{U}+C\dot{U}+KU = F(t)}$$

onde, **F(t)** é o vetor das forças externas aplicadas e **M**,**C** e **K** são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, enquanto **Ü**,**U̇** e **U** são os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos. A equação de equilíbrio dinâmico pode ser resolvida no tempo através da sua integração direta por métodos numérico implícitos ou explícitos. Os métodos implícitos, por serem incondicionalmente estáveis para problemas lineares são mais eficientes neste tipo de análise. Por outro lado, para análises não-lineares, onde se consideram relações físicas e geométricas, bem como condições de contorno não-lineares, os métodos explícitos se tornam mais eficientes e vantajosos na solução dos casos em que há a possiblidade de desacoplamento das equações. O algoritmo implementado no sistema Dinam considera tanto a não-linearidade física (através da utilização de um modelo constitutivo elastoplástico perfeito), quanto a não-linearidade geométrica (redefinição da geometria da estrutura a cada passo de integração) além de condições de contorno também não-lineares (choque contra uma superfície). A resposta no tempo é obtida através da integração direta das equações de equilíbrio dinâmico pelo método das diferenças finitas centrais.

INTEGRAÇÃO DIRETA NO TEMPO

Em sistemas a parâmetros concentrados, a matriz de massa é sempre diagonal, o que permite que, com a utilização de um método explícito de integração, as equações de equilíbrio dinâmico sejam resolvidas de maneira independente para cada grau de liberdade. Assim, a solução numérica pelo método das diferenças finitas centrais pode ser descrito da seguinte forma: a partir de uma determinada configuração inicial do sistema e das forças externas aplicadas, determinam-se as forças internas **Qf** (força restitutiva elástica devida à flexão), **Qt** (força restitutiva elástica devida à torção) e e **N** (força restitutiva elástica axial), que reagem em cada massa concentrada num mesmo instante de tempo t. Estas forças são calculadas considerando-se a deformação atual da estrutura em relação à mesma indeformada. Também, passo a passo, há a comparação das forças internas com as forças de escoamento plástico do material. Se as forças restitutivas forem maiores do que as necessárias ao escoamento, elas são *achatadas* ao nível destas, o que caracteriza o comportamento elastoplástico perfeito do material. Com a resultante do sistema de forças obtido (forças elásticas reativas, forças externas, mais forças viscosas dissipativas), calcula-se, pelo princípio de D'Alembert, as novas posições das massas concentradas para o passo t+dt e assim sucessivamente.

MODELO DE DISCRETIZAÇÃO

A estrutura em estudo é modelizada fisicamente através de barras rígidas ligadas por molas concentradas (Rigid Body Spring Model). Este modelo de discretização considera os efeitos de rigidez a tração-compressão através de molas concentradas axiais nos elementos. Também nos elementos são consideradas molas concentradas torcionais que caracterizam o efeito de rigidez a torção ao giro relativo entre as massas concentradas nos nós extremos de cada elemento. Para manter a matriz de massa diagonal e o conseqüente desacoplamento das equações, as massas nos nós não apresentam momento de inércia em relação ao seu próprio baricentro (são consideradas concentradas em um só ponto). A rigidez a flexão é levada em conta através da implementação de molas torcionais torcionais a flexãcon centradas nos nós de conexão das barras. A cada dois elementos corresponde uma mola torcional à flexão, cujo efeito em cada nó, é somado aos das demais conexões de barras neste mesmo nó. Tanto as molas axiais, como as torcionais à flexão e as torcionais à torção, obedecem ao modelo constitutivo elastoplástico perfeito. Além das molas axiais e torcionais à torção, em cada elemento também são considerados amortecedores viscosos cujas forças dissipativas são proporcionais às velocidades axiais relativas entre os nós finais de cada elemento.

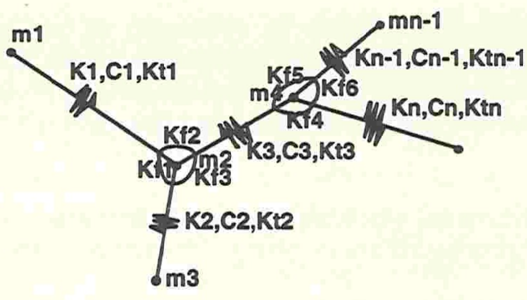

Fig.1 Modelo de discretização

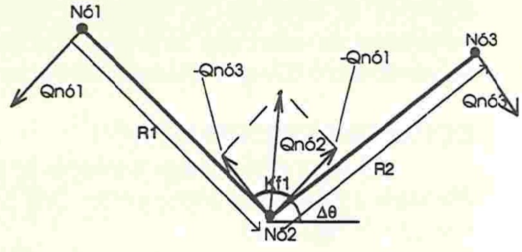

Fig.2 Forças cortantes nos nós devidas à flexão

ALGORITMO IMPLEMENTADO

O módulo de análise do sistema Dinam, funciona de acordo com o seguinte esquema: a cada passo de integração, calcula-se as novas coordenadas dos nós da estrutura. A partir desta nova configuração, valendo-se exclusivamente de recursos de álgebra vetorial, são calculados os ângulos de deformação nas molas a flexão e torção. As deformações axiais dos elementos são calculadas diretamente a partir das coordenadas atualizadas dos nós. As forças resultantes da composição das forças elásticas restitutivas em cada nó, somadas às forças dissipativas e inerciais, definirão, através das formulações clássicas do método das diferenças finitas centrais, as posições das massas concentradas no próximo passo de integração.

CÁLCULO DAS FORÇAS RESTITUTIVAS

O cálculo das forças restitutivas axiais nos elementos é feito através da aplicação direta da lei de Hooke para materiais isotrópicos. A força axial N pode ser obtida a partir da deformação axial das barras, ou seja: $N = K.(L-Lo)/Lo$, onde K é a rigidez da seção transversal da barra, L é o seu comprimento atual e Lo o seu comprimento inicial. O cálculo das forças restitutivas devidas ao efeito de flexão é realizado a partir da expressão para o momento **Mf** em cada mola torcional a flexão, ou seja: $Mf = Kf.\Delta\theta$, onde Kf é a rigidez a flexão e $\Delta\theta$ a variação do ângulo entre os dois elementos adjacentes em relação ao ângulo inicial. O momento de flexão **Mf** equivale ao par de forças cortantes aplicadas nos extremos de cada elemento, o que pode ser descrito pela seguinte equação vetorial: **Mf** = **RxQ**, onde **Q** é o vetor de forças cortantes e **R** é o vetor de coordenadas de cada elemento. Multiplicando-se ambos os lados da igualdade por **R**, e aplicando-se a propriedade do produto vetorial duplo, tem-se: **MfxR=(RxQ)xR=Qx(R.R)-Rx(Q.R)**. Como **Q** é sempre normal a **R**, o produto escalar destes dois vetores resume-se a: $\mathbf{Q.R} = |Q|.|R|.\cos(\alpha) = 0$, ssim,**Q** = **MfxR** /**R.R** então, **Q** = $\mathbf{MfxR}/|\mathbf{R}|^2$.

Como o vetor **R** pode ser facilmente obtido a partir das coordenadas dos nós extremos de cada elemento, resta obter-se o valor de **Mf**. Já foi visto que o seu módulo pode ser calculado a partir da variação ângulo entre os elementos e da rigidez a flexão da mola torcional ($|\mathbf{Mf}| = Kt.\Delta\theta$). Por outro lado, sua direção é definida pelo vetor normal ao plano que contém os dois elementos adjacentes que definem a mola a flexão em evidência. O vetor normal a este plano pode ser calculado a partir do produto vetorial dos vetores de coordenadas dos dois elementos, enquanto que o ângulo $\Delta\theta$ pode ser obtido a partir do produto escalar entre os vetores de coordenadas destes dois elementos. Na figura abaixo, os cortantes nos nós 1, 2 e 3 são dados por:

$$\mathbf{Q}_{\text{nó }1} = \mathbf{Mf} \times \mathbf{R}_1 / |\mathbf{R}_1|^2 ; \quad \mathbf{Q}_{\text{nó }2} = (-\mathbf{Q}_{\text{nó }2}) + (-\mathbf{Q}_{\text{nó }1}) \text{ e } \mathbf{Q}_{\text{nó }3} = \mathbf{Mf} \times \mathbf{R}_3 / |\mathbf{R}_3|^2$$

O cálculo das forças restitutivas devidas ao efeito de torção é muito semelhante ao cálculo dos cortantes devidos ao momento de flexão.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

São apresentados a seguir, dois exemplos de aplicação do algoritmo na simulação de movimento de estruturas não-lineares com muitos graus de liberdade. Tanto a modelização dos *wireframes* quanto a renderização dos *quadros* foram feitas utilizando-se o *software* para animação 3D-STUDIO (Autodesk Inc.).

1)Movimento de uma bandeira ao vento: Este exemplo, apresentado na fig.3, exemplifica bem uma importante aplicabilidade do algoritmo de análise dinâmica, ou seja, a possibilidade de simular o movimento aleatório de sistemas com muitos graus de liberdade e que mantém uma ligação física definida entre os seus elementos. Esta é uma análise altamente não-linear e que mesmo em pacotes tradicionais de elementos finitos, demandaria muito esforço computacional. Em um microcomputador 486 DX2 66MHz os resultados apresentados foram obtidos com **menos de 7 minutos** de processamento (compilado com o Fortran PowerStation 1.0 da Microsoft Inc.), enquanto que os mesmos resultados, no Supercomputador CRAY Y-MP2E do Centro Nacional de Supercomputação da UFRGS, sem vetorização ou paralelização específica, tomou menos de 0,5 minutos de CPU. A estrutura flexível (pano da bandeira mais cordas de amarração) contabiliza 579 elementos com 245 nós, tendo sido necessário, para a simulação de 6 segundos (total de 120 *frames*), 12000 passos de integração. É importante ser ressaltado que este exemplo, pela natureza da estrutura modelizada (tecido da bandeira), não considera molas de torção ou flexão, o que acelera bastante o processo de cálculo.

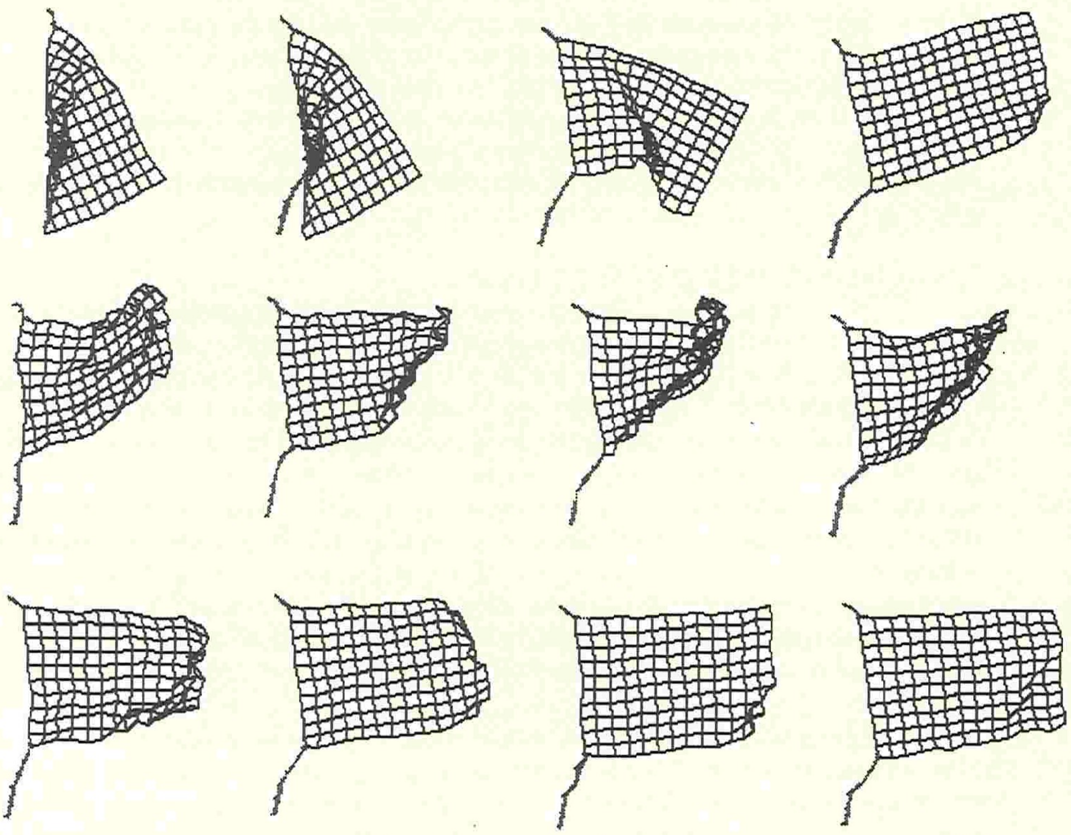

Figura 3 - Diversas posições calculadas na simulação de uma bandeira tremulando.

CONCLUSÕES

O algoritmo aqui apresentado, e que se mostrou muito eficiente na simulação de movimentos realísticos, possui um embasamento teórico bastante consistente, tendo já sido testado extensivamente em problemas estruturais de engenharia. A despeito da relativa simplicidade do modelo teórico implementado, o algoritmo sempre apresentou resultados muito confiáveis, o que, aliado à sua grande velocidade de processamento, permite concluir que a sua utilização na animação de objetos, através da simulação física do movimento, é plenamente viável.

REFERÊNCIAS

Belytshhko, T. Explicit time integration of structure. In: Seminar on advanced structural dynamics, 1978, Varese. Proceedings London: Applied Science, 1980. 471 p. cap. 4.

Perondi, E.A. Análise teórico experimental de isoladores de aço ao choque: Porto Alegre: CPGEC, 1989. Dissertação (Mestrado em Engenharia)- Escola de Engenharia UFRGS.