

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE PROBLEMAS DE CONFORMAÇÃO MECÂNICA

Eduardo Bittencourt & Guillermo J. Creus  
CEMACOM /CPGEC/UFRGS

## ABSTRACT

A Finite Elements computer code developed for the analysis of large plastic deformations with application to metalforming and impact problems is described. Particular emphasis is given in the present communication to the modelling of contact and friction forces using the radial return method and a consistent matrix.

## RESUMO

Um código computacional em Elementos Finitos desenvolvido para a análise de deformações plásticas finitas com aplicações em problemas de conformação mecânica e impacto é descrito. Na presente comunicação coloca-se o ênfase no modelado das forças de contato e atrito empregando o método do retorno radial e uma matriz consistente.

## INTRODUÇÃO

Modelos computacionais baseados no Método dos Elementos Finitos são cada vez mais empregados no meio industrial para simular processos de conformação mecânica [1]. Estes modelos numéricos permitem fazer estudos sobre a influência de formas de ferramenta, tipos de lubrificante, número de estágios etc., determinando deformações e tensões residuais no produto final, consumo de energia, etc. de forma bastante rápida e econômica. Os mesmos resultados obtidos experimentalmente levariam muito mais tempo e um custo muito mais elevado. Por outro lado é essencial que os modelos numéricos sejam capazes de representar adequadamente as características do problema real. Neste sentido, dois aspectos nos quais está atualmente concentrada a atenção dos pesquisadores são a solução de problemas tridimensionais em forma eficiente e a representação das forças de atrito; a ênfase deste trabalho é colocada nestes aspectos.

No modelo proposto, durante a solução incremental do problema, a configuração equilibrada do incremento anterior é tomada como configuração de referência para a integração das leis constitutivas e de contato no tempo atual, como no esquema Lagrangiano atualizado. Por outro lado, o programa permite tratar algumas regiões da peça (arbitrariamente escolhidas) com a formulação Euleriana. Esta metodologia mista (denominada ALE por "Arbitrary Lagrangean Eulearean") [2] tem a vantagem de prevenir mudanças exageradas nas formas dos elementos finitos durante a análise. No ALE temos elementos finitos com deslocamentos nodais que estão desacoplados dos deslocamentos dos pontos materiais (como na formulação Euleriana) enquanto que a forma dos contornos móveis pode ser controlada por condições de contorno materiais como na formulação Lagrangeana. A deformação da malha é controlada por meio de Mapeamento Transfinito Discreto [3].

Neste trabalho se dá especial atenção à dedução correta da matriz tangente que é crítica pois dela vai depender a eficiência da solução iterativa. A performance do programa é validada através de exemplos estáticos e dinâmicos

## Notas:

- 1) neste trabalho o termo matriz é empregado em dois sentidos diversos: para indicar o corpo usualmente considerado rígido que impõe a forma no processo de conformação e também para indicar a entidade matemática. Esperamos que o contexto evite confusões na interpretação.
- 2) Devido ao pouco espaço disponível resulta impossível detalhar adequadamente a formulação e processos computacionais empregados; para maiores detalhes deve-se consultar as referências indicadas no fim do trabalho, e particularmente a [4, 5].

## FORMULAÇÃO

### Leis constitutivas de contato e atrito em três dimensões

O modelo constitutivo aqui empregado para o atrito é aquele de Coulomb.

$$f = \left\| \underline{\underline{t}}_{-T} \right\| - \mu |t_N| \leq 0 \quad (1)$$

onde  $\| \cdot \|$  indica a norma euclidiana,  $\mu$  o coeficiente de atrito estático e  $t_N$  e  $\underline{\underline{t}}_{-T}$  as pressões normais e tangenciais de contato. A taxa de deslocamento de contato pode ser escrita

$$\dot{\underline{\underline{g}}} = \dot{\underline{\underline{g}}}^{re} + \dot{\underline{\underline{g}}}^{ir} \quad (2)$$

onde  $\dot{\underline{\underline{g}}}^{re}$  é a parcela reversível e  $\dot{\underline{\underline{g}}}^{ir}$  a parcela irreversível. Para o caso de contato colante  $\dot{\underline{\underline{g}}} = \dot{\underline{\underline{g}}}^{re}$ .

Para termos contato deslizante deve ser  $f = 0$  na (1); fazendo uma analogia com plasticidade, escrevemos

$$\dot{\underline{\underline{g}}}^{ir} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{t}}} \quad (3)$$

onde  $\lambda$  é um escalar a ser determinado empregando a condição de consistência  $\dot{f} = 0$  e  $f^*$  é uma função de escorregamento modificada [6]. Assim, finalmente obtemos [4, 5]

$$\dot{\underline{\underline{t}}} = \underline{\underline{Y}} \dot{\underline{\underline{g}}} \quad (4)$$

$$\text{onde } \underline{\underline{Y}} = \underline{\underline{K}}^{-1} - \frac{\underline{\underline{K}} \frac{\partial f^*}{\partial \underline{\underline{t}}} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{t}}} \underline{\underline{K}}}{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{t}}} \underline{\underline{K}} \frac{\partial f^*}{\partial \underline{\underline{t}}}} = \begin{bmatrix} k_T(1-A^2) & -k_T AB & \mu k_N A \\ -k_T AB & k_T(1-B^2) & \mu k_N B \\ 0 & 0 & k_N \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{onde } A = \frac{t_{T1}}{\| \underline{\underline{t}}_{-T} \|} \quad \text{e} \quad B = \frac{t_{T2}}{\| \underline{\underline{t}}_{-T} \|}$$

### Matriz tangente de contato consistente

Para a integração temporal das pressões tangenciais é empregado o método do retorno radial [4, 5]. Durante a integração das pressões de contato pelo método do retorno radial a pressão final é modificada por um fator de escala  $\beta$  tal que  $t_T^{t+\Delta t} = \beta t_T^o$ ; empregando a função de escorregamento (1) podem-se determinar  $d\beta$  e depois  $\underline{\underline{Y}}$ ; operando chegamos a conclusão que a matriz consistente com o método radial pode ser obtida a partir da (5) substituindo  $k_T \beta$  em lugar de  $k_T$ . A variável  $\beta$  vale:

$$\beta = \mu \frac{|t_N|}{\| \underline{\underline{t}}_{-T}^o \|}$$

## EXEMPLOS

### Caso Wagoner

Trata-se de um problema proposto como benchmark por Lee and Wagoner [7] e consiste no embutimento de uma placa circular mediante um punção esférico. As dimensões e propriedades estão indicadas em [4, 5]

Aproveitando a simetria do problema, somente uma quarta parte da estrutura, do punção e da matriz (fixa) foram discretizados. Para modelar o punção foram empregadas três superfícies do tipo Coons e uma plana. Para modelizar a matriz, tomou-se uma superfície de Coons. Foram analisados dois exemplos. No primeiro, trabalhou-se sem atrito e com penalidade  $1 \cdot 10^5$ ; as correspondentes malhas inicial e deformada são indicadas na Fig. 1-a e -b. Na Fig. 1-c indica-se a distribuição de deformação plástica; observa-se que a estricção da placa ocorre no centro da mesma. No segundo caso, o mesmo exemplo é analisado com atrito=0.15. Observa-se uma significativa mudança na distribuição da deformação plástica equivalente, com a estricção da placa se deslocando em direção as bordas, como indica a Fig. 1-d.

### Choque entre corpos flexíveis

Analisou-se aqui o impacto de um cilindro com uma placa em estado plano de deformação, como indica a Fig. 2-a. A discretização foi feita com 40 elementos para o cilindro e 360 elementos para a placa. O material é o mesmo para o tubo e a placa: módulo de elasticidade  $E=200\text{GPa}$ ; módulo de Poisson  $\nu=0.3$ ; peso específico  $\rho = 7800\text{Kg/m}^3$ ; tensão de escoamento  $\sigma_y = 100\text{Mpa}$ ; módulo de encruamento  $H=50\text{GPa}$ . A placa e o cilindro tem velocidades iniciais de 50 e -50m/s. A Fig. 2-b indica a deformada para dois passos de tempo.

## CONCLUSÕES

A formulação apresentada permite tratar o contato tridimensional em grandes deformações em presença de atrito e matrizes de forma quaisquer. A taxa de convergência obtida foi adequada ao que se espera do método de Newton-Raphson. A definição empregada para os eixos locais mostrou ser adequada e de fácil obtenção. Os exemplos mostram excelente comportamento das soluções com matrizes rígidas ou flexíveis em processos estáticos ou dinâmicos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] S. Kobayashi et al. "Metal Forming and the Finite Elements Method", Oxford, 1989.
- [2] J.-P. Ponthot, "A Method to reduce cost of mesh deformation in Eulerian Lagrangian Formulations", Modelling of Metal Forming Processes, Chenot-Onate, Eds, Kluwer, 1988.
- [3] J.-P. Ponthot, M. Hogge, "The use of Eulerian-Lagrangian FEM in metal forming including contact and adaptive mesh", Proc. ASCE Winter Meeting, Atlanta, USA, 1991.
- [4] E. Bittencourt, "Le probleme de contact et de frottement tridimensionnel das la mise en forme des metaux" Relatorio de pesquisa parcialmente desenvolvida no LTAS Thermoméchanique, Université de Liège, sob orientação do Prof. M. Hogge.
- [5] E. Bittencourt, " Tratamento do problema de contato e impacto em grandes deformações pelo método dos elementos finitos", tese de doutorado em preparação, CEMACOM/CPGEC/UFRGS, 1994.
- [6] P. Wriggers et al., "Finite Element formulation of large deformation impact-contact problems with friction", Computers & Structures, Vol.37, pp 319-331, 1990.
- [7] J. K. Lee & R. H. Wagoner, "A Benchmark test for sheet forming analysis", Report Nr. ERC/NSM-S-90-22, 1990.

## AGRADECIMENTOS

A CNPq, FAPERGS e Albarus SA pelo apoio financeiro; ao Prof. M. Hogge e ao Dr. J-F. Ponthot pela orientação durante o desenvolvimento do trabalho.

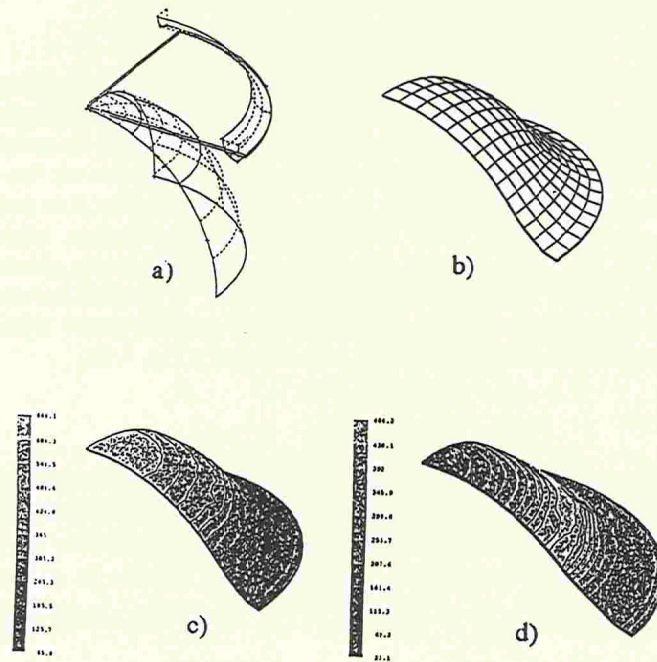


Fig. 1. Caso Wagoner: matriz e placa antes do contato; deformada; distribuição de tensões equivalentes sem e com consideração de atrito.

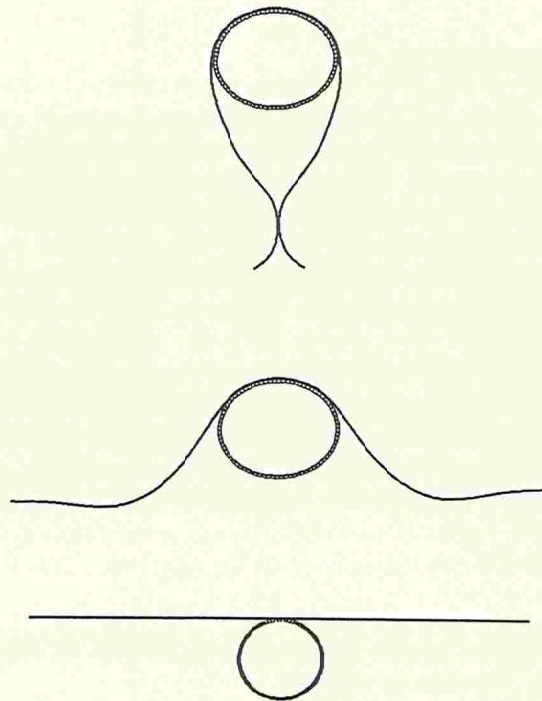


Fig. 2: Configuração inicial ; deformadas após o impacto.